

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Сумський державний університет**

**П. І. Гайда, П. Є. Трофименко, М. М. Ляпа**

**ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПОЛЬОТУ І  
КОНСТРУКЦІЇ РАКЕТ**

Навчальний посібник

Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України

Суми  
Сумський державний університет  
2011

УДК 629.76 (075.8)

ББК 68.501я72

Г 14

**Рецензенти:**

*О. М. Загорка* – доктор військових наук, професор, заслужений діяч науки і техніки України Київського національного університету оборони України;

*В. К. Майборода* – доктор педагогічних наук, професор, заслужений працівник народної освіти України Київського інституту вищої освіти Національної академії педагогічних наук України;

*О. Л. Глушкевич* – кандидат військових наук, доцент Київського центру воєнно-стратегічних досліджень

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України як навчальний посібник для слухачів, курсантів та студентів вищих навчальних закладів*

*(лист № 1/11-6555 від 22.07.2011 р.)*

**Гайда П. І.**

Г 14

Основи теорії польоту і конструкції ракет : навчальний посібник / П. І. Гайда, П. Є. Трофименко, М. М. Ляпа. – Суми : Сумський державний університет, 2011. – 248с.

ISBN 978-966-657-396-7

Навчальний посібник містить: основні відомості про рух ракет у просторі; системи координат, за допомогою яких описують рух літальних апаратів; сили та моменти, що діють на ракету в польоті; фактори, які впливають на розсіювання ракет; наведені рівняння руху літальних апаратів для АДТ і ПДТ.

Посібник призначений для студентів, які навчаються за програмою підготовки офіцерів запасу напряму підготовки «Бойове застосування з'єднань, частин і підрозділів, озброєних комплексами тактичних ракет».

**УДК 629.76 (075.8)**

**ББК 68.501я72**

© Гайда П. І., Трофименко П. Є.,

Ляпа М. М., 2011

ISBN 978-966-657-396-7

© Сумський державний університет, 2011

## Зміст

	С.
<b>Вступ</b> .....	6
<b>Скорочення, прийняті в тексті посібника</b> .....	10
<b>Розділ 1 Загальні положення</b> .....	11
1.1 Короткий історичний огляд розвитку ракетної зброї .....	11
1.2 Загальні поняття про реактивний рух .....	18
1.3 Рівняння руху ракет у загальному вигляді .....	21
1.4 Основні закони класичної механіки .....	26
1.5 Рівняння поступального та обертального руху тіл змінної маси .....	32
1.6 Фізична сутність та формула сили тяги .....	39
Питання для повторення та самоконтролю .....	42
<b>Розділ 2 Основні відомості щодо руху літальних апаратів</b> .....	43
2.1 Швидкість та траєкторії польоту ракет .....	43
2.2 Траєкторії руху ракет у центральному полі тяжіння та космічні швидкості .....	50
2.2.1 Колова траєкторія .....	52
2.2.2 Еліптична траєкторія .....	55
2.2.3 Параболічна траєкторія .....	57
2.2.4 Гіперболічна траєкторія .....	58
2.3 Формула Ціолковського щодо ідеальної швидкості руху ракети .....	58
2.4 Загальні відомості щодо траєкторії польоту балістичної ракети .....	64
Питання для повторення та самоконтролю .....	69

<b>Розділ 3 Системи координат, що описують рух ракет . .</b>	<b>70</b>
3.1 Загальна характеристика систем координат, що використовується для опису просторового руху ракет .	70
3.2 Системи координат, що використовуються для опису руху центра мас ракети . . . . .	72
3.3 Системи координат, що використовуються для опису руху навколо центра мас ЛА . . . . .	77
3.4 Взаємна орієнтація основних систем координат	82
3.5 Перетворення координат . . . . .	87
3.5.1 Матриця напрямних косинусів для переходу від стартової до зв'язаної системи координат . . . . .	87
3.5.2 Матриця напрямних косинусів для переходу від зв'язаної до швидкісної системи координат . . .	92
Питання для повторення та самоконтролю . . . . .	93
<b>Розділ 4 Сили та моменти, що діють на ракету в польоті . . . . .</b>	<b>94</b>
4.1 Загальна характеристика сил, що діють на ракету в польоті . . . . .	94
4.2 Сили тяжіння та коефіцієнти перевантаження .	95
4.3 Відхилення по дальності і напрямку, обумовлені дією сили Коріоліса . . . . .	104
4.4 Аеродинамічна сила, її склад та причини виникнення . . . . .	112
4.5 Підіймальна та бокова сили . . . . .	121
4.6 Сила лобового опору . . . . .	127
4.7 Аеродинамічні моменти. Управляючі сили та моменти . . . . .	134
4.7.1 Аеродинамічні моменти . . . . .	138
4.7.2 Способи створення управляючих сил та моментів . . . . .	146
Питання для повторення та самоконтролю . . . . .	161

<b>Розділ 5 Рівняння руху літальних апаратів</b> . . . . .	162
5.1 Рівняння руху літальних апаратів як математична модель польоту . . . . .	162
5.2 Рівняння руху ракет на активній ділянці траєкторії . . . . .	164
5.3 Рівняння руху ракет на пасивній ділянці траєкторії . . . . .	171
Питання для повторення та самоконтролю . . . . .	178
<b>Розділ 6 Стійкість і стабілізація руху ракет</b> . . . . .	179
6.1 Фактори, які впливають на розсіювання ракет .	179
6.2 Загальні поняття щодо стійкості руху і стабілізації ракет . . . . .	180
6.3 Стабілізація ракет оперенням . . . . .	187
6.4 Стабілізація обертанням . . . . .	196
Питання для повторення та самоконтролю . . . . .	212
<b>Висновки</b> . . . . .	213
<b>Список використаної літератури</b> . . . . .	215
<b>Предметний покажчик</b> . . . . .	217

## Вступ

Ракетні війська як складова одного із основних родів Сухопутних військ ракетних військ і артилерії – є головним засобом вогневого ураження противника в бою та операції. Вони можуть знищувати засоби ядерного нападу противника, угруповання його військ, авіацію на аеродромах і об'єкти ППО; уражати резерви, пункти управління, руйнувати вузли комунікацій та інші важливі об'єкти. На приморських напрямках можуть залучатися для ураження сил флоту противника, його морських десантів. Володіючи значною дальністю ураження, могутністю, точністю пусків, здатністю до широкого маневру і можливістю швидкого зосередження ударів по різноманітних об'єктах, ракетні війська сьогодні і в майбутньому будуть залишатися одним із найважливіших засобів ураження противника та забезпечення успішного виконання поставлених завдань загальновійськовими з'єднаннями, частинами. Це вимагає від офіцерського складу ракетних військ всебічної підготовки як у теоретичному плані, так і в плані практичного виконання задач, що визначені в керівних документах [1].

Підготовка висококваліфікованих офіцерів-ракетників, які володіють фундаментальними теоретичними знаннями і практичними навичками з бойового застосування ракетного озброєння повною мірою залежить від умов організації навчального процесу у вищому навчальному закладі. У свою чергу, якість підготовки слухачів пов'язана, поперше, – з рівнем професійної майстерності науково-педагогічних працівників (знання навчального матеріалу, військового досвіду, методики його доведення, зв'язок з

науковими дослідженнями та інше), а по-друге, це стан матеріально-технічного забезпечення (зразки озброєння, засоби навчання, дидактичні засоби, наявність літератури і т. ін.). За таких умов командувач Сухопутних військ вимагає суттєвого підвищення рівня технічної і спеціальної підготовки молодших офіцерів ракетних військ як кадрових, так і запасу. Це дасть змогу уміло застосовувати ракетне озброєння в різних видах бойових дій, у складних умовах обстановки.

Метою написання даного навчального матеріалу стала необхідність розкриття програмного матеріалу з предметів «Конструкція ракет», «Наземне обладнання ракетних комплексів», викладеного українською мовою, для навчання студентів за програмою підготовки офіцерів запасу.

Навчальні предмети «Конструкція ракет», «Наземне обладнання ракетних комплексів» поряд з «Тактикою ракетних військ», «Топогеодезичною підготовкою» і «Експлуатацією ракетного озброєння» займають провідні місця у підготовці спеціалістів ракетних військ. Із 379 годин навчального часу з військово-технічних предметів 147 годин належать «Конструкції ракет». У результаті вивчення повного курсу програми навчального предмета «Конструкція ракет» студенти повинні:

знати:

- основні закони механіки;
- фізичну сутність руху матеріальної точки в просторі;
- види траєкторії та умови використання;
- системи координат, що використовуються для управління польотом ракет;
- сили та моменти, що діють на ракету під час польоту, та способи управління ними;
- фактори, що впливають на розсіювання траєкторії руху ракети та способи стабілізації;

уміти:

- розрахувати швидкість польоту ракети;
- користуватися математичним апаратом перетворення координат із однієї системи в іншу;
- визначати величину і напрями сил та моментів, що діють на ракету під час польоту;
- проводити розрахунок аеродинамічних сил балістичних ракет;
- користуватися системою диференціальних рівнянь для активної та пасивної ділянок траєкторії польоту балістичної ракети.

Саме зміст цих знань і умінь розкривається у посібнику.

Навчальний посібник складається із шести розділів, кожен із яких містить у собі відповідний матеріал, визначений навчальною програмою «Конструкції ракет».

У першому розділі показана історія розвитку ракетної техніки і вклад учених на різних етапах цього процесу. Наведені загальні поняття щодо реактивного руху, основних законів класичної механіки, а також рівнянь поступального і обертального руху літальних апаратів змінної маси.

У другому розділі розміщений навчальний матеріал, що висвітлює теоретичні питання швидкості і траєкторії польоту ракет, поняття ідеальної швидкості польоту та загальні відомості щодо траєкторії польоту балістичної ракети.

Третій розділ навчального посібника розглядає питання систем координат, що використовуються як при дослідженні характеру польоту ракети в період її проектування, так і в практиці підготовки польотного завдання під час бойового пуску ракети.

Четвертий розділ розкриває характер сил та моментів, що діють на ракету і впливають на траєкторію її польоту, висвітлені способи створення сил та моментів, що управляють польотом ракети.

У п'ятому розділі розкривається зміст математичного моделювання польоту ракети як на активній, так і пасивній ділянках траєкторії польоту та математична модель руху ракети на ділянці програмного розвороту.

У шостому розділі висвітлюється сутність стійкості та стабілізації польоту ракети, викладені основні теоретичні поняття та способи досягнення стабілізації руху ракети в просторі.

Разом з тим при написанні посібника використовувався матеріал відповідної тематики, розроблений у ВВНЗ системи освіти Міністерства оборони України, насамперед Харківського університету Повітряних сил і Військового інституту ракетних військ і артилерії Сумського державного університету. Необхідно зазначити, що навчальний посібник з питань теорії польоту ракет для студентської аудиторії, які отримують кваліфікацію офіцерів запасу, розроблюється вперше і має можливість подальшого удосконалення.

Автори висловлюють щирю вдячність: заслуженому діячу науки і техніки України, доктору військових наук, професору О. М. Загорку; заслуженому працівнику народної освіти України, доктору педагогічних наук, професору В. К. Майбороді; заслуженому працівнику освіти України, кандидату військових наук, професору В. О. Колеснікову, кандидату військових наук, доценту О. Л. Глушкевичу; кандидату технічних наук, старшому науковому співробітнику Грабчаку В. І.; кандидату технічних наук, доценту Лисенку В. М.; Новаку Д. А. за корисні поради і зауваження, які вони надали під час підготовки посібника та рецензування його рукопису.

## Скорочення, прийняті в тексті посібника

АДТ	– активна ділянка траєкторії
БР	– балістична ракета
ГЧ	– головна частина
ДТП	– двигун на твердому паливі
КЛА	– космічні літальні апарати
ЛА	– літальний апарат
НОРК	– наземне обладнання ракетних комплексів
ОУ	– органи управління
ПАТ	– пороховий акумулятор тиску
ПДТ	– пасивна ділянка траєкторії
ППТ	– плоско-паралельне поле тяжіння
ПТКР	– протитанкова керована ракета
РВіА	– ракетні війська і артилерія
РВ	– ракетні війська
СА	– стандартна атмосфера
СК	– система координат
ЦМ	– центр мас
ЦПТ	– центральне поле тяжіння
ЦТ	– центр тяжіння
ШСЗ	– штучний супутник Землі

## Розділ 1

### ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

#### 1.1 Короткий історичний огляд розвитку ракетної зброї

Космонавтика (від грецького  $\kappa\omicron\sigma\mu\omicron\varsigma$ ) – Всесвіт і  $\omega\upsilon\lambda\tau\iota\kappa\eta$  – мистецтво мореплавання процес дослідження космічного простору за допомогою автоматичних і керованих космічних апаратів, а також самі польоти в космічний простір.

Сам термін був запропонований одним із піонерів радянської ракетної техніки Г. Е. Лангемаком (1898–1938).

Космічними досягненнями, що широко використовуються сьогодні великою кількістю галузей і напрямків фундаментальної науки, маємо бути вдячні перш за все тим ученим, які зробили вклад у розвиток теорії і практики ракетобудування.

Теорія польоту ракет має визначну історію і її здобутки базуються на великій кількості наукових досліджень, які тією чи іншою мірою стосуються даної галузі. Насамперед це питання аеродинаміки, закони механіки, теорія автоматичного регулювання, теорія коливань, метеорологія, геодезія та ін.

Роботи з дослідження механіки матеріальних систем, сил і моментів, що діють на літальні апарати, відомі ще з середини XIX століття, коли на науковому рівні почали розглядати основи ракетної техніки і перша спроба була зроблена К. І. Константиновим (1817–1871).

Піонером теоретичних основ ракетної техніки є М. І. Кибальчич (1853–1881), заслугою якого слід вважати те, що він довів можливість використання ракето динамічного принципу створення підйомної сили, що виключає повітря, як опорне середовище. У своїх роботах М. І. Кибальчич порушив цілу низку проблем будування ракетної техніки, а саме, конструкція ракет та принципи управління ракетою. Він також зробив проект космічного апарату для польоту людини.

Друга половина XIX століття характерна прогресом розвитку цілої низки наук, які теж пов'язані з подальшим розвитком ракетної техніки та галузей науки з теоретичного обґрунтування проблемних питань.

Так, наприклад, М. Є. Жуковський (1847–1921) зробив значний вклад у теорію аеродинамічного принципу руху. Він є автором ряду положень теорії польоту балістичних ракет.

Заснований під керівництвом М. Є. Жуковського та С. О. Чаплигіна (1869–1942) ЦАДІ (Центральний аеродинамічний інститут) став каталізатором у подальшому розвитку аеродинаміки як науки.

Суттєвих здобутків було досягнуто в аеродинаміці російськими вченими М. О. Забудським (1853–1917) та М. В. Маєвським (1823–1892), особливо в питаннях «Зовнішньої балістики».

З питань систем управління польотом ракети суттєвий внесок зроблено І. О. Вишнеградським (1831–1895) та О. М. Ляпуновим (1857–1918).

У кінці XIX на початку XX століття вагомі результати з питань теорії та конструкції ракетобудування та управління польотом ракет досягли вчені Франції, США, Німеччини, Австрії. Так, німецький учений Герман Оберт (1894–1989) у 1920 р. у своїх працях виклав принципи міжпланетних польотів.

Американський учений Робер Годдард (1882–1945) у 1923 р. почав розроблення рідинного ракетного двигуна, працездатний екземпляр якого було створено в кінці 1925 р.

У Німеччині питаннями ракетобудування займалася Німецька компанія міжпланетних сполучень, і вже 14.3.1931 р. здійснили запуск ракети з двигуном, що працює на рідинному паливі. Вагомий внесок у розвиток ракетобудування зробив Вернер фон Браун (1912–1977), який почав працювати в цій компанії з 1932 р. У 1936 р. він був призначений технічним директором і завдяки його безпосередній участі 03.10.1942 р. був здійснений успішний запуск ракети А-4 з дальністю польоту 320 км, а з 1944 р. почалось її бойове застосування під назвою V-2.

Слід відмітити таких учених, як: Робер Есно-Пельтрі (1881–1957) (Франція), який розглядав і досліджував питання теорії ракетної техніки, Е. Зенгер (1905–1964) (ФРГ) та ін.

У розробленні теорії руху велика заслуга належить професору І. В. Мещерському (1859–1935), яким уперше засновано новий розділ теоретичної механіки – «механіка тіл змінної маси», до яких відносять і ракети. Наприкінці ХІХ століття у своїй роботі «Динаміка точки змінної маси» він уперше вивів основне рівняння руху тіла змінної маси. На основі цього рівняння та аналізу вертикального руху ракети І. В. Мещерський вивів «рівняння вертикального польоту ракети». Це рівняння та інші положення, що були розроблені І. В. Мещерським, виконані для визначення найважливіших закономірностей польоту ракет.

Засновником теорії реактивного руху – «Ракетодинаміки і космонавтики» вважається Костянтин Едуардович Ціолковський (1857–1935).

Перші наукові дослідження К. Е. Ціолковського відносять до 1880–1881 р. Не знаючи про вже зроблені відкрит-

тя, він написав роботу «Теорія газів», у якій виклав основи кінетичної теорії газів.

З 1896 р. К. Е. Ціолковський систематично займався теорією руху реактивних апаратів. Думки про використання ракетного принципу в космосі висловлювалися К. Е. Ціолковським ще в 1883 р., а закінчив наукові дослідження теорії реактивного руху в 1896 р.

К. Е. Ціолковський вивів формулу (вона одержала назву «формула Ціолковського»), що встановила співвідношення між:

- швидкістю ракети в будь-який момент;
- швидкістю витікання газів із сопла;
- масою ракети;
- масою підривних речовин.

У 1903 р. він опублікував книгу «Дослідження світових просторів реактивними приладами», де вперше довів, що єдиним апаратом, здатним здійснити космічний політ, є ракета. У цій книжці він заклав основи теорії ракет і рідинного ракетного двигуна. У даній праці К. Е. Ціолковський:

- довів неможливість виходу в космос на аеростаті або за допомогою артилерійського обладнання;
- вивів залежність між вагою палива й вагою конструкцій ракети для подолання сили земного тяжіння;
- висловив ідею бортової системи орієнтації за Сонцем або іншими небесними світилами;
- проаналізував поведження ракети поза атмосферою, у середовищі, вільному від тяжіння;
- вирішив питання посадки космічного апарата на поверхню планет, позбавлених атмосфери.

У 1911 р. опубліковано другу частину праці «Дослідження світових просторів реактивними приладами». К. Е. Ціолковський досліджує питання з подолання сили земного тяжіння, визначає швидкість, необхідну для вихо-

ду апарата в Сонячну систему «друга космічна швидкість» і час польоту.

Таким чином, на межі XIX-XX століть К. Е. Ціолковський першим у світі науково вирішив основні питання теорії польоту та заклав теоретичні основи сучасної ракетної техніки і космічних польотів.

Багато технічних та конструктивних ідей К.Е. Ціолковського запроваджено у сучасних ракетах усього світу. На роботах К. Е. Ціолковського зросло ціле покоління радянських учених зі світовим іменем, таких, як: Ф. А. Цандер (1887–1933), Ю. В. Кондратюк (1897–1942), М. І. Тихомиров (1860–1930), В. А. Артем'єв (1885–1962), Г. Е. Лангемак, В. П. Глушко (1908–1989), М. К. Тихонравов (1900–1974), Ю. О. Победоносцев (1907–1973), С. П. Корольов (1906–1966) та ін. Завдяки цим ученим теоретичні основи ракетної техніки набули не тільки подальшого розвитку, а й широкого практичного використання. Апогеєм цього були великі досягнення Радянського Союзу у космічній галузі та у розробленні і створенні сучасних бойових ракет та реактивних снарядів.

Становлення космічної галузі в Україні розпочалося в 1937 р. зі створенням у Харківському авіаційному інституті Харківської реактивної групи під керівництвом Г. Прокура, яка здійснила запуск великої стратосферної ракети біля Харкова.

У 1951 р. за рішенням Радянського уряду на базі автомобільного заводу, що будувався у Дніпропетровську, розміщено завод № 586 для виробництва радянських ракет. Головним конструктором був призначений М. К. Ягель (1911-1971). Дана установа в 1966 р. перетворена в Південний машинобудівний завод, а конструкторське бюро – в конструкторське бюро «Південне». У підготовці запуску першого супутника Землі брали участь такі підприємства

України, як «Комунар», «Арсенал», «Моноліт», Євпаторійський космічний центр та інші.

Наприкінці цього екскурсу в історію розвитку сучасної теорії польоту і теорії ракетної техніки необхідно навести прізвища вчених, що працювали і працюють над складними питаннями теорії польоту, таких, як: А. А. Космодем'янський, А. Є. Охоцимський (1921), Д. А. Погорелов, М. М. Баутін, М. М. Красовський (1924), М. М. Моїсеєв (1917), А. А. Лебедев та ін.

Сучасні знання з теорії польоту літальних апаратів формувалися завдяки досягненням таких наук, як небесна механіка, астрономія, аеродинаміка, теоретичні основи ракетодинаміки та теорії оптимального управління. Крім того, теорія польоту є подальшим розвитком і практичним додатком динаміки твердого тіла. Вона розглядає політ різних літальних апаратів: літаків, ракет та реактивних снарядів, супутників Землі, артилерійських снарядів, авіаційних бомб тощо.

Теорія польоту займається вирішенням чотирьох основних завдань.

**Перше завдання** полягає у розрахунку траєкторії руху ракет за раніше визначеними даними. Для вирішення цього завдання необхідно, по-перше, правильно визначити сили, що діють на ракету та реактивний снаряд у польоті, та, крім того, знайти величини цих сил у кожний момент часу.

Це завдання дуже складне, бо кількість сил, що діють на ракету в польоті, характер їх змін у процесі руху, а також кількість рівнянь, що описують рух ракети, залежить від призначення ракети, її конструкційних особливостей, способу стабілізації у польоті та особливостей її траєкторії руху.

**Друге завдання** полягає у визначенні оптимальних режимів руху ракети та оптимальної траєкторії її польоту.

**Третє завдання теорії** польоту полягає у стабілізації літальних апаратів у польоті та визначенні умов щодо їх управління.

**Четверте завдання** полягає у вивченні факторів, що впливають на розсіювання траєкторій ракет, та у розгляді способів зменшення цього розсіювання й підвищення точності пусків.

Теорія польоту спирається на математику і механіку, вона тісно пов'язана з теорією автоматичного регулювання, теорією коливань, метеорологією та геодезією. У свою чергу, теорія польоту повинна визначити всі основні параметри траєкторії польоту, після чого можна було б визначити необхідні характеристики системи управління ракети.

Траєкторія польоту дає підстави для розроблення правил та способів пуску ракет, підготовки вхідних даних, а також обґрунтовує необхідність внесення поправок до цих даних. Методи теорії польоту використовуються під час розрахунків характеристик руху за даними траєкторних спостережень під час випробувальних пусків.

Складним питанням, що потребує окремого розгляду, є теорія польоту ракети як пружного тіла та теорія польоту ракети з урахуванням руху рідинного наповнення ракети (пального). У цьому випадку теорія польоту наближається до теорії коливань.

При вирішенні завдань теорії польоту велика кількість діючих факторів з малою кількістю припущень може враховуватися під час розрахунку цих завдань на електронно-обчислювальних машинах.

Достатньо універсальним, але складним і трудомістким є метод чисельного інтегрування за допомогою ЕОМ. Тільки невелику кількість порівняно простих завдань теорії польоту можна вирішити за допомогою табличного і аналітичного методів.

При вивченні «Основ теорії польоту і конструкції ракет» основна увага приділяється найбільш характерним особливостям і закономірностям завдань теорії польоту та систематизації відомих методів їх вирішення. Знання цих методів та закономірностей дає можливість студентам ознайомитися з основними завданнями теорії польоту.

Під час викладення матеріалу не буде різниці в термінах «ракета» та «реактивний снаряд», оскільки буде розглядатися тільки теорія польоту цих тіл.

Під терміном «ракета» зазвичай розуміють усі види ракет, однак у тих випадках, коли термін «реактивний снаряд» стосується конкретного зразка виробу, він у матеріалах лишається без змін. При розгляді загальної теорії руху без урахування конструктивних особливостей того чи іншого класу ракет використовують термін «літальний апарат».

## 1.2. Загальні поняття про реактивний рух

Усі існуючі різновиди літальних апаратів можуть бути зведені в три групи, що ґрунтуються на трьох різних принципах руху:

- аеростатичному;
- аеродинамічному;
- реактивному.

На **аеростатичному принципі** базується політ аеростатів і дирижаблів (рис. 1.1).

Підіймальна (архімедова) сила  $\bar{F}_a$  виникає за рахунок наповнення оболонки газом (воднем, гелієм), значно легшим, ніж повітря. Відомо, що архімедова сила чисельно дорівнює силі тяжіння повітря, витисненого оболонкою аеростата:

$$\bar{F}_a = \rho V \bar{g}, \quad (1.1)$$

де  $\rho$  – щільність повітря;  $V$  – об'єм витисненого повітря;  $\bar{g}$  – прискорення сили тяжіння.

Ураховуючи те що тиск повітря  $\rho_{HB}$  знизу оболонки (точка В) більший, ніж тиск  $\rho_{HA}$  зверху оболонки (точка А), за рахунок сили тяжіння повітря, то архімедова сила проявляється як дія на зовнішню поверхню оболонки аеростата змінного по висоті повітря. Тому для польоту аеростата необхідною умовою є наявність атмосфери.

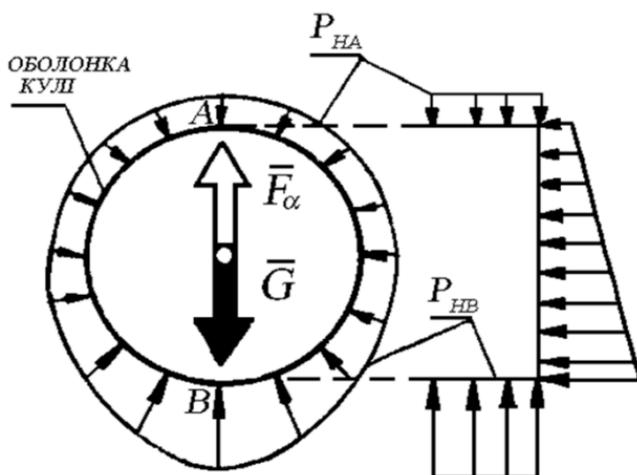


Рисунок 1.1 – Аеростатичний принцип руху ЛА

На **аеродинамічному принципі** побудовані літаки, крилаті ракети, планери, дельтаплани та інші (тобто всі літальні апарати, що мають крила). Завдяки тому що крила мають несиметричний профіль, повітря, що рухається вздовж верхньої поверхні крила, необхідно пройти більший шлях, ніж тому прошарку, що рухається вздовж нижньої поверхні (рис. 1.2). Відповідно до цього відбувається перерозподіл швидкості потоку повітря та тиску у цьому

потоці. Завдяки перерозподілу тиску вздовж поверхні крила утворюється підймальна сила, що і є основою аеродинамічного принципу руху літальних апаратів.

На **реактивному принципі** побудовані космічні ракети-носії, бойові ракети різного призначення, снаряди реактивних систем залпового вогню та інші.

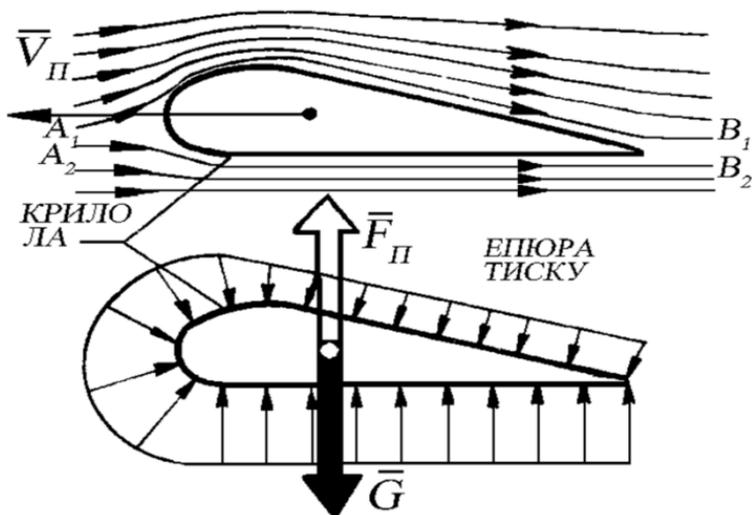


Рисунок 1.2 – Аеродинамічний принцип руху ЛА

Під **реактивним рухом** розуміють переміщення літальних апаратів під впливом сили віддачі (сили тяги, реактивної сили)  $\vec{P}$  як результату реакції (зворотної дії) потоку мас рідини, газу чи твердих частин, які відкидаються від літального апарата зі швидкістю  $\vec{U}_e$  у бік, протилежний напрямку руху.

З визначення реактивного руху випливає, що ракета, під час руху тим чи іншим способом виштовхує деяку масу (так зване робоче тіло), запас якої знаходиться всередині ракети. На цю масу з боку ракети діє деяка сила. За одним

із основних законів механіки (законом рівноваги сил дії та протидії) – така ж сама сила, але у протилежному напрямку діє з боку маси, що виштовхується, – на ракету.

Ця остання сила, що приводить ракету в рух називається силою тяги –  $\bar{P}$  (рис. 1.3). Крім того, будь-який механічний рух ґрунтується на відкиданні деякої маси у зворотному напрямку.

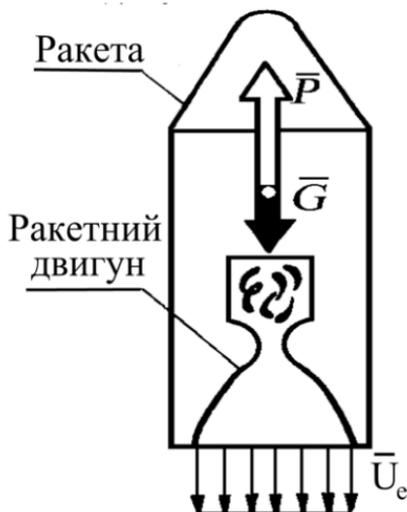


Рисунок 1.3 – Реактивний принцип руху ЛА

### 1.3 Рівняння руху ракет у загальному вигляді

Перш ніж розглядати рух ракети в просторі з точки зору механіки та аеродинаміки, слід нагадати основні визначення, які характеризують будь-яке переміщення, та причини цих переміщень.

Під **механічним рухом** розуміють зміну з часом положення матеріальних тіл відносно один одного. Ця зміна

характеризується зміною відстані між матеріальними тілами.

Найпростішим тілом, що рухається, вважають матеріальну точку. Тобто таке тіло, розмірами якого при вивченні його руху можна знехтувати. Будь-яке тверде тіло можна подати у вигляді системи, яка складається із жорстко зв'язаних матеріальних точок. У механіці, як правило, розглядають рух абсолютно твердого тіла, під яким розуміють тіло, відстань між частинами якого за всіх умов залишається незмінною.

Механічний рух твердого тіла можна спостерігати та вивчати тільки відносно будь-яких інших тіл.

Система координат зв'язана з тілом, відносно якого розглядається даний рух, називається системою відліку.

**Система координат** – сукупність точок, ліній і поверхні, відносно яких визначається положення будь-яких об'єктів на поверхні або у просторі. Лінійні та кутові величини, що визначають положення об'єкта на будь-якій поверхні або у просторі, називаються його координатами.

При вивченні руху літального апарата відносно Землі будемо вважати літальний апарат матеріальною точкою (виходячи з того, що розміри траєкторії польоту літального апарата значно більші за його розміри), як правило, ця точка збігається з центром мас літального апарата.

**Центром мас** системи матеріальних точок називають таку точку, в якій зібралася б уся маса системи матеріальних точок, якби вони взаємодіяли з нескінченно зростаючими силами тяжіння.

Просторова лінія, яку описує будь-яка точка тіла, наприклад, центр мас під час руху, називається **траєкторією точки**. За видом траєкторії розрізняють прямолінійний і криволінійний рух.

Рух вважається **прямолінійним**, якщо його траєкторія є прямою лінією, і **криволінійним**, якщо траєкторія – крива лінія, що свідчить про непостійний напрямок руху.

Рух одного і того ж тіла відносно різних систем відліку може бути різним. Поняття «рух» і «спокій» відносні і мають сенс тільки при визначенні системи відліку, відносно якої вони розглядаються. Наприклад, пасажир, який сидить у вагоні потягу, що рухається рівномірно і прямолінійно, відносно вагона перебуває у стані спокою, тоді як відносно Землі здійснює рух разом із вагоном.

Якщо рух тіла розглядається відносно нерухомих предметів і тіл (відносно нерухомої системи відліку), він називається **абсолютним**. Рух тіла називають **відносним**, якщо оточуючі його предмети рухаються.

Абсолютно нерухомих тіл у природі не існує, відповідно не існує і абсолютно нерухомих систем відліку. Однак у технічній практиці дуже часто за нерухому систему відліку умовно беруть систему координат, що зв'язана з Землею, рух тіл відносно неї вважають абсолютним.

Тверде тіло може здійснювати простий рух чи брати участь у складному русі. Найпростішими видами руху твердого тіла вважають його поступальний та обертальний рух.

**Поступальним** називається такий **рух** тіла, коли всі його точки рухаються по однакових і паралельно розміщених траєкторіях, при цьому будь-яка пряма, проведена між двома точками тіла, не змінює свого напрямку і залишається паралельною сама собі за весь час руху. Внаслідок того що всі точки твердого тіла рухаються по однакових траєкторіях, переміщення всіх точок тіла геометрично рівні між собою. Прикладом поступального руху є рух ЛА відносно Землі при незмінному її кутовому положенні.

**Обертальний рух** відбувається навколо нерухомої осі і є таким рухом, при якому кожна точка тіла знаходиться на незмінній відстані від осі обертання.

Тверде тіло в загальному випадку може здійснювати складний рух, тобто одночасно брати участь у декількох поступальних і обертальних переміщеннях.

Число незалежних параметрів, при визначенні яких однозначно обумовлюється вид руху і положення твердого тіла в просторі, називається **числом ступенів свободи**. Умови, що обмежують вільний рух тіла, називають зв'язками. Накладення зв'язків зменшує число ступенів свободи і визначає характер руху твердого тіла. Матеріальне тіло, на яке не накладені зв'язки з боку інших тіл, називають **вільним**. Вважають, що вільне тіло має шість ступенів свободи. Це означає, що вільне тіло може здійснювати шість різних рухів: рухатися поступально відносно трьох взаємно перпендикулярних осей (три ступені поступального руху) і обертатися навколо кожної з цих осей (три ступені обертального руху). Прикладом вільного тіла є літак чи ракета в польоті. В уяві можливо через кожне тверде тіло провести три взаємно перпендикулярні осі, початок яких зазвичай поєднують з центром мас тіла. Це так звані зв'язані осі координат чи головні осі обертання.

Як уже відмічалось, рух тіла відносно нерухомої системи беруть за абсолютний рух. Часто на практиці буває зручно абсолютний рух розглядати як складний рух, що складається з двох одночасних рухів: рух тіла відносно деякої рухомої системи (наприклад, відносно зв'язаної системи координат) і руху тіла сумісно з рухомою системою відліку відносно нерухомої.

Відносно рухомої системи координат рух тіла називають **відносним рухом**. Він характеризується швидкістю відносного руху  $\bar{V}_r$ .

Рух рухомої системи відліку відносно нерухомої називають **переносним рухом** і характеризують його швидкістю переносного руху  $\vec{V}_e$ . Швидкість абсолютного руху  $\vec{V}_{ABC}$  є геометричною сумою швидкостей відносного і переносного рухів, тобто

$$\vec{V}_{ABC} = \vec{V}_r + \vec{V}_e . \quad (1.2)$$

Прийнято вважати рух тіла відомим чи заданим, якщо в будь-який момент часу можна визначити напрям руху тіла та його положення відносно вибраної системи координат. Наприклад, рух точки М (центра мас тіла) по деякій траєкторії (рис. 1.4) вважається відомим, коли в будь-який момент часу відомі її координати  $x, y, z$  у системі відліку  $OXYZ$  і складові її швидкості  $\vec{V}_x, \vec{V}_y, \vec{V}_z$  на три взаємно перпендикулярні напрямки.

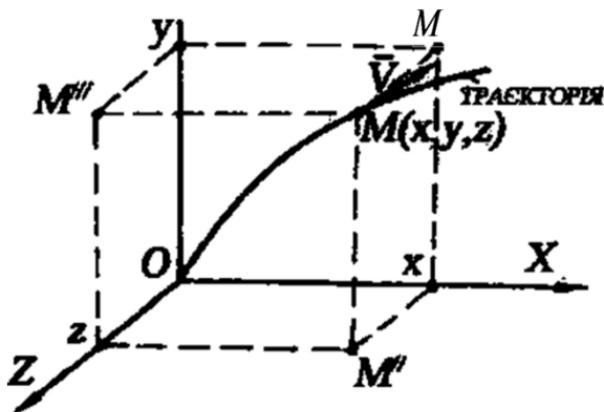


Рисунок 1.4 – Принципова схема руху матеріальної точки «М»

Рух вільного тіла у просторі в загальному випадку можна подати таким, який складається із обертальних рухів навколо зв'язаної системи координат, тобто обертання на-

вколо ЦМ тіла, і руху ЦМ у вибраній системі координат. Отже, для визначення положення тіла в просторі необхідно знати три кутові параметри і три координати його центра мас.

## 1.4 Основні закони класичної механіки

До основних законів механіки, що є базою теорії польоту ракет, належать класичні закони Ньютона. Ці закони є підсумком узагальнення висновків із великої кількості випробувань і спостережень. Правильність висновків, що впливають із законів, підтверджуються повсякденною практикою людини. На основі законів класичної механіки побудовані різні споруди, машини, прилади, робота яких є доказом об'єктивності та правильності положень цих основних законів.

**Перший закон Ньютона (закон інерції): будь-яке матеріальне тіло зберігає стан спокою чи рівномірного прямолінійного руху до тих пір, поки вплив з боку інших тіл не змінить його стану.**

Властивість матеріального тіла зберігати рівномірний і прямолінійний рух чи перебувати у стані спокою за відсутності дії на нього сил називається інерцією. Рівномірним прямолінійним рухом є рух із незмінною за величиною і напрямком швидкістю, тобто рух з постійним вектором швидкості (рух за інерцією). Стан руху чи спокою може змінюватися тільки при дії прикладеної до нього сили. У всіх випадках, коли вектор швидкості змінюється (як за величиною, так і за напрямком), існує прискорення.

Розглянемо рух штучного супутника Землі по коловій орбіті навколо Землі (рис. 1.5). З рис. 1.5 видно, що супутник рухається з прискоренням унаслідок зміни напрямку вектора швидкості, незмінним залишається лише величина вектора швидкості.

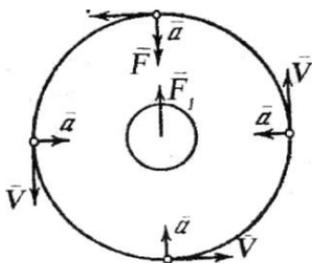


Рисунок 1.5 – Схема руху штучного супутника Землі

Відповідне прискорення  $\bar{a}$ , як ми далі визначимо, дорівнює величині

$$\bar{a} = \frac{\bar{V}^2}{r}, \quad (1.3)$$

де  $\bar{V}$  – незмінна величина швидкості;  $r$  – радіус кола.

Це прискорення в усіх точках траєкторії має напрямок до центра кола і називається **нормальним прискоренням**. Згідно з першим законом Ньютона причиною існування прискорення є сила. У нашому випадку причиною колового руху супутника є сила, що не дозволяє здійснювати йому прямолінійний рух у напрямку вектора швидкості. Ця сила – сила тяжіння Землі (сила гравітації).

Другий закон Ньютона (встановлює зв'язок між силою і прискоренням): **сила, що діє на матеріальне тіло, надає йому прискорення, пропорційного величині сили та спрямованого у той самий бік, що і ця сила:**

$$m\bar{a} = \bar{F}, \quad (1.4)$$

де  $\bar{F}$  – величина сили;  $m$  – маса матеріального тіла;  $\bar{a}$  – прискорення матеріального тіла.

Напрямок руху в загальному випадку може не збігатися з напрямком дії сили. Наприклад, тіло, кинуте в безповітряному просторі під кутом до горизонту, буде рухатися по кривій лінії (параболі), весь час змінюючи напрям свого руху, тоді як діюча на тіло сила Земного тяжіння і прискорення, яке надається нею, завжди спрямовані по вертикалі донизу. Напрямок руху буде збігатися з напрямком сили в тому випадку, коли сила, прикладена до вільного тіла, збігається з напрямком руху.

Уявимо тіло, яке рухається рівномірно і прямолінійно. Прикладемо до його ЦМ деяку силу в напрямку руху. Від дії сили напрям руху не змінюється, а швидкість руху буде зростати. Прискорення у цьому випадку буде додатним, а рух – **рівноприскореним**.

Якщо сила прикладена у бік, протилежний до руху тіла, швидкість тіла буде зменшуватися, зберігаючи той самий напрямок. Прискорення у цьому випадку буде від’ємним, а рух – **рівноуповільненим**.

Якщо на тіло діє сила, перпендикулярна до напрямку його руху, то рух не буде прямолінійним. У цьому випадку швидкість залишається постійною за величиною, але безперервно буде змінювати свій напрямок. Траєкторія руху центра мас тіла буде викривлена тим більше, чим більша величина діючої сили і чим менша швидкість руху тіла. Таким чином, підбиваючи підсумок з наведених прикладів, можна зазначити, що прискорення, яке надається тілу при дії на нього сили, приводить не тільки до зміни швидкості за величиною, а також і за напрямком.

У наведеному прикладі (рис. 1.5) при відомих значеннях маси супутника та його прискорення за формулою (1.4) можемо розрахувати силу, під дією якої супутник

здійснює свій рух по колу. Спрямована ця сила, як і прискорення, до центра кола, тобто до Землі. Виникає питання, чому супутник не падає на Землю. Тому що закони природи не вимагають від нього рухатися в бік дії сили. У цей бік завжди спрямований вектор прискорення, але не вектор швидкості, який показує напрямок руху.

Одна і та сама сила надає різним тілам неоднакові прискорення. Величина набутих різними тілами прискорень залежить не тільки від величини діючих сил, а й від деяких властивостей самих тіл. Ця властивість характеризується особливою фізичною величиною, яка називається масою тіла. Як бачимо із формули (1.4), чим більша маса тіла, тим менше надається тілу прискорення при постійному значенні сили. Отже, маса чи кількість речовини в тілі характеризує його інертність, тобто опірність, «неподатливість» тіла дії на нього сили.

Вочевидь, якщо до тіла прикладені декілька сил, то прискорення тіла буде дорівнювати геометричній сумі прискорень, які надаються кожною із сил, тобто під величиною сили  $F$  необхідно розуміти рівнодійну всіх сил  $\sum F_i$ , прикладених до тіла.

Вище розглянуто другий закон механіки для випадків, коли маса точки залишається незмінною. У ряді механічних задач, наприклад, при розгляді руху ракети, маса не залишається сталою. У таких випадках необхідно користуватися виразом закону в загальному вигляді, а саме: зміна механічного імпульсу тіла (кількості руху тіла) пропорційна прикладеній силі і відбувається в напрямку діючої сили:

$$\frac{d(m\bar{V})}{dt} = \bar{F}, \quad (1.5)$$

де  $m\bar{V} = \bar{q}$  – імпульс (кількість руху тіла).

Імпульс відіграє істотну роль у механіці руху тіл. Наприклад, шофер з досвіду знає, що час потрібний для того, щоб зупинити навантажену машину навіть при малій швидкості, не меншій від часу гальмування розвантаженої машини при великій швидкості. Їх механічні рухи еквівалентні, якщо однакові добутки їх мас на швидкість.

Рівняння (1.5) можна записати у вигляді

$$d\bar{q} = \bar{F}dt. \quad (1.6)$$

З 1.6 видно, що зміна імпульсу тіла залежить не тільки від величини прикладеної сили, а й від часу її дії. Тому та ж сама зміна імпульсу може бути викликана великою силою за малий час дії і малою силою за великий час дії. Добуток сили на час її дії називають **імпульсом сили**.

Під час розв'язування задач на рух тіла сталої маси зазвичай спочатку складають рівняння динаміки у векторній формі

$$m\bar{a} = \sum \bar{F}_i, \quad (1.7)$$

а потім виражають його в проекціях на координатні осі.

За виразами 1.6, 1.7 розв'язують задачі з механіки двох типів: задачі на знаходження діючих сил, коли відомі маса матеріальної точки і її координати як функції  $x = f_1(t)$ ,  $y = f_2(t)$ ,  $z = f_3(t)$  і задачі на знаходження цих функцій, коли відомі діючі сили:

$$\begin{aligned} m\bar{a}_x &= m \frac{d\bar{V}_x}{dt} = m \frac{d^2\bar{V}_x}{dt^2} = \sum \bar{F}_x; \\ m\bar{a}_y &= m \frac{d\bar{V}_y}{dt} = m \frac{d^2\bar{V}_y}{dt^2} = \sum \bar{F}_y; \\ m\bar{a}_z &= m \frac{d\bar{V}_z}{dt} = m \frac{d^2\bar{V}_z}{dt^2} = \sum \bar{F}_z. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Задачі першого типу розв'язують методом диференціювання, а задачі другого типу – методом інтегрування. У

подальшому будемо розглядати задачі другого типу, в яких для визначення сталих інтегрування повинні бути задані початкові умови: координати початкового положення точки  $(x_0, y_0, z_0)$  і її початкова швидкість  $V_0(\bar{V}_{0x}, \bar{V}_{0y}, \bar{V}_{0z})$ .

Вираз другого закону Ньютона (1.4) називають основним рівнянням динаміки матеріальної точки.

Третій закон Ньютона (закон рівності дії і протидії): **будь-якій дії завжди відповідає однакова за величиною і протилежно спрямована протидія:**

$$F_{12} = F_{21}, \quad (1.9)$$

де  $F_{12}$  – сила дії на матеріальну точку;  $F_{21}$  – сила протидії на матеріальну точку.

Оскільки під силою розуміють взаємодію тіл, при якій відбувається зміна їх механічного стану, то відповідно у природі не існує односторонньої дії сил, тобто немає односторонньої дії тіл одне на одне, а є їх взаємодія.

Рівність дії і протидії не потрібно ототожнювати із рівністю їх результатів. Відомо, що результат дії сили на тіло залежить не тільки від її величини, а й визначається рядом інших обставин: масою тіла, його пружними властивостями і наявністю інших сил, що діють на тіло. Так, при зіткненні двох тіл різної маси дія (сила) їх одне на одне буде однаковою, а результат цих дій, який виражений в зміні механічного стану тіл, як правило, буде різним.

У прикладі (рис. 1.5) дії сили тяжіння Землі на супутник відповідає протидія – сила  $\bar{F}_1$ , яка діє з боку супутника на Землю та дорівнює за величиною першій силі і спрямована до супутника. Ця сила згідно з другим законом Ньютона надає прискорення Землі, яке у стільки разів менше прискорення, яке надає Земля супутнику, у скільки маса

Землі більша за масу супутника. А враховуючи те що маса Землі дорівнює  $\sim 5,976 \cdot 10^{24}$  кг, будь-який штучний супутник надає Землі незначного прискорення, яким можна знехтувати.

### 1.5 Рівняння поступального та обертального руху тіл змінної маси

Рух ЛА, важчий за повітря, зазвичай здійснюється завдяки створенню сили тяги за допомогою двигуна. Для забезпечення працездатності двигуна потрібне паливо. Під час роботи двигуна паливо витрачається, тобто маса ЛА змінюється. Це питання свого часу досліджував російський учений І. В. Мещерський, який у 1897 р. уперше довів рівняння руху тіл змінної маси, яке і має його ім'я. Алгоритм виведення формули руху тіл змінної маси досить детально викладено в навчальному посібнику «Теорія польоту» [2]. З урахуванням цього розглянемо тільки основні характеристики руху твердого тіла, а саме:

- **кількість руху матеріальної точки змінної маси** визначається залежністю

-

$$\bar{q} = m\bar{V}, \quad (1.10)$$

де  $m$  – змінна маса точки;  $\bar{V}$  – вектор швидкості точки;

- **тіло змінної маси** розглядається як сума точок змінної маси:

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^n m_i \bar{V}_i; \quad (1.11)$$

- **моментом кількості руху** називають вектор

$$\bar{k} = \bar{r} \times m\bar{V}, \quad (1.12)$$

де  $\bar{r}$  – радіус-вектор точки змінної маси, проведений із початку деякої нерухомої системи координат до точки, що рухається;

- **кінетичний момент тіла змінної маси** визначається відповідно

$$\bar{k} = \sum_{i=1}^n (\bar{r} \times m_i \bar{V}_{si}). \quad (1.13)$$

Використовуючи поняття про зміну кількості руху тіла змінної маси, отримують рівняння поступального руху ЦМ ракети, а використовуючи поняття зміни кінетичного моменту тіла змінної маси, отримують рівняння обертального руху ракети відносно ЦМ.

Розглянемо рівняння поступального руху для деякої матеріальної точки, розуміючи під матеріальною точкою ракету, розмірами якої можна знехтувати порівняно з розмірами середовища, в якій вона рухається (рис. 1.6).

Уявимо, що відносно деякої нерухомої системи координат рухається тіло змінної маси  $m(t)$ .

У момент часу  $t$  тіло мало масу  $m$ , яка рухається зі швидкістю  $\bar{V}$ , і кількість руху тіла дорівнює  $\bar{Q} = m\bar{V}$ . За проміжок часу  $dt$  маса тіла змінюється внаслідок відділення частин масою  $dm$  (рис. 1.6). Згідно з гіпотезою Мещерського відокремлення частин відбувається за нескінченно малий проміжок часу подібно удару, тому маса в  $dm$ , яка відокремилася, отримує свою швидкість  $\bar{u}$  і відразу припиняє взаємодію з основною масою тіла  $(m-dm)$ , яка внаслідок зменшення своєї маси отримує приріст швидкості  $d\bar{V}$ .

Тому в момент часу  $t+dt$  маємо систему, яка складається із двох мас. Кількість руху цієї системи дорівнює:

$$\bar{Q} = (m - dm)(\bar{V} + d\bar{V}) + dm\bar{u}. \quad (1.14)$$

У загальному випадку рух точки змінної маси здійснюється під дією зовнішніх сил. Рівнодійну цих сил позначимо  $\sum_{i=1}^n \bar{F}_i$ .

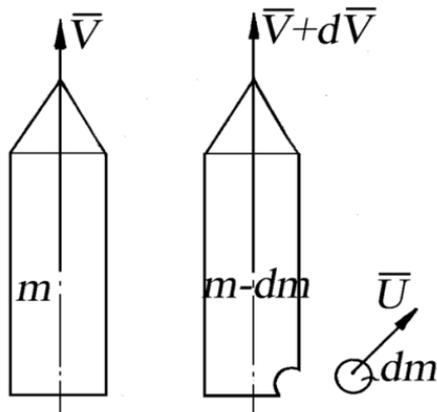


Рисунок 1.6 – Рух ЛА змінної маси

Знайдемо зміну кількості руху системи мас  $m, (m-dm)$  і  $dm$  за проміжок часу  $dt$  і порівняємо її до імпульсу зовнішніх сил:

$$(m-dm)(\bar{V} + d\bar{V}) + dm\bar{u} - m\bar{V} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i dt. \quad (1.15)$$

Розкриваючи дужки в даному рівнянні, нехтуючи складовими другого порядку як дуже малими,  $dmd\bar{V}$ , розділивши обидві частини рівняння на  $dt$  і зробивши нескладні перетворення, отримуємо рівняння руху тіла змінної маси у загальному вигляді

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i + \frac{dm}{dt} (\bar{V} - \bar{u}). \quad (1.16)$$

Введемо поняття відносної швидкості частин, які відокремлюються,  $\bar{U}_e = \bar{V} - \bar{u}$ , а прискорення  $\frac{d\bar{V}}{dt}$  позначимо через  $\bar{\alpha}$ . Відповідно до цього отримаємо:

$$m\bar{a} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i + \frac{dm}{dt} \bar{U}_e. \quad (1.17)$$

Для руху тіла незмінної маси  $\frac{dm}{dt} = 0$ , рівняння (1.17) записується у вигляді другого закону Ньютона:

$$m\bar{a} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i. \quad (1.18)$$

Порівнюючи рівняння (1.17) і (1.18), І. В. Мещерський зазначив, що рівняння руху тіла змінної маси можна подати, як і рівняння руху тіла постійної маси, включаючи до діючих сил деяку «додаткову силу».

Розглядаючи цю «додаткову силу» уважніше, бачимо, що це є реактивна сила – сила тяги  $\bar{P}$ ,  $\frac{dm}{dt} = \dot{m}$  – витрата маси за секунду, а  $\bar{U}_e$  – швидкість частин, які відділяються. Зрозуміло, що тяга тим більша, чим більша маса відкидається з ракети (з камери згорання ракетного двигуна) за одиницю часу і чим більша швидкість, яку вдається надати масі (робочому тілу), яке відкидається.

Отже, рівняння І. В. Мещерського для поступального руху ракети має кінцевий вигляд:

$$m\bar{a} = \sum_{s=1}^n \bar{F}_i + \bar{P}. \quad (1.19)$$

Його суть полягає у такому: для будь-якого моменту часу  $t$  при польоті ракети (тіла змінної маси) добуток маси ракети на її прискорення дорівнює геометричній сумі рів-

нодійних усіх зовнішніх сил  $\sum_{s=1}^n \bar{F}_s$  і додаткової сили тяги  $\bar{P}$ .

Перейдемо до другого рівняння, яке характеризує обертальний рух ракети відносно ЦМ. Відомо, що обертальний рух відносно ЦМ ракети характеризує кінетичний момент

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^n (\bar{r}_i \times m_i \bar{V}_i). \quad (1.20)$$

Як приклад розглянемо маховик, що обертається навколо нерухомої осі  $O_1O_2$  з кутовою швидкістю  $\bar{\omega}$  (рис. 1.7). Умовно розділімо маховик на  $n$  елементарних матеріальних частинок з масою  $\Delta m$  і розглянемо одну з частинок  $\Delta m_i$ , яка знаходиться на відстані  $r_i$  від осі обертання. А враховуючи, що обертання відбувається з кутовою швидкістю  $\bar{\omega}$ , то частинка  $\Delta m_i$  буде мати лінійну швидкість  $\bar{V}_i$ , яка має напрямок, перпендикулярний до радіуса  $r_i$ .

Кінетичний момент для матеріальної частинки масою  $\Delta m_i$  відносно осі обертання розраховується за формулою

$$\bar{k}_i = \bar{r}_i \times \Delta m_i \bar{V}_i. \quad (1.21)$$

Визначаючи лінійну швидкість  $\bar{V}_i = \bar{\omega} r$  через кутову швидкість  $\bar{\omega}$ , отримаємо

$$\bar{k}_i = \bar{r}_i \Delta m_i \bar{\omega} r_i = \bar{\omega} \Delta m_i r_i^2. \quad (1.22)$$

Кінетичний момент тіла відносно осі обертання визначаємо так:

$$\bar{k}_i = \sum_{i=1}^n \bar{\omega} \Delta m_i r_i^2 = \bar{\omega} I, \quad (1.23)$$

де – момент інерції тіла відносно осі  $O_1O_2$ .

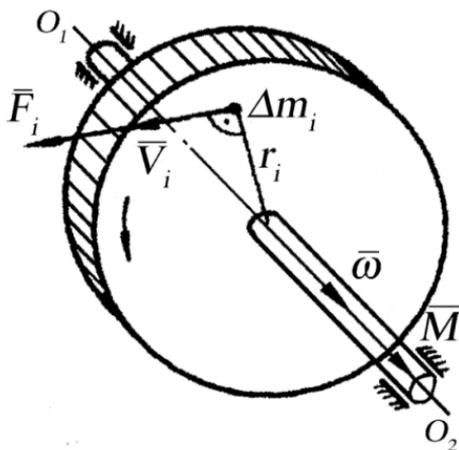


Рисунок 1.7 – Обертальний рух тіла навколо нерухомої осі

Фізичне розуміння моменту інерції тіла полягає в тому, що він характеризує розподіл маси тіла відносно осі обертання і є мірою інертності тіла при його обертанні.

Головною характеристикою руху ракети є прискорення. Допустимо, що на маховик діє сила  $\bar{F}_i$ . Під дією цієї сили виникає момент цієї сили. Тоді згідно з теоремою про кінетичний момент похідна від кінетичного моменту матеріальної частки відносно осі дорівнює моменту сили, що діє на матеріальну точку:

$$\frac{d\bar{k}_i}{dt} = \bar{M}_i \quad (1.24)$$

Підставляючи (1.23) в (1.24), отримуємо:

$$\frac{d\bar{k}_i}{dt} = I_i \frac{d\bar{\omega}_i}{dt} = I_i \frac{d^2\bar{r}_i}{dt^2} = I_i \bar{\varepsilon}_i = \bar{M}_i,$$

де  $\bar{M}$  – момент зовнішніх сил відносно осі обертання;  $\bar{\varepsilon}_i$  кутове прискорення матеріальної точки.

Таким чином, отримане рівняння

$$I\bar{\varepsilon} = \sum_{s=1}^n \bar{M}_s \quad (1.25)$$

є основним рівнянням обертального руху.

Якщо порівняти рівняння  $I\bar{\varepsilon} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i$  з основним зако-

ном поступального руху  $m\bar{a} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i$ , то можна зробити ви-

сновок, що при обертанні тіла навколо осі момент сили  $\bar{M}$  відіграє таку ж саму, що і сила  $\bar{F}$  при поступальному русі, а момент інерції тіла  $I$  – як маса  $m$ , тобто визначає опір впливу зовнішніх сил при обертанні тіла.

Розглянемо, яким чином розподіл маси будь – якого тіла впливає на момент інерції (рис. 1.8).

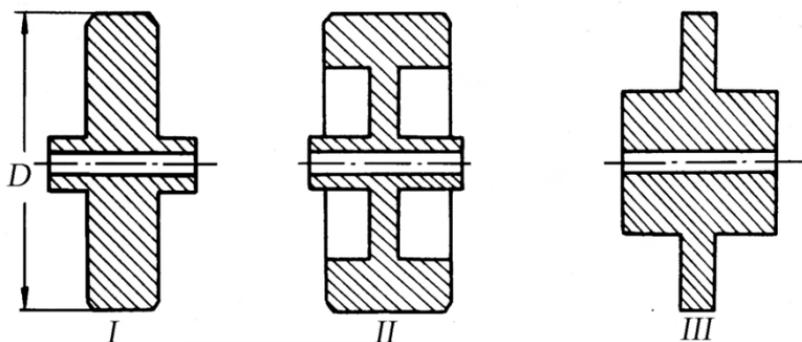


Рисунок 1.8 – Вплив розподілу маси на момент інерції

На рис. 1.8 зображені три симетричні ротори однакового діаметра. Ці ротори мають однакову масу, але різний розподіл маси відносно осі обертання. Так, ротор I має рівномірний розподіл маси, у ротора II більшість частин тіла віддалена від осі обертання, маса ротора III зосереджена біля осі обертання. Найбільший момент інерції має ротор II, найменший III. Тому при одній і тій самій величині моменту для надання роторам однакового числа обертів за хвилину, тобто однакової кутової швидкості обертання, необхідно для ротора II – найбільший, а для ротора III – найменший час.

### 1.6 Фізична сутність та формула сили тяги

Науково доведено, а практикою підтверджено, що на сьогодні єдиним способом досягти навколосемної орбіти і вийти на міжпланетний простір можливо лише завдяки реактивній силі тяги, що створюється ракетним двигуном [14].

У результаті горіння палива в двигуні ракети створюється тиск (рис. 1.9).

Гази, що утворилися в камері, тиснуть на стінки рівномірно на всі сторони у випадку, коли камера має замкнутий простір. Якщо в камері створити отвір площиною  $S$ , то газ під дією створеного горінням палива тиску, буде переміщатися через отвір зі швидкістю  $\bar{U}_e$  і рівновага тиску всередині буде порушена. У результаті переміщення газу через визначену площину камери двигуна зі швидкістю  $\bar{U}_e$  створюється сила тяги, величина якої визначається за формулою

$$\bar{P} = \dot{m}\bar{U}_e + S(p_B - p_A), \quad (1.26)$$

де  $\dot{m}$  – витрата маси палива за секунду  $[кг/с]$ ;  $\bar{U}_e$  – швидкість переміщення маси, що відкидається, відносно ракети  $[м/с]$ ;  $S$  – площа отвору, через який газ зі швидкістю  $\bar{U}_e$  буде стікати у зовнішнє середовище;  $P_B$  – величина тиску газів на внутрішню поверхню камери;  $P_A$  – величина атмосферного тиску на зовнішню поверхню камери.

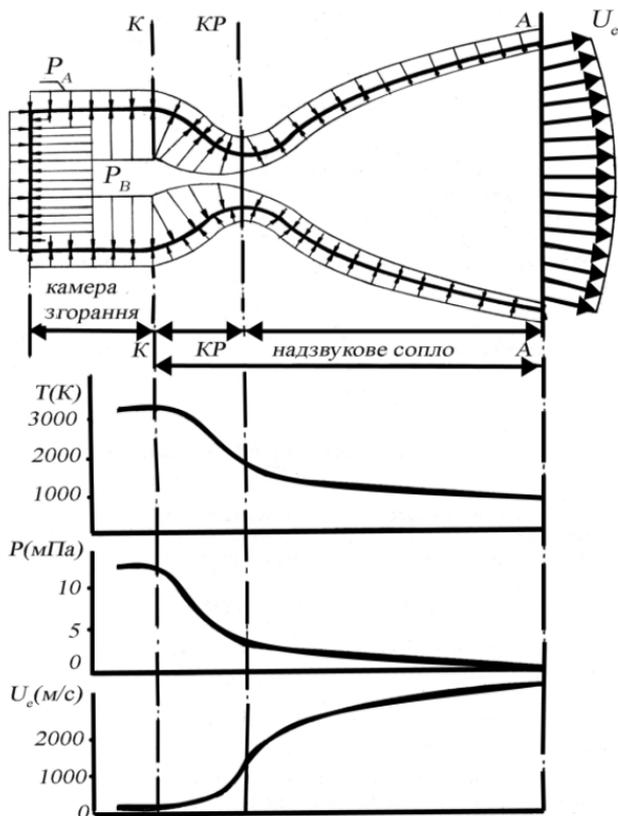


Рисунок 1.9 – Параметри впливу на стікання газу

Якщо величина сили тяги  $\bar{P}$  буде більшою за величину зовнішніх сил, основними з них є такі, як сила тяжіння, сила тертя та інші, то камера буде переміщатися в бік, протилежний напрямку переміщення газів. Щоб таке переміщення відбувалося тривалий час, слід підтримувати необхідний тиск у камері, а це можливо тільки за умови постійного горіння палива.

Дана формула свідчить, що створення сили тяги відбувається незалежно від навколишнього середовища.

Із формули (1.26) видно, що на зміну сили тяги впливають два основних параметри, це витрата маси палива за секунду  $\dot{m}$  і швидкість переміщення маси  $\bar{U}_e$ , що відкидається, відносно ракети, на яку, в свою чергу, впливають конструктивні особистості вихідного блока камери. Основні параметри, що впливають на швидкість стікання газу, показані на рис. 1.9.

## **Питання для повторення та самоконтролю**

1. Історія розвитку ракетної зброї.
2. Основні етапи становлення ракетної галузі в Україні.
3. Сутність реактивного руху.
4. Фізична сутність «Формули Ціолковського».
5. Основні питання, що вирішуються теорією польоту.
6. Найпростіші види руху твердого тіла.
7. Що називається поступальним та обертальним рухом?
8. Фізична сутність «Формули Мещерського».
9. Основні закони класичної механіки.
10. Фізична сутність рівняння руху тіла змінної маси.
11. Основне рівняння обертального руху.

## Розділ 2

# ОСНОВНІ ВІДОМОСТІ ПРО РУХ РАКЕТ

## 2.1 Швидкість та траєкторії польоту ракет

Кожна матеріальна точка, що рухається, характеризується відповідними показниками. Серед найбільш важливих показників є швидкість. Даний показник визначає спроможність матеріальної точки подолати визначену відстань за певний час. Відношення пройденого шляху  $S$  за відповідний проміжок часу  $t$  і характеризує швидкість. У випадках, коли визначаються загальні параметри даної величини, користуються поняттям **середньої швидкості**, що розраховується за формулою

$$V_{cp} = \frac{S}{t} \left[ \frac{m}{c} \right]. \quad (2.1)$$

Дана фізична величина має загальну інформацію про рух матеріальної точки, тому вона більше підходить для опису рівномірного руху. Реально, розглядаючи політ ракети, маємо справу з нерівномірним рухом. У випадку, коли матеріальна точка рухається нерівномірно, то за однакові проміжки часу вона буде долати різну величину пройденого шляху. Залежно від того, яка стоїть задача щодо визначення величини швидкості в конкретних умовах, чітко визначають величину часу для дослідження швидкості. Логічно вважати, що чим менше за часом проводиться дане дослідження, тим точнішими будуть отримані дані. Тобто слід скористатися поняттям **миттєвої швидкості**, яка визначається виразом

$$\bar{V}_{MT} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}. \quad (2.2)$$

Тобто швидкість матеріальної точки в даний момент часу дорівнює значенню похідної від координати за часом.

Зважаючи на той факт, що будь-яке переміщення має свій напрямок, то для визначення даного параметра слід розглядати швидкість як векторну величину, тому що вектор – це математична величина, зображена відрізком прямої, що враховує і чисельне значення, і напрямок. Щоб урахувати напрям переміщення точки, слід розглядати переміщення точки як вектор, що має напрям у бік руху точки. У випадку прямолінійного руху точки вектор, що характеризує переміщення, знаходиться на лінії руху, а у випадку криволінійного руху переміщення точки по кривій можна для достатньо малого проміжку часу  $\Delta t$  замінити переміщенням по хорді. Нехай у момент часу  $t$  точка займає положення  $M$ , а у момент часу  $t+\Delta t$  положення  $M'$  (рис. 2.1).

Проміжку часу  $\Delta t$  відповідає переміщення по траєкторії – дуга  $MM'$ , і по хорді – вектор  $\Delta r$ , який являє собою приріст радіуса – вектора  $r$ , точка якого рухається. Вектор  $\Delta \bar{r}$  є вектором переміщення.

Відношення  $\frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}$  є середньою зміною вектора переміщення за одиницю часу в термін  $\Delta t$  (вектор середньої швидкості):

$$\bar{V}_{CP} = \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t}. \quad (2.3)$$

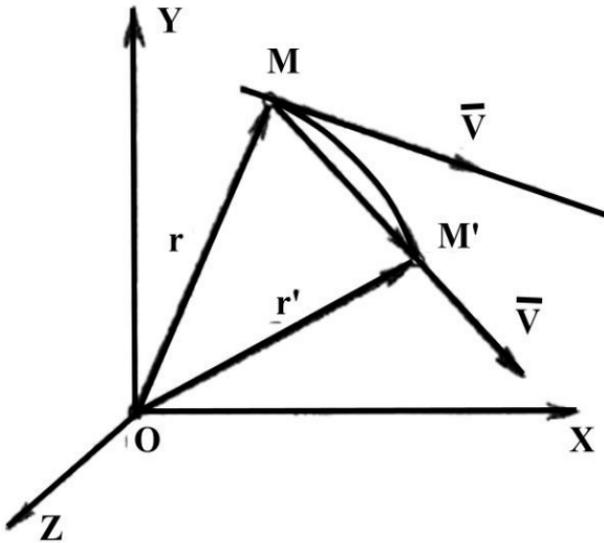


Рисунок 2.1 – Переміщення вектора за напрямом і часом

Переходячи до межі  $\Delta t \rightarrow 0$ , ми отримуємо векторну характеристику зміни переміщення від часу у формі

$$\bar{V} = \lim \frac{\Delta \bar{r}}{\Delta t} = \frac{d\bar{r}}{dt}, \quad (2.4)$$

де вектор  $\frac{d\bar{r}}{dt}$  являє собою першу похідну від вектора  $\bar{r}$  за часом  $t$ .

А враховуючи, що в межі при  $\Delta t \rightarrow 0$  напрям вектора збігається з напрямом дотичної до траєкторії (рис. 2.2), то швидкість точки в даний момент часу спрямована по дотичній до її траєкторії.

Проектуючи вираз (2.4) на прямокутні Декартові осі координат, маємо:

$$\bar{V}_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}; \quad \bar{V}_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}; \quad \bar{V}_z = \frac{dz}{dt} = \dot{z}, \quad (2.5)$$

тобто проекції швидкості точки на прямокутні декартові осі координат дорівнюють першим похідним від координат точки за часом.

Відомо, що діапазон швидкостей дуже широкий: швидкість світла становить 300000 км/с, швидкість звуку в повітрі при  $0^\circ \text{C}$  – 332 м/с, рух землі по орбіті  $\sim 29800$  м/с, електрон в електронно-променевої трубці  $\sim 80000$  м/с.

При непостійній швидкості рух точки є нерівномірним чи змінним. Змінний рух характеризується прискоренням, яке визначає міру зміни швидкості за одиницю часу. Швидкість, як було встановлено вище, є векторною величиною, тому з часом вона змінюється за величиною і за напрямом.

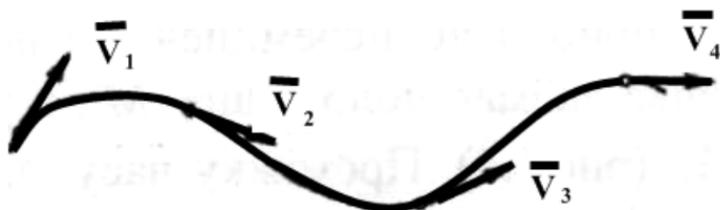


Рисунок 2.2 – Відношення вектора переміщення до швидкості та напрямку руху

Зайдемо міру зміни швидкості. Нехай моменту  $t$  відповідає швидкість  $\bar{V}$ , а моменту  $t + \Delta t$  відповідає швидкість  $\bar{V} + \Delta \bar{V}$ . Тоді вектор  $\frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t}$  характеризує зміну вектора швидкості за одиницю часу в середньому. Для знаходження значення прискорення в момент часу здійснюємо перехід  $\Delta t \rightarrow 0$  і отримуємо

$$\lim \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt}. \quad (2.6)$$

Формула (2.6) характеризує зміну вектора швидкості в даний момент часу  $t$  і називається прискоренням точки в даний момент.

На основі вищенаведеного можна сформулювати визначення: **прискоренням точки, яка рухається в даний момент часу, називається похідна від швидкості за часом, або друга похідна від радіуса-вектора за часом, тобто**

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \quad (2.7)$$

Розмірність прискорення –  $[м/с^2]$ , або в загальному випадку  $[\vec{a}] = \frac{[відстань]}{[час \times час]}$ .

Прискорення є векторною величиною, яка при прямолінійному русі спрямована по дії вектора швидкості. Розрізняють прискорення додатне, коли швидкість руху збільшується (вектор прискорення має напрямок у той самий бік, що і вектор швидкості), і від'ємне (сповільнене), коли швидкість руху зменшується. Початок руху будь-якого тіла завжди відбувається з прискоренням, тому що швидкість руху не може миттєво досягти визначеного значення чи миттєво змінитися до нуля.

При криволінійному русі повне прискорення складається з геометричної суми двох векторів:

$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_v, \quad (2.8)$$

де  $\bar{a}_\tau = \frac{d\bar{V}}{dt}$  – тангенціальне прискорення;  $\bar{a}_v = \frac{\bar{V}^2}{R}$  – нормальне прискорення.

Таким чином, вираз 2.8 можемо записати

$$\bar{a} = \frac{d\bar{V}}{dt} + \frac{\bar{V}^2}{r}. \quad (2.9)$$

Звідси видно, що величина тангенціального прискорення характеризує зміну величини швидкості з часом:

$$|a_\tau| = \left| \frac{d^2S}{dt^2} \right| = \left| \frac{dV}{dt} \right|. \quad (2.10)$$

Вектор  $a_\tau$  спрямований у бік руху точки при збільшенні її швидкості (рис. 2.3а) і в протилежний бік – при зменшенні швидкості (рис. 2.3б).

Величина нормального прискорення залежить від кривизни траєкторії, яка обумовлює зміну напрямку швидкості:

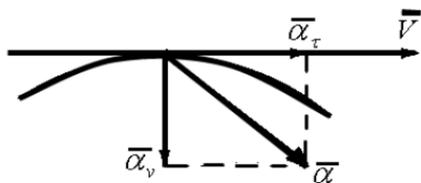
$$|a_v| = \frac{\bar{V}^2}{r}. \quad (2.11)$$

За залежністю (2.9) розглянемо чотири можливих випадки.

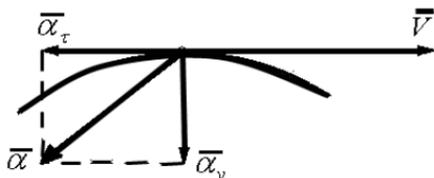
**Перший:**  $\bar{a}_\tau = 0$ ,  $\bar{a}_v = 0$ , при цьому  $\frac{d^2S}{dt^2} = 0$  і  $\frac{\bar{V}^2}{R} = 0$ , рух точки у цьому випадку є прямолінійним і рівномірним.

**Другий:**  $\bar{a}_\tau \neq 0$ ,  $\bar{a}_v = 0$ , при цьому  $\frac{d^2S}{dt^2} \neq 0$  і  $\frac{\bar{V}^2}{R} = 0$ , рух є прямолінійним і нерівномірним.

**Третій:**  $\bar{a}_\tau = 0$ ,  $\bar{a}_v \neq 0$ , при цьому  $\frac{d^2S}{dt^2} = 0$  і  $\frac{\bar{V}^2}{R} \neq 0$ , рух є криволінійним і рівномірним.



а



б

Рисунок 2.3 – Залежність напрямку вектора переміщення від зміни швидкості руху

**Четвертий:**  $\bar{a}_\tau \neq 0$ ,  $\bar{a}_v \neq 0$ , при цьому  $\frac{d^2 S}{dt^2} \neq 0$  і

$\frac{\bar{V}^2}{R} \neq 0$ , рух є криволінійним і нерівномірним.

Проекції виразу (2.7) на прямокутні декартові осі координат мають вираз:

$$\begin{aligned}\bar{a}_x &= \frac{d\bar{V}_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}, \\ \bar{a}_y &= \frac{d\bar{V}_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} = \ddot{y}, \\ \bar{a}_z &= \frac{d\bar{V}_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} = \ddot{z}.\end{aligned}\tag{2.12}$$

Тобто проекції прискорення точки на прямокутні декартові осі дорівнюють першим похідним від швидкості за

часом чи другим похідним від координат цієї точки за часом.

## 2.2. Траєкторії руху ракет у центральному полі тяжіння та космічні швидкості

Траєкторія ( від латинського trajectories – тобто та, що стосується переміщення ) – це **безперервна просторова лінія, яку описує центр мас ракети у польоті відносно вибраної системи координат.**

Форма траєкторії ракети залежить від деяких початкових умов польоту, а саме: від величини і напрямку вектора її швидкості та координат ракети в момент вимкнення двигуна.

Потрібно зазначити, що при розгляді форми траєкторії польоту ракети її рух відбувається під дією сили земного тяжіння і воно є центральним (центральне поле тяжіння).

Основною умовою руху ракет у центральному полі тяжіння є припущення, що Земля – це сферичне тіло (правильний шар) і прискорення сили тяжіння  $\vec{g}$ , у будь-якій точці траєкторії, у такому полі тяжіння, спрямоване до центра мас Землі (рис. 2.4).

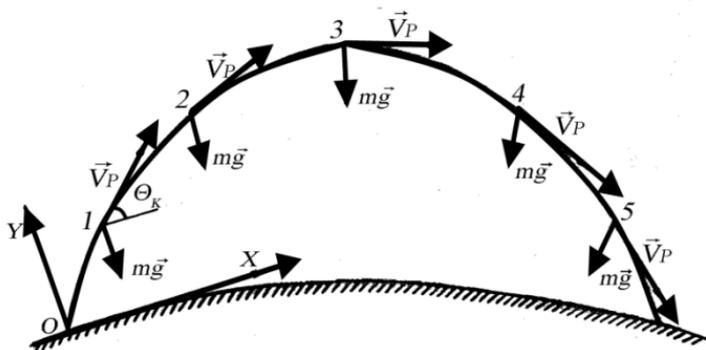


Рисунок 2.4 – Траєкторія руху ЛА у центральному полі тяжіння

Рух матеріальних тіл у центральному полі тяжіння часто називають кеплеровими рухом, а траєкторії, по яких рухаються матеріальні тіла, називають кеплеровими траєкторіями, або орбітами, на ім'я німецького вченого Іогана Кеплера (1571–1630), який уперше визначив форму траєкторії руху планет навколо Сонця та встановив закони їх руху. Для руху ракет навколо Землі один із кеплерових законів можна сформулювати так: рух ракет відбувається у площині, яка проходить через центр Землі (будь – яка траєкторія руху у ЦПТ завжди лежить у площині, що проходить через центр тяжіння).

Крім того, у визначеній площині рух ракет може відбуватися по траєкторіях, які описуються рівняннями кривих другого порядку. Один із фокусів таких кривих знаходиться у центрі мас Землі. Ці криві являють собою не що інше, як конічні перерізи (рис. 2.5).

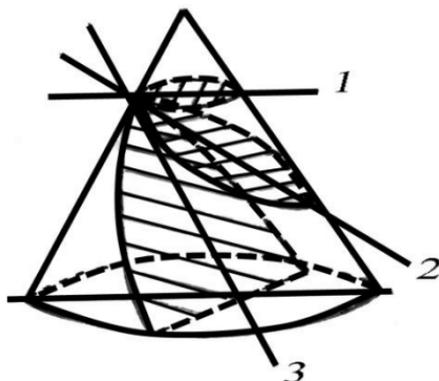


Рисунок 2.5 – Геометричні площини другого порядку

Залежно від нахилу секцій, що утворилися внаслідок розтинання площинами, конічними перерізами можуть бути (рис. 2.5): 1 – коло; 2 – еліпс; 3 – парабола (гіпербола).

Відповідно до цього траєкторії руху ракет у централь-  
 ному полі тяжіння також можуть бути (рис. 2.6): 1 – коло-  
 вими (2); 2 – еліптичними (1 та 1<sup>1</sup>); 3 – параболічними (3);  
 4 – гіперболічними (4).

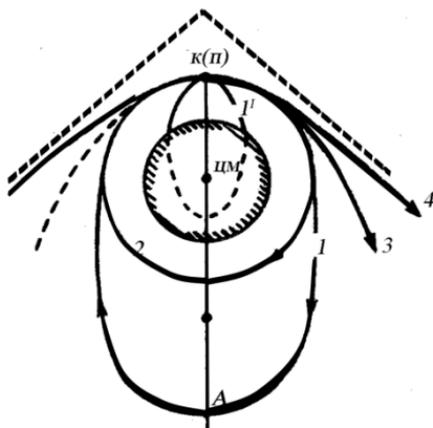


Рисунок 2.6 – Траєкторії руху ракет у центральному  
 полі тяжіння

### 2.2.1 Колова траєкторія

Для польоту будь-якого тіла по траєкторії кола необхі-  
 дно, щоб у всіх точках такої траєкторії кут її нахилу до по-  
 верхні Землі  $\theta$  мав нульове значення. Крім того, у всіх точ-  
 ках цієї траєкторії сила тяжіння до Землі  $\bar{F}_{ГР}$  (гравітаційна  
 сила) повинна бути урівноваженою відцентровою силою  
 $\bar{F}_{Ц}$  (рис. 2.7).

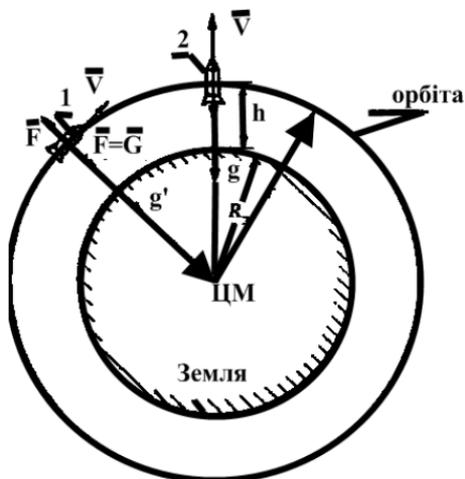


Рисунок 2.7 – Колова траєкторія орбіти ракети

Гравітаційна сила визначається законом всесвітнього тяжіння Ньютона, у якому говориться: усі тіла притягуються одне до одного з силою, пропорційною добутку їх мас та зворотно пропорційною квадрату відстані між ними.

Взагалі під гравітацією розуміють взаємне притягання, яке діє на всі тіла у всесвіті.

Ця сила визначається дослідним шляхом і дорівнює силі взаємного тяжіння між двома масами:

$$\bar{F}_{ГП} = f \frac{mM_3}{r^2}, \quad (2.13)$$

де  $f = 6,673 \cdot 10^{-11} [M^3 / (кг \cdot сек^2)]$  – гравітаційна стала (стала тяжіння);  $m$  – маса ракети [кг];  $M_3 = 5,976 \cdot 10^{24}$  [кг] – маса Землі;  $r = R_з + h$  – радіус орбіти (траєкторії) [м].

**Відцентрова сила інерції**  $\bar{F}_ц$  характеризує зусилля тіла на відрив від Землі та визначається за формулою

$$\bar{F}_{Ц} = \frac{m\bar{V}^2}{r}. \quad (2.14)$$

Як уже було відмічено, щоб ракета не наближалась і не віддалялася від Землі, необхідно виконати умову  $\bar{F}_{Ц} = \bar{F}_{ГР}$ , із якої можна отримати формулу швидкості, необхідної для виведення ракети на траєкторію кола:

$$\bar{V}_{К1} = \sqrt{\frac{K}{\bar{r}}}, \quad (2.15)$$

де  $K=fM_3=3,986 \cdot 10^{14}$  [м<sup>3</sup>/сек<sup>2</sup>] – постійний коефіцієнт (гравітаційний параметр планети).

Швидкість польоту ракети  $\bar{V}_{К1}$ , що визначається за формулою (2.15), називається **першою космічною швидкістю**. Ця швидкість визначає умови існування штучних супутників Землі та характеризує гравітаційне поле планети. Біля поверхні Землі (при  $r=R_3=6371$  км)  $\bar{V}_{К1}=7,91$  км/с – цю швидкість називають нульовою коловою швидкістю для Землі. Але колова траєкторія на рівні земної поверхні при  $h=0$  фактично нездійсненна. Тому першу космічну швидкість розраховують для висоти, де ШСЗ може здійснити хоча б один оберт. Як правило, за першу космічну швидкість беруть колову швидкість на висоті 200 км над поверхнею Землі, в цьому випадку  $\bar{V}_{К1}=7,79$  км/сек.

Із формули (2.13) видно, що при збільшенні радіуса траєкторії польоту значення потрібної колової швидкості зменшується. Для з'ясування причини цього явища необхідно розглянути таку важливу характеристику гравітаційного поля, як прискорення вільного падіння  $\bar{g}$ .

Ураховуючи, що гравітаційна сила  $\bar{F}_{ГР}$  є також силою тяжіння  $\bar{G}$ , що визначається за формулою  $\bar{G} = m\bar{g}$ , і порівнюючи  $\bar{F}_{ГР} = \bar{G}$ , отримаємо

$$\bar{g} = \frac{K}{(R_3 + h)^2}.$$

Прискорення сили тяжіння (вільного падіння) на поверхні Землі визначається для  $h=0$  залежністю

$$\bar{g}_0 = \frac{K}{R_3^2} = \frac{3,986 \cdot 10^{14}}{(6371 \cdot 10^3)^2} = 9,81 \text{ м/с}^2,$$

тоді  $\bar{g}$  для  $h=200$  км:

$$\bar{g}_{200} = \frac{3,986 \cdot 10^{14}}{((6371 + 200) \cdot 10^3)^2} = 9,24 \text{ м/с}^2.$$

Отже, при збільшенні відстані від поверхні Землі значення прискорення сили тяжіння зменшується, що, у свою чергу, приводить до зменшення потрібного значення колової швидкості.

## 2.2.2 Еліптична траєкторія

Еліптична траєкторія (орбіта) в прямокутній системі координат  $oxy$  показана на рис. 2.8.

Точка  $O$  називається центром еліпса і збігається з початком координат.

Точки  $A, B, C, D$  називають вершинами еліпса.

Відрізок  $AB$  довжиною  $2a$  має назву великої осі еліпса ( $a$  – велика напіввісь).

Відрізок  $CD$  довжиною  $2b$  називають малою віссю еліпса ( $b$  – мала напіввісь). Точки  $F$  і  $F_1$ , розміщені на великій осі еліпса на відстані ( $c$ ) від його центра, називають фокусами еліпса.

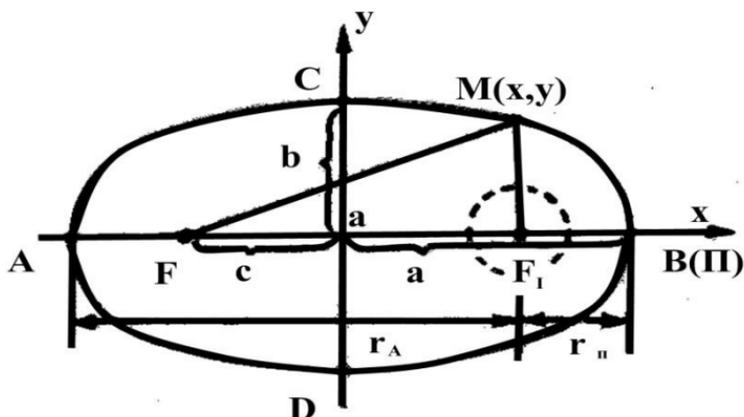


Рисунок 2.8 – Еліптична траєкторія

Якщо з'єднати будь-яку точку  $M$  на поверхні еліпса з його фокусами, то сума відстаней  $FM$  та  $F_1M$  для будь-якого положення точки  $M$  буде мати одне і те саме значення ( $2a$  – довжина великої осі).

Відношення половини фокусної відстані ( $c$ ) до великої напівосі ( $a$ ) називають ексцентриситетом еліпса:

$$e = \frac{c}{a}. \quad (2.16)$$

Ексцентриситет еліпса вказує на ступінь його відхилення від кола. Так, наприклад, якщо  $e=0$ , то і  $c=0$  (фокуси  $F$  і  $F_1$  зберігається з центром еліпса і траєкторія стає коловою). Виходячи з цього, траєкторію кола можна розглядати як частковий випадок еліпса з ексцентриситетом, що дорівнює нулю.

Уявимо, що у фокусі  $F_1$  (рис. 2.8) еліптичної орбіти знаходиться центр тяжіння (центр Землі). У цьому випадку лінію, що проходить через вершини  $A$  та  $B$ , називають лінією апсид, визначені вершини – апсидами, причому апсиду  $B$ , яка найменш віддалена від центра Землі, називають пе-

**ригесм**, а апсиду  $A$ , що більше віддалена від центра тяжіння, – **апогесм**.

Залежно від величини швидкості ракети у точці вимкнення ракетного двигуна розглядають два випадки еліптичної траєкторії:

– перший – при ( $\bar{V}_P < \bar{V}_{K1}$ ) – еліптична траєкторія, яка уривається при зустрічі ракети з Землею. Один із фокусів такого еліпса  $F$  (рис. 2.6) знаходиться у центрі мас Землі, другий фокус не має фізичного значення, ;

– другий – при ( $\bar{V}_{K1} < \bar{V}_P < \bar{V}_{K2}$ ) – еліптична траєкторія, яка не уривається Землею (еліптична орбіта, рис. 2.6).

### 2.2.3 Параболічна траєкторія

Еліптична орбіта, що має апогей у нескінченності, вже не є еліпсом. Рухаючись по цій траєкторії, ракета нескінченно віддаляється від центра тяжіння та описує розімкнуту лінію – параболу.

Для реалізації параболічної траєкторії необхідна така швидкість  $\bar{V}_{K2}$ , яка зможе забезпечити подолання сили земного тяжіння. Цю швидкість називають **другою космічною швидкістю**, або швидкістю звільнення. Другу космічну швидкість  $\bar{V}_{K2}$  можна отримати, якщо зрівняти потенціальну і кінетичну енергію ракети в точці вимкнення двигуна ракети. Потенціальну енергію вимірюють роботою, яку здійснюють потенціальні сили (у нашому випадку гравітаційні сили), що діють на ракету при переміщенні її із однієї точки простору в іншу, де значення потенціальної енергії  $E_{II}$  умовно дорівнює нулю:

$$E_{II} = \bar{F}_{ГP} r , \quad (2.17)$$

$$\text{або } E_{II} = f \frac{mM}{r} . \quad (2.18)$$

Кінетичну енергію визначають так:

$$E_K = \frac{m\bar{V}^2}{2}. \quad (2.19)$$

Якщо кінетичну та потенціальну енергію ракети зрівняти:  $E_K = E_{II}$ , тоді знайдемо другу космічну швидкість:

$$\bar{V}_{K2} = \sqrt{2}\bar{V}_{K1}. \quad (2.20)$$

З формули (2.20) видно, що друга космічна швидкість в  $\sqrt{2}$  разів більша від першої. З такою швидкістю ракета буде рухатися по параболі і ніколи не повернеться до центра тяжіння.

Неважко розрахувати значення першої та другої космічної швидкостей для будь-якого тіла Сонячної системи. Для здійснення таких розрахунків необхідно знати гравітаційний параметр  $K$  та розміри цього небесного тіла.

## 2.2.4 Гіперболічна траєкторія

Якщо швидкість тіла перевищує значення  $\bar{V}_{K2}$ , тобто коли  $\bar{V}_P > \bar{V}_{K2}$ , траєкторія має вид гіперболи (траєкторія 4 рис. 2.6).

На великій відстані від центра тяжіння гіперболічну траєкторію можна брати за прямолінійну.

## 2.3 Формула Ціолковського щодо ідеальної швидкості руху ракети

К. Е. Ціолковський своєю відомою формулою для ідеальної швидкості ракети відповів на запитання: за допомогою яких технічних пристроїв можливе досягнення космічних швидкостей і виведення корисного вантажу (бойової частини) на будь-яку із розглянутих траєкторій.

Ідеальною швидкістю (швидкістю Ціолковського  $\bar{V}_C$ ) називають максимальну швидкість, яку може отримати ракета, що здійснює вертикальний політ у безповітряному просторі, за відсутності сили тяжіння після повної витрати ракетного палива.

Ціолковський отримав формулу визначення ідеальної швидкості, скориставшись рівнянням Мещерського, для поступального руху тіл змінної маси:

$$m\bar{a} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i + \bar{P} . \quad (2.21)$$

Ураховуючи, яким чином визначена ідеальна швидкість (при ідеальних умовах), рівняння Мещерського без урахування  $\sum_{i=1}^n \bar{F}_i$  набуде такого вигляду:

$$m\bar{a} = \bar{P} , \quad (2.22)$$

де  $\bar{P}$  – тяга ракетного двигуна.

У свою чергу, тяга реактивного двигуна визначається:

$$\bar{P} = \dot{m}I_{r\dot{\delta}} , \quad (2.23)$$

де  $I_{r\dot{\delta}}$  – питомий імпульс тяги [м/с];  $\dot{m} = -\frac{dm}{dt}$  – масова витрата палива [кг/с]. Знак «мінус» вказує на те, що з часом унаслідок роботи двигуна маса ракети зменшується.

Розглянемо початкові та кінцеві умови польоту, а також деякі характеристики самої ракети, у тому числі й конструктивні (рис. 2.9).

Сучасна ракета складається з тисяч деталей, кожна з яких виконує свою специфічну роль. Але з точки зору механіки розгону ракети до необхідної швидкості всю початкову масу  $m_0$  ракети можна поділити на дві частини (рис. 2.9):

- маса робочого тіла  $m_f$  (маса палива);
- кінцева маса  $m_k$  (маса конструкції), що залишається після витрати робочого тіла.

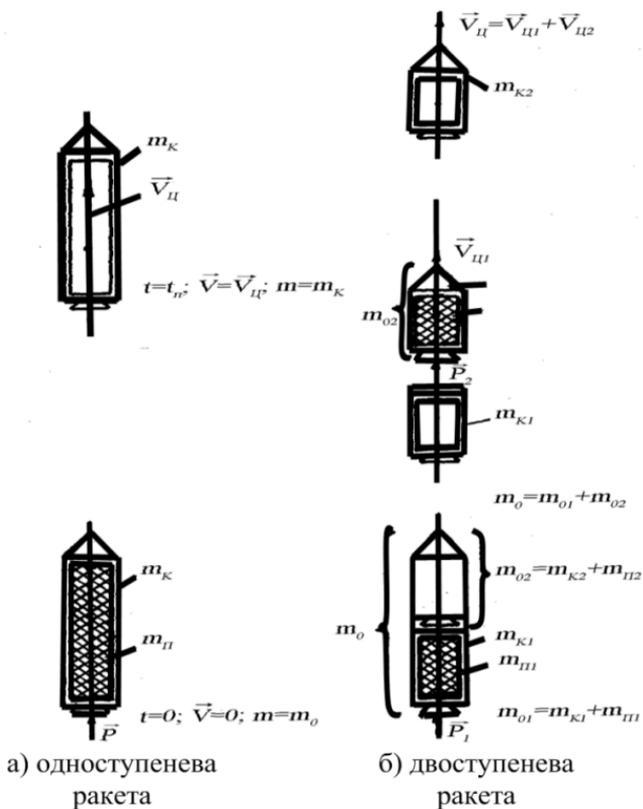


Рисунок 2.9 – Схема конструкції одноступеневої і двоступеневої ракети

Кінцеву масу  $m_k$  часто називають «суха маса», тому що робоче тіло у більшості випадків є рідинним паливом.

У початковий момент польоту при  $t=0$  швидкість ракети  $\bar{V} = 0$ , а стартова маса  $m_0 = m_k + m_f$  (рис. 2.9 а).

Відношення  $\left( \frac{m_0}{m_k} = Z \right)$  називають числом Ціолковського.

Цю залежність використовують для визначення швидкісних можливостей ракети.

Наприкінці польоту ракети при  $t = t_{II}$  після повної витрати палива швидкість ракети стане максимально можливою (ідеальною)  $\bar{V}_{II}$ , а маса ракети буде складатися тільки з маси конструкції ракети  $m_k$ .

З урахуванням цього рівняння (2.20) запишемо у вигляді диференціального рівняння

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = - \frac{dm}{dt} I_{r \rightarrow \delta}, \quad (2.24)$$

де  $\frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{a}$ .

Після скорочення правої та лівої частини рівняння на  $dt$  та перенесення  $m$  до правої частини рівняння отримаємо:

$$d\bar{V} = -I_{r \rightarrow \delta} \frac{dm}{m}. \quad (2.25)$$

Інтегруючи отримане рівняння у межах швидкості від 0 до  $\bar{V}_{II}$ , а масу від  $m_0$  до  $m_k$ , отримаємо залежність для визначення ідеальної швидкості (швидкості Ціолковського) одноступеневої ракети:

$$\bar{V}_{\dot{\delta}} = I_{\dot{\delta}} \ln \frac{1}{1 - \mu_k}, \quad (2.26)$$

де  $\mu_k = \frac{m_{II}}{m_0}$  – коефіцієнт наповнення ракети паливом.

Із аналізу формули Ціолковського можна зробити висновки, що ідеальна швидкість залежить від енергетичної та конструктивної досконалості двигуна ( $I_{\dot{\delta}}$ ) і конструктивної досконалості ракети ( $\mu_k$ ). Незважаючи на те що формула (2.26) дає приблизне значення швидкості, вона дозволяє проводити дослідження шляхів збільшення швидкості і відповідно дальності польоту ракети. Із рівняння (2.26) видно, що найбільша (ідеальна) швидкість польоту ракети досягається значеннями питомого імпульсу тяги  $I_{\dot{\delta}}$  і коефіцієнта наповнення ракети паливом. При цьому зміна питомого імпульсу тяги більше впливає на величину швидкості ракети порівняно зі зміною коефіцієнта наповнення ракети паливом. Ось чому при розробленні ракет у першу чергу намагаються збільшити  $I_{\dot{\delta}}$  ракетного двигуна. При збільшенні кількості палива в ракеті, збільшуються її розміри і маса, що призводить до суттєвих економічних затрат і ускладнення умов експлуатації (збереження) ракети.

Для одноступеневих ракет коефіцієнт наповнення ракети паливом знаходиться у межах 0,8 – 0,92 і фізично означає, що одноступенева ракета на 80 – 92 % складається із палива.

За допомогою формули Ціолковського є можливість розрахувати ідеальну швидкість ракети, а дійсна швидкість внаслідок дії сили тяжіння і опору повітря (гравітаційних та аеродинамічних сил) буде менше на величину  $\Delta \bar{V}_{ВИТР}$  :

$$\bar{V}_P = I_{\tau \dot{\delta}} \ln \frac{1}{1 - \mu_k} - \Delta \bar{V}_{\hat{A} \hat{E} \dot{\delta} \mathcal{D}}, \quad (2.27)$$

де  $\Delta \bar{V}_{\text{ВІТР}}$  – сумарне зниження швидкості внаслідок дії гравітаційних та аеродинамічних сил.

Для одноступеневих ракет зниження швидкості становить 18–25 % від ідеальної швидкості, тобто:

$$\Delta \bar{V}_{\hat{A} \hat{E} \dot{\delta} \mathcal{D}} = (0,18 - 0,25) \bar{V}_{\dot{\delta}}.$$

На даному етапі розвитку ракетної техніки досягти космічних швидкостей за допомогою одноступеневих ракет практично неможливо. Тому для вирішення цього питання використовують багатоступеневі ракети (ракетні потяги). До визначеного часу працює 1-ша ступінь ракети, потім вона відокремлюється (відбувається відокремлення зайвої маси конструкції) та починає працювати друга ступінь (рис. 2.9 б).

Швидкість польоту багатоступеневої ракети складається зі швидкостей окремих ступенів:

$$\bar{V}_{U_{1,2}} = \bar{V}_{U_1} + \bar{V}_{U_2}. \quad (2.28)$$

Із цієї залежності можна отримати формулу для визначення швидкості багатоступеневої ракети з урахуванням зменшення швидкості на політ в атмосфері та подолання сили тяжіння (дійсну швидкість багатоступеневої ракети):

$$\bar{V}_P = \sum_{i=1}^{i=n} I_{\tau \dot{\delta}} \ln \frac{1}{1 - \mu_k} - \Delta \bar{V}_{\hat{A} \hat{E} \dot{\delta} \mathcal{D}} \quad (2.29)$$

Якщо на кожній ступені багатоступеневої (двоступеневої) ракети встановлено двигуни з однаковими енергетичними характеристиками, то в цьому випадку формулу (2.29) можемо переписати таким чином:

$$\bar{V}_P = I_{\tau \dot{\delta}} \ln \frac{1}{(1 - \mu_{k1})(1 - \mu_{k2})} - \Delta \bar{V}_{\hat{A} \hat{E} \dot{\delta} \mathcal{D}}. \quad (2.30)$$

## 2.4 Загальні відомості щодо траєкторії польоту балістичної ракети

Основною умовою щодо руху ракет у плоско-паралельному полі тяжіння є два припущення:

– перше – поверхня Землі в межах траєкторії збігається з площиною горизонту у точці старту (не враховується кривизна Землі);

– друге – прискорення сили тяжіння  $\vec{g}$  у будь-якій точці цієї траєкторії, постійне за величиною і напрямком та спрямоване паралельно вертикалі точки старту (рис. 2.10).

Як приклад траєкторії польоту у ППТ розглянемо траєкторію польоту балістичної ракети.

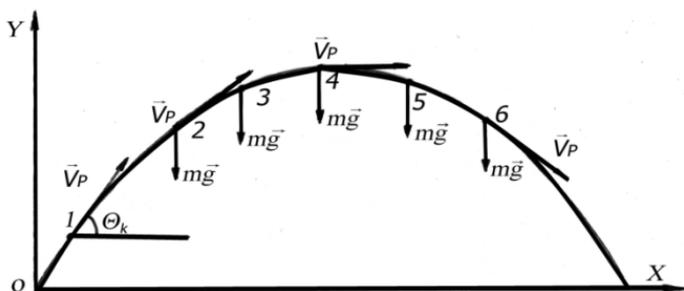


Рисунок 2.10 – Балістична траєкторія

**Балістична траєкторія** – це траєкторія польоту, рух по якій здійснюється тільки під дією сили тяжіння.

Саме слово «балістика» походить з грецької мови та співзвучне слову – «ballo» – кидаю. Від цього слова походить назва перших металевих пристроїв – балісти.

За допомогою цих пристроїв здійснювалося метання за стіни добре захищених фортець – каміння, дерев'яних колед та бочок з горючою сумішшю.

Балістика – це наука, яка вивчає закони руху ракет та артилерійських снарядів. Розрізняють поняття внутрішньої та зовнішньої балістики.

**Внутрішня балістика** розглядає, як правило, рух артилерійських снарядів у каналі ствола гармати.

**Зовнішня балістика** займається вивченням польоту ракет та снарядів після припинення їх силової взаємодії з пусковою установкою (гарматою).

Балістична ракета – це літальний апарат, який частину свого шляху проходить по балістичній траєкторії. Траєкторія польоту балістичної ракети з моменту старту до моменту зустрічі з ціллю завжди поділяється на дві ділянки (рис. 2.11):

- активна ділянка траєкторії;
- пасивна ділянка траєкторії.

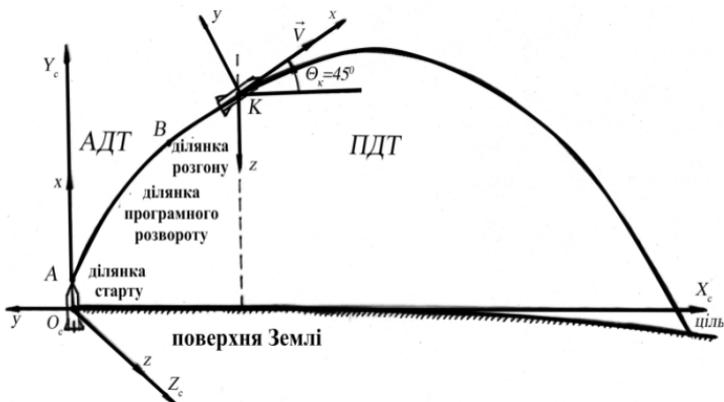


Рисунок 2.11 – Траєкторія польоту балістичної ракети

**Активна ділянка траєкторії** – це ділянка траєкторії, на якій ракета рухається за рахунок сили тяги, що утворюється її двигуном. Ракета на цій ділянці рухається з прискоренням та накопичує кінетичну енергію.

У кінці цієї ділянки центр мас ракети знаходиться у тій точці простору  $K(x, y, z)$  і має таке значення величини та напрямку вектора швидкості  $\bar{V}_K(\bar{V}_x, \bar{V}_y, \bar{V}_z)$ , при яких траєкторія ракети буде проходити через ціль.

Зазвичай активну ділянку траєкторії можливо поділити на три частини:

- ділянка старту ( $OA$ );
- ділянка програмного розвороту ( $AB$ );
- ділянка розгону ( $BK$ ).

Зі стартового пристрою (пускової установки), координати якого повинні бути точно відомі, ракета прямує вертикально вгору (чи під деяким кутом до площини горизонту) – ділянка  $OA$ . Вертикальний старт ракет обумовлений рядом причин:

- по-перше, він дозволяє ракеті пройти найбільш щільні шари атмосфери по коротшому шляху з відносно малою швидкістю, що зводить до мінімуму аеродинамічний опір і нагрівання ракети та робить ракету більш стійкою;

- по-друге, при вертикальному старті зменшуються вимоги до жорсткості корпусу ракети у поперечному напрямку, що дає можливість зменшити загальну масу ракети;

- по-третє, вертикальний старт дозволяє використовувати найбільш прості у конструктивному відношенні пускові установки.

Після вертикального старту з досягненням ракетою визначеної висоти (точка « $A$ » рис. 2.11) ракета починає відхилятися у бік цілі. За цей час кут між вектором швидкості ракети та його проекцією на площину стартового горизонту (кут кидання  $\theta$ ) змінюється від  $90^0$  до розрахункового (кінцевого) значення  $\theta_K$  у точці « $K$ ».

Ділянка  $AB$  забезпечує заданий розворот ракети у бік цілі. На цій ділянці продовжує збільшуватися швидкість

ракети внаслідок збільшення висоти польоту та за рахунок зменшення сили тяжіння і аеродинамічних сил.

На відріжку  $BK$  кут  $\theta$  є постійним, але продовжує збільшуватися швидкість ракети. У різних точках цієї ділянки залежно від потрібного (програмного) значення швидкості ракети, яка забезпечує визначену дальність пуску, відбувається вимкнення ракетного двигуна.

**Пасивна ділянка траєкторії** – це ділянка вільного польоту ракети (з вимкнутим двигуном) за рахунок накопиченої на АДТ кінетичної енергії.

Точку, що поділяє АДТ та ПДТ, називають **граничною точкою**. Для польоту ракети на задану дальність ця точка повинна займати визначене місце у просторі  $(x, y, z)$ , рухаючись з якого по траєкторії вільного падіння ракета потрапить у ціль, при заданому за величиною та напрямком значенні вектора швидкості  $\bar{V}_k$ .

Основними характеристиками (елементами) балістичної траєкторії польоту є:

- дальність польоту ракети ( $L$ );
- висота траєкторії ( $H$ );
- час польоту ( $t_n$ );
- кут кидання ( $\theta$ ).

Ці характеристики балістичної траєкторії розраховують за такими аналітичними залежностями:

$$L = \frac{\bar{V}_0^2 \sin 2\theta}{\bar{g}}; \quad (2.31)$$

$$H = \frac{\bar{V}_0^2 \sin^2 \theta}{2g}; \quad (2.32)$$

$$t_n = \frac{2\bar{V}_0 \sin \theta}{\bar{g}}. \quad (2.33)$$

Із залежностей (2.31; 2.32; 2.33) бачимо присутність кута кидання  $\theta$ , який впливає на дальність польоту, висоту

траєкторії і час польоту ракети. Тому визначення його оптимальної величини, яка б забезпечувала максимальну дальність польоту, є актуальним. На практиці проводяться дослідження дальності польоту на екстремум. У результаті таких досліджень отримано  $\Theta_{OPT} = 45^{\circ}$ .

Кут кидання  $\Theta_{OPT}$ , при якому досягається максимальна дальність польоту ракети  $L_{MAX}$ , називається **оптимальним кутом кидання**, а відповідна траєкторія – оптимальною траєкторією польоту балістичної ракети.

Ураховуючи це, формула для визначення максимальної дальності польоту (при  $\Theta_{OPT}$ ) набуде такого вигляду:

$$L_{MAX} = \frac{\bar{V}^2}{g}. \quad (2.34)$$

Необхідно відмітити, що дані висновки стосовно оптимального кута кидання ракети, який забезпечує оптимальну траєкторію польоту, дійсні тільки для параболічної теорії руху. Для еліптичної теорії оптимальні кути кидання будуть іншими (меншими).

## **Питання для повторення та самоконтролю**

1. Види прискорення при криволінійному русі матеріальної точки.
2. Яким чином здійснюється рух ракети?
3. Які зовнішні чинники впливають на рух ракети?
4. Швидкості польоту ракет та умови їх застосування.
5. Формула визначення ідеальної швидкості ракети.
6. Задачі для розв'язання зовнішньої балістики.
7. Основні елементи траєкторії польоту балістичних ракет.
8. Аналітичні залежності, що описують основні характеристики балістичної траєкторії.

## Розділ 3

### СИСТЕМИ КООРДИНАТ, ЩО ОПИСУЮТЬ РУХ РАКЕТ

Вплив середовища на тіло, що в ньому рухається, зводиться до появи на його поверхні безперервно розподілених сил нормального тиску, а також дотичної напруги, обумовлених в'язкістю середовища. Для зручності проведення розрахунків усі ці сили приводяться до одного вектора сили та вектора моменту, які отримали назви **головний вектор сили**  $\vec{F}$  і **головний вектор моменту**  $\vec{M}$  цих сил відносно визначеної точки прикладення. Причому такою точкою може бути довільно вибрана точка літального апарата чи іншого тіла, наприклад, центр тяжіння, вістря носка і тому подібне. В інженерній практиці оперують не з векторами  $\vec{F}$  і  $\vec{M}$ , а з їх проекціями на осі вибраної системи координат.

#### **3.1 Загальна характеристика систем координат, що використовуються для опису просторового руху ракет**

Для вивчення руху ЛА та визначення його положення у просторі необхідно у кожний момент часу знати не тільки координати його ЦМ як матеріальної точки з масою, що дорівнює масі ракети, але і його орієнтацію відносно ЦМ. Для розв'язання цих задач у теорії польоту використовують різні системи координат.

Взагалі під **системою координат** розуміють сукупність ліній та площин, орієнтованих певним чином у просторі, відносно яких визначають місцезнаходження ЛА та його кутове положення.

Координатами називають **кутові або лінійні величини, які визначають стан ЛА на будь-якій поверхні чи у просторі.**

У цілому вибір системи координат визначається декількома **факторами**, основними з яких є:

- область польоту літального апарата (навколоземні польоти, міжпланетні польоти тощо);
- потрібна точність управління польотом та можливості обчислювальних засобів;
- клас системи управління ЛА;
- наочність відображення траєкторії руху ЛА.

Під час вирішення складних задач теорії польоту можуть одночасно використовуватися декілька систем координат. Так, під час вибору системи відліку щодо управління рухом ЛА навколо його ЦМ виходять з того, що кутове положення ЛА можна задати (визначити) за допомогою двох систем координат: **базової системи координат** та системи координат, що безпосередньо зв'язана з ЛА.

**Базова система координат** – це загальна назва **опорних систем відліку, яку «запам'ятовує» система управління ракети в момент її старту.** Вибір базової системи координат визначається типом ЛА та часом його перебування у польоті.

Під час проведення розрахунків польоту, залежно від того, яким методом вирішується поставлене завдання, можуть бути застосовані **прямокутні, криволінійні, сферичні або циліндричні системи відліку.** Взагалі всі системи координат класифікуються за місцезнаходженням їх початку та орієнтацією їх осей у просторі.

У теорії польоту системи координат, за допомогою яких описується просторовий рух ЛА, можна розподілити на дві великі групи:

- **перша** – системи координат, що описують рух ЦМ ЛА;

– **друга** – системи координат, що описують рух навколо ЦМ ЛА.

### 3.2 Системи координат, що використовуються для опису руху центра мас ракети

Системи координат, що використовуються для опису руху ЦМ ракети, можна розподілити на:

- системи координат, зв'язані з Землею;
- системи координат, не зв'язані з Землею та ЛА .

До системи координат, що зв'язані з Землею, відносять системи координат, що мають свій початок, або у ЦМ Землі, або у деякій іншій точці на поверхні Землі.

Системи координат, що зв'язані з Землею і початок яких сумісний з центром мас Землі, мають назву **геоцентричні** системи координат.

У свою чергу, **геоцентричні** системи координат поділяються на три групи:

- **перша** – геоцентрична прямокутна система координат;
- **друга** – геоцентрична плоска (полярна) система координат;
- **третя** – геоцентрична сферична система координат.

Системи координат, що зв'язані з Землею і початок яких знаходиться на поверхні Землі, отримали назву **топоцентричні** системи координат.

До останніх відносять:

- топоцентричну прямокутну (стартову);
- топоцентричну криволінійну;
- топоцентричну сферичну систему координат, до якої, у свою чергу, відносять – геодезичну і астрономічну системи координат.

До системи координат, які не зв'язані з Землею та ЛА, звертаються не так часто, як до попередніх, тому що ра-

кетна техніка ще не набула рівня, необхідного для їх поширеного застосування. До цих систем координат слід віднести **геліоцентричну** систему координат, початок якої сумісний з центром мас Сонця і за допомогою якої можна описувати рух ракет між планетами Сонячної системи, **систему координат з початком у центрі Галактики** та інші системи координат, за допомогою яких можливий опис руху літального апарата у міжгалактичному просторі.

**Геоцентричні** системи координат частіше за все використовують для розрахунку траєкторії польоту ракет із великою дальністю польоту.

Для прикладу розглянемо особливості геоцентричної абсолютної системи координат. Початок такої системи координат знаходиться у центрі мас Землі (рис. 3.1).

Вісь  $O_0Y_0$  збігається з віссю обертання Землі та спрямована на північ. Вісь  $O_0Z_0$  лежить у площині екватора та спрямована на точку весняного рівнодення.

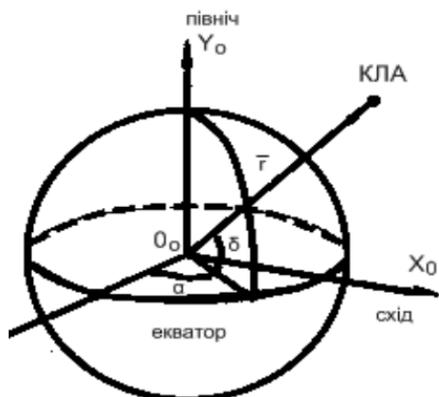


Рисунок 3.1 – Геоцентрична абсолютна система координат

Цю точку, рухаючись по екліптиці (шлях Сонця по небесній сфері) з південної півкулі у північну, щорічно перетинає Сонце.

Вісь  $O_0X_0$  перпендикулярна до осі  $O_0Y_0$  лежить в площині екватора та спрямована на схід. До цієї системи координат відносять такі полярні координати:

- $\alpha$  – **прямий схід** – кут, який відраховують від осі  $O_0X_0$  у площині екватора у напрямку на схід;
- $\delta$  – **схил** – кут, який відраховують від осі  $O_0X_0$  (площини екватора) на північ;
- $\bar{r}$  – **радіус-вектор** (відстань від ЦМ Землі до ЦМ ЛА).

Іноді на пасивній ділянці траєкторії для розв'язання деяких задач теорії польоту використовують геоцентричну плоску (полярну) систему координат (рис. 3.2), за допомогою якої вдається отримати кінцеві аналітичні залежності щодо розрахунку елементів траєкторії польоту для ракет великої дальності, не проводячи при цьому чисельне інтегрування.

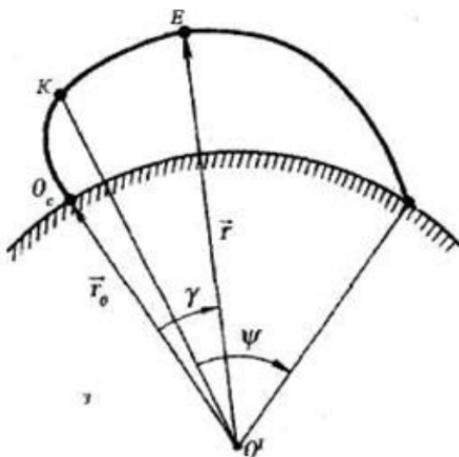


Рисунок 3.2 – Геоцентрична плоска (полярна) система координат

Початок **полярної** системи координат також знаходиться у центрі мас Землі. Радіус-вектор  $\vec{r}$  з'єднує початок системи координат з ЦМ ракети. Полярний кут  $\gamma$  відмічується від радіуса Землі  $R_z$  у точці старту в бік руху ЛА.

**Топоцентричні** системи відліку частіше за все використовують під час розрахунку руху ЛА на АДТ. Так, топоцентричну прямокутну **(стартову)** систему координат  $O_c X_c Y_c Z_c$  (рис. 3.3) найбільш часто використовують як базову систему відліку щодо програмного польоту ракет тактичного та оперативно-тактичного призначення. Осі стартової системи координат  $O_c X_c Y_c Z_c$  жорстко зв'язані з Землею та обертаються разом з нею.

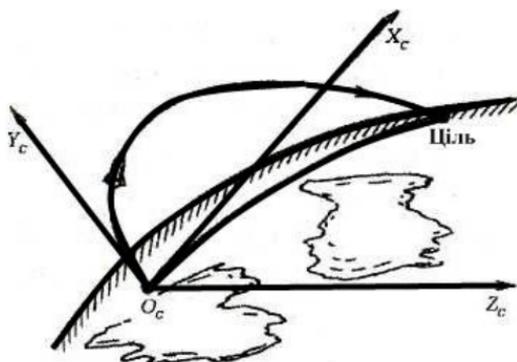


Рисунок. 3.3 – Топоцентрична прямокутна (стартова) система координат

Початок цієї системи координат, точка  $O_c$ , збігається з точкою старту літального апарата (центр маси ракети). Вісь  $O_c Y_c$  спрямована вертикально вгору від точки старту по лінії дії сили тяжіння.

Вісь  $O_c X_c$  орієнтована по дотичній до поверхні Землі в точці старту ракети у напрямку цілі та утворює з віссю  $O_c Y_c$  площину пуску (площину стрільби).

Вісь  $O_cZ_c$  перпендикулярна до площини пуску та доповнює осі  $O_cY_c$  і  $O_cX_c$  до правої системи координат. Площину, що утворюється віссю  $O_cX_c$  та віссю  $O_cZ_c$ , називають **площиною стартового горизонту**.

Стартову систему координат також можна буде вважати інерціальною системою відліку, якщо в момент старту ракети зафіксувати напрямки її осей у просторі, в іншому випадку вона не є абсолютною системою відліку, тому що бере участь у добовому обертанні Землі.

Іноді при розгляді руху ракет по траєкторіях, максимальна дальність яких більше за 50 км, може бути застосована **топоцентрична криволінійна (полярна) системи координат**. Початок цієї системи координат, точка  $O_k$ , також, як і у попередньому випадку, збігається з точкою старту ЛА (рис.3.4).

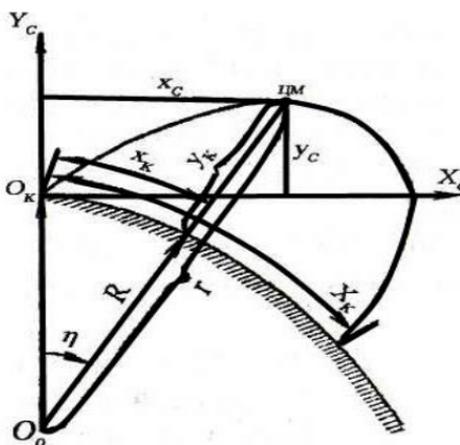


Рисунок 3.4 – Топоцентрична криволінійна (полярна) система координат

Вісь  $O_kX_k$  спрямована на ціль по дузі великого кола Землі, а координата  $y_k$  вимірюється від поверхні Землі до центра

мас ракети по лінії, яка з'єднує його з центром мас Землі  $O_0$ . На рис. 3.4 топоцентрична криволінійна система координат відображена відносно осей топоцентричної прямокутної (стартової) системи координат.

Деякі завдання теорії польоту, пов'язані з оцінкою розсіювання точок падіння головних частин, а також із завданням орієнтирних напрямків та для опису гравітаційного поля Землі вирішують за допомогою **геодезичної** та **астрономічної** систем координат. Основу геодезичної системи координат (напрямок її вертикальної осі  $O_T Y_T$ ) складає нормаль до поверхні **земного еліпсоїда** у точці старту ракети. Основу астрономічної системи координат та напрямок її вертикальної осі складає напрямок прямовисної лінії у точці старту. Ці системи координат також не абсолютні системи відліку, тому що вони беруть участь у добовому обертанні Землі.

### 3.3 Системи координат, що використовуються для опису руху навколо центра мас ЛА

Системи координат, що описують рух навколо ЦМ ЛА, розподіляють на дві підгрупи:

- **перша** – системи координат, що жорстко зв'язані з ЛА;
- **друга** – системи координат, що напівзв'язані з ЛА.

До першої підгрупи систем координат, які характеризуються жорстким зв'язком з характерними елементами конструкції ЛА, відносять **зв'язану** систему координат, а до системи **координат що напівзв'язані з ЛА, швидкісну**(поточну), **нормальну, гіроскопічну** (програмну) та деякі інші системи відліку.

Орієнтація більшості систем координат, за допомогою яких описується рух ЛА, може бути постійною за весь час його польоту або змінюватися за заданим законом. Так, системи координат, які своїм початком зв'язані з

Землею, можуть брати участь у її добовому обертанні або зберігати орієнтацію своїх осей незмінною в інерціальному просторі. Ця «незмінна» орієнтація систем координат теж відносна, тому що Земля, крім добового обертання навколо своєї осі, ще й рухається навколо Сонця, а також бере участь у русі сонячної системи у світовому просторі. Але враховуючи те що час польоту ракети набагато менший за повний період оберту Землі навколо Сонця, на інтервалі часу польоту ракети рух ЦМ Землі можна взяти як рівномірний та прямолінійний. Відповідно до цього деякі системи координат, що зв'язані з центром мас Землі і не беруть участі у її добовому обертанні, беруть як **інерціальні** (абсолютні) системи координат. Відповідний рух літального апарата також вважається **абсолютним**.

Системи координат, які жорстко зв'язані з Землею і беруть участь у її добовому обертанні, відносять до **неінерціальних** (відносних) систем відліку. Рух літального апарата, що вони описують, називають **відносним рухом**.

Інерціальні системи відліку частіше за все використовуються під час моделювання та аналізу руху ЛА з автономною системою управління, яка зазвичай будується на базі гіроскопічних приладів. Гіроскопічні прилади (триступеневі гіроскопи, гіростабілізатори), що використовуються у таких системах управління, утворюють на ракеті опорні напрямки та площини, орієнтація яких відносно зірок лишається незмінною за весь час польоту.

Неінерціальні системи відліку зазвичай використовують під час дослідження руху ЛА з невеликою дальністю польоту, на керованих по радіо ЛА, а також для визначення точок падіння бойових частин ракет. Необхідно також відмітити, що під час розрахунку руху ЛА користуються, як правило, тією системою координат, матема-

тичні моделі руху у якій мають найбільш простий, зрозумілий та зручний вигляд.

Система координат  $OXYZ$ , яка жорстко зв'язана з характерними елементами конструкції ЛА і переміщується разом з ним, має назву **зв'язаної системи координат**. Це прямокутна права система координат, нерухома відносно літального апарата.

Початок зв'язаної системи координат збігається з центром мас ракети, а осі спрямовані вздовж характерних елементів її конструкції (рис. 3.5).

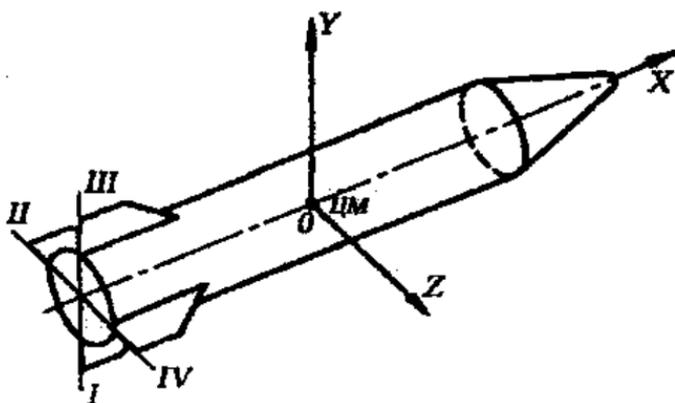


Рисунок 3.5 – Зв'язана система координат

Тут вісь  $OX$  спрямована вздовж головної осі ЛА у бік його головної частини і називається **повздовжньою віссю ЛА**;

– вісь  $OY$  паралельна площині рулів I-III, спрямована в бік III руля (стабілізатора) і має назву **нормальної осі ЛА**;

– вісь  $OZ$  паралельна площині рулів II-IV, спрямована в бік IV руля і має назву **бокової осі ЛА**.

Площина, що утворюється віссю  $OX$  та  $OY$  зв'язаної СК, називається **головною площиною симетрії ЛА**.

На деяких типах ракет для поліпшення їх статичної стійкості в районі хвостового відсіку розміщуються чотири аеродинамічних стабілізатори. Нумерують стабілізатори також, як і рулі, за годинниковою стрілкою (якщо дивитися з боку хвостового відсіку ракети). Причому перший стабілізатор ракети на стартовій позиції спрямований у бік цілі, а під час польоту – до Землі. Головна площина симетрії ракети орієнтована за I–III стабілізатором.

Зв'язану систему координат зазвичай використовують для вивчення руху ЛА відносно його ЦМ, а також для визначення його положення в просторі, як тіла з кінцевими розмірами.

**Швидкісна** система координат  $O_v X_v Y_v Z_v$  належить до напівзв'язаних систем координат, являє собою прямокутну праву систему відліку, за допомогою якої визначають траєкторію польоту ЛА, при дії на нього аеродинамічних сил у щільних шарах атмосфери. На практиці вважають, що початок швидкісної системи координат збігається з ЦМ ЛА (рис. 3.6).

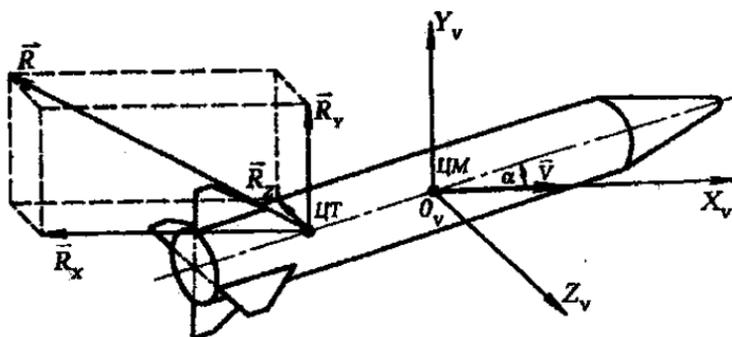


Рисунок 3.6 – Швидкісна система координат

Реально початок цієї системи координат знаходиться у центрі тиску ЛА, а напрям її осей збігається з напрямом складових повної аеродинамічної сили:

- вісь  $O_V X_V$  — спрямована вздовж вектора швидкості ракети, протилежна за напрямом силі лобового опору  $\overline{R_X}$ , та має назву швидкісна вісь;

- вісь  $O_V Y_V$  — знаходиться у площині головної симетрії ЛА, спрямована по нормалі до траєкторії руху ЛА і називається вісь підйімальної сили.

- вісь  $O_V Z_V$  — перпендикулярна до попередніх осей, доповнює дану СК до правої системи відліку та має назву бокова вісь.

Розкладення повної аеродинамічної сили на складові за допомогою швидкісної СК є дуже зручним щодо розуміння механіки польоту ЛА. Проекція основних сил, що діють на ЛА в польоті на швидкісну вісь  $O_V X_V$ , визначає саме ті сили, що впливають на швидкість ракети, а проекція визначених сил на вісь підйімальної сили  $O_V Y_V$  та на бокову вісь  $O_V Z_V$  — визначає їх вплив на швидкість ракети у двох взаємно перпендикулярних площинах, що утворюються цими осями.

**Нормальна** система координат  $O_N X_N Y_N Z_N$  — це теж прямокутна права система відліку, напівв'язана з літальним апаратом з початком у його центрі мас (рис. 3.7).

Цю систему координат зазвичай використовують для опису просторового руху космічних літальних апаратів та ракет з великою дальністю польоту.

Вісь  $O_N Y_N$  спрямована за радіусам-вектором  $\vec{r}$ , що з'єднує ЦМ Землі з ЦМ ЛА.

Вісь  $O_N X_N$  спрямована по нормалі до площини орбіти КЛА (площини стрільби ракети).

Вісь  $O_N Z_N$  доповнює дану систему координат до правої системи відліку.

**Гіроскопічна** система координат – це прямокутна права система відліку, що будується на борту ракети її системою управління та має початок у ЦМ ЛА.

Осі цієї системи координат перед стартом ракети орієнтують відносно стартової системи координат або іншої

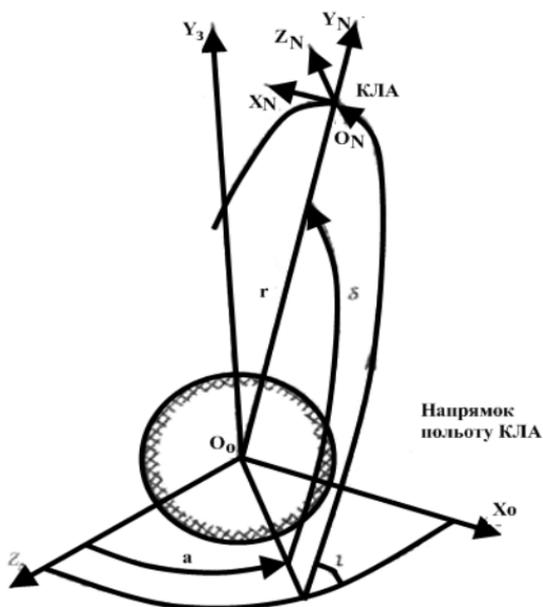


Рисунок 3.7 – Нормальна система координат

базової системи координат, орієнтація якої зберігається протягом усього польоту з великою точністю завдяки гіроскопічним приладам системи управління.

### 3.4 Взаємна орієнтація основних систем координат

Величина і напрямок дії сил і моментів залежать при даній швидкості руху від положення літального апарата відносно вектора швидкості польоту або, якщо розглядати

спрямований рух, відносно напрямку набігаючого потоку  $\bar{V}_\infty$ . Тобто величина і напрям дії сил і моментів залежать від взаємного розміщення систем координат, зв'язаних з потоком і тілом.

Зв'язок між стартовою СК  $O_c X_c Y_c Z_c$  та системою, що жорстко зв'язана з літальним апаратом  $OXYZ$ , визначають три кути взаємної орієнтації (рис. 3.8):

- кут тангажу;
- кут ристання;
- кут крену (обертання).

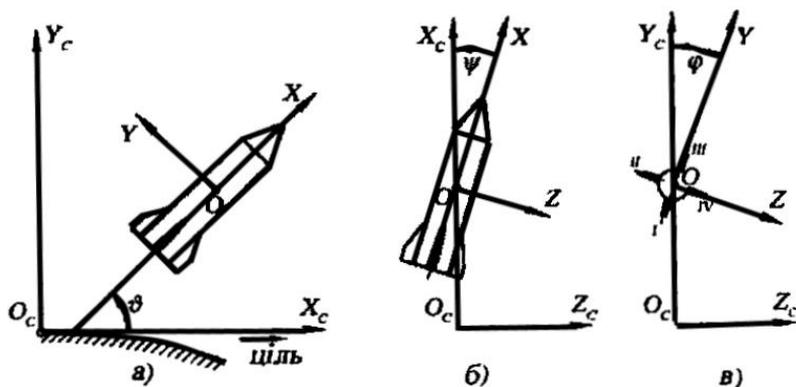


Рисунок 3.8 – Кути взаємної орієнтації

**Кутом тангажу**  $\vartheta$  називається кут між повздовжньою віссю ракети  $OX$  та її проекцією на площині) стартового горизонту, що утворена віссю  $O_c X_c$  та  $O_c Z_c$  стартової СК. За додатний напрям відліку кута тангажу беруть напрям проти ходу годинникової стрілки від осі  $O_c X_c$ , якщо дивитися з додатного напрямку осі  $O_c Z_c$  (рис. 3.8 а)

У теорії польоту існує таке поняття, як **програмний політ**, який передбачає запрограмовану зміну кута тангажу ракети на АДТ відповідно з програмою польоту. Так, для

ракет з вертикальним стартом кут тангажу у момент її старту дорівнює  $90^\circ$ . Потім після виконання ракетою програмного розвороту у бік цілі до моменту вимкнення її двигуна цей кут буде мати значення, близьке до оптимального  $\sim 45^\circ$ .

**Кутом рискання**  $\psi$  називається кут між повздовжньою віссю ракети  $OX$  та проекцією цієї осі на площину пуску (стрільби), що утворюється віссю  $O_cX_c$  та  $O_cY_c$  стартової системи координат. За додатний напрям відліку кута рискання беруть напрям проти ходу годинникової стрілки від осі  $O_cX_c$ , якщо дивитися з додатного напрямку осі  $O_cY_c$ . Тобто якщо ракета повернеться праворуч відносно площини пуску, то вважають, що вона рухається з від'ємним кутом рискання (рис. 3.8 б). І навпаки, якщо ракета повернеться ліворуч відносно площини пуску, то кут рискання – додатний.

**Кутом крену**  $\varphi$  називається кут між нормальною віссю  $OY$  ракети та проекцією цієї осі на площину пуску. Кут  $\varphi$  вважається додатним, якщо ракета відносно своєї повздовжньої осі повернулася проти годинникової стрілки, якщо дивитися з додатного напрямку осі  $O_cX_c$ , тобто з боку головної частини ракети (рис. 3.8 в).

Взаємний зв'язок між зв'язаною системою відліку  $OXYZ$  та швидкісною системою координат  $O_vX_vY_vZ_v$  визначають два кути взаємної орієнтації:

- кут атаки;
- кут ковзання.

**Кутом атаки**  $a$  називається кут між проекцією вектора швидкості на площину симетрії ракети  $OXY$  та повздовжньою віссю  $OX$  ракети (рис. 3.9).

Кут атаки вважається додатним, якщо повздовжня вісь ракети  $OX$  лежить вище за проекцію вектора швидкості  $\vec{V}$  на головну площину симетрії ЛА.

**Кутом ковзання**  $\beta$  називається кут між проекцією вектора швидкості на площину симетрії ракети  $OXY$  та вектором швидкості (рис. 3.9).

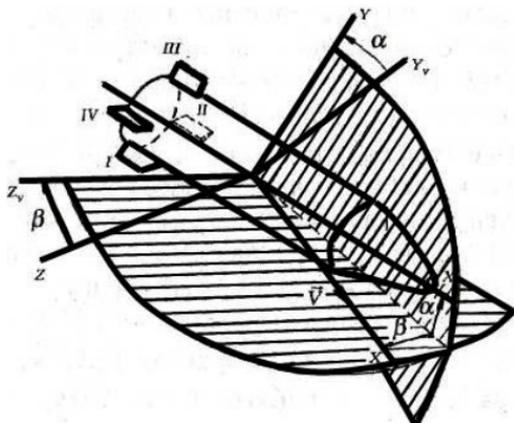


Рисунок 3.9 – Кути атаки і ковзання

Кут ковзання вважають додатним, якщо вектор швидкості лежить праворуч від головної площини симетрії ЛА.

Положення вектора швидкості ракети відносно стартової системи координат визначається кутом кидання.

**Кутом кидання**  $\theta$  називається кут, між проекцією вектора швидкості на головну площину симетрії ракети  $OXY$  та лінією стартового горизонту, яка збігається з віссю  $O_cX_c$  стартової СК. Для ракет великої дальності польоту ( $L > 500\text{км}$ ) користуються поняттям **кута нахилу траєкторії**. Різниця між цими двома кутами полягає у тому, що кут нахилу траєкторії на відміну від кута кидання береться між проекцією вектора швидкості на головну площину симетрії ракети та лінією місцевого горизонту.

### 3.5 Перетворення координат

Дуже часто під час розв'язання практичних задач теорії польоту виникають питання щодо проектування векторних величин на осі системи координат, а також проведення пере-рахунку координат із однієї системи відліку в іншу. Так, у деяких випадках початкові умови траєкторії руху можуть бути задані в одній системі координат, розрахунок може бути зручніше виконувати в іншій системі, а результати можуть бути потрібні у третій системі координат. Тому дуже важливо вміти швидко переходити від однієї системи відліку до іншої. Якщо осі цих систем відліку паралельні, то такий перехід нескладний.

Розглянемо дві системи координат  $O_1X_1Y_1Z_1$  та  $O_2X_2Y_2Z_2$ , які мають паралельну орієнтацію осей (рис. 3.10а).

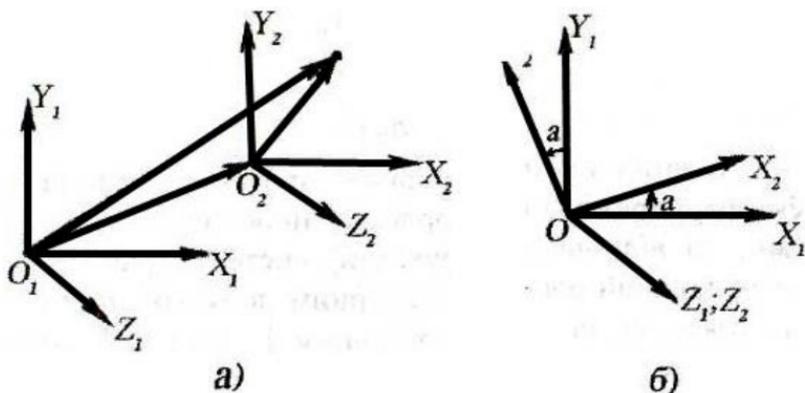


Рисунок 3.10 – Системи координат з паралельною орієнтацією осей

Нехай точка «К» має у системі  $O_2X_2Y_2Z_2$  координати  $X_{2K}Y_{2K}Z_{2K}$ , точка  $O_2$  (початок системи координат) – коор-

динати  $X_{02}Y_{02}Z_{02}$ . Тоді координати точки « $K$ » у системі  $O_1X_1Y_1Z_1$  визначаються як:

$$X_{1K} = X_{02} + X_{2K};$$

$$Y_{1K} = Y_{02} + Y_{2K};$$

$$Z_{1K} = Z_{02} + Z_{2K}.$$

Набагато складніше здійснити координатні перетворення для систем відліку, осі яких повернуті на деякий кут. Перетворення координат у цьому випадку здійснюють вже за допомогою **матриць напрямлених косинусів**, які іноді називають таблицею перехідних косинусів. Взагалі матрицею називають прямокутну таблицю, що складається з  $mn$  чисел, які розміщуються у  $m$  рядках та  $n$  стовбцях.

### 3.5.1 Матриця напрямлених косинусів для переходу від стартової до зв'язаної системи координат

Перехід від однієї системи координат до іншої визначається послідовними перетвореннями, які пов'язані з упорядкованою послідовністю елементарних обертань осей системи координат на кути Ейлера відносно нерухомої системи відліку. Елементами матриці є функції кутів Ейлера, а перехід від однієї системи координат до іншої здійснюється за правилами розрахунку матриць.

Матриця напрямних косинусів вважається **квадратною** матрицею, тому що кількість її рядків  $m$  збігається з кількістю її стовпчиків  $n$ , тобто  $m = n$ .

Матрицю напрямних косинусів зручно позначати двома індексами, наприклад  $A_1^2$ , де нижній індекс відповідає основній нерухомій системі координат (базовій), а верхній індекс – системі, що визначається послідовними поворотами тригранника на кути Ейлера відносно нерухомої системи.

Елементи матриці також позначають двома індексами, наприклад:  $A_{ij}$  де  $i$  – номер рядка;  $j$  – номер стовпчика.

$$A_1^2 = \begin{array}{ccc|c} X_1 & Y_1 & Z_1 & \\ \hline a_{11} & a_{12} & a_{13} & X_2 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & Y_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & Z_2 \end{array} .$$

Кожний елемент матриці дорівнює проєкції одиничного вектора, спрямованого по одній координатній осі нерухомої системи, на відповідну вісь іншої (рухомої) системи (рис. 3.10б). Тобто кожний елемент матриці є скалярним добутком одиничних векторів, що визначаються відповідним рядком  $m$  і стовпчиком  $n$ :

$$a_{11} = X_1 X_2;$$

$$a_{23} = Z_1 Y_2.$$

Для складання матриці переходу від початкової до кінцевої системи координат необхідно: по-перше, скласти елементарні матриці послідовного повороту тригранника системи відліку на кути взаємної орієнтації; по-друге, знайти добуток цих елементарних матриць за визначеною послідовністю.

Крім того, потрібно звернути увагу на деякі властивості матриць, які можна використовувати для контролю правильності їх складання:

– **перша** – сума квадрату елементів будь-якого рядка або стовпчика дорівнює одиниці:

$$\left[ (a_{11})^2 + (a_{12})^2 + (a_{13})^2 = 1 \right]$$

$$\text{або } \left[ (a_{11})^2 + (a_{21})^2 + (a_{31})^2 = 1 \right];$$

– **друга** – кожний з елементів матриці не повинен перевищувати одиницю:

$$\left[ a_{iy} \leq 1 \right];$$

– **третья** – сума добутку відповідних елементів двох рядків (стовпчиків) дорівнює нулю:

$$\left[ (a_{11} \cdot a_{21}) + (a_{12} \cdot a_{22}) + (a_{13} \cdot a_{23}) = 0 \right]$$

або  $\left[ (a_{11} \cdot a_{12}) + (a_{21} \cdot a_{22}) + (a_{31} \cdot a_{32}) = 0 \right]$ .

Загальну методику координатних перетворень розглянемо на прикладі переходу від стартової системи координат  $O_C X_C Y_C Z_C$  до зв'язаної системи відліку  $OXYZ$ .

Для отримання матриці напрямних косинусів, що зв'язує визначені системи відліку, як відмічалось вище, необхідно спочатку отримати елементарні матриці повороту. Ці елементарні матриці можна знайти після здійснення послідовних поворотів тригранника системи відліку навколо тієї чи іншої осі на кути взаємної орієнтації.

Взаємна орієнтація зв'язаної та стартової СК визначається трьома кутами –  $\upsilon, \psi, \phi$ . Виходячи з цього, необхідно отримати елементарні матриці повороту на кут  $\upsilon, \psi$  та  $\phi$  (рис. 3.11).

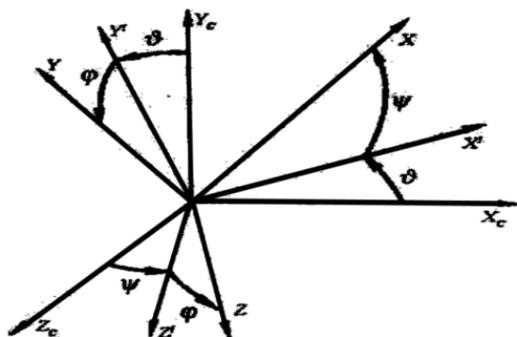


Рисунок 3.11 – Взаємна орієнтація зв'язаної і стартової систем координат

Повороти тригранника системи координат будемо здійснювати проти годинникової стрілки, тобто у додатному напрямку. Після здійснення цих послідовних поворотів на кути

$\vartheta, \psi, \varphi$  і визначення скалярного добутку одиничних векторів ми отримаємо елементарні матриці повороту  $A_\vartheta A_\psi A_\varphi$ :

$$A_\vartheta = \begin{vmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta & 0 \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$$A_\psi = \begin{vmatrix} \cos \psi & 0 & - \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \psi & 0 & \cos \psi \end{vmatrix},$$

$$A_\varphi = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}.$$

Тепер, щоб отримати кінцеву матрицю переходу від стартової до зв'язаної СК (матрицю напрямних косинусів), необхідно знати добуток елементарних матриць за такою послідовністю:

$$A_{cm}^{3\phi} = A_\varphi \cdot A_\psi \cdot A_\vartheta =$$

$$\begin{vmatrix} \cos \psi \cdot \cos \vartheta; & \cos \psi \cdot \sin \vartheta; & -\sin \psi \\ \sin \phi \cdot \sin \psi \cdot \cos \vartheta - \cos \phi \cdot \sin \vartheta; & \sin \phi \cdot \sin \psi \cdot \sin \vartheta + \cos \phi \cdot \cos \vartheta; & \sin \phi \cdot \cos \psi \\ \cos \phi \cdot \sin \psi \cdot \cos \vartheta + \sin \vartheta \cdot \sin \phi; & \cos \phi \cdot \sin \psi \cdot \sin \vartheta - \sin \phi \cdot \cos \vartheta; & \cos \phi \cdot \cos \psi \end{vmatrix}.$$

Це і є матриця напрямних косинусів для переходу від стартової до зв'язаної системи координат.

Перехід від стартової до зв'язаної системи координат можна здійснювати за формулою

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = A_{cm}^{3\phi} \cdot \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

де  $A_{cm}^{3\phi}$  – матриця напрямних косинусів.

Зберігаючи подвійну індексацію елементів матриці  $a_{ij}$ , отримуємо такі зв'язки між одиничними векторами за відповідними осями координат:

$$X = a_{11} \cdot X_c + a_{12} \cdot Y_c + a_{13} \cdot Z_c;$$

$$Y = a_{21} \cdot X_c + a_{22} \cdot Y_c + a_{23} \cdot Z_c;$$

$$Z = a_{31} \cdot X_c + a_{32} \cdot Y_c + a_{33} \cdot Z_c.$$

Зворотне перетворення координат можна знайти за допомогою **транспонованої матриці**  $A^T$ .

Матриця  $A^T$  називається транспонованою відносно матриці  $A$ , якщо стовпці матриці  $A$  є рядками матриці  $A^T$ .

Виходячи з цього, зворотне координатне перетворення може здійснюватися за формулою

$$\begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} = A^T \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Крім того, при зворотному переході від зв'язаної до стартової системи відліку справедлива залежність:

$$X_c = a_{11} \cdot X + a_{21} \cdot Y + a_{31} \cdot Z;$$

$$Y_c = a_{12} \cdot X + a_{22} \cdot Y + a_{32} \cdot Z;$$

$$Z_c = a_{13} \cdot X + a_{23} \cdot Y + a_{33} \cdot Z.$$

Необхідно знати, що матриці напрямних косинусів (таблиці перехідних косинусів) використовують не тільки для перерахунку координат із однієї системи відліку в іншу, а й для перерахунку складових будь-яких сил та моментів, що діють на ЛА в польоті, які виражені у векторній формі.

### 3.5.2 Матриця напрямних косинусів для переходу від зв'язаної до швидкісної системи координат

Взаємна орієнтація зв'язаної системи координат  $O_1X_1Y_1Z_1$  та швидкісної системи відліку  $O_VX_VY_VZ_V$  визначається кутами – атаками і ковзання.

Для визначення елементарних матриць повороту на кути  $\alpha$  та  $\beta$  також здійснюємо обертання тригранників системи координат на позитивні кути.

Елементарні матриці обертання зв'язаної і швидкісної систем координат на кут  $\alpha$  та  $\beta$  мають вигляд:

$$A_\alpha = \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; A_\beta = \begin{vmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{vmatrix}.$$

Для отримання матриці напрямних конусів для переходу від зв'язаної до швидкісної СК необхідно знайти добуток елементарних матриць на кути атаки та ковзання за визначеною послідовністю:

$$A_{\zeta\hat{a}}^{\phi\hat{a}} = A_\beta \cdot A_\alpha;$$

$$A_\beta \cdot A_\alpha = \begin{vmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \cos \psi \sin \vartheta; & \cos \psi \cdot \sin \vartheta; & -\sin \psi \\ -\sin \phi \cdot \sin \psi \cdot \cos \vartheta - \cos \phi \cdot \sin \vartheta; & \sin \phi \cdot \sin \psi \cdot \sin \vartheta + \cos \phi \cdot \cos \vartheta; & \sin \phi \cdot \cos \psi \\ \cos \phi \cdot \sin \psi \cdot \cos \vartheta + \sin \phi \cdot \sin \vartheta; & \cos \phi \cdot \sin \psi \cdot \sin \vartheta - \sin \phi \cdot \cos \vartheta; & \cos \phi \cdot \cos \psi \end{vmatrix}$$

$$A_{\zeta\hat{a}}^{\phi\hat{a}} = \begin{vmatrix} \cos \beta \cdot \cos \alpha; & -\sin \alpha \cdot \cos \beta; & \sin \beta \\ \sin \alpha; & \cos \alpha; & 0 \\ -\sin \beta \cdot \cos \alpha; & \sin \beta \cdot \sin \alpha; & \cos \beta \end{vmatrix}.$$

Це матриця напрямних косинусів для переходу від зв'язаної до швидкісної системи координат.

### **Питання для повторення та самоконтролю**

1. Фактори, що впливають на вибір системи координат.
2. Сутність стартової системи координат.
3. Для розв'язання яких задач використовується швидкісна система координат?
4. Зв'язок між стартовою системою координат та жорстко зв'язаною з літальним апаратом системою координат.

## Розділ 4

# СИЛИ ТА МОМЕНТИ, ЩО ДІЮТЬ НА РАКЕТУ В ПОЛЬОТІ

### 4.1 Загальна характеристика сил, що діють на ракету в польоті

Загалом на ЛА в польоті діє ряд сил, що умовно поділяють на дві групи: **внутрішні**, які утворюються самим ЛА, і **зовнішні**, які утворюються навколишнім середовищем, в якому здійснюється політ ЛА.

До групи **внутрішніх** сил відносяться:

- силу тяги, що утворюється двигуном ЛА (ракети);
- управляючі сили, які утворюються за допомогою органів управління (рулів) ракети.

До **зовнішніх** об'єктивно діючих (природних) сил відносять:

- масові сили, обумовлені гравітацією Землі, Місяця, Сонця та інших тіл, що притягають;
- сили, що виникають внаслідок обертання Землі (силу інерції Коріоліса та відцентрову силу);
- аеродинамічні сили, що утворюються атмосферою Землі (особливо різко проявляються при польоті ЛА в нижніх, найбільш щільних шарах атмосфери).

Крім цих сил, на ЛА діють інші сили: тиску сонячного випромінювання, електричні та магнітні сили, які утворюються планетою, поблизу чи навколо якої здійснюється політ, але величина їх дуже незначна і впливом їх на політ можна знехтувати.

Знання та врахування усіх сил, діють на ЛА у польоті дозволяє, з одного боку, правильно спроектувати ЛА, а з іншого правильно розрахувати траєкторію його руху. Траєкторія ЛА залежно від завдань і точності дослідження його руху розраховується з урахуванням усіх чи тільки основних сил, що діють на ЛА.

За характером прикладання до тіла (ракети) всі сили поділяють на: масові поверхневі сили.

**Масовими силами** називають сили, прикладені до всіх частин маси ракети. Ними є: сила тяжіння, Кориоліса та відцентрова сила.

**Поверхневі сили** прикладені до частини поверхні ракети. До них відносять: аеродинамічні сили, сила тяги та управляючі сили. Моменти відносно центра мас ЛА можуть утворюватися будь-якими поверхневими силами, точки прикладення яких не збігається з центром мас ракети.

## 4.2. Сили тяжіння та коефіцієнти перевантаження

Фізична поверхня Землі, яка являє собою поєднання материків і водних просторів, у геометричному відношенні являє собою складну форму, яку неможливо представити жодною із відомих і математично вивчених фігур. За найбільш реальну форму Землі беруть фігуру – **геоїд**. Це фігура, обмежена поверхнею океанів, які перебувають у стані спокою. Точного математичного опису геоїда наразі не існує.

При проведенні розрахунків, які не потребують великої точності, вважають, що Земля має форму шару, а центр її тяжіння збігається з геометричним центром цього шару.

Для тіла сферичної структури сила тяжіння  $\vec{G}$  на рівні Землі ( $h = 0$ ) може бути подана як геометрична сума граві-

таційної сили  $\bar{F}_{ГР}$  в точці  $O_C$  і відцентрової сили інерції  $\bar{F}_{Ц}$ , яка є наслідком обертання Землі (рис. 4.1):

$$\bar{G} = \bar{F}_{ГР} + \bar{F}_{Ц}. \quad (4.1)$$

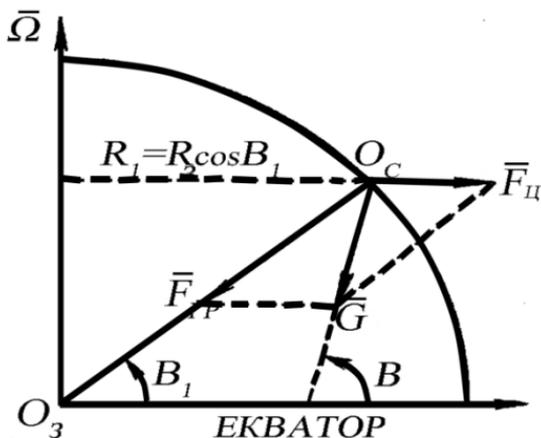


Рисунок 4.1 – Сили, що діють на Землі

Згідно з законом всесвітнього тяжіння **гравітаційна сила** визначається за формулою

$$\bar{F}_{ГР} = f \frac{M_3 m}{R_3^2}, \quad (4.2)$$

а величина **відцентрової сили інерції**, обумовлена обертанням Землі, має вираз

$$\bar{F}_{Ц} = \frac{m \bar{V}^2}{R_1}, \quad (4.3)$$

де  $\bar{V}$  – лінійна швидкість обертання точки  $O_C$  на поверхні Землі;  $R_1$  – найкоротша відстань від точки старту  $O_C$  (ракети) до осі обертання Землі.

Лінійна швидкість обертання даної точки Землі визначається виразом

$$\bar{V} = \bar{\Omega} R_1, \quad (4.4)$$

де  $\bar{\Omega}$  – кутова швидкість обертання Землі.

Відстань до осі обертання Землі можна визначити як

$$R_1 = R_3 \cos B_1, \quad (4.5)$$

де  $B_1$  – геоцентрична широта точки старту.

Підставляючи вирази (4.4) і (4.5) до формули (4.3), отримаємо вираз для відцентрової сили:

$$\bar{F}_Ц = m \bar{\Omega}^2 R_3 \cos B_1. \quad (4.6)$$

Спроектуємо на напрям сили земного тяжіння рівняння (4.1):

$$\bar{G} \cos(B - B_1) = \bar{F}_{ГП} - \bar{F}_Ц \cos B_1, \quad (4.7)$$

де  $B_1$  – астрономічна широта точки старту (кут між перпендикуляром до площини екватора в даній точці і площиною екватора).

З урахуванням формул (4.2) і (4.6) та знаючи, що  $B \approx B_1$ , рівняння (4.7) запишеться у вигляді

$$\bar{G} = f \frac{M_3 m}{R_3^2} - m \bar{\Omega}^2 R_3 \cos^2 B. \quad (4.8)$$

Виходячи з того що сила тяжіння ракети  $\bar{G} = m\bar{g}$  та скорочуючи ліву і праву частини рівняння (4.8) на  $m$ , отримаємо формулу для визначення прискорення вільного падіння на поверхні Землі:

$$\bar{g}_0 = f \frac{M_3}{R_3^2} - \bar{\Omega}^2 R_3 \cos^2 B. \quad (4.9)$$

Сила тяжіння ракети  $\bar{G} = m\bar{g}$  не постійна та змінюється на траєкторії польоту ракети як за рахунок вигорання палива, так і за рахунок зміни прискорення сили тяжіння з висотою і залежить від широти точки старту.

Прискорення сили тяжіння максимальне на полюсах і мінімальне на екваторі. Разом з тим ця різниця невелика – не перевищує 0,55 %. Так, на полюсі ( $B = 90^\circ$ )

$\bar{g}_0 = 9,83 \text{ м/с}^2$ , у середніх широтах ( $B \approx 49^\circ$ )  $\bar{g}_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$ , на екваторі ( $B = 0^\circ$ )  $\bar{g}_0 = 9,78 \text{ м/с}^2$ .

Розглянемо зміну прискорення сили тяжіння з висотою над поверхнею Землі. При цьому будемо вважати, що прискорення сили тяжіння  $\bar{g}$  змінюється по висоті  $h$  від поверхні Землі, як гравітаційне прискорення, тому що відцентрове прискорення становить не більше 0,0004% гравітаційного прискорення.

Прискорення сили тяжіння на висоті  $h$  від поверхні Землі розраховується за формулою

$$\bar{g} = \frac{fM_3}{(R_3 + h)^2}, \quad (4.10)$$

а біля поверхні Землі прискорення дорівнює

$$\bar{g}_0 = \frac{fM_3}{R_3^2}. \quad (4.11)$$

Розділивши вираз (4.10) на (4.11), отримаємо

$$\bar{g} = \bar{g}_0 \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2}. \quad (4.12)$$

У таблиці 4.1 наведена залежність прискорення сили тяжіння від висоти:

Таблиця 4.1

$h, \text{км}$	500	1000	5000	10000	50000	100000	200000
	0	0	0	0	0	0	0
$\bar{g}, \text{м/с}^2$	8,45	7,36	3,08	1,50	0,125	0,035	0,0093

При невеликих висотах польоту (до 100 км) та при розрахунках, які не потребують великої точності, прискорення сили тяжіння беруть постійним, що не залежить від висоти польоту, воно дорівнює 9,81 м/с<sup>2</sup>. Для зазначених висот польоту зв'язок між масою  $m$  літального апарата і його силою тяжіння  $\bar{G}$  можна вважати лінійним.

Перейдемо до останньої складової сили тяжіння – **маси ракети**. За час польоту ракета витрачає паливо і маса її постійно змінюється, від моменту старту до моменту вимкнення двигуна ракети:

$$\dot{m}_p(t) = m_0 - \dot{m}t, \quad (4.13)$$

де  $m_0$  – стартова маса ракети;  $\dot{m} = \frac{dm}{dt}$  – витрата маси палива за секунду;  $t$  – час польоту ракети.

З урахуванням (4.12) та (4.13) формула для сили тяжіння має вигляд

$$\bar{G} = (m_0 - \dot{m}t) \bar{g}_0 \frac{R_3^2}{(R_3 + h)^2}. \quad (4.14)$$

У ракетній техніці важливим є поняття **коефіцієнта перенавантаження**, чи просто перенавантаження.

Розглянемо умови рівноваги тіла  $I$  (рис. 4.2) масою  $m$  на опорі  $2$ , яке може перебувати у стані спокою (рис. 4.2 а), рухатися прискорено (рис. 4.2 в), вгору (рис. 4.2 б) чи прискорено донизу.

Роль опори може виконувати кабіна ліфта, літака, космічного корабля, а тіла – пасажир, космонавт, прилад системи управління ракети. У стані спокою (рис. 4.2 а) на тіло  $I$  діє сила тяжіння  $\vec{G} = m\vec{g}$ , прикладена до центру мас  $O$ , та реакція опори  $\vec{N}$ , яка прикладена до поверхні контакту тіла  $I$  з опорною поверхнею  $2$ . У свою чергу на опорну поверхню діє сила ваги  $\vec{Q}$ .

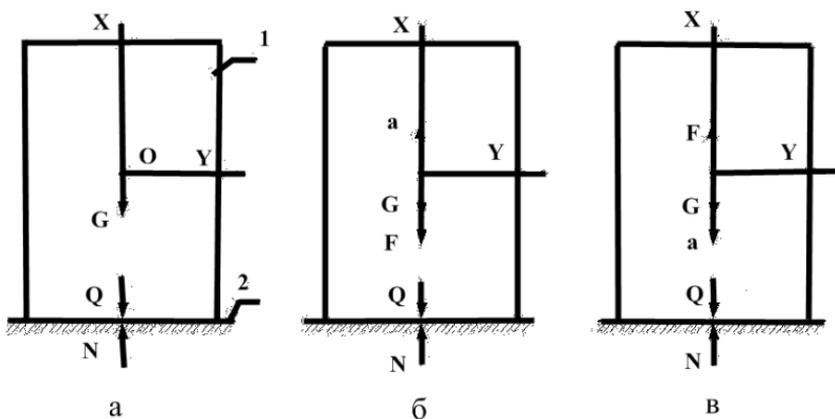


Рисунок 4.2 – Умови рівноваги тіла

Відповідно до третього закону Ньютона дії завжди є однакова і протилежна протидія. Дією є сила ваги  $\vec{Q}$ , а протидією – реакція опори  $\vec{N}$ . Сила ваги – це сила, з якою

тіло  $I$  діє на опорну поверхню 2. Тільки у стані спокою сила ваги  $\bar{Q}$  і сила тяжіння  $\bar{G}$  однакові.

Сили визначаються за формулами:

- сила тяжіння  $\bar{G} = m\bar{g}$  ;

- сила ваги  $\bar{Q} = \bar{G}$  ;

- реакція опори  $\bar{N} = \bar{Q}$  .

Уявимо, що тіло з опорою рухається вгору з прискоренням  $a$  (рис. 4.2б). Тоді виникає сила інерції  $\bar{F}_i = m\bar{a}$  , яка буде прикладена, як і сила тяжіння, до ЦМ. Сила інерції  $\bar{F}_i$  – це реакція тіла на рух з прискоренням  $\bar{a}$  . Вона подібна до додаткової сили ваги, що спрямована в бік, протилежний напрямку прискорення.

Сила тяжіння залишається такою ж, як і у стані спокою, а сила ваги і реакція опори змінюються та будуть дорівнювати:

$$\bar{Q} = \bar{G} + \bar{F} = m\bar{g} + m\bar{a} = m(\bar{g} + \bar{a}).$$

Кожне тіло, яке має масу, володіє властивістю інерції. Необхідно мати на увазі, що тіло властивістю інерції володіє завжди, тоді як сила інерції виникає лише у випадку, коли на тіло діють сили, що викликають прискорення.

У випадку, коли тіло рухається прискорено вниз з прискоренням (рис. 4.2в), для сил маємо:

$$\bar{Q} = \bar{G} - \bar{F}_i = m\bar{g} - m\bar{a} = m(\bar{g} - \bar{a}),$$

$$\bar{N} = \bar{Q},$$

тобто вага тіла зменшилася на величину  $\bar{F}_i$  .

Особливий інтерес становить рух тіла вниз із прискоренням, що дорівнює прискоренню вільного падіння  $\bar{a} = \bar{g}$  .

У цьому випадку сила ваги і реакція опори дорівнюють нулю:

$$\bar{Q} = m(\bar{g} - \bar{a}) = 0,$$

$$\bar{N} = 0.$$

Це явище отримало назву стану невагомості. Невагомість буде тільки у випадку відсутності реакції опору (безопірний стан) і тільки під впливом одних лише сил тяжіння за відсутності зовнішніх і внутрішніх поверхневих сил. Це космічний корабель у всесвітньому просторі, падаючий ліфт (при обриванні троса), людина, що здійснює стрибок, тобто всі тіла у вільному падінні, якщо не враховувати опір повітря.

Тепер зупинимося на понятті «сила ваги». Сила тяжіння і сила ваги – різні поняття і їх не слід ототожнювати між собою. Як уже було зазначено, сила тяжіння – це геометрична сума сили земного тяжіння і відцентрової сили, яка є наслідком обертання Землі. А вагою тіла називають силу, з якою тіло під дією сили тяжіння тисне на опору. За відсутності опору тіло під дією сили тяжіння падає, прискорюючи свій рух. Цей прискорений рух називається вільним падінням, і тіло в цьому випадку не має ваги, тобто стає невагомим.

Так, наприклад, на широті Києва тіло вагою 1000 г буде важити: на полюсі 1002 г, а на екваторі 997 г і різниця щодо ваги одного і того ж тіла при зміні широти місця може бути знайдена тільки при використанні пружинних терезів, гирьові різницю не визначають.

Сила інерції може в декілька разів перевищувати силу тяжіння. Коли тіло рухається з прискоренням, то кажуть, що воно зазнає перенавантаження.

Перенавантаження визначається числом, яке показує, у скільки разів поверхневі сили, що діють на тіло, більші за його силу тяжіння:

$$\bar{n} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{F}_i}{G}. \quad (4.15)$$

Перенавантаження – величина векторна і як сила інерції має напрямок проти прискорення. Перенавантаження у вертикальній площині вважається додатним, якщо спрямоване вгору і від’ємним, якщо спрямоване донизу.

У горизонтальній площині перенавантаження вважають додатним при розгоні тіла і від’ємним при гальмуванні.

Наведемо формули, за якими визначають перенавантаження в напрямку  $OX$  (рис. 4.2):

а) для стану рівноваги:

$$\bar{N} = \bar{G} = m\bar{g}_0 \Rightarrow n_x = \frac{m\bar{g}_0}{m\bar{g}_0} = 1;$$

б) для прискореного руху вгору:

$$\bar{N} = m(\bar{g} + \bar{a}) \Rightarrow n_x = \frac{m(\bar{g} + \bar{a})}{m\bar{g}_0} = 1 + \frac{\bar{a}}{\bar{g}};$$

в) для прискореного руху донизу:

$$\bar{N} = m(\bar{g} - \bar{a}) \Rightarrow n_x = \frac{m(\bar{g} - \bar{a})}{m\bar{g}_0} = 1 - \frac{\bar{a}}{\bar{g}}.$$

Для стану невагомості  $n_x = 0$ , тому що  $\bar{a} = \bar{g}$ .

Коефіцієнт перенавантаження в напрямку  $OY$  буде дорівнювати нулю тому, що сили в цьому напрямку не діють, отже:

$$\bar{n}_y = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{F}_i}{m\bar{g}_0} = 0.$$

### 4.3. Відхилення за дальністю і напрямком обумовлені дією сили Коріоліса

Для того щоб управляти польотом ракети, необхідно мати можливість змінювати в польоті тим чи іншим способом сили, що на неї діють. Для цього використовують поверхневі сили – ті сили, які можуть утворювати моменти відносно центра мас ракети. До цих сил, як відомо, відносять: силу тяги ракетного двигуна і аеродинамічну силу.

Змінюючи величину і напрямок дії цих сил, змінюється величина і напрямок вектора швидкості ракети. Ця зміна відбувається за рахунок органів управління ракети (газодинамічних або аеродинамічних).

Розглянемо матеріал щодо загальної класифікації, особливостей створення управляючих сил і моментів, а також особливостей конструктивних рішень різних *ОУ* які застосовуються у ракетній техніці.

Як правило, органи управління розміщують у хвостовій частині ракети симетрично повздожній осі ракети в площині стабілізаторів I, II, III, IV.

Для пояснення фізичного сенсу управління уявимо, що на ракеті використовують газодинамічні рулі, які встановлюються в газовому потоці ракетного двигуна. Конструктивно газові рулі являють собою дві пари пластин спеціального профілю.

При повороті руля навколо осі обертання на кут  $\delta$  порушується симетричність його обтікання газовим потоком, унаслідок чого газовий потік викривляється (рис. 4.3).

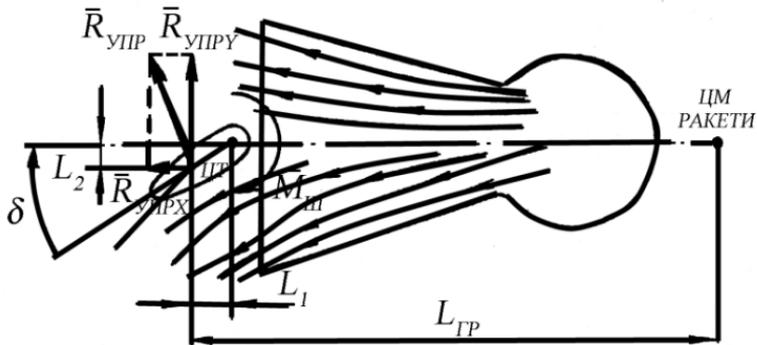


Рисунок 4.3 – Вплив повороту руля на газовий потік

Результат сили тиску газового потоку (управляюча сила)  $\bar{R}_{УІР}$  складається із сили лобового опору руля  $\bar{R}_{УІР.X}$  і підйімальної сили  $\bar{R}_{УІР.Y}$ , які прикладені в його центрі тиску.

Сила лобового опору і підйімальна сила руля розраховуються за відомими аеродинамічними формулами:

$$\bar{R}_{УІР.X} = C_{УІР.X} \frac{\rho_{Г} \bar{V}_{Г}^2}{2} S_{P}, \quad (4.16)$$

$$\bar{R}_{УІР.Y} = C_{УІР.Y} \frac{\rho_{Г} \bar{V}_{Г}^2}{2} S_{P}, \quad (4.17)$$

де  $\rho_{Г}$  – щільність газу в потоці;  $\bar{V}_{Г}$  – швидкість газового потоку;  $S_{P}$  – площа перерізу руля;  $C_{УІР.X}$ ,  $C_{УІР.Y}$  – безрозмірні коефіцієнти, які залежать від кута повороту руля, швидкості газового потоку та форми руля.

Залежність коефіцієнтів  $C_{УПР.X}$ ,  $C_{УПР.Y}$  від кута  $\delta$  показана на рис. 4.4.

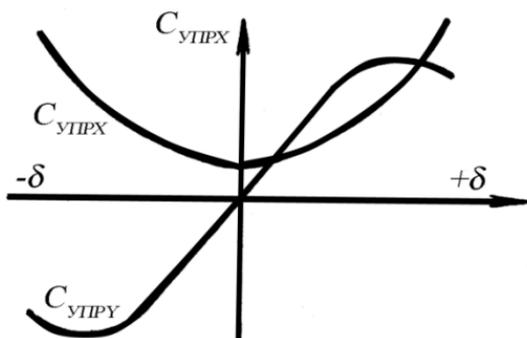


Рисунок 4.4 – Залежність коефіцієнтів  $C_{УПР.X}$ ,  $C_{УПР.Y}$  від кута  $\delta$

Підймальна сила руля через плече дії сили  $l_{ГР}$  (відстань від центра обертання руля до ЦМ ракети) утворює управляючий момент, який визначається за формулою

$$\bar{M}_{УПР} = \bar{R}_{УПР.Y} l_{ГР} = C_{УПР.Y} \frac{\rho_{Г} \bar{V}_{Г}^2}{2} S_p l_{ГР}. \quad (4.18)$$

У діапазоні невеликих значень кута  $\delta$  (практично при  $|\delta| \leq 25^\circ$ ) управляючий момент лінійно залежить від кута руля, тому що параметри газового потоку  $\rho_{Г}$  і  $\bar{V}_{Г}$  практично незмінні в процесі польоту ракети, а конструкція руля вибрана такою, щоб його обгорання не дуже впливало на величину  $S_p$ .

А тепер про силу Кориоліса, що впливає на політ ЛА.

Найбільш суттєвим геофізичним фактором, який впливає на політ ракети є обертання Землі. Наслідком впливу обертання Землі на політ ракети, є сила інерції Кориоліса.

Як відомо, складний рух будь-якого тіла в абсолютному просторі можна представити як суму його відносного та переносного руху. Для ракети відносним можна вважати її рух відносно до поверхні Землі, що обертається (поступовий рух ракети зі швидкістю  $\bar{V}$  відносно стартової системи координат). Переносним рухом ракети можна вважати її обертання сумісно із Землею з кутовою швидкістю  $\bar{\Omega}$ .

Відомо, що Земля обертається навколо своєї осі, яка проходить через північний і південний полюси, із заходу на схід, тому напрям вектора кутової швидкості обертання Землі  $\bar{\Omega}$  вибирається таким, щоб з його вершини бачити обертання Землі проти ходу годинникової стрілки.

Напрямок сили Коріоліса, що діє на ракету у польоті, визначається таким чином: **сила Коріоліса перпендикулярна до площини, яка проходить через вісь обертання Землі та дотичну до траєкторії (вектор швидкості ракети) і спрямована в бік, звідки поєднання вектора швидкості коротшим шляхом з вектором кутової швидкості обертання Землі відбувається проти ходу годинникової стрілки.**

Для цього в будь-якій точці траєкторії по дотичній проводиться вектор швидкості ракети  $\bar{V}$ . Після цього в цю точку поміщається вектор кутової швидкості обертання Землі  $\bar{\Omega}$ . Поєднання вектора  $\bar{V}$  з вектором  $\bar{\Omega}$  коротшим шляхом проти ходу годинникової стрілки покаже на напрям дії сили Коріоліса (рис. 4.5).

Крім того, для визначення напрямку дії сили Коріоліса можна використовувати правило гвинта: **якщо гвинт вкручувати так, що напрям обертання його рукоятки буде збігатися з напрямом поєднання коротшим шляхом вектора швидкості відносного руху  $\bar{V}$  з вектором кутової швидкості переносного обертання  $\bar{\Omega}$  Землі, то**

**поступальний рух гвинта покаже напрям сили Коріоліса.**

Якісну картину впливу обертання Землі на політ ракети розглянемо на прикладах її польоту по меридіональних і широтних (екваторіальних) траєкторіях у північній півкулі (рис. 4.5).

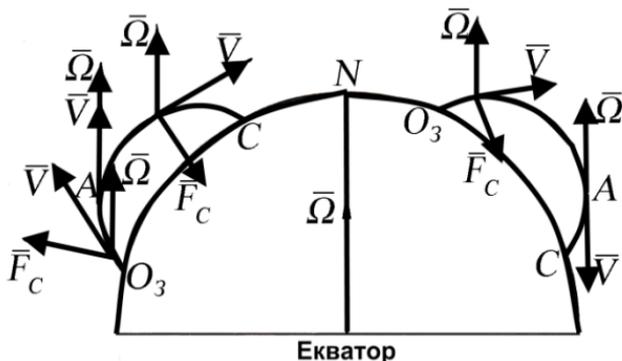


Рисунок 4.5 – Напрями дії сили Коріоліса

Під час пуску ракети вздовж меридіана з півночі у напрямку екватора на ділянці траєкторії  $O_3A$  сила Коріоліса спрямована праворуч (на захід), викликаючи при цьому відхилення точки падіння праворуч.

У точці  $A$  кут між векторами  $\bar{\Omega}$  і  $\bar{V}$  дорівнює  $180^\circ$ , за формулою сила Коріоліса  $\bar{F}_C$  дорівнює нулю. На ділянці  $AC$  сила Коріоліса спрямована ліворуч, викликаючи відхилення точки падіння – ліворуч (східне):

$$\bar{F}_C = 2m\bar{V}\bar{\Omega}\sin(\bar{V} \cdot \bar{\Omega}), \quad (4.19)$$

де  $m$  – маса ракети;  $\bar{V}$  – швидкість руху ракети відносно стартової системи координат;  $\bar{\Omega}$  – кутова швидкість обертання Землі;  $\bar{V} \cdot \bar{\Omega}$  – кут між віссю обертання Землі та напрямом вектора швидкості ракети.

Ділянка  $O_3A$  більша за ділянку  $AC$ , тому сумарне відхилення ракети, обумовлене обертанням Землі, буде правим (західним).

При відповідному пуску ракети з екватора на північ на ділянці  $O_3A$ , сила Коріоліса спрямована ліворуч, викликаючи відхилення точки падіння ліворуч (на схід). Оскільки ділянка  $O_3A$  буде меншою за ділянку  $AC$ , то в результаті точка падіння ракети відхилиться праворуч (на захід). Таким чином, **при стрільбі вздовж меридіана обертання Землі на дальність польоту ракети не впливає, тому що сила Коріоліса перпендикулярна до площини пуску, вплив здійснюється тільки на бокове відхилення ракети.**

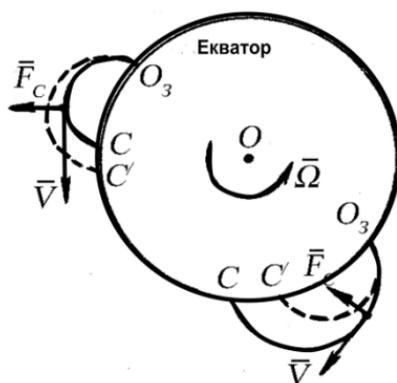


Рисунок 4.6 – Напрямок дії сили Коріоліса

При пусках вздовж екватора на схід (рис. 4.6) сила Коріоліса лежить у площині пуску і зміщує центр мас ракет в напрямку зовнішньої нормалі до траєкторії (від Землі).

Виходячи з цього, реальна траєкторія ракети (на рис. 4.6 показано пунктирною лінією) пройде вище траєкторії, що розрахована без урахування сили Коріоліса, і дальність польоту ракети збільшиться. Під час аналогічної стрільби, зі сходу на захід сила Коріоліса буде також лежати в площині стрільби але її напрямок буде вже збігатися з напрямком внутрішньої нормалі до траєкторії (до Землі). Відхилення ракети в цьому випадку буде недовольним. Таким чином, **на екваторіальних траєкторіях польоту обертання Землі приводить тільки до відхилення ракет за дальністю.**

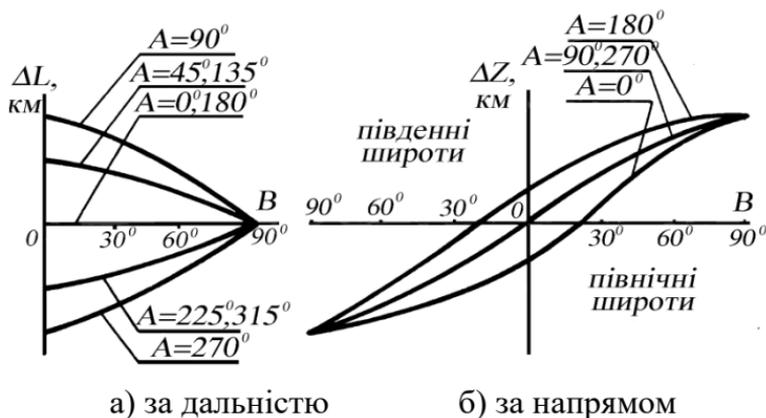


Рисунок 4.7 – Залежність відхилення точок падіння

При більш загальному сполученні широти точки старту і азимута пуску сила Коріоліса  $\vec{F}_C$  буде мати як нормальну складову в площині пуску, так і бокову складову, перпендикулярну до площини пуску. Нормальна складова змінює дальність польоту ракети, а бокова впливає на напрямок

польоту, тобто вплив обертання Землі на політ ракети приводить до відхилення точки падіння як за дальністю, так і за напрямком.

Якісну залежність відхилення точок падіння за дальністю і напрямком характеризують графіки (рис. 4.7).

Будь-яке тіло, що рухається по поверхні Землі, зазнає дії коріолісових сил. Для прикладу розглянемо виникнення коріолісової сили на загальновідомому факті розмиву правих берегів річок північної півкулі, які течуть у напрямку меридіана (рис. 4.8).

Уявимо будь-яку річку, яка тече у північній півкулі в напрямку з півночі на південь. Відокремимо деяку масу води  $m$ , яка знаходиться від осі обертання Землі на відстані  $r_1$ . Ця маса води буде здійснювати складний рух: відносний рух зі швидкістю течії  $\vec{V}_{r1}$  вздовж меридіана і переносний рух сумісно з Землею навколо її осі обертання з лінійною швидкістю переносного руху  $\vec{V}_{e1}$ , яка має напрямок із заходу на схід.

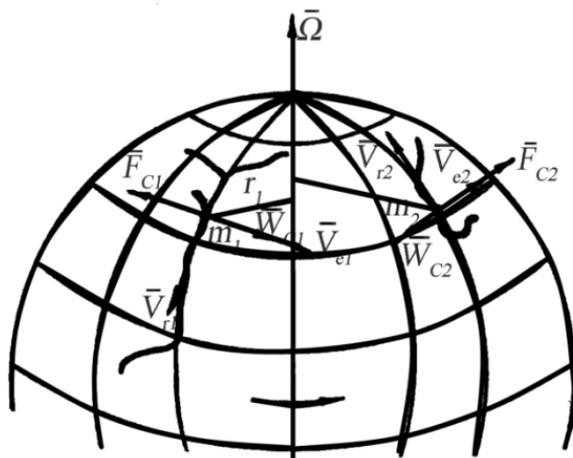


Рисунок 4.8 – Дія сили Коріоліса на течію рік

Унаслідок течії маса води буде переноситися з півночі на південь. При цьому величина лінійної швидкості переносного руху буде збільшуватися, тому що відстань від маси  $m$  води до осі обертання Землі буде збільшуватися. Тому визначеній масі води буде надаватися коріолісового прискорення і відповідно коріолісової сили, яка буде спрямована до правого берега річки і буде здійснювати на нього тиск. А це може призвести до розмивання берега при швидкій течії води.

Подібними міркуваннями можливо дійти висновку, що у річки, яка тече з півдня на північ, коріолісова сила буде також спрямована до правого берега. Тому праві береги у річок, які течуть в меридіональних напрямках у північній півкулі, обривисті і розмиті, а ліві – пологі.

#### 4.4 Аеродинамічна сила, її склад та причини виникнення

Політ більшості літальних апаратів здійснюється у повітряному просторі (атмосфері). Під час руху у цьому просторі на всі ЛА діють одні й ті ж самі – аеродинамічні.

Саме слово **аеродинаміка** – складне та походить від грецьких слів, що в перекладі означають **повітря** та **сила** (сила повітря).

Наука, що вивчає взаємодію повітряного середовища з літальним апаратом, називається **аеродинамікою**. Крім того, аеродинаміка є складовою частиною іншої науки – механіки, яка займається вивченням будь-якого руху взагалі. Аеродинаміка є теоретичною основою авіаційної, ракетно-космічної та артилерійської техніки, фундаментом аеродинамічних розрахунків усіх сучасних літальних апаратів.

Повітря як середовище, у якому відбуваються всі аеродинамічні процеси, поводить по-різному залежно від швидкостей руху у ньому. Виходячи з цього, аеродинаміку домовилися розподіляти на такі області:

- аеродинаміка дозвукових швидкостей;
- аеродинаміка навколо (транс) та надзвукових швидкостей;
- аеродинаміка гіперзвукових (дуже великих надзвукових) швидкостей.

Головним завданням прикладної аеродинаміки є **визначення величини та точки прикладання аеродинамічної сили**, а також пошук найвигіднішої для даних умов форми літального апарата. Поштовхом до розвитку аеродинаміки як науки були практичні завдання, що постали перед людиною у зв'язку з польотами на апаратах, важчих за повітря. Ці завдання були пов'язані з визначенням діючих на тіла, що рухаються, сил і моментів (так званих аеродинамічних сил і моментів).

Розглянемо загальні відомості про атмосферу, як середовище, в якому відбувається політ ЛА.

Аеродинамічна сила, або сила опору повітря, діє на ЛА лише під час його польоту у щільних шарах атмосфери (до 80 км). Цю висоту дуже часто називають **ефективною межею атмосфери**. Вище опір повітря можемо не враховувати та вважати, що ЛА або ракета рухається у пустоті.

**Атмосферою** називають зовнішню газову оболонку, що оточує нашу планету, яка утворена сумішшю газів, об'єднаних загальною назвою – **повітря**. Нижній шар атмосфери, який тягнеться до висоти 11 км, називають **тропосферою**. У тропосфері міститься ~ 75% всієї маси атмосфери і основна частина водяного пару. Для тропосфери характерне інтенсивне змішування повітря вздовж поверхні Землі та по висоті. Температура повітря у цьому шарі атмосфери із зростанням висоти падає. Так, у верхній ча-

стині тропосфери температура повітря у середньому становить мінус 5 6°С.

Наступний за тропосферою шар повітря (від 11 до 40 км) називають **стратосферою**. Цей шар характеризується стабільністю температури, відсутністю хмар та сухим повітрям. Але саме у стратосфері може бути вітер, швидкість якого сягає близько 500 км/год.

Шар атмосфери між тропосферою та стратосферою називається **тропопаузою**. Це перехідний шар з висотою приблизно в один кілометр.

Над стратосферою лежить шар атмосфери, що має назву **мезосфера**. Цей шар повітря поширюється до висоти 80 км та характеризується значним підвищенням температури по вертикалі у нижній своїй частині та спаданням у верхній. Крім того, густина повітря у цьому шарі дуже мала. Так, наприклад, на нижній межі шару вона приблизно в 1000 разів менша, ніж біля поверхні Землі, а на верхній – у 100000 разів.

Перехідний шар від стратосфери до мезосфери називають **стратопаузою**.

Шар повітря від 80 до 800 км називається **термосферою** (іоносфера). Цей шар характеризується безперервним зростанням температури з висотою, великою кількістю іонів та невеликим значенням густини повітря.

За термосферою лежить останній зовнішній шар атмосфери – **екзосфера**, який фактично не має верхньої межі.

Як бачимо, параметри дійсної атмосфери (густина, тиск, температура) непостійні та змінюються з висотою, часом та вздовж поверхні Землі. Крім того, вони важко піддаються опису та аналізу. Тому для уникнення цих незручностей домовилися використовувати деякі осереднені значення тиску, щільності та температури повітря, які залежать тільки від висоти над рівнем моря і не залежать від пори року, доби, широти місцевості та інших факторів. Ці

осереднені залежності, подані у вигляді формул, графіків та таблиць, і мають назву **стандартної атмосфери**. У СА за нульову висоту взято рівень Балтійського моря з тиском на нульовій висоті у 760 мм. рт. ст. та температурою повітря 288, 15<sup>0</sup> К (~15<sup>0</sup> С).

Залежності параметрів повітря від висоти підібрані таким чином, що СА ближче всього підходить до умов середніх широт північної півкулі у літню пору року. Крім того, в СА не враховуються всі ті фактори, які або мало впливають на траєкторію руху ракети, або за своєю природою мають випадковий характер.

Для прикладу, в таблиці 4.2 поданий фрагмент таблиці стандартної атмосфери (ГОСТ - 4401- 64).

Таблиця 4.2 – Параметри стандартної атмосфери

Геометрична висота, $H$ (км)	Температура повітря, $T$ (°К)	Вагова густина повітря, $\rho$ (кг/м <sup>3</sup> )	Швидкість звуку $a$ (м/с)
0	288.15	1.225465	340.28
4	262.13	0.819703	324.56
6	249.13	0.660448	316.41
8	236.14	0.526090	308.05
10	223.15	0.413707	299.45
12	216.66	0.311908	295.07
16	216.66	0.166456	295.07
20	216.66	0.088901	295.07
26	219.40	0.034347	296.93
28	224.87	0.024709	300.61
30	230.35	0.017907	304.25
35	244.01	0.008286	313.14
40	257.66	0.004002	321.78
45	271.28	0.002009	330.17
50	274.00	0.001076	331.82
60	253.40	0.0003317	319.11
70	219.15	0.00009278	296.76
80	185.00	0.00002099	272.66
90	185.00	0.000003474	272.66

Розглянемо склад та причини виникнення **повної аеродинамічної сили**. Якщо помістити у потік повітря, що рухається зі швидкістю  $V$ , деяке тіло або примусити тіло рухатися з цією швидкістю (принцип оберненого руху), то у результаті взаємодії потоку повітря з тілом на останнє починає діяти деяка сила  $K$ , яка отримала назву **аеродинамічної сили**.

Повна аеродинамічна сила, або сила опору повітря  $dS$ , що діє на поверхню літального апарата у польоті (рис. 4.9), по суті, складається з двох складових:

- сили тиску (сила від нормальної напруги  $R$ );
- сили тертя (сила від дотичної напруги  $R_m$ ).

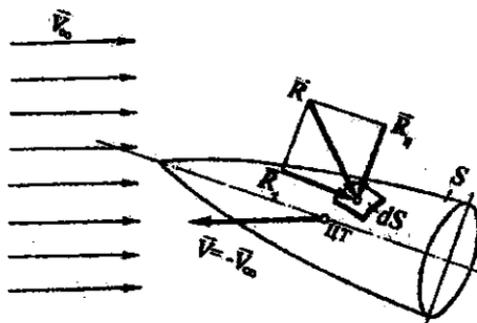


Рисунок 4.9 – Сили, що діють на ЛА

Ураховуючи це, результуючу силу  $\vec{R}$  (повну аеродинамічну) можна знайти за правилом складання двох векторів:

$$\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{R}_t.$$

**Сила тертя** викликана насамперед в'язкістю повітря. В результаті цієї в'язкості на поверхні літального апарата утворюється тонкий шар повітря (приграничний), у межах якого й проявляються дії сил від дотичної напруги як сил щеплення частинок повітря з поверхнею літального апарата та між собою. На подолання цих сил витрачається частина кінетичної

енергії літального апарата, що можна вважати енергетичною основою сили тертя.

Ця сила незначна під час малих швидкостей і значно більша при великих (поняття малих та великих швидкостей з'ясуємо дещо пізніше). Але головним фактором, що впливає на величину повної аеродинамічної сили, є все ж таки **сила тиску**.

**А це означає, що тиск повітря на поверхню літального апарата залежить від розподілу швидкостей потоку повітря навколо його поверхні.**

Зв'язок між тиском та швидкістю у потоці встановив швейцарський математик та інженер Даниїл Бернуллі (1700–1782) у вигляді рівняння, яке визначає закон збереження енергії в застосуванні до струменя повітря (рівняння нерозривності):

$$\frac{\rho \bar{V}_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho \bar{V}_2^2}{2} + p_2 = \text{const}, \quad (4.20)$$

де  $\rho$  — вагова густина повітря [ $\text{кг}/\text{м}^3$ ];  $\bar{V}_1$  та  $\bar{V}_2$  — швидкості потоку повітря або тіла у цьому потоці [ $\text{м}/\text{с}$ ];  $p_1$  та  $p_2$  — тиск повітря (статичний тиск) [ $\text{кг}/\text{м}^2$ ].

Величина  $\frac{\rho \bar{V}_2^2}{2}$  характеризує кінетичну енергію струменя повітря. Під час гальмування потоку повітря ця кінетична енергія переходить у потенційну енергію тиску, тому її називають **швидкісним натиском** (динамічним тиском).

Виходячи з цього, закон Бернуллі визначає: у будь-якій точці потоку сума статичного та динамічного тиску є постійною величиною.

З рівняння Бернуллі видно, що чим більше початковий  $\frac{\rho \bar{V}^2}{2}$ , тим більше можливостей щодо зростання статичного тиску  $p$  біля тіла.

Також можна зробити висновок, що загальна сила тиску потоку на тіло буде пропорційна площині поверхні цього тіла та швидкісному натиску незбуреного потоку.

За допомогою цього рівняння можна пояснити різні аеродинамічні явища, наприклад, виникнення підйімальної сили у дозвуковому потоці.

Залежно від співвідношення швидкості літального апарата та швидкості поширення звуку в атмосфері виникають різноманітні зміни повітряного потоку, що збільшують чи зменшують повну аеродинамічну силу. Це співвідношення швидкостей називають числом « $M$ » або числом «Маха», яке введене австрійським фізиком Ернстом Махом (1838–1916).

Число « $M$ » – це теж одиниця виміру швидкості польоту літального апарата, але виміряна не у метрах за секунду, а в частках від швидкості звуку:

$$M = \frac{\bar{V}}{a}, \quad (4.21)$$

де  $a \approx 20.04 \sqrt{T^\circ K}$  — місцеве значення швидкості звуку;  $T^\circ$  температура середовища, виміряна у градусах Кельвіна.

Як бачимо, швидкість звуку залежить від температури середовища, у якому вона поширюється. Так, при температурі  $288,15^0 C$  ( $+15 C$ ) швидкість поширення звуку в атмосфері становитиме приблизно  $340$  м/с.

Тепер можна більш точно з'ясувати поняття «малих» та «великих» швидкостей. Так, наприклад, якщо число « $M$ » близьке до нуля, то стиснення повітря теж буде невеликим і швидкість потоку вважають малою. Якщо швидкість потоку близька до швидкості звуку або перевищує її, то стиснення повітря вже набагато більше і такі швидкості називають великими. Таким чином, **число « $M$ » вважається критерієм стиснення повітря.**

Повна аеродинамічна сила  $K$  або сумарний опір повітря, що діє на ЛА, як сума сил, які ми перелічили, вважається прикладеною у так званому центрі тиску (ЦТ) (рис. 4.10).

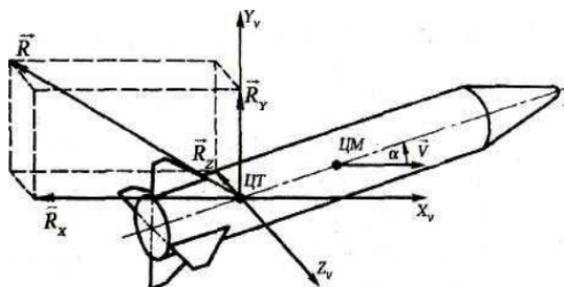


Рисунок 4.10 – Дія аеродинамічних сил

На практиці зручніше розглядати не саму аеродинамічну силу, а її проекції на осі швидкісної системи координат  $O_v X_v Y_v Z_v$  (рис. 4.9) де  $\bar{R}_x, \bar{R}_y, \bar{R}_z$  – складові повної аеродинамічної сили:

$$\left. \begin{aligned} \bar{R}_x &= C_x \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M \\ \bar{R}_y &= C_y \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M \\ \bar{R}_z &= C_z \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M \end{aligned} \right\}, \quad (4.22)$$

де  $\bar{R}_x$  – сила лобового опору;  $\bar{R}_y$  – підймальна сила;  $\bar{R}_z$  – бокова сила; ( $C_x, C_y, C_z$ ) — аеродинамічні безрозмірні коефіцієнти:  $C_x$  – коефіцієнт сили лобового опору;  $C_y$  – коефіцієнт підймальної сили;  $C_z$  – коефіцієнт бокової сили;  $S_M$  – площа міделевого перерізу (площина перерізу корпусу у місці його найбільшого діаметра).

Площа  $S_M$  у залежностях визначення  $\bar{R}_x, \bar{R}_y, \bar{R}_z$  є лише масштабом щодо цих коефіцієнтів і не характеризує повністю впливу лінійних розмірів ракети на величини аеродинамічних сил.

Із залежностей, що визначають складові повної аеродинамічної сили (4.22), можна помітити, що величини аеродинамічних сил пропорційні  $\bar{V}^2$ , але дійсною ця залежність буде лише при швидкостях з числами  $M < 0,6$ . Ця невідповідність розрахункових формул дійсній залежності сил від швидкості польоту, а також вплив на їх величину кутів атаки  $\alpha$ , ковзання  $\beta$  та розмірів ракети враховується залежністю безрозмірних коефіцієнтів  $C_x, C_y, C_z$  від «М» та кутів  $\alpha$  і  $\beta$ .

Ці аеродинамічні коефіцієнти для кожного літального апарата мають своє значення, тому що визначаються вони лише експериментальним шляхом під час випробування моделей літального апарата у аеродинамічних трубах. Крім того, аеродинамічні коефіцієнти залежать також від

числа Рейнольдса ( $R_e$ ), що характеризує в'язкість обтікання повітря та розраховується як:

$$R_e = \frac{\bar{V}L}{\nu}, \quad (4.23)$$

де  $V$  – швидкість літального апарата, або швидкість потоку відносно літального апарата;  $L$  – довжина ракети;  $\nu$  – кінетичний коефіцієнт в'язкості повітря.

Під час польоту ЛА одночасно з кутом атаки та кутом ковзання повну аеродинамічну силу розраховують за правилом діагоналі паралелепіпеда (рис. 4.9):

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{R}_X^2 + \bar{R}_Y^2 + \bar{R}_Z^2}. \quad (4.24)$$

За відсутності кута ковзання повну аеродинамічну силу розраховують за правилом паралелограма:

$$\bar{R} = \sqrt{\bar{R}_X^2 + \bar{R}_Y^2}. \quad (4.25)$$

При  $\alpha = 0$  та  $\beta = 0$  повна аеродинамічна сила дорівнює силі лобового опору:

$$\bar{R} = \bar{R}_X.$$

#### 4.5 Підймальна та бокова сили

Більшість складових повної аеродинамічної сили, таких, як сила лобового опору  $R_X$  та бокова сила  $R_Z$ , заважають руху літального апарату і лише третя складова – підймальна сила  $R_Y$  може стати необхідною під час руху літального апарата у повітрі.

Підймальну силу можна подати, як суму підймальних сил, що утворюють його корпус (фюзеляж), крила та горизонтальне оперення:

$$\bar{R} = \bar{R}_{Y(\Phi)} + \bar{R}_{Y(\kappa p)} + \bar{R}_{Y(zo)}, \quad (4.26)$$

Але більша частина підйимальної сили утворюється саме крилами літального апарата, тому механізм її утворення розглянемо на прикладі крилатих літальних апаратів, і це можуть бути як літаки, так і крилаті ракети.

Форми крил дуже різноманітні та характеризуються в основному формою профілю поперечного перерізу (рис. 4.11) та формою контуру. Якщо розітнути крило вертикальною площиною, паралельною повздовжній осі літального апарата, то у перерізі отримаємо фігуру, яку домовилися називати **профілем крила**.

Ураховуючи все вище наведене, з'ясуємо, завдяки чому виникає підйимальна сила у дозвуковому потоці.

Нехай потік повітря рухається назустріч нерухомому крилу, що має несиметричний профіль (рис. 4.12 *a*). Потік повітря, що набігає, характеризується незбуреними параметрами  $\bar{V}_\infty, \rho_\infty$ . При наближенні до передньої кромки профілю крила струмені потоку повітря розділяються та окремо здійснюють свій шлях по верхній та нижній поверхнях крила. За хвостовою частиною профілю струмені потоку знову поєднуються, але завдяки нерозривності потоку свій шлях вони повинні пройти за один і той самий час.



Рисунок 4.11 – Форми профілю поперечного перерізі

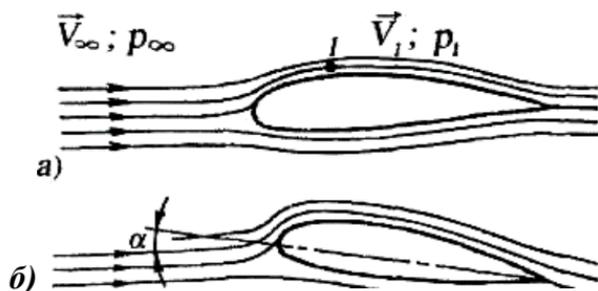


Рисунок 4.12 – Дія потоку повітря залежно від форми крила

Шлях струменів по верхній поверхні крила більший за шлях струменів, що рухаються під крилом. Тому струмені по верхній поверхні крила рухаються з більшою швидкістю.

Нехай, наприклад, у точці 1 (рис. 4.12 а) їх швидкість досягла значення  $V_x \neq \bar{V}_\infty$ . Використаємо рівняння Бернуллі (4.20) до двох струменів повітря, один із яких проходить через точку 1, а інший – вдалині від крила, з якого отримаємо

$$\rho_1 = \rho_2 - \frac{\rho}{2} (\bar{V}_1^2 - \bar{V}_2^2), \quad (4.27)$$

$$\rho_1 < \rho_\infty.$$

Тобто над крилом утворюється зона зі зниженим тиском. Розмірковуючи таким чином, дійдемо висновку, що й під крилом також виникає розрядження, але завдяки тому, що крило має несиметричний профіль, величина цього розрядження буде значно менша за ту, що утворюється над крилом. **Різниця тиску повітря під крилом та над крилом і утворює підймальну силу, що спрямована вгору.**

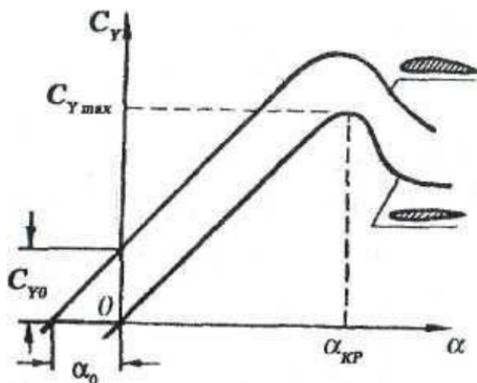


Рисунок 4.13 – Залежність коефіцієнта підйімальної сили від кута атаки

Якщо крила мають симетричний профіль, то підйімальна сила не виникає. Але якщо крила з таким профілем встановити під деяким кутом до потоку повітря, тобто  $\alpha \neq 0$ , то повторюється розглянута вище картина обтікання (рис. 4.12 б): струмені повітря, що йдуть над крилом, будуть огинати більш опуклу поверхню, в результаті чого й утвориться підйімальна сила.

Таким чином, підйімальну силу можна отримати двома способами: завдяки несиметричності профілю крил або встановлюючи ці крила під деяким кутом атаки до потоку повітря.

Ураховуючи вищенаведене, можна дійти висновку, що на ракетах, які не мають крил (осесиметричних безкрилих літальних апаратів), підйімальну силу можна отримати лише під час їх руху з кутом атаки. Помічено, що при збільшенні кривизни профілю крила або кута атаки збільшується також і значення підйімальної сили.

Відомо також, що залежність підйімальної сили від кута атаки має лінійний характер. Але ця лінійна залежність порушується при великих кутах атаки (рис. 4.13).

З графіків (рис. 4.13) видно, що при досягненні деякого кута (який називають **критичним кутом атаки**  $\alpha_{кр}$ ) коефіцієнт підйімальної сили  $C_u$  досягає свого максимального значення, після чого різко падає.



Рисунок 4.14 – Струмені потоку повітря

Це пов'язано, по-перше, з глибокими змінами самого характеру обтікання крила потоком повітря та з розвитком так званого **зриву потоку** (рис. 4.14 та 4.15 б).

Під час цього **зриву** струмені потоку вже не будуть рухатися по шарах уздовж поверхні крила (рис. 4.15 а), а відриватимуться від неї та будуть здійснювати хаотичний вихровий рух (так звані **відривні**) (рис. 4.15 б).



Рисунок 4.15 – Дія струменів повітря

Таким чином, під крилом утворюється зона з підвищеним тиском. Над передньою кромкою профілю крила виникає зо-

на розширення, всередині якої потік повітря повертає та одночасно з цим збільшує швидкість свого руху (рис. 4.16). Тиск повітря у цій зоні та за нею зменшується відносно незбуреного потоку. Наприкінці верхньої поверхні крила потік перетинає косий стрибок ущільнення та відновлює свій напрям і швидкість. Під крилом у цьому місці потік повітря проходить через зону розширення і також відновлює свої початкові параметри. Різниця тиску над крилом та під ним і утворює підймальну силу крил у надзвуковому потоці.

Існує таке поняття, як **аеродинамічна якість** літального апарата. Ця аеродинамічна характеристика визначає ступінь аеродинамічної досконалості будь-якого літального апарата і залежить від його форми та конструктивних особливостей. Визначається аеродинамічна якість як відношення підймальної сили до сили лобового опору:

$$A = \frac{\bar{R}_y}{\bar{R}_x} \quad (4.28)$$

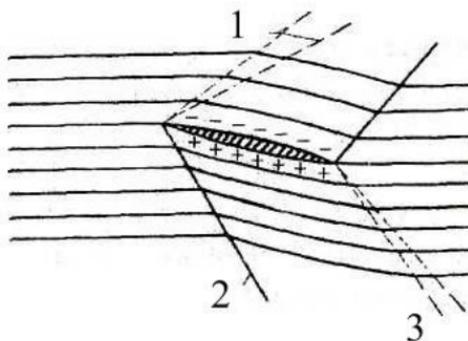


Рисунок 4.16 – Надзвукові потоки повітря  
 1-область розширення потоку; 2-косий стрибок ущільнення;  
 3- область розширення потоку

Для різних типів літаків аеродинамічна якість лежить у межах (15–23), а для частин космічних апаратів, що відокремлюються та повертаються на Землю – (0–0,35).

Під час польоту літального апарата з кутом ковзання  $\beta \neq 0$ , а також у випадку відхилення рулів напрямку виникає **бокова сила**. Для ракет ця сила утворюється корпусом та вертикальним оперенням. Механізм виникнення бокової сили аналогічний механізму виникнення підйімальної сили.

#### 4.6 Сила лобового опору

Як і підйімальна сила, сила лобового опору  $R_x$  залежить від форми літального апарата, швидкості і висоти його польоту, кутів атаки, ковзання та інших факторів (рис. 4.17).

Повна сила лобового опору враховується у вигляді безрозмірного коефіцієнта  $C_x$  та у загальному випадку складається з чотирьох різних за своєю природою складових:

- донний опір;
- опір тертя;
- хвильовий опір;
- індуктивний опір.

Усі складові сили лобового опору залежать, насамперед від форми ЛА. Так, на рис. 4.16 наведені коефіцієнти сили лобового опору  $C_x$  залежно від форми ЛА.

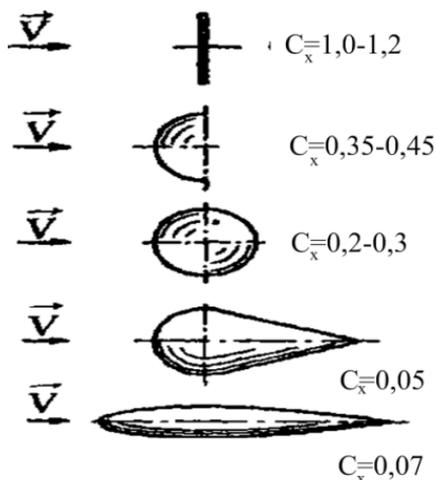


Рисунок 4.17 – Сила лобового опору залежно від форми ЛА

Як видно з рис.4.17, найбільший опір складають тіла з тупою носовою та кормовою частинами.

Якщо кормова частина тіла має плоский зріз або затуплену форму, то повільність обтікання потоком повітря порушується. Струмені повітря у цьому місці будуть відриватися від поверхні ЛА (відривна течія). При цьому за кормовою частиною корпусу утворюється зона застою, де частинки повітря здійснюють хаотичний вихровий рух (рис. 4.18).

Тиск повітря у цій зоні застою  $I$  значно менший, ніж у незбуреному потоці. Завдяки цьому й утворюється складова сили лобового опору, яка отримала назву **донного опору**.

Згладжування форми літального апарата та загострювання кормової його частини ліквідує передумови відриву потоку, вирівнює поле тиску навколо тіла та тим самим зменшує значення донного опору.



Рисунок 4.18 – Залежність значення коефіцієнта лобового опору від розмірів тіла

Виходячи з вищенаведеного, може скластися думка, що для того щоб зменшити вплив донного опору на силу  $R_x$ , достатньо надати літальному апарату лише зручної, каплеподібної форми. Однак уже з останнього прикладу залежності  $C_x$  від форми літального апарата (рис. 4.16, 4.17) помітно, що при збільшенні подовження тіла (при збереженні попередніх розмірів перерізу) значення коефіцієнта лобового опору не зменшується, а, навпаки, збільшується. У цьому випадку на перший план виходить вже інша складова сили лобового опору – **опір тертя**.

На початку цього підрозділу вже були визначені загальні поняття стосовно цієї сили. Але необхідно також звернути увагу на деякі особливості щодо цієї сили. Для цього більш ретельно розглянемо особливості обтікання потоком повітря поверхні деякого тіла.

Під дією сил молекулярного зчеплення найближчий шар повітря гальмується, начебто «прилипає» до поверхні літального апарата. Завдяки в'язкості повітря це гальмування передається на сусідні шари потоку. Таким чином, біля тіла утворюється тонкий **межовий шар**, у якому швидкість змінюється від нуля (на поверхні літального апарата) до швидкості загальмованого потоку. Товщина цього шару коливається від міліметрів до сантиметрів. Спостереження показали, що течія повітря у межовому шарі може бути двох типів (рис. 4.19):

- **ламінарна** (шарова) – коли повітря рухається по шарах, які між собою не змішуються;
- **турбулентна** (збурена) – коли частинки повітря рухаються хаотично, при цьому окремі шари повітря змішуються один із одним.

У випадку турбулентної течії за рахунок більш енергійного змішування струменів повітря швидкість потоку біля поверхні ЛА більша, тому поверхнєве тертя також збільшується. Унаслідок тертя повітря з поверхнею тіла виникає сила, спрямована проти руху тіла. Ця сила отримала назву **опору тертя**.

Необхідно також визначити, що насправді межовий шар біля тіла зазвичай буває змішаним. Так, біля носової частини ЛА завжди знаходиться **ламінарна ділянка** (рис. 4.19-1), а біля кормової частини тіла – **турбулентна** (рис. 4.19-2). Точка 3 (рис. 4.19) – **точка переходу** ламінарного примежового шару в турбулентний.

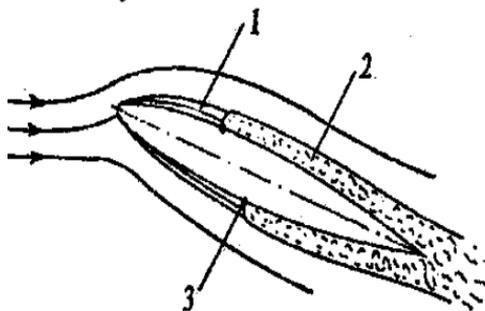


Рисунок 4.19 – Типи течії повітря у межовому шарі

Для зменшення опору тертя намагаються точку переходу межового шару з ламінарного до турбулентного перенести щонайдалі. Цьому сприяє підтримання поверхні літального апарата у максимально гладкому стані, тому що навіть невеликі подряпини є джерелами турбулізації.

Розглянемо тепер механізм утворення **хвильового опору**. Повітря – це газ. Газ – сукупність молекул (частинок). Частинки повітря, що були виведені з рівноваги літального апарата, починають коливатись і передавати ці коливання сусіднім частинкам повітря. Це приводить до виникнення хвиль, які являють собою області стиснення та розрідження повітря, що поширюються зі швидкістю звуку. Таким чином, зовнішня поверхня літального апарата є джерелом звукових хвиль.

Виникнення звукових хвиль також є фактором збільшення опору повітря. Це пояснюється, з одного боку, тим, що на утворення звукових хвиль витрачається деяка частина енергії руху, а з іншого – тим, що звукові хвилі змінюють стан середовища (густину, пружність тощо), а отже й, умови польоту.

Опір, обумовлений виникненням звукових хвиль, називають **звуковим опором**. Величина цього опору залежить від того, у якому співвідношенні перебуває швидкість тіла (ЛА) у деякому середовищі (повітрі) та швидкість поширення утворених ним звукових коливань.

Можуть бути такі випадки цього співвідношення:

- швидкість тіла менша за швидкість звукових хвиль ( $V < a$ );
- швидкість тіла дорівнює швидкості звуку ( $V = a$ );
- швидкість тіла більша за швидкість звуку ( $V > a$ ).

Розглянемо всі ці випадки. Для цього помістимо деяке тверде тіло з нескінченно малими розмірами (матеріальну точку  $A$ ) у середовище, яке стискається (рис. 4.20).

Нехай ця точка  $A$  яким-небудь чином викликає невеликі збурення цього середовища, наприклад, коливається. У цьому випадку від неї будуть відходити сферичні хвилі, які поширюються у всі боки зі швидкістю звуку (рис. 4.20  $a$ ).

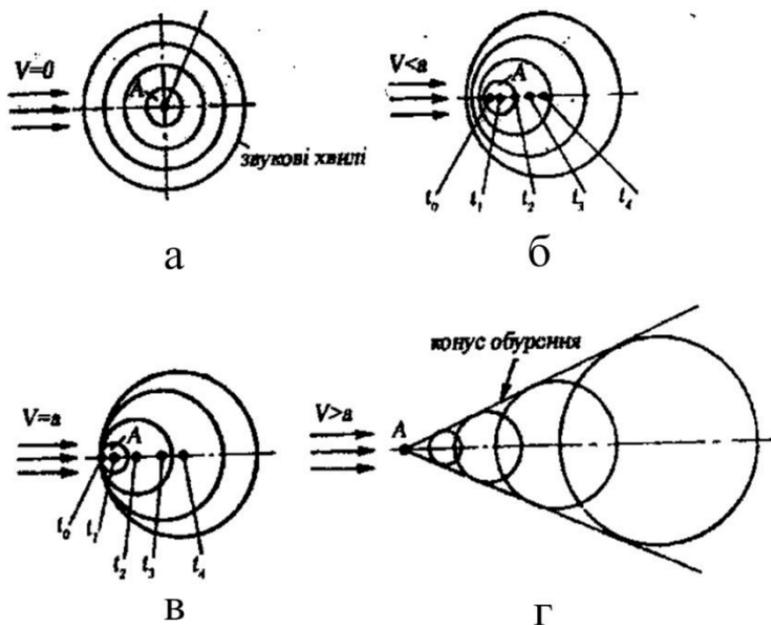


Рисунок 4.20 – Форми хвиль

Якщо точка  $A$  знаходиться у середовищі, що рухається з деякою швидкістю ( $V < a$ ) або сама точка починає рухатися з цією швидкістю, то утворені нею у різні моменти часу звукові хвилі будуть весь час знаходитися попереду цієї точки (ЛА) і значного впливу на опір її руху не робитимуть (рис. 4.20 б). При ( $V = a$ ) матеріальна точка рухається з такою самою швидкістю, що й звукові хвилі, утворені нею. Крім того, звукові хвилі, утворені точкою в різний час, набігають одна на одну та зливаються у загальну хвилю. Літальний апарат при цьому рухається ніби на «гребні» цієї загальної хвилі (рис. 4.20 в). У цьому місці спостерігається різке зростання тиску повітря. Коли швидкість літального апарата більша за швидкість звуку ( $V > a$ ), то літальний апарат обганяє свої звукові хвилі, пробиваючи їх (рис. 4. 20 г). Кожна нова звукова хвиля виходить за межі попередньої, при цьому обвідна цих хвиль

являє собою хвилю, яка має форму конуса (конус збурення) з вершиною в точці *A*. Ця хвиля має назву **балістична** (ударна) **хвиля**. Зазвичай спостерігають дві балістичні хвилі (рис. 4.21):

- головну (*AA*);
- хвостову (*BB*).

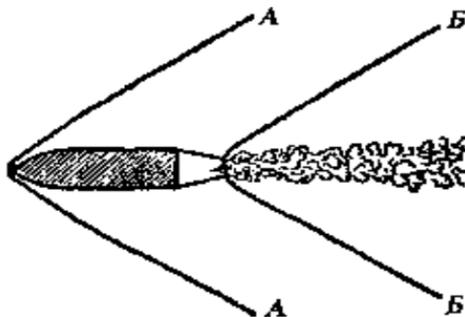


Рисунок 4.21 – Форми балістичних хвиль

Механізм утворення індуктивного опору, а взагалі сам **індуктивний опір**, є дуже специфічним. Можна зазначити, що індуктивний опір є тією «оплатою» людства, яку ми віддаємо за право утворення на несучих поверхнях підйімальної сили.

Як відомо, крило утворює підйімальну силу завдяки тому, що тиск на нижню поверхню крила більший, ніж на верхню. Однак ці області потоку дуже близько розміщені одна біля іншої в області бокових кромки крила. У цьому місці потік повітря ніби «перетікає» з нижньої поверхні крила на верхню, при цьому частина потоку закручується. Закручений потік «сходить» з кінцівок крила й утворює **вихрові шнури**, що відходять далеко назад по потоку й захоплюють разом з собою сусідні шари повітря.

## 4.7 Аеродинамічні моменти. Управляючі сили та моменти

З початком польоту на ракету починає діяти аеродинамічна сила, що є наслідком дії сил тертя і тиску повітря, які розподілені по поверхні ракети. Сума цих сил дає рівнодійну силу – повну аеродинамічну силу  $\bar{R}$ . Як відомо, повна аеродинамічна сила, прикладена до центра тиску – точки, яка розміщена на повздовжній осі ракети і, як правило, не збігається з ЦМ ракети. Положення центра тиску на цій осі залежить від зовнішньої аеродинаміки ракети та числа  $M$ .

Ураховуючи те що точка прикладення аеродинамічної сили  $R$  не збігається з ЦМ ракети і має плече відносно ЦМ, то її дія приводить не тільки до лінійного переміщення ракети, але й до повороту ракети за рахунок утворення силою  $R$  моменту – **аеродинамічного моменту**.

Розглянемо, як впливає аеродинамічний момент на політ ракети (рис. 4.22).

Напрямок дії аеродинамічного моменту визначається відносним розміщенням центра тиску і центра мас на повздовжній осі ракети.

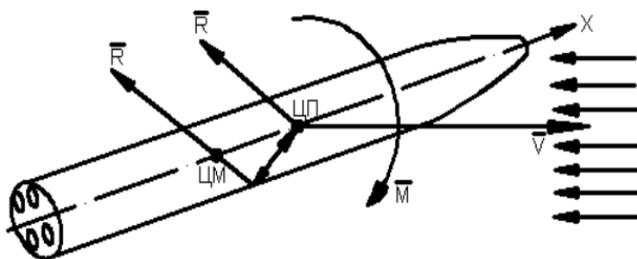


Рисунок 4.22 – Вплив аеродинамічного моменту на політ ракети

Якщо центр тиску розміщений позаду центра мас, то момент  $\bar{M}$  буде намагатися розвернути ракету за потоком повітря, тобто зменшити кут атаки  $\alpha$  (поєднати вектор швидкості з повздовжньою віссю ракети). При цьому ракета є **статично стійкою** (рис. 4.23 а), а відповідний момент називають **стабілізувальним**.

Для зручності розрахунків точку прикладення сили  $\bar{R}$  з центра тяжінні переносять до центра мас ракети, враховуючи аеродинамічний сумарний момент  $\bar{M}$ .

У випадку, коли ЦТ розміщений попереду центра мас, то аеродинамічний момент  $\bar{M}$  буде намагатися розвернути ракету в потоці повітря на  $180^\circ$  (хвостовою частиною вперед). Ракета з таким аеродинамічним компонованням є **статично нестійкою** (рис. 4.23 а), а відповідний момент  $\bar{M}$  називають **перевертаючим**.

Якщо спроектувати повний аеродинамічний момент на осі зв'язаної системи координат (рис. 4.23 б), отримаємо відповідно:

- на вісь  $OX$  – момент крену  $\bar{M}_X$ ;
- на вісь  $OY$  – момент ристання  $\bar{M}_Y$ ;
- на вісь  $OZ$  – момент тангажу  $\bar{M}_Z$ .

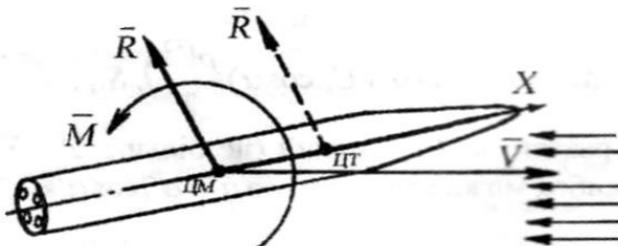


Рисунок 4.23 а – Дія аеродинамічного моменту залежно від розміщення ЦТ і ЦМ

Їх фізичну сутність та якісну залежність від різних параметрів розглянемо на прикладі стабілізуючого моменту тангажу  $\overline{M}_Z^{CT}$  за умови руху ракети з кутом ковзання  $\beta=0$ .

Момент тангажу  $\overline{M}_Z^{CT}$  утворюється відносно центра мас ракети, для якої кут атаки  $\alpha \neq 0$ , силою лобового опору  $\overline{R}_X$  і підіймальною силою  $\overline{R}_Y$ . Під час перенесення до центра мас ракети момент  $\overline{M}_Z^{CT}$  визначається за допомогою залежності

$$\overline{M}_Z^{CT} = \overline{R}_X (l_C \sin \alpha) + \overline{R}_Y (l_C \cos \alpha). \quad (4.29)$$

Підставляючи в (4.29) значення для сил  $\overline{R}_X$  та  $\overline{R}_Y$ , отримаємо:

$$\overline{M}_Z = (C_X \sin \alpha + C_Y \cos \alpha) \frac{\rho \overline{V}^2}{2} l_C S_M. \quad (4.30)$$

Кут атаки ракети на активній ділянці траєкторії малий (не більше  $2^\circ \div 3^\circ$ ), тому без суттєвих похибок можна вважати:

$$\sin \alpha \approx \alpha, \quad \cos \alpha \approx 1.$$

Помноживши та поділивши праву частину рівняння (4.30) на  $L_p$  і врахувавши, що коефіцієнт  $C_Y$  є лінійною функцією кута атаки (рис. 4.13):

$$C_Y = C_Y^\alpha \alpha, \quad (4.31)$$

отримаємо:

$$\overline{M}_Z^{CT} = (C_X \alpha + C_Y^\alpha \alpha) \frac{\rho \overline{V}^2}{2} S_M l_C \frac{L_p}{L_p} = \frac{l_C}{L_p} (C_X + C_X^\alpha) \alpha \frac{\rho \overline{V}^2}{2} S_M L_p \quad (4.32)$$

де  $L_p$  – довжина корпусу ракети.

Позначивши  $\frac{l_c}{L_p}(C_x + C_y^\alpha) = \bar{m}_z^\alpha = \frac{d\bar{m}_z}{d\alpha}$  та за аналогією з

виразом аеродинамічних сил, стабілізувальний момент тангажу записується у вигляді

$$\bar{M}_z^{CT} = m_z^\alpha \alpha \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M L_p = m_z^{CT} \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M L_p = -M_z^\alpha \alpha, \quad (4.33)$$

де  $\bar{m}_z^{CT}$  – безрозмірний коефіцієнт статичного моменту тангажу,  $\bar{M}_z^\alpha$  – градієнт статичного моменту тангажу.

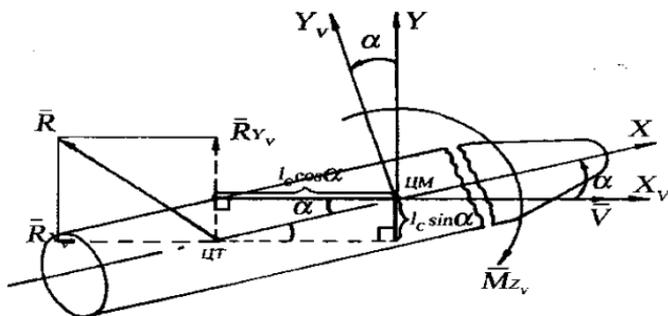


Рисунок 4.23 б – Проекції аеродинамічного моменту на осі зв'язаної СК

Знак мінус у формулі (4.33) означає, що момент спрямований таким чином, щоб зменшити кут атаки  $\alpha$ .

Проведені у аеродинаміці дослідження показали, що коефіцієнт при моменті тангажу залежить від кута атаки та швидкості польоту ракети:

$$\bar{m}_z = f(\alpha, M).$$

Величина  $\bar{M}_z^{CT}$  може досягати декількох десятків тисяч ньютонometrів. Під час польоту деякі зразки ракет, особливо при дії на них збурювальних факторів, можуть бути статично нестійкими внаслідок того, що ЦМ і ЦТ змінюють своє положення у міру

витрати ракетного палива і зміни величини числа  $M$ . Щоб запобігти цьому, використовують декілька способів стабілізації:

- у хвостовій частині конструкції ракети встановлюють стабілізатори, за допомогою яких вдається перемістити ЦТ відносно ЦМ і ракету зробити стійкою;

- надають ракеті кутової швидкості обертання навколо по-вздожньої осі;

- стабілізують органами управління, які відхиляються за командами системи управління на додаткові (відносно програми польоту) кути.

Розмірковуючи аналогічно, можна вивести формулу для аеродинамічного статичного моменту рискання:

$$\bar{M}_Y^{CT} = \bar{m} \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M L_\rho = m_Y^{CT} \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M L_\rho = -M_Z^\beta \beta. \quad (4.34)$$

Статичний момент крену  $\bar{M}_X$ , як правило, дорівнює нулю, оскільки лінія дії повної аеродинамічної сили  $\bar{R}$  перетинається з по-вздожньою віссю ракети і в даному випадку плече сили дорівнює нулю.

### 4.7.1 Аеродинамічні моменти

Під час польоту будь-яка ракета здійснює складний рух, при цьому її центр мас описує просторову криву – траєкторію.

Необхідність утворення управляючих сил пояснюється такими причинами:

- при старті ракети, якщо головна площа симетрії не поєднана з площиною пуску, здійснюється розвертання ракети за кутом рискання;

- з урахуванням вертикального старту ракети (кут тангажу  $\nu = 90^\circ$ ), необхідно під час польоту за програмою розвертати ракету за кутом тангажу;

- для компенсації збурень, які діють на ракету в польоті.

Тобто під час польоту ракета керує своїм рухом, відповідно до програми польоту, яка розраховується заздалегідь чи безпосередньо під час польоту.

Центр тиску газового руля зазвичай не збігається з його центром обертання (шарніром), тому при відхиленні рулів виникає момент, який називається позиційним шарнірним чи просто шарнірним, який прагне повернути руль до нейтрального положення (рис. 4.3).

Цей момент може бути розрахований за формулою

$$\bar{M}_{ш} = \bar{R}_{УПР.У}l_1 + \bar{R}_{УПР.Х}l_2, \quad (4.35)$$

а з урахуванням того що  $l_2 = l_1 \operatorname{tg} \delta$ :

$$M_{ш} = l_1 (\bar{R}_{УПР.У} + \bar{R}_{УПР.Х} \operatorname{tg} \delta). \quad (4.36)$$

Друга складова, в дужках, на порядок менше  $\bar{R}_{УПР.У}$ , і тому зазвичай шарнірний момент визначають за формулою

$$\bar{M}_{ш} = \bar{R}_{УПР.Х}l_1 = K_{ш} \delta, \quad (4.37)$$

де  $K_{ш}$  – коефіцієнт шарнірного моменту.

Для того щоб повернути газові рулі, привід цих рулів повинен подолати шарнірний момент. Тому чим більша величина  $\bar{M}_{ш}$ , тим більшу потужність повинен мати привід руля. Збільшення потужності привода супроводжується зростанням його габаритів і ваги, що не бажано через погіршення вагових та лінійних характеристик ракети.

Газодинамічні рулі мають ще один дуже суттєвий недолік – велику силу лобового опору  $\bar{R}_{УПР.Х}$ , яка не зникає

при  $\delta = 0$  та збільшується за квадратичним законом при відхиленні рулів від нейтрального положення (рис. 4.24).

На подолання цієї сили витрачається значна частина сили тяги ракетного двигуна, що відповідно зменшує дальність польоту ракети чи потребує додаткової витрати палива. Ця шкідлива сила називається **витратою тяги на рулях** і враховується в **ефективній силі тяги**:

$$\bar{P}^E = \bar{P} - 4\bar{R}_{\text{УПР.Х}}. \quad (4.38)$$

Незважаючи на суттєві недоліки, газові рулі знайшли застосування на багатьох типах балістичних ракет, особливо малої та середньої дальності внаслідок простоти та надійності конструкції та високої їх ефективності.

Аналогічним чином утворюються управляючі сили і моменти аеродинамічними органами управління – аеродинамічними рулями (рис. 4.24).

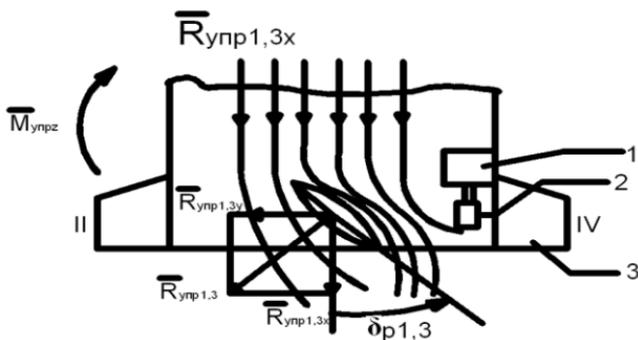


Рисунок 4.24 – Утворення управляючих моментів:

1 – рульовий привід; 2 – вісь повороту руля; 3 – аеродинамічний руль.

Аеродинамічні рулі утворюють управляючі сили внаслідок взаємодії потоку повітря з поверхнею аеродинамічних рулів.

Ефективність аеродинамічних рулів залежить від щільності повітря і швидкості польоту, тобто від швидкісного

напору  $\bar{q}$ . Тому аеродинамічні рулі застосовують як допоміжні органи управління (наприклад, у комбінації з газодинамічними рулями) і тільки на атмосферній ділянці траєкторії. Потрібно відмітити, що осьова проекція  $\bar{R}_{упр.X}$  являє собою силу лобового опору руля і, як у прикладі з газодинамічними рулями, теж приводить до зменшення тяги ракетного двигуна.

Другим способом утворення управляючої сили і моменту, який дуже широко використовується в ракетній техніці, є спосіб повороту сопла чи всієї камери ракетного двигуна. При цьому значно зменшуються витрати тяги на управління, що є одним із основних переваг такого способу утворення управляючого моменту.

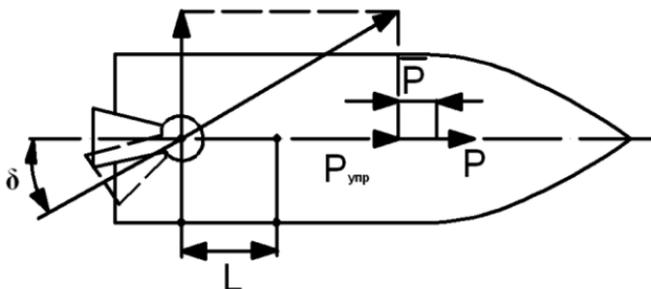


Рисунок 4.25 – Визначення вектора сили тяги

Ракетний двигун розміщується у хвостовій частині ракети, і якщо камеру цього двигуна закріпити на шарнірі та повертати, то вектор тяги буде відхилятися від напрямку поздовжньої осі ракети. Розкладаючи силу  $\bar{P}$  на два взаємно перпендикулярних напрямки, один із яких збігається з віссю ракети, отримаємо нормальну складову вектора тя-

ги  $\bar{R}_{УПР.Y}$ , що не проходить через центр мас (рис. 4.25). Добуток цієї складової на плечі  $l$  дає управляючий момент:

$$\bar{I}_{O\dot{I}_{D.Z}} = \bar{P}_{O\dot{I}_{D.Y}} = \bar{P}l \sin \delta. \quad (4.39)$$

Ураховуючи те, що сила тяги має значну величину, то для ефективного управління ракетою достатньо повертати камеру двигуна всього на декілька градусів. У цьому випадку тригонометричну функцію кута можна виразити через сам кут, що вимірюється в радіанах:  $\sin \delta \approx \delta$ , і тоді  $\bar{M}_{УПР} = \bar{P}l\delta$ .

Слід зазначити, що при цьому втрати тяги на управління будуть значно меншими, ніж при використанні газодинамічних рулів. Ці втрати  $\Delta \bar{P}$  можна знайти за формулою:

$$\Delta \bar{P} = \bar{D} - \bar{P}_{O\dot{I}_{D.\delta}} = \bar{D} - \bar{D} \cos \delta = \bar{P}(1 - \cos \delta). \quad (4.40)$$

Так, наприклад, при  $\delta_{MAX} = 5^\circ$ , максимальне значення  $\Delta \bar{P}$  становить приблизно 0,4% від сили тяги. У той самий час сила  $\bar{R}_{УПР.Y}$ , при  $\delta_{MAX} = 5^\circ$ , становить 9% від сили тяги  $\bar{P}$ , що забезпечує ефективне управління.

Отже, на підставі вищенаведеного можна стверджувати, що газодинамічні та аеродинамічні рулі чи поворотні камери ракетного двигуна є органами управління, поворот яких від нейтрального положення приводить до виникнення управляючого моменту. Останній, у свою чергу, розвертаючи ракету, приводить до перерозподілу сил, що діють на ракету, так, щоб ЦМ ракети рухався по програмній траєкторії. При цьому за допомогою управляючого моменту і управляючої сили відбувається компенсація силових збурень і збурень від моментів, що намагаються відвести ракету з програмної траєкторії.

Розглянемо схему утворення управляючих сил і моментів відносно осей зв'язаної системи координат :

-  $OX$  – момент обертання  $\bar{M}_{УПР.X}$  ;

- $OY$  – момент ристання  $\overline{M}_{УПР.Y}$  ;
- $OZ$  – момент тангажу  $\overline{M}_{УПР.Z}$  .

Для розвороту ракети за кутом тангажу (рис. 4.26) необхідно рульові двигуни (газові рулі, аеродинамічні рулі) повернути на кути  $\delta_{T2} = \delta_{T4} = \delta_T$ . У цьому випадку управляючий момент буде дорівнювати моменту проекції сил  $\overline{R}_{УПР.2.4}$ . відносно осі  $OZ$ :

$$\overline{M}_{УПР.Z} = 2\overline{R}_{УПР.Y}l_y \sin \delta_T, \quad (4.41)$$

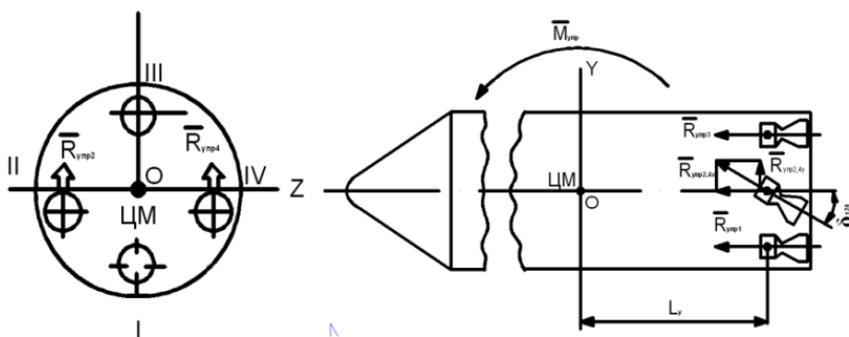


Рисунок. 4.26 – Схема розвороту за кутом тангажу

Розворот ракети за кутом ристання (рис. 4.27) здійснюється завдяки відхиленню рулів I та III на кути  $\delta_{p1} = \delta_{p3} = \delta_p$ .

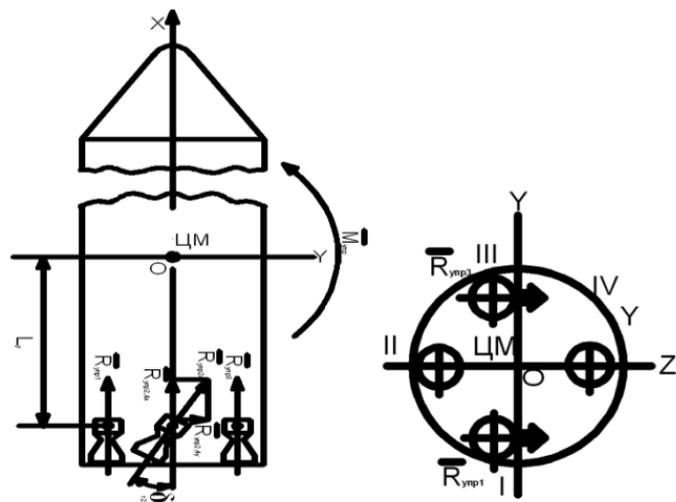


Рисунок 4.27 – Схема розвороту за кутом рискання

Управляючий момент рискання дорівнює моменту проєкцій сил  $\bar{R}_{упр.1,3}$  відносно осі  $OY$ :

$$\bar{M}_{упр.Z} = 2\bar{R}_{упр.Y}l_y \sin \delta_T. \quad (4.42)$$

Для повороту ракети навколо повздовжньої осі  $OX$  рулі кожної пари I, III і II і IV відхиляються в протилежні боки на кути  $\delta_0$  (рис. 4.28).

Управляючий момент  $\bar{M}_{упр.X}$  обертання буде визначатися:

$$\bar{M}_{упр.X} = 4\bar{R}_{упр.Y}l_y \sin \delta_0. \quad (4.43)$$

Знання величин моментів, як аеродинамічних, так і управляючих необхідні для розв'язання рівнянь, які визначають обертальний рух ракети як твердого тіла відносно центра мас.

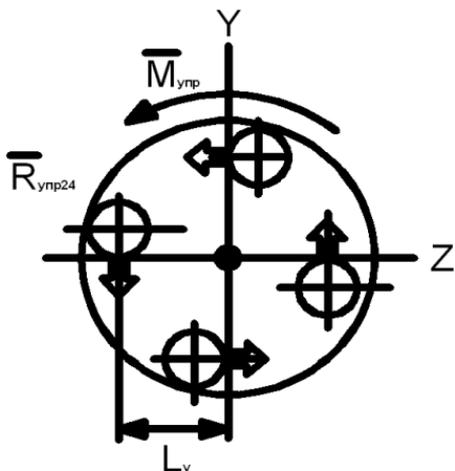


Рисунок 4.28 – Схема розвороту ракети

Із рівнянь руху тіл змінної маси відомо, що обертальний рух твердого тіла відносно осі, яка проходить через його центр мас, під дією моментів визначається залежністю

$$I \overline{\varepsilon} = \sum_{i=1}^n \overline{M}_i, \quad (4.44)$$

де  $\varepsilon$  – кутове прискорення обертання;  $I = \sum_{i=1}^n m_i r^2$  – момент інерції відносно осі обертання;  $\sum_{i=1}^n \overline{M}_i$  – сума моментів відносно осі обертання.

Запишемо вираз (4.44) для ракети відносно кожної із осей зв'язаної системи координат. При цьому в правій його частині необхідно взяти суму моментів відносно тих самих

осей всіх сил що діють на ракету, точки прикладення яких не збігаються з її центром мас:

$$\left. \begin{aligned} \overline{M}_X &= \overline{M}_{УПР.X} \\ \overline{M}_Y &= \overline{M}_Y^{CT} + \overline{M}_{УПР.Y} \\ \overline{M}_Z &= \overline{M}_Z^{CT} + \overline{M}_{УПР.Z} \end{aligned} \right\}. \quad (4.45)$$

Рівняння 4.45 записані з урахуванням умов, коли під час руху ракета є статично стійкою, тобто на неї діють стабілізувальні моменти  $\overline{M}_Y^{CT}$  і  $\overline{M}_Z^{CT}$ , в іншому випадку замість цих моментів будуть діяти перевертаючі моменти  $\overline{M}_Y^{ПЕР}$  і  $\overline{M}_Z^{ПЕР}$ .

У (4.45) не враховані демпфірувальні моменти. Як правило, за величиною вони порівняно з іншими невеликі і при дослідженнях, які не потребують високої точності розрахунку траєкторії руху ракет, зазвичай не враховуються. Тому при складанні рівнянь обертального руху ракети ними нехтують.

#### 4.7.2 Способи створення управляючих сил та моментів

Як відомо з попереднього матеріалу, управляючі сили та моменти за своєю фізичною природою можуть бути або **аеродинамічними**, або **реактивними**. Інакше кажучи, існує два способи створення управляючих сил та моментів:

- **аеродинамічний;**
- **газодинамічний.**

Принцип створення управляючих сил та моментів аеродинамічними та газодинамічними органами управління практично однаковий, різниця тільки у робочому тілі, що взаємодіє з рулями. У першому випадку (аеродинамічні

органи управління) як робоче тіло використовується повітря, у якому відбувається політ літального апарата, а в іншому випадку (газодинамічні органи управління) – газовий потік ракетного двигуна.

На даний час існує велика кількість органів управління, що використовуються на сучасній ракетній техніці.

Розглянемо декілька загальних типів, що найбільш поширені у ракетній техніці, та органи управління з особливим конструктивним рішенням.

### **Аеродинамічний спосіб створення управляючих сил та моментів**

Усі аеродинамічні органи управління об'єднує те, що управляючі сили та моменти мають аеродинамічну природу, тобто є результатом взаємодії цих органів управління з повітряним середовищем (атмосферою), у якому відбувається рух літального апарата. Аеродинамічні органи управління зазвичай поділяють на три групи:

- рульові поверхні, які відхиляються (аеродинамічні рулі);
- поворотні крила;
- переривачі повітряного потоку (інтерцептори).

У крилатих ракет аеродинамічні рулі можуть бути розміщені на поверхні за трьома аеродинамічними схемами (рис. 4.29).

**Взагалі будь-яку аеродинамічну схему визначає взаємне розміщення органів управління відносно крил та центра мас ЛА.**

На ракетах, що виконані за нормальною аеродинамічною схемою, для надання управляючих сил та моментів зазвичай використовують аеродинамічні рулі типу **поворотного оперення**, які розміщені позаду крил та центра мас літального апарата (рис. 4.29 а).

Цей тип аеродинамічних рулів та ця аеродинамічна схема використовуються для усіх типів ракет, які літають

на середніх висотах з дозвуковими та помірно надзвуковими швидкостями. Але аеродинамічні рулі даного типу можуть бути розміщені на ракеті як у кормовій, так і в носовій частині корпусу.

Ракети, на яких аеродинамічні рулі розміщені попереду крил та ЦМ належать до схеми «утка»(рис. 4.29 б).

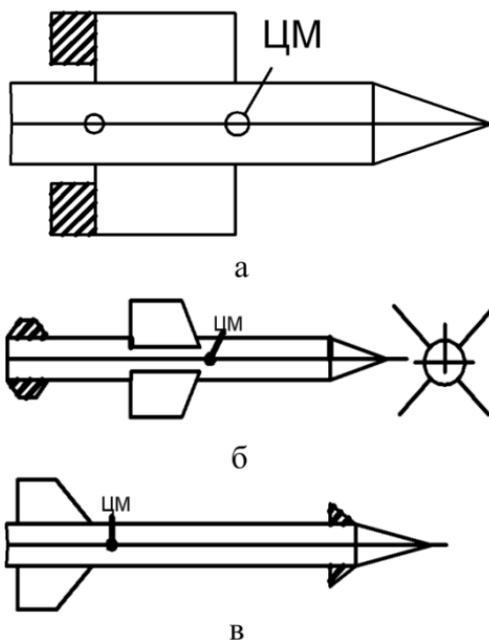


Рисунок 4.29 – Варіанти розміщення аеродинамічних рулів

Ця аеродинамічна схема, завдяки своїм маневреним властивостям дуже часто використовується на зенітних та протитанкових керованих ракетах. Наприклад, ПТКР типу 9М111 (113), 9М114 та 9М115 виконані за даною аеродинамічною схемою.

До недоліку цієї схеми можна віднести додатковий момент крену, що виникає на крилах, розміщених за рулями,

завдяки скошуванню потоку повітря під час повороту аеродинамічних рулів на деякий кут.

Третя аеродинамічна схема має назву «безхвістка» та характеризується тим, що рулі на таких типах ЛА розміщені таким самим чином, як і в нормальній схемі, але не окремо від крил, а на їх задній кромці (рис. 4.29 в). При такому розміщенні, при малій площі рулів можна отримати високу їх ефективність, але тільки при дозвукових швидкостях польоту. Цей тип рулів іноді називають **елерони**.

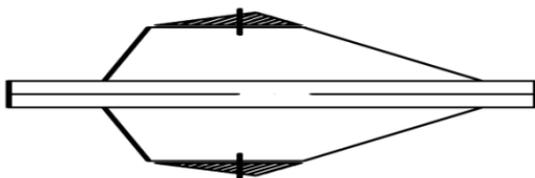


Рисунок 4.30– Схема кінцевих рулів

При надзвукових швидкостях польоту більш ефективним буде інший тип рульових поверхонь – **кінцеві рулі**. Цей тип рулів також становить лише частину оперення ракети або її крил, але розміщуються вони не на задньому їх краю, а на бокових кінцівках цих крил (рис. 4.30).

Специфічним і цікавим пристроєм кутової стабілізації крилатої ракети є **ролером** (рис. 4.31).

**Ролером** – це рухома аеродинамічна поверхня 1, у середині якої розміщується масивний диск-ротор 2.

Цей ротор одним своїм краєм виступає за контур поверхні, унаслідок чого в польоті він розкручується зустрічним потоком повітря та набирає властивостей **гіроскопа**.

Коли кутова швидкість літального апарата по крену дорівнює нулю, – ролерони встановлюються в напрямку потоку і не створюють стабілізуючого моменту, але з початком обертання ракети на ротори ролеронів починає

діяти гіроскопічний момент, під впливом якого ролерони відхиляються на деякі кути в протилежному напрямі та створюють момент крену, який пригальмовує обертання ЛА.

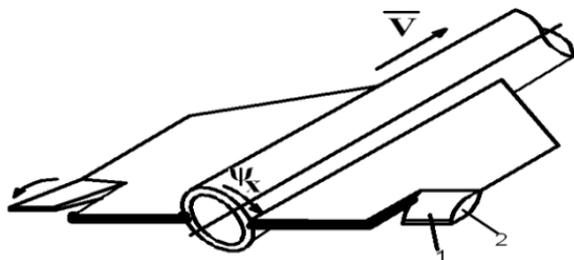


Рисунок 4.31 – Стабілізація крилатої ракети ролеронами

Даний пристрій може бути охарактеризований як **пасивний автомат стабілізації**, який може лише протидіяти повороту ракети відносно її поздовжньої осі, а не управляти її рухом по крену.

Іноді використовують газодинамічні ролерони, які за будовою та принципом дії аналогічні аеродинамічним, але їх ротори розкручуються не потоком повітря, а газовим потоком ракетного двигуна.

На деяких типах ЛА як аеродинамічні ОУ використовують поворотні крила. Управляючі сили та моменти на таких ЛА утворюються завдяки повороту крил відносно корпусу (рис. 4.32). Оскільки площа крил порівняно з рулями набагато більша, то необхідне значення управляючих сил може бути отримане при відносно невеликих поворотах крил, але ці органи управління потребують потужного рульового привода.

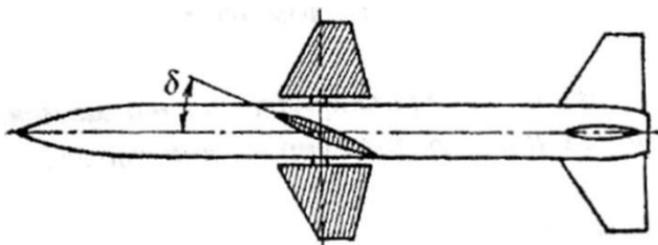


Рисунок 4.32 – Крило ракети як орган управління

Цей тип ОУ частіше за все використовується на зенітних керованих ракетах, які характеризуються своїми маневреними властивостями (іноді літальні апарати з цим типом рулів виносять в окрему аеродинамічну схему).

**Інтерцептор** (переривник потоку) – являє собою пластину, що розміщується всередині або на задньому краю крил літального апарата.

Ця пластина може встановлюватися перпендикулярно до зустрічного потоку, створюючи при цьому підймальну силу відповідного знаку (рис. 4.33).

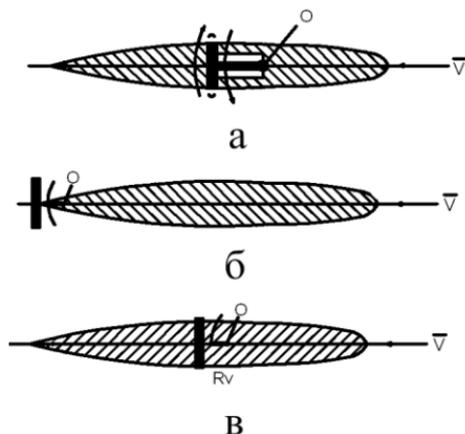


Рисунок 4.33 – Варіанти встановлення інтерцептора

До подолання цього типу органів управління необхідно віднести великий додатковий опір, тому інтерцептори, як правило, використовують на літальних апаратах, для яких лобовий опір відіграє другорядну роль.

Усім аеродинамічним органам управління властивий загальний недолік – вони можуть діяти тільки в межах щільних шарів атмосфери, оскільки створені ними управляючі сили є силами аеродинамічного опору, які залежать від щільності середовища, в якому відбувається рух, та від швидкості літальних апаратів. Виходячи з цього, розглянуті органи управління можуть використовуватися тільки на ракетах з малими та середніми висотами польоту ( $H \leq 30-35$  км) при дозвукових та помірно надзвукових швидкостях польоту ( $M < 5$ ).

Для балістичних ракет, польотом яких необхідно управляти на великих висотах, а також для доповнення аеродинамічних органів управління, використовують газодинамічні (реактивні) органи управління.

**Розглянемо газодинамічний спосіб створення управляючих сил та моментів. Створення управляючих сил та моментів за допомогою газодинамічних органів управління вважають газодинамічним способом.**

Газодинамічні органи управління можна поділити на:

- органи управління з повним відхиленням газового потоку;
- органи управління з частковим відхиленням газового потоку;
- управління за допомогою диференту тяги багатокамерних двигунів;
- управління за допомогою додаткових двигунів.

До газодинамічних ОУ з повним відхиленням газового потоку належать:

- поворотні камери (хитні або верньєрні двигуни);

- поворотні сопла;
- сопла з різноманітними насадками (дефлектори).

**Поворотні камери** зазвичай використовують на потужних ракетах, тому що вони вимагають потужних рульових приводів.

Під час відхилення камери (двигуна) у який-небудь площині разом з нею відхиляється весь газовий потік, а внаслідок цього – і вектор сили тяги (рис. 4.33).

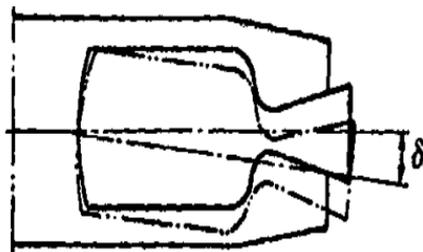


Рисунок. 4.33 – Поворотні камери

Поворотні камери, як правило, використовують не самостійно, а поряд з основним (маршовим) нерухомим двигуном.

Відхилення газового потоку можна досягти також, використовуючи на ракеті **поворотні сопла**. У цьому випадку відхиляється не весь двигун, а тільки його сопло (рис. 4.34).

Даний спосіб характеризується відносно невеликими втратами тяги, а недоліком вважається те, що дуже важко створити герметичне з'єднання рухомих частин двигуна (у місці з'єднання газовий потік має дуже високі значення тиску та температури).

Прагнення спростити конструкцію поворотних сопел привело до застосування на ракетах особливих пристроїв, що отримали назву **дефлекторів**.

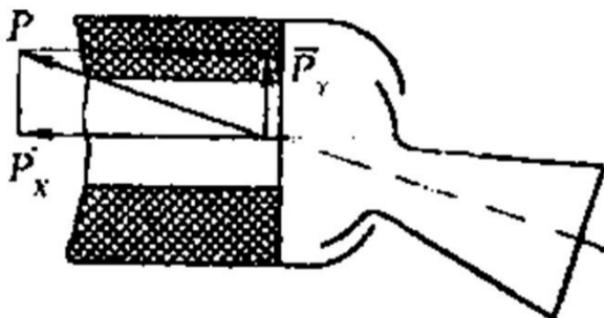


Рисунок 4.34 – Поворотні сопла

**Дефлектори** являють собою кільця (насадки), які розміщуються в області зрізу сопла і здатні відхилятися у рухомому газовому потоці (рис. 4.35). Такий пристрій взаємодіє з газовим потоком тільки при відхиленні від нейтрального положення. Ця особливість забезпечує захист дефлекторів від значного обгорання, якому піддаються інші газодинамічні ОУ.

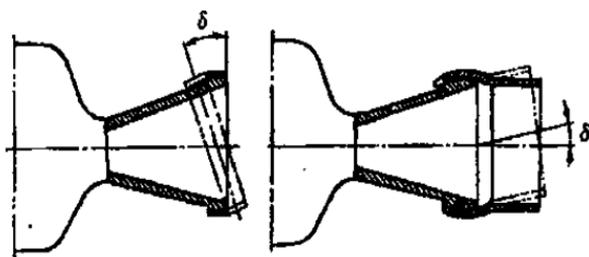


Рисунок 4.35 – Дефлектори (варіанти)

Загальною особливістю всіх ОУ з повним відхиленням газового потоку є їх висока ефективність при незначних втратах осьової тяги, але всі вони вимагають потужних ру-

льових приводів, завдяки чому практично неможливе їх використання на невеликих ракетах (ТР, ОТР).

До ОУ з частковим відхиленням газового потоку відносять:

- газодинамічні (газові) рулі;
- бокові додаткові сопла;
- газові інтерцептори;
- струменеві виконавчі пристрої.

**Газові рулі**, як відомо, являють собою дві пари пластин *I* (рис. 4.36) спеціального профілю, які розміщують у двох взаємно перпендикулярних площинах сопла, що дозволяє їм створювати управляючі моменти не тільки за кутом тангажу, а й за кутом крену. Цей тип органів управління найбільш простий за конструкцією.

Принцип створення цими органами управління управляючих зусиль аналогічний до аеродинамічними рулями. Різниця тільки в тому, що аеродинамічні рулі створюють управляюче зусилля під час взаємодії їх з повітряним потоком.

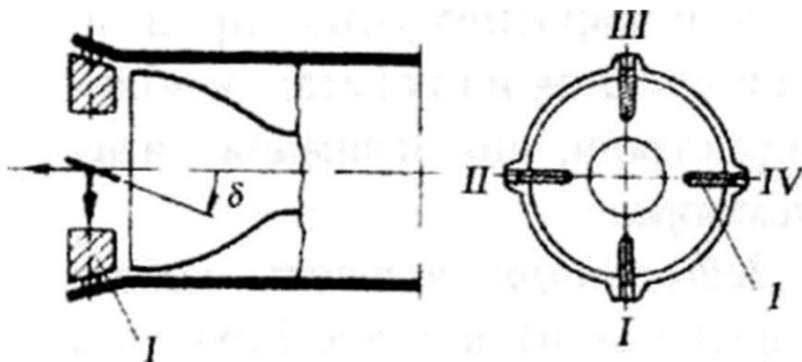


Рисунок 4.36 – Газодинамічні (газові) рулі

До недоліків цих органів управління необхідно віднести втрату сили тяги, яка викликана додатковим опором

рулів, а також їх низьку живучість внаслідок роботи у газовому потоці великої швидкості та температури, інколи з домішками твердих частин.

**Бокові сопла** (рис. 4.37) являють собою додаткові сопла основного ракетного двигуна, які можуть бути розміщені або в області ГЧ ракети, або в області її хвостової частини.

За допомогою розподільчого пристрою продукти згорання палива спрямовуються в те чи інше бокове сопло або в декілька сопел одночасно, утворюючи при цьому управляючу силу потрібного напрямку.

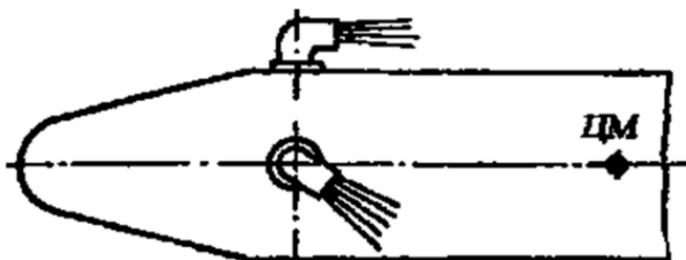


Рисунок 4.37 – Бокові сопла

Даний спосіб створення управляючих зусиль використовується дуже рідко.

У деяких ракетах використовують **газові інтерцептори** (газові тримери) (рис. 4.38), які являють собою пластини, що вводяться в газовий потік перпендикулярно до нього. За принципом дії даний тип ОУ дуже схожий на аеродинамічний інтерцептор.

Газові інтерцептори можуть встановлюватися на ракеті як на зрізі її сопла (**зовнішні інтерцептори**), так і всередині сопла (**внутрішні інтерцептори**). На сьогодні використовують тільки зовнішні інтерцептори. Управління за допомогою газових інтерцепторів має ряд суттєвих недоліків:

- по-перше це найбільша втрата тяги;
- по-друге значне обгорання інтерцепторів.

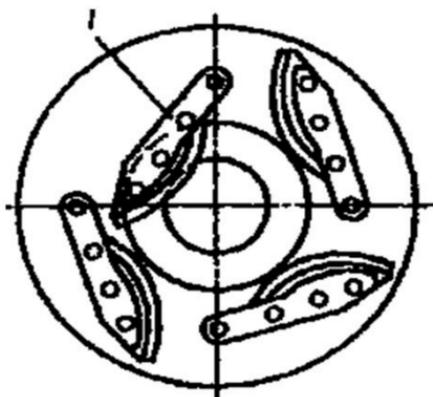


Рисунок 4.38 – Газові інтерцептори

На потужних двигунах достатнє управляюче зусилля може бути досягнуто за рахунок використання **струменевих виконавчих пристроїв** (рис. 4.39).

Вприскування (інжекція) робочого тіла у за критичну область сопла, як правило, використовують на ракетах з двигуном на твердому паливі. Цей спосіб ґрунтується на тому, що під час введення **сторонньої речовини** у надзвукову частину сопла виникає стрибок ущільнення, за яким тиск газу буде більшим, ніж до стрибка.

Саме завдяки цьому перерозподілу тиску виникає управляюча сила.

До позитивних якостей такого способу управління слід віднести відсутність рухомих елементів, а до недоліків – неможливість утворення управляючого моменту за кутом крену при односопловій схемі двигуна.

Сутність управління ракетою за допомогою штучного диферента тяги полягає в тому, що одна камера багатоба-

мерного двигуна форсується та створює силу  $\bar{P}_1$ , а інша камера дроселюється і створює тягу  $\bar{P}_2$  (рис. 4.40).

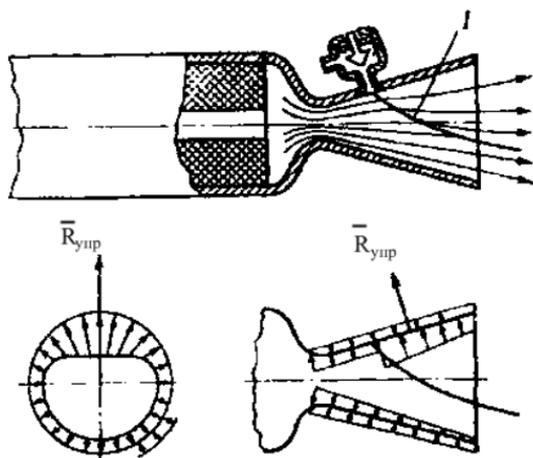


Рисунок 4.39 – Струменеві виконавчі пристрої

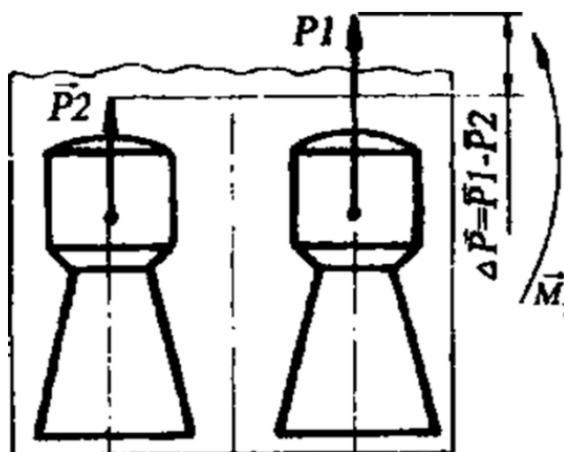


Рисунок 4.40 – Управління за допомогою штучного диферента

Завдяки цій різниці утворюється управляюче зусилля необхідної величини та напрямку.

Позитивним у цій схемі є те, що нам не потрібні додаткові регульовальні пристрої, тому що для відхилення вектора тяги використовують ті ж самі пристрої, що й для регулювання тяги за величиною.

Схема управління за допомогою додаткових двигунів на відміну від попередніх схем передбачає застосування окремих двигунів малої тяги (двигунів корекції, орієнтації) або взагалі лише балонів зі стисненим газом.

Ці додаткові двигуни, зазвичай розміщують у носовій або у кормовій частині літального апарата. Крім того, працюють такі двигуни в імпульсному режимі. Сопла двигунів корекції розміщують перпендикулярно до повздовжньої осі літального апарата. Регулюючи тривалість подачі газу в те чи інше сопло, можна змінювати імпульс управляючого моменту.

На сучасній ракеті управляючі сили та моменти можуть бути створені аеродинамічними та газодинамічними органами управління як самостійно, так і комбіновано. Так, на деяких літальних апаратах (до яких можна віднести ракету 9М79 комплексу «Точка») газові рулі використовують у комбінації з аеродинамічними органами управління. Конструктивно вони виконані на одній осі та управляються однією рульовою машиною.

На початку польоту управління здійснюється газовими рулями, тому що до досягнення швидкості  $\sim 50$  м/с аеродинамічні рулі малоефективні. Після досягнення необхідної швидкості починають працювати аеродинамічні рулі.

Комбінація різних органів управління також дуже поширена і на потужних стратегічних ракетах. Так, на американській міжконтинентальній ракеті «Мінітмен» виконавчими органами системи управління є:

- на першому ступені ракети – маршовий ракетний двигун на твердому паливі з чотирма поворотними соплами;

- на другому та третьому ступенях ракети – РДТП з інжекцією рідини (фреон) у за критичну частину сопла (тангаж та рискання); за кутом крену ракета на цих ступенях керується за допомогою системи порохових акумуляторів тиску;

- на ділянці роботи ступеня розведення бойових блоків головної частини управління здійснюється за допомогою десяти додаткових двигунів орієнтації (6 – тангаж та рискання, 4 – крен).

Аналіз та порівняння різних способів створення управляючих сил та моментів дозволяє зробити висновок, що всім органам управління літальних апаратів притаманні як позитивні якості, так і недоліки. Тому ще на етапі проектування обов'язково проводиться детальний аналіз вимог щодо маневреності, висоти та швидкості польоту кожного окремого зразка ракетної техніки. Результатом цього аналізу і буде вибір органів управління (або деякої їх комбінації), оптимальних для даного зразка літального апарата.

## **Питання для повторення та самоконтролю**

- 1 Сили, що впливають на політ ракети.
- 2 Формула сили тяжіння літального апарата.
- 3 Фізична сутність сили Коріоліса та її вплив на траєкторію польоту ракети.
- 4 Головні завдання прикладної аеродинаміки.
- 5 Що розуміють під поняттям – «ефективна межа атмосфери»?
- 6 Способи утворення підйімальної сили.
- 7 Загальний склад повної сили лобового опору.
- 8 Способи стабілізації польоту ракет.
- 9 Причини створення управляючих моментів.
10. Способи створення управляючих сил та моментів.

## Розділ 5

### РІВНЯННЯ РУХУ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ

#### 5.1 Рівняння руху літальних апаратів як математична модель польоту

При вивченні будь-якого складного об'єкта завжди проводять його дослідження на моделях, тобто використовують моделювання. При цьому розрізняють:

- фізичні моделі;
- математичні моделі.

ЛА є складним об'єктом і для нього при дослідженні створюються як фізичні, так і математичні моделі. Так, **фізичні моделі** ЛА встановлюють подібність з оригіналом, повторюючи його зовнішні форми у зменшеному вигляді, при цьому керуються положеннями теорії «подібності». Моделі ЛА, які досліджуються в аеродинамічних трубах, є фізичними моделями.

**Математичні моделі** – це моделі подібності у поведінці з оригіналом. **Математичною моделлю** будь-якого об'єкта називають опис його поведінки на будь-якій формальній мові, яка дозволяє визначити його основні характеристики. Як правило, математичні моделі використовують мову диференційних рівнянь. При цьому процес функціонування об'єкта розглядається у деякому інтервалі часу, а його стан у кожний момент часу задається набором параметрів, які характеризують його поведінку. На різних етапах дослідження об'єкта математична модель може змінюватися залежно від урахування параметрів, які вплива-

ють на поведінку об'єкта. Дослідник складає моделі, спочатку прості, потім більш складні так, щоб у результаті побудувати прийнятну модель, яка відповідає поставленому завданню дослідження.

На сьогоднішній час математичне моделювання використовується для проведення експериментів і чисельної оцінки параметрів об'єкта. Цей метод передбачає побудову діючої математичної моделі об'єкта, яка має властивості, подібні властивостям і співвідношенням реального об'єкта (оригіналу). При цьому виникає можливість імітувати роботу об'єкта у широкому діапазоні умов і приймати рішення відносно оптимізації його характеристик.

Вибираючи модель, необхідно перш за все урахувати основні характеристики і параметри об'єкта, при цьому математична модель повинна бути відносно простою і зрозумілою для тих, хто її використовує, і достатньо складною, щоб з необхідним ступенем точності відображати об'єкт, який вивчається.

**Об'єктом дослідження** (оригіналом) у нашому випадку є літальний апарат – ракета.

Виходячи з того що траєкторія польоту ракети має дві характерні ділянки, розглянемо рівняння руху ракети для цих основних ділянок траєкторії – АДТ і ПДТ. Ці рівняння дозволяють визначити основні параметри руху та елементи траєкторії польоту ракети в різні часові інтервали при об'єктивно діючих факторах середовища, в якому відбувається рух.

Кількість і характер рівнянь залежать від потрібної точності визначення траєкторії, від необхідності врахування впливу тих чи інших факторів на політ ракети, а також від системи координат, в якій розраховується траєкторія.

Для отримання відносно простої і зрозумілої моделі ракети приймемо ряд припущень.

По-перше, ракета в будь-який момент часу розглядається як абсолютно жорстке тіло, тобто не враховуються пружність ракети і наявність рідинного палива в баках.

По-друге, вважається, що в будь-який момент руху центр тиску ракети збігається з її ЦМ, а навколо ЦМ діє стабілізуювальний момент тангажу.

По-третє, не враховується обертання Землі, тобто стартову СК ( $O_C X_C Y_C Z_C$ ) можна розглядати як базову СК на всіх ділянках траєкторії.

По-четверте, всі ділянки польоту лежать в одній площині – площині стрільби.

По-п'яте, припустимо, що сила тяжіння не змінює свого напрямку на всій траєкторії польоту.

При прийнятих припущеннях політ ракети обмежується однією площиною – площиною стрільби.

## 5.2 Рівняння руху ракет на активні ділянці траєкторії

Відомо, що АДТ польоту ракети визначається роботою її двигуна і системи управління, яка утворює управляючі сили, за допомогою рульових пристроїв. Ці сили (внутрішні) забезпечують політ ракети за заданою траєкторією.

До зовнішніх сил, які враховуються на цій ділянці траєкторії, відносять силу тяжіння  $\vec{G}$ , яка утворюється тяжінням Землі, та аеродинамічні сили, що діють на ракету під час її польоту в щільних шарах атмосфери.

З урахуванням прийнятих припущень на ракету діє стабілізуювальний момент тангажу  $\vec{M}_Z^{CT}$  і управляючий момент  $\vec{M}_{YIPZ}$  відносно бокової осі.

На рис. 5.1 схематично подано розташування основних сил і моментів, що діють на ракету, яка здійснює політ, на активній ділянці траєкторії.

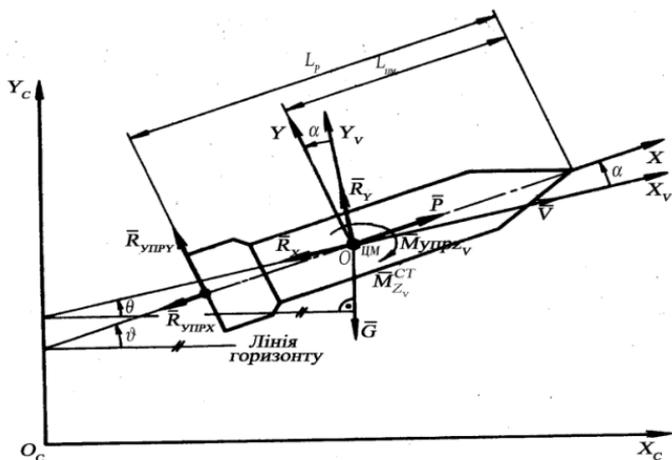


Рисунок 5.1– Сили і моменти, що діють на ракету

Для отримання рівнянь руху ракети у площині стрільби скористаємось основними принципами механіки руху, відповідно до яких рух ракети можна розглядати як поступальний рух ЦМ ракети і обертальний рух відносно ЦМ в площині пуску (стрільби).

Вихідним рівнянням поступального руху ракети є рівняння руху тіл змінної маси – рівняння І.В. Мещерського (1.10):

$$m\bar{a} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i + \bar{P}, \quad (5.1)$$

де  $\sum_{i=1}^n \bar{F}_i = \bar{G} + \bar{R}_X + \bar{R}_Y + \bar{R}_{УПР.Y} + \bar{R}_{УПР.X}$  – сума сил, що діють на ракету в польоті.

Вихідним рівнянням обертального руху в площині стрільби є рівняння моментів відносно бокової осі:

$$I_Z \bar{\varepsilon}_Z = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i. \quad (5.2)$$

Для отримання рівнянь поступального руху рівняння (5.1) спроекуємо на осі швидкісної системи координат  $OX_V$  і  $OY_V$ , що дозволить визначити, які сили впливають на величину швидкості – проекція усіх сил на вісь  $OX_V$ , а які на напрям швидкості – проекція усіх сил на вісь  $OY_V$ .

Як бачимо із рис.5.1, вісь  $OX_V$  дотична до траєкторії польоту літального апарата, а вісь  $OY_V$  є її нормаль, тому повне прискорення  $\bar{a}$  в рівнянні (5.1) проектується на вісь  $OX_V$  як тангенціальне  $\bar{a}_\tau$  (яке дорівнює

$$\bar{a}_\tau = \frac{d\bar{V}}{dt},$$

тому що збігається з напрямком вектора швидкості), а на вісь  $OY_V$  – як нормальне  $\bar{a}_v$  (яке дорівнює

$$\bar{a}_v = \frac{\bar{V}^2}{r},$$

де  $r$  – радіус кривизни траєкторії).

Із механіки відомо, що прискорення, спрямоване по нормалі до траєкторії, визначається як

$$\bar{a}_v = \frac{\bar{V}^2}{r} = \frac{\bar{V}\bar{V}}{r} = \bar{V}\bar{\omega} = \bar{V} \frac{d\theta}{dt} \quad (5.3)$$

за умови  $\bar{V} = r\bar{\omega} \Rightarrow \bar{\omega} = \frac{\bar{V}}{r}$ ,

де  $\bar{V}$  – швидкість руху ракети;  $\bar{\omega} = \frac{d\theta}{dt}$  – кутова швидкість розвороту ракети в площині стрільби.

Тепер спроекуємо всі сили, які діють на ракету (5.1), на дотичну до траєкторії руху (вісь  $OX_V$  швидкісної системи координат) (рис. 5.1), та відповідно отримаємо **перше рівняння моделі**:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = (\bar{P} \cos \alpha - \bar{G} \sin \theta - \bar{R}_X - \bar{R}_{YPP.Y} \sin \alpha - \bar{R}_{YPP.X} \cos \alpha) \quad (5.4)$$

Після перенесення з лівої до правої частини  $m$  та нескладних перетворень отримаємо:

$$\frac{d\bar{V}}{dt} = \frac{1}{m} [ (\bar{P} - \bar{R}_{YPP.X}) \cos \alpha - \bar{G} \sin \theta - \bar{R}_X - \bar{R}_{YPP.Y} \sin \alpha ]. \quad (5.5)$$

Рівняння (5.1) в проекції на вісь  $OY_V$  є **другим рівнянням моделі** і має такий вигляд:

$$m\bar{V} \frac{d\theta}{dt} = (\bar{P} \sin \alpha - \bar{G} \cos \theta + \bar{R}_Y + \bar{R}_{YPP.Y} \cos \alpha + \bar{R}_{YPP.X} \sin \alpha),$$

і остаточно:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\bar{V}} \left[ \frac{1}{m} ((\bar{P} - \bar{R}_{YPP.X}) \sin \alpha - \bar{G} \cos \theta + \bar{R}_Y + \bar{R}_{YPP.Y} \cos \alpha) \right]. \quad (5.6)$$

**Третє рівняння моделі** визначає обертальний рух ракети навколо осі  $OZ_V$  і є рівнянням моментів:

$$I_{Z_V} \bar{\varepsilon}_{Z_V} = \sum_{i=1}^n \bar{M}_i \Rightarrow I_{Z_V} \bar{\omega}_{Z_V} = \bar{M}_{Z_V}^{CT} + \bar{M}_{YPP.Z_V}, \quad (5.7)$$

де  $I_{Z_V}$  – момент інерції ракети відносно бокової осі  $OZ_V$  ;  
 $\bar{\omega}_{Z_V}$  – кутове прискорення ракети відносно осі  $OZ_V$  .

З урахуванням того що  $\bar{\omega}_{Z_V} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$ , третє рівняння має вигляд:

$$I_{Z_V} \frac{d^2\theta}{dt^2} = \bar{M}_{Z_V}^{CT} + \bar{M}_{YPP.Z_V}. \quad (5.8)$$

До цих рівнянь додається **четверте рівняння моделі**, яке визначає зв'язок між кутами тангажу  $\mathcal{G}$ , кидання (нахилу траєкторії)  $\theta$  і атаки  $\alpha$  :

$$\mathcal{G} = \theta + \alpha . \quad (5.9)$$

Ці чотири рівняння описують рух ЦМ ракети і навколо її ЦМ, визначаючи при цьому такий основний параметр руху, як величина і напрям швидкості, з урахуванням сил та моментів, які діють на ракету під час її польоту.

**П'яте та шосте рівняння** – визначають швидкість ЦМ ракети у стартовій системі координат  $O_C X_C Y_C Z_C$ , його ми отримаємо, спроектувавши вектор швидкості ракети на осі  $O_C X_C$  і  $O_C Y_C$  :

$$\begin{aligned} \bar{V}_{X_C} &= \frac{dX_C}{dt} = \frac{dL}{dt} = \bar{V} \cos \theta, \\ \bar{V}_{Y_C} &= \frac{dY_C}{dt} = \frac{dH}{dt} = \bar{V} \sin \theta, \end{aligned} \quad (5.10)$$

де  $L$  і  $H$  – відповідно дальність і висота польоту ракети відносно точки старту.

Координати ЦМ ракети у стартовій системі відліку визначаються в результаті інтегрування рівнянь (5.10):

$$\begin{aligned} X_{\bar{N}} &= \int_0^t \bar{V} \cos \theta dt, \\ Y_C &= \int_0^t \bar{V} \sin \theta dt. \end{aligned} \quad (5.11)$$

**Сьоме рівняння** характеризує ракету як тіло змінної маси, визначаючи зміну маси ракети в польоті:

$$m(t) = m_0 - \dot{m}t, \quad (5.12)$$

де  $m(t)$  – поточна маса ракети в польоті як функція часу;  $m_0$  – стартова маса ракети;  $\dot{m} = \frac{dm}{dt}$  – секундна витрата палива;  $t$  – час польоту.

Траєкторія руху ракети на АДТ розраховується і задається заздалегідь у вигляді програми зміни кута тангажу  $\mathcal{G}_{\text{ПП}}$  за часом, де  $t_A$  – час вертикального підймання,  $(t_A - t_p)$  – час програмного розвороту;  $(t_p - t_K)$  – час розгону.

**Восьме рівняння моделі** визначає програмну зміну кута тангажу на АДТ, яке у загальному вигляді можна подати як  $\mathcal{G}_{\text{ПП}} = f(t)$  чи

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_{\text{ПП}}(t). \quad (5.13)$$

І останнє, **дев'яте рівняння**, описує роботу системи управління ракети за каналом тангажу і визначає закон зміни кута відхилення рулів ракети  $\delta(t)$ :

$$\delta(t) = f[\mathcal{G}_d(t) - \mathcal{G}_{\text{ПП}}(t)], \quad (5.14)$$

де  $\mathcal{G}_d(t)$  – дійсне значення кута тангажу;  $\mathcal{G}_{\text{ПП}}(t)$  – програмне значення кута тангажу.

Система рівнянь 5.15 є математичною моделлю руху ракети в площині стрільби. Ці рівняння без введення додаткових спрощень не інтегруються, тобто не може бути отриманий розв'язок їх у квадратурах чи елементарних функціях. Це в першу чергу пояснюється тим, що опір середовища, в якому відбувається рух, не може бути поданий у вигляді аналітичної залежності, оскільки функції, які виражають повну аеродинамічну силу  $\bar{R}(M)$  (а точніше, безрозмірні аеродинамічні коефіцієнти  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ , що входять

до складу повної аеродинамічної сили), і зміна щільності повітря з висотою  $\rho(Y)$  задається, як правило, за допомогою таблиць або графічно. За наявності підінтегральної функції, що не має простого аналітичного виразу, розділення змінних не можливе і виникає необхідність у застосуванні наближених методів. Останні розділяються на дві основні групи:

- наближені аналітичні методи розв'язання спрощених рівнянь руху;

- методи чисельного інтегрування систем рівнянь.

Наближені аналітичні методи дозволяють знайти як загальний аналітичний розв'язок рівнянь руху, так і частинний розв'язок. Спрощення в основному зводиться до заміни дійсних значень  $\bar{R}(M)$  і  $\rho(Y)$  їх наближеними виразами. Аналітичні методи частіше за все використовують при дослідженнях польоту ЛА в безповітряному просторі, а також для розв'язання деяких задач руху ЛА в повітрі, які не потребують значної точності.

Під час розв'язання задач теорії польоту на ЕОМ значного поширення отримали **методи чисельного інтегрування**. На сьогоднішній день вони є основним засобом визначення параметрів траєкторій ЛА.

Методи чисельного інтегрування дозволяють обчислити значення інтеграла від функції, що задана табличним способом. У цьому випадку використовується так звана інтерполююча функція, яка під знаком інтегралу замінює дійсну функцію, аналітичний вигляд якої невідомий.

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\bar{V}}{dt} &= \frac{1}{m} \left[ (\bar{P} - \bar{R}_{\text{VIP.X}}) \cos\alpha - \bar{G} \sin\theta - \bar{R}_X - \bar{R}_{\text{VIP.Y}} \sin\alpha \right]; \\
 \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{\bar{V}} \left[ \frac{1}{m} \left( (\bar{P} - \bar{R}_{\text{VIP.X}}) \sin\alpha - \bar{G} \cos\theta + \bar{R}_Y \right) + \bar{R}_{\text{VIP.Y}} \cos\alpha \right]; \\
 I_{Z_V} &= \frac{d^2\theta}{dt} = \bar{M}_{Z_V}^{\text{CT}} + \bar{M}_{\text{VIP.Z}_V}; \\
 \mathcal{G} &= \theta + \alpha; \\
 \bar{V}_{X_C} &= \frac{dX_C}{dt} = \frac{dL}{dt} = \bar{V} \cos\theta; \\
 \bar{V}_{Y_C} &= \frac{dY_C}{dt} = \frac{dH}{dt} = \bar{V} \sin\theta; \\
 X_C &= \int_0^1 \bar{V} \cos\theta dt; \\
 Y_C &= \int_0^1 \bar{V} \sin\theta dt; \\
 m(t) &= m_0 - \dot{m}t; \\
 \mathcal{G}_{\text{IP}} &= f(t); \\
 \delta(t) &= f \left[ \mathcal{G}_D(t) - \mathcal{G}_{\text{IP}}(t) \right].
 \end{aligned} \right\} (5.15)$$

### 5.3 Рівняння руху ракет на пасивній ділянці траєкторії

ПДТ становить більш ніж 90% всієї траєкторії руху ракети, і при розрахунку її елементів не можна не враховувати кривизну Землі. Тому при складанні рівнянь руху будемо використовувати криволінійну СК.

За аналогією з системою рівнянь, що описують рух ракети на АДТ, можемо знайти рівняння руху ракети на ПДТ.

Для виведення рівнянь руху ЛА на ПДТ додатково введемо ряд припущень:

- ураховуючи, що в кінці АДТ вимикається двигун ракети, то відповідно на ПДТ відсутня сила тяги  $\bar{P}$ ;

- з вимкненням двигуна знімається напруга з системи управління ракети, тобто на ПДТ відсутні також і управляючі сили  $\bar{R}_{УПР.Y}$  та  $\bar{R}_{УПР.X}$ .

З урахуванням цих припущень дійдемо висновку, що на ПДТ ракета рухається під дією лише двох сил – аеродинамічної сили  $\bar{R}$  і сили тяжіння  $\bar{G}_K = m_K \bar{g}$  (де  $m_K$  – маса ракети в момент вимкнення двигуна). До цього ж припустимо, що ракета летить з кутом атаки, який дорівнює нулю, тому аеродинамічну силу можна подати як  $\bar{R} = \bar{R}_X$ .

Таким чином, з урахуванням цих припущень політ ракети на ПДТ описується таким диференціальним рівнянням:

$$m_K \bar{a} = \bar{R}_X + \bar{G}_K. \quad (5.16)$$

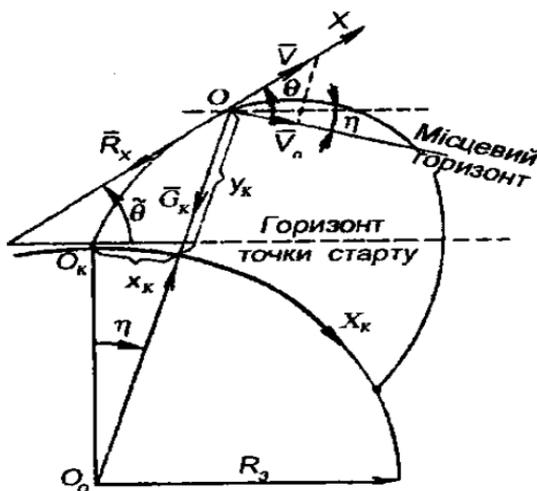


Рисунок 5.2 – Схема проєкції сил на осі координат

Проектуючи його на осі швидкісної системи координат  $O\tilde{O}_V$  і  $OY_V$ , можемо отримати рівняння поступального руху ракети на ПДТ (рис. 5.2):

$$m_k \frac{d\bar{V}}{dt} = -\bar{R}_X - \bar{G}_K \sin \theta, \quad (5.17)$$

$$m_k \bar{V} \frac{d\hat{\theta}}{dt} = -\bar{G}_K \cos \theta, \quad (5.18)$$

де  $\bar{V} \frac{d\hat{\theta}}{dt} = \bar{\alpha}_V$  – прискорення ЦМ ракети вздовж осі  $OY_V$  (нормальне прискорення);  $\hat{\theta}$  – кут нахилу вектора швидкості до горизонту точки старту, який зв'язаний з кутом його нахилу до місцевого горизонту і полярним кутом  $\eta$  таким співвідношенням:

$$\theta = \hat{\theta} + \eta. \quad (5.19)$$

З формули (5.19) випливає таке співвідношення між кутовими швидкостями:

$$\dot{\hat{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\eta}. \quad (5.20)$$

Нормальне прискорення  $\bar{\alpha}_v$ , залежить від кривизни траєкторії, для визначення якої потрібно відлік кутів нахилу дотичної до траєкторії проводити весь час від одного напрямку – горизонту точки старту. Тому в рівнянні (5.18) при розрахунку  $\bar{\alpha}_v$ , взята кутова швидкість  $\dot{\hat{\theta}}$  повороту дотичної до траєкторії відносно горизонту точки старту, а не місцевого горизонту.

Залежність, яка визначає швидкість руху ЦМ по осі ОУ<sub>v</sub>, аналогічна формулі (5.10):

$$\dot{y}_K = \bar{V}_{y_K} = \bar{V} \sin \theta, \quad (5.21)$$

а рівняння його швидкості вздовж осі ОХ<sub>v</sub> можна отримати наступним чином. Якщо рух по осі ОХ<sub>y</sub> розглядати як оберտальний (по дузі великого кола Землі) навколо ЦМ  $0_0$  Землі, то швидкість  $\dot{x}_K = \bar{V}_{x_K}$  буде лінійною швидкістю обертання, яка дорівнює добутку радіуса обертання (радіуса Землі  $R_3$ ) на кутову швидкість обертання  $\dot{\eta}$

$$\bar{V}_{x_K} = R_3 \dot{\eta}. \quad (5.22)$$

Вектор швидкості ЦМ ракети у довільній точці пасивної ділянки траєкторії спроекуємо на напрямок місцевого горизонту, тоді:

$$V_n = V \cos \theta. \quad (5.23)$$

Швидкість  $\bar{V}_n$  можна розглядати також як швидкість оберտального руху центра мас ракети навколо центра мас Землі, але при радіусі обертання  $O_0O = R_3 + y_K$ , де  $y_K$  – висота польоту ракети. Звідси відповідно до формули (5.22) знаходимо

$$\dot{\eta} = \frac{\bar{V}_n}{R_3 + y_K} = \frac{\bar{V} \cos \theta}{R_3 + y_K}. \quad (5.24)$$

Підставляючи цей вираз до формули (5.22), отримаємо рівняння, яке визначає швидкість руху ЦМ ракети вздовж осі  $O_K X_K$ :

$$\dot{x}_K = \bar{V}_{x_K} = \frac{R_3}{R_3 + y_K} \bar{V} \cos \theta. \quad (5.25)$$

Вводячи в рівняння (5.18) співвідношення (5.20) і (5.24) та розділивши ліву та праву частини рівняння (5.17) і (5.18) відповідно на  $m_K$  і  $m_K \bar{V}$ , отримаємо систему рівнянь, які описують рух ЦМ ракети на ПДТ (при нульовому куті атаки):

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{V}}{dt} &= -\frac{\bar{R}_X}{m_K} - \bar{g} \sin \theta; \\ \frac{d\theta}{dt} &= -\left( \frac{\bar{g}}{\bar{V}} - \frac{\bar{V}}{R_3 + y_K} \right) \cos \theta; \\ \bar{y}_K &= \bar{V} \sin \theta; \\ \bar{x}_K &= \frac{R_3}{R_3 + y_K} \bar{V} \cos \theta. \end{aligned} \quad (5.26)$$

У випадку руху ракети з кутом атаки, відмінним від нуля, рівняння (5.16) запишеться у вигляді

$$m_K \bar{\alpha} = \bar{R}_X + \bar{R}_Y + \bar{G}_K,$$

у рівнянні (5.18) добавиться член  $\bar{R}_Y$

і остаточно:

$$\frac{d\tilde{\theta}}{dt} = -\left( \frac{\bar{g}}{\bar{V}} - \frac{\bar{V}}{R_3 + y_K} \right) \cos \theta + \frac{\bar{R}}{m_K \bar{V}}. \quad (5.27)$$

Рівняння руху ракети відносно ЦМ аналогічне рівнянню (5.8), але оскільки система управління ракети на ПДТ

не працює, управляючий момент тангажу буде дорівнювати нулю:

$$I_{z_v} \frac{d^2 \theta}{dt} = \bar{M}_{z_v}^{CT}. \quad (5.28)$$

Таким чином, система рівнянь ракети на ПДТ при куті атаки  $\alpha \neq 0$  у криволінійній системі координат має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{V}}{dt} &= -\frac{\bar{R}_x}{m_K} - g \sin \theta; \\ \frac{d\tilde{\theta}}{dt} &= \left( \frac{\bar{g}}{\bar{V}} - \frac{\bar{V}}{R_3 + y_K} \right) \cos \theta + \frac{\bar{R}_y}{m_K \bar{V}}; \\ I_{z_v} \frac{d^2 \theta}{dt^2} &= \bar{M}_{z_v}^{CT}; \\ \dot{y}_K &= \bar{V} \sin \theta; \\ \dot{x}_K &= \frac{R_3}{R_3 + y_K} \bar{V} \cos \theta; \\ \vartheta &= \theta + \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (5.29)$$

Координати ЦМ ракети визначаються шляхом інтегрування рівнянь (5.21) і (5.25).

Система (5.29) є математичною моделлю руху ракети на пасивній ділянці траєкторії. Вона вирішується методом чисельного інтегрування та для кожного моменту часу польоту дає елементи пасивної ділянки траєкторії –  $\bar{V}, \theta, x, y$ .

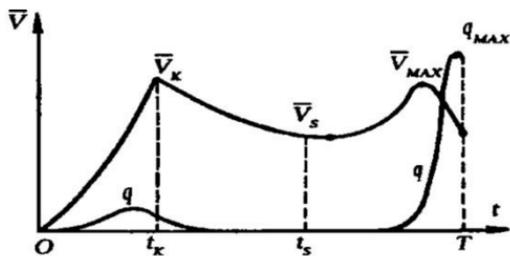


Рисунок 5.3 – Характер зміни швидкості ракети від часу польоту

На рис 5.3 як приклад показано загальний характер зміни швидкості ракети у функції від часу польоту, де  $\bar{V}_s$  – швидкість ракети у вершині траєкторії;  $t_s$  – час польоту до неї;  $t_k$  – ці ж параметри в кінці активної ділянки,  $\bar{V}_C$  і  $T$ -у точці падіння;  $\bar{q}$  – швидкісний напір повітря.

За умов відсутності зовнішніх аеродинамічних сил та якщо не враховувати кривизну Землі, політ ракети на ПДТ описується такими диференціальними рівняннями:

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{d\bar{V}}{dt} &= -\frac{1}{m} \bar{G} \sin \theta; \\
 \frac{d\theta}{dt} &= -\frac{1}{\bar{V}} \left[ \frac{1}{m} \bar{G} \cos \theta \right]; \\
 \vartheta &= \theta; \\
 \bar{V}_{x_c} &= \frac{dX_c}{dt} = \frac{dL}{dt} = \bar{V} \cos \theta; \\
 \bar{V}_{y_c} &= \frac{dY_c}{dt} = \frac{dH}{dt} = \bar{V} \sin \theta; \\
 Y_c &= \int_0^1 \bar{V} \sin \theta dt; \\
 X_c &= \int_0^1 \bar{V} \cos \theta dt.
 \end{aligned} \right\} \quad (5.30)$$

## **Питання для повторення та самоконтролю**

1 Задачі математичного моделювання.

2 Припущення, що беруться при дослідженні траєкторії польоту ракет.

3 Зовнішні сили, що враховуються при складанні рівнянь руху ракети на АДТ.

4 Системи координат, що використовуються при розрахунках поступального руху ракети на АДТ.

5 Методи чисельного інтегрування, їх можливості та обмеження при визначенні параметрів руху ЛА.

6 Обмеження, що застосовуються при дослідженні руху ЛА на ПДТ.

## Розділ 6

### СТІЙКІСТЬ І СТАБІЛІЗАЦІЯ РУХУ РАКЕТ

#### 6.1 Фактори, що впливають на розсіювання ракет

Ефективність дії ракет поряд з іншими факторами визначається і тим, наскільки точно реальні траєкторії ракет відповідають розрахунковим, за даними яких визначаються вихідні умови для стрільби як керованими ракетами, так і некерованими. Дослідження умов, необхідних для забезпечення потрібного збігу розрахункових і дійсних траєкторій, складає зміст теорії стійкості руху ракет.

Задача щодо стійкості руху тіл була вперше вирішена відомим російським ученим М. Є. Жуковським у роботі «О прочности движения» (1882 р.) та А. М. Ляпуновим у роботі «Общая задача об устойчивости движения» (1892 р.). На сьогодні теорія стійкості суттєво вдосконалена, вона розглядає не тільки питання стійкості руху механічних систем (літаків, ракет), але й питання стійкості систем управління, систем автоматичного регулювання тощо.

При дослідженні руху ракет останній зазвичай поділяється на **збурений** та **незбурений**.

**Незбуреним рухом** називають такий рух, який здійснювала б ракета у стандартній атмосфері чи в безповітряному просторі при дії на неї заздалегідь передбачених сил, що відповідають визначеним закономірностям. Траєкторія ракети, яка відповідає незбуреному руху її ЦМ, також називається незбуреною чи розрахунковою (програмною, номінальною).

При визначенні програмної траєкторії руху ракет вважають, що параметри ракети і її системи управління мають номінальні (розрахункові) значення і політ відбувається при табличних умовах в атмосфері, параметри якої в точності відповідають так званій стандартній атмосфері.

З попереднього матеріалу відомо, що стан атмосфери дуже мінливий та залежить від багатьох факторів: пори року, доби, географічних координат місцевості, висоти над рівнем моря, метеорологічних умов тощо. Ця непостійність стану атмосфери створює незручності під час розрахунку траєкторії польоту ракет, тому що результати розрахунків сильно залежать від прийнятих параметрів повітря.

Для усунення цих незручностей використовують **стандартну атмосферу**, (середні значення параметрів тиску, щільності і температури повітря). Однак у реальних умовах рух ракет відбувається за наявності додаткових, імовірних факторів, які зазвичай при розрахунку номінальних траєкторій не беруться до уваги через відсутність надійної інформації про них. Дія цих факторів приводить до того, що ракета буде рухатися не по розрахунковій (програмній) траєкторії, а відхиляючись від неї відповідно до величин і напрямку збурень. Отримана таким шляхом траєкторія буде відрізнятися від дійсної (тієї, що реалізується при конкретних обставинах). Але при максимально повних і точних визначених умовах польоту теоретична (розрахункова) і дійсна траєкторія польоту будуть близькі одна до одної.

## **6.2 Загальні поняття щодо стійкості руху і стабілізації ракет**

Умову, коли рух ракети відбувається під дією зовнішніх збурювальних факторів, називають **збуреним рухом**, а відповідну траєкторію **збуреною траєкторією**.

Такі збурювальні фактори, що впливають на відхилення дійсного руху від розрахункового, можуть бути поділені на такі групи:

**1 Балістичні** – відхилення від номінального (розрахункового) значення таких параметрів ракети, як її стартова вага, секундна витрата палива, тяга двигуна, тобто всі конструктивні характеристики ракети, які так чи інакше можуть впливати на її рух. У ході розрахунків, наприклад, вважається, що маса ракети і її моменти інерції змінюються з часом визначеним (відомим) чином, але, як правило, значення маси ракети і її моменти інерції за різних причин відрізняються від розрахункових.

Нехай  $m'(t)$ ,  $I'_x(t)$ ,  $I'_y(t)$ ,  $I'_z(t)$  – дійсні значення маси і моментів інерції, а  $m(t)$ ,  $I_x(t)$ ,  $I_y(t)$ ,  $I_z(t)$  – розрахункові значення. Тоді маємо вираз збурень цих величин:

$$\begin{aligned}\Delta m(t) &= m'(t) - m(t); & \Delta I_x(t) &= I'_x(t) - I_x(t); \\ \Delta I_y &= I'_y(t) - I_y(t); & \Delta I_z(t) &= I'_z(t) - I_z(t).\end{aligned}$$

При визначенні розрахункового руху вважається, що тяга двигуна спрямована по повздовжній осі ракети і її ЦМ лежить на цій осі. Тому складові тяги двигуна по поперечних осях  $OY$ ,  $OZ$ , а також моменти відносно ЦМ ракети дорівнюють нулю. У дійсності через особливості компонування і різні технологічні похибки має місце перекид, чи **ексцентриситет**, тяги відносно ЦМ ракети. Так, наприклад, якщо вісь камери згорання двигуна зміститься відносно повздовжньої осі ракети (у площині стабілізаторів I-III), то на АДТ це приведе до того, що сила тяги  $P$  буде давати збурювальний момент  $M^3_z$  відносно ЦМ ракети, який буде намагатися розвернути ракету навколо осі  $OZ$  проти годинникової стрілки (рис. 6.1).

Для утворення управляючого моменту, який компенсує момент  $\bar{M}_z^3$ , газові рулі висоти (II-IV) будуть змушені розвернутися на додатковий кут відносно програмного кута відхилення  $\delta_{\text{ПР}}(t)$ .

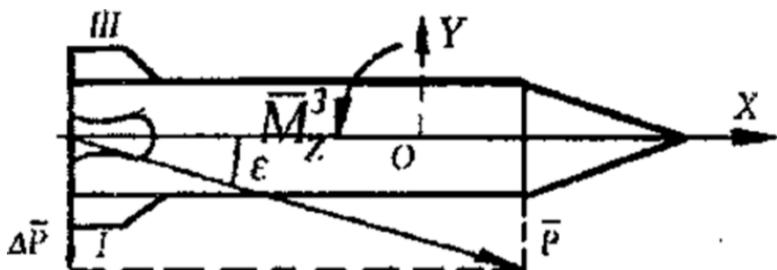


Рисунок 6.1 – Дія збурювального моменту

Розкладаючи вектор сили тяги по напрямках осей  $OX$ ,  $OY$ , бачимо, що поступовий рух ракети забезпечує менша сила тяги  $\Delta \bar{P} = \bar{P} \cos \varepsilon$ , а складова сили тяги  $\Delta \bar{P} = \bar{P} \sin \varepsilon$   $AP = P \sin \varepsilon$ , яка утворилася внаслідок перекосу, буде зміщувати ЦМ ракети донизу відносно розрахункової траєкторії польоту. Все це приведе до такої зміни сил, що діють на ракету, що вплине на дальність польоту ракети (дальність зменшиться).

**2 Метеорологічні фактори** – за основні метеорологічні збурення беруть вітер, відхилення температури  $\Delta T = T' - T$ , тиску  $\Delta p = p' - p$ , щільності  $\Delta \rho = \rho' - \rho$  повітря від їх стандартних (табличних) значень.

Суттєве значення для польоту ракети має положення центра тиску (точки прикладення аеродинамічної сили). Розрахункове значення координати ЦТ –  $L_{\text{ЦТ}}(t)$  через неточності у визначенні положення ЦМ відрізняються від дійсного значення  $L'_{\text{ЦТ}}(t)$  на величину

$$\Delta L_{\text{ЦТ}}(t) = L'_{\text{ЦТ}}(t) - L_{\text{ЦТ}}(t).$$

**3 Геофізичні фактори** – основними з яких є відхилення прискорення сили тяжіння від табличного його значення і обертання Землі.

Відомо, що траєкторія польоту ракети визначається великим числом параметрів, значення яких при кожному польоті будуть завжди своєрідними, дещо відмінними від значень, отриманих при раніше проведених дослідях. Унаслідок цього конкретна траєкторія завжди чимось відрізняється від попередньої. Таке відхилення траєкторій ракет, виготовлених за одним і тим самим кресленням, заправлених одним і тим самим паливом і які запускаються при одних і тих же розрахункових даних, називається **розсіюванням**.

Відповідно до класичної теорії стійкості рух ракет може бути названий стійким у тому разі, коли ракета має властивість повертатися після припинення дії на неї деяких збурювальних факторів – до розрахункової траєкторії.

Пояснення цього положення можна здійснити за допомогою рис. 6.2.

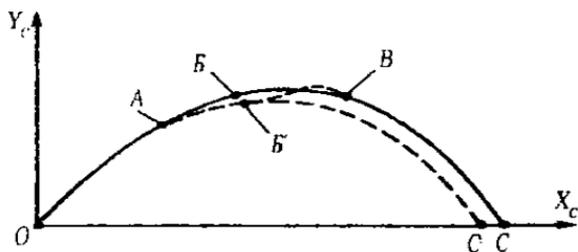


Рисунок 6.2 – Траєкторія руху ракети

На рис. 6.2 безперечною лінією показана траєкторія, яка відповідає незбуреному руху ракети. Нехай на ділянці  $AB$  траєкторії на ракету діють деякі збурення, які приму-

шують її рухатися по збуреній траєкторії  $AB'$ , яка відхиляється від розрахункової. Рух ракети буде стійким, якщо після припинення дії збурень у точці  $B'$  збурена траєкторія наблизатиметься до розрахункової і поєднається з останньою, починаючи з деякої точки  $B$ .

Якщо цього не відбудеться і ракета полетить по траєкторії  $B'C$ , то її рух характеризується як нестійкий. Очевидно, що стійкість руху в значенні, відповідному наведеному вище визначенню, практично не може бути забезпечена не тільки у ракет та снарядів, які не керуються, але й у ракет зі складною системою управління, тому що ніяка система управління через притаманні їй похибки не в змозі ідеально компенсувати збурення і наслідки їх впливу. Тому в подальшому **під стійким рухом ракет будемо розуміти такий рух, при якому відхилення збуреної траєкторії від розрахункової під дією короткотермінових чи тривалих збурень не перевищують установлених меж.**

Усі траєкторії ракет одного зразка, які відповідають однаковим розрахунковим умовам, займають деяку область простору, яку називають «**трубкою траєкторій**» (рис. 6.3).

Математично під трубкою траєкторій розуміються таку область, імовірність виходу траєкторії із якої незначна і не перевищує визначеної величини. Для кожного зразка ракет на кожну дальність польоту існує своя трубка траєкторії, віссю якої є розрахункова траєкторія. Перетин трубки траєкторії площиною горизонту в районі цілі дає **еліпс** (чи коло) розсіювання ракет (рис. 6.3).

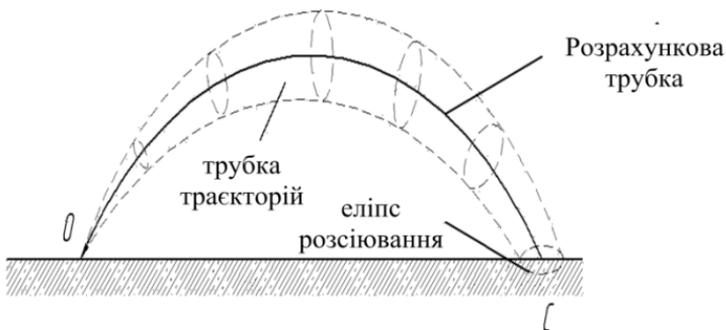


Рисунок 6.3 – Трубка траєкторій

Під час дослідження стійкості руху ракет, як правило, розглядають окремо стійкість руху ЦМ ракети по траєкторії і стійкість ракет в їх обертальному русі відносно ЦМ. Забезпечення останньої є необхідною умовою стійкості руху ЦМ і нерозривно пов'язане з поняттям кутової стабілізації ракет.

Під **кутовою стабілізацією** потрібно розуміти сукупність заходів, які упорядковують кутові переміщення ракет і забезпечують дотримання ними на траєкторії правильного положення відносно напрямку руху.

Ракети й реактивні снаряди виготовляються у вигляді довгастих тіл обертання, головна частина яких має форму конуса з гострим кутом біля вершини. Вибір такої форми головної частини обумовлений прагненням зменшити силу аеродинамічного опору  $\bar{R}$ , яка діє на ракету в щільних шарах атмосфери.

За інших однакових умов сила  $\bar{R}$  буде найменшою у разі, коли вісь ракети збігається з напрямком руху. Однак під час здійснення руху по траєкторії напрям руху ракети безперервно змінюється (вектор швидкості  $\bar{V}$  змінює на-

прям). Ось чому для забезпечення руху ракети по розрахованій траєкторії необхідно постійно змінювати кутове положення ракети, повертаючи її відносно центра мас услід за вектором  $\bar{V}$  (рис. 6.4)

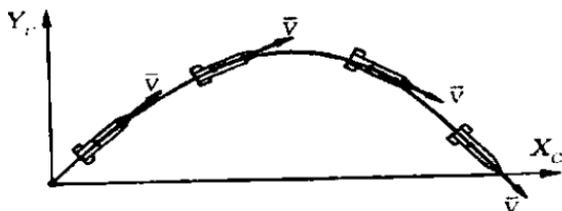


Рисунок 6.4 – Зміна вектора швидкості

Оскільки ракета має інерційність, то навіть за відсутності зовнішніх збурень її поворот здійснюється з відставанням від вектора  $\bar{V}$ , і тому, як правило, поздовжня вісь ракети буде розташовуватися до нього під кутом  $\alpha$ , величина якого в процесі руху по траєкторії змінюється.

Численні експериментальні й теоретичні дослідження показують, якщо поздовжня вісь корпусу ракети відхилена від напрямку руху хоча б на незначний кут  $\alpha$ , то рівнодійна сила  $\bar{R}$ , що діє на ракету, буде прикладена до ЦТ. Це приводить до появи відносно ЦМ перевертаючого моменту  $\bar{M}_Z^{ПЕР}$ , який під час польоту нестабілізованої ракети викликає некерований рух ракети відносно ЦМ і, як наслідок, значне спотворення траєкторії. Для попередження цього явища і забезпечення правильного положення поздовжньої осі в польоті ракета повинна бути стабілізованою.

Для стабілізації ракет та реактивних снарядів використовуються два різних «пасивних» методи стабілізації:

- **стабілізація оперенням;**

### - стабілізація обертанням.

Поняття статичної стійкості не можна ототожнювати з поняттям стійкості руху. Наявність статичної стійкості лише свідчить про те, що в даний момент часу на ракету діють сили, які прагнуть повернути її в стан рівноваги. Це характеристика ракети з нерухомими органами управління  $\delta = 0$ , тобто без урахування роботи системи управління ракети.

## 6.3 Стабілізація ракет оперенням

Стабілізація ракет оперенням полягає в тому, що у хвостовій частині її корпусу встановлюються різноманітні за своїми конструктивними формами і розмірами стабілізатори. Це приводить до того, що при обтіканні корпусу ракети потоком повітря під кутом атаки  $\alpha$  характер розподілу тиску по довжині ракети змінюється, унаслідок чого ЦТ переміщується відносно ЦМ ракети у бік стабілізаторів. При відповідному виборі розмірів стабілізаторів можна досягти такого розташування ЦТ, що він буде знаходитися позаду ЦМ. У цьому випадку при  $\alpha \neq 0$  рівнодійна аеродинамічна сила  $\bar{R}$  діятиме на ракету так, як показано на рис. 6.5.

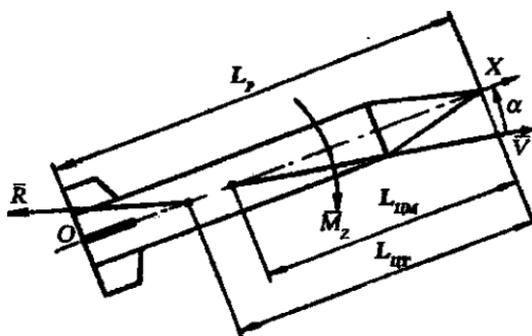


Рисунок 6.5 – Сили, що діють на ракету

Очевидно, що обумовлений силою  $\bar{R}$  момент  $\bar{M}_z$  буде намагатися зменшити кут  $a$  та привести ракету в таке положення, при якому вісь ракети  $OX$  збігатиметься з вектором швидкості  $\bar{V}$ . Момент  $\bar{M}_z$  дорівнюватиме нулю, тобто надавати ракеті стабілізувального впливу.

Положення ракети, яке характеризується значенням  $\alpha = 0$ , відносно якого момент  $\bar{M}_z$  стабілізує ракету, є **положенням стійкої рівноваги**. Для моменту  $\bar{M}_z$  можна

(при малих кутах  $a$ ) взяти залежність  $\bar{M}_z = m_z \frac{\rho V^2}{2} S_M L_p$ .

Виходячи з цього виразу, можна знайти ознаку, яка б указувала на характер дії  $\bar{M}_z$  на ракету.

Для перевертаючого моменту, знак якого збігається зі знаком кута  $a$ , маємо  $m_z > 0$ , для стабілізувального моменту  $m_z < 0$ . Коефіцієнт  $m_z$  пов'язаний з коефіцієнтом підйомної сили співвідношенням

$$m_z = (C_x + C_y^\alpha) a \frac{l}{L_p} \approx C_y^a \frac{l}{L_p} \approx C_y^a \frac{L_{ЦМ} - L_{ЦТ}}{L_p}, \quad (6.1)$$

де  $L_p$  – повна довжина ракети;  $L_{ЦМ}$  і  $L_{ЦТ}$  – відстань від вершини ракети до ЦМ і ЦТ.

Коефіцієнт  $C_x$  практично не впливає на величину  $m_z$  і відповідно на  $\bar{M}_z$ , тому що напрям дії сили лобового опору  $\bar{R}_x$ , куди входить складовою частиною коефіцієнт  $C_x$ , практично збігається з поздовжньою віссю ракети  $OX$ .

З урахуванням того, що  $C_y^a > 0$ , очевидно, знак  $m_z$  збігається зі знаком різниці  $L_{ЦМ} - L_{ЦТ}$ . Виходячи з цього, умови статичної стійкості можна сформулювати таким чином:

$m_z < 0$ ,  $L_{ЦМ} - L_{ЦТ} < 0$  – ракета статично стійка;

$m_z > 0$ ,  $L_{ЦМ} - L_{ЦТ} > 0$  – ракета статично нестійка;

$m_z = 0$ ,  $L_{ЦМ} - L_{ЦТ} = 0$  – ракета знаходиться в стані нестійкої (байдужої) рівноваги.

Під час польоту ракети по траєкторії швидкість її польоту і її орієнтація відносно вектора швидкості безперервно змінюються, що приводить до зміни положення ЦТ відносно корпусу ракети. Крім того, на АДТ унаслідок великої витрати палива ЦМ ракети також переміщується від свого початкового положення. Ці причини можуть викликати значну зміну величини  $L_{ЦМ} - L_{ЦТ}$  і відповідно  $m_z$ , який визначає ступінь стійкості. Виходячи з цього, для кутової стабілізації ракети необхідно забезпечити виконання умови  $m_z < 0$  по всій траєкторії.

Іншими словами, стабілізована оперенням ракета повинна мати так званий **запас статичної стійкості**, який характеризується вираженою у відсотках величиною  $|m_z^{C_y}|$ :

$$|m_z^{C_y}| = \frac{|m_z|}{C_y^a} = \frac{L_{ЦМ} - L_{ЦТ}}{L_p} \cdot 100\% = |C_{ЦМ} - C_{ЦТ}| \cdot 100\%, \quad (6.2)$$

де  $C_{ЦМ}$  – коефіцієнт ЦМ;  $C_{ЦТ}$  – коефіцієнт ЦТ.

Вважають, що оперені ракети є добре стабілізованими, якщо вони мають запас статичної стійкості:

$$|m_a^{C_y}| = (10 - 15)\%.$$

Розглянемо характер руху статично стійкої ракети відносно її ЦМ, вважаючи, що рух відбувається тільки в площині пуску. Для спрощення розглянемо ділянку траєкторії, при польоті по якій можна вважати сталим  $m_z$  та  $\theta$  [5]. У цьому випадку без урахування демпфірування рівняння руху відносно ЦМ має вигляд

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = \frac{\overline{M_z}}{I_z} = -n^2 a, \quad (6.3)$$

де  $n^2 = \frac{qS_M L_p}{i_z} |m_z|$  – коефіцієнт, який може бути розрахований заздалегідь по відомій траєкторії ЦМ ракети.

Беручи в межах невеликої ділянки траєкторії  $n^2 = \text{const}$ , для початкових умов при  $t_0 = 0$ ,  $a = a_0$ ,  $\dot{\bar{\alpha}} = \dot{\bar{\alpha}}_0$  отримуємо розв'язок рівняння (6.3) у вигляді:

$$a = a_0 \cos nt + \frac{\dot{\bar{a}}}{n} \sin nt. \quad (6.4)$$

Шляхом нескладних перетворень це рівняння може бути зведено до більш зручного вигляду

$$a = a_0 \sin(nt + \varepsilon), \quad (6.5)$$

де  $\varepsilon = \text{arctg} \frac{na_0}{\dot{\bar{a}}}$  – зміщення по фазі.

Розв'язок показує, що за прийнятих припущень рух статично стійкої опереної ракети відносно ЦМ являє со-

бою плоскі гармонічні коливання, які характеризуються амплітудою

$$a_m = \sqrt{\left(\frac{\dot{a}_0}{n}\right)^2 + a_0^2} \quad (6.6)$$

і періодом  $T = \frac{2\pi}{n}$ .

Графіки зміни кута  $\alpha$  стосовно отриманого розв'язку подані на рис. 6.6.

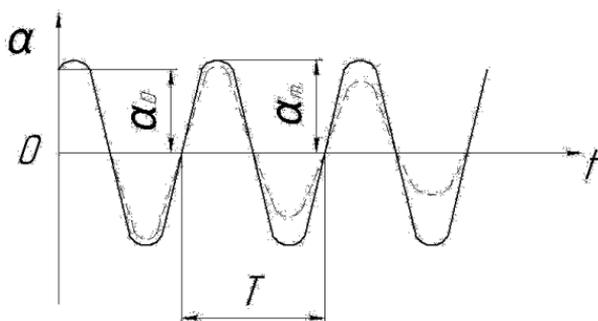


Рисунок 6.6- Графік зміни кута  $\alpha$

Під час аналізу коливального руху оперених, статично стійких ракет не урахується **демпфірувальний момент**  $\overline{M}_Z^D$ . Дія  $\overline{M}_Z^D$  приводить до швидкого загасання коливального руху ракет, які обумовлені початковими збуреннями та моментом  $\overline{M}_Z$ . Характер зміни кута  $\alpha$  при урахуванні демпфірування кутового руху ракети позначений на рис. 6.6 пунктирною лінією. Суцільною лінією позначений рух ракети за відсутності демпфірування її кутового руху.

Демпфірувальний момент завжди діє проти напряму обертання ракети при коливаннях її відносно ЦМ. Він прагне погасити коливання поздовжньої осі ракети.

Момент складається із **зовнішнього** (аеродинамічного)  $\overline{M}_Z^{D(3)}$  і **внутрішнього**  $\overline{M}_Z^{D(B)}$  демпфірувального моментів.

У щільних шарах атмосфери внутрішній момент незначний порівняно із зовнішнім, але при польоті в сильно розряджених шарах атмосфери він набуває самостійного значення (оскільки зовнішній демпфірувальний момент практично відсутній).

Якщо ракета летить зі швидкістю  $\overline{V}$  й одночасно здійснює розворот навколо осі  $OZ$  з кутовою швидкістю  $\overline{\omega}_Z$ , то кожна точка її поверхні матиме лінійну швидкість обертання  $\Delta\overline{V}$  навколо цієї осі (рис. 6.7), яка визначається залежністю

$$\Delta\overline{V} = \overline{\omega}_z (x_i - x_0),$$

де  $x_0$  і  $x_i$  – відстань від вершини ракети до її ЦМ та поперечного перерізу, яке розглядається.

Величина  $\Delta\overline{V}$  залежить від радіуса обертання  $(X_i - X_0)$  і змінюється по довжині ракети. Тому підсумкова швидкість кожної точки поверхні ракети як сума поступальної швидкості ЦМ і  $\Delta\overline{V}_i$  буде різною, як будуть різноманітними і прирости місцевих кутів атаки для цих точок.

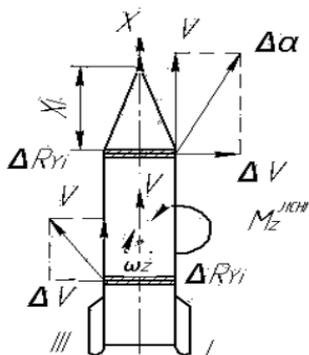


Рисунок 6.7- Схема прикладання демпфірувального моменту

Наявність приросту кута атаки  $\Delta a$  кожної точки

$$\Delta a_1 = \frac{\Delta \bar{V}_i}{\bar{V}_i} = \frac{\bar{\omega}_{z_1}(x_i - x_0)}{\bar{V}_i} = \frac{\bar{\omega}_{z_1} l_C}{\bar{V}_i} \quad (6.7)$$

викликає появу додаткових нормальних сил  $\Delta \bar{R}_y$ :

$$\Delta \bar{R}_y = C_y^a \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_{M_y} = C_y^a \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M \frac{\bar{\omega}_{z_1} l_C}{\bar{V}}, \quad (6.8)$$

сумарний момент, від яких відносно ЦМ і є зовнішнім демпфірувальним моментом:

$$\begin{aligned} \overline{\Delta M_Z^d} &= \Delta \bar{R}_y l_C = C_y^a \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M l_C^2 \frac{\bar{\omega}_{z_1} L_p}{\bar{V} L_p} = \\ &= m_Z^d \frac{\rho \bar{V}^2}{2} S_M l_p \frac{\bar{\omega}_{z_1}}{\bar{V}} = -\overline{M_Z^\sigma} \bar{\omega}_{z_1}, \end{aligned} \quad (6.9)$$

де  $m_Z^d$  - безрозмірний коефіцієнт аеродинамічного демпфірувального моменту;  $\overline{M_Z^\sigma}$  - градієнт моменту.

Знак мінус у формулі (6.9) вказує на те, що демпфірувальний момент напрямлений протилежно до напрямку кутової швидкості обертання ракети  $\overline{\omega}_Z$ .

Аеродинамічні демпфірувальні моменти рискання і крену визначаються аналогічно і записуються в такому вигляді:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \overline{M}_Y^D &= m_Y^D \frac{\rho \overline{V}^2}{2} S_M l_P \frac{\overline{\omega}_Y}{\overline{V}} = -\overline{M}_Y^{\omega} \overline{\omega}_Y \\ \Delta \overline{M}_X^D &= m_X^D \frac{\rho \overline{V}^2}{2} S_M l_P \frac{\overline{\omega}_X}{\overline{V}} = -\overline{M}_X^{\omega} \overline{\omega}_X \end{aligned} \right\} (6.10)$$

Виникнення внутрішнього демпфірувального моменту  $\overline{M}_Z^{D(B)}$  обумовлене силами інерції Кориоліса, що діють на частинки палива і газів, які пересуваються всередині ракети. Для з'ясування якісної картини цього явища відокремимо двома поперечними перерізами  $S$  (на відстані  $x$ , від ГЧ ракети) елементарний об'єм газу в соплі двигуна, який пересувається вздовж осі сопла зі швидкістю  $\Delta \overline{V}_i$  (рис. 6.8).

У цьому випадку відокремлена маса газу  $\Delta m = \rho_{\hat{A}} S \Delta x$  буде брати участь у відносному (поступовому) русі відносно корпусу ракети і в переносному (обертovому) русі сумісно з ракетою навколо осі  $OZ$ . Відповідно на масу  $\Delta m$  діятиме елементарна сила Кориоліса:

$$\Delta \overline{F}_{ki} = 2 \Delta m \overline{V}_i \overline{\omega} \sin 90^\circ = 2 \Delta m \overline{V}_i \overline{\omega}_Z. \quad (6.11)$$

яка на плечі  $(x_i - x_0)$  буде утворювати момент відносно ЦМ ракети, який буде гаситиме кутову швидкість  $\overline{\omega}$  ракети

$$\Delta \overline{M}_Z^{\hat{A}(\hat{A})} = \Delta \overline{F}_{ki} (x_i - x_0). \quad (6.12)$$

Сума величини моменту від сил  $\overline{\Delta F_{ki}}$ , переміщення палива і газів на ділянках  $\Sigma_1$  і  $\Sigma_2$  дає повний момент газового демпфірування за тангажем.

Розрахункову формулу для внутрішнього демпфірувального моменту записують у вигляді, аналогічному до зовнішнього демпфірувального моменту.

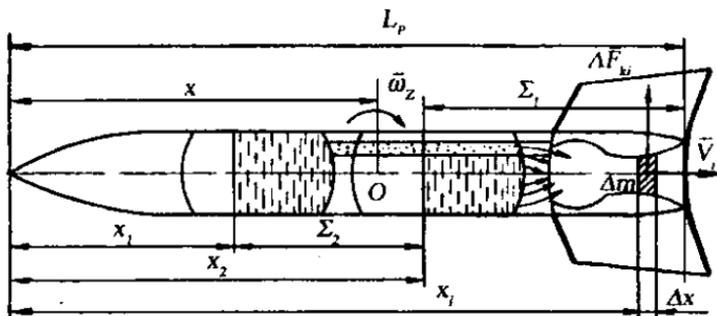


Рисунок 6.8 – Схема дії сили Кориоліса

Підсумовуючи, можна зазначити, що **дія** демпфірувального моменту  $\overline{M_Z^D}$  **приводить до швидкого загасання коливального руху ракети, обумовленого збуреннями під час польоту і моментом  $\overline{M_Z}$ .**

Стабілізація оперенням дозволяє забезпечити статичну стійкість руху ракет і при відповідному підборі конструкції стабілізаторів забезпечує необхідний запас стійкості під час польоту, що є обов'язковою умовою виконання мети польоту – влучення в ціль.

## 6.4 Стабілізація обертанням

Стабілізація ракет обертанням полягає в тому, що ракета розкручується відносно поздовжньої осі до дуже значних кутових швидкостей. Під впливом швидкого обертання поздовжня вісь набирає особливих властивостей, які називаються **гіроскопічними**, і проявляє стійкість, тобто неподатливість до дії перевертаючого моменту тангажа  $\overline{M}_Z^{ПЕР}$ .

Гіроскопічна властивість під час дії на ракету перевертаючого моменту полягає в тому, що ракета, яка швидко обертається, проявляє **гіроскопічний ефект**, який виражається в опорі спробам змінити положення поздовжньої осі ракети в польоті.

**Гіроскоп** – це тверде симетричне тіло, яке швидко обертається відносно осі симетрії. Звичайна дзига, колесо велосипеда, маховик – усе це приклади гіроскопів, а будь-який гіроскоп має чудові властивості:

- він намагається зберегти одного разу заданий напрям своєї осі обертання;

- якщо до гіроскопа прикласти зовнішній момент, то його вісь буде рухатись не в напрямку, в якому діє момент, а в напрямку, перпендикулярному до нього.

Розглянемо ці властивості за допомогою дуже відомої іграшки, яку називають дзигією. Нерухому дзигію внаслідок дії перевертаючого моменту, який утворюється силою тяжіння, неможливо поставити на загострений кінець: дзигія неодмінно падає на бік (рис. 6.9).

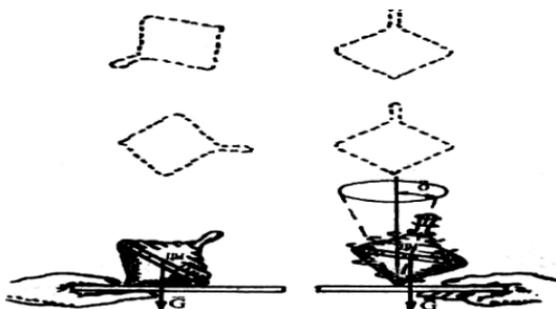


Рисунок 6.9 – Принцип дії гіроскопа

Якщо її підкинути вгору, то вона летить, безпорадно перевертаючись у повітрі. Приведемо дзигу в швидке обертання навколо її поздовжньої осі. Опираючись своїм загостреним кінцем об поверхню, вона зберігає положення своєї осі незмінним і не падає, а здійснює коловий рух навколо середнього положення (вертикалі), причому кожна точка на осі дзиги описує в просторі конус із кутом розвороту  $\delta$ . Такий рух осі дзиги називається **прецесійним**.

Підкинемо дзигу вгору, вона стійко зберігатиме положення своєї осі. Падаючи донизу на поверхню опори, вона далі буде обертатися. Крім того, нахил поверхні опори не змінює її положення.

Отже, з одного боку, перевертаючий момент, який виникає внаслідок її сили тяжіння, намагається збільшити кут  $\delta$ , а з іншого боку, завдяки обертанню дзиги навколо своєї осі й прецесійному руху, виникає гіроскопічний момент, який урівноважує перевертаючий момент і перешкоджає зміні положення осі дзиги відносно вертикальної осі, тобто перешкоджає збільшенню кута  $\delta$ .

Розглянемо фізичну сутність виникнення гіроскопічного моменту.

Нехай дзига (рис. 6.10) обертається із сталою кутовою швидкістю  $\bar{\Omega}$  навколо своєї осі  $Z$  й одночасно повертається

навколо осі  $Y$ . Ураховуючи, що дзига бере участь у складному русі: здійснює відносне обертання зі швидкістю  $\bar{\Omega}$  і одночасно бере участь у переносному обертанні з кутовою швидкістю  $\bar{\omega}_Y$ , то відокремленим на тілі гіроскопа чотирьом симетричним матеріальним точкам 1, 2, 3, 4 буде надаватися прискорення Коріоліса.

Унаслідок відносного руху гіроскопа з кутовою швидкістю  $\bar{\Omega}$  відстань цих точок до осі переносного руху  $Y$  буде безперервно змінюватись. Оскільки відстань точок до осі обертання змінюється, то будуть змінюватися за величиною і лінійною швидкістю їх переносного руху:

$$\bar{V}_{ei} = \bar{\omega}_Y r_i. \quad (6.13)$$

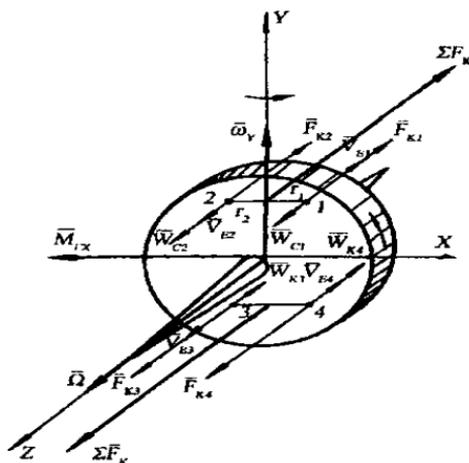


Рисунок 6.10 – Принцип роботи гіроскопа

Лінійна швидкість  $V_l$  переносного руху точки 2 збільшуватиметься тому, що точка віддаляється від осі обертання  $Y$ . Поворотне прискорення  $\bar{W}_{C2}$  буде напрямлене

відповідно до напрямку швидкості  $\vec{V}_{e2}$ , а Кориолісова сила інерції  $\vec{F}_{C2}$  паралельна від'ємному напрямку осі  $Z$ .

Дотримуючись подібної послідовності, легко визначити напрям поворотних прискорень  $\vec{W}_{C3}$  і  $\vec{W}_{C4}$  та Кориолісових сил  $\vec{F}_{C3}$  і  $\vec{F}_{C4}$ . У підсумку отримаємо таку картину: Кориолісові сили інерції, що діють на матеріальні точки дзиги, які розташовані вище осі  $X$ , напрямлені паралельно від'ємному напрямку осі  $Z$  а Кориолісові сили інерції, що діють на точки нижньої відносно осі  $X$  частини дзиги, напрямлені в бік додаткового напрямку осі  $Z$ .

Другою причиною появи Кориолісових сил є зміна напрямку лінійної швидкості відносного руху матеріальних частинок дзиги (рис. 6.11 а). Ця зміна відбувається внаслідок складного руху дзиги, при якому дзига одночасно обертається навколо двох перпендикулярних осей.

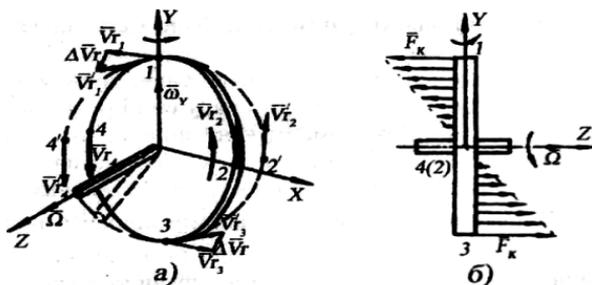


Рисунок 6.11 – Причини виникнення Кориолісових сил

Відокремимо на обводі дзиги чотири симетрично розташовані матеріальні частинки 1, 2, 3, 4 так, щоб частинки 1 і 3 знаходилися на вертикальній осі переносного обертання.

Якщо не було б переносного обертання дзиги з кутовою швидкістю  $\vec{\omega}_y$ , то всі частинки дзиги оберталися б в

одній площині, яка не змінює свого положення (на рисунку показана суцільною лінією). Частинка 1 має лінійну швидкість відносного обертання  $\bar{V}_{r1}$ . У результаті повороту дзиги навколо вертикальної осі частинки жорсткої дзиги будуть обертатися в другій площині, яка позначена пунктиром. Унаслідок цього зміниться напрям вектора лінійної швидкості відносного руху точок 1 і 3, які займуть положення  $\bar{V}_{r1}$  і  $\bar{V}_{r3}$  відповідно.

Зміна векторів швидкості  $\bar{V}_{r1}$  і  $\bar{V}_{r3}$  за напрямом означає, що матеріальним частинкам 1 і 3 надається Коріолісове прискорення, яке направлене перпендикулярно до площини диску дзиги в бік переносного обертання. Відмітимо, що вектори лінійної швидкості відносного обертання точок 2 і 4 не будуть змінювати свого положення: вони переносяться паралельно самі до себе.

Вектори  $\bar{V}_{r1}$  і  $\bar{V}_{r3}$  паралельні осі переносного обертання, а це свідчить про те, що зміна відстані частинок 2 і 4 не відбувається до осі переносного обертання, і, відповідно, цим частинкам не надається Коріолісове прискорення.

Якщо побудувати епюру Коріолісових сил інерції, що діють на різні матеріальні частинки дзиги, вона матиме вигляд, показаний на рис. 6.11 б.

Складаючи елементарні Коріолісові сили, зводимо їх до двох рівнодійних сил, які утворюють пару сил і розвивають момент відносно осі X. Цей момент, який виникає при одночасному обертанні дзиги навколо його двох осей, називається **моментом гіроскопічної реакції**, або просто **гіроскопічним моментом**  $\bar{M}_{гХ}$ . Гіроскопічний момент у нашому прикладі направлений у від'ємному напрямку осі X. Для визначення напрямку гіроскопічного моменту використовують правило Жуковського.

Якщо гіроскоп, що обертається навколо головної осі, повертати навколо іншої осі, то виникає гіроскопічний момент, який намагається поєднати по короткому шляху вектор кутової швидкості відносного обертання  $Q$  з вектором кутової швидкості переносного обертання  $m$ .

Вектор гіроскопічного моменту  $M_z$  завжди перпендикулярний до вектора кутової швидкості  $Q$  відносного обертання і вектора кутової швидкості  $\bar{\omega}$  переносного обертання. Аналогічно можна пояснити явище стійкості реактивного снаряда (в подальшому снаряда), який обертається (рис. 6.12).

У цьому разі, основною зовнішньою силою, яка утворює момент відносно ЦМ, є сила опору повітря  $R$ , напрямлена у бік, протилежний швидкості руху снаряда.

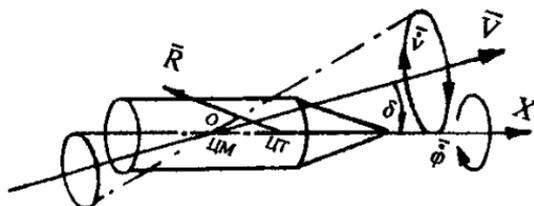


Рисунок 6.12 – Сили, що діють на політ РС, що обертається

Дотична  $X_v$  до траєкторії відіграє роль вертикалі дзиги; роль сили тяжіння, яка утворює перевертаючий момент дзиги, відіграє сила опору повітря  $R$ ; осі  $Z$  відповідає поздовжня вісь снаряда  $X$ ; роль точки опори виконує ЦМ снаряда.

Снаряд, якому надана достатньо велика власна кутова швидкість  $\bar{\phi}$ , буде подібно до дзиги мало відхилятися від дотичної до траєкторії, прецесуючи навколо неї з кутовою швидкістю  $\bar{\nu}$ . Крім прецесійного руху осі снаряда, спостерігається **нутаційний рух** осі, тобто відбувається коливання кута нутації в межах від  $\delta_{MIN}$  до  $\delta_{MAX}$ .

Площину, в якій розглядається кут нутації  $\delta$ , називають **площиною опору**, тобто площиною, яка проходить через вісь снаряда і дотичну до траєкторії. Отже, **нутаційні коливання** – це коливання осі снаряда у площині опору. Але оскільки вісь снаряда здійснює прецесійний рух, напрям площини опору в просторі безперервно змінюється. Таким чином, складний рух снаряда навколо центра мас можна подати у вигляді такої схеми: вісь снаряда безперервно коливається у площині опору відносно дотичної до траєкторії, а сама площина опору безперервно обертається навколо дотичної до траєкторії.

Розглянемо рух снарядів відносно ЦМ на початковому відрізку ПДТ. Цей відрізок обирається зазвичай тому, що він для снаряда є найбільш несприятливим з точки зору забезпечення його стійкості, оскільки характеризується найбільшими значеннями швидкості й перевертаючого моменту, що діє на снаряд.

Для ґрунтового розуміння природи польоту снаряда використовують такі кутові координати (рис. 6.13):  $\delta$  – кут нутаційних коливань осі снаряда у площині опору;  $Y$  – кут прецесії, який визначає поворот площини опору в її обертовому русі відносно вектора швидкості;  $\varphi$  – кут повороту ракети навколо поздовжньої осі.

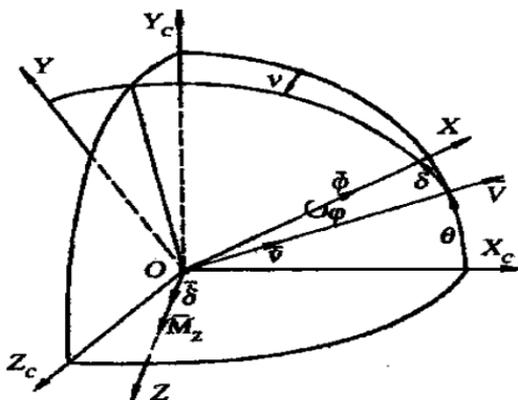


Рисунок 6.13 – Кутові координати ракети в польоті

Відповідні кутові швидкості на рис. 6.13 позначені через  $\dot{\delta}, \dot{\psi}, \dot{\phi}$ ; вектори цих швидкостей відкладені уздовж тих осей, навколо яких відбувається відповідний рух. Залежності, які описують рух снаряда навколо ЦМ, можна отримати, наприклад, виходячи із теореми щодо моменту кількості руху, яка визначає рух твердого тіла відносно точки:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} = \bar{M}, \quad (6.14)$$

де  $\bar{K}$  - вектор моменту кількості руху;  $\bar{M}$  – сумарний момент.

Проектуючи ліву і праву частини рівняння (6.6) на будь-яку із осей  $\delta, \psi, \phi$ , можна скласти рівняння руху снаряда відносно кожної з цих осей [16].

Розв'язання диференціального рівняння обертання снаряда навколо власної осі обертання дає залежність такого вигляду:

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_0 e^{-k(t)}, \quad (6.15)$$

де  $\bar{\varphi}$  - кутова швидкість обертання снаряда навколо своєї осі на даний момент часу;  $\bar{\varphi}_0$  - початкова кутова швидкість обертання снаряда навколо своєї осі;  $k(t)$  - функція часу польоту снаряда, вигляд якої визначається значенням гальмівного моменту.

Момент, що пригальмовує обертання снаряда навколо його осі обертання, виникає внаслідок в'язких властивостей повітря і тертя повітря об поверхню снаряда. Через ці перешкоди швидкість обертання снаряда поступово зменшується.

Розв'язання рівняння обертання осі снаряда навколо дотичної до траєкторії показує, що прецесійний рух снаряда відбувається практично зі сталою кутовою швидкістю, яка визначається таким співвідношенням:

$$\bar{\nu} = \frac{I_X}{2I_Z} \dot{\bar{\varphi}}_0 = \bar{\nu}_0 = const, \quad (6.16)$$

де  $I_X$  - полярний момент інерції снаряда (відносно поздовжньої осі  $X$ );  $I_Y$  - екваторіальний момент інерції снаряда (відносно осі  $Y$ ).

Для снарядів визначеного типу відношення екваторіального моменту до полярного являє собою достатньо стабільну величину. При цьому можна вважати, що  $\bar{\nu} \approx 0,05 \bar{\varphi}_0$ , оскільки осьовий та екваторіальний моменти інерції снаряда зв'язані один з одним співвідношенням  $I_X = 0, I_Z$ . Тобто прецесійний рух снаряда навколо дотич-

ної відбувається з кутовою швидкістю, яка приблизно в 20 разів менша за швидкість обертання снаряда навколо своєї осі. Так, наприклад, для 76-мм снаряда швидкість обертання навколо власної осі становить приблизно  $\bar{\varphi} = 20000$  об/хв, і прецесійне обертання в цьому випадку відбувається з кутовою швидкістю  $\bar{\nu} \cong 1000 = 17$  об/с.

Розв'язуючи рівняння нутаційних коливань осі снаряда у площині опору, за умови  $\sigma > 0$ , отримаємо

$$\delta = \frac{\dot{\delta}_0}{\bar{\nu}\sqrt{\sigma}} \sin(\bar{\nu}\sqrt{\sigma}t), \quad (6.17)$$

де  $\sigma$  – коефіцієнт гіроскопічної стійкості снаряда (стійкому польоту снаряда відповідає умова  $\sigma = 1 - \frac{m\bar{V}^2}{I_z\bar{\nu}^2} > 0$ ).

Рівняння (6.17) показує, що нутаційні коливання являють собою гармонічні коливання з періодом  $T = \frac{2\pi}{\bar{\nu}\sqrt{\sigma}}$  та

обмеженою амплітудою  $\delta_m = \frac{\dot{\delta}_0}{\bar{\nu}\sqrt{\sigma}}$ .

Отже, рух снаряда, який обертається, характеризується тим, що його вісь здійснює гармонічні коливання в площині опору, а сама площина обертається з практично сталою швидкістю навколо дотичної. З часом під дією демпфівального моменту відбувається загасання нутаційних коливань, разом з тим зменшується і середнє значення кута нутації (рис. 6.14).

Картина руху осі снаряда відповідно до (6.17) являє собою складний просторовий рух, що зображений на рис.

6.14 у вигляді двох кутових координат  $S$  і  $\nu$ , які визначають положення осі снаряда в кожний момент часу.

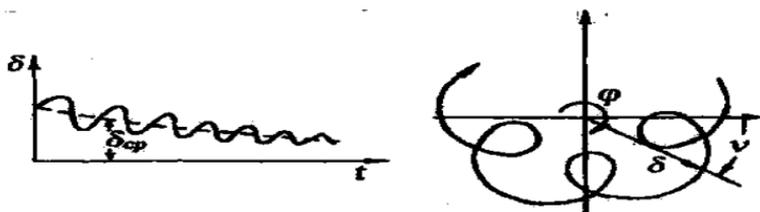


Рисунок 6.14 – Нутаційні коливання

Ця залежність  $S = f(y)$  дана в полярних координатах, причому за полярний кут узятий кут  $\nu$  повороту площини опору навколо дотичної, а кут нутації  $S$  зображується радіусом – вектором.

Розглянемо **вплив обертання ракети** на напрям її польоту. На більшій частині ПДТ особливості руху ракети обумовлені кривизною траєкторії, яку раніше ми не враховували, вважаючи  $\theta = const$  чи  $\theta = 0$ . Але з переходом ракети на криволінійну ділянку траєкторії виникає нове джерело відхилення ракети від дотичної (вектора швидкості  $\bar{V}$ ) до траєкторії внаслідок безперервного зниження дотичної (рис. 6.15). У цьому випадку дотична перестає бути віссю прецесійного руху, який відбувається вже не навколо дотичної, а навколо іншої осі, яка відхилена від неї вбік на кут  $\delta_\rho$ . Ця вісь прецесійного руху називається **віссю динамічної рівноваги**. Кут між напрямом осі динамічної рівноваги і дотичної до траєкторії називається кутом динамічної рівноваги і позначається  $\delta_\rho$  (рис. 6.15).

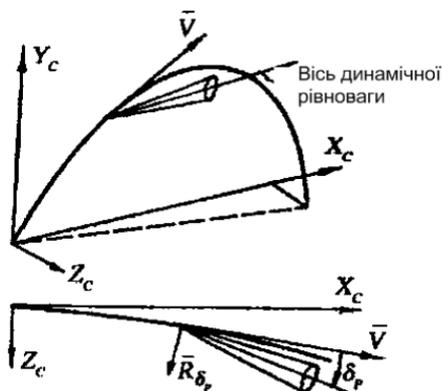


Рисунок 6.15 – Положення осі динамічної рівноваги

При цьому якщо ракета має обертання, що направлене праворуч, то динамічна вісь відхиляється вправо від вектора швидкості і площини пуску (якщо дивитися по напрямку руху), якщо ж обертання ракети здійснюється ліворуч – то динамічна вісь рівноваги відхиляється вліво від площини пуску.

Отже вісь динамічної рівноваги, тобто те середнє положення осі ракети, навколо якого відбувається прецесійний рух, відхиляється праворуч від площини пуску під час обертанні ракети праворуч. Skorистаємося теоремою про зміну вектора моменту кількості руху  $\bar{K}$ . В першому наближенні можна прийняти, що вектор моменту кількості руху  $\bar{K}$  має напрямок уздовж осі ракети і величина його дорівнює

$$\bar{K} = I_x \bar{\varphi}, \quad (6.18)$$

де  $I_x$  – полярний момент інерції;  $\bar{\varphi}$  – кутова швидкість обертання ракети навколо своєї осі.

З урахуванням того, що внаслідок гіроскопічних властивостей снаряда його вісь стежить за зміною напрямку дотичної до траєкторії (напрямку вектора швидкості), при переході ракети від точки 1 до точки 2 криволінійної ділянки траєкторії (рис. 6.16) змінюється напрям вектора кількості руху  $\bar{K}$ , і відповідно є приріст цього вектора  $\Delta\bar{K}$ . Очевидно, що вектор  $\Delta\bar{K}$  лежить у вертикальній площині (в першому приближенні). Ураховуючи величину малого інтервалу  $\Delta t$  переходу снаряда із положення 1 до положення 2, ми отримуємо середню величину швидкості зміни вектора  $\frac{\Delta\bar{K}}{\Delta t}$ .

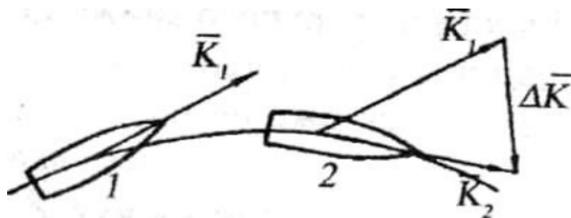


Рисунок 6.16 – Зміна напрямів вектора кількості руху

Ураховуючи величину малого інтервалу  $\Delta t$  переходу ракети із положення 1 до положення 2, отримуємо середню величину швидкості зміни вектора  $\frac{\Delta\bar{K}}{\Delta t}$ . Вочевидь, це буде векторна величина, напрям якої збігається з напрямом  $\Delta\bar{K}$ .

Виходячи з того, що  $\Delta t$  - нескінченно мала величина, то в кожний момент часу має місце швидкість зміни вектора моменту кількості руху:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\bar{K}}{\Delta t} = \frac{d\bar{K}}{dt},$$

яка являє собою вектор, що розміщений у вертикальній площині (в першому наближенні). У той же час, згідно з

основною теоремою обертального руху  $\frac{d\bar{K}}{dt} = M$ , швидкість зміни вектора моменту кількості руху дорівнює діючому на тіло моменту. Отже, зміна вектора моменту кількості руху на криволінійній ділянці траєкторії обумовлена дією на ракету ще однієї складової перевертаючого моменту. Вектор  $\bar{M}_Y^{ПЕР}$  розташований у вертикальній площині й напрямлений у бік зниження дотичної, тобто в напрямку внутрішньої нормалі (у бік ввігнутості) траєкторії (рис. 6.17).

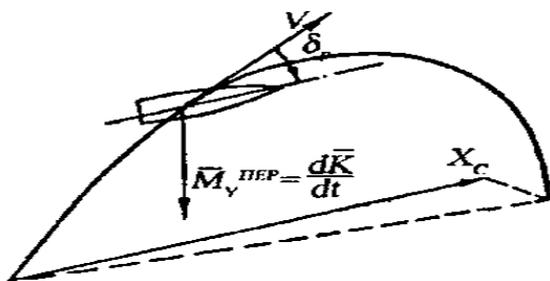


Рисунок 6.17 – Напрямок дії перевертаючого моменту

Відповідно до загального правила, якщо дивитися з кінця вектора моменту  $\bar{M}_Y^{ПЕР}$ , обертання, яке викликає цей момент, є таким, що відбувається в напрямі проти ходу годинникової стрілки.

Отже, під дією моменту  $\bar{M}_Y^{ПЕР}$ , який виникає внаслідок зниження дотичної на криволінійній ділянці траєкторії, середнє положення осі ракети (осі динамічної рівноваги) буде відхиленим праворуч від дотичної до траєкторії (від площини стрільби). Унаслідок цього ракета рухатиметься дещо боком, так що виникає бокова складова сили опору повітря, під дією якої відбувається зміщення ракети право-

руч від площини пуску. Це систематичне бокове відхилення від площини пуску називають **деривацією**. При обертанні ракети праворуч воно буде зміщуватися праворуч від площини пуску – права деривація, а при обертанні ліворуч ракета також зміщуватиметься ліворуч – ліва деривація. Деривація ракет безпосередньо пов’язана з утворенням кута динамічної рівноваги  $\delta_p$  і є наслідком дії трьох факторів:

- обертання ракети;
- дії сили тяжіння, яка приводить до викривлення траєкторії;
- дії сили опору повітря, яка викликає поворот середнього положення осі ракети і відповідно зміщення ЦМ ракети від площини пуску.

Значення кута  $\delta_p$  може бути розраховане за формулою [6]:

$$\delta_p \approx K \frac{\cos \theta}{H(Y)\bar{V}^3}, \quad (6.19)$$

де  $K$  – коефіцієнт, в якому об’єднанні сталі величини чи величини, які мало змінюються під час руху по траєкторії;  $H(Y)$ - функція висоти над рівнем моря, виражає відношення  $\frac{\Pi}{\Pi_{ON}}$  густини повітря на висоті точки траєкторії до густини повітря на поверхні Землі за нормальних умов.

Аналіз величин, які входять до формули (6.19), показує, що кут  $S_p$  уздовж пасивної ділянки змінюється, причому в районі вершини траєкторії, де величина  $\cos \theta$  близька до найбільшої, а  $H(Y)\bar{V}^3$  – до найменшої, він досягає найбільшого значення. При неправильному виборі швид-

кості обертання ракети кут  $\delta_\rho$  біля вершини траєкторії може стати настільки великим, що приведе до втрати ракетою стійкості. Отже, кут  $\delta_\rho$  необхідно розглядати як самостійний критерій, який оцінює стійкість ракети на криволінійній ділянці траєкторії.

Таким чином, стабілізація ракет у польоті обертанням є одним зі способів досягнення точності пуску, але даний спосіб характерний для стабілізації польоту некерованих ЛА.

## **Питання для повторення та самоконтролю**

- 1 Фактори, що впливають на відхилення дійсного руху ракети.
- 2 Умови стійкого руху ракети.
- 3 Методи стабілізації руху ракети.
- 4 Що включає поняття «запас статичної стійкості?»
- 5 Фізична сутність демпфівального моменту.
- 6 Залежність відношення екваторіального моменту до полярного.

## Висновки

Здобутки, надбані людством на сьогодні, поєднують велику кількість теоретичних знань та практичного досвіду як в сфері дослідження космічного простору, так і у військовій справі.

Новітні способи збройної боротьби змінили зміст загальновійськового бою. Різко зросли вимоги до точності ураження цілі. Це підтверджується досвідом ведення бойових дій локальних війн і збройних конфліктів останніх років. Частка обсягу вогневих завдань з ураження противника, яка покладається на РВіА, становить не менше 70%. Особливо коли мова йде про нанесення ураження об'єктів (цілей), що розташовані на значній відстані і в недоступних місцях.

Такі зміни потребують відповідного рівня підготовки офіцерського складу, спроможного ефективно використовувати сучасну зброю. Наразі нагальною необхідністю для ВВНЗ (навчальних підрозділів) є створення фонду навчальної літератури, який би відповідав вимогам програм визначених дисциплін.

Тому розроблення навчального посібника «Основи теорії польоту і конструкції ракет» викликане, з одного боку, недостатньою кількістю навчальної і методичної літератури для якісного вивчення навчальних дисциплін за програмою підготовки офіцерів запасу як під керівництвом викладача, так і під час самостійної роботи студентів, з іншого – намагання систематизувати навчальний матеріал, який є надбанням багатьох поколінь спеціалістів зайнятих, розробленням ракетної техніки та підготовкою фахівців цієї галузі.

Матеріал навчального посібника відповідає програмі навчання з дисципліни «Конструкція ракет».

Під час написання посібника були використані матеріали навчальних посібників, що розроблені на кафедрах Сумського державного університету, а також література інших вищих навчальних закладів.

Автори запропонованого посібника будуть вдячні всім, хто вважатиме за доцільне висловити свої зауваження та надати конструктивні пропозиції щодо змін, удосконалення та доповнення до цього посібника у подальших перевиданнях.

## Список використаної літератури

1. Алешков М. Н. Физические основы ракетного оружия / М. Н. Алешков, И. И. Жуков. – М. : Воениздат, 1972.
2. Афонин П. М. Беспилотные летательные аппараты / П. М. Афонин, И. С. Голубев. – М. : Машиностроение, 1967.
3. Воронов К. Р. Основы авиационной и ракетной техники / К. Р. Воронов, Р. М. Проценко-Кальнин. – Л. : ЛКВВИА им. Можайского, 1961.
4. Гольдштик М. А. Вихревые потоки / М. А. Гольдштик. – Новосибирск : Издательство «Наука», Сибирское отделение, 1981.
5. Дехтярева В. Б. Системы автоматического управления летальными аппаратами / В. Б. Дехтярева, Ю. В. Дубко. – М. : Машиностроение, 1988.
6. Дмитриевский А. А. Движение ракет / А. А. Дмитриевский, В. П. Казаковцев. – М. : Воениздат, 1968.
7. Дмитриевский А. А. Внешняя баллистика / А. А. Дмитриевский, Л. Н. Лысенко. – М. : Машиностроение, 1991.
8. Жаков А. М. Управление баллистическими ракетами и космическими объектами / А. М. Жарков. – М. : Воениздат, 1974.
9. Коваленко А. Я. Теория матриц и определителей / А. Я. Коваленко. – СВАКУ им. Фрунзе, 1987.
10. Краснов Н. Ф. Аэродинамика / Н. Ф. Краснов. – М. : Высшая школа, 1971.
11. Аэродинамики ракет / Н. Ф. Краснов, В. Н. Кошевой, А. Н. Данилов, В. Ф. Захарченко. – М. : Высшая школа, 1968.
12. Краткий курс высшей математики / В. А. Кудрявцев, Б. П. Демидович. – М. : Наука, 1989.

13. Кузнецов К. М. История ракетного оружия и его боевого применения / К. М. Кузнецов. – М.: МО СССР, 1972.

14. Левантовский В. И. Механика космического полета / В. И. Левантовский. – М. : Наука, 1980.

15. Лисенко В. М. Теория полёту / В. М. Лисенко, В. И. Грабчак, Д. А. Новак. – Суми : Видавництво СумДУ, 2006.

16. Новиков В. Н. Основы устройства и конструирования летательных аппаратов / В. Н. Новиков, Б. М. Авхимович. – М. : Машиностроение, 1991.

17. Петров В. П. Управление ракетами / В. П. Петров, А. А. Сочивко. – М. : Воениздат, 1959.

18. Поляков А. П. Физические основы ракетного оружия / А. П. Поляков. – М. : МО СССР, 1990.

19. Почикаев Н. И. Внешняя баллистика / Н. И. Почикаев, Н. Д. Солодовников. – Л. : ВАА, 1959.

20. Савельев Ю. П. Лекции по уравнениям динамики полета и внешней баллистики. – Книга 1. Уравнения: учеб. Пособие / Ю. П. Савельев. – СПб. : Балт. гос. техн. ун-т «Военмех», 2003.

21. Савельев Ю. П. Лекции по уравнениям динамики полета и внешней баллистики. – Книга 2. Аналитические решения модельных уравнений: учеб. пособие / Ю. П. Савельев. – СПб. : Балт. гос. техн. ун-т «Военмех», 2005.

22. Чурбанов Е. В. Краткий курс баллистики: учеб. пособие. / Е. В. Чурбанов. –2-е изд., испр. – СПб. : Балт. гос. техн. ун-т «Военмех», 2006.

## Предметний покажчик

### А

**Абсолютна висота** – висота точки місцевості над середнім рівнем Балтійського моря. Підписи А. в. на карті називаються відмітками (відм. 96,2), а на випадок, коли підписана вершина гори – висотами (вис. 143,8). Підписи висот рівнів води називаються зрізами води, 217

**Автомат керування дальністю** – пристрій, що керує рухом центра мас ракети шляхом зміни тяги двигуна так, щоб у загальному випадку як сама траєкторія руху, так і моменти проходження ракетою характерних точок траєкторії збігалися з розрахунковими, 217.

**Автоматизована система управління ракетними військами та артилерією** – система, що забезпечує автоматизоване збирання й обробку інформації, необхідної для оптимізації управління, з метою найбільш ефективного застосування підрозділів, частин та з'єднань РВ й А. Головні завдання АСУ РВ та А: підвищення надійності і ефективності збирання, обробки, видачі і відображення даних обстановки на робочих місцях посадових осіб; запровадження у стислі терміни оперативно-тактичних розрахунків; досягнення оптимальності рішень, що приймаються, і планування бойового застосування РВ і А в бою (операції); своєчасне і якісне доведення до підрозділів, частин, з'єднань РВ і А бойових завдань, команд, сигналів управління і забезпе-

чення контролю за їх виконанням; скорочення термінів оформлення, розмноження і передавання бойових документів, 217.

**Автономні системи керування** – комплекс розміщених на борту ракети пристроїв для автоматичного керування її польотом відповідно до заданої програми без отримання інформації із землі, що забезпечує високу завданість системи керування, 217, 218.

**Автопілот** – комплекс пристроїв, що забезпечує автоматичне керування польотом літального апарату (ЛА). Загальна ідея і принципова схема А. були запропоновані К. Е. Цюлковським у 1898 р. Перший зразок А. випробуваний на американському літаку 1914 р., 218.

**Аеродинамічні рулі** – несучі, рухомі невеликі поверхні, розташовані на деякій відстані від центра ваги ракети, призначені для забезпечення стійкості й керованості ракети. Повітряні рулі можуть розташовуватися як позаду, так і попереду центра ваги ракети. Вони здатні працювати у щільних шарах атмосфери. За їх допомогою створюються моменти, що обертають ракету навколо її центра мас, 140, 155, 159.

**Аеродинамічні характеристики** – сукупність величин, що характеризують взаємодію літального апарату або будь-якого тіла з повітряним (газовим) середовищем у конкретних умовах відносного руху А. х. виражають через аеродинамічні коефіцієнти сил, моменти та співвідношення між ними, 218.

**Апаратура бортова** – сукупність приладів та інших технічних пристроїв, розміщених на борту ракети для керування рухом і виконання інших завдань щодо забезпечення її бойового функціонування, 218.

**Апаратура запуску ракети** – комплект приладів, за допомогою яких здійснюють перевірку, підготовку до запуску і запуск ракети, 218.

**Атмосферний тиск** – тиск, якого зазнають усі предмети, що знаходяться в атмосфері, а також земна поверхня. А. т. у кожній точці атмосфери дорівнює масі стовпа повітря, що лежить вище і має основу в одну одиницю площі та простягається від даного рівня до верхньої межі атмосфери.

Згідно з Міжнародною системою одиниць (СІ) одиницею тиску є паскаль (Па) – тиск, що викликається силою в один ньютон, рівномірно розподіленою по нормальній до неї поверхні площею 1 кв. м. 1 мілібар (мбар) у цій системі одиниць чисельно дорівнює 100 Па, або 1 гПа (гектопаскаль), 38, 218, 219.

## Б

**Баки паливні** – резервуари, призначені для розміщення в них компонентів палива на борту ракети (літального апарату), 219.

**Балістика** – наука про закони руху ракет, артилерійських снарядів, куль, мін, реактивних снарядів тощо. Б. поділяється на внутрішню і зовнішню. Внутрішня Б. вивчає закони руху снарядів у стволі вогнепальної зброї, а зовнішня Б. – рух снарядів після вильоту їх зі ствола, 61, 62, 219.

**Балістична траєкторія ракети** – траєкторія руху ракети у разі відсутності аеродинамічної підйімальної сили, складається з активної (з працюючим двигуном) і пасивної (після вимкнення двигуна) ділянок, 62, 219.

**Балістичне відхилення метеорологічної величини** – умовне, постійне у межах висоти траєкторії польоту снаряда (ракети) відхилення від табличного розподілу метеорологічної величини, яке щодо свого впливу на політ снаряда (ракети) еквівалентне впливу дійсних, неоднакових на різних висотах відхилень метеорологічної величини. Таке відхилення

метеорологічної величини називається балістичним тому, що воно залежить від балістичних характеристик артилерійської системи, снаряда, заряду або балістичних характеристик ракети, 219.

**Балістичне відхилення температури повітря** – розраховане (умовне), постійне у межах висоти траєкторії снаряда (ракети) відхилення віртуальної температури повітря від її табличного значення, яке викликає таке саме відхилення точки падіння снаряда (ракети) за дальністю, як і змінне з висотою дійсне відхилення температури повітря, 178, 220.

**Балістичний коефіцієнт** – одна із основних зовнішньо-балістичних характеристик снаряда (ракети), що відображає вплив його форми, калібру і маси на здатність долати опір повітря у польоті. Значення  $B_k$  використовують під час балістичних розрахунків й оцінки аеродинамічної форми різних снарядів, 220.

**Балістичний наконечник снаряда (ракети)** – пустотілий гострий ковпак, закріплений нерухомо на притупленій головній частині снаряда або ракети для поліпшення їх балістичної форми (зменшує опір повітря під час польоту). Виробляється звичайно із легких матеріалів з мінімальною товщиною стінок, 220.

**Бойова готовність ракетних військ і артилерії** – здатність за будь-яких умов обстановки розпочати бойові дії у встановлені терміни й ефективно виконувати завдання вогневого ураження противника. Визначається бойовою здатністю ракетних і артилерійських підрозділів, частин, з'єднань, правильним розумінням командирами, штабами, органами виховної роботи своїх завдань, своєчасною підготовкою до подальших дій, передбаченням можливих змін обстановки. Ступінь  $B_g$  РВ і А у мирний час повинен забезпечувати швидкий перехід їх на воєнне положення й успішне виконання поставлених завдань, 220.

**Бойова підготовка ракетних військ і артилерії** – цілеспрямований процес навчання та виховання й розвитку особового складу, злагодженості ракетних та артилерійських частин і підрозділів для ведення бойових дій або виконання навчальних завдань. Вона є основою всієї діяльності військ. Важливим показником рівня бойової підготовки є польовий вишкіл військ, їх здатність до активних дій на полі бою за будь-яких умов обстановки, 220, 221.

**Бойова потужність** ракетних військ і артилерії – сукупність матеріальних і морально-бойових чинників, що визначають стан і здатність ракетних військ і артилерії виконувати бойові завдання, визначається кількісно-якісним складом, морально-психологічним станом і рівнем бойової та оперативної підготовки військ і штабів, кількістю і якістю озброєння, бойової техніки та інших матеріальних засобів, рівнем розвитку воєнного мистецтва, наявністю добре підготовлених офіцерських кадрів для РВ і А, 221.

**Бойове забезпечення** – комплекс заходів, що здійснюється з метою створення сприятливих умов для ведення РВ і А бойових дій, ефективного виконання поставлених завдань, збереження високої боєздатності, зниження ефективності ядерних і вогневих ударів противника. Основні види Б. з. в РВ і А: артилерійська розвідка, захист від зброї масового ураження, РЕБ, інженерне, хімічне, топогеодезичне і метеорологічне забезпечення, безпосередня охорона підрозділів і частин, 221.

**Бойове застосування ракетних військ і артилерії в бою (операції)** – організоване застосування в бою і операції ракетних військ і артилерійських з'єднань (частин, підрозділів) у взаємодії із з'єднаннями (частинами, підрозділами) інших родів військ, спеціальних військ і авіації, на приморських напрямках із силами флоту, а інколи й самостійно з метою виконання поставлених бойових завдань, 221.

**Бойові дії ракетних військ і артилерії** – організовані дії під час виконання завдань ураження противника в бою і операції, а також здійснення необхідного маневру під час підготовки та у ході виконання завдань. Основною формою Б. д. РВ і А є ракетні і вогневі удари. Ракетні удари можуть бути масованими, груповими й поодинокими, а вогневі – масованими і зосередженими. Маневр РВ і А може бути тактичним, оперативним і стратегічним, 221, 222.

**Бойові можливості** – кількісні та якісні показники, що характеризують можливості ракетних і артилерійських з'єднань (груп, частин, підрозділів) щодо виконання бойових завдань за установлений час у конкретній обстановці. Б. м. залежать від наявності й стану сучасної зброї та бойової техніки, рівня бойової підготовки особового складу, його морально-психологічного стану, мистецтва командного складу в управлінні військами (силами), організаційної структури військ, забезпеченості їх матеріально-технічними засобами, а також від характеру протидії противника, умов місцевості, метеорологічних умов та інших чинників. Б. м. ракетних військ і артилерії характеризуються глибиною ураження противника, можливістю ураження противника ракетами й артилерійськими снарядами у різному спорядженні, маневровими можливостями з'єднань (частин, підрозділів). Окремо визначаються можливості щодо створення щільності артилерії на 1 км фронту під час стрільби із закритих ВП і прямою наводкою. Б. м. оцінюються імовірністю знищення об'єктів (цілей), математичним очікуванням числа цілей або частинки площі, що уражається із заданим ступенем, бойовою (пошуковою) продуктивністю та іншими показниками, 222.

**Бойовий порядок** ракетної, артилерійської частини (підрозділу) – побудова (розташування) частини (підрозділу) на місцевості для виконання завдань вогневого ураження противника.

Б. п. повинен забезпечувати найбільш ефективне і надійне виконання поставлених завдань, найкраще використання бойових можливостей частини (підрозділу) відповідно до їх призначення, зручність організації стійкого управління, можливість здійснення своєчасного маневру; потайність і найменшу уразливість від ядерної та звичайної зброї противника. Б. п., крім того, повинен дозволяти підтримувати тісну взаємодію із загальновійськовими частинами (підрозділами). Б. п. ракетної частини, як правило, поєднує бойові порядки ракетних підрозділів, командний пункт частини, позиції технічних підрозділів і місця розташування підрозділів обслуговування. Ракетна частина (підрозділ) займає позиційний район (стартову позицію), 222, 223.

## В

**Вершина траєкторії снаряда (ракети)** – найвища точка траєкторії, 223.

**Висота траєкторії** – відстань по перпендикуляру від площини горизонту до вершини траєкторії, 67, 108, 223.

**Вогневе ураження противника (ВУП)** – знищення (придушення) противника вогнем різних видів зброї, ударами ракет, військ і авіації із застосуванням боєприпасів у звичайному спорядженні. Здійснюється впродовж усього бою (операції). Розрізняють загальне і безпосереднє вогневе ураження.

Загальне вогневе ураження ведеться безперервно з метою постійного ураження тактичних засобів ядерного нападу та елементів високоточної зброї (ВТЗ), польової артилерії, пунктів управління військами і зброєю, засобів розвідки й радіоелектронної боротьби, систем ППО, інших ешелонів та резервів.

Безпосереднє вогневе ураження — виконання військами вогневих завдань, що проводяться за єдиним задумом і планом дії сил та засобів вогневого ураження щодо завдання ударів і ведення вогню з метою зменшення протидії підрозділів противника під час виконання військами тактичних завдань. Під час ВУП може застосовуватися ВТЗ у таких формах: вогневий наліт артилерії; поодинокий і груповий удари бойових вертольотів (літаків). Зусилля різних сил і засобів, які застосовують ВТЗ, ретельно узгоджуються за зонами відповідальності й завданнями, способами і методами їх вирішення, що виконуються, 223, 224.

## Г

**Газові рулі** – рульові поверхні, встановлені на шляху руху реактивного струменя, що витікає із сопла працюючого двигуна. Г. р., обертаючись, створюють керівні сили шляхом відхилення реактивного струменя від осі ракети, внаслідок чого виникає момент, що обертає ракету в потрібному напрямку. Г. р. діють тільки під час роботи двигуна, 104, 157, 224.

**Гідрометеорологічне забезпечення** – один із видів забезпечення ракетних військ і артилерії. Організовується з метою підвищення ефективності завдання ракетних ударів та ведення вогню артилерії, обліку гідрометеорологічних умов під час планування і ведення бойових дій і вживання заходів щодо зниження втрат від зброї масового ураження і стихійного лиха. Основні завдання Г. з.: організація метеорологічного забезпечення (метеорологічної підготовки) пусків ракет і стрільби артилерії, отримання від органів та підрозділів гідрометеослужби кліматичних і гідрологічних довідок, даних про прогностичні й фактичні гідрометеоумови, штормові повідомлення та попередження про небезпечні явища погоди і гідрометеорологічний режим водних

басейнів, доведення гідрометеорологічної інформації до частин та підрозділів, 224.

**Гірокомпас (гіртеодоліт)** – геодезичний прилад з гіроскопічним чутливим елементом, призначений для автономного визначення істинних азимутів орієнтирних напрямів, 224, 225.

**Гіроскоп** – симетричне, тверде, швидкообертове тіло (ротор), вісь обертання якого може змінювати свій напрям у просторі. Основні властивості гіроскопа: 1) вісь зрівноваженого гіроскопа зберігає в інерціальному просторі незмінний напрям, тобто такий, що був їй наданий у початковий момент обертання ротор (під час пуску); 2) під впливом зовнішньої сили, прикладеної до осі обертання зрівноваженого Г., його вісь здійснює прецесійний рух, пересуваючись не за напрямом прикладеної сили, а у перпендикулярному напрямі, 77, 204, 225.

**Гіроскопічне орієнтування** – спосіб визначення істинних азимутів орієнтирних напрямів, під час якого вимірювання здійснюються гірокомпасом, 225.

**Головна частина ракети (бойова частина ракети)** – передня частина ракети, в якій, як правило, розташовується бойова частина, призначена для безпосереднього ураження об'єкта (цілі), 225.

**Густина повітря** – маса  $1\text{ м}^3$  повітря у кілограмах ( $\text{кг}/\text{м}^3$ ), 113, 114, 225.

## Д

**Двигунова установка ракети** – джерело механічної енергії, що забезпечує рух ракети за реактивним принципом, з рідинним або твердопаливним двигуном і системами, що забезпечують його роботу. Д. у. р. включає: камеру згоряння, сопло, ракетне паливо і пристрій для запалення палива, 225.

**Демпфер** – пристрій, пристосування для заспокоєння (демпфірування) або запобігання коливанням (як правило, шкідливим), що виникають у механічних ланках машин і механізмів, у гідравлічних апаратах та інших шляхом поглинання енергії, 225, 226.

**Дирекційний кут** – кут між північним напрямом вертикальної лінії координатної сітки і напрямом на пункт, що визначається і вимірюється на карті за ходом годинникової стрілки від 0 до 360 (від 0-00 до 60-00). Дирекційні кути вимірюються за картою, а також визначаються за вимірюваними на місцевості магнітними або істинними азимутами, 226.

**Дистанційне керування** – керування технічними системами та об'єктами, що здійснюється радіостанціями (радіоцентрами), винесеними за межі пунктів управління. Призначається для управління керованими ракетами, снарядами, безпілотними літальними апаратами, 226.

## Е

**Електронно-обчислювальна машина (ЕОМ)** – обчислювальна машина, основними елементами якої є електронні прилади. Перша ЕОМ була створена у Пенсільванському університеті (США) 1946 року. За способом опрацювання інформації ЕОМ розподіляють на цифрові, аналогові та гібридні, 17, 226.

**Елерони** – рухомі поверхні задніх частин крил літального апарата, закріплені на шарнірах і призначені для ліквідації крену апарата під час горизонтального польоту і поворотів, 147, 226.

**Еліпс розвіву** – еліпс, у межах якого розташовуються усі точки падіння снарядів (ракет) під час стрільби (пусків), 53, 54, 226.

**Ефективність** – успішність, результативність, дієвість, повнота виконання будь-чого (наприклад, вирішення завдання, досягнення мети). Категорія, що оцінює діяльність системи і визначається за результатами вирішення поставлених завдань. Очікувану ефективність прогнозують і розраховують заздалегідь, виходячи із реальних можливостей системи, 139, 176, 152, 226, 227.

**Ефективність ураження цілі** – сукупність характеристик ступеня ураження цілі (об'єкта). Оцінюють матеріальною втратою, якої зазнала ціль. Виражають через імовірність ураження, математичне сподівання числа уражених цілей, гарантовану втрату та інші показники, 227.

## Ж

**Живучість пускової установки** – здатність пускової установки протистояти бойовим та аварійним пошкодженням, відновлювати і підтримувати при цьому свої бойові функції, 227.

**Живучість ракети** – властивість ракети зберігати здатність уражати призначену ціль в умовах зовнішніх негативних впливів. Показником Ж. р. може бути ймовірність подолання ППО противника. Ж. р. характеризується живучістю всіх її складових частин у польоті й значною мірою визначає бойову ефективність ракетного комплексу, 149, 227.

**Живучість ракетних військ і артилерії** – здатність ракетних і артилерійських з'єднань (частин, підрозділів) зберігати або швидко відновлювати боєздатність. Забезпечується їх доцільною організаційною структурою, технічним оснащенням, високою польовою виучкою, використанням засобів захисту, міцністю конструкцій ракетного та артилерійського озброєння, стійкістю їх до впливу ударної хвилі, високих температур і проникної радіації, наданням

озброєнню і бойовій техніці обтічних і рикошетних форм, зменшенням габаритів, нанесенням маскувального фарбування, дублюванням приладів керування та джерел енергії, створенням надійної системи біологічного захисту обслуги та полегшення відновлення озброєння (техніки). До живучості ракетних комплексів і артилерійських гармат (мінометів) належить здатність витримувати визначену кількість пусків і пострілів без погіршення характеристик.

Підвищення живучості ракетних комплексів і артилерії досягається застосуванням високоякісних матеріалів під час виготовлення та старанним догляданням під час експлуатації. У разі бойового застосування живучість РВіА забезпечується правильним вибором позиційних районів і вогневих позицій, пунктів управління, районів розташування (зосередження), їх інженерним обладнанням і маскуванням, швидким вживанням заходів щодо захисту військ від зброї масового ураження, 227, 228.

### 3

**Забезпечення бойових дій ракетних військ і артилерії** – комплекс заходів, що вживаються командуванням, штабами, спеціальними підрозділами та частинами, і спрямовані на збереження боєздатності й створення сприятливих умов для ефективного виконання РВ і А завдань, поставлених в операції (бою).

Воно передбачає: підтримання високої бойової готовності РВ і А; розкриття цілей (об'єктів) і намірів противника; впровадження заходів щодо приховання РВ і А; зниження ефективності вогневих і ядерних ударів противника та захисту від його РЕЗ; забезпечення ефективності ракетних ударів і вогню артилерії; своєчасне забезпечення РВ і А озброєнням, бойовою технікою, ракетами, боєприпасами

та іншими матеріальними засобами, необхідними для ведення бойових дій, 228.

**Залп** – порядок ведення вогню, при якому постріли (пуски) із декількох гармат, мінометів, ракетних і реактивних пускових установок та іншої зброї здійснюються одночасно або у найкоротший проміжок часу, зазвичай за єдиною командою (сигналом), 228, 229.

**Запасна вогнева позиція (позиційний район)** – ділянка місцевості, призначена для розгортання ракетних, артилерійських, мінометних підрозділів (частин) і виконання вогневого завдання за неможливості його вирішення з основної вогневої позиції (позиційного району), 229.

**Захоплення цілі головою самонаведення** – початок самонаведення ракети на ціль. Після виведення ракети в район цілі наземними засобами, коли відстань між ракетою і ціллю дорівнює або менше радіуса дії бортової апаратури, здійснюється З. ц. г. с. і ракета самонаводиться на ціль, 229.

**Знищення цілі (об'єкта)** – полягає у завданні їй (йому) таких втрат (пошкоджень), зазнаючи яких, вона (він) повністю втрачає свою боєздатність. Завдання виконується у випадку, коли математичне сподівання відносного числа уражених елементів у становить групового об'єкта становить 50-60 %, 229.

**Зовнішня балістика** – наука, що вивчає рух снарядів, мін, ракет після припинення їх силової взаємодії зі стволом зброї (пусковою установкою), 65, 229.

## I

**Імовірність ураження** – числова величина, що характеризує випадкову подію – ураження цілі в конкретних умовах стрільби. Залежить від характеру цілі, кількості й потужності боєприпасів, величини розсіву снарядів (ра-

кет). І. у. – це показник ефективності ураження окремих цілей, 229.

**Інерціальна система керування ракетою** – автономна система керування, в якій керуючі сигнали, що виробляються на виконавчі органи ракети, є функціями (того або іншого виду) відхилень дійсних параметрів руху ракети від заданих в інерціальній системі координат. Принципова можливість будови І. с. к. р. зумовлена взаємно однозначною відповідністю між прискоренням і силовою взаємодією тіл в інерціальній системі координат. В І. с. к. р. швидкості й координати визначаються шляхом інтегрування, 74, 75, 229, 230.

**Інженерне обладнання позиційних районів (ПР) і вогневих позицій (ВП)** – комплекс інженерних заходів, що застосовується з метою створення сприятливих умов для проведення пусків ракет і ведення вогню артилерією, підвищення захисту особового складу, озброєння і бойової техніки від усіх засобів ураження противника. І. о. ПР і ВП включає: інженерну розвідку, обладнання укриття для особового складу, озброєння і бойової техніки; підготовку шляхів для зайняття стартових (вогневих) позицій, підвезення ракет (боєприпасів) і маневру підрозділами (частинами); виконання заходів щодо маскування. Завдання І. о. ПР і ВП виконуються силами самих частин (підрозділів), для виконання найбільш складних завдань можуть виділятися інженерні частини. Ступінь І. о. ПР і ВП залежить від характеру і тривалості бойового завдання, яке виконується з даного ПР (ВП), умов місцевості, пори року і часу доби, наявності сил, засобів і часу, 76, 230.

**Інженерно-ракетне забезпечення** – комплекс заходів, спрямованих на підтримання пускових установок, спеціальних машин і систем ракетних комплектів, а також технічних підрозділів ракетних військ у готовності до застосування; для постачання військ (сил) матеріальною части-

ною, її ремонту у разі пошкоджень; вид технічного забезпечення, 230.

## К

**Камера згоряння (ракетного двигуна)** – об’єм, призначений для безперервного згоряння ракетного палива; основний агрегат ракетного двигуна, в якому відбувається перетворення потенційної енергії, що виділяється внаслідок реакції ракетного палива, у кінетичну енергію продуктів реакції (робочого тіла), що виходять. К. з., з’єднана в єдине ціле із соплом, утворює камеру ракетного двигуна, призначену для створення реактивної сили. К. з. бувають конічними, циліндричними, кулястими (грушоподібними). Особливості конструкції К. з. визначаються типом ракетного двигуна, 38, 151, 231.

**Касетна бойова частина (КБЧ)** (інш.) – бойова частина ракети або снаряда, у корпусі яких для збільшення зони ураження розміщується від декількох одиниць до декількох сотень, а іноді до декількох тисяч дрібних боєприпасів (бойових елементів). На відміну від роздільної головної частини (РГЧ), де кожний бойовий елемент особисто наводиться на завчасно призначену ціль, у КБЧ розкид бойових елементів (БЕ) здійснюється шляхом розкриття КБЧ у заданій точці траєкторії і подальшого автономного руху бойових елементів за траєкторією. Для підвищення ефективності КБЧ передбачені заходи щодо забезпечення заданого закону розподілу БЕ у просторі, 231.

**Керування ракетою** – забезпечення руху ракети за визначеною траєкторією для влучення її у ціль. К. р. здійснюється на усій траєкторії польоту або тільки на визначеній частині цієї траєкторії за допомогою різних типів систем

керування: автономних систем керування, системи самонаведення, системи телекерування, комбінованих систем, 231.

**Кінцева ділянка траєкторії** – ділянка на низхідній гілці траєкторії від деякої точки до точки зустрічі снаряда (ракети) з ціллю (перешкодою), 9, 62, 232.

**Класифікація крилатих ракет** – розподіл крилатих ракет за основними ознаками: досяжністю (дальністю, висотою), типом бойової частини, типом реактивного двигуна, числом ступенів, місцем пуску і цілі (клас ракет), керуваністю, аеродинамічною схемою, формою траєкторії, 99, 232.

**Класифікація ракет** – розподіл ракет на класи за основними ознаками: бойовим застосуванням, місцем пуску і знаходження цілей, конструкцією (числом і способом з'єднання ступенів), типом двигунів та типом системи керування, 99, 232.

**Командний метод керування ракетою** – метод керування, що дозволяє безперервно здійснювати з пункту управління корекцію руху ракети в процесі її наведення на ціль, 232.

**Компоненти ракетного палива** – складові частини палива: пальне й окислювач. За кількістю компонентів паливо поділяється на однокомпонентне, двокомпонентне і багатокомпонентне, 232.

**Компонування ракети** – найбільш раціональне, доцільне розташування і будова вузлів ракети, 128, 173, 232.

**Координати реактивного снаряда (ракети)** – лінійні й кутові величини, що характеризують положення реактивного снаряда (ракети) у просторі. Положення центра мас у просторі визначається трьома лінійними координатами, положення реактивного снаряда (ракети) – трьома кутовими координатами: кутами тангажа, рискання та крену, 195, 232.

**Корпус ракети** – основна частина ракети, призначена для з'єднання усіх частин ракети в єдину конструкцію. Поділяється на відсіки, у яких розміщуються необхідні системи, вузли і механізми, а також служить для сприймання навантажень, що діють на ракету під час польоту, транспортуванні і пуску, 115, 232, 233.

**Космічна швидкість** – критичне значення швидкості космічного апарату в момент його виходу на орбіту в гравітаційне поле Землі. Розрізняють: першу К. ш. – 7,91 км/с, другу К. ш. – 11,2 км/с, третю К. ш. – 16,7 км/с, 14, 233.

**Крилата ракета** – керований літальний апарат із крилом. Головну роль у системі сил, що визначають її політ за траєкторією, відіграє аеродинамічна підймальна сила крила, 17, 116, 141, 143, 233.

**Крило ракети** – аеродинамічна поверхня, що примикає безпосередньо до корпусу ракети і служить для створення підймальної сили. Застосовується в крилатих ракетах, 233.

**Кут атаки** – кут між поздовжньою віссю ракети і проекцією векторів повітряної швидкості на площину симетрії, 84, 139, 233.

## Л

**Лобовий опір** – складова повної аеродинамічної сили, спрямована протилежно вектору швидкості ракети (снаряда). Л. о. зростає пропорційно квадрату швидкості ракети (снаряда). Він залежить від густини повітря, форми, швидкості й поперечного перерізу ракети, а також від положення ракети у потоку повітря та інших причин, 146, 233.

## М

**Маса корисного навантаження ракети** – сума мас усіх пристроїв і агрегатів, що забезпечують виведення ко-

рисного навантаження на задану траєкторію руху і вирішення поставлених завдань (маса бойових блоків із бойовими зарядами та їх конструкцією, оснащених комплексом пристроїв, що забезпечують досягнення й ураження цілей); маса апаратури й агрегатів системи керування, що забезпечує досягнення району цілей із заданою точністю і розміщується в головній частині (ГЧ), що відділяється, а на останньому (що не відділяється від ГЧ) ступені ракети, 94, 98, 233, 234.

**Масштаб карти** – ступінь зменшення на карті проекції довжини відповідної лінії місцевості або відношення довжини лінії на карті відповідній довжині лінії на місцевості. Масштаб може бути виражений у числовій формі (числовий масштаб) або в графічній (лінійний, поперечний масштаби) – у вигляді графіка, 234.

**Метеорологічна станція** – військовий підрозділ, оснащений радіотехнічним комплексом зондування атмосфери і комплектом метеорологічних приладів, призначений для визначення відхилень метеорологічних умов стрільби та пересилання їх в артилерійські підрозділи у вигляді метеорологічних бюлетенів, 234.

**Метеорологічне забезпечення** пусків ракет і стрільби артилерії – складова частина гідрометеорологічного забезпечення ракетних військ і артилерії. Організовується для визначення метеорологічних умов пусків ракет і стрільби артилерії. М. з. включає організацію зондування атмосфери і наземних метеорологічних вимірювань, складання та доведення до частин і підрозділів метеорологічних бюлетенів та інших даних, необхідних для визначення установок для пуску ракет і стрільби артилерії, прийняття рішення про можливість застосування того чи іншого виду боєприпасів, визначення відхилень метеорологічних умов пусків ракет і стрільби артилерії, 212, 234.

**Метеорологічні величини** – характеристики стану атмосфери: температури і вологості повітря, швидкості й напрямку вітру, тиску атмосфери, кількості й висоти хмар, інтенсивності опадів, дальності видимості та ін., 174, 234.

**Методика** – сукупність прийомів (способів), що застосовуються у визначеній логічній послідовності для проведення розрахунків, досліджень, 85, 235.

**Модель** – умовний образ досліджуваного явища (об'єкта, процесу). М. можуть бути натурними, вербальними, математичними, у тому числі імітаційними та ін. *Натурна модель* – це макет; *вербальна* – словесний опис досліджуваного явища; *математична* – система математичних залежностей, що дозволяє визначити необхідні характеристики досліджуваного явища; *імітаційна* – імітація функціонування систем за допомогою обчислювальної техніки, 4, 9, 160, 235.

## Н

**Наземна керована зброя** – керовані ракети з бойовим зарядом, прицільними пристроями, приладами керування, пусковими пристроями і стартовими майданчиками з розташованими на них ракетними комплексами. До Н. к. з. належать ракети класів «земля-земля» і «земля-повітря», підкласів «земля-море», «корабель-корабель», «корабель-земля», «корабель-підводний човен» і т. ін. Н. к. з. призначена для ураження об'єктів на землі, у повітрі і в морі, 10, 235.

**Некерований реактивний снаряд** – реактивний снаряд, спрямування якого на ціль або в задану точку простору виконується пусковою установкою, без керування в польоті, 179, 2351.

**Низхідна гілка траєкторії** – частина траєкторії від її вершини до точки падіння, 235.

**Одиничний імпульс тяги** – відношення повного імпульсу сили тяги до 1кг маси паливного заряду, 29, 59, 235.

**Оперені реактивні снаряди** – реактивні снаряди, стабілізація (стійкість) яких у польоті досягається за допомогою оперення (вертикальних і горизонтальних аеродинамічних поверхонь, розташованих у хвостовій частині снаряда), 182, 236.

**Оперення ракети** – аеродинамічні поверхні, призначені для забезпечення достатньої статистичної стійкості й керованості ракети в польоті (рулі, стабілізатори і т. ін.). О. р. може бути складаним і не складаним, 5, 179, 236.

**Органи керування ракетою** – пристрої, що створюють керуючі сили для управління положенням ракети у просторі (аеродинамічні й газові рулі-системи, що змінюють напрям газового струменя). Аеродинамічні рулі можуть бути виконані у вигляді прямокутних, трикутних або трапецієподібних площин, прикріплених до корпусу ракети у хвостовій частині. Крилаті ракети мають органи керування у вигляді елеронів і рулів. Ракети частіше керуються газовими рулями. Деякі ракети не мають ні повітряних, ні газових рулів. Керування ракетою у цьому разі досягається поворотом двигуна, закріпленого на шарнірі або поворотом сопла двигуна, 10, 231, 236.

**Організація визначення установок для стрільби (пуску ракет)** – впровадження комплексу заходів, що забезпечують отримання установок для стрільби (пуску ракет). О. в. у. д. с. включає: з'ясування бойового завдання загальновійськового підрозділу, частини, з'єднання та вогневих завдань, поставлених загальновійськовим командиром і старшим артилерійським командиром (начальником); призначення (з'ясування) основного напрямку стрільби; вибір (з'ясування) способу визначення та оновлення устано-

вок для стрільби щодо завдань бою (періодів вогневого ураження); уточнення даних щодо підрозділів та умов стрільби, необхідних для визначення установок; визначення поправок на відхилення умов стрільби від табличних та побудову графіків обчислених поправок і коефіцієнта стрільби, а за необхідності й передавання поправок у батареї; підготовку засобів визначення установок для стрільби і контроль точності їх підготовки, 200, 236, 237.

## П

**Пасивна ділянка траєкторії** – частина траєкторії, на якій ракета, отримавши значну кінетичну енергію за час роботи ходового двигуна, здійснює політ за інерцією за балістичною кривою як вільно кинуте тіло. При цьому на ракету впливають сила ваги та аеродинамічні сили, 10, 62, 64, 237.

**Підготовлена позиція** – місцевість, обладнана в інженерному відношенні й зайнята призначеним підрозділом. В РВ і А П. п. можуть бути стартові й вогневі, 237.

**Підймальна сила** – складова повної сили тиску газоподібного середовища на тіло, що рухається у ньому, спрямована перпендикулярно до швидкості руху тіла, 117, 119, 237.

**Планування ракетних ударів** (ракетами у звичайному спорядженні) – визначення об'єктів ураження, типу й кількості ракет і ракетних підрозділів (частин), точок прицілювання і часу нанесення ударів. Результати П. р. у. відображаються у відповідних планах і графіках, 32, 212, 237.

**Повний час польоту** – час руху снаряда (ракети і т. ін.) від точки вильоту (сходу з напрямної) до точки падіння, 7, 169, 187, 237.

**Помилка стрільби (пострілу, пуску)** – відхилення точки розриву снаряда (ракети) від точки прицілювання. Є

наслідком помилок визначення установок для стрільби (пуску) та помилок через розсів снарядів (ракет), 237.

**Протитанкова керована ракета (ПТКР)** – ракета з кумулятивною головною частиною, приладами керування на борту і ракетним двигуном, призначена для стрільби по танках та інших броньованих цілях. Керування ПТКР здійснюється по проводах, радіоканалу або по лазерному променю і буває неавтоматичним, напівавтоматичним і автоматичним, 8, 143, 237, 238.

**Протитанковий ракетний комплекс (ПТРК)** – сукупність протитанкової керованої ракети (ПТКР) з пусковою установкою. Призначається для знищення танків та інших броньованих цілей. Розрізняють ПТРК переносні, перевізні й самохідні, 10, 141, 238.

**Пускова установка** – агрегат наземного устаткування ракетного комплексу, призначений для розміщення, транспортування, тимчасового зберігання, проведення необхідних перевірок, прицілювання, підготовки до пуску і пуску однієї чи декількох ракет; бойовий засіб ракетного комплексу, 238.

## Р

**Ракета** – літальний апарат, що рухається за рахунок реактивної сили, яка виникає під час відкидання частини власної маси; вид літального апарата, 238.

**Ракета міжконтинентальна балістична** – багатоступінчаста балістична ракета, здатна досягти будь-якої точки земної кулі. Після закінчення роботи двигуна останнього ступеня ракети, отримавши необхідну швидкість руху, летить за розрахованою балістичною траєкторією, 126, 238.

**Ракета твердопаливна** – ракета, споряджена двигуном, працюючим на твердому ракетному паливі, 210, 238.

**Ракети оперативно-тактичного призначення (ОТР)** – керовані (самонавідні) ракети, призначені для ураження об'єктів противника в оперативній глибині. Мають різні за потужністю бойові частини. Запуск здійснюється з ракетних комплексів ОТР класу «земля-земля», 210, 238.

**Ракети тактичні (ТР)** – некеровані або керовані (самонавідні) ракети з невіддільними в польоті бойовими частинами ядерного і звичайного спорядження. Призначаються для ураження об'єктів противника у тактичній глибині. Пуск ТР здійснюється з наземних рухомих пускових установок, 3, 239.

**Ракетна зброя** – сукупність ракет, що доставляють засоби ураження до цілі, ракетних пускових установок для запуску ракет і засобів керування. Призначена для ураження наземних, повітряних і морських цілей, 239.

**Ракетний комплекс** – сукупність функціонально поєднаних засобів і систем, призначених для пуску ракет, керування їх польотом і виконання інших завдань, включає ракети і наземне обладнання, 239.

**Ракетні війська і артилерія (РВ і А)** – рід військ СВ; головний засіб ураження противника в бою та операції. РВ і А можуть знищувати засоби ядерного нападу, елементи високоточної зброї, авіацію на аеродромах, об'єкти ППО противника, уражати угруповання його військ, пункти управління, засоби РЕБ, резерви; руйнувати склади, вузли комунікацій та інші важливі об'єкти.

На приморських напрямках РВ і А можуть залучатися для ураження ВМС противника і його морських десантів. Бойові завдання виконують нанесенням поодиноких, групових і масованих ракетних ударів, вогнем артилерії усіх видів, 4, 239.

**Реактивна артилерія** – вид артилерії, що має на озброєнні підрозділів і частин реактивні системи залпового вогню, 239.

**Реактивна зброя** – вид зброї, в якій засоби ураження доставляються до цілі за рахунок реактивної тяги двигуна. До Р. з. належать наземні, авіаційні й морські реактивні системи залпового вогню і реактивні гранатомети. Використання принципу реактивного руху дозволяє створювати малогабаритні, багато ствольні прості за будовою пускові установки. Багатозарядність реактивних систем визначає їх високу вогневу продуктивність і здатність одночасного ураження об'єктів значних розмірів. Залповий вогонь Р. з. дозволяє досягати раптовості й високої ефективності ураження об'єктів у стислі терміни, 239, 340.

**Реактивний снаряд** – некерований літальний апарат з реактивним двигуном, 16, 240.

**Розвідувально-ударний комплекс (РУК)** – об'єднана в єдину автоматизовану систему високоточна зброя далекої дії і засоби (розвідки, наведення), що забезпечують їх бойове застосування, а також засоби автоматизації керування. Призначений для розвідки і знищення РЛС ППО противника; боротьби з іншими РЕЗ, а також для боротьби з танковими угрупованнями інших ешелонів противника. Керовані ракети РУК споряджаються касетними боєприпасами із самоприцільними бойовими елементами, 240.

## С

**Самоліквідація ракети в польоті** – знищення ракети, що відхилилася від програмної траєкторії на величину, яка перевищує допустиму, за допомогою системи підриву ракети, 240.

**Самонавідна ракета (снаряд)** – керована ракета (снаряд), оснащена бортовою апаратурою самонаведення, 240.

**Система керування ракетою** – комплекс апаратури і пристроїв, призначених для керування ракетою або її головною частиною у польоті. Залежно від способу отримання

інформації і способу наведення розрізняють автономні системи керування, системи телекерування і самонаведення, а також комбіновані системи керування, 240.

### **Система наведення пускової установки:**

1) наземна частина системи наведення ракети з автономною інерціальною системою керування, що розташована на пусковій установці. Призначена для наведення ракети на ціль за напрямом корпусу ракети, що стоїть вертикально (під час використання принципу наведення корпусом) або командного гіроскопічного приладу ракети, що знаходиться у похідному положенні;

2) сукупність механізмів і пристроїв, призначених для надання потрібних кутів напрямним ракетної пускової установки і бойової машини РСЗВ, 241.

**Система управління військами (силами)** – сукупність функціонально об'єднаних органів і пунктів управління, систем зв'язку та автоматизованих систем управління військами, а також спеціальних систем, потрібних командувачу (командиру) для забезпечення всебічної діяльності військ (сил) у мирний час та управління ними в ході їх стратегічного розгортання та ведення операцій (бойових дій). Вимоги до С. у. в.: бойова готовність, оперативність, стійкість, прихованість, 241.

**Стабілізатори** – аеродинамічні поверхні, що розташовані на хвостовій частині ракети і служать для забезпечення статистичної стійкості ракети під час польоту в атмосфері, 76, 77, 179, 241.

**Старт (ракети)** – початковий момент зльоту, місце, з якого починається політ ракети. Залежно від напрямку руху ракет розрізняють С. вертикальний, похилий або горизонтальний. За місцем розташування пускового пристрою ро-

зрізняють С. ракети: наземний (надводний), підземний (підводний) і повітряний, 63, 241.

**Стартова батарея** – основний вогневий підрозділ у ракетних військах, призначений для передпускової підготовки і пуску ракет, 241.

**Стартова позиція (СП)** – ділянка місцевості, на якій розташовуються пускові установки (ПУ), необхідні прилади і машини. На СП здійснюються передстартова (передпускова) підготовка і пуск ракети. СП можуть бути основними і запасними, за характером обладнання – відкритими і закритими, 242.

**Стартовий (пусковий) стіл** – механічний пристрій, частина пускової установки, що служить жорсткою опорою для ракети і фіксує її в необхідному положенні перед стартом, 242.

**Стійкість ракети у польоті** – здатність ракети повертатися у вихідне положення після припинення дії будь-яких сил, що викликали її відхилення, 5, 242.

## Т

**Технічна батарея** – основний технічний підрозділ у ракетних частинах. Призначається для прийому, зберігання і транспортування ракет і комплектуючих їх елементів, перевірки ракет і подачі їх у підрозділи, проведення регламентних робіт, 242.

**Топогеодезичне прив'язування (позицій, пунктів, постів)** – частина топогеодезичної підготовки. Т. п. включає: визначення плоских прямокутних координат і абсолютних висот точок, що прив'язуються; визначення дирекційних кутів орієнтирних напрямів, необхідних для наведення ракет, гармат і приладів у заданому напрямі. За необхідності координати точок перетворюють із однієї зони в

іншу і визначають поправку до дирекційного кута за перехід із зони в зону, 242.

**Траєкторія ракети** – траєкторія центра мас ракети після втрати нею механічного зв'язку з пусковою установкою, 242.

**Транспортно-заряджальна машина (ТЗМ)** – технічний засіб ракетного комплексу, призначений для тимчасового зберігання, транспортування ракет і заряджання (розряджання) пускових установок. ТЗМ складається із транспортного засобу з розміщеним на ньому перевантажувальним пристроєм (краном), ложементами, вузлами кріплення, механізмом вивішування і т. ін., 243.

**Турбореактивний снаряд** – бойовий снаряд, якому надається одночасно поступальний і обертальний рух під впливом реакції порохових газів, що витікають із камери реактивного двигуна через турбіну – блок сопел; розміщених до поздовжньої осі снаряда таким чином, що частина порохових газів (75%) витрачається для надання снаряду поступального руху, а решта – для надання обертального руху, забезпечуючи стійкість польоту снаряда на траєкторії. Унаслідок цього Т. с. виготовляють без оперення, 243.

## У

**Угруповання ракетних військ** – зведені у визначену систему й розгорнуті (розташовані) з урахуванням задуму подальших бойових дій ракетні частини та підрозділи, а також технічні підрозділи, 243.

**Удар** – складова частина операції, битви, бойових дій, бою, а також особлива форма оперативного (бойового) застосування ракетних військ, СВ, ВПС, ВМС в операції (бою). Полягає в одночасному потужному ураженні противника звичайною зброєю або наступом військ (ударом військами). У. можуть бути: за масштабом – стратегічні, опе-

ративні й тактичні; залежно від засобів, що застосовуються, – вогневі (ракетні, ракетно-артилерійські, авіаційні) та удари військами (силами); за кількістю залучених засобів та об'єктів, по яких завдаються удари, – масовані, групові та поодинокі, 6, 32, 243.

**Установки для стрільби (пуску)** – установки прицільних пристроїв і підричника (трубки), на яких ведеться вогонь (пуск), 63, 244.

## Ф

**Форсунка** – елемент форсункової головки для вприскування, розпилення і змішування компонентів ракетного палива у камері згоряння і газогенераторі РРД. Залежно від агрегатного стану компонентів, що надходять, розрізняють Ф. рідинні, газові, газорідинні та ін. За конструкцією Ф. можуть бути струминними, відцентровими, струминно-відцентровими, 244.

**Форсунка однокомпонентна** – форсунка, призначена для вприскування у камеру згорання одного із компонентів палива, 244.

## Х

**Характеристика ракети конструктивна** – один із показників конструкції ракети (маса, габарити та ін.), 179, 244.

**Хвостове оперення (ракет)** – сукупність конструктивних елементів ракети, призначених для надання ракеті статистичної стійкості за рахунок зміщення центра тиску стосовно відношення до центра мас, 5, 244.

## Ц

**Центр тиску** – точка прикладення рівнодійної аеродинамічної сили снаряда (ракеті і т. ін.). Ц. т. знаходиться на поздовжній осі симетрії снаряда (ракеті і т. ін.) і, як правило, не збігається з центром мас (Ц. м.). Залежно від взаємного положення Ц. т. і Ц. м. виникає стабілізувальний аеродинамічний момент, 128, 132, 156, 244, 245.

**Ціль** – об'єкт противника, намічений для ураження. Ц. розділяють: *за розташуванням у просторі* – на наземні, підземні, повітряні, надводні і т. ін.; *за складом* – поодинокі (танк, корабель, літак і т. ін.), групові й складні; *за розмірами* – на точкові, площинні, лінійні; *за характером діяльності* – на активні, пасивні, рухомі, у тому числі маневрові, нерухомі і на такі, що з'являються; *за ступенем захищеності* – на відкриті, укриті, броньовані; *за умовами спостереження* – на спостережувані й не спостережувані; *за специфічними відмінними ознаками*, наприклад, за оптичною, тепловою, радіолокаційною контрастністю. Ц. можуть поділятися за важливістю, швидкістю руху (маневровістю) та іншими ознаками, 63, 245.

## Ш

**Швидкість друга космічна** – найменша початкова швидкість, коли космічний апарат, почавши рух поблизу поверхні небесного тіла, виходить зі сфери впливу його тяжіння, біля поверхні Землі – 11,19 км/с, 14, 55, 245.

**Швидкість орбітальна** – швидкість руху супутника по орбіті; швидкість руху літального апарата, якої необхідно досягти, щоб здійснити політ навколо Землі заданою орбітою з вимкненим двигуном, 245.

**Швидкість перша космічна** – найменша початкова швидкість, яку потрібно надати космічному апарату, щоб він став штучним супутником даного небесного тіла, біля поверхні Землі – 7,91 км/с, 54, 245.

**Швидкість ракети максимальна** – швидкість ракети в кінці активної ділянки траєкторії, 56, 59, 245.

**Швидкість третя, космічна** – найменша швидкість, що дає можливість космічному апарату, що стартував поблизу поверхні Землі або іншого небесного тіла, вийти за межі Сонячної системи, біля поверхні Землі – 16,7 км/с, 246.

**Широта** – одна із географічних координат. *Широта точки – кут* між площиною екватора і нормаллю – лінією, що проходить через дану точку під кутом  $90^\circ$  до поверхні земного еліпсоїда. Може бути в межах від  $0$  до  $90^\circ$  північною чи південною, 92, 94, 246.

**Штабна культура офіцера** – сукупність якостей, необхідних для успішної управлінської діяльності. Полягає у високій організованості, оперативності та ініціативній ретельності, здатності у найбільш доцільній послідовності і якісно виконувати великий обсяг різноманітних завдань, грамотно, стисло й чітко оформлювати всі штабні документи; в умілому застосуванні математичних моделей операцій і методики, наукової організації штабної роботи, 246.

## Ю

**Юстування** – вивірення і налагодження приладів або механізмів, що полягає у встановленні правильної взаємодії, взаємного розташування і відносного переміщення деталей, вузлів і систем об'єктів, що юстуються. Ю. застосовують під час вивірення артилерійських приладів, прицілів, 246.

## Я

**Ядерні боєприпаси** – боєприпаси, уражальна дія яких ґрунтується на використанні енергії ядерного вибуху. До них належать: ядерні бойові частини ракет і торпед, ядерні бомби, артилерійські снаряди, глибинні бомби, міни (фугаси). Потужність ядерних боєприпасів характеризується тротиловим еквівалентом, за величиною якого вони поділяються на п'ять груп: надто малі (до 1 кт), малі (1-10кт), середні (10-100 кт), великі (100- 1мт) і надто великі (більше 1мт), 246, 247.

Навчальне видання

**Гайда Павло Іванович**  
**Трофименко Павло Євгенович**  
**Ляпа Микола Миколайович**

## **Основи теорії польоту і конструкції ракет**

Навчальний посібник

Художнє оформлення обкладинки П. І. Гайди  
Редактори: Н. А. Гавриленко, Т. Г. Чернишова  
Комп'ютерне верстання П. Є. Трофименка

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 14,42. Обл.-вид. арк. 10,47. Тираж 300 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач  
Сумський державний університет,  
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №3062 від 17.12.2007.