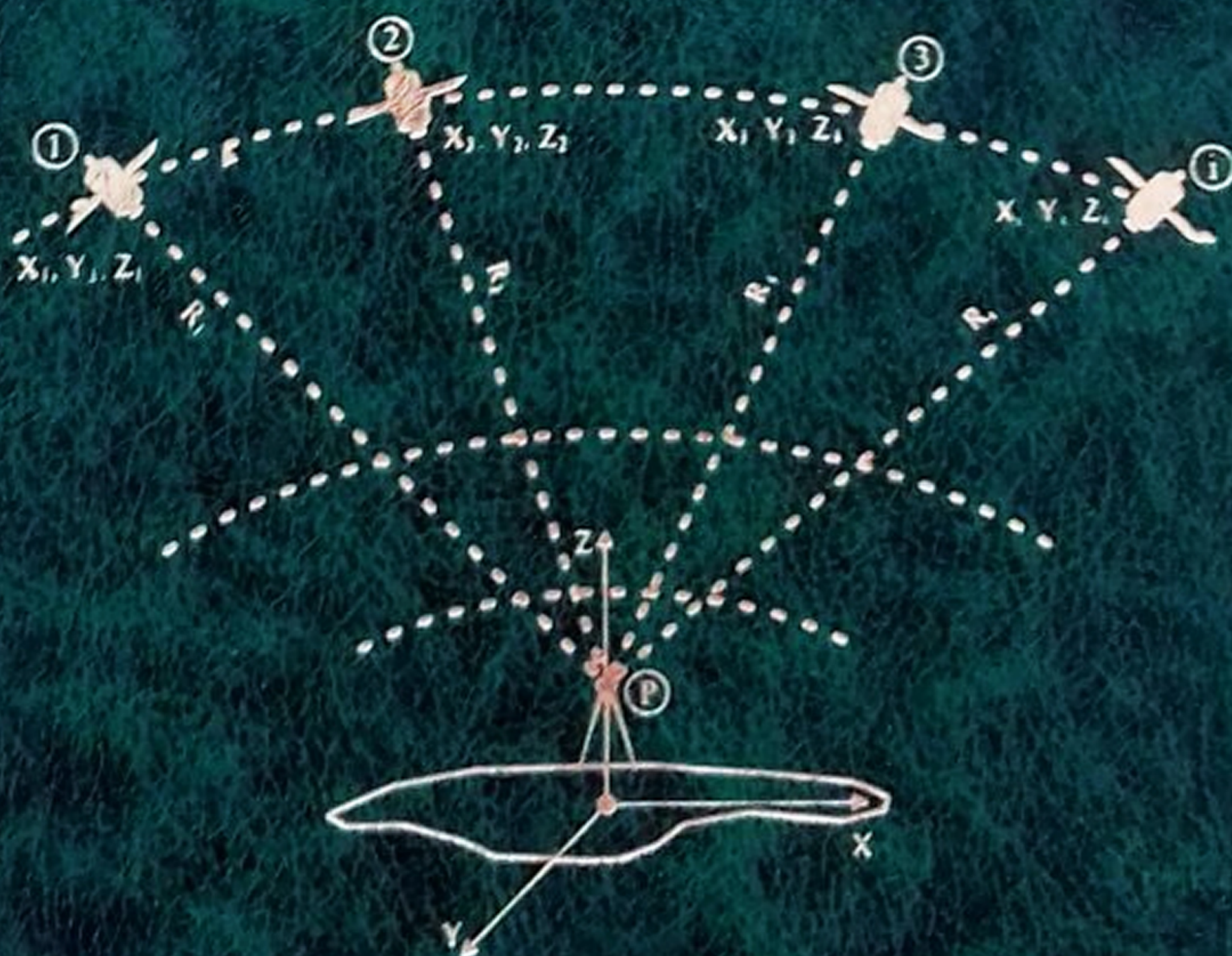


А.Л.Островський, О.І.Мороз,  
В.Л.Тарнавський

# ГЕОДЕЗІЯ

Підручник для вузів



Міністерство освіти і науки України  
Національний університет  
„Львівська політехніка”



А.А.Островський, О.І.Мороз,  
В.А.Тарнавський

# ГЕОДЕЗІЯ

## Підручник

*для студентів напрямку “Геодезія, картографія  
та землеустрій” вищих навчальних закладів*

### Частина друга

За загальною редакцією  
заслуженого діяча науки і техніки України,  
доктора технічних наук,  
професора Островського А.А.

БІБЛІОТЕКА  
філіалу

Затверджено Міністерством освіти і  
науки України як підручник для  
студентів напрямку “Геодезія,  
картографія та землеустрій” вищих  
навчальних закладів

БІБЛІОТЕКА  
Чернівецького державного інституту  
економіки і управління

ББК 26.1  
Г 38  
УДК 528

*Затверджено Міністерством освіти і науки України,  
як підручник для студентів  
напряму "Геодезія, картографія та землеустрій"  
вищих навчальних закладів  
(лист 1.4/18-Г-706 від 07.05.07)*

**Рецензенти:**

Войтенко С.П., доктор технічних наук, професор, зав. кафедрою інженерної геодезії Київського національного університету будівництва та архітектури  
Заблоцький Ф.Д., доктор технічних наук, професор, зав. кафедрою вищої геодезії та астрономії Національного університету "Львівська політехніка"  
Черняга П.Г., доктор технічних наук, професор, зав. кафедрою землеустрою, геодезії і геоінформатики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне

**А.Л.Островський, О.І.Мороз, В.Л.Гарнавіський**  
Г 38 Геодезія, частина II: Підручник для вузів. Львів. НУ "Львівська політехніка",  
2007 – 508 ст.

Цей підручник написаний на основі багаторічного досвіду викладання курсу геодезії в НУ "Львівська політехніка". В ньому вперше зроблена спроба не тільки детально розглянути відсутні в попередніх підручниках питання теорії, електронних приладів, методів супутникової геодезії, але і достатньо повно описати найсучасніші автоматизовані прилади та методи створення геодезичної основи карт та планів, виконання топографічного знімання територій дистанційними методами, розв'язання на основі планів, карт та спеціальних геодезичних вимірювань найширшого спектру наукових та інженерних задач в різноманітних галузях та в обороні країни.

Розгляд багатьох питань в підручнику виконаний значно ширше, ніж цього вимагає програма вищого навчального закладу. Тому підручник може бути корисний інженерам-геодезистам, аспірантам, викладачам геодезії в вузах, коледжах, та допоможе бажаним знайти дорогу у світ геодезичної науки.

ISBN 966-533-158-2

ББК 26.1  
© А.Л.Островський, О.І.Мороз, В.Л.Гарнавіський, 2007.  
© Національний університет "Львівська політехніка", 2007.

# ЗМІСТ

|  |           |
|--|-----------|
| <b>ПЕРЕДМОВА</b> .....   | <b>9</b>  |
| <b>ПРЕДМЕТ ГЕОДЕЗІЇ</b> .....  | <b>11</b> |
| <b>РОЗДІЛ I. ВИСОТНІ ГЕОДЕЗИЧНІ МЕРЕЖІ</b> .....   | <b>14</b> |
| I.1. Загальні відомості про геометричне нівелювання III і IV класів .....                              | 14        |
| I.1.1. Призначення державної нівелірної мережі.....  | 14        |
| I.1.2. Класифікація державної нівелірної мережі.....   | 15        |
| I.1.3. Особливості нівелірної мережі в містах, населених пунктах та на будівельних майданчиках.....    | 18        |
| I.1.4. Складання проекту нівелірної мережі .....   | 19        |
| I.1.5. Нівелірні знаки .....   | 21        |
| I.2. Прилади, що використовують для геометричного нівелювання III, IV класів .....                     | 25        |
| I.2.1. Головні вимоги до нівелірів, що використовують для нівелювання III, IV класів .....             | 25        |
| I.2.2. Головні вимоги до нівелірних рейок.....   | 27        |
| I.2.3. Будова, перевірки та дослідження нівелірів із рівнями .....                                     | 28        |
| I.2.4. Будова, перевірки та дослідження нівелірів з компенсаторами .....                               | 35        |
| I.2.5. Електронні цифрові нівеліри. Тотальні нівелірні станції .....                                   | 39        |
| I.2.6. Перевірки та дослідження нівелірних рейок .....   | 44        |
| I.2.7. Визначення ціни поділки циліндричного рівня та збільшення зорової труби за допомогою рейки..... | 50        |
| I.2.8. Дослідження руху фокусувальної лінзи.....   | 53        |
| I.3. Виконання нівелювання III та IV класів. Похибки та точність нівелювання.....                      | 61        |
| I.3.1. Порядок роботи на станції під час нівелювання III класу .....                                   | 61        |
| I.3.2. Порядок роботи на станції під час нівелювання IV класу.....                                     | 64        |
| I.3.3. Похибки нівелювання. Їх зменшення та усунення.....  | 65        |
| I.3.4. Точність нівелювання III, IV класів .....   | 75        |
| I.4. Зрівноваження нівелірних ходів та мереж.....  | 78        |
| I.4.1. Зрівноваження висот окремого нівелірного ходу.....  | 78        |
| I.4.2. Зрівноваження нівелірної мережі з однією вузловою точкою .....                                  | 80        |
| I.4.3. Зрівноваження перевищень нівелірних мереж методом еквівалентної заміни.....                     | 81        |
| I.4.4. Зрівноваження висот нівелірних мереж методом еквівалентної заміни.....                          | 84        |
| I.4.5. Зрівноваження нівелірних мереж способом послідовних наближень (спосіб вузлів).....              | 85        |
| I.4.6. Зрівноваження нівелірної мережі порівнянням нев'язок суміжних ходів.....                        | 88        |
| I.4.7. Зрівноваження нівелірної мережі методом В.В.Попова.....   | 89        |
| <b>РОЗДІЛ II. ПЛАНОВІ ГЕОДЕЗИЧНІ МЕРЕЖІ</b> .....  | <b>92</b> |
| II.1. МЕТОДИ СТВОРЕННЯ ПЛАНОВИХ МЕРЕЖ. ОСНОВНІ ВИМОГИ. ФОРМУЛИ.....                                    | 92        |
| II.1.1. Сучасні методи створення планових мереж.....   | 92        |
| II.1.2. Основні положення створення планових державних геодезичних мереж (ДГМ).....                    | 96        |
| II.1.3. Астрономо-геодезична мережа 1 класу (АГМ-1).....   | 97        |
| II.1.4. Основні вимоги до державної мережі 2 класу .....   | 98        |
| II.1.5. Основні вимоги до державної мережі зсуцнення 3 класу.....                                      | 99        |
| II.1.6. Розрядні мережі зсуцнення.....   | 100       |
| II.1.7. Класифікація полігонометрії.....   | 105       |

|  |     |
|--|-----|
| II.1.8. Формули для обчислення куткових та лінійних нев'язок в ходах полігонометрії.....                                     | 106 |
| II.1.9. Поздовжні та поперечні похибки витягнутого полігонометричного ходу.....  | 108 |
| II.1.10. Основні розрахункові формули очікуваних поздовжніх похибок траверсних та віддалемірних полігонометричних ходів..... | 109 |
| II.1.11. Виведення розрахункової формули поперечної похибки висячого полігонометричного ходу.....                            | 114 |
| II.1.12. Виведення формули поперечної похибки полігонометричного ходу з попередньо ув'язаними кутами.....                    | 117 |
| II.1.13. Полігонометричні знаки.....   | 119 |
| II.1.14. Організація полігонометричних робіт.....  | 121 |
| II.2. Лінійні вимірювання в траверсній полігонометрії.....   | 124 |
| II.2.1. Прилади для вимірювання ліній у траверсній полігонометрії.....   | 124 |
| II.2.2. Виконання лінійних вимірювань підвісними мірними приладами.....  | 125 |
| II.2.3. Джерела похибок під час вимірювання ліній підвісними мірними приладами.....  | 128 |
| II.2.4. Розрахунок допусків на окреме джерело похибок лінійних вимірів.....  | 129 |
| II.3. Кутові вимірювання в полігонометрії.....   | 134 |
| II.3.1. Основні вимоги до кутомірних приладів в полігонометрії. Класифікація теодолітів та тахеометрів.....                  | 134 |
| II.3.2. Відлікові пристрої оптичних кутомірних приладів. Їх призначення та класифікація.....                                 | 139 |
| II.3.3. Принцип роботи автоматичних систем відліків електронних теодолітів та тахеометрів.....                               | 144 |
| II.3.4. Будова оптичних і електронних теодолітів та тахеометрів.....   | 150 |
| II.3.5. Перевірка теодолітів.....  | 154 |
| II.3.6. Вимірювання горизонтальних кутів способом кругових прийомів.....   | 160 |
| II.3.7. Вимірювання горизонтальних кутів способом повторень.....   | 167 |
| II.3.8. Вимірювання горизонтальних кутів електронними теодолітами (тахеометрами).....  | 169 |
| II.3.9. Джерела похибок вимірювання горизонтальних кутів.....  | 171 |
| II.3.10. Розрахунок допуску сумарної величини випадкової похибки вимірювання окремого горизонтального кута.....              | 173 |
| II.3.11. Розрахунок допустимої величини систематичної похибки вимірювання окремого кута.....                                 | 174 |
| II.3.12. Похибка редуції.....  | 175 |
| II.3.13. Похибки центрування теодоліта.....  | 177 |
| II.3.14. Методи зменшення похибок редуції та центрування.....  | 179 |
| II.3.15. Похибки вимірювання горизонтальних кутів.....   | 180 |
| II.3.16. Інструментальні (приладні) похибки.....   | 183 |
| II.3.17. Вплив зовнішнього середовища на вимірювання горизонтальних кутів.....   | 187 |
| II.4. Попереднє опрацювання результатів польових вимірів в полігонометрії.....   | 189 |
| II.4.1. Попереднє опрацювання лінійних вимірів.....  | 189 |
| II.4.2. Редукування довжин ліній на рівень моря і на площину Гаусса-Крюгера.....   | 189 |
| II.4.3. Опрацювання результатів куткових вимірів на окремому геодезичному пункті.....  | 192 |
| II.4.4. Оцінка точності лінійних вимірювань за результатами польових робіт.....  | 193 |
| II.4.5. Оцінка точності куткових вимірювань за результатами польових робіт.....  | 194 |
| II.5. Прив'язувальні роботи в полігонометрії.....  | 196 |
| II.5.1. Види та задачі прив'язувальних робіт. Способи прив'язування.....   | 196 |
| II.5.2. Передача координат із високих (недоступних) точок на Землю (знесення координат).....                                 | 196 |
| II.5.3. Пряма одноразова та багаторазова засічки.....  | 198 |

|   |     |
|---|-----|
| II.5.4. <i>Обернена одноразова кутова засічка (задача Потенота)</i> .....   | 199 |
| II.5.5. <i>Диференційні формули дирекційних кутів</i> .....   | 201 |
| II.5.6. <i>Обернена багаторазова кутова засічка</i> .....   | 202 |
| II.5.7. <i>Точність прямої та оберненої багаторазових кутових засічок</i> .....   | 205 |
| II.5.8. <i>Точність прямої та оберненої одноразових кутових засічок</i> .....   | 206 |
| II.5.9. <i>Лінійна геодезична засічка</i> .....   | 208 |
| II.5.10. <i>Визначення координат двох точок за відомими координатами двох інших точок (задача Ганзена)</i> .....                    | 210 |
| II.5.11. <i>Прив'язування пунктів полігонометрії до постійних об'єктів місцевості. Відшукування полігонометричних пунктів</i> ..... | 211 |
| II.6. <b>СВІТЛОВІДДАЛЕМІРНА ПОЛІГОНОМЕТРІЯ. ОСНОВИ ТЕОРІЇ Й ПРАКТИКИ</b> .....  | 215 |
| <b>СВІТЛОВІДДАЛЕМІРНИХ ВИМІРЮВАНЬ</b> .....   | 215 |
| II.6.1. <i>Класифікація віддалемірної полігонометрії та віддалемірів</i> .....  | 215 |
| II.6.2. <i>Принцип вимірювання віддалі шляхом визначення часу розповсюдження електромагнітних (світлових) хвиль</i> .....           | 215 |
| II.6.3. <i>Основні відомості з теорії гармонійних коливань</i> .....  | 217 |
| II.6.4. <i>Поняття про модулювання коливань</i> .....   | 219 |
| II.6.5. <i>Принцип роботи фазових світловіддалемірів</i> .....  | 221 |
| II.6.6. <i>Блок-схема візуального світловіддалеміра з визначенням різниці фаз по екстремумах світлового потоку</i> .....            | 222 |
| II.6.7. <i>Блок-схема світловіддалеміра на фіксованих частотах із парафазним фотоелектронним визначенням різниці фаз</i> .....      | 224 |
| II.6.8. <i>Світловіддалемір топографічний СТ-5 ("Блеск"). Будова. Імпульсний метод вимірювання віддалей</i> .....                   | 227 |
| II.6.9. <i>Перевірки світловіддалеміра СТ-5</i> .....   | 231 |
| II.6.10. <i>Вимірювання ліній світловіддалеміром СТ-5</i> .....   | 235 |
| II.6.11. <i>Вимірювання ліній та вертикальних кутів компактною тотальною станцією SET-GE</i> .....                                  | 236 |
| II.6.12. <i>Похибки світловіддалемірних вимірювань</i> .....  | 238 |
| II.6.13. <i>Розрахунок точності ходів світловіддалемірної полігонометрії</i> .....  | 242 |
| II.7. <b>ОПТИЧНО-ВІДДАЛЕМІРНА ПОЛІГОНОМЕТРІЯ</b> .....  | 245 |
| II.7.1. <i>Принцип роботи та класифікація оптичних віддалемірів</i> .....   | 245 |
| II.7.2. <i>Віддалемір із постійним базисом та змінним кутом</i> .....   | 246 |
| II.7.3. <i>Віддалеміри подвійного зображення</i> .....  | 248 |
| II.7.4. <i>Суть паралактичної полігонометрії</i> .....  | 250 |
| II.7.5. <i>Суть віддалемірно-базисної полігонометрії</i> .....  | 252 |
| II.7.6. <i>Типи паралактичних і віддалемірно-базисних ланок</i> .....   | 253 |
| II.8. <b>СТРОГЕ ЗРІВНОВАЖЕННЯ ПОЛІГОНОМЕТРИЧНИХ ХОДІВ</b> .....   | 255 |
| II.8.1. <i>Недоліки спрощених методів зрівноваження</i> .....   | 255 |
| II.8.2. <i>Кількість вимірів та невідомих в полігонометричному ході. Необхідні та надлишкові виміри</i> .....                       | 257 |
| II.8.3. <i>Виведення формул, що зв'язують поздовжній та поперечний зсуви ходу з нев'язками по осях координат</i> .....              | 258 |
| II.8.4. <i>Виведення умовних рівнянь, що виникають в полігонометричному ході, прокладеному між відомими пунктами</i> .....          | 259 |
| II.8.5. <i>Строге зрівноваження довільного полігонометричного ходу корелатним методом</i> .....                                     | 264 |
| II.8.6. <i>Строге зрівноваження витягнутого полігонометричного ходу корелатним методом</i> .....                                    | 266 |
| II.8.7. <i>Строге зрівноваження витягнутого рівностороннього полігонометричного ходу</i> .....                                      | 269 |
| II.8.8. <i>Приклад зрівноваження витягнутого полігонометричного ходу корелатним методом (способом найменших квадратів)</i> .....    | 271 |
| II.8.9. <i>Суть параметричного методу зрівноваження геодезичних мереж</i> .....   | 275 |

|   |       |
|---|-------|
| II.9. Зрівноваження полігонометричних мереж .....   | 279   |
| II.9.1. Зрівноваження полігонометричної мережі, що сходиться в одну вузлову точку.....              | 279   |
| II.9.2. Зрівноваження полігонометричної мережі способом послідовних наближень .....                 | 280 ✓ |
| II.9.3. Зрівноваження полігонометричної мережі методом еквівалентної заміни .....                   | 283   |
| II.9.4. Зрівноваження кутів полігонометричної мережі методом професора В.В.Попова.....              | 285   |
| II.9.5. Зрівноваження приростів координат полігонометричних мереж методом професора В.В.Попова..... | 287   |
| II.9.6. Оцінка точності полігонометричних ходів та мереж за результатами зрівноваження.....         | 289   |

## **РОЗДІЛ III. ПРОСТОРОВІ СУПУТНИКОВІ МЕРЕЖІ (ОСНОВИ СУПУТНИКОВОЇ ГЕОДЕЗІЇ) .....**

|  |     |
|--|-----|
| III.1. БУДОВА ТА ПРИНЦИП РОБОТИ ГЕОДЕЗИЧНИХ СУПУТНИКОВИХ СИСТЕМ.....   | 290 |
| III.1.1. Принцип роботи систем визначення просторового положення точок.....  | 290 |
| III.1.2. Найважливіші відомості про будову глобальних навігаційних систем.....   | 292 |
| III.1.3. Основи теорії визначення положення пунктів глобальними супутниковими системами.....                                 | 299 |
| III.1.4. Абсолютні та відносні методи супутникового вимірювання.....   | 304 |
| III.1.5. Основні відомості про параметри орбіт супутників.....   | 308 |
| III.1.6. Загальний принцип побудови супутникових передавачів системи GPS.....  | 310 |
| III.1.7. Структурна схема геодезичного супутникового приймача.....   | 313 |
| III.1.8. Короткі відомості про роботу системи керування та опрацювання вимірів приймачем GPS.....                            | 315 |
| III.2. СУПУТНИКОВІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ .....   | 318 |
| III.2.1. Технології GPS-вимірювання.....   | 318 |
| III.2.2. Статичний метод визначення координат пунктів .....  | 319 |
| III.2.3. Параметри місії, тривалість та довжини векторів під час роботи в статичному режимі.....                             | 321 |
| III.2.4. Визначення координат методом "стій/йди" ("Stop and go").....  | 322 |
| III.2.5. Вибір проміжку часу та параметри місії під час спостереження в режимі "стій/йди" ("stop and go").....               | 323 |
| III.2.6. Визначення координат методом "швидкої статички".....  | 324 |
| III.2.7. Технологія псевдо-статична, псевдокінематична, реокупаційна (Reoccupation).....                                     | 325 |
| III.2.8. Робота в режимі "кінематика".....   | 325 |
| III.2.9. Робота в режимі "кінематика в польоті".....   | 326 |
| III.2.10. Технологія диференційного DGPS-вимірювання (Differential GPS).....   | 327 |
| III.3. ПУБЛІКАЦІЯ ДЕРЖАВНИХ ГЕОДЕЗИЧНИХ МЕРЕЖ (ДГМ) СУПУТНИКОВИМИ МЕТОДАМИ.....  | 329 |
| III.3.1. Загальні відомості про побудову ДГМ супутниковими методами.....   | 329 |
| III.3.2. Системи координат, що використовуються в космічній геодезії.....  | 331 |
| III.3.3. Проектування та рекогнозування просторових супутникових геодезичних мереж (СГМ).....                                | 336 |
| III.3.4. Складання робочого проекту.....   | 340 |
| III.3.5. Підготування комплексу приладів до польового вимірювання.....   | 344 |
| III.3.6. Будова та технічні характеристики компактного одночастотного приймача GPS ProMark-2.....                            | 345 |
| III.3.7. Підготування приймача Pro Mark-2 до роботи та виконання спостережень на геодезичному пункті.....                    | 351 |
| III.3.8. Застосування режиму "стій/йди" для визначення просторових координат під час топографічного знімання місцевості..... | 358 |

|  |            |
|--|------------|
| III.3.9. Загальні відомості про опрацювання GPS-вимірів  | 362        |
| III.4. Основні джерела похибок супутникових вимірів і методи послаблення їх впливу                         | 365        |
| III.4.1. Класифікація джерел похибок супутникових вимірів  | 365        |
| III.4.2. Джерела похибок, пов'язані з неточними ефемеридами супутників та методи послаблення їх впливу     | 365        |
| III.4.3. Оцінка впливу зовнішнього середовища на результати супутникового вимірювання                      | 368        |
| III.4.4. Вплив іоносфери   | 369        |
| III.4.5. Вплив тропосфери  | 373        |
| III.4.6. Багатошляховість  | 374        |
| III.4.7. Інструментальні джерела похибок   | 376        |
| III.4.8. Геометричний фактор   | 378        |
| <b>РОЗДІЛ IV. ВЕЛИКОМАСШТАБНЕ ТОПОГРАФІЧНЕ ЗНІМАННЯ</b>  | <b>380</b> |
| IV.1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО ВЕЛИКОМАСШТАБНЕ ТОПОГРАФІЧНЕ ЗНІМАННЯ   | 380        |
| IV.1.1. Топографічні плани та карти  | 380        |
| IV.1.2. Мета та призначення топографічного знімання  | 383        |
| IV.1.3. Методи топографічного знімання. Їх суть  | 384        |
| IV.1.4. Обґрунтування вибору перерізу рельєфу  | 387        |
| IV.1.5. Обґрунтування масштабу знімання  | 389        |
| IV.1.6. Технічний проект топографо-геодезичних робіт   | 396        |
| IV.2. РОБОЧИ (ЗНІМАЛЬНІ) МЕРЕЖІ ВЕЛИКОМАСШТАБНОГО ТОПОГРАФІЧНОГО ЗНІМАННЯ                                  | 398        |
| IV.2.1. Види геодезичної основи великомасштабного знімання. Розрахунок необхідної щільності робочої основи | 398        |
| IV.2.2. Методи створення знімальної (робочої) основи. Закріплення пунктів мережі на місцевості             | 401        |
| IV.2.3. Аналітичні мережі (польові роботи)   | 402        |
| IV.2.4. Розрахунок точності ланки трикутників аналітичної мережі   | 404        |
| IV.2.5. Спрошені способи зрівноваження аналітичних мереж   | 406        |
| IV.2.6. Розрахунок планової точності та допустимої довжини мензульного ходу                                | 408        |
| IV.2.7. Розрахунок точності та допустимої довжини теодолітного ходу  | 410        |
| IV.2.8. Розрахунок планової точності та допустимої довжини тахеометричного ходу                            | 411        |
| IV.2.9. Технічне нівелювання для створення робочої основи топографічного знімання                          | 413        |
| IV.2.10. Тригонометричне нівелювання для створення висотної знімальної основи                              | 414        |
| IV.2.11. Вимірювання зенітних віддалей. Вертикальна рефракція  | 416        |
| IV.3. КОМБІНОВАНЕ ТОПОГРАФІЧНЕ ЗНІМАННЯ  | 422        |
| IV.3.1. Виконання аерофотознімання   | 422        |
| IV.3.2. Складання накидного монтажу. Оцінка якості аерофотознімання  | 428        |
| IV.3.3. Технологічна схема комбінованого методу знімання   | 429        |
| IV.3.4. Прив'язування знімків  | 430        |
| IV.3.5. Процеси польових робіт під час аеротопографічного знімання   | 433        |
| IV.3.6. Маркування розпізнавальних знаків  | 433        |
| IV.3.7. Планове підготування аерознімків   | 434        |
| IV.3.8. Висотне підготування аерознімків   | 435        |
| IV.3.9. Камеральне з'ясування планових та висотних точок. Мета. Суть. Методи                               | 437        |
| IV.3.10. Редукування фототриангуляційної мережі  | 440        |
| IV.3.11. Трансформування знімків   | 442        |
| IV.3.12. Складання фотопланів  | 442        |



|   |            |
|---|------------|
| IV.3.13. Складання графічних планів.....  | 443        |
| IV.4. ЗНІМАННЯ РЕЛЬЄФУ ТА ДЕШИФРУВАННЯ ФОТОПЛАНІВ ПІД ЧАС КОМБІНОВАНОГО<br>МЕТОДУ ТОПОЗНІМАННЯ.....   | 445        |
| IV.4.1. Встановлення мензурки над точкою.....   | 445        |
| IV.4.2. Польове та камеральне дешифрування.....   | 446        |
| IV.4.3. Порядок роботи на станції під час рисування рельєфу й дешифрування<br>фотопланів.....   | 447        |
| IV.4.4. Основні офіційні вимоги до точності зображення контурів<br>та рельєфу.....  | 449        |
| IV.4.5. Камеральні роботи під час знімання рельєфу на фотопланах<br>(калька висот, викреслювання польового оригіналу, формуляр трапеції)..... | 450        |
| IV.4.6. Зведення за рамками суміжних топографічних планів.....  | 451        |
| IV.4.7. Контроль робіт та приймально-здавальні роботи.....  | 452        |
| IV.5. СТЕРЕОАЕРОФОТОГРАММЕТРИЧНЕ ЗНІМАННЯ.....  | 455        |
| IV.5.1. Загальні відомості про стереоаерофотограмметричне знімання.....   | 455        |
| IV.5.2. Технологічна схема стереофотограмметричного методу знімання.....  | 456        |
| IV.5.3. Сучасні станції аналітичної фотограмметрії.....   | 457        |
| IV.6. ЦИФРОВЕ АЕРОЗНІМАННЯ.....   | 459        |
| IV.6.1. Цифрова аерознімальна система.....  | 459        |
| IV.6.2. Порівняння технічних можливостей фотограмметричної та<br>цифрової камери. Опрацювання цифрових знімків системою ADS40.....            | 460        |
| IV.6.3. Цифрові аерознімальні комплекси з лазерним скануванням.....   | 462        |
| <b>РОЗДІЛ V. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПРОЦЕСІВ НАЗЕМНИХ ТОПОГРАФО-<br/>ГЕОДЕЗИЧНИХ РОБІТ. ЦИФРОВІ ПЛАНИ ТА КАРТИ.....</b>                                | <b>466</b> |
| V.1. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПРОЦЕСІВ ТОПОГРАФО-ГЕОДЕЗИЧНИХ РОБІТ.....  | 466        |
| V.1.1. Основні напрямки та технології автоматизації топографо-геодезичного<br>вимірювання.....  | 466        |
| V.1.2. Автоматизація визначення висот.....  | 468        |
| V.1.3. Автоматизація визначення планового положення точок.....  | 469        |
| V.1.4. Автоматизація визначення просторового положення точок.....   | 471        |
| V.1.5. Автоматизовані динамічні топографічні системи.....   | 474        |
| V.1.6. Автоматизовані лазерно-паралактичні топографічні системи.....  | 475        |
| V.1.7. Електронна тахеометрія.....  | 475        |
| V.1.8. Автоматичні координатографи.....   | 477        |
| V.1.9. Перетворювачі аналогової інформації в цифрову.....   | 477        |
| V.1.10. Наземні лазерні сканери.....  | 479        |
| V.2. ЦИФРОВІ ПЛАНИ ТА КАРТИ.....  | 482        |
| V.2.1. Загальні відомості про цифрові моделі місцевості.....  | 482        |
| V.2.2. Вимоги до цифрових карт та планів.....   | 484        |
| V.2.3. Поняття про кодування топографо-геодезичної інформації (ТГІ).....  | 485        |
| V.2.4. Алгоритми опрацювання польової інформації.....   | 487        |
| V.2.5. Алгоритми формування моделі ситуації (МС).....   | 489        |
| V.2.6. Алгоритми формування модулі рельєфу (МР).....  | 489        |
| V.2.7. Диференційні перетворення або ортофототрансформування.....   | 492        |
| V.2.8. Поняття про цифрову фотограмметрію та цифровий<br>фотограмметричний знімок.....  | 497        |
| V.2.9. Сканування фотознімків.....  | 499        |
| V.2.10. Цифрові фотокамери.....   | 501        |
| V.2.11. Цифрові фотограмметричні станції.....   | 502        |
| <b>ЛІТАРАТУРА.....</b>  | <b>506</b> |

## ПЕРЕДМОВА

У відповідності з навчальними планами вищих геодезичних закладів дисципліна “Геодезія”, що є базовою для геодезичних спеціальностей, вивчається протягом першого та другого курсів. На першому курсі вивчається перша частина курсу, яка достатньо обґрунтовано називається “Топографією”. На другому курсі вивчається “Геодезія”. Різниця між топографією та геодезією буде зрозуміла з подальшого тексту. Про це ж іде мова і в “Топографії”.

В курсі “Геодезія”, як і в курсі “Топографія”, автори, з метою полегшення засвоєння предмету студентами, окремо подають питання висотних та планових геодезичних мереж, а також просторових (супутникових) мереж, і тільки потім переходять до питань сумісного використання цих мереж як математичної основи створення графічних та цифрових топографічних планів та карт. Саме такої послідовності дотримувались видатні вчені, педагоги, професори Н.Н.Загубський, М.В.В'яхірев, А.Д.Моторний, автори перших підручників геодезії, виданих українською мовою ще до другої світової війни.

Друга частина геодезії присвячена питанням:

- створення висотних мереж методами геометричного нівелювання III, IV класів та технічного нівелювання;
- створення геодезичних планових мереж методами триангуляції, полігонометрії трилатерації;
- створення просторових геодезичних мереж глобальними супутниковими системами;
- створення знімальної (робочої) основи та виконання топографічних аерофото та цифрових аерознімів в масштабах 1:5000-1:500;
- автоматизації топографічних і геодезичних робіт, створення цифрових карт та планів.

Зауважимо, що на другому курсі вивчаються, переважно, методи аерознімання, тоді, як на першому курсі головна увага акцентована на наземне топографічне знімання. У відповідності з питаннями, яким присвячена друга частина геодезії, підручник має п'ять розділів:

РОЗДІЛ I. Висотні геодезичні мережі;

РОЗДІЛ II. Планові геодезичні мережі;

РОЗДІЛ III. Просторові супутникові мережі (основи супутникової геодезії);

РОЗДІЛ IV. Великомасштабне топографічне знімання;

РОЗДІЛ V. Автоматизація процесів наземних топографо-геодезичних робіт. Цифрові плани та карти.

Особливістю цього підручника є поєднання методів класичної наземної та супутникової геодезії. Незважаючи на значні переваги супут-

никової геодезії, її не можна застосувати всередині споруд, в лісових регіонах, важко застосовувати між висотними забудовами. Тому класична геодезія не втрачає свого значення. Окрім того, в недалекому майбутньому слід чекати поєднання методів наземної та супутникової геодезії. Такі поєднання в одному приладі уже існують. Про це буде йти мова в підручнику.

Геодезія – наукова дисципліна, тісно пов'язана з роботою на місцевості. Навчити студента “оволодіти місцевістю” одне з найважливіших завдань, яке має бути розв'язане під час викладання геодезії. Кінцевим продуктом геодезичних виробничих підприємств є плани та карти. Тому геодезист, перш за все, повинен уміти створювати карти та плани, які, на рівні з писемністю, несуть людству надзвичайно широку й важливу інформацію, необхідну для розв'язання різноманітних практичних і наукових задач.

Цей підручник не має на меті замінити практикум з геодезії. Однак у ньому, одночасно з описом теоретичних питань, відведено багато місця практичним основам геодезії.

Студенти геодезичних спеціальностей на II курсі уже мають достатні знання з вищої математики та вивчають математичну обробку геодезичних вимірів, що дозволяє викладати геодезію на II курсі на солідній математичній основі. Саме тому багато питань в підручнику викладено значно ширше, ніж цього вимагає навчальна програма.

В той же час автори намагалися доступно описувати прилади та методи виконання вимірювання, пояснювати складні, проміжні математичні перетворення під час виведення формул, щоб полегшити студентам освоєння курсу.

Проте деякі розділи підручника, вивчення яких передбачено на старших курсах як спецдисципліни, для уникнення дублювання та забезпечення міжпредметних зв'язків викладені тільки в об'ємі, достатньому для розуміння суті справи. Звичайно, це полегшує студентам навчання на старших курсах.

Автори будуть вдячні читачам за пропозиції та зауваження, спрямовані на покращення підручника.

Заслужений діяч науки і техніки України,  
д.т.н., професор

Островський А.Л.

## ПРЕДМЕТ ГЕОДЕЗІЇ

Геодезія – прикладна математична наука, що вивчає методи визначення:

- форми та розмірів планети Земля;
- її гравітаційного поля;
- зміни цих параметрів у просторі та часі;

а також методи:

- побудови мереж пунктів з єдиною системою просторових координат;
- виконання, на основі цих пунктів, топографічного знімання, створення паперових та цифрових планів та карт;
- розв'язування наукових та інженерних задач.

Студенти уже знають, що дослівно з грецької мови слово “геодезія” перекладається як “землерозділення”. Проте, більш точно дозволяє відтворити суть геодезичної науки слово “землевимірювання”. Нагадаємо, що слово “геометрія” дослівно перекладається з грецької мови як “землевимірювання”, а не як “землерозділення”. Отже, слово “землевимірювання” найкоротше, найповніше і найкраще відтворює зміст науки “геодезія”.

Під дійсною поверхнею Землі розуміють її фізичну поверхню, на якій виконуються наземні вимірювання, тобто поверхню суші і незбурену поверхню морів, океанів та озер.

В задачу вищої геодезії не входить отримання безперервного визначення фізичної поверхні Землі, наприклад, у вигляді карт. Цим займаються інші розділи геодезії – топографія, аерознімання. Основну задачу вищої геодезії формулюють як визначення положення деякої мережі опорних точок у єдиній системі координат. На основі цієї мережі і вивчаються форми й розміри планети Земля, її гравітаційне поле, а за зміною координат пунктів цієї мережі вивчається зміна названих параметрів у просторі та часі. Саме ці питання вивчає частина геодезії, яку називають вищою геодезією.

У наведеному тут більш широкому визначенні предмету геодезії (не вищої геодезії) наводяться ще і методи топографічного знімання, які вивчає наука “геодезія”. І це не безпідставно, оскільки “топографія” є частиною “геодезії”.

Таким чином, ми приходимо до висновку, що геодезія складається з двох основних частин: *вищої геодезії* та *топографії*. Вища геодезія вивчає уявну поверхню, так звану рівневу поверхню сили ваги Землі, а топографія вивчає частиннами дійсну поверхню Землі. Дуже важливу роль у геодезії відіграє поверхня *геоїда*, тобто рівнева поверхня поля сили тяжіння (сили ваги), що проходить через початок відліку висот. Ця поверхня близька до незбуреного середнього рівня океанів і поєднаних із ними морів. Тому часто на це вказують, навіть даючи визначення геоїда. Через різницю температур і солоності води в різних частинах Світового океану і деяких інших причин, по-

верхня геода строго не збігається зі вказаною рівневою поверхнею. За деякими оцінками, такі відхилення можуть сягати 1 м. Ця обставина застала розрізняти поверхню геода і так звану топографічну поверхню океанів та морів.

Зауважимо ще, що геодезія може бути розділена не на дві, а на декілька наукових дисциплін:

1. Вища геодезія;
2. Топографія;
3. Аерофотогеодезія і фотограмметрія;
4. Прикладна (інженерна) геодезія;
5. Геодезична гравіметрія;
6. Геодезична астрономія;
7. Космічна геодезія;
8. Картографія;
9. Геодезичне приладобудування;
10. Економіка й організація геодезичних робіт.

Геодезія опирається, перш за все, на математичні дисципліни. Крім того, для вивчення геодезії важливо знати фізику, особливо оптику і фізику атмосфери, геофізику, геоморфологію. Геодезія тісно пов'язана з астрономією. Геодезія необхідна геології, геофізиці, приладознавству, геоботаніці, інженерним наукам. Будівництво залізниць, шосе, каналів, метро вимагають знання геодезії. Геодезія дуже потрібна військовій та морській справі.

Історичний аспект розвитку геодезії й уявлень людства про форму й розміри Землі подано в топографії. Тут ми тільки вкажемо, що в розвитку геодезії можна виділити такі найважливіші етапи:

*перший етап*, коли стародавні індуси, вавілоняни й греки до Піфагора (VI ст. до н.е.) вважали Землю *плоскою*, або *плоско-опуклою* і такою, що тримається на підпорках. Піфагор (580-500 р.р. до н.е.) припустив, що Земля, як "найдосконаліше тіло" має форму кулі, а його сучасник Парменід пояснив, що ніяких підпорок у Землі немає, усі тіла з різних сторін падають на Землю, а їй, виходить, падати немає куди. Великий грецький учений Аристотель (384-322 р.р. до н.е.) довів кулеподібність Землі за формою тіні на диску Місяця під час місячних затемнень. Є відомості, що ще до Аристотеля були спроби визначити розміри земної кулі. Так, халдейські вчені визначили довжину кола Землі у 24000 миль, обраховуючи миль, яка була рівною 4000 кроків верблюда. Яким чином було зроблено це визначення – невідомо. Обґрунтовано розміри Землі, як кулі, було Ератосфеном (276-196 р.р. до н.е.).

З цього періоду і до кінця XVII віку – це *другий етап*. Землю вважали кулею. Слід зазначити, що останні століття рабовласницького суспільства, тобто період володарювання й розпаду Римської імперії, не внесли нічого суттєвого в історію розвитку геодезії. В наступних семи століттях центр наукової думки перемістився до арабів. У 829 р. арабські вчені визначили розміри Землі. Результат цього визначення виявився

близьким до сучасних даних: для дуги в  $1^\circ$  за меридіаном араби отримали 111,8 км. З епохи великих геофізичних відкриттів починається період нового природознавства. Від цього періоду, пов'язаного з іменами голландського математика та фізика Снелліуса (1580-1626), французького академіка Пікара (1620-1682), англійського фізика й математика Ньютона (1642-1727) бере свій початок і нова геодезична наука;

*Третій етап* – кінець XVII і до середини XIX століття, коли Землю вважали *приплюснутою кулею*, тобто *сфероїдом* (сфероїдальність Землі доведена Ньютоном);

*Четвертий етап*, коли наука прийшла до висновку, що сфероїд тільки друге наближення до істинної фігури Землі. Цій, істинній фігурі у 1873 році німецький фізик І.В.Лістінг дав спеціальну назву – *геоїд* (землеподібний);

*П'ятий* – сучасний етап. Детально вивчається геоїд, квазігеоїд, в різних країнах визначаються відхилення геоїда від деяких еліпсоїдів із певними розмірами і певним чином орієнтованими в тілі Землі. Такі еліпсоїди, що мають мінімальні відхилення від геоїда на території даної країни, називають *референс-еліпсоїдами*. Еліпсоїд, що забезпечував би мінімальні відхилення від геоїда по всій поверхні Землі, називається *загальноземним еліпсоїдом*. Такий еліпсоїд практично вже знайдений. Це стало можливим, перш за все, завдяки космічній геодезії, яка починається з 4 жовтня 1957 р запуском першого у світі штучного супутника Землі.

Сьогодні супутникові технології, які є більш могутніми засобами, ніж наземна геодезія для вивчення форми та розмірів Землі, її гравітаційного поля, тобто поля сили ваги. Технології космічної (супутникової) геодезії дозволяють також визначати взаємне положення точок земної поверхні, будувати просторові опорні геодезичні мережі і виконувати топографічне знімання з метою складання планів та карт.

Відмітимо деякі особливості сучасної геодезичної науки. Це:

1. Значне підвищення точності вимірів з  $1 \times 10^{-6}$  до  $1 \times 10^{-7}$ - $1 \times 10^{-8}$ ;
2. Можливість вивчати не тільки координати  $X, Y, H$  точок, але й їх зміни  $\Delta X, \Delta Y, \Delta H$  у просторі й часі за повторними вимірами;
3. Перехід від статичної тривимірної геодезії до чотиривимірної кінематичної геодезії, яка вивчає зміни положень точок земної поверхні та елементів земного гравітаційного поля, а далі – до динамічної геодезії, яка не тільки вивчає кінематику (рух точок), але й сили, що є причиною цих рухів [12].
4. Небувала автоматизація геодезичних робіт;
5. Перехід від контактних методів вивчення Землі до дистанційних;
6. Перехід від аналогових (графічних) до цифрових планів та карт.

Тільки сучасну геодезію називають інформативною. Насправді це не так. Геодезія завжди була інформативною на будь-якій стадії свого розвитку. Проте, не можна не погодитися з тим, що сучасна геодезія стала більш інформативнішою.

# ВИСОТНІ ГЕОДЕЗИЧНІ МЕРЕЖІ

## 1.1. Загальні відомості про геометричне нівелювання III і IV класів

### 1.1.1. Призначення державної нівелірної мережі

Державна геодезична мережа (скорочено ДГМ) – це сукупність пунктів, рівномірно розташованих на території країни й закріплених на місцевості спеціальними центрами, які забезпечують їх збереження та стійкість у плановому та висотному відношенні протягом тривалого часу.

ДГМ є носієм системи координат і висот України.

Складовими частинами ДГМ є *планова* та *висотна* геодезична мережа. Між ними має бути постійний зв'язок.

У даному розділі описуються висотні мережі.

Відзначимо три головні групи задач, розв'язання яких неможливе без державної висотної основи. А саме:

1. *Топографічне знімання*. Нівелірна мережа є висотною основою під час складання планів та карт різних масштабів і зображення на них рельєфу місцевості в єдиній для всієї країни системі висот.

2. *Будівництво, меліорація та інші задачі інженерно-технічного характеру*.

До цієї ж групи задач можна віднести й задачі оборони країни, якщо мати на увазі будівництво захисних споруд. Для розв'язання цих двох груп задач використовують висоти точок, які отримані за допомогою нівелювання I, II, III та IV класів. Детальніше, про використання висотної основи під час розв'язання задач інженерно-технічного характеру студенти познайомляться під час вивчення курсу "Інженерна геодезія". Поки що зазначимо, що не знаючи висот не можливо збудувати навіть найпримітивнішу споруду, наприклад, гараж для автомобіля так, щоб його не заливали дощові потоки;

3. *Наукові задачі*. Як зазначалось вище, сучасна геодезія вивчає не тільки форму та розміри Землі, але і їх зміни в просторі та часі. Глобальні, регіональні та локальні зміни фігури та розмірів Землі стали об'єктом міжпредметних досліджень астрономів, геодезистів, геофізиків, сейсмологів, океанологів. Особливої уваги заслуговує вивчення локальних геодинамічних явищ на важливих промислових об'єктах. Такі дослідження вимагають побудови локальних геодинамічних полігонів (ГДП). Кінцевою метою створення ГДП є попередження катастрофічних ситуацій, аварій, сприяння надійній експлуатації промислових та енергетичних об'єктів, реалізація комплексних заходів із захисту довкілля. На ГДП, у першу чергу, виконують спостереження за вертикальними та горизонтальними рухами поверхні Землі й технологічного обладнання. До появи космічної геодезії та GPS-технологій, геометричне нівелювання було найточнішим методом

дослідження вертикальних рухів. І в наш час для вивчення вертикальних рухів на локальних ГДН геометричне нівелювання залишається неперевершеним за точністю. Тільки під час вивчення глобальних та регіональних геодинамічних явищ перевагу мають GPS-методи. Під час розв'язання наукових задач використовують нівелірні мережі тільки I та II класів [20]. З їх допомогою вирішують наступні наукові задачі:

- визначення фігури Землі та її зовнішнього гравітаційного поля;
- визначення різниць висот морів та океанів, що омивають територію країни;
- визначення ухилів середніх рівнів поверхонь морів та океанів.

Обсяг наукових задач розширюється, якщо використовують результати повторного нівелювання. З'являється можливість:

- вивчати та прогнозувати вертикальні рухи земної кори та поверхні, а також технологічного обладнання;
- вивчати техногенні (антропогенні) процеси, тобто, вплив виробництва на довкілля, особливо під час видобутку вугілля, нафти, газу та інших корисних копалин.

Рухи земної кори є передвісниками землетрусів, тобто необхідними даними для їх прогнозування.

Результати повторного нівелювання використовують для вивчення будови земної кори, отримання даних про швидкості та напрямки рухів окремих блоків, виявлення діючих розломів у земній поверхні. Дані про вертикальні рухи земної кори та поверхні дозволяють більш цілеспрямовано виконувати пошуки корисних копалин, прогнозувати майбутнє нашої планети Землі. Результати повторного нівелювання також дозволяють підтримувати висотні державні мережі на сучасному рівні, враховувати зміни висот пунктів мережі.

Таким чином, нівелірна мережа має чимале значення в народному господарстві, у науці та обороні країни.

### *1.1.2. Класифікація державної нівелірної мережі*

Державна нівелірна мережа України поділяється на чотири класи: мережі I, II, III та IV класів. За початковий (вихідний) рівень (нульову відмітку висот) в Україні прийнято середній (за багато років спостережень) рівень Балтійського моря, точніше – нуль Кронштадтського футштока – нуль особливої рейки на станції вимірювання рівня води.

Державні нівелірні мережі I та II класів – головна висотна основа країни. Нівелірні мережі III, IV класів згущують мережу точок із відомими висотами. Нівелювання I класу виконують із найбільш високою точністю, яку можливо досягнути завдяки сучасному рівню техніки, використовуючи найточніші прилади та методи нівелювання.

Точність нівелірних мереж II, III та IV класів поступово зменшується.



Нівелювання I класу виконують через кожні 25 років, а в сейсмічних районах – через кожні 15 років. Нівелювання II класу повторюють відповідно через 35 та 25 років.

Граничні значення випадкових та систематичних середніх квадратичних похибок нівелювання різних класів на один кілометр ходу та допустимі нев'язки в нівелірних полігонах або ходах (лініях) подані в таблиці 1.1.1.

Таблиця 1.1.1

Граничні випадкові  $\eta$  та систематичні  $\sigma$  похибки, допустимі нев'язки  $f_h$

| Клас нівелювання | Граничні середні квадратичні похибки |                               | Допустимі нев'язки в полігонах та ходах $f_h$ , мм |
|------------------|--------------------------------------|-------------------------------|--|
|                  | випадкові $\eta$ , мм/км             | систематичні $\sigma$ , мм/км |  |
| I                | 0,8                                  | 0,08                          | 3 мм $\sqrt{L}$                                    |
| II               | 2,0                                  | 0,20                          | 5 мм $\sqrt{L}$                                    |
| III              | 5,0                                  | -                             | 10 мм $\sqrt{L}$                                   |
| IV               | 10,0                                 | -                             | 20 мм $\sqrt{L}$                                   |

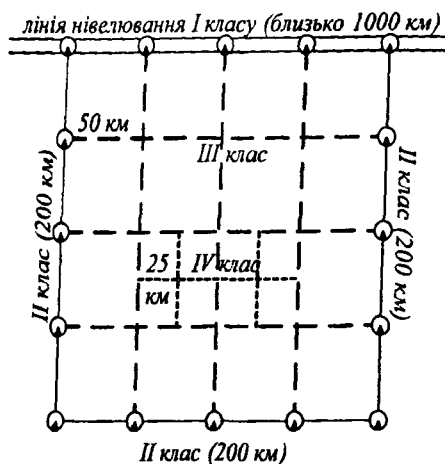


Рис. 1.1.1. Схема послідовного згущення (заповнення) полігону II класу нівелірними ходами:

- – лінія I класу;
- – полігон II класу;
- - - - - полігон III класу;
- ..... – лінія IV класу;
- ⊙ – репер.

У таблиці 1.1.1:  $L$  – периметр (довжина) нівелірного полігону чи ходу (лінії) у кілометрах. Похибки  $\eta$  та  $\sigma$  вираховують за нев'язками  $f_h$  в полігонах або лініях. Розглядаючи таблицю 1.1.1, зауважимо: по-перше, що для III та IV класів нівелювання допустимі нев'язки на один кілометр ходу приймають як подвійні середні квадратичні випадкові похибки; по-друге, що систематичні похибки в III та IV класах нівелювання Інструкцією не розглядаються.

Це можна пояснити тим, що лінії нівелювання цих класів значно коротші порівняно з лі-

ніями I та II класів. А оскільки систематичні похибки приблизно на порядок менші за випадкові, тоді для коротких ходів їх вплив на результати вимірювання вважають незначним і його не враховують.

Полігони та лінії нівелювання I класу найдовші. Такими полігонами (лініями) пов'язані моря та океани, наприклад, Балтійське та Чорне моря.

В Україні, станом на 1997 рік, є: 29 ліній I класу, їх загальна довжина – 11975 км (максимальна – 1301 км, мінімальна – 70,7 км), 62 лінії II класу, їх загальна довжина – 11180 км (максимальна – 384 км, мінімальна – 38 км), більше 60000 км III класу, біля 300000 км IV класу.

Нівелірні лінії I класу прокладають ходами довжиною близько 1000 км. Нівелірні мережі II класу створюють всередині полігонів I класу окремими лініями, або системами з вузловими точками, утворюючи полігони з периметром до 400 км. Лінії нівелювання III класу прокладають всередині полігонів II класу так, щоб утворювались полігони з периметром 60-150 кілометрів.

Для забезпечення топографічного знімання в масштабі 1:5000 і більше, лінії нівелювання III класу прокладають із розрахунком створення полігонів із периметром до 60 км.

Нівелювання IV класу є згущенням нівелірної мережі III класу. Його виконують ходами довжиною не більше 50 км.

Лінії нівелювання I та II класів прокладають переважно вздовж шосейних та залізничних доріг, а за їх відсутності, у важкодоступних районах – по берегах рік, стежках. Взагалі, лінії нівелювання будь-якого класу потрібно, за можливістю, прокладати на місцевості із твердим, незаболоченим ґрунтом та з найменш складним рельєфом (із малими ухилами).

Довжини ліній (ходів) у полігонах повинні бути, за можливістю, однаковими. Нівелірну мережу II класу створюють у межах полігону I класу. Нівелірні мережі III та IV класів відповідно прокладають, як правило, у межах полігонів II класу, також окремими лініями (ходами), або їх системами.

Схематично послідовне заповнення деякої території точками нівелірної мережі різних класів можна уявити так, як це показано на рис. 1.1.1.

У дійсності, реальні нівелірні мережі (оскільки їх прокладають переважно вздовж доріг) не є такими точними квадратами, як на рис. 1.1.1.

Ходи нівелювання молодших класів опираються на ходи старших класів, тобто, під час прокладання нівелірних ходів, наприклад, III класу, вихідними будуть висоти реперів першого або другого класів.

Репери, як відомо, з курсу “Топографія” – це фундаментально закріплені на місцевості точки, висоти яких знайдено в результаті нівелювання.

Лінії державної нівелірної мережі I, II, III та IV класів закріплюють реперами через 5 км (вздовж траси).

У важкодоступних районах на окремих відрізках траси, де важко вибрати місця для закладання реперів, віддаль між ними може бути збільшена до 7 км. У гірських районах лінії нівелювання закріплюють скельними та стінними реперами через 1-2 км, а ґрунтовими – через 3-4 км.

На геодинамічних полігонах, які призначені для вивчення рухів земної поверхні, поблизу геологічних розломів та меж головних блоків, репери закладають через 0,5-1,5 км. На кожній стороні блоку, або розлому повинно бути закладено принаймні два репери.

У результаті виконання нівелірних робіт вся територія країни покривається нівелірними точками (реперами) із відомими відмітками в одній системі висот, що під час визначення висоти будь-якої точки місцевості, чи інженерної споруди, звільняє від необхідності прокладати довгі нівелірні ходи (аж від Кронштадтського футштока). Досить прокласти хід від репера, який розташований найближче відносно точки, висоту якої необхідно визначити.

### 1.1.3. Особливості нівелірної мережі в містах, населених пунктах та на будівельних майданчиках

Нівелірна мережа в містах, населених пунктах та на будівельних майданчиках повинна забезпечити всі потреби міського господарства та будівельних робіт у висотах. Перевищення між найбільш віддаленими реперами нівелірної мережі міста повинні бути відомі з похибкою, що не перевищує 30 мм. Вимоги до методів нівелювання, нівелірів та рейок такі ж, як і під час створення державних нівелірних мереж відповідного класу. Різниця тільки:

- у довжинах ходів;
- у щільності закладання реперів;
- у частоті виконання повторного нівелювання I та II класів.

У містах площею більше за 500 км<sup>2</sup> створюють мережі I класу.

У містах площею від 500 до 50 км<sup>2</sup> створюють мережі II класу.

У містах площею від 50 до 25 км<sup>2</sup> створюють мережі III класу.

I, нарешті, у містах площею менше 25 км<sup>2</sup> створюють мережі тільки IV класу.

Висотні мережі I та II класів у містах повторно слід нівелювати через кожні 15 років. Довжини нівелірних ходів у містах подані в таблиці I.1.2.

Щільність закладання реперів на лініях (ходах) міської нівелірної мережі подана в таблиці I.1.3.

Таблиця I.1.2

#### Допустимі довжини ліній нівелювання в населених пунктах

| Клас нівелювання | Довжина ліній (ходів), км |                        |                             |                        |
|------------------|---------------------------|------------------------|-----------------------------|------------------------|
|                  | між вузловими реперами    |                        | між реперами старших класів |                        |
|                  | забудована територія      | незабудована територія | забудована територія        | незабудована територія |
| I                | 15                        | 20                     | 25                          | 25                     |
| II               | 10                        | 15                     | 15                          | 20                     |
| III              | 1                         | 2                      | 2                           | 4                      |

## Щільність закладання реперів на лініях міської нівелірної мережі

| Клас нівелювання | Щільність закладання реперів |                        |
|------------------|------------------------------|------------------------|
|                  | забудована територія         | незабудована територія |
| I, II            | 2 км                         | 3 км                   |
| III, IV          | 300-800 м*                   | 500-2000 м             |

\* Щільність зменшується з переходом від суцільної до розрідженої забудови.

Як бачимо, особливості міської нівелірної мережі полягають у тому, що повторне нівелювання в них виконують частіше, ніж у державних мережах, полігони та лінії (ходи) – коротші, а репери закладають значно щільніше.

#### 1.1.4. Складання проекту нівелірної мережі

Складання проекту починають зі збору та аналізу всіх матеріалів про нівелірні роботи на даній території, виконані раніше. Відомості про ці роботи зберігають, як правило, у територіальних інспекціях Держгеонагляду, або в організаціях, що виконували ці роботи.

Проект складається із трьох основних частин:

1. *Пояснювальна записка* (текстова частина).
2. *Карти* масштабів 1:100000-1:200000 із нанесеними на них запроектованими нівелірними лініями та існуючими реперами, пунктами триангуляції й полігонометрії, включаючи й ті, які знаходяться від запроектованих ліній до 3 км.
3. *Кошторис* – грошова вартість запроектованих робіт.

Під час проектування ліній нівелювання III та IV класів для великомасштабного топографічного знімання в нівелірну мережу включають існуючі, а також запроектовані пункти триангуляції та полігонометрії.

Запроектовані нівелірні лінії повинні бути надійно зв'язані з існуючими лініями: по-перше, з тими, до яких запроектовані лінії прив'язуються, а по-друге, з тими, що їх перетинають запроектовані лінії. Прив'язування ліній нівелювання III-IV класів до фундаментальних реперів не дозволяється.

У текстовій частині проекту вказують: коротку характеристику фізико-географічних та кліматичних умов ділянок робіт; призначення проектних робіт; інформація про вихідні репери; інформація про раніше виконані нівелірні роботи та способи зв'язку їх із проектними лініями; інформація про гравіметричні роботи, якщо нівелювання III класу буде прокладатись в гірських районах; число запроектованих реперів за типами; технологію закладання реперів; прилади та способи нівелювання; особливі випадки нівелювання; порядок опрацювання результатів нівелювання.

Складений на основі топографічних карт попередній (наближений) проект уточнюють на основі рекогностування – геодезичної розвідки, яку виконують безпосередньо в полі шляхом огляду на місцевості помічених на карті ліній нівелювання.

Головні завдання рекогностування, це:

1. Остаточний вибір ліній нівелювання;
2. Остаточний вибір місць закладання реперів;
3. Остаточний вибір типів нівелірних знаків, якими закріплюють мережу.

Рівень ґрунтових вод у місцях закладання реперів повинен бути не ближче 3 м від поверхні землі.

Взагалі, з метою забезпечення довголіття зберігання реперів місця їх закладання вибирають, по-можливості, на підвищеннях рельєфу із крупнозернистими, слабко зволженими ґрунтами.

Рекомендують закладати репери в скельні породи та капітальні кам'яні, бетонні й залізобетонні будови та споруди.

Пошуки реперів, включені у попередній проект, припиняють тільки з дозволу керівника робіт, після чого складають акт утрати знаку. Репери, які не вдалося відшукати, втраченими не рахують. Причинами втрати можуть бути: знищення репера, знесення споруди, у яку він був закладений, втрата головки репера, деформація трубчатого репера і т.д.

Після закінчення робіт рекогностувальник здає такі головні документи: погоджену схему ліній нівелювання, їх довжини; погоджені схеми зв'язку з існуючими лініями (прив'язування); описи місць закладання реперів і зариси; типи реперів, що будуть закладені; список обстежених та відремонтованих реперів і акти на втрачені й неznайдені репери; результати геологічного обстеження; пояснювальну записку.

Поданий список документів дає читачу достатнє уявлення про роботу, що виконується рекогностувальником.

На основі рекогностування попередній проект уточнюють. Складають кошторис на виконання робіт. Розрахунок коштів виконують у відповідності з об'ємом робіт, нормами виробітку та категоріями складності виконання робіт. Зокрема, у кошторисі подають загальну вартість робіт, а також окремо вартість матеріалів, виготовлення нівелірних знаків, закладання знаків, власне нівелювання, попередніх розрахунків та зрівноваження мереж.

Діюча Інструкція з геометричного нівелювання рекомендує у випадках, коли проектують тільки лінії нівелювання III та IV класів, рекогностувальні роботи виконувати одночасно із закладанням знаків. Зрозуміло, що в цьому випадку попередньо складений проект тільки наближено визначає вартість запроектованих робіт. Водночас це не має принципового значення, оскільки завдяки сучасній організації праці комплексна бригада, що виконує закладання та рекогностування, отримує заробітну платню за кінцевий результат. У даному випадку – це кількість закладених реперів.

### 1.1.5. Нівелірні знаки

Нівелірні знаки – це репери (грунтові, скельні й стінні) та марки (тільки стінні). Так можна класифікувати знаки, якщо мати на увазі об'єкти, в які вони закладаються.

Головною відмінністю між репером і маркою є те місце (точка), висота якої визначається. У реперів такою точкою є верхній виступ сферичної головки репера. Марка має круглий отвір, центр отвору і є та точка, висота якої визначена.

Згідно за фізико-географічними особливостями окремих регіонів країни, існують різноманітні нівелірні знаки. Нараховують більше десятка різних типів реперів. У залежності від важливості та специфічних призначень реперів їх можна поділити на [6]:

1. *Вікові* (грунтові та скельні);
2. *Фундаментальні*, що у свою чергу поділяються на ґрунтові (залізобетонні, азбестоцементні, трубчаті (металеві) та скельні;
3. *Звичайні* (грунтові та стінні);
4. *Тимчасові*.

Вікові та фундаментальні репери закладають тільки на лініях I та II класу (в місцях перетину цих ліній та на геодинамічних полігонах). Вікові репери дозволяють вивчати вертикальні рухи земної кори, оскільки вони закладаються в корінні породи. Фундаментальні репери забезпечують багаторічне зберігання висотної основи та дозволяють вивчати рухи земної поверхні. Їх закладають на лініях I та II класу не рідше, ніж через 60 км, а в сейсмічних районах – через 40 км. Фундаментальні репери закладають також поблизу морських, основних річкових та озерних рівневих постів.

Звичайні репери закладають на лініях I, II, III та IV класів. Зазначимо, що називати ці репери “звичайними” не прийнято. Їх просто називають ґрунтовими, стінними. Це означає, що вони не вікові і не фундаментальні.

Призначення тимчасових реперів зрозуміле із самої назви – вони дають можливість закріпити на місцевості точки на короткий проміжок часу (день, місяць, тощо).

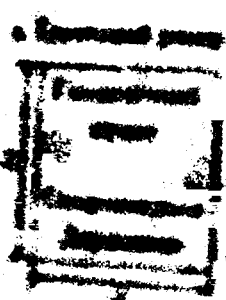
Ґрунтові репери закладають наступними способами:

1. *Котлованим*. Цей спосіб застосовують у місцях, недоступних для використання механізмів.
2. *Свердловинним*. Для цього використовують бурові машини.
3. Забиванням безанкерних реперів *пагезабивними механізмами*.
4. Загвинчуванням *металевих труб* у піщаних та заболочених районах.

Стінні та скельні репери закладають, як правило, бурінням із застосуванням свердел та бурів.

Уся територія України знаходиться в зоні сезонного промерзання ґрунтів. Тому більш детально розглянемо будову ґрунтових реперів для та-

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS, 5 EAST COLUMBIA STREET, CHICAGO, ILL. 60607  
U.S. GOVERNMENT PRINTING OFFICE: 1967 O 311-111



THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

THE UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS, 5 EAST COLUMBIA STREET, CHICAGO, ILL. 60607  
U.S. GOVERNMENT PRINTING OFFICE: 1967 O 311-111





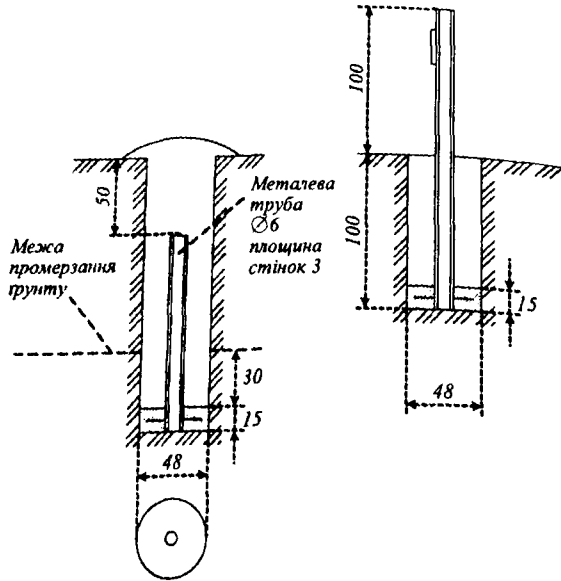


Рис. 1.1.4. Ґрунтовий репер.

Догляд за зберіганням геодезичних знаків покладають на землях:

- населених пунктів та державних – на виконавчі комітети районних та міських Рад народних депутатів;
- якими користуються підприємства, організації та заклади – на ці підприємства, організації та заклади.

Виконавець робіт після закладання реперів здає їх на зберігання місцевим органам влади та підприємствам згідно відповідного акту.

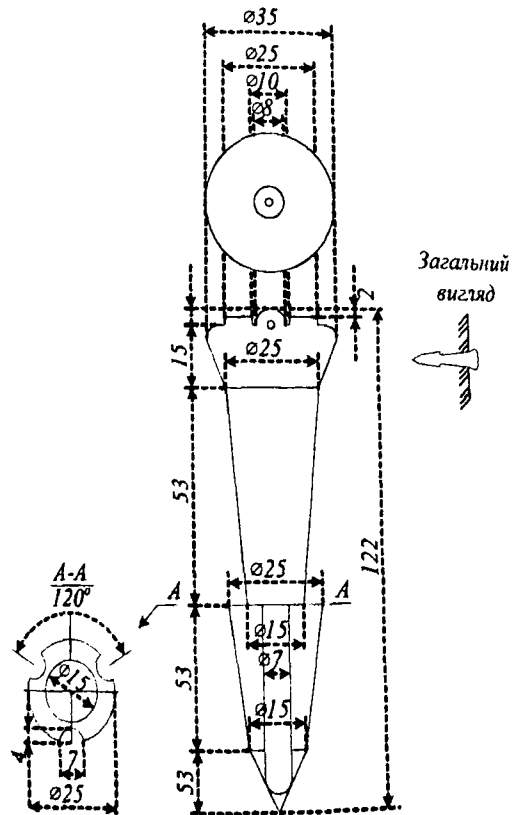


Рис. 1.1.5. Стінний репер.

## 1.2. Прилади, що використовують для геометричного нівелювання III, IV класів

### 1.2.1. Головні вимоги до нівелірів, що використовують для нівелювання III, IV класів

Найважливішими показниками, якими оцінюють якість нівелірів, є:

- для нівелірів із циліндричним рівнем – збільшення зорової труби  $\Gamma$  та ціна поділки рівня  $\tau$ ,
- для нівелірів із компенсаторами – збільшення зорової труби  $\Gamma$  та похибка самовстановлення лінії візування в горизонтальний стан  $m_s$ .

Глухий нівелір із рівнем та елеваційним гвинтом придатний для нівелювання III класу, якщо:

- збільшення труби  $\Gamma$  (крат), не менше  $30^x$ ;
- ціна поділки циліндричного, контактного рівня  $\tau$ , (2 мм) не більше  $30''$ .

У свою чергу, нівелір із компенсатором також придатний для нівелювання III класу, якщо:

- збільшення труби  $\Gamma$  (крат), не менше  $30^x$ ;
- похибка самовстановлення лінії візування  $m_s$ , (кутові секунди) не більше  $0,5''$ .

Під час нівелювання III класу застосовують нівеліри з рівнем Н2, НА-1, Н-3, НВ, Ni-030, а також нівеліри з компенсатором Н-3К, Ni-007, NiВ-3,4,5,6, НИК-2. Ці нівеліри мають вищезгадані, або більш високі показники точності. Слід відзначити, що нівеліри Н2, НА-1, НВ (СРСР) та Ni-030, Ni-007 фірми "Karl Zeiss" (Ієна), NiВ-3,4,5,6 (Угорщина) уже не випускають, але ще широко використовують на виробництві.

Глухий нівелір із рівнем придатний для нівелювання IV класу, якщо:

- збільшення труби  $\Gamma$  (крат) не менше  $25^x$ ;
- ціна поділки циліндричного контактного рівня  $\tau$  (2 мм) не більше  $30''$ .

Нівелір із компенсатором придатний для нівелювання IV класу, якщо:

- збільшення труби  $\Gamma$  (крат), не менше  $25^x$  та похибка самовстановлення лінії візування (кутові секунди) не більше  $0,5''$ .

Під час нівелювання IV класу застосовують нівеліри з рівнем Н-3, НВ, Ni-030, а також нівеліри з компенсатором Н-3К, НС3, НС4, NiВ-3,4,5,6 (Угорщина) і Ni-025 (фірма "Karl Zeiss"), НИК-2. Зазначимо, що нівеліри НС3, НС4, Ni-025 також уже не випускають. Якості вказаних нівелірів є достатні для того, щоб застосовувати їх для нівелювання IV-го класу.

Нижче, у таблиці 1.2.1, подані дані про сучасні нівеліри, що випускаються найбільш відомими у світі фірмами-виробниками. В Україні сучас-

ні нівеліри для нівелювання III, IV класів, які нічим не поступаються закордонним, виготовляє Ізюмський приладобудівний завод (Харківська область).

Таблиця 1.2.1

Основні технічні характеристики сучасних нівелірів,  
що виробляють фірми-лідери геодезичного приладобудування

| Фірма,<br>країна-виробник  | Назва нівеліра                  | Збільшення труби Г <sup>x</sup> | Віддаль<br>мінімального<br>фокусування труби (м) | Точність<br>роботи компенсатора | Похибка на<br>один кілометр<br>подвійного ходу (мм)                 | Інші технічні дані   | Маса (кг)      |
|--|---------------------------------|---------------------------------|--|---------------------------------|---|--|----------------|
| 1  | 2                               | 3                               | 4  | 5                               | 6   | 7  | 8              |
| Ізюмський<br>приладобудівний<br>завод, Україна                             | НИК-2                           | 31,3                            | 0,5  | 0,4"                            | 2   | Пряме зображення   | 2              |
| Уральський<br>оптично-<br>механічний<br>завод<br>м. Єкатеринбург,<br>Росія | Автоматичні нівеліри            |                                 |  |                                 |   |  |                |
|  | ЗНЗКЛ                           | 22                              | 1,2  | не<br>подана                    | 3   | діапазон роботи<br>компенсатора ±15'                           | з футляром 2,6 |
|  | ЗН2КЛ                           | 30                              | 0,8  | 15"                             | 2/1   | точність з насадним<br>оптичним мікрометром<br>– 1 мм на км    | з футляром 2,5 |
|  | ЗН5Л                            | 20                              | 1,2  | –                               | 5   | –  | з футляром 2,5 |
|  | Лазерні нівеліри                |                                 |  |                                 |   |  |                |
| НЛ-30  |                                 |                                 |  |                                 |   | точність 30"   | 1,5            |
| Sokkia,<br>Японія  | Прецизійні нівеліри             |                                 |  |                                 |   |  |                |
|  | PL-1-39                         | 42                              | 2,0  | рівневий<br>2 мм                | 0,2   | діапазон мікрометра –<br>10 км<br>шкала мікрометра – 0,1<br>мм | 4,8            |
|  | Прецизійні автоматичні нівеліри |                                 |  |                                 |   |  |                |
|  | ВІС-31                          | 32                              | 2,3  | 0,3"                            | 0,8/0,5   | компенсатор ±10'<br>з плоско-паралельною<br>пластиною – 0,5    | 3,2            |
|  | ВІС-41                          | 32                              | 2,3  | 0,3"                            | 0,8   | –  | 3,2            |
|  | Автоматичні нівеліри            |                                 |  |                                 |   |  |                |
| С41  | 20                              | 0,9                             | 0,5"   | 2,5                             | діапазон роботи<br>компенсатора ±12'<br>горизонтальний<br>круг – 1° | 1,0  |                |

Закінчення таблиці 1.2.1.

| 1  | 2                         | 3                  | 4                    | 5       | 6  | 7   | 8   |     |
|--|---------------------------|--------------------|----------------------|---------|--|---|-----|-----|
| Karl Zeiss,<br>сьогодні –<br>Trimble (США) | Цифрові нівеліри          |                    |                      |         |  |   |     |     |
|  | Dini 10                   | 32                 | 1,3-1,5              | 0,2"    | 0,3/1,5  |   | 3,0 |     |
|  | Dini 20                   |                    |                      |         |  |   | 3,0 |     |
|  | Автоматичні нівеліри      |                    |                      |         |  |   |     |     |
|  | Ni 10                     | 25, 32,<br>36, 41, | 1,5                  | 0,5"    | 0,7  | оптичний режим  |     |     |
|  | Ni 30                     | 32                 | 1,5                  | 0,5"    | 0,7  | оптичний режим  |     |     |
|  | Ni 40                     | 25                 | 1,5                  | 0,5"    | 0,7  | оптичний режим  |     |     |
|  | Ni 50                     | 20                 | 1,5                  | 0,5"    | 0,7  | оптичний режим  |     |     |
|  | Тотальні нівеліри станції |                    |                      |         |  |   |     |     |
|  | Dini 10T                  | 32                 | 1,5                  | 0,2"    | 0,3<br>1,0<br>1,5                                    | інвар., електронний<br>режим електронний<br>режим оптичний<br>режим |     | 3,5 |
| Dini 11/11T                                | 32                        | 1,3/1,5            | 0,2"                 | 0,3/1,0 | подана точність для<br>електр. і оптичного<br>режиму |   | 3,1 |     |
| Dini 21                                    | 26                        | 1,3/1,5            | 0,5"                 | 0,7/1,7 |  |   | 3,0 |     |
| Opton                                      | Ni 1                      | 40                 | 1,4                  | 0,1"    | 0,2  | з плоско-паралельною пластиною                                      |     | 5,2 |
|  | Ni 2                      | 32                 | 3,3<br>(1,8-1,0)     | 0,2"    | 0,3/0,7  | змінні короткофокусні лінзи   |     | 2,1 |
|  | Ni 22                     | 32                 | 3,3<br>(1,8;1,3;1,0) | 0,5"    | 1,0  | змінні короткофокусні лінзи   |     | 1,9 |

У наш час рівневі нівеліри замінюють нівелірами з компенсаторами і фірми-виробники називають їх автоматичними. Насправді, у таких нівелірах, завдяки компенсаторам, автоматизовано тільки встановлення візирної лінії в горизонтальний стан. Найбільшим досягненням у створенні нівелірів є цифрові (електронні) нівеліри. Ці прилади практично повністю автоматизують процес нівелювання, оскільки в них також автоматизовано процес відлічування кодових рейок. Найновіші нівеліри отримали назву *тотальні станції* (total – загальний, сумарний). Вони дозволяють з високою точністю визначати не тільки перевищення та висоти, але і планове положення точок місцевості. Такі сучасні, цифрові нівеліри заслуговують окремого розгляду.

### 1.2.2. Головні вимоги до нівелірних рейок

Під час нівелювання III класу використовують дерев'яні шашкові або інварні штрихові рейки. У гірських районах слід використовувати тільки інварні рейки та нівеліри із плоско-паралельною пластинкою.

На шашкові трьохметрові двосторонні рейки нанесені сантиметрові поділки. На чорних сторонах комплексу рейок нулі збігаються з п'ятками рейок; на червоних з п'ятками рейок збігаються відліки більші за 4000 мм; відлік на червоній стороні однієї рейки відрізняється від відліку на червоній стороні другої на 100 мм (наприклад: на одній відлік 4687, на другій – 4787

мм). Під час прив'язування до стінних марок використовують підвісні рейки довжиною 1,2 м із такими ж поділками, як і на триметрових рейках. Нуль на підвісній рейці повинен збігатися із центром отвору для штифта, на якому рейку підвішують до стінної марки. Допускають й інші методи прив'язування до таких марок, наприклад, заміною підвісної рейки металевою лінійкою з міліметровими поділками, або на стіні відмічають проекції середньої та віддалемірних ниток труби нівеліра, а віддаль по вертикалі від центру отвору марки до проекцій ниток вимірюють перевіреною сталевую рулеткою або лінійкою. Випадкові похибки дециметрових і метрових інтервалів рейок, що використовують для нівелювання III класу, не повинні перевищувати 0,5 мм. Виняток складають три нижні дециметри рейок, оскільки проходження світлового променя над поверхнею землі нижче трьох дециметрів під час нівелювання III класу не допускається.

Нівелювання IV класу виконують тільки дерев'яними шашковими рейками, такими, як і під час нівелювання III класу, проте випадкові похибки дециметрових та метрових інтервалів цих рейок не мають перевищувати 1 мм. Рейки досліджують за допомогою контрольної лінійки.

У наш час широке застосування мають (на рівні з дерев'яними) металеві (переважно алюмінієві), скляні і пластикові рейки. До того ж на рейках наносять не тільки метричні поділки (1 см, 5 мм), але й кодові. Саме кодові рейки використовують під час роботи із цифровими (електронними) нівелірами.

### 1.2.3. Будова, перевірки та дослідження нівелірів із рівнями

Будова нівелірів із рівнями відома з курсу "Топографія" та з цілого ряду підручників [3,7,8,11,29]. Проте, нам здається корисним нагадати, що існує відмінність між *візирною віссю нівелірів із рівнями та візирною лінією нівелірів із компенсаторами* [17].

Візирною віссю будемо називати пряму, що проходить через центр сітки ниток та центр об'єктива (через задню головну точку об'єктива).



Рис. 1.2.1. Загальний вигляд нівеліра Н-3.

Візирною лінією будемо називати пряму, що проходить через центр об'єктива (його передню головну точку) та проекцію центра сітки ниток на рейці. У нівелірах із компенсаторами візирна вісь є також, але вона дещо нахилена, якраз тоді, коли візирна лінія встановлена компенсатором у горизонтальний стан.

На рис. 1.2.1 подано загальний вигляд нівеліра Н-3, найбільш поширеного й придатного для нівелювання III та IV класів.

Під час отримання нівеліра та рейок виконавець повинен детально їх оглянути та впевнитись у відсутності будь-яких пошкоджень. Перед початком польових робіт нівеліри досліджують та перевіряють у такій послідовності:

1. Визначення коефіцієнта ниткового віддалеміра.
2. Перевірка сферичного рівня.
3. Перевірка відсутності коливання верхньої частини нівеліра під час її обертання навколо вертикальної осі.
4. Перевірка правильності встановлення сітки ниток.
5. Перевірка циліндричного рівня.

Розглянемо детально ці перевірки та дослідження.

1. *Визначення коефіцієнта ниткового віддалеміра.*

Під час дослідження коефіцієнтів  $K$  ниткового віддалеміра у нівелірів Н-3, Н-10 та інших вибирають рівну поверхню і забивають два кілки на віддалі  $D$  (приблизно 50 м один від другого), а у верхні зрізи кілків забивають цвяхи з округлими головками. Над одним із кілків встановлюють (центрують) нівелір, над другим – рейку. Віддаль між кілками вимірюють стрічкою або рулеткою з точністю до 1 см.

Після приведення нівеліра в робочий стан беруть три пари відліків верхньої (В) та нижньої (Н) віддалемірних ниток. Кожну пару відліків беруть на різних висотах нівеліра. Приклад визначення коефіцієнта  $K$  подано в таблиці 1.2.2.

Таблиця 1.2.2

Визначення коефіцієнта  $K$  віддалеміра нівеліра  
Н-3 № 7541,  $D = 50,40$  м.

| Нитки                     | Відліки віддалемірних ниток | Різниця відліків (Н-В), мм |
|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| <i>B</i>                  | 1001                        | 502                        |
| <i>H</i>                  | 1503                        |                            |
| <i>B</i>                  | 1143                        | 504                        |
| <i>H</i>                  | 1647                        |                            |
| <i>B</i>                  | 0930                        | 503                        |
| <i>H</i>                  | 1433                        |                            |
| $K = 50400/503,0 = 100,2$ |                             | Середня різниця 503,0      |

Якщо зорова труба має постійну віддалеміра  $C$  (вибирають з пас-порта), тоді коефіцієнт віддалеміра обчислюють за формулою:

$$K = \frac{D - C}{(H - B)_{\text{сеп}}} \quad (I.2.1)$$

Коли  $C = 0$ , формула набуває вигляду:

$$K = \frac{D}{(H - B)_{\text{сеп}}} \quad (I.2.2)$$

Коефіцієнт віддалеміра не повинен відрізнятись від 100 більше, ніж на 1%.

Під час обчислення довжини секції нівелірного ходу, якщо постійна віддалеміра  $C$  не дорівнює нулю, користуються формулою:

$$L = K \Sigma(l_3 + l_n) + 2nC, \quad (I.2.3)$$

де  $l_3$  та  $l_n$  – різниці відліків віддалемірних ниток (мм) під час візування на задню та передню рейки;  $n$  – число станцій в секції. Якщо відліки взяті верхньою ( $B$ ) та середньою ( $C$ ) нитками, то суму  $\Sigma(l_B + l_C)$  подвоюють.

## 2. Перевірка сферичного рівня.

Вісь сферичного рівня повинна бути паралельною до вертикальної осі обертання нівеліра. Цю перевірку виконують так: підймальними гвинтами приводять бульбашку сферичного рівня в нуль-пункт. Повертають нівелір навколо вертикальної осі на  $180^\circ$ . Якщо бульбашка відхиляється від нуль-пункту більше, ніж на  $\frac{1}{4}$  радіуса кола, яким позначено нуль-пункт, тоді бульбашку приводять у вихідний стан: виправними гвинтами рівня на половину дуги відхилення, а на другу половину – підймальними гвинтами.

Під час двох-трьох таких дій бульбашка рівня під час повороту нівеліра на  $180^\circ$  залишається в нуль-пункті. Після цього виправні гвинти рівня повинні бути надійно закріплені.

## 3. Перевірка правильності обертання труби навколо вертикальної осі.

Перевірку відсутності коливання верхньої частини нівеліра під час обертання його навколо вертикальної осі виконують за допомогою циліндричного рівня. Досліджуючи нівеліри Н-3, на корпус труби встановлюють допоміжний циліндричний рівень з ціною поділок  $10-15''$  на 2 мм. Встановлюють нівелір на кам'яному

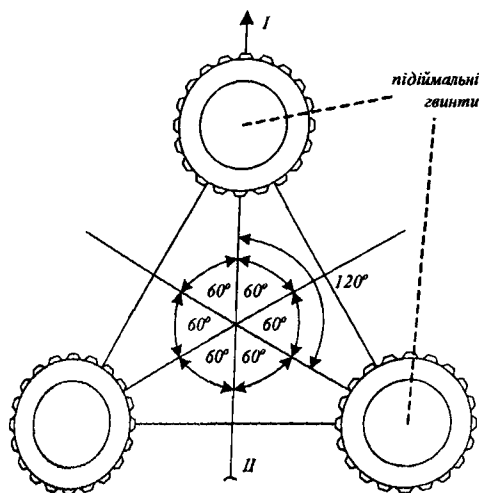


Рис. I.2.2. Схема перевірки правильності обертання труби навколо вертикальної осі.

стовпі і ретельно горизонтують за допомогою циліндричного рівня. Приводять трубу в стан I-II (рис. 1.2.2), роблять відліки на кінцях бульбашки рівня. Поступово повертають верхню частину приладу навколо вертикальної осі на  $720^\circ$ ; при цьому через кожні  $60^\circ$  відраховують кінці бульбашки рівня (таблиця 1.2.3). Перш ніж узяти відлік, рівню дають можливість заспокоїтись. У прямому ході обертають верхню частину нівеліра за годинниковою стрілкою, у зворотному – проти. Розходження між відліками в прямому та зворотному ходах для нівелірів Н-3 в одних і тих самих положеннях не повинні перевищувати  $40''$ .

Обертання нівелірів навколо вертикальної осі повинно бути легким, плавним, без зусиль, в іншому випадку необхідно почистити та змазати вертикальну вісь.

Таблиця 1.2.3

Перевірка правильності обертання труби навколо вертикальної осі.  
Нівелір Н-3 № 7541.

| Встановлення труби | I                         |      |      | II                           |      |      | I-II |
|--------------------|---------------------------|------|------|------------------------------|------|------|------|
|                    | Прямий хід, поділки рівня |      |      | Зворотній хід, поділки рівня |      |      |      |
|                    | Л                         | П    | Л-П  | Л                            | П    | Л-П  |      |
| $0^\circ$          | 11,0                      | 11,5 | -0,5 | 10,5                         | 12,0 | -1,5 | +1,0 |
| $60^\circ$         | 10,5                      | 12,1 | -1,6 | 10,8                         | 11,6 | -0,8 | -0,8 |
| $120^\circ$        | 10,2                      | 12,0 | -1,8 | 11,2                         | 11,3 | -0,1 | -1,7 |
| $180^\circ$        | 10,0                      | 12,2 | -2,2 | 11,1                         | 11,3 | -0,2 | -2,0 |
| $240^\circ$        | 10,4                      | 11,7 | -1,3 | 11,5                         | 10,9 | +0,6 | -1,9 |
| $300^\circ$        | 10,9                      | 11,3 | -0,4 | 11,3                         | 11,1 | +0,2 | -0,6 |
| $360^\circ$        | 11,0                      | 11,2 | -0,2 | 11,0                         | 11,4 | -0,4 | +0,2 |
| $420^\circ$        | 11,2                      | 11,0 | +0,2 | 10,5                         | 11,9 | -1,4 | +1,6 |
| $480^\circ$        | 11,4                      | 11,1 | +0,3 | 10,6                         | 11,7 | -1,1 | +1,4 |
| $540^\circ$        | 11,2                      | 10,9 | +0,3 | 10,4                         | 11,9 | -1,5 | +1,8 |
| $600^\circ$        | 11,2                      | 11,0 | +0,2 | 10,3                         | 12,0 | -1,7 | +1,9 |
| $660^\circ$        | 11,5                      | 10,8 | +0,7 | 10,8                         | 11,6 | -0,8 | +1,5 |
| $720^\circ$        | 11,4                      | 10,7 | +0,7 | 10,6                         | 11,4 | -0,8 | +1,5 |

Ціна поділок  $\tau$  дорівнює  $10''$ . Максимальне коливання 3,9 поділки рівня або  $39''$ .

#### 4. Перевірка правильності встановлення сітки ниток.

Середня нитка повинна бути горизонтальною, а вертикальна – вертикальною. Досить пересвідчитися у правильному розташуванні горизонтальної нитки. Взаємна перпендикулярність ниток гарантується заводом-виробником.



У нівелірів Н-3, Н-10 що перевірку виконують так: встановивши нівелір за допомогою сферичного рівня в горизонтальний стан, наводять край середньої нитки на добре видимої точку, яка знаходиться від нівеліра на віддалі біля 10 м, повільно повертають трубу навідним гвинтом і слідкують, чи не відхилиться середня нитка від цієї точки. Якщо відхилення більше за 2 мм – сітку ниток виправляють. Для цього необхідно відокремити окулярну частину від корпусу зорової труби. Потім, послабивши закріпні гвинти приблизно на один оберт, скляну пластинку із сіткою ниток злегка обертають. Після цього приєднують окулярну частину до зорової труби і перевіряють розташування горизонтальної нитки. Перевірку виконують декількома наближеннями. На закінчення, закріпивши гвинти, що тримають сітку ниток, необхідно ще раз переконатися, що розташування нитки є правильним.

Цю перевірку можна також виконувати вертикальною ниткою (перевіряючи її прямовисність), використовуючи підвішений тягарець (на дворі, коли немає вітру, або в приміщенні).

#### 5. Перевірка циліндричного рівня.

Цю перевірку поділяють на дві частини.

5.1. Вертикальна площина, яка проходить через вісь рівня, повинна бути паралельною до вертикальної площини, що проходить через візирну вісь зорової труби. Або: візирна вісь та вісь циліндричного рівня повинні знаходитися у двох взаємно-паралельних вертикальних площинах.

5.2. Величина кута  $i$  повинна бути меншою за  $10''$ . Кутом  $i$  називають кут, який утвориться на вертикальній площині, якщо на неї спроектувати вісь циліндричного рівня та візирну вісь труби. Цю частину перевірки можна ще сформулювати так: візирна вісь та вісь циліндричного рівня повинні знаходитися у двох взаємно-паралельних горизонтальних площинах.

Першу половину перевірки виконують так: встановлюють нівелір на віддалі біля 50 м від рейки таким чином, щоб один підймальний гвинт був направлений в сторону рейки. Ретельно приводять вертикальну вісь нівеліра в прямовисний стан за допомогою сферичного рівня. Приводять елеваційним гвинтом зображення кінців бульбашки в контакт і беруть відлік рейки. Надають зоровій трубці боковий нахил обертаючи підймальні гвинти у різні сторони точно на два повні оберти. Слідкують, щоб точка перетину вертикальної та середньої (горизонтальної) ниток була наведена на ту ж саму точку, тобто, щоб відлік не змінився. Після цього нахиляють нівелір в другу сторону, повертаючи ті ж гвинти в протилежному напрямку. Якщо в обох випадках кінці бульбашки не розходяться, або зміщуються в одну сторону, тоді встановлення рівня правильне. Коли під час різних нахилів вони значно розходяться в протилежні сторони, тоді виправляють розташування циліндричного рівня за допомогою бокових виправних гвинтів. Виправляють розташування поступово обертаючи один гвинт на загвинчування, другий – на вигвинчування. Правильного встановлення рівня досягають методом наближень.

Другу частину перевірки можна виконати так: забивають два костилі (або кілки зі цвяхами) на віддалі біля 50 м один від другого (в точках  $A$  і  $B$ ). Встановлюють нівелір точно посередині між костиллями і вимірюють перевищення  $h$ . На основі рисунка 1.2.3, запишемо:

$$h = a' - b'. \quad (1.2.4)$$

У формулі (1.2.4)  $a'$  та  $b'$  – правильні відліки, які були б узяті за умови, якщо кут  $i = 0$ . Оскільки  $i \neq 0$ , то фактичні відліки будуть  $a$  та  $b$ . Враховуючи, що нівелір однаково віддалений від задньої й передньої рейок, відліки  $a$  та  $b$  помилкові на однаковий відрізок  $x$ .

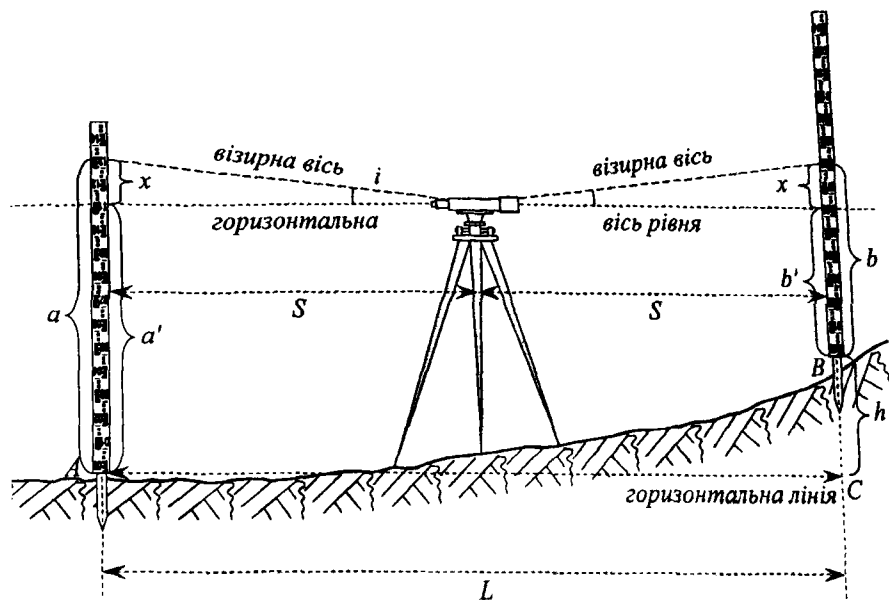


Рис. 1.2.3. Визначення перевищення нівелюванням із середини.

Тому маємо рівняння:

$$a' = a - x;$$

$$b' = b - x.$$

У відповідності з формулою (1.2.4) можна записати:

$$h = (a - x) - (b - x).$$

Розкриваючи дужки, отримаємо:

$$h = a - b. \quad (1.2.5)$$

Таким чином, коли нівелір встановлений посередині між рейками (прийнято говорити: рівні плечі), то різниця помилкових відліків дає правильне перевищення  $h$ .

Переносять і встановлюють нівелір на віддалі приблизно 10 м за одним з костилів (рис. 1.2.4). Беруть відліки близької та далекої рейок –  $B$  та  $D$ .

У відповідності з рис. 1.2.4, правильне перевищення знаходять за формулою:

$$h = B' - D', \quad (1.2.6)$$

або:

$$h = B - a - (D - a - x). \quad (1.2.7)$$

Отже,

$$h = B - D + x. \quad (1.2.8)$$

З рівняння (1.2.8), оскільки  $h$  вже відоме, знайдемо  $x$ :

$$x = h - B + D. \quad (1.2.9)$$

Знаючи  $x$ , легко знайти  $i''$ :

$$i'' = \rho'' \frac{x}{L}, \quad (1.2.10)$$

де  $L$  – віддаль між костілями.

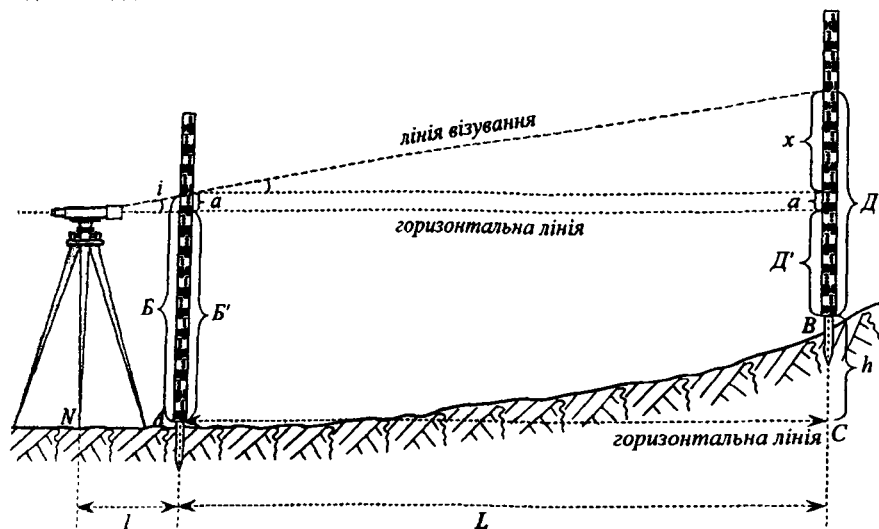


Рис. 1.2.4. До визначення кута  $i$ .

Щоб позбутися кута  $i$ , слід спочатку знайти правильний відлік  $D'$ . На основі рис. 1.2.4 можна записати:

$$\frac{x+a}{x} = \frac{L+l}{L},$$

звідси

$$(x+a) = \frac{x(L+l)}{L}, \quad (1.2.11)$$

де  $(L+l)$  – віддаль від нівеліра до далекої рейки.

Отже,

$$D' = D - (x+a). \quad (1.2.12)$$

Знаючи  $D'$ , елеваційним гвинтом встановлюють візирну вісь так, щоб відлік далекої рейки став рівним  $D'$ . Зображення кінців бульбашки контактного циліндричного рівня розійдуться. Вертикальними виправними гвинтами циліндричного рівня добиваються контактування цих кінців. Одночасно слідкують, щоб відлік рейки залишався рівним  $D'$ .

Деяким слабким контролем правильності виконання перевірки є те, що після виконаних дій відлік близької рейки  $B$  практично не має змінитися. Проте, найбільш надійним контролем є повторне виконання цієї ж перевірки.

#### 1.2.4. Будова, перевірки та дослідження нівелірів з компенсаторами

Будова нівелірів з компенсаторами, як і нівелірів з рівнями, вже відома з курсу "Топографія". Головною відмінністю між цими нівелірами є те, що в нівелірі з компенсатором немає циліндричного рівня. Цей рівень замінений особливим пристроєм – компенсатором, що автоматично встановлює візирну лінію в горизонтальний стан.

На рис. 1.2.5 подано загальний вигляд нівеліра Н-ЗК, який застосовують для нівелювання III та IV класів.

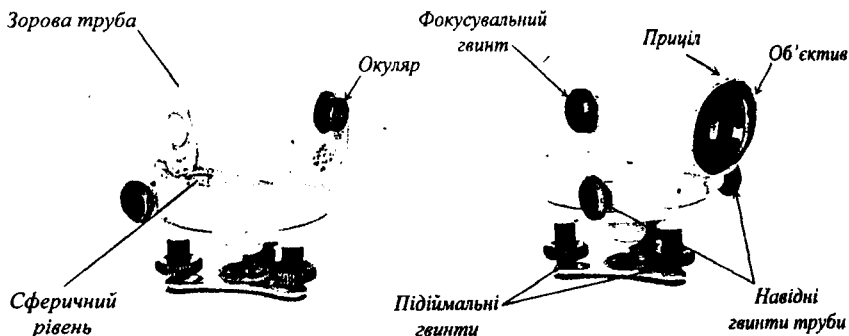


Рис. 1.2.5. Нівелір Н-ЗК.

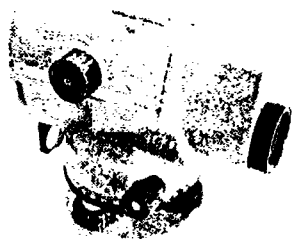


Рис. 1.2.6. Нівелір 4Н-2КЛ.

Нівелір Н-ЗК вдосконалювали й остання модель 4Н-2КЛ має цілий ряд переваг порівняно зі своїми попередниками: зорова труба з прямим зображенням, збільшення  $30\times$ , нівелір має горизонтальний круг з ціною поділки  $1^\circ$ , середня квадратична похибка вимірювання перевищення на 1 км подвійного ходу не перевищує 2 мм, маса – 2 кг.

Для нівелювання III, IV класів також використовують подібний до попереднього нівелір НК-2, який показано на рис. 1.2.7.

Нівелір має зорову трубу з прямим зображенням, горизонтальний круг, маса приладу – 2 кг.

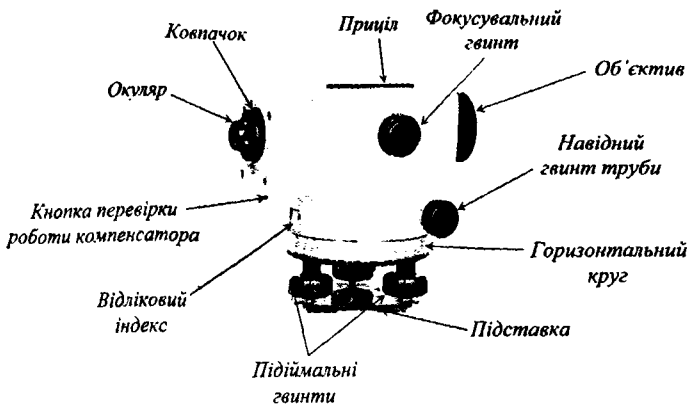


Рис. 1.2.7. Нівелір НИК-2.

Основні технічні характеристики НИК-2:

1. Квадратична похибка визначення:
  - перевищення на 1 км ходу з рейками РН-3-3000СП – 1,5 мм;
  - горизонтальних кутів – 8';
2. Діапазон роботи компенсатора –  $\pm 30'$ ;
3. Найменша відстань візування – 0,5 м;
4. Збільшення труби –  $31,3 \pm 1^x$ ;
5. Ціна поділки сферичного рівня на 2 мм –  $10 \pm 2'$ .

Перед початком польових робіт нівеліри з компенсатором досліджують та перевіряють за наступними кроками:

1. Визначення коефіцієнта віддалеміра.
2. Перевірка сферичного рівня.
3. Перевірка відсутності коливання верхньої частини нівеліра під час її обертання навколо вертикальної осі.
4. Перевірка правильності встановлення сітки ниток.
5. Перевірка правильності встановлення компенсатором візирної лінії.
6. Визначення середньої квадратичної похибки встановлення компенсатором візирної лінії та похибки недокомпенсації.

Перевірки 1, 2 та 3 виконують так само як і для нівелірів з рівнями.

Слід тільки сказати, що в цьому випадку для виконання третьої перевірки обов'язково слід застосувати циліндричний рівень, що накладається на зорову трубу нівеліра. Перевірку 4 в цьому нівелірі слід формулювати так: вертикальна нитка сітки під час встановлення бульбашки сферичного рівня в середнє положення (в нуль-пункт) повинна зайняти вертикальний (прямовисний) стан. Під час виконання цієї умови і середня горизонтальна нитка сітки буде горизонтальною. Цю перевірку у нівелірах з компенсаторами доцільно виконувати так: старанно привести вертикальну вісь нівеліра за

допомогою сферичного рівня в прямовисний стан. Навести вертикальну нитку сітки на нитку виска (тягарця). Коли один кінець вертикальної нитки сітки відхиляється від нитки виска більш ніж на 0,5 мм, тоді слід виправити розташування сітки. Виправлення виконують так само як і в рівневих нівелірах.

П'яту перевірку, тобто, перевірку правильності встановлення компенсатором візирної лінії, можна сформулювати так само, як і перевірку 5.2 для рівневих нівелірів, тобто: величина кута  $i$  повинна бути меншою за  $10''$ . Але кут  $i$  в цьому випадку є вертикальним кутом між візирною лінією та горизонтальною площиною. Цю перевірку слід виконувати також так само, як перевірку 5.2 в рівневих нівелірах.

Кут  $i$  можна визначити, скориставшись формулою (1.2.10):

$$i'' = \rho'' \frac{x}{L}. \quad (1.2.10)$$

Якщо виникає необхідність виправлення кута  $i$ , тоді правильний відлік  $D'$  знаходять за формулою (1.2.13):

$$D' = D - (x + a). \quad (1.2.13)$$

Виправлення виконують переміщенням сітки ниток у вертикальній площині за допомогою вертикальних виправних гвинтів. Один виправний гвинт відгвинчують, а другий загвинчують доти, поки відлік далекої рейки не стане рівним  $D'$ .

Як бачимо, всі п'ять перевірок рівневих нівелірів та нівелірів з компенсаторами можна формулювати та виконувати практично однаково, що полегшує засвоєння матеріалу.

#### Дослідження точності роботи компенсаторів нівелірів.

Дослідження складається з двох частин:

6.1. Визначення випадкової середньої квадратичної похибки роботи компенсатора  $m_{k_i}$ .

Величина  $m_{k_i}$  визначається за формулою:

$$m_{k_i} = \sqrt{\frac{[V V_i]}{n-1}}, \quad (1.2.14)$$

де  $V = h_{сер} - h_i$ . Тут  $h_{сер}$  і  $h_i$  – відповідно середнє і окреме значення перевищення в кожній з п'яти серій для різних станів бульбашки, показаних на рисунку 1.2.8. Можна визначити п'ять значень  $m_{k_i}$ , з яких знаходять найімовірніше, середнє значення.

6.2. Визначення недокомпенсації, тобто, систематичної похибки роботи компенсатора  $\sigma_{k_i}$ .

Похибку  $\sigma_{k_i}$  визначають за формулою:

$$\sigma_{k_i} = \frac{h_{сер_i} - h_{сер0}}{v_i}, \quad (1.2.15)$$

де  $h_{сер0}$  – середнє перевищення, коли бульбашка в нуль-пункті;  
 $h_{серi}$  – середнє перевищення в кожній із п'яти серій під час нахилу  
 вертикальної осі на кут  $v_i$  (кут в мінутах дуги).

Ці два дослідження, якщо їх виконують в польових умовах, можуть бути виконані на основі вимірювання перевищень під час різних станів бульбашки сферичного рівня.

Нівелір встановлюють в створі між двома рейками, віддаленими одна від одної на 100 м (для нівелювання III класу) або 200 м (для нівелювання IV класу). Вимірювання перевищення між точками, на яких встановлені рейки, виконують серіями, загальне число яких рівне п'яти. У кожній серії бульбашка сферичного рівня повинна займати п'ять різних станів, показаних на рис. I.2.8.

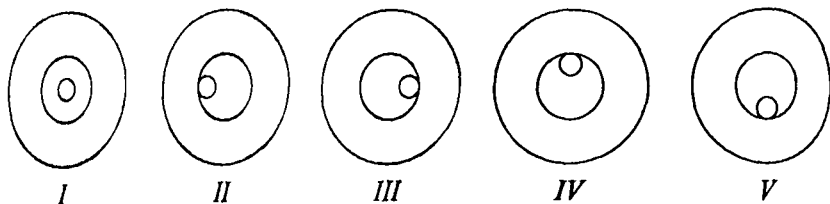


Рис. I.2.8. Розташування бульбашки сферичного рівня під час дослідження компенсатора.

В усіх серіях під час кожного нахилу труби нівеліра вимірюють перевищення за чорними та червоними сторонами рейок. Перед кожною новою серією вимірюють висоту нівеліра.

Приклад визначення  $m_k$  та  $\sigma_k$  поданий в таблиці I.2.4.

Таблиця I.2.4

Дослідження якості роботи компенсатора нівеліра Ni 007  
 в польових умовах  $L = 100$  м

| Номер серії | Сторони рейки | Перевищення             |       |                  |       |         |       |                  |       |         |       |
|-------------|---------------|-------------------------|-------|------------------|-------|---------|-------|------------------|-------|---------|-------|
|             |               | Бульбашка в нуль-пункті |       | Поздовжній нахил |       |         |       | Поперечний нахил |       |         |       |
|             |               | 0'                      | $v_i$ | +10'             | $v_i$ | -10'    | $v_i$ | +10'             | $v_i$ | -10'    | $v_i$ |
| 1           | чор.          | 1575,4                  | -0,28 | 1575,4           | -0,04 | 1575,6  | -0,18 | 1575,4           | -0,14 | 1575,7  | -0,16 |
|             | чер.          | 1575,6                  | -0,08 | 1575,5           | +0,06 | 1575,7  | -0,08 | 1575,4           | -0,14 | 1575,9  | +0,04 |
| 2           | чор.          | 1576,0                  | +0,32 | 1575,8           | +0,36 | 1576,0  | +0,22 | 1575,8           | +0,26 | 1576,0  | +0,14 |
|             | чер.          | 1575,8                  | +0,12 | 1575,7           | +0,26 | 1575,6  | -0,18 | 1575,6           | +0,06 | 1575,8  | -0,06 |
| 3           | чор.          | 1575,5                  | -0,18 | 1575,3           | -0,14 | 1575,6  | -0,18 | 1575,4           | -0,14 | 1575,8  | -0,06 |
|             | чер.          | 1575,8                  | +0,12 | 1575,4           | -0,04 | 1575,8  | +0,02 | 1575,6           | +0,06 | 1575,8  | -0,06 |
| 4           | чор.          | 1575,9                  | +0,22 | 1575,0           | -0,44 | 1576,2  | +0,42 | 1575,7           | +0,16 | 1575,9  | +0,04 |
|             | чер.          | 1375,9                  | +0,22 | 1575,4           | -0,04 | 1575,9  | +0,12 | 1575,7           | +0,16 | 1576,1  | +0,24 |
| 5           | чор.          | 1575,4                  | -0,28 | 1575,5           | +0,06 | 1575,6  | -0,18 | 1575,2           | -0,34 | 1575,8  | -0,06 |
|             | чер.          | 1575,5                  | -0,18 | 1575,4           | -0,04 | 1575,8  | +0,02 | 1575,6           | +0,06 | 1575,8  | -0,06 |
| Середнє     |               | 1575,68                 |       | 1575,44          |       | 1575,78 |       | 1575,54          |       | 1575,86 |       |

$m_{k_1} = 0,23$  мм;  $m_{k_2} = 0,22$  мм;  $m_{k_3} = 0,20$  мм;  $m_{k_4} = 0,18$  мм;  $m_{k_5} = 0,12$  мм.

Середнє значення випадкової похибки роботи компенсатора  $m_{k_{сеп}} = 0,19$  мм.

Значення систематичних похибок в перевищеннях під час нахилу вертикальної осі нівеліра на кут  $\nu = 10'$ .

$$\Delta h_i = (h_{сеп1} - h_{сеп0}) = \quad -0,24; \quad +0,10; \quad -0,14; \quad +0,18.$$

$$\sigma_{k_i} = \frac{\Delta h_i}{10'} = \quad -0,024; \quad +0,010; \quad -0,014; \quad +0,018.$$

Таким чином, під час нахилу вертикальної осі нівеліра на кут  $\nu = 10'$  систематична похибка не перевищує  $-0,24$  мм.

У відповідності з діючою Інструкцією для нівелірів, що використовують під час нівелювання III класу, систематична похибка  $\sigma_k$  не повинна бути більшою за 3 мм; для IV класу – 5 мм. Якщо ці умови не виконуються, нівеліри слід віддати в майстерню для ремонту компенсаторів.

Ми розглянули перевірки та дослідження нівелірів, які виконують перед початком польових робіт. У параграфі 1.2.1. вказано, що якість нівелірів характеризує, перш за все, збільшення зорової труби  $\Gamma$  та ціна поділки рівня  $\tau$  для рівневих нівелірів, або точність роботи компенсатора  $m_k$  для нівелірів з компенсаторами. Визначення параметрів  $\Gamma$  і  $\tau$ , якщо вони невідомі, слід виконувати до початку польових робіт. Методи визначення цих параметрів нівелірів подані далі.

Під час польових робіт у нівелірів перевіряють:

- сферичний рівень (кожний день перед початком спостережень);
- кут  $i$  (перші сім днів роботи – кожний день, а впевнившись в стабільності – один раз на 15 днів).

### 1.2.5. Електронні цифрові нівеліри. Тотальні нівелірні станції

Електронні нівеліри дозволяють повністю автоматизувати процес нівелювання, а відліки рейок в цифровому вигляді відображаються на дисплеї або, за бажанням, передаються до внутрішнього (зовнішнього) запам'ятовуючого пристрою для подальшого опрацювання.

Виробники досягнули цього завдяки дуже важливим конструктивним вдосконаленням нівелірів та рейок, а саме: вмонтували в нівеліри цифрові камери з CCD-сенсорами (Charge Coupled Device) (українською мовою: ПЗЗ – прилад зарядного зв'язку). У таких камерах в площині знімка встановлене плоске двомірне поле світлочутливих детекторів-сенсорів, які дають елементи зображення предмета, оскільки є деякою малою поверхнею, а не точкою. Замість слів “елемент зображення” вживають штучно утворене слово Pixel (від Picture x element) – піксель. Пікселі – це носії інформації про степінь почорніння або колір. Їх сприйняття різних значень тону, які називають глибиною зображення,



значно перевищує здатність людського ока. Сьогодні найбільш відомі є пікселі з областю значень почорніння від 0 до 255. Таким чином, такі пікселі дають інформацію про 256 різних станів зображень. На чорно-білих зображеннях – це значення сірого тону (переважно чорний колір має код 0, а білий 255). Розмір пікселя –  $7,5 \text{ мк}^2$ .

Відрізок на рейці, який попадає на поле детекторів незначний – близько 15 см вгору і вниз від середньої горизонтальної нитки сітки зорової труби. Детектори подають спочатку аналогові (неперервні) сигнали, які зчитуються і потім перетворюються в цифрові за допомогою комп'ютера. У цьому контексті вживають термін “комп'ютерне бачення” (англ. Computer-Vision) “розпізнавання образу”, “розпізнавання знімка”. Дійсно, око людини не здатне розрізняти 255 ступенів сірої шкали. Таким чином, певна частина нівелірної рейки розглядається комп'ютером, а не оком спостерігача. Суттєвих конструктивних змін також зазнали рейки. Традиційні рейки замінюються кодовими рейками: з чорними та білими смугами. Фірмами створений цілий ряд кодових рейок. Так кодові рейки фірми Leica-Wild NA 2000, Wild NA 3000 мають довжину 4050 мм. На одній стороні рейки нанесені поділки у вигляді чорних та білих смужок, що створюють двійковий код; ширина (основної) смужки 2 мм. На другій стороні рейки нанесені поділки, які служать для візуального відліку. Фірма Sokkia для електронного нівеліра SDL 30 створила рейки зі спеціальним кодом (RAB-код), який також є двійковим. Використовують також фібергласові рейки довжиною 5 м. Цей скловолоконистий матеріал (фіберглас) використаний для виготовлення рейок завдяки його перевагам порівняно з іншими матеріалами у вазі та міцності, а також можливості застосування найточніших технологій нанесення штрихів.

Образ кодової рейки, що розглядається камерою (приладом зарядного зв'язку) автоматично перетворюється (завдяки “комп'ютерному баченню”) на цифровий відлік, який відображається на дисплеї.

Зазвичай у цифрових нівелірів є три режими вимірювання: Single-Fine (точний одноразовий), Repeat-Fine (точний багаторазовий) і Tracking (режим слідкування). У точному одноразовому режимі вимірювання виконуються кожні три секунди, а в режимі слідкування – кожну секунду. У багаторазовому режимі на дисплеї відображається середнє значення відліку.

Зауважимо, що під час промислових вібрацій або турбулентності атмосфери, коли поділки рейки коливаються, похибки відліку збільшуються. Ці похибки також можна відображати на дисплеї.

Якщо похибки перевищують діапазон найменших поділок рейки, нівелір може зупинити процес електронного нівелювання. Перевищення відображається на дисплеї (наприклад, цифровим нівеліром NA-3003) до десятих частин міліметра. Віддалі – до 1 см.

Найбільш відомими фірмами, що виготовляють електронні нівеліри, є фірми:

- Leica (Швейцарія) (їх продукція – це вже згадувані нівеліри NA-2000, NA-3000, NA-3003);
- Sokkia (Японія) – нівеліри SDL 30-31 (точність 1 мм на км ходу,  $\Gamma = 32^x$ , вага 2,6 кг);
- Zeiss (Німеччина, сьогодні Trimble, США) – нівеліри DiNi 10, 11, 11T, 12, 12T, 20, 21, 22.

Нівеліри фірми Leica серії Sprinter випускаються в трьох модифікаціях (100, 100M, 200, 200M). Моделі "М" мають внутрішню пам'ять на 500 вимірів та порт RS232 для передачі інформації на комп'ютер для подальшого опрацювання в програмі Leica Geo Office Tools. Вимірювання виконується на штрих-кодову рейку менш ніж за 3 секунди. Нівелір Sprinter 200M показаний на рисунку рис. 1.2.9.

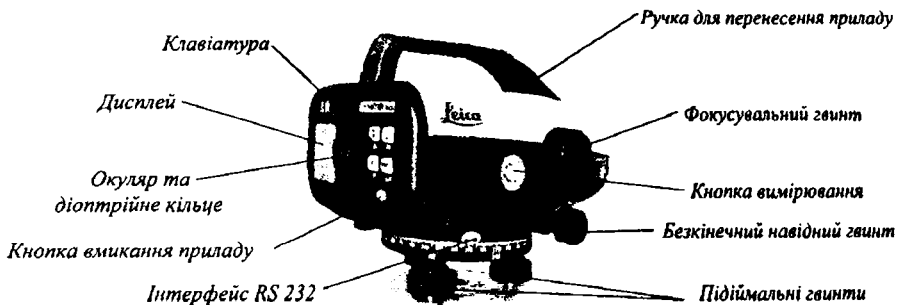


Рис. 1.2.9. Sprinter 200M.

Основні технічні характеристики Sprinter 200M:

1. Середня квадратична похибка визначення перевищення на 1 км ходу:
  - з інварними кодовими рейками – 1,5 мм;
2. Діапазон вимірювання віддалі – 2 м-80 м;
3. Точність вимірювання віддалі:
  - інварними кодовими рейками – 10 мм;
4. Межі дії компенсатора –  $\pm 10'$ ;
5. Чутливість сферичного рівня 10'/2 мм
6. Збільшення зорової труби 24<sup>x</sup>

Фірма Zeiss випускає електронні нівеліри DiNi. Нівелір DiNi 10 має:  $\Gamma = 32^x$ , точність 0,3/1,5 мм на км ходу – електронний та оптичний режими. Загальний вигляд електронного нівеліра третього покоління DiNi 22 показаний на рис. 1.2.10.

значно перевищує здатність людського ока. Сьогодні найбільш відомі є пікселі з областю значень почорніння від 0 до 255. Таким чином, такі пікселі дають інформацію про 256 різних станів зображень. На чорно-білих зображеннях – це значення сірого тону (переважно чорний колір має код 0, а білий 255). Розмір пікселя –  $7,5 \text{ мкм}^2$ .

Відрізок на рейці, який попадає на поле детекторів незначний – близько 15 см вгору і вниз від середньої горизонтальної нитки сітки зорової труби. Детектори подають спочатку аналогові (неперервні) сигнали, які зчитуються і потім перетворюються в цифрові за допомогою комп'ютера. У цьому контексті вживають термін “комп'ютерне бачення” (англ. Computer-Vision) “розпізнавання образу”, “розпізнавання знімка”. Дійсно, око людини не здатне розрізняти 255 ступенів сірої шкали. Таким чином, певна частина нівелірної рейки розглядається комп'ютером, а не оком спостерігача. Суттєвих конструктивних змін також зазнали рейки. Традиційні рейки замінюються кодовими рейками: з чорними та білими смугами. Фірмами створений цілий ряд кодових рейок. Так кодові рейки фірми Leica-Wild NA 2000, Wild NA 3000 мають довжину 4050 мм. На одній стороні рейки нанесені поділки у вигляді чорних та білих смужок, що створюють двійковий код; ширина (основної) смужки 2 мм. На другій стороні рейки нанесені поділки, які служать для візуального відліку. Фірма Sokkia для електронного нівеліра SDL 30 створила рейки зі спеціальним кодом (RAB-код), який також є двійковим. Використовують також фібергласові рейки довжиною 5 м. Цей скловолокнистий матеріал (фіберглас) використаний для виготовлення рейок завдяки його перевагам порівняно з іншими матеріалами у вазі та міцності, а також можливості застосування найточніших технологій нанесення штрихів.

Образ кодової рейки, що розглядається камерою (приладом зарядного зв'язку) автоматично перетворюється (завдяки “комп'ютерному баченню”) на цифровий відлік, який відображається на дисплеї.

Зазвичай у цифрових нівелірів є три режими вимірювання: Single-Fine (точний одноразовий), Repeat-Fine (точний багаторазовий) і Tracking (режим слідкування). У точному одноразовому режимі вимірювання виконуються кожні три секунди, а в режимі слідкування – кожну секунду. У багаторазовому режимі на дисплеї відображається середнє значення відліку.

Зауважимо, що під час промислових вібрацій або турбулентності атмосфери, коли поділки рейки коливаються, похибки відліку збільшуються. Ці похибки також можна відображати на дисплеї.

Якщо похибки перевищують діапазон найменших поділок рейки, нівелір може зупинити процес електронного нівелювання. Перевищення відображається на дисплеї (наприклад, цифровим нівеліром NA-3003) до десятих частин міліметра. Віддалі – до 1 см.

Найбільш відомими фірмами, що виготовляють електронні нівеліри, є фірми:

- Leica (Швейцарія) (їх продукція – це вже згадувані нівеліри NA-2000, NA-3000, NA-3003);
- Sokkia (Японія) – нівеліри SDL 30-31 (точність 1 мм на км ходу,  $\Gamma = 32^x$ , вага 2,6 кг);
- Zeiss (Німеччина, сьогодні Trimble, США) – нівеліри DiNi 10, 11, 11T, 12, 12T, 20, 21, 22.

Нівеліри фірми Leica серії Sprinter випускаються в трьох модифікаціях (100, 100M, 200, 200M). Моделі "М" мають внутрішню пам'ять на 500 вимірів та порт RS232 для передачі інформації на комп'ютер для подальшого опрацювання в програмі Leica Geo Office Tools. Вимірювання виконується на штрих-кодову рейку менш ніж за 3 секунди. Нівелір Sprinter 200M показаний на рисунку рис. 1.2.9.

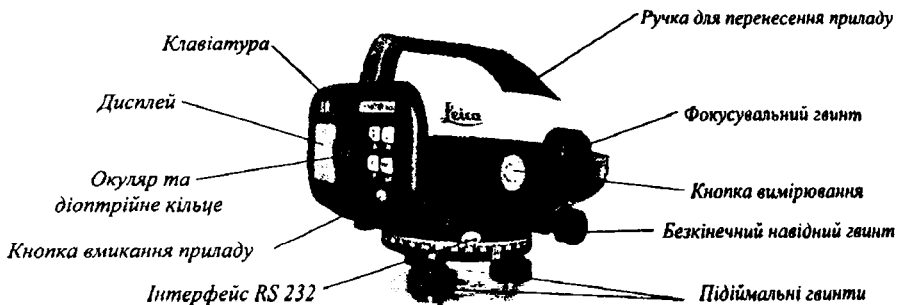


Рис. 1.2.9. Sprinter 200M.

Основні технічні характеристики Sprinter 200M:

1. Середня квадратична похибка визначення перевищення на 1 км ходу:
  - з інварними кодовими рейками – 1,5 мм;
2. Діапазон вимірювання віддалі – 2 м-80 м;
3. Точність вимірювання віддалі:
  - інварними кодовими рейками – 10 мм;
4. Межі дії компенсатора –  $\pm 10'$ ;
5. Чутливість сферичного рівня 10'/2 мм
6. Збільшення зорової труби 24<sup>x</sup>

Фірма Zeiss випускає електронні нівеліри DiNi. Нівелір DiNi 10 має:  $\Gamma = 32^x$ , точність 0,3/1,5 мм на км ходу – електронний та оптичний режими. Загальний вигляд електронного нівеліра третього покоління DiNi 22 показаний на рис. 1.2.10.

похибка віддалі  $m_D = 0,05$  м, а кути – з точністю  $0,1^\circ$ . Точність роботи компенсатора  $0,2''$ .

Важливою технічною новизною електронних, цифрових нівелірів є те, що ними можна не тільки визначати перевищення та висоти, але й обчислювати похибки, з якими ці параметри вимірюються.

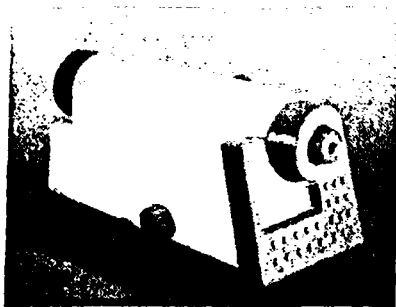


Рис. 1.2.12. Тотальна станція DiNi 11Т.

### 1.2.6. Перевірки та дослідження нівелірних рейок

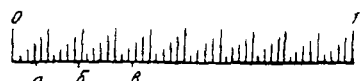
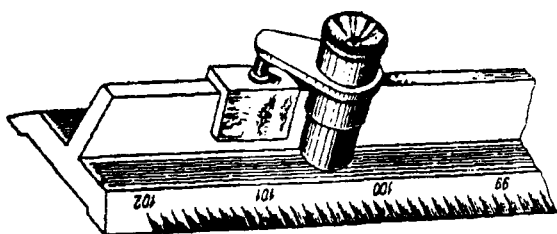
Перевірки та дослідження нівелірних рейок перед початком польових робіт виконують за такою програмою:

1. Дослідження похибок дециметрових поділок (тільки для нових рейок).
2. Визначення середньої довжини одного метра пари рейок (через 10-15 днів під час роботи в гірських умовах та через місяць – у рівнинних).
3. Визначення різниці висот нулів рейок.
4. Визначення збігання площин п'ятки рейки з віссю нульової поділки рейки (на чорних сторонах рейок).

Перевірки 3 та 4 виконують раз в рік перед початком польових робіт.

5. Перевірка встановлення сферичного рівня на рейках (кожний день).

6. Для дослідження рейок застосовують контрольну лінійку. Контрольна лінійка (рис. 1.2.13), довжиною 1 м, має допоміжну міліметрову шкалу та головну шкалу з найменшою поділкою  $0,2$  мм.



$$a = 0,64 \text{ мм} \quad b = 1,94 \text{ мм} \quad v = 3,50 \text{ мм}$$

Рис. 1.2.13. Контрольна лінійка.

Умонтований термометр дозволяє визначати зміну довжини лінійки в залежності від температури. На рис. 1.2.14 показано сотий сантиметр лінійки в збільшеному вигляді. Лінійка має дві лупи, які можна пересувати вздовж ребра лінійки. Через ці лупи і розглядають шкалу, коли беруть відліки. Тому ми бачимо поділки лінійки в збільшеному вигляді. На лінійці підписані сантиметрові поділки (0, 1, 2, ..., 99, 100). Кожен сантиметр лінійки поділено на міліметри дев'ятьма штрихами однакової довжини

(окрім довшого п'ятого). Кожен міліметр на п'ять частин (по 0,2 мм) поділено чотирма штрихами різної довжини. Під час відлічування найменшу поділку 0,2 мм поділяють на око ще на 10 частин. Це означає, що відлік беруть з точністю 0,02 мм.

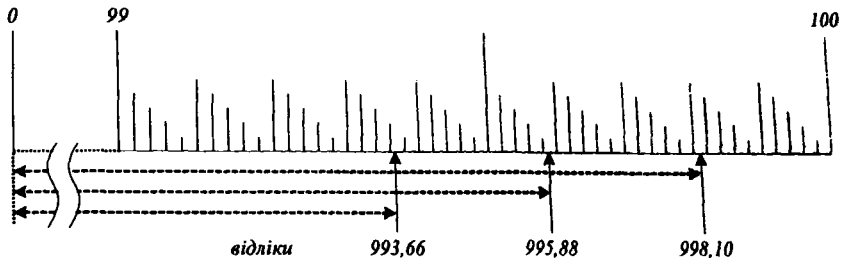


Рис. 1.2.14. Збільшене зображення останнього сантиметра контрольної лінійки та приклади відліків.

Для того, щоб безпомилково брати відліки, слід це робити так: спочатку визначити ціле число міліметрів. На рис. 1.2.14, це 993, 995, 998; після цього відрахувати десяті та соті долі поділки (0,33; 0,44; 0,05); оскільки найменша поділка 0,2 мм, то, щоб перейти від поділки до мм, необхідно значення десятих та сотих подвоїти. Одержимо в мм: 0,66; 0,88; 0,10; таким чином, повні відліки в мм будуть: 993,66; 995,88; 998,10. Зауважимо, що відлік обов'язково закінчується парною цифрою (2, 4, 6, 8), або нулем. Користуючись контрольною лінійкою, можна визначити, як цього вимагає Інструкція, довжини кожного нанесеного на рейці дециметра та метра з точністю біля 0,01-0,02 мм.

Значення довжини кожного дециметра рейки необхідне для того, щоб впевнитися, чи достатньо точно нанесені поділки на рейці і чи похибки нанесення поділок не перевищують 0,5 мм для рейок, які використовуються для III класу, та 1 мм для рейок, які використовуються для IV класу нівелювання.

Перейдемо до більш детального розгляду окремих досліджень рейок.

#### 1. Дослідження випадкових похибок дециметрових поділок.

Для дерев'яних рейок визначають похибки дециметрових штрихів в інтервалі 1-29 на чорній і 47-76 на червоній сторонах рейок, тобто, нижній та верхній дециметр не досліджують.

На горизонтально розташовану рейку кладуть контрольну лінійку так, щоб нуль лінійки збігався з першим дециметровим штрихом рейки, і роблять відліки лінійки в місцях другого, третього та інших дециметрових штрихів в межах першого метра рейки. Потім лінійку дещо пересувають так, щоб з першим дециметровим штрихом рейки збігався відлік лінійки більший за нуль і всі відліки повторюють. Коливання різниць відліків в межах кожного метра не повинні бути більшими від 0,10 мм. Після цього

лінійку встановлюють на другій, а потім на третій метри рейки. Потім обраховують середні відліки одних і тих самих дециметрових штрихів. Нехай, наприклад, середні відліки лінійки по першому, другому та третьому дециметрах відповідно дорівнюють: 0,14 мм; 100,28 мм; 200,36 мм. Тоді фактичні довжини другого та третього дециметрів є: 100,14 мм; 100,08 мм. Похибки цих двох дециметрів є відповідно +0,14 мм; +0,08 мм.

Аналогічно обраховуються похибки всіх 26 дециметрів, що залишилися. Однак, ці похибки включають випадкову та систематичну складові частини. Виключимо систематичну частину. Для цього отримані похибки всіх дециметрів додамо, а отриману суму поділимо на число досліджених дециметрів. Нехай сума  $S = +0,56$  мм. Тоді систематична похибка одного дециметра буде:  $+0,56 \text{ мм} / 28 = +0,02$  мм. Таким чином, тільки випадкові похибки другого та третього дециметрів будуть  $+0,14 - 0,02 \text{ мм} = +0,12 \text{ мм}$ ;  $0,08 \text{ мм} - 0,02 \text{ мм} = +0,06 \text{ мм}$ .

Аналогічно обраховують випадкові похибки інших дециметрів. Повний приклад дослідження однієї сторони рейки поданий в діючій інструкції нівелювання [6].

## 2. Визначення середньої довжини одного метра пари рейок.

Спочатку покажемо, що у випадках нівелірних ходів з парним числом штативів, половину перевищення в ході вимірюють однією рейкою, а половину – другою.

Нехай маємо хід з чотирьох станцій (рис. 1.2.15). На непарних станціях задньою була перша рейка, на парних – друга. Знайдемо перевищення в ході.

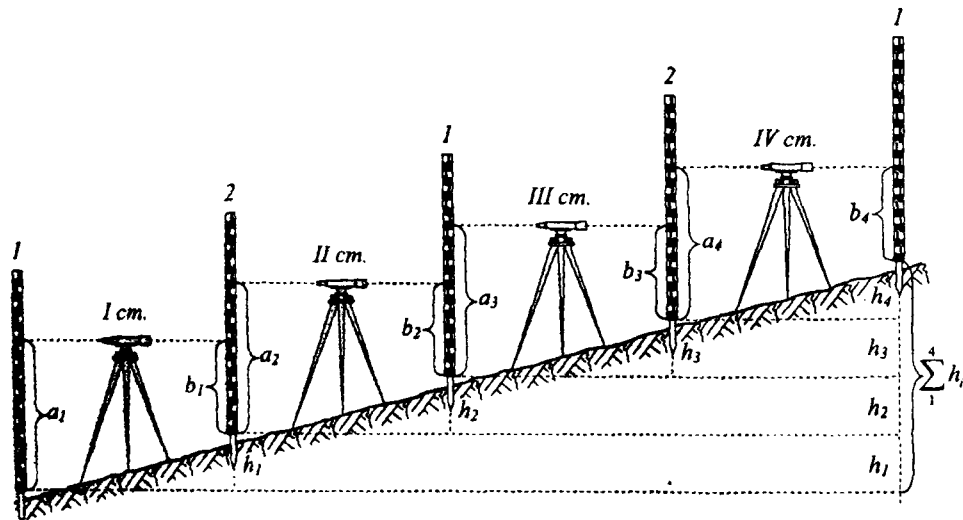


Рис. 1.2.15. До визначення поправки в перевищення за компарування рейок.

$$\sum_1^4 h_i = (a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + (a_3 - b_3) + (a_4 - b_4). \quad (1.2.16)$$

Доданки в правій частині рівняння (1.2.16) згрупуємо іншим чином:

$$\sum_1^4 h_i = (a_2 - b_1) + (a_3 - b_2) + (a_4 - b_3) + (a_1 - b_4). \quad (1.2.17)$$

Тепер доданки є різницями відліків одної і тої самої рейки, причому два доданки – різниці відліків першої рейки, два – другої. Під час рівних плечей, одноманітному ухилі та однакових висотах нівеліра на станціях ми повинні прийти до висновку, що всі ці (чотири) різниці майже однакові. Тому, розповсюджуючи цей висновок на будь-який хід з парним числом станцій, можна говорити, що в ходах нівелювання в середньому половину перевищення вимірюють однією рейкою, а половину – другою. Цей факт, що перевищення вимірюють по чорних та червоних сторонах рейок, не має значення, оскільки за остаточні беруть середні перевищення, що тільки підтверджує необхідність знати середню довжину одного метра пари рейок. Для її визначення на горизонтально розташовану рейку встановлюють контрольну лінійку і визначають довжини інтервалів 1-10 (0,9 м), 10-20 (1 м), 20-29 (0,9 м) на чорній стороні та 48-57 (0,9 м), 57-67 (1 м), 67-76 (0,9 м) на червоній стороні. Таким чином, на одній рейці комплекту вимірюють фактичну довжину 5,6 м рейки, а для комплекту – 11,2 м.

Кожний інтервал вимірюють в прямому, а потім – у зворотному напрямках. Під час зворотних вимірів лінійку повертають на 180°. Вимірювання окремого інтервалу (наприклад, 1-10) складається з подвійних відліків кінців лінійки. Спочатку беруть відлік лівого кінця (Л), а потім правого (П). Перед другим виміром кожного інтервалу контрольну лінійку дещо зміщують. Різниці подвійних вимірів довжин інтервалів не повинні перевищувати 0,1 мм. Якщо отримано більші розходження, тоді лінійку зміщують ще раз і повторюють вимірювання. Грубі відліки викреслюють, а з двох залишених беруть середнє. Перед початком, а також в кінці вимірювання на кожній стороні рейки беруть відліки термометра і записують температуру контрольної лінійки. У таблиці 1.2.5 подано приклад компарування чорної сторони однієї дерев'яної рейки. Цифрами в дужках показаний порядок відліків та обчислень під час вимірювання інтервалу 1-10. У виміряні довжини інтервалів вводять поправки за довжину лінійки та приведення довжини лінійки до температури компарування рейки. Нехай компарування рейки виконували за середньої температури лінійки 8,65°C. Тоді, згідно з рівнянням лінійки, температурна поправка дорівнюватиме:

$$\begin{aligned} \Delta l_i &= 0,01 + 0,018 \text{ мм} \cdot (t - 16,8^\circ\text{C}) = 0,01 + 0,018 \text{ мм} + (8,65 - 16,8^\circ\text{C}) = \\ &= 0,01 \text{ мм} - 0,147 \text{ мм} = -0,137 \text{ мм} \approx -0,14 \text{ мм}. \end{aligned}$$

16,8°C – це температура, під час якої визначали довжину контрольної лінійки.

Ця поправка (- 0,14 мм) припадає на 1 м. На інтервалі 0,9 м поправка дорівнюватиме:

$$-0,14 \text{ мм} \cdot 0,9 = -0,126 \text{ мм} \approx -0,13 \text{ мм}.$$



Коли досліджують комплект рейок (дві рейки), тоді таблиць, аналогічних таблиці І.2.5, буде чотири.

Таблиця І.2.5

Визначення середньої довжини метрового інтервалу дерев'яної рейки № 2342 (чорна сторона).

Контрольна лінійка № 0721

Рівняння лінійки  $L = 1000 + 0,01 + 0,018 \cdot (t - 16,8^{\circ}\text{C})$ , мм.

| Інтервали рейки                     | Відліки лінійки (мм) |            | П-Л (мм)   | Середнє П-Л (мм) | Поправка за довжину лінійки та темп. (мм) | Довжина інтервалів рейки (мм) |
|-------------------------------------|----------------------|------------|------------|------------------|---|-------------------------------|
|                                     | Л                    | П          |            |                  |   |                               |
| поч. $t = +8,6^{\circ}\text{C}$ (1) |                      |            |            |                  |   |                               |
| 1-10                                | 0,00 (2)             | 900,14 (3) | 900,14 (6) | 900,12 (8)       | -0,13 (9)                                 | 899,99 (10)                   |
|                                     | 0,44 (4)             | 900,54 (5) | 900,10 (7) |                  |   |                               |
| 10-20                               | 0,10                 | 1000,24    | 1000,14    | 1000,17          | -0,14                                     | 1000,03                       |
|                                     | 0,36                 | 1000,56    | 1000,20    |                  |   |                               |
| 20-29                               | 0,08                 | 900,06     | 899,98     | 899,96           | -0,13                                     | 899,83                        |
|                                     | 0,30                 | 900,24     | 899,94     |                  |   |                               |
| $t = +8,7^{\circ}\text{C}$          |                      |            |            |                  |   |                               |
| 29-20                               | 0,14                 | 900,10     | 899,96     | 899,93           | -0,13                                     | 899,80                        |
|                                     | 0,28                 | 900,18     | 899,90     |                  |   |                               |
| 20-10                               | 0,00                 | 1000,10    | 1000,10    | 1000,12          | -0,14                                     | 999,98                        |
|                                     | 0,50                 | 1000,64    | 1000,14    |                  |   |                               |
| 10-1                                | 0,12                 | 900,22     | 900,10     | 900,11           | -0,13                                     | 899,98                        |
|                                     | 1,36                 | 901,48     | 900,12     |                  |   |                               |
| $\Sigma$                            | 3,68                 | 11204,50   | 11200,82   | 5600,41          | -0,80                                     | 5599,61                       |

Середня довжина метрового інтервалу рейки № 2342 чорної сторони дорівнює:

$$5599,61 / 5,6 = 999,93 \text{ мм.}$$

Нехай середня довжина одного метра комплекту рейок дорівнює 1000,08 мм, а виміряне перевищення в ході дорівнює +50,146 м. Виникає питання: яким чином ввести у виміряне перевищення поправку за компарування рейок? Для вирішення цього питання необхідно, по-перше, знайти знак поправки (плюс чи мінус), а по-друге, знайти її абсолютне значення.

Для визначення знаку будемо міркувати так: наш метр, яким ми вимірюємо перевищення, є довший за звичайний. Коли ж ми ним вимірюємо перевищення, тоді вважаємо, що він є правильний, тобто, має 1000

мм, і виміряне перевищення знайдене саме з такого розрахунку. Насправді, у кожному вимірному метрі перевищення складає не 1000 мм, а 1000,08 мм. Тому фактичне перевищення більше, ніж виміряне.

**Висновок:** Поправка повинна бути додатною (зі знаком плюс). До того ж висновку можна прийти ще й з таких міркувань: наш метр, оскільки він довший за звичайний, у якомусь великому перевищенні вкладеться менше число разів, ніж звичайний, і тому ми нашим метром отримуємо занижений результат. Щоб цей результат виправити, потрібно поправку додати.

Таким чином, якщо середня довжина одного метра рейок довша за номінал – поправка додатня, коли ж середня довжина метра коротша номіналу – поправка від’ємна.

Вкажемо ще на повну аналогію зі знаками поправок за компарування нівелірних рейок та мірних стрічок. Так це й не дивно, оскільки перевищення є не що інше, як віддаль, але розташована вертикально.

Значно простіше визначити значення (модуль) поправки в перевищення за компарування рейок  $dh_k$ . Так, у нашому прикладі, якщо на один метр перевищення припадає поправка +0,08 мм, тоді на перевищення +50,146 м шукана поправка дорівнюватиме:

$$dh_k = 0,08\text{мм} \cdot 50,146 = 4,0\text{мм}.$$

Виправлене перевищення знайдемо за формулою:

$$h_{\text{випр}} = h_{\text{вим}} + dh_k. \quad (1.2.18)$$

$$h_{\text{випр}} = 50,146\text{м} + 4,0\text{мм} = 50,150\text{м}.$$

Зауважимо, що знак поправки не залежить від знаку перевищення. Якщо перевищення було від’ємним (-50,146), то поправку також потрібно буде додати. Отримаємо -50,150 м.

### 3. Визначення різниці висот нулів рейок.

На віддалі приблизно 15 м від нівеліра забивають три костилі. На перший костиль по черзі ставлять обидві рейки і беруть відліки чорної та червоної сторін. Повторюють ці спостереження на другому та третьому костиліях. Ці дії складають один прийом. Усього роблять три прийоми, змінюючи горизонт нівеліра.

Приклад визначення різниці висот нулів дерев’яних рейок подано в таблиці 1.2.6.

Для непарного числа штативів в ході вводять поправку, якщо різниці висот нулів більша за 1 мм. Для парного числа штативів ця похибка компенсується. Крім того, необхідно визначити, чи збігається площина п’ятки рейки з початком нульової поділки чорної сторони рейки. Це визначення виконують за допомогою контрольної лінійки, вимірюючи віддаль від площини п’ятки (підкладини) рейки до першого дециметра рейки. Для зручності відрахування до п’ятки рейки прикладають лезо бритви. Розходження не повинне перевищувати 0,5 мм.

## Визначення різниці висот нулів дерев'яних рейок.

Рейки №№ 2481 та 2482.

| №№ прийомів | №№ кілків | Відліки рейок |         |        |         | Різниці відліків |               |                 |                  |
|-------------|-----------|---------------|---------|--------|---------|------------------|---------------|-----------------|------------------|
|             |           | № 2481        |         | № 2482 |         | № 2481           | № 2482        | № 2481-№ 2482   |                  |
|             |           | чорна         | червона | чорна  | червона | червона-чорна    | червона-чорна | по чор. стороні | по черв. стороні |
| I           | 1         | 1363          | 6150    | 1362   | 6051    | 4787             | 4689          | +1              | +99              |
|             | 2         | 1412          | 6200    | 1411   | 6099    | 4788             | 4688          | +1              | +101             |
|             | 3         | 1491          | 6276    | 1491   | 6178    | 4785             | 4687          | 0               | +98              |
| II          | 1         | 1409          | 6197    | 1410   | 6099    | 4788             | 4689          | -1              | +98              |
|             | 2         | 1457          | 6246    | 1458   | 6147    | 4789             | 4689          | -1              | +99              |
|             | 3         | 1538          | 6325    | 1539   | 6227    | 4787             | 4688          | -1              | +98              |
| III         | 1         | 1592          | 6379    | 1591   | 6279    | 4787             | 4688          | +1              | +100             |
|             | 2         | 1638          | 6426    | 1636   | 6325    | 4788             | 4689          | +2              | +101             |
|             | 3         | 1718          | 6506    | 1717   | 6406    | 4788             | 4689          | +1              | +100             |
| Сума        |           | 13618         | 56705   | 13615  | 55811   | 43087            | 42196         | +3              | +894             |
| Середнє     |           | 1513,1        | 6300,6  | 1512,8 | 6201,2  | 4787,4           | 4688,4        | +0,3            | +99,3            |

Примітка: на чорній стороні рейок різниця нулів +0,3 мм, на червоній +99,3 мм.

### 1.2.7. Визначення ціни поділки циліндричного рівня та збільшення зорової труби за допомогою рейки

Перед нівелюванням III-го або IV класів виконавець повинен упевнитися, що даний нівелір придатний для такого нівелювання. Для цього необхідно визначити ціну поділки циліндричного рівня та збільшення зорової труби. Ці два параметри найкраще характеризують точність нівелірів. Найпростіші і достатньо точні визначення цих параметрів нівеліра можуть бути зроблені за допомогою рейки.

Встановимо на майже горизонтальній площині нівелір та рейку на віддалі  $\approx 50$  м і вимірємо цю віддачу з точністю 1-2 см.

Поділком рівня праворуч відносно нуль-пункта допишемо знак "+", а ліворуч – "-". Елеваційним гвинтом перемістимо бульбашку праворуч на максимально можливу кількість поділок. Візирна вісь труби відхилиться вгору від майже горизонтального стану. Візьмемо відліки шкали рівня лівого й правого країв бульбашки. На рис. 1.2.16, а: +5,0 і +10,0. Середній відлік +7,5 поділок. Відразу ж візьмемо відлік рейки  $a_1$ . Тепер, повертаючи елеваційний гвинт в протилежну сторону, перемістимо бульбашку макси-

мально можливо ліворуч. Коли бульбашка зупиниться, візьмемо відлік рейки та відліки країв бульбашки. На рис. 1.2.16, б: -5,0 і -10,0. Середній відлік: -7,5. Візьмемо відлік рейки  $a_2$ .

Між двома розташуваннями візирної осі утворився вертикальний кут  $\alpha$  (рис. 1.2.16, в), а середина бульбашки переміститься на  $n$  поділок. У нашому прикладі  $n = 15$ .

Ціною поділки циліндричного рівня  $\tau$  називають вертикальний кут, на який нахилилася візирна вісь приладу, якщо середина бульбашки перемістилася на одну поділку рівня.

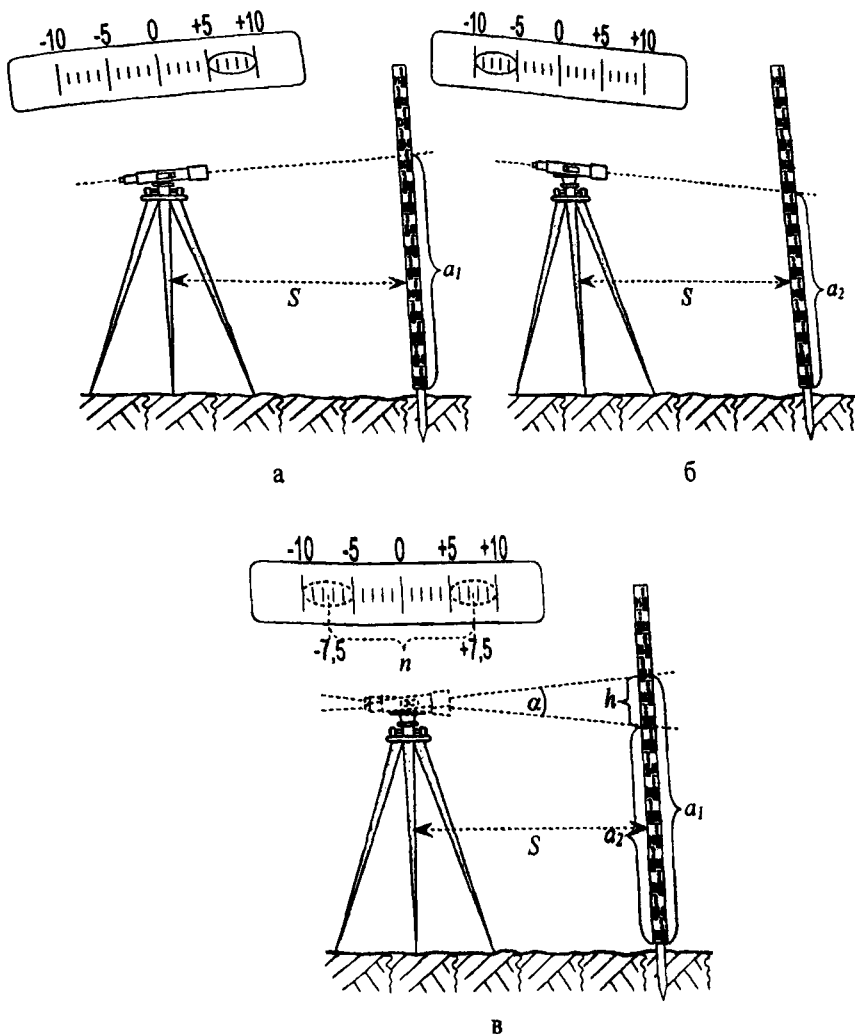


Рис. 1.2.16. Визначення ціни поділки циліндричного рівня нівеліра за допомогою рейки.

Відповідно з визначенням ціни поділки рівня, маємо:

$$\tau'' = \frac{\alpha''}{n}. \quad (1.2.19)$$

Оскільки кут  $\alpha$  малий, будемо розглядати  $h = a_1 - a_2$ , як дугу, описану радіусом  $S$ .

$$\text{Тому} \quad \frac{h}{S} = \frac{\alpha''}{\rho''},$$

звідки

$$\alpha'' = \frac{h\rho''}{S}. \quad (1.2.20)$$

Підставимо значення  $\alpha''$  з формули (1.2.20) в (1.2.19). Отримаємо:

$$\tau'' = \frac{h\rho''}{Sn}. \quad (1.2.21)$$

Якщо залишити  $h$  у міліметрах, а  $S$  – у метрах, тоді для збереження рівності, потрібно значення  $\rho'' = 206265''$  зменшити в 1000 раз. Матимемо:  $\rho'' = 206,265'' \approx 206''$ . Тоді формула (1.2.21) набуде робочого вигляду:

$$\tau'' = \frac{206 \cdot h}{S \cdot n}. \quad (1.2.22)$$

Як видно з (1.2.22), для визначення  $\tau''$  необхідно знати, що  $h = a_1 - a_2$ ,  $n$  – число поділок, на які перемістилась середина бульбашки під час нахилу труби та  $S$  – віддаль від нівеліра до рейки. Формула (1.2.22) достатньо точна.

*Кутовим збільшенням зорової труби  $\Gamma$  називають відношення:*

$$\Gamma = \frac{f_{об}}{f_{ок}} = \frac{\omega'}{\omega}, \quad (1.2.23)$$

де  $f_{об}$  – фокусна віддаль об'єктива;

$f_{ок}$  – фокусна віддаль окуляра;

$\omega'$  – кут, під яким видно зображення предмета в трубі;

$\omega$  – кут, під яким видно предмет неозброєним оком, який розташований в головній точці об'єктива (в задньому фокусі).

Оскільки око спостерігача розташоване не в головній точці об'єктива, а дещо позаду окуляра, тоді предмет буде видно під кутом  $\omega_1$ , іншим, ніж  $\omega$ .

Величину  $\Gamma_B$  називають *видимим збільшенням зорової труби:*

$$\Gamma_B = \frac{\omega'}{\omega_1} \quad (1.2.24)$$

У геодезичній практиці найчастіше потрібно знати видиме збільшення труби. Метод визначення видимого збільшення труби запропоновано Галілеєм. Суть методу полягає в тому, що одночасно розглядають рейку,

одним оком у трубі, а другим – безпосередньо (без труби). У трубу бачимо збільшені поділки, а без труби – натуральні.

Рейку встановлюють на віддалі 5-10 м від нівеліра. Розглядають в трубу, наприклад, п'ять сантиметрових поділок рейки (див. рис. 1.2.17).

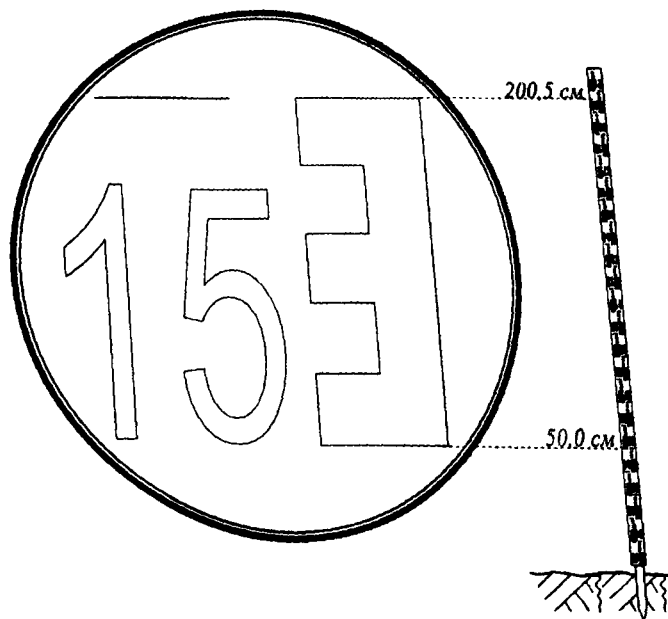


Рис. 1.2.17. До визначення видимого збільшення зорової труби за допомогою рейки.

Уявно продовжимо верхній та нижній краї вибраного п'ятисантиметрового відрізка на рейці, який бачимо лівим оком, тобто за межі поля зору труби, до перетину з рейкою, яку одночасно бачимо правим оком, і беремо два відліки рейки з точністю хоча б 0,5 см. Нехай нижній відлік рейки 50,0 см, а верхній – 200,5 см. Різниця відліків:  $200,5 - 50,0 = 150,5$  см.

Тоді видиме збільшення труби буде:

$$\Gamma^x = \frac{150,5}{5} = 30,1^x \approx 30^x.$$

Такий метод визначення видимого збільшення труби досить простий, однак вимагає від спостерігача деякої навички одночасно розглядати одним оком рейку, а другим – її зображення в полі зору труби. Однак, таку навичку спостерігач набуде після декількох спроб.

### 1.2.8. Дослідження руху фокусувальної лінзи

Зорові труби з внутрішнім фокусуванням мають постійну довжину. Спостерігач під час перефокусування повертає кремальєрний гвинт. Фоку-

сувальна лінза, що закріплена в спеціальній трубочці, повинна рухатися вздовж оптичної осі так, щоб лінія візування залишалась незмінною. Насправді завжди є деякий люфт трубочки, що рухається разом із лінзою. У результаті лінза буде мати поперечні переміщення в трубі. Це викликати зміни відліків рейки. Звернемось до рисунку 1.2.18.

Нехай під час фокусування труби на рейку, що займає стан *I*, оптичні центри  $O_1$  і  $O_2$  об'єктиву  $L_1$  і фокусувальної лінзи  $L_2$ , а також точка перетину ниток сітки  $K$  знаходяться на одній прямій. Тоді ми зробимо правильний відлік, якому відповідає точка  $N$  на рейці. Нехай рейка перемістилась вздовж лінії візування в стан *II* так, що точка  $N$  залишилась на лінії  $KO_1$ . Зрозуміло, що відлік має залишитися незмінним. Але зі зміною розташування рейки ми повинні змінити стан лінзи  $L_2$  для того, щоб знову сфокусувати трубу. Якщо оптичний центр  $O_2$  лінзи залишиться на лінії  $KO_1$ , тоді відлік рейки дійсно не зміниться. Але, якщо лінза переміститься в стан  $O'_2$  таким чином, що її оптичний центр відійде від лінії  $KO_1$  на віддаль  $x$ , тоді промінь  $NO_1B$ , що виходить з точки  $N$  рейки, заломиться в точці  $B$ , і відхилиться на кут  $\delta$ , а в площині сітки ниток точка  $K$ , яка є зображенням точки  $N$  рейки, переміститься в точку  $K'$ . Зображення, таким чином, зміститься на відрізок  $y$ . Відрізок  $y$  пропорційний похибці відліку рейки від поперечного переміщення лінзи  $L_2$ .

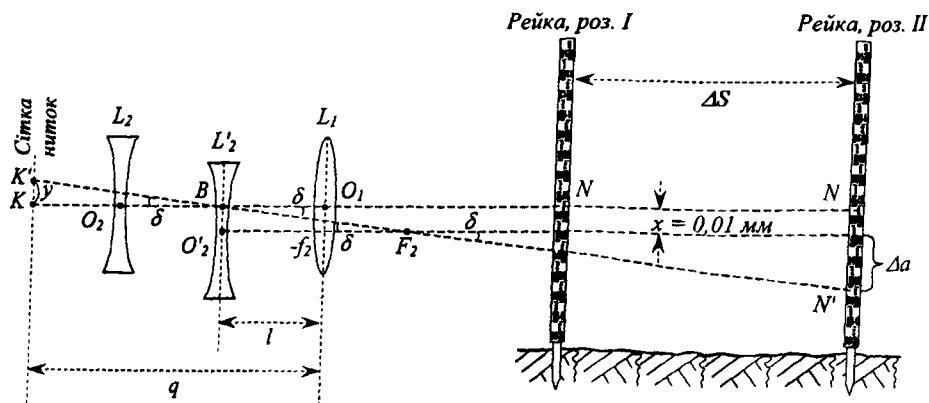


Рис. 1.2.18. Вплив руху фокусувальної лінзи  $L_2$  на відліки рейки.

Безпосередньо з рисунка, враховуючи подібність трикутників  $BKK'$  та  $BO'_2F_2$ , можна записати:

$$\frac{y}{x} = \frac{(q-e)}{-f_2}.$$

Тоді

$$y = \frac{(q-e)}{-f_2} x. \quad (1.2.25)$$

Нехай параметри труби  $q = 330$  мм;  $F_1 = 298$  мм;  $F_2 = -1000$  мм;  $e = 134,4$  мм.

Тоді матимемо:

$$y = \frac{330-134,4}{1000} x \approx \frac{1}{5} x.$$

Це означає, що вплив поперечного переміщення лінзи в такій зоровій трубі з внутрішнім фокусуванням зменшиться у 5 разів. На жаль  $x$  – змінна величина і не може бути прогнозована. Навіть в одному і тому ж нівелірі, залежно від стану та якості мастила, зношення деталей від тертя, величина  $x$  змінюється.

Знайдемо похибку відліку рейки, якщо для кута  $\delta$  віддаль до рейки змінилася на  $\Delta S$ . Спроекуємо точку  $K'$  на рейку, що займає розташування  $II$ . Для цього продовжимо промінь  $K'BF_2$  до перетину з рейкою. Отримаємо на рейці точку  $N'$ . Відрізок  $\Delta a$  практично є цією похибкою ( $x < 0,1$  мм).

Безпосередньо з рисунка видно, що:

$$\Delta a = \frac{\delta''}{\rho''} \Delta S. \quad (1.2.26)$$

Розрахуємо кут  $\delta''$ . Задамося деяким незначним поперечним зсувом фокусувальної лінзи. Нехай  $x = 0,01$  мм. Тоді  $y = 0,002$  мм. З трикутника  $BKK'$

$$\delta'' = \rho'' \frac{y}{(q-e)}. \quad (1.2.27)$$

Для заданих значень параметрів:

$$\delta'' = \frac{0,002 \cdot 206265''}{195 \cdot 6} = 2,1''.$$

Тоді за формулою (1.2.26) для  $\Delta S = 10$  м, знайдемо:

$$\Delta a = \frac{2,1 \cdot 10000}{206265} = 0,1 \text{ мм.}$$

В інженерній практиці, наприклад, для передачі перевищень через широкі ріки, різниця плечей може бути значною. Для  $\Delta S = 50$  м,  $\Delta a = 0,5$  мм. Проте не виключено, що  $x > 0,01$  мм.

Таким чином, для визначення якості нівеліра необхідно дослідити правильність руху фокусувальної лінзи. Для дослідження вибирають рівну ділянку площею  $\sim 60 \times 60$  м з однорідною поверхнею і твердим ґрунтом. На краю ділянки, у точці  $C$ , забивають кілок. З точки  $C$  (див. рис. 1.2.19) за допомогою троса описують кола радіусом 25-50 м, починаючи від точки  $A$ , що також закріплюється. Радіуси вибирають в залежності від плечей нівелювання, які будуть встановлюватися для даного нівеліра. Використо-



вукочи віддалемір нівеліра й рейку, відкладають віддалі  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_7$  відповідно рівні 10, 20, ..., 70 м. В точках 1, 2, ..., 7 забивають костилі, або кілки з цвяхами.

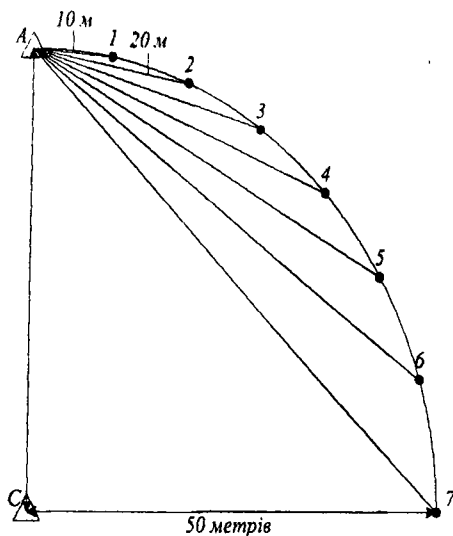


Рис. 1.2.19. Схема розташування нівеліра –  $\triangle$  і рейок –  $\bullet$ .

Дослідження слід виконувати в похмуру погоду, під час незначного вітру, спокійних, або малопомітних коливаннях зображень, попередньо позбувшись значного значення кута  $i$ . Проте, деякий залишковий кут  $i$  буде завжди.

Нівелір встановлюють в точці С, приводять його в робочий стан, послідовно встановлюють рейку (бажано користуватися однією рейкою) у точках 1, 2, ..., 7 і беруть відліки чорної та червоної сторони (I півприйм). Потім йдуть із рейкою у зворотному напрямку (II півприйм). Під час спостереження з точки С фокусування труби не зміню-

ють. Це перший прийом. Встановлюють нівелір у точці А, а рейку в точках 1, 2, ..., 7, знову відраховують обидві сторони рейок. Труба перефокусується зі зміною довжини плечей. Потрібно виконати не менше двох прийомів, змінюючи горизонт нівеліра під час кожного прийому.

Знову встановлюють нівелір у точці С і виконують другий прийом (два півприйоми). В результаті по рейці, яку встановлюють відповідно в точках 1, 2, ..., 7 під час нівелювання, з точки С буде виконано по 7 відліків. Так само 7 відліків кожної рейки буде виконано під час нівелювання з точки А.

Знаходять середні відліки. Середні відліки під час спостереження з точки С записані у таблиці 1.2.7. Відповідні відліки під час спостереження з точки А записані в таблиці 1.2.8.

Відліки рейок будуть спотворені наступними суттєвими джерелами похибок:

1. кривиною Землі;
2. вертикальною рефракцією;
3. непаралельністю осі циліндричного рівня та візирної осі (кут  $i$ );
4. неправильністю руху фокусувальної лінзи під час перефокусування труби.

Таблиця 1.2.7

Середні відліки та перевищення  
під час нівелювання з точки С.

| №№<br>точок | Середні<br>відліки, мм | Назва<br>перевищення | Середні перевищення<br>$h_i$ точні, мм |
|-------------|------------------------|----------------------|--|
| 1           | 2                      | 3                    | 4                                      |
| 1           | 2951,60                |                      |  |
|             |                        | 1-2                  | -8,20                                  |
| 2           | 2959,80                |                      |  |
|             |                        | 1-3                  | -39,65                                 |
| 3           | 2991,25                |                      |  |
|             |                        | 1-4                  | +10,25                                 |
| 4           | 2941,35                |                      |  |
|             |                        | 1-5                  | +87,75                                 |
| 5           | 2863,85                |                      |  |
|             |                        | 1-6                  | +95,95                                 |
| 6           | 2855,65                |                      |  |
|             |                        | 1-7                  | +53,10                                 |
| 7           | 2898,50                |                      |  |

Таблиця 1.2.8

Середні відліки під час нівелювання з точки А  
та обчислення виправлених перевищень

| №№<br>точок | Середні<br>відліки,<br>мм | Поправки за<br>кривину Землі<br>та рефракцію<br>$\Delta a_{k,r}$ , мм | Виправлені<br>відліки,<br>мм | Назва<br>переви-<br>щень | Виправлені<br>переви-<br>щення<br>$-h'_i$ , мм |
|-------------|---------------------------|---|------------------------------|--------------------------|--|
| 1           | 2                         | 3   | 4                            | 5                        | 6  |
| 1           | 2912,55                   | +0,007  | 2912,557                     |                          |  |
|             |                           |   |                              | 1-2                      | -9,02  |
| 2           | 2921,55                   | +0,027  | 2921,577                     |                          |  |
|             |                           |   |                              | 1-3                      | -40,85   |
| 3           | 2953,35                   | +0,061  | 2953,411                     |                          |  |
|             |                           |   |                              | 1-4                      | +8,30  |
| 4           | 2904,15                   | +0,106  | 2904,256                     |                          |  |
|             |                           |   |                              | 1-5                      | +85,09   |
| 5           | 2827,30                   | +0,166  | 2827,466                     |                          |  |
|             |                           |   |                              | 1-6                      | +92,52   |
| 6           | 2819,80                   | +0,242  | 2820,042                     |                          |  |
|             |                           |   |                              | 1-7                      | +49,13   |
| 7           | 2863,10                   | +0,324  | 2863,424                     |                          |  |

Перші три джерела похибок мають переважно систематичний характер. Вплив руху фокусувальної лінзи може виявитися як систематичний, коли під час переміщення лінзи її оптичний центр  $O_2$  знаходиться тільки вище, або тільки нижче лінії візування  $KO_1$ , або як випадковий, коли під час перефокусування труби змінюється знак відхилення центру  $O_2$  відносно лінії  $KO_1$ . До того ж рухи лінзи мають свої особливості, притаманні тільки конкретному приладу. Похибки, пов'язані з рухом лінзи по-суті, викликають зміни кута  $i$ , оскільки змінюють розташування візирної осі. Якщо не враховувати ці зміни, тоді можна вважати, що за час дослідження нівеліра кут  $i$  – стала величина. Знайшовши найімовірніше значення кута  $i$ , можна виключити вплив цього фактора. Так само необхідно виключити похибки у відліках, викликані кривиною Землі й рефракцією.

Звернемо увагу читача на те, що під час спостереження з точки  $C$  похибки відліків, які викликані вищеназваними чотирма джерелами, однаково впливають на всі відліки і тому не впливають на перевищення. Вважаємо за доцільне зазначити, що на рівній ділянці під час рівних плечей і за однакового покриття поверхні впливи рефракції на відліки під час похмурої погоди також будуть однаковими за проміжок часу до 1 години. Тому перевищення, отримані нівелюванням із точки  $C$ , будуть достатньо точними. Вони подані в колонці 4 таблиці І.2.7.

Під час спостереження з точки  $A$ , у зв'язку з нерівністю плечей, відліки також будуть отримані з названими похибками, але різними за величиною. Тому їх потрібно виключити перед обчисленням перевищень. Спочатку виключимо вплив кривини Землі та рефракції. Для виключення впливу кривини Землі  $K$  користуються формулою:

$$K = \frac{1}{2} \frac{S^2}{R_3}, \quad (I.2.28)$$

де  $R_3$  – радіус Землі;  $S$  – довжина плеча. Більш складно виключити рефракцію. Оскільки спостереження виконують під час нормального стану атмосфери (за спокійних зображень), то буде діяти тільки нормальна рефракція. У відповідності із [27], нормальна рефракція може бути обчислена за достатньо точною формулою:

$$r(\text{мм}) = 1,14 \cdot 10^{-5} \cdot S^2, \quad (I.2.29)$$

( $S$  – в метрах). Як бачимо, для виключення нормальної рефракції необхідно знати тільки довжину плеча  $S$ .

У таблиці І.2.8 (колонка 3) подані сумарні поправки:

$$\Delta a_{k,r} = k - r. \quad (I.2.30)$$

Під час введення цієї поправки отримаємо виправлені відліки, спотворені тільки похибками, які викликані кутом  $i$  та рухами фокусувальної лінзи. У колонці 6 подані виправлені перевищення, які також спотворені цими двома похибками.

Далі виключимо з цих перевищень вплив кута  $i$ .  
Скористаємося формулою:

$$\Delta h_i = \frac{i''}{\rho''} \Delta S_i, \quad (1.2.31)$$

де  $\Delta h_i$  – поправка в перевищення,  $\Delta S_i$  – різниця довжин плечей.

Введемо позначення:

$$K = \frac{i''}{\rho''}. \quad (1.2.32)$$

Тоді формула (1.2.31) набуде вигляду:

$$\Delta h_i = K \cdot \Delta S_i. \quad (1.2.33)$$

Але

$$\Delta h_i = h_i' - h_i. \quad (1.2.34)$$

Тому рівняння похибок матимуть вигляд:

$$K \cdot \Delta S_i - \Delta h_i = V_i. \quad (1.2.35)$$

Рівнянь похибок буде стільки, скільки перевищень (у нашому випадку 6).

Як відомо з методу найменших квадратів, розв'язання рівнянь похибок при додатковій умові  $[V_i] = \min$  приводить до нормальних рівнянь, яких буде стільки, скільки невідомих. Обчислення  $\Delta h_i$  та коефіцієнтів нормальних рівнянь подане у таблиці 1.2.9.

Таблиця 1.2.9

Обчислення різниць перевищень  $\Delta h_i$  та коефіцієнтів нормального рівняння

| Назва перевищення | Точні перевищення $h_i$ , мм | Виправлені перевищення $h_i'$ , мм | $\Delta h_i = h_i' - h_i$ , мм | Різниця довжин плечей $\Delta S_i$ , мм | $\Delta S_i^2$ | $\Delta h_i \cdot \Delta S_i$ |
|-------------------|------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|---|----------------|-------------------------------|
| 1-2               | -8,20                        | -9,02                              | -0,82                          | 10                                      | 100            | -8,2                          |
| 1-3               | -39,65                       | -40,85                             | -1,20                          | 20                                      | 400            | -24,0                         |
| 1-4               | +10,25                       | +8,30                              | -1,95                          | 30                                      | 900            | -58,5                         |
| 1-5               | +87,75                       | +85,09                             | -2,66                          | 40                                      | 1600           | -106,4                        |
| 1-6               | +95,95                       | +92,52                             | -3,43                          | 50                                      | 2500           | -171,5                        |
| 1-7               | +53,10                       | +49,13                             | -3,97                          | 60                                      | 3600           | -238,2                        |

$$[\Delta S_i^2] = 9100, [\Delta h_i \Delta S_i] = -606,80.$$

У даному випадку буде одне рівняння, яке запишеться так:

$$[\Delta S_i \Delta S_i] K - [\Delta S_i \Delta h_i] = 0. \quad (1.2.36)$$

З рівняння знайдемо невідомий коефіцієнт

$$K = \frac{[\Delta S_i \Delta h_i]}{[\Delta S_i \Delta S_i]}$$

Обчислимо  $K = \frac{-606,80}{9100} = -0,06668$ . Оскільки під час обчислення

$\Delta h_i$  в міліметрах, а  $\Delta S_i$  – в метрах, тоді значення  $K$  збільшене у 1000 разів.

За формулою (1.2.32) знайдемо найімовірніше значення кута  $i'' = K \rho'' \cdot 10^{-3}$ . З'ясувалось, що кут  $i'' = 13,75''$ , тобто, досить значний, хоча й менший від допустимого ( $i_{дон} = 20''$ ). Залишається, на основі рівняння похибок (1.2.35), знайти ці похибки  $V_i$ . Вони характеризують вплив рухів фокусувальної лінзи на результати вимірювання перевищень, оскільки інші суттєві похибки виключені. Як бачимо, ці похибки під час роботи з нівеліром, що досліджувався, не перевищують 0,15 мм для довжин плечей 10-70 м. Тому нівелір можна вважати якісним. Відомо, що фокусувальна лінза приводить до значних похибок для довжин плечей менше 10-15 м, оскільки саме під час фокусування на близькі цілі необхідно значно переміщати фокусувальну лінзу. Тому, слід було б окремо дослідити діапазон плечей від найкоротших 1-2 м до 10-15 м, особливо, якщо цим нівеліром виконуватимуть нівелювання короткими плечами – довжиною менше 10 м.

У таблиці 1.2.10 подано оцінку точності визначення величин впливів на перевищення рухів фокусувальної лінзи. Ці впливи визначені із середньою квадратичною похибкою  $m_\phi = 0,10$  мм. Очевидно, що вони мають випадковий характер, оскільки знаки  $V_i$  мають такий самий порядок за величиною, як і похибки їх визначення.

Таблиця 1.2.10

Обчислення похибок  $V_i$ , що характеризують правильність рухів фокусувальної лінзи

| Назва перевищення | Різниця довжин плечей $\Delta S$ , мм | $\Delta h_i$ , мм | $K \cdot \Delta S_i$ | $V_i$ | Оцінка точності   |
|-------------------|---------------------------------------|-------------------|----------------------|-------|---|
| 1-2               | 10                                    | -0,82             | -0,67                | +0,15 | $m_\phi = \sqrt{\frac{[V_i V_i]}{n-1}}$<br>$m_\phi = 0,10$ мм |
| 1-3               | 20                                    | -1,20             | -1,33                | -0,13 |   |
| 1-4               | 30                                    | -1,95             | -2,00                | -0,05 |   |
| 1-5               | 40                                    | -2,66             | -2,67                | -0,01 |   |
| 1-6               | 50                                    | -3,43             | -3,33                | +0,10 |   |
| 1-7               | 60                                    | -3,97             | -4,00                | -0,03 |   |

Зрозуміло, що в окремих нівелірах похибки, пов'язані з перефокусуванням труб, можуть досягти значних величин (цілих мм), і вони будуть збільшуватися, в залежності від збільшення різниці довжин плечей нівелювання.

### 1.3. Виконання нівелювання III та IV класів. Похибки та точність нівелювання

#### 1.3.1. Порядок роботи на станції під час нівелювання III класу

Під час нівелювання III класу (а також IV) нівелірні рейки встановлюють на репери та перехідні точки. За перехідні точки, зазвичай, використовують так звані "башмаки". Башмак – це невелика металева плита зі сферичним виступом. На цей виступ і встановлюють рейку. Інколи використовують башмаки із двома виступами. Такі башмаки дають можливість виконувати нівелювання односторонніми рейками без зміни горизонту нівеліра.

Повна бригада нівелювання складається із 7 осіб: виконавець – спостерігач; помічник – заповнює польовий журнал; два реєчники; два робочих, що виконують трасування – розмічують за допомогою троса (стрічки) місця встановлення нівеліра та башмаків; робочий, що переносить і встановлює над нівеліром топографічну парасоллю. Бригада може бути скорочена на 2-3 особи, якщо реєчники, користуючись "ковильком" (сажнем), самі виконують трасування, а помічник буде переносити і встановлювати парасоллю.

Нівелювання виконують із середини, нормальну довжину плечей (віддалі від нівеліра до рейки) під час нівелювання III кл – 75 м; під час спокійних зображень поділок рейок та збільшені  $\Gamma^x > 35$  крат допускають 100 м. Обов'язковим є захист нівеліра парасолею від прямих променів сонця, які неоднорідно нагрівають різні частини нівеліра, що викликає значні зміни кута  $i$  за час роботи на станції.

Розглянемо послідовність роботи на окремій станції нівелювання способом "трьох ниток".

1. Приводять нівелір у робочий стан, встановивши бульбашку сферичного рівня за допомогою підймальних гвинтів у нуль-пункт.
2. Наводять трубу на чорну сторону задньої рейки й елевацийним гвинтом контактують зображення кінців бульбашки циліндричного рівня, а після цього беруть три відліки рейки, користуючись середньою, верхньою та нижньою нитками сітки.
3. Наводять трубу на чорну сторону передньої рейки й виконують усі дії, вказані в п.2.
4. Подають команду реєчникам: "червоні". Реєчники повертають червоні сторони рейок до нівеліра.
5. Уточнюють наведення труби на червону сторону передньої рейки, контактують зображення кінців бульбашки циліндричного рівня, беруть відлік рейки, користуючись тільки середньою ниткою.
6. Наводять трубу на червону сторону задньої рейки й виконують дії, вказані в п. 5.

Під час роботи нівеліром із компенсатором відліки беруть в приведеній вище послідовності, одразу після приведення нівеліра в робочий стан за допомогою сферичного рівня. Результати спостережень на станції записують у журнал установленої форми або вводять у пам'ять запам'ятовуючого пристрою. Приклад записів у журналі подано в таблиці І.3.1.

Промінь не повинен проходити над землею нижче 30 см (мінімальний відлік рейки в міліметрах – 0300). Рейки встановлюють прямовисно за допомогою виска або рівня, який кріпиться до них. Перевищення вираховують тільки за відліками середньої нитки. Відліки віддалемірних ниток використовують для визначення довжини ходу та нерівності плечей нівелювання. На кожній станції отримують два перевищення: за чорними і червоними сторонами рейок. Розходження між перевищеннями не повинні перевищувати 3 мм. Це перший контроль роботи на станції. Другий контроль: половина суми відліків отримана віддалемірними нитками не повинна відрізнятись від відліку середньою ниткою більше, ніж на 3 мм. Якщо ці контролю виконуються, переходять на наступну станцію. Місця встановлення нівеліра та башмаків розмічуються робочими, що виконують трасування. Передній реєчник залишається на своєму місці й стає заднім реєчником; нівелір переносять вперед за ходом; задній реєчник іде до нової точки встановлення нівеліра і проходить від неї віддаль, яка рівна віддалі до задньої рейки. Якщо бригада працює без робочих, що виконують трасування, тоді задній реєчник міряє “ковильком” кількість метрів від рейки, що стає задньою, до точки нового встановлення нівеліра й таку ж кількість метрів відкладає “ковильком” вперед за ходом від нівеліра, та встановлює передній башмак і рейку.

Нерівність плечей допускають до 2-х метрів (20 поділок). У нашому прикладі, див. дія (13) – дріб  $+14/+14$ . Чисельник означає нерівність плечей на даній станції – 1,4 м; знаменник – накопичення нерівностей.

Оскільки в журналі подана перша станція, то й накопичення нерівностей дорівнює  $+14$  (1,4 м). Якщо, наприклад, на другій станції нерівність плечей складатиме  $+8$  поділок (0,8 м), дріб набуде вигляду  $+8/+22$ . Якщо накопичення перевищує 5 м (50 поділок), тоді навмисне нівелір встановлюють дещо ближче до задньої або передньої рейок так, щоб за декілька станцій позбутися недопустимого накопичення.

Нівелювання III класу виконують у прямому й зворотному напрямках, *секціями*. Секцією називають частину ходу між суміжними нівелірними знаками. Перерви в нівелюванні бажано робити, пройшовши секцію (прямо та назад). Якщо виникає необхідність перервати роботу на деякий час, не дійшовши ходом до репера, тоді, замість башмаків забивають у дно ям глибиною 0,3 м три костилі або кілки; в останні вбивають цвяхи зі сферичними головками; знаходять перевищення на двох станціях – між першим і другим колом та між другим і третім. Кілки маскують, прикривши дерном.

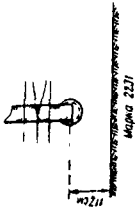
Таблиця І.3.1

Приклад записів у журналі нівелювання III класу рейками із сантиметровими діленнями.

Хід від: грунтового репера № 5540 до: стінної марки ІІІІ.

Дата: 10.07.2006 р. Початок: 16 г 20 хв. Кінець: 16 г 27 хв.

Умови праці: зображення спокійні. Погода: ясно, слабкий вітер.

| Номери<br>штатива та рейок | Зарис<br>прив'язування  | Спостереження<br>віддалемірних ниток |                  | Контрольні<br>Перевіщення | Спостереження по<br>середній нитці |                  |                  | Середнє<br>перевіщення,<br>мм |
|----------------------------|---|--------------------------------------|------------------|---------------------------|------------------------------------|------------------|------------------|-------------------------------|
|                            |   | задня<br>рейка                       | передня<br>рейка |                           | задня<br>рейка                     | передня<br>рейка | переві-<br>щення |                               |
| 1                          |  | 1572 (2)                             | 1812 (5)         | -240 (11)                 | 1971 (4)                           | -232 (14)        | -231,5 (19)      |                               |
| 1-2                        |   | 1904 (3)                             | 2130 (6)         | -226 (12)                 | 6761 (7)                           | -331 (15)        |                  |                               |
|                            |   | 352 (9)                              | 318 (10)         | +14/14 (13)               | 4790 (17)                          | +99 (18)         |                  |                               |

Грунт. реп. № 5540

Примітка: цифри в круглих дужках вказують на послідовність відліків і обчислень на станції; Чр — чорна, Чв — червона сторона рейки.



Після перерви ще раз виконують нівелювання на цих двох станціях. Якщо нові перевищення не відрізняються від старих більше ніж на 3 мм, обчислюють і приймають середні перевищення й продовжують хід. В іншому випадку нівелювання повторюють, починаючи від найближчого репера.

Нівелювання під час безхмарного неба виконують під час спокійних і незначних коливань зображень поділок рейок: вранці, через годину після сходу Сонця, і до 9-10 години; ввечері, після 15-16 години, і закінчують за годину до заходу Сонця. Під час хмарного неба період нівелювання можна розширити.

### *1.3.2. Порядок роботи на станції під час нівелювання IV класу*

Повна бригада нівелювання IV класу – 5 осіб: виконавець, його помічник, два реєчники, робітник для перенесення й встановлення парасолі над нівеліром. Мінімальна бригада – 3 особи. Довжину плечей міряють кроками. Нормальна довжина плечей 100 м. Якщо збільшення труби нівеліра більше  $30^x$  та відсутні коливання зображень дозволено збільшувати довжину плечей до 150 м; накопичення нерівностей – 10 м. Довжину плечей можна вимірювати віддалеміром.

Під час нівелювання IV класу відліки червоних і чорних сторін рейок роблять середньою ниткою, а для визначення віддалі від нівеліра до рейки беруть відлік ще й верхньою віддалемірною ниткою. Висота променя над підстилаючою поверхнею повинна бути не меншою за 0,2 м.

#### Порядок спостережень на станції під час нівелювання IV класу

1. Беруть відлік середньої і верхньої віддалемірної нитки чорної сторони задньої рейки під час контактування зображення кінців бульбашки циліндричного рівня.
2. Дії ті ж самі, що і в п. 1, але чорної сторони передньої рейки.
3. Подають команду реєчникам: “червоні”.
4. Відлік тільки середньою ниткою червоної сторони передньої рейки під час контактування зображень кінців бульбашки циліндричного рівня.
5. Дії ті ж самі, що і в п.4, але червоної сторони задньої рейки.

Під час роботи нівеліром із компенсатором беруть відліки рейок зразу після приведення приладу в робочий стан сферичним рівнем у тій самій послідовності.

Контроль: розходження перевищень, визначених по чорній та червоній сторонах рейок, допускають до 5 мм, з урахуванням різниці висот нулів пари рейок.

Для розходжень більше 5 мм, спостереження повторюють, попередньо змінивши висоту нівеліра не менше, ніж на 3 см.

Під час спостережень на станції нівелір захищають від сонячних променів.

Нижче подано приклад запису результатів спостережень на станції в польовому журналі:

Хід від: грунтового репера № 606 до: стінної марки 23.

Дата: 20.07.2006 р. Початок: 7 з 20 хв. Кінець: 7 з 27 хв.

Умови праці: зображення спокійні. Погода: ясно, слабкий вітер.

| Номер штатива і рейок     | Віддалі до задньої та передньої рейок | Відліки рейок  |                | Перевищення, мм | Середні перевищення, мм |
|---------------------------|---------------------------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------------|
|                           |                                       | Задня          | Передня        |                 |                         |
| 1                         | 375 (7)                               | 1185 (1,верх.) | 1058 (3,верх.) |                 |                         |
| грунт. Репер № 606<br>1-2 | 372 (8)                               | 1560 (2,сер.)  | 1430 (4,сер.)  | +130 (11)       | +130 (13)               |
|                           |                                       | 6247 (6,сер.)  | 6217 (5,сер.)  | +30 (12)        |                         |
|                           |                                       | 4687 (9)       | 4787 (10)      | +100 (14)       |                         |

Примітка: цифри в дужках пояснюють послідовність дій;  
 (1, верх.), (3, верх.) – відліки верхньою ниткою;  
 (2 сер.), (4, сер.) – відліки середньою ниткою;  
 (7) = (2, сер.) - (1, верх.);  
 (8) = (4, сер.) - (3, верх.).

### 1.3.3. Похибки нівелювання. Їх зменшення та усунення

Усі похибки можна розділити на три групи:

1. Приладні або інструментальні похибки;
2. Похибки, викликані зовнішнім середовищем;
3. Особисті похибки спостерігача.

Розглянемо окремо кожну групу цих похибок.

1. Приладні або інструментальні похибки.

#### 1.1. Неточне виконання головної умови для нівелірів (непаралельність візирної осі та осі циліндричного рівня).

Як видно з рис. 1.3.1, навіть за умови, що за час роботи на станції кут  $i$  не змінюється, для нерівних плечей ( $S_1 \neq S_2$ ), похибки у відліках рейки будуть різні  $x_1 \neq x_2$ , а перевищення – помилкове на  $\Delta x$ . Нехай:  $\Delta x = x_1 - x_2$ ;  $\Delta S = S_1 - S_2$ , тоді:

$$\frac{\Delta x}{\Delta S} = \frac{i''}{\rho''}$$

Тому

$$\Delta x = \frac{\Delta S \cdot i''}{\rho''} \quad (1.3.1)$$

Інструкція допускає  $\Delta S = 2$  м, а  $i'' = 20''$ . Для цих значень, на основі (1.3.1), маємо:

$$\Delta x = \frac{2000 \cdot 20''}{206265''} = 0,2 \text{ мм.}$$

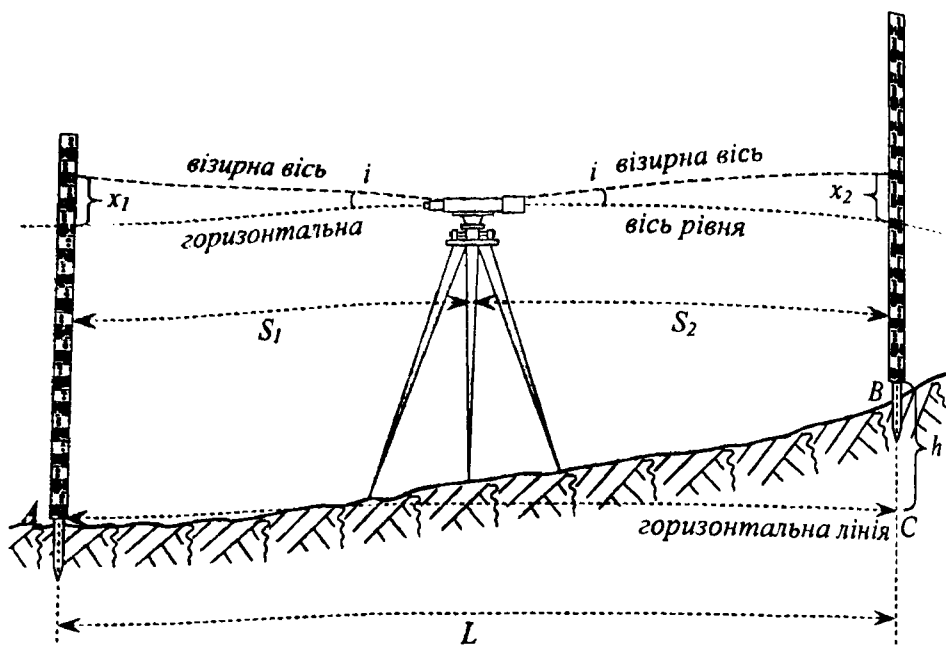


Рис. 1.3.1. Вплив невиконання головної умови нівеліра на результати нівелювання.

Це в 15 раз менше за допустиме розходження між перевищеннями на станції ( $\pm 3$  мм). Таким чином, завдяки обмеженню інструкцією нерівності плечей та кута  $i'$ , неточне виконання головної умови нівелірами не може внести в перевищення на станції похибки, більшої за 0,2 мм. Ця похибка є випадковою.

Нагадаємо, що нерівність плечей викликає необхідність перефокусування зорової труби та врахування кривини Землі. Вплив цих факторів на точність нівелювання розглядався раніше.

### 1.2. Похибки поділок рейки.

Як відомо, максимальні похибки дециметрових поділок рейок, які допускає інструкція, не повинні перевищувати 0,5 мм і 1,0 мм відповідно для рейок, які використовують для нівелювання III та IV класу. Що стосується різниці висот нулів рейок, то цей недолік рейок компенсується парним числом штативів у секції нівелірного ходу.

### 1.3. Похибки встановлення рейки у вертикальне (прямовисне) положення.

На рис. 1.3.2 показано, як непрямовисність рейки впливає на відлік.

Якщо рейка прямовисна, відлік  $b_0$  буде мінімальним. Для нахилу рейки в сторону нівеліра на кут  $\varepsilon$  або в протилежну сторону на такий самий кут  $\varepsilon$ , відліки збільшаться і дорівнюватимуть  $b$ . Похибка відліку  $\Delta b = b - b_0$ . Безпосередньо з рисунка видно, що:

$$\Delta b = b - b \cdot \cos \varepsilon = b(1 - \cos \varepsilon) = 2b \cdot \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}. \quad (1.3.2)$$

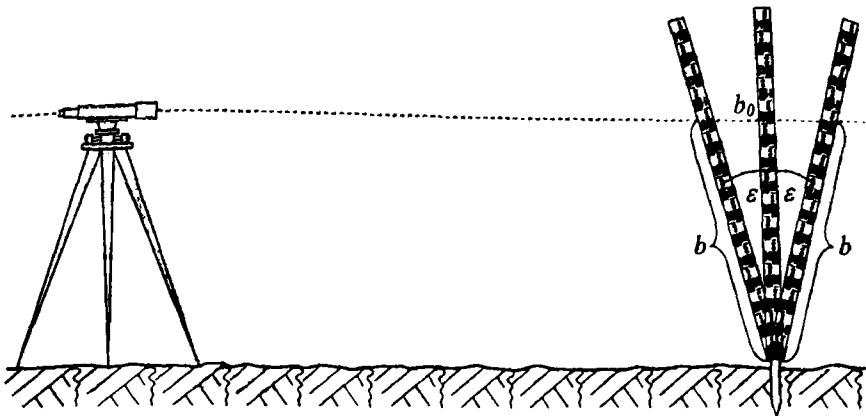


Рис. 1.3.2. Вплив нахилу рейки на відлік.

Враховуючи, що кут  $\varepsilon$  – малий і  $\sin \frac{\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon}{2}$ , отримаємо:

$$\Delta b = \frac{\varepsilon'^2}{2\rho'^2} b. \quad (1.3.3)$$

Для  $\varepsilon = 30'$   $b = 3000$  мм,  $\Delta b = 0,1$  мм. Для  $\varepsilon = 1^\circ$   $\Delta b \approx 0,5$  мм.

Таким чином, рейку необхідно утримувати в прямовисному положенні з похибкою, яка не є більшою за  $1^\circ$ . З такою точністю встановити рейку вертикально, на око, не вдається. Тому, для зменшення цієї похибки до рейки прикріплюють сферичний рівень із ціною поділки  $30'$ , або висок на нитці довжиною біля 1 м.

#### 1.4. Похибки викликані прогином (викривленням) рейки.

Під час неправильного зберігання рейки, може виявитися її викривлення і вона матиме стрілку прогину  $f$  (рис. 1.3.3). Нехай рейка є дугою АСВ радіусом  $R$ . Довжина хорди –  $2x$ .

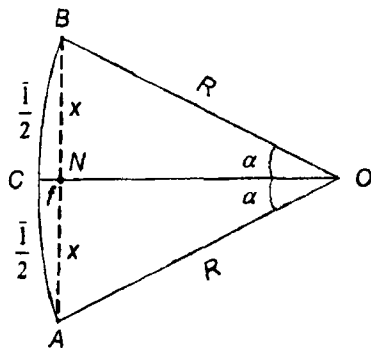


Рис. 1.3.3. До визначення впливу викривлення рейки на зміну її довжини.

Різниця довжини дуги  $\bar{l}$  і хорди  $2x$  складає:

$$\Delta l = \bar{l} - 2x. \quad (1.3.4)$$

Або  $\Delta l = \bar{l} - 2R \sin \alpha$ . Розкладемо  $\sin \alpha$  в ряд, зберігши два члени розкладу:

$$\Delta l = \bar{l} - 2R\left(\alpha - \frac{\alpha^3}{6}\right).$$

Оскільки, з рисунка  $\alpha = \frac{\bar{l}}{2R}$ , то, підставивши значення виразу в попередній, отримаємо:

$$\Delta l = \bar{l} - 2R\left(\frac{\bar{l}}{2R} - \frac{\bar{l}^3}{48R^3}\right).$$

Таким чином

$$\Delta l = -\frac{\bar{l}^3}{24R^2}. \quad (1.3.5)$$

Виразимо  $R$  через стрілку прогину  $f$ . Із трикутника  $BNO$  запишемо:

$$R^2 = x^2 + (R - f)^2.$$

Із трикутника  $CBN$ :

$$x^2 + f^2 \approx \frac{\bar{l}^2}{4}.$$

Додавши два останніх рівняння, виключимо  $x$ , і після незначних перетворень, отримаємо:

$$R = \frac{\bar{l}^2}{8f}. \quad (1.3.6)$$

Підставивши значення  $R$  із (1.3.6) в (1.3.5), отримаємо:

$$\Delta l = -\frac{8}{3} \frac{f^2}{\bar{l}}. \quad (1.3.7)$$

Розв'язавши (1.3.7) відносно  $f$ , отримаємо формулу, на основі якої визначимо допустиму стрілку прогину  $f_{\text{дон}}$  в залежності від допустимої зміни довжини рейки  $\Delta l$ :

$$f_{\text{дон}} = \sqrt{\frac{3}{8} \bar{l} \Delta l}. \quad (1.3.8)$$

Нехай  $\Delta l_{\text{дон}} = 0,1$  мм. Для довжини рейки  $\bar{l} = 3000$  мм, отримаємо:  
 $f_{\text{дон}} = 10,6$  мм.

### 1.5. Похибка встановлення візирної осі в горизонтальний стан.

Встановлення середини бульбашки циліндричного рівня в нуль-пункт виконують із граничною помилкою  $m_y''$ , що визначається за формулою:

$$m_y'' = 0,15 \cdot \tau''. \quad (1.3.9)$$

Ця формула підтверджена багаторічним досвідом.

Для  $\tau'' = 30''$ ;  $m_y'' = 4,5''$ . Похибка – випадкова, але одна з найбільших, і не може бути зменшена (якщо не мати на увазі скорочення плечей). Тільки застосування контактної рівня дещо зменшує цю похибку. До вивчення впливу цієї похибки на результати нівелювання ми ще повернемося.

## 2. Похибки, викликані зовнішнім середовищем.

### 2.1. Похибки, викликані вертикальною рефракцією.

Скористаємося відомою формулою поправки за вертикальну рефракцію у відлік під час нестійкої стратифікації повітря [27]:

$$r = 0,962 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{P}{T^2} \cdot S^2 - 39,425 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{P}{T^2} \cdot S^2 \cdot \gamma_{\text{ан.е.сеп.}} \quad (r - \text{в мм}).$$

Перший член у правій частині – нормальна частина рефракції. Другий член – аномальна рефракція. Зауважимо, що лінійна рефракція під час геометричного нівелювання пропорційна  $S^2$ . Дріб  $\frac{P}{T^2}$  можна вважати сталою величиною, яка для стандартної атмосфери (тиск  $P = 986$  ГПа (740 мм рт.ст.), абсолютна температура  $T = 288^\circ\text{K}$  ( $t = 15^\circ\text{C}$ ) буде дорівнювати:

$$\frac{P}{T^2} = \frac{986}{288^2} = 0,0119.$$

Перехід до сталого коефіцієнта не викличе суттєвих похибок під час визначення нівелірної рефракції, однак формули значно спростяться:

$$r = 1,14 \cdot 10^{-5} S^2 - 46,87 \cdot 10^{-5} S^2 \cdot \gamma_{\text{ан.е.сеп.}} \quad (1.3.10)$$

Якщо поправка за рефракцію у відлік задньої рейки  $r_3$ , а передньої  $r_{II}$ , то поправка в перевищення на станції буде:

$$\Delta r = r_3 - r_{II}. \quad (1.3.11)$$

Як бачимо, на перевищення впливає диференційна частина рефракції. Для рівних плечей  $S$  вплив нормальної рефракції на перевищення буде рівний нулеві. На рівнинній місцевості з однорідною підстилаючою поверхнею для рівних плечей, промінь на задню і передню рейку буде проходити на одній висоті; тоді середні вертикальні градієнти температури на шляху променя на задню і передню рейку будуть однаковими:  $\gamma_{\text{ан.е.сеп.3}} = \gamma_{\text{ан.е.сеп.II}}$ . Під час таких умов вплив аномальної рефракції на перевищення буде компенсуватися. Однак, якщо на станції нівелювання перевищення 0,2-0,3 м і більше (див. рис. 1.3.4), то  $\gamma_{\text{ан.е.сеп.3}} \neq \gamma_{\text{ан.е.сеп.II}}$  і поправка в перевищення за аномальну рефракцію може бути обчислена за формулою:

$$\Delta r = 46,87 \cdot 10^{-5} S^2 \cdot (\gamma_{\text{ан.е.сеп.3}} - \gamma_{\text{ан.е.сеп.II}}). \quad (1.3.12)$$

Слід пам'ятати, що нормальна рефракція завжди додатня, а аномальна для нестійкої стратифікації – завжди від'ємна, тобто, зменшує абсолютне значення перевищення, незалежно від знаку перевищення. Тому для нестійкої стратифікації атмосфери поправка за аномальну рефракцію – додатна, а поправка за нормальну рефракцію – від'ємна.

Максимальні градієнти на висоті 1 м над підстилаючою поверхнею (асфальтом) досягають 2 град/м. Максимальна різниця градієнтів для різниці середніх висот променя на задню і передню рейки 1,2 м може досягти

$\Delta\gamma_{ан.с.с.р.} = 1,27$  град/м. Тоді, для плечей довжиною 75 м гранична похибка  $\Delta r = 3,35$  мм. Проте, така різниця градієнтів можлива тільки над асфальтом о 12-14 годині дня, під час сильних коливань зображень поділок рейки. У таких умовах нівелювання не виконують. Під час незначних коливань ця різниця складатиме 0,2-0,4 град/м, тоді  $\Delta r = 0,53-1,05$  мм. Але й такий вплив буде максимальним і може діяти тільки на станціях, де перевищення 2,4-2,5 м, тобто, практично максимальні, для трьохметрових рейок. Дійсно, якщо мінімальний відлік рейки 0,3 м, тоді для перевищення в 2,5 м відлік іншої рейки складатиме 2,8 м.

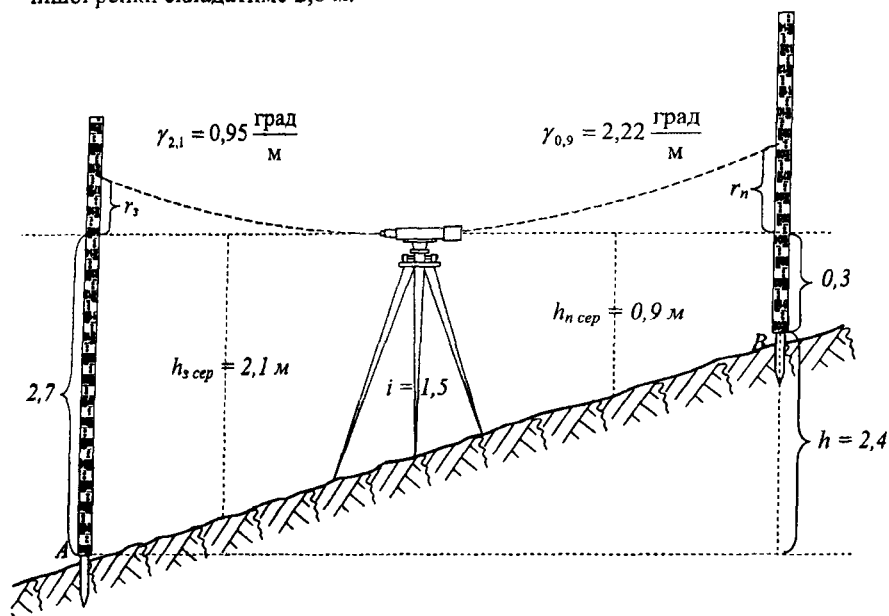


Рис. 1.3.4. Вплив аномальної рефракції на перевищення.

Крім того, для довжин плечей в 75 м можливий ухил траси  $i$  становить близько 17 проміле. Уже для ухилу 2,5 проміле необхідно виконувати нівелювання плечами довжиною 50 м. Тоді диференційна атмосферна рефракція  $\Delta r = 0,23-0,47$  мм. Враховуючи, що ця похибка систематична, на хід довжиною 1 км (10 таких станцій) накопичення похибок тільки від цього джерела складатиме майже половину допустимої нев'язки  $\approx 5$  мм ( $f_{h доп. Шка} = 10$  мм/км). В наш час на основі турбулентності атмосфери доведено [15], що для нестійкої стратифікації градієнти температури флюктують (коливаються) від  $\gamma_{ан.мін} \approx 0$  до  $\gamma_{ан.макс}$ , що викликає максимальний розмах коливань візирної цілі (поділки рейки)  $r_{макс}$ . Такі максимальні коливання мають частоту не менше 1 Гц (не менше одного максимального коливання за секунду).

Виконуючи нівелювання під час коливань зображень спостерігач зауважує, що відлік весь час змінюється, оскільки середня нитка сітки ниток, спроектвана на рейку, коливається. Спостерігач бере відлік середнього стану нитки. Цьому стану відповідає градієнт

$$\gamma_{ан.сеп} = \frac{\gamma_{ан.мин} + \gamma_{ан.мак}}{2}. \quad (1.3.13)$$

Враховуючи, що  $\gamma_{ан.мин} = 0$ , отримуємо:

$$\gamma_{ан.сеп} = \frac{\gamma_{ан.мак}}{2}. \quad (1.3.14)$$

Цьому стану відповідає рефракція

$$r_{сеп} = \frac{r_{мак}}{2}. \quad (1.3.15)$$

Тобто, відлік середнього стану нитки спотворений середньою рефракцією.

Достатньо брати відлік максимального верхнього розташування середньої нитки, який нитка займає за проміжок часу в 1 секунду, не менше одного разу. Тоді відлік буде вільний від аномальної рефракції. Верхній стан нитки слід відряховувати, якщо труба нівеліра дає пряме зображення. Якщо ж труба нівеліра дає обернене зображення, то слід відряховувати максимально нижнє розташування середньої нитки за такий самий проміжок часу. Оскільки максимальні амплітуди коливань досить часті (кожну секунду), то спостерігач витрачає стільки ж часу на відліки екстремальних станів нитки, як і на відлік її середнього положення.

Використовуючи такий спосіб можна не тільки позбутися аномальної рефракції, підвищити точність нівелювання, але й розширити термін часу, придатний для нівелювання. Не слід виконувати нівелювання під час стійкої стратифікації атмосфери (під час інверсії), коли температура повітря в приземних прошарках зростає з висотою. Вертикальні градієнти температури під час інверсії – додатні і на висоті 1 м можуть бути значно більшими за 2 град/м. Інверсія діє вночі, зранку – приблизно одну годину після сходу Сонця і ввечері, починаючи, приблизно, за годину до заходу Сонця. Інструкція нівелювання забороняє виконувати нівелювання в ці години зранку та ввечері. Під час інверсії нормальна й аномальна рефракція – додатні, їх сумарний вплив – значний і важко піддається врахуванню. До того ж, під час інверсії і тихій (безвітряній) погоді, коливання зображень рейки відсутні, так само, як і під час нормальної стратифікації повітря, коли нормальні градієнти температури  $\gamma_{нор.} = 0,0098$  град/м, а  $\gamma_{ан.} = 0$ .

## 2.2. Похибки, викликані коливанням зображень поділок рейки.

Не важко зрозуміти, що спостерігач бере відліки рейки під час спокійних зображень її поділок точніше, ніж під час коливання цих поділок. Проте, ці похибки є випадковими і не є такими загрозливими, як систематичні похибки рефракції.



Численні експериментальні дослідження показали, що наприклад, похибки відліків інварної рейки мікрометром нівеліра Н-1, труба якого має збільшення  $\Gamma = 45^\circ$ , для довжини плеча 75 м виконують із середньою квадратичною похибкою: під час спокійних зображень – 0,092 мм, а під час максимальних розмахів коливань  $r_{\max} = 2,84$  мм (майже 3 мм) – 0,155 мм. Таким чином, під час значних розмахів коливань зображень, похибка відліку збільшилась в 1,7 рази. При цьому похибка викликана коливаннями зображень поділок рейки складатиме на 1 км ходу (10 станцій)  $\approx 0,5$  мм. Одночасно, похибка за рефракцію на порядок більша – 5 мм. Саме тому слід враховувати рефракцію, якщо виконуватиметься нівелювання під час коливання зображень рейки.

Враховуючи рефракцію будь-яким способом, ми тим самим, перетворюємо її вплив із систематичного на випадковий. Якщо навіть допустити, що випадкові похибки врахування рефракції складають 0,25 мм (в два рази менші за систематичні похибки рефракції) тоді її вплив буде на 1 км –  $0,25 \cdot \sqrt{10} \approx 0,8$  мм. Таким чином, вплив рефракції зменшився приблизно в 6 разів і перестав бути загрозливим. Тому, можна виконувати нівелювання під час коливань зображень, тільки тоді, якщо будь-яким методом враховувати вертикальну рефракцію.

### 2.3. Похибки, викликані кривиною Землі.

Вплив кривини Землі на відлік рейки можна визначити за відомою нам формулою:

$$K = \frac{1}{2} \frac{S^2}{R}. \quad (1.3.16)$$

Якщо нівелювання виконувати з рівними довжинами плечей, то вплив кривини Землі на перевищення виключається. Проте, нівелювання виконуються не строго із середини. Наприклад, під час нівелювання IV кл допускають нерівність довжин плечей на станції – 5 м, тобто,  $\Delta S = 5$  м.

Розрахуємо похибку перевищення, що виникає для такої нерівності довжин плечей:

$$\Delta K = \frac{1}{2} \frac{(\Delta S)^2}{R} = 0,002 \text{ мм}.$$

Таким чином, вплив кривини Землі на відлік рейки під час нерівних довжин плечей до 5 метрів є дуже малим і його можна не враховувати.

Проте, не тільки кривина Землі обмежує нерівність довжин плечей, а також зміни із часом кута  $i$  та необхідність перефокусування труби.

### 2.4. Похибки, викликані осіданням башмаків.

Експериментально доведено, що кожне встановлення рейки на башмак або костиль втискає їх у землю. Досвід показує, що це джерело похибок носить переважно систематичний характер, правда, на окремих станціях похибки не перевищують 0,02-0,03 мм. Вплив осідання башмаків на середнє перевищення, отримане із прямого та зворотного ходу, значно ослаблене. Значна компенсація впливу осідання башмаків, як і інших фак-

торів, наприклад, зміни кута  $i$  за час роботи на станції, відбувається завдяки виконанню відліків рейок в один фізичний момент.

Розглянемо це детальніше.

Нехай відлік чорної сторони задньої рейки середньою ниткою зроблено о 8 г. 40 хв. (рис. 1.3.5). Відлік чорної сторони цієї ж ниткою передньої рейки – о 8 г. 42 хв. Відлік червоної сторони передньої рейки – о 8 г. 43 хв. Відлік червоної сторони задньої рейки – о 8 г. 45 хв. Таким чином, у середньому відліки задньої і передньої рейок зроблені в один фізичний момент – 8 г. 42,5 хв. Отже, передбачена інструкцією послідовність відліків обґрунтована. Недопустимо спочатку брати відліки чорної і червоної сторін задньої рейки, а потім – передньої. Тоді такої одночасності відліків не буде. Є ще одна причина недопустимості іншої послідовності відліків. Якщо спостерігач, взявши відліки двох сторін задньої рейки, забув вивести бульбашку рівня в нуль-пункт, а потім взяв відлік обох сторін передньої рейки, то обчислені перевищення за чорними та червоними сторонами рейок будуть однакові або відрізнятимуться не більше, ніж на 3 мм. Проте, ці перевищення із грубою похибкою. Якщо послідовність відліків така, як рекомендує інструкція, імовірність появи такої похибки дуже мала.

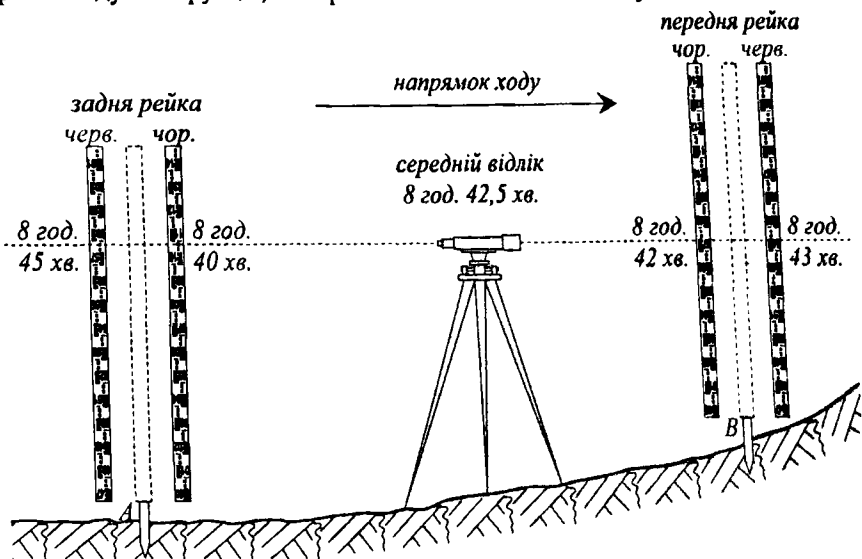


Рис. 1.3.5. Пояснення щодо отримання одночасності "середніх" відліків рейок.

## 2.5. Похибки, викликані осіданням штатива.

Під час роботи на станції спостерігач переміщується довкола нівеліра і масою свого тіла тисне на ґрунт. У результаті, особливо на слабких та заболочених ґрунтах, штатив осідає. Ці похибки мають приблизно таку ж величину, що й осідання башмаків, і не регламентують точність нівелювання III та IV класів.

### 3. Особисті похибки.

#### 3.1. Похибки відліків рейок.

Похибки відліку (кутова похибка візування) залежать від цілого ряду факторів: критичного кута зору спостерігача; роздільної здатності труби  $m_p$ ; збільшення труби  $\Gamma^x$ ; форми і розмірів візирної цілі; віддалі до візирної цілі; освітленості та контрастності; товщини сітки ниток; коливання візирної цілі. Однак, похибку візування часто порівнюють із роздільною здатністю труби:

$m_p = \frac{60''}{\Gamma^x}$ ,  $60''$  – критичний кут зору ока людини; для  $\Gamma^x = 30^x$ , роздільна здатність  $m_p = 2''$ . Насправді, похибка візування включає роздільну здатність труби, як складову частину серед інших, тільки що перелічених факторів.

Під час нівелювання III, IV класів спостерігач, беручи відлік, розглядає сантиметрові поділки рейки і ділить його на міліметри. Одні спостерігачі відраховують на рейці непарні частини сантиметра: 1, 3, 5, 7, 9 міліметрів, інші – парні частини: 2, 4, 6, 8 міліметрів.

Проте, ділення поділки на десять частин окомірно виконують із точністю 0,15 від цієї поділки. Від одного сантиметра 0,15 дорівнює 1,5 мм. Для довжин плечей 75 м, похибка відліку в кутовій мірі буде:

$m_s'' = \rho'' \frac{1,5 \text{ мм}}{75000 \text{ мм}} = 4,1''$ . Як бачимо, у нашому випадку кутова похибка візу-

вання приблизно в 2 рази більша від роздільної здатності труби. Це зрозуміло: з роздільною здатністю  $m_s = 2''$  ми бачимо в трубу краї сантиметрової поділки рейки (для  $S = 75$  м, лінійна похибка  $m_p = 0,73$  мм), а під час відлічування рейки необхідно ще оцінити стан нитки (яка має певну товщину) у проміжку між видимими краями сантиметрової поділки. Таку оцінку кожний спостерігач, залежно від власного критичного кута зору, робить “особисто”, по-своєму. Тому цю похибку і можна назвати особистою. Отже, кутову похибку візування не слід порівнювати з роздільною здатністю труби. Похибка візування виявилась, у даному випадку, приблизно в два рази більшою.

Взагалі, у геодезичній практиці точність візування може змінюватись на порядок і більше: від десятка секунд до десятих долей секунди і, при цьому, дуже залежить від форми і розмірів візирної цілі.

З усіх розглянутих похибок найбільшими, такими, що визначають точність нівелювання III, IV класів, є похибки приведення візирної осі в горизонтальний стан та відліки рейок. Такий самий порядок мають похибки нівелювання, викликані рефракцією, до того ж похибки рефракції є систематичними. Проте, похибки рефракції виключають, переважно, завдяки спостереженням під час нормальної стратифікації атмосфери. Запропонований тут спосіб виключення рефракції під час нестійкої стратифікації ще немає широкого застосування у виробництві.

### 1.3.4. Точність нівелювання III, IV класів

Важливо ще до початку робіт, наперед (апріорно) виконати оцінку очікуваної точності. Під час таких оцінок вважають, що систематичні похибки зведені до мінімуму, а на точність вимірів впливають випадкові похибки, яких неможливо позбутися. Подібні теоретичні розрахунки виконують і укладачі інструкцій, встановлюючи допустимі похибки вимірів.

Будемо враховувати сумісну дію двох найбільших випадкових похибок, які пов'язані зі збільшенням зорової труби нівеліра  $\Gamma^x$  та ціною поділки рівня  $\tau$ . Саме від цих параметрів залежать:

- похибки відліку  $m_x$ ;
- похибки встановлення візирної осі в горизонтальний стан  $m_y$ .

Під час конструювання нівелірів конструктори враховують, що збільшенню труби повинна відповідати ціна поділки рівня. Строго кажучи, кутова величина похибки відліку  $m_x^*$  повинна дорівнювати кутовій величині похибки встановлення візирної осі в горизонтальний стан  $m_y$ :

$$m_x^* = m_y. \quad (1.3.17)$$

Розглянемо простий спосіб визначення відповідності збільшення труби і ціни поділки рівня. Ставлять рейку на віддалі 50-70 м від приладу, приводять середину бульбашки в нуль-пункт і беруть відлік. Після цього кількома обертами елеваційного, або підймального гвинта, перемішають бульбашку і, не дивлячись на рейку, встановлюють бульбашку на попереднє місце. Знову беруть відлік. Якщо відлік не змінився, то рівень достатньо, а можливо навіть надлишково чутливий і потрібно багато часу, щоб привести середину бульбашки в нуль-пункт (досягнути контактування зображення кінців бульбашки, якщо рівень контактний).

Щоб виявити надлишкову чутливість рівня роблять так: приводять середину бульбашки у нуль-пункт. Беруть відлік. Декілька разів встановлюють середню нитку сітки на цей самий відлік і кожний раз визначають розташування бульбашки. Якщо розташування бульбашки змінюється, то рівень надлишково чутливий. Відносно точності роботи краще мати рівень із дещо надлишковою чутливістю, але надлишкова чутливість гальмує темп роботи, якщо спостерігач буде досягати точного контактування.

Як ми вже знаємо, ділення на око деякої поділки на десять частин виконують із точністю 0,15 від величини цієї поділки. Тому

$$m_y^* = 0,15 \cdot \tau. \quad (1.3.18)$$

Для  $\tau = 30''$ ;  $m_y^* = 4,5''$ . Кутова похибка відліку, також вже визначена нами, виявилась приблизно в два рази більшою від роздільної здатності труби, та дорівнює  $m_x^* = 4,1''$ . Як бачимо, рівність (1.3.17) виконується досить точно. Їх загальна величина буде:

$$m_z = \sqrt{m_y^2 + m_x^2}, \quad m_z = \sqrt{4,5^2 + 4,1^2} \cong 6'', \quad m_z = 6''.$$

Знайдемо загальну лінійну похибку відліку рейки  $m$ , що відповідає загальній кутовій (рис. 1.3.6):

$$\frac{m}{S} = \frac{m_3''}{\rho''}; \quad m = \frac{S \cdot m_3''}{\rho''}. \quad (1.3.19)$$

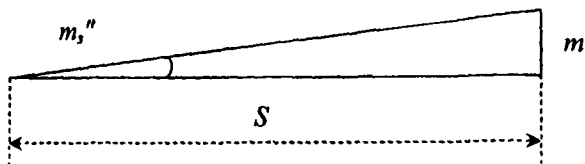


Рис. 1.3.6. До визначення лінійної похибки  $m$  за відомої кутової  $m_3''$ .

Для III класу нормальна довжина плеча  $S = 75$  м, тому:

$$m_{III} = \frac{75000 \text{ мм} \cdot 6''}{206265''} \approx 2 \text{ мм}.$$

Для IV класу  $S = 100$  м, тому:

$$m_{IV} = \frac{100000 \text{ мм} \cdot 6''}{206265''} \approx 3 \text{ мм}.$$

Розрахуємо похибку вимірювання перевищення на станції (рис. 1.3.7).

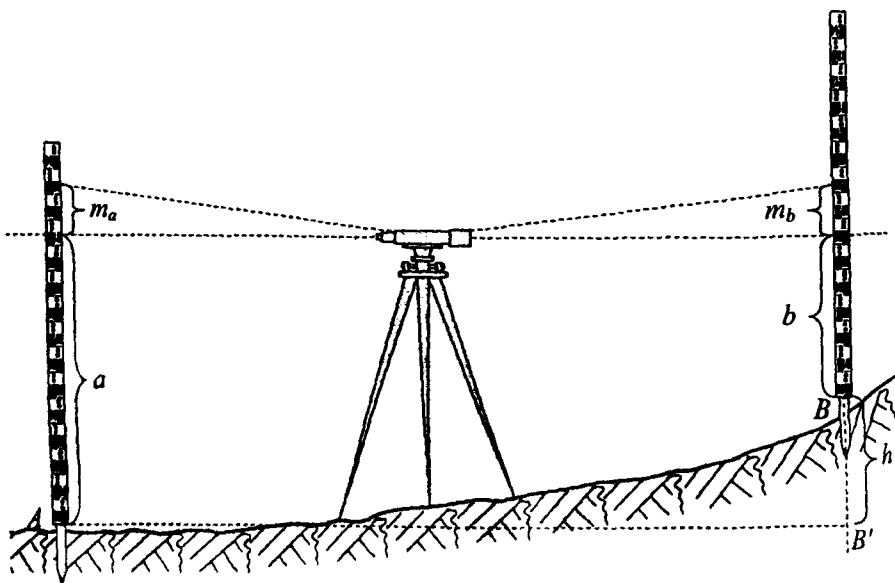


Рис. 1.3.7. До визначення похибки вимірювання перевищення на станції.

Перевищення  $h = a - b$ . Квадратична похибка перевищення  $m_h$  буде:

$$m_h^2 = m_a^2 + m_b^2,$$

де  $m_a$  та  $m_b$  – загальні похибки у відліках рейки.

Нехай:  $m_a = m_b = m$ , що під час рівних плечей обґрунтовано, тоді  $m_h^2 = 2m^2$ , або

$$m_h = m\sqrt{2}. \quad (1.3.20)$$

Проте, під час нівелювання визначають два перевищення за відліками чорних і червоних сторін рейок та обчислюють середнє перевищення  $h_{\text{сер}}$ :

$$h_{\text{сер}} = \frac{h_1 + h_2}{2}.$$

Середні перевищення із двох будуть точніші в  $\sqrt{2}$  разів. Тому:

$$m_{h_{\text{сер}}} = \frac{m\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = m. \quad (1.3.21)$$

На основі формули (1.3.21) можна зробити важливий висновок: похибка середнього перевищення на станції нівелювання дорівнює похибці відліку рейки. Отже, для III класу  $m_{h_{\text{сер. III}}} = 2$  мм, а для IV класу  $m_{h_{\text{сер. IV}}} = 3$  мм. Досвід показує, що в середньому на 1 км ходу припадає 10 станцій.

Тому похибка 1 км ходу буде:

$$\text{для III класу } m_{\text{км III}} = 2 \text{ мм} \sqrt{10} \approx 6 \text{ мм},$$

$$\text{для IV класу } m_{\text{км IV}} = 3 \text{ мм} \sqrt{10} \approx 10 \text{ мм}.$$

Отримані похибки можна вважати середніми квадратичними похибками перевищень на 1 км ходу III та IV класів.

У діючих інструкціях прийнято вважати допустимими (граничними) похибками подвійні середні квадратичні похибки. Тому, приймемо

$$m_{\text{км III доп}} = 2 m_{\text{км III}} = 2 \cdot 6 = 12 \text{ мм} \approx 10 \text{ мм}; \quad m_{\text{км IV доп}} = 2 m_{\text{км IV}} = 2 \cdot 10 = 20 \text{ мм}.$$

Якщо нівелірний хід має довжину  $L$  (км), тоді допустима нев'язка того ходу буде:

$$\text{для III класу} \quad f_{h_{\text{доп}}} = 10 \text{ мм} \sqrt{L \text{ км}}; \quad (1.3.22)$$

$$\text{для IV класу} \quad f_{h_{\text{доп}}} = 20 \text{ мм} \sqrt{L \text{ км}}. \quad (1.3.23)$$

Отримані формули допустимих нев'язок збігаються з допусками інструкції.

## 1.4. Зрівноваження нівелірних ходів та мереж

### 1.4.1. Зрівноваження висот окремого нівелірного ходу

Розглянемо спочатку зрівноваження окремого нівелірного ходу, прокладеного між двома реперами старших класів. У першій частині курсу подано спосіб зрівноваження перевищень такого ходу. Розглянемо існуючу можливість безпосереднього зрівноваження висот. Нехай маємо виміряні та обчислені середні перевищення із прямих та зворотних ходів між усіма сусідніми реперами ходу, а висоти відомі тільки кінцевих реперів. Необхідно визначити висоти всіх новозакладених реперів. Припустимо, ми, користуючись висотою початкового репера  $H_{\Pi}$  та середніми перевищеннями, обчислимо приблизні висоти всіх проміжних реперів, включаючи й кінцевий репер, висота якого  $H_K$  – відома. Отримаємо нову висоту цього репера  $H'_K$ . А потім навпаки, користуючись висотою  $H_K$ , обчислимо ще раз наближені висоти всіх інших реперів, включаючи й початковий репер. Отримаємо нову висоту цього репера  $H'_{\Pi}$ . За результатами цих даних побудуємо подвійний профіль, поданий на рис. 1.4.1.

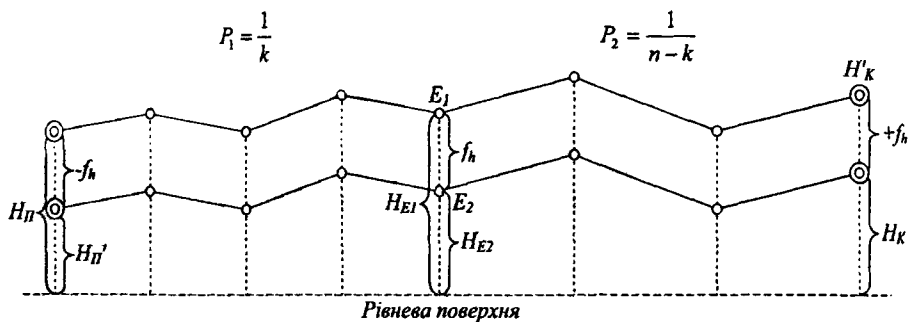


Рис. 1.4.1. Подвійний профіль нівелірного ходу.

Різниця  $H'_K - H_K = +f_h$  – являє собою нев'язку ходу  $Rp_{\Pi} - Rp_K$ . Одночасно  $H'_{\Pi} - H_{\Pi} = -f_h$  – теж нев'язка, але ходу  $Rp_K - Rp_{\Pi}$ . Як це видно з подвійного профілю, для всіх реперів отримано дві висоти. Різниця висот цих реперів дає нев'язку. Для репера  $E$

$$f_h = H_{E1} - H_{E2}. \quad (1.4.1)$$

Знайдемо найімовірнішу, тобто середньовагову висоту цього репера  $H_E$ :

$$H_E = \frac{H_{E1} \cdot P_1 + H_{E2} \cdot P_2}{P_1 + P_2}. \quad (1.4.2)$$

Нехай число штативів у ході до репера  $E$  дорівнює  $k$ . Якщо всього в ході  $n$  штативів, тоді кількість штативів від репера  $E$  до кінцевого репера дорівнює  $n - k$ . За ваги цих двох частин ходу прийемо величини, обернені до числа штативів у цих частинах ходу, тобто

$$P_1 = \frac{1}{k}; \quad P_2 = \frac{1}{n-k}.$$

Крім того, на основі рис. (I.4.1), можемо записати:

$$H_{E_2} = H_{E_1} - f_h. \quad (I.4.3)$$

Підставивши значення  $H_{E_2}$  із формули (I.4.3) у формулу (I.4.2), отримаємо:

$$H_E = \frac{H_{E_1} \cdot P_1 + H_{E_1} \cdot P_2 - f_h \cdot P_2}{P_1 + P_2} = \frac{H_{E_1}(P_1 + P_2) - f_h \cdot P_2}{P_1 + P_2}.$$

Поділивши почленно чисельник на суму  $(P_1 + P_2)$ , отримаємо:

$$H_E = H_{E_1} - f_h \frac{P_2}{P_1 + P_2}. \quad (I.4.4)$$

Перетворимо дріб  $\frac{P_2}{P_1 + P_2}$ :

$$\frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{\frac{1}{n-k}}{\frac{1}{k} + \frac{1}{n-k}} = \frac{\frac{1}{n-k}}{\frac{n-k+k}{k(n-k)}} = \frac{\frac{1}{n-k}}{\frac{n}{k(n-k)}} = \frac{k(n-k)}{n(n-k)} = \frac{k}{n}.$$

Підставивши значення  $\frac{P_2}{P_1 + P_2} = \frac{k}{n}$  у формулу (I.4.4), матимемо

кінцеву формулу:

$$H_E = H_{E_1} - f_h \frac{k}{n}. \quad (I.4.5)$$

Оскільки репер  $E$  вибрано довільно, то ця формула придатна для обчислення найімовірнішої висоти будь-якого репера. На основі формули можна сформулювати правило таких обчислень: *зрівноважена висота будь-якого репера дорівнює наближеній висоті, отриманій за середніми перевищеннями плюс поправка, яка дорівнює нев'язці ходу, взятої з оберненим знаком, поділеної на число станцій у всьому ході і помноженої на число станцій до даного репера.*

Під час обчислення поправок у наближені висоти доцільно нев'язку, взяту з оберненим знаком, розділити на  $n$ , тобто отримати постійний коефіцієнт  $\frac{f}{n}$ , а потім цей коефіцієнт множити на змінну  $k$  – число станцій до репера, висоту якого визначають.



Визначимо найслабше місце ходу, тобто місце, де висоти реперів визначаються з найбільшою похибкою. Висота кожного з реперів обчислювалась два рази: від початкового та від кінцевого репера і отримані, наприклад, для репера  $E$ , висоти  $H_{E_1}$  та  $H_{E_2}$ .

Середнє значення, висоти  $H_{cep}$ , отримане з вагою  $P$ , рівною сумі ваг  $P_1$  та  $P_2$ , тобто:  $P = P_1 + P_2$ , або:

$$P = \frac{1}{k} + \frac{1}{n-k} = \frac{n}{k(n-k)}. \quad (I.4.6)$$

Найбільшу похибку у висоті буде мати репер, вага якого  $P$  – найменша. У відповідності з (I.4.6)  $P$  буде мінімальним, якщо знаменник  $k(n-k)$  буде максимальним. Таким чином, маємо задачу на екстремум функції. Позначимо знаменник:

$$y = k(n-k) = nk - k^2. \quad (I.4.7)$$

Візьмемо першу похідну по  $k$  та прирівняємо її до нуля:

$$\frac{dy}{dk} = n - 2k = 0. \text{ Звідси:}$$

$$k = \frac{n}{2}. \quad (I.4.8)$$

Отже, найслабше місце ходу – його середина.

#### 1.4.2. Зрівноваження нівелірної мережі з однією вузловою точкою

Нехай маємо мережу із трьох ходів, що сходяться в одну вузлову точку (рис. I.4.2). На рисунку подані виміряні перевищення  $h_1, h_2, h_3$  та довжини ходів  $L_1, L_2, L_3$ , а також висоти реперів  $A, B, C$  –  $H_A, H_B, H_C$ . Стрілками показані напрямки збільшення висот, тобто, напрямки додатних перевищень.

Визначимо ваги ходів, як величини, обернені до довжин ходів. Ваги також подані на рисунку. Маємо можливість визначити три значення висоти точки  $E$ : з першого, другого та другого ходів:

$$H_1 = H_A + h_1; \quad H_2 = H_B + h_2;$$

$$H_3 = H_C + h_3.$$

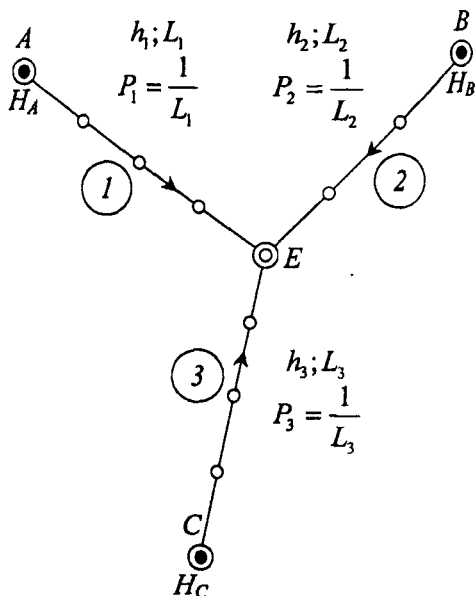


Рис. I.4.2. Нівелірна мережа із трьох ходів, що сходяться в одну вузлову точку.

Знайдемо середнє вагове значення висоти точки  $E$ :

$$H_E = \frac{H_1 P_1 + H_2 P_2 + H_3 P_3}{P_1 + P_2 + P_3}. \quad (1.4.9)$$

Далі, знаючи зрівноважену висоту вузлової точки  $H_E$ , знайдемо нев'язки кожного з ходів:  $f_{h_1}, f_{h_2}, f_{h_3}$  за формулами:

$$f_{h_1} = H_1 - H_E, \quad f_{h_2} = H_2 - H_E, \quad f_{h_3} = H_3 - H_E.$$

Подальше зрівноваження кожного із цих ходів можна виконати описаним вище методом. Залишається оцінити точність нівелювання за результатами зрівноваження. Знайдемо середню квадратичну похибку одиниці ваги —  $\mu$  для випадку, коли у одну вузлову точку сходяться  $n$  — ходів. Тоді, як відомо,

$$\mu = \sqrt{\frac{[P_i V_i V_i]}{n-1}}, \quad (1.4.10)$$

де  $(n-1)$  — кількість надлишкових ходів;

$P_i$  — ваги ходів;

$V_i$  — поправки ходу, отримані зі зрівноваження.

Щоб знайти висоту точки  $E$ , достатньо прокласти один хід.

Якщо  $P_i = \frac{1}{L_i}$ , то  $\mu$  — похибка ходу, довжиною в 1 км; якщо ж

$P_i = \frac{C}{L_i}$ , де  $C$  — довжина деякого ходу в км, то  $\mu_{км} = \frac{\mu}{\sqrt{C}}$ ; у цих двох

випадках похибка нівелювання на одній станції  $\mu_{ст} = \frac{\mu_{км}}{\sqrt{10}}$ ; якщо ж  $P_i = \frac{1}{n_i}$ ,

то  $\mu$  — похибка нівелювання на одній станції. Тоді,  $\mu_{км} = \mu_{ст} \sqrt{10}$ . Нарешті,

якщо  $P_i = \frac{C}{n_i}$ , то  $\mu$  — похибка ходу, що має  $C$  станцій;  $\mu_{ст} = \frac{\mu}{\sqrt{C}}$ . В

останньому випадку похибка ходу, довжиною в 1 км буде:  $\mu_{км} = \frac{\mu}{\sqrt{C}} \sqrt{10}$ .

Похибку визначення висоти вузлової точки  $E$  знаходять за формулою:

$$m_E = \frac{\mu}{\sqrt{[P]}}. \quad (1.4.11)$$

### 1.4.3. Зрівноваження перевищень нівелірних мереж методом еквівалентної заміни

Візьмемо нівелірну мережу, показану на рис. 1.4.3. Мережа має 4 вузлові точки  $A, B, C, D$ . Висоти цих точок невідомі. Між вузловими точками прокладено 6 ходів. В ходах виміряні перевищення  $h_1, h_2, \dots, h_6$ .

Відоме число станцій ходів  $n_1, n_2, \dots, n_6$ . Це дає можливість обчислити ваги всіх ходів, тобто міру їх надійності  $P_i = \frac{1}{n_i}$ .

Введемо поняття *еквівалентного нівелірного ходу*. Еквівалентним ходом називають такий уявний хід, вага якого дорівнює сумі ваг існуючих ходів, які замінені еквівалентним.

Розглянемо порядок зрівноваження перевищень, із використанням еквівалентних замінів дійсних, існуючих ходів.

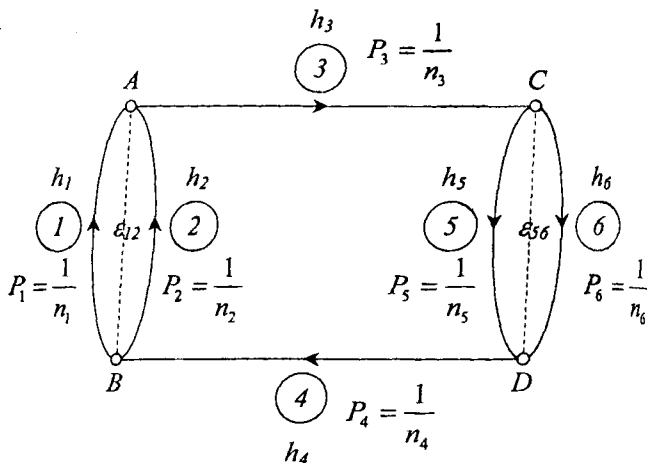


Рис. І.4.3. Зрівноваження перевищень нівелірної мережі методом еквівалентної заміни.

1. Замінімо ходи 1 і 2 еквівалентними ходами  $\epsilon_{12}$  та ходи 5 і 6 еквівалентним ходом  $\epsilon_{56}$ .

2. Обчислимо ваги еквівалентних ходів:

$$\left. \begin{aligned} P_{12} &= P_1 + P_2 \\ P_{56} &= P_5 + P_6 \end{aligned} \right\} \quad (I.4.12)$$

3. Знайдемо число станцій еквівалентних (уявних) ходів. Оскільки

$$P_i = \frac{1}{n_i}, \text{ то } n_i = \frac{1}{P_i}.$$

Оскільки ми знаємо ваги еквівалентних ходів, то можемо знайти число станцій у цих ходах:

$$\left. \begin{aligned} n_{12} &= \frac{1}{P_{12}} \\ n_{56} &= \frac{1}{P_{56}} \end{aligned} \right\} \quad (I.4.13)$$

4. Визначимо перевищення еквівалентних ходів, як середні вагові:

$$h_{12} = \frac{h_1 P_1 + h_2 P_2}{P_1 + P_2}; \quad (I.4.14)$$

$$h_{56} = \frac{h_5 P_5 + h_6 P_6}{P_5 + P_6}; \quad (1.4.15)$$

Після заміни ходів 1, 2 – еквівалентними ходами  $\varepsilon_{12}$ , та ходів 5, 6 – еквівалентним ходом  $\varepsilon_{56}$ , мережа перетворилася у зімкнений хід – полігон.

5. Знайдемо нев'язку полігону  $f_h$  та число станцій полігону –  $n$ :

$$f_h = h_{12} + h_3 + h_{56} + h_4, \quad (1.4.16)$$

$$n = n_{12} + n_3 + n_{56} + n_4. \quad (1.4.17)$$

6. Визначимо нев'язки чотирьох ходів, що залишилися після заміни: еквівалентних  $\varepsilon_{12}$ ,  $\varepsilon_{56}$  та існуючих – 3, 4:

$$\left. \begin{aligned} f_{h_{12}} &= \frac{f_h}{n} n_{12}; & f_{h_{56}} &= \frac{f_h}{n} n_{56} \\ f_{h_3} &= \frac{f_h}{n} n_3; & f_{h_4} &= \frac{f_h}{n} n_4 \end{aligned} \right\} \quad (1.4.18)$$

7. Знаючи нев'язки ходів 3 і 4, знайдемо їх зрівноважені перевищення як поодиноких ходів:

$$\left. \begin{aligned} h_{3\text{зв}} &= h_3 - f_{h_3} \\ h_{4\text{зв}} &= h_4 - f_{h_4} \end{aligned} \right\} \quad (1.4.19)$$

8. Аналогічно знайдемо зрівноважені перевищення еквівалентних ходів:

$$\left. \begin{aligned} h_{12\text{зв}} &= h_{12} - f_{h_{12}} \\ h_{56\text{зв}} &= h_{56} - f_{h_{56}} \end{aligned} \right\} \quad (1.4.20)$$

9. Визначимо нев'язки ходів 1 і 2 та 5 і 6:

$$\left. \begin{aligned} f_{h_1} &= h_1 - h_{12\text{зв}} \\ f_{h_2} &= h_2 - h_{12\text{зв}} \end{aligned} \right\}, \quad (1.4.21)$$

$$\left. \begin{aligned} f_{h_5} &= h_5 - h_{56\text{зв}} \\ f_{h_6} &= h_6 - h_{56\text{зв}} \end{aligned} \right\} \quad (1.4.22)$$

10. На рисунку не показано, але в кожному із шести ходів є репер. Тепер, коли дана мережа розділилась на шість незалежних ходів і відомі нев'язки цих ходів, то в подальшому врівноважують перевищення між цими реперами, пропорційно вагам частин ходів між суміжними реперами. Ці ваги обернено пропорційні числу станцій у секціях. Зрівноваження завершують оцінкою точності результатів. Похибка одиниці ваги знаходять за формулою:

$$\mu = \sqrt{\frac{P f_h^2}{n - k}}, \quad (1.4.23)$$

де  $n$  – число всіх ходів;  $k$  – число вузлових точок.

Різниця  $r = (n - k)$  дає число надлишкових ходів. У нашому випадку:  $r = 6 - 4 = 2$ . Мережа має два надлишкових ходи.

#### 1.4.4. Зрівноваження висот нівелірних мереж методом еквівалентної заміни

Методом еквівалентної заміни можна зрівноважувати не тільки перевищення, але й висоти точок, числові величини яких називають відмітками.

Нехай маємо мережу з п'яти ходів із двома вузловими точками (рис. 1.4.4).

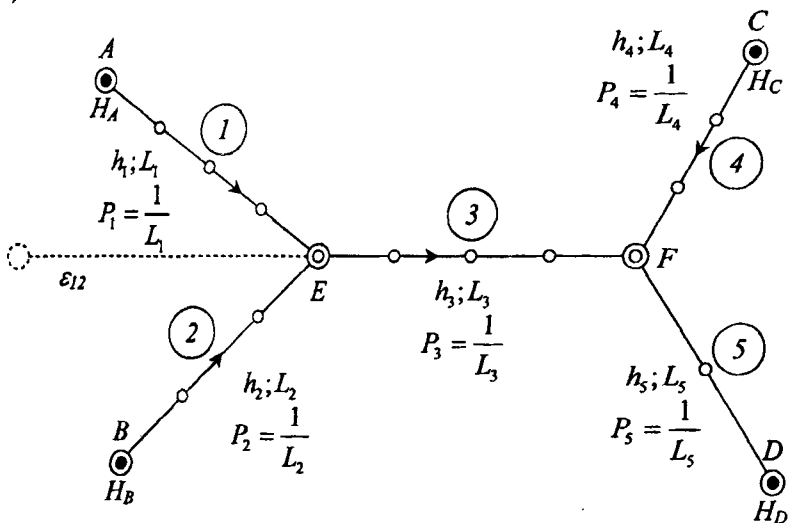


Рис. 1.4.4. Нівелірна мережа із двома вузловими точками.

Відомі висоти чотирьох реперів, які прийнято називати твердими, оскільки ці репери під час зрівноваження не отримують поправок; відомі також перевищення та ваги ходів. Розглянемо порядок зрівноваження.

1. Замінімо ходи 1 та 2 еквівалентним ходом  $\epsilon_{12}$  і знайдемо висоту вузлової точки E з двох ходів, точніше, з еквівалентного ходу:

$$H_{12} = \frac{(H_A + h_1)P_1 + (H_B + h_2)P_2}{P_1 + P_2}. \quad (1.4.24)$$

2. Знайдемо вагу та довжину еквівалентного ходу  $\epsilon_{12}$ :

$$P_{12} = P_1 + P_2, \quad (1.4.25)$$

$$L_{12} = \frac{1}{P_{12}}. \quad (1.4.26)$$

3. Знайдемо висоту точки F з еквівалентного ходу  $\epsilon_{12}$  та ходу 3:

$$H_{12,3} = H_{12} + h_3. \quad (1.4.27)$$

Тепер, по-суті, ми маємо мережу з однією вузловою точкою –  $F$ . Знайдемо найімовірніше значення висоти цієї точки:

$$H_F = \frac{H_{12,3} \cdot P_{12,3} + (H_C + h_4)P_4 + (H_D + h_5)P_5}{P_{12,3} + P_4 + P_5}, \quad (I.4.28)$$

де  $L_{12,3} = L_{12} + L_3$ , а

$$P_{12,3} = \frac{1}{L_{12,3}}. \quad (I.4.29)$$

4. Знаючи зрівноважене значення висоти точки  $F$ , знайдемо нев'язки ходів, що сходяться у цій точці:

$$f_{h_{2,3}} = H_{12,3} - H_F, \quad (I.4.30)$$

$$f_{h_4} = (H_C + h_4) - H_F, \quad (I.4.31)$$

$$f_{h_5} = (H_D + h_5) - H_F. \quad (I.4.32)$$

5. Розділимо нев'язку  $f_{h_{2,3}}$  на нев'язки еквівалентного ходу  $\varepsilon_{12}$  та ходу 3, враховуючи довжини цих ходів:

$$\left. \begin{aligned} f_{h_{12}} &= \frac{f_{h_{2,3}}}{L_{12} + L_3} L_{12} \\ f_{h_3} &= \frac{f_{h_{2,3}}}{L_{12} + L_3} L_3 \end{aligned} \right\}. \quad (I.4.33)$$

6. Тепер є можливість вирахувати зрівноважену висоту точки  $E$  –  $H_E$  з контролем:

$$H_E = H_{12} - f_{h_{12}}, \quad (I.4.34)$$

$$H_E = H_F - h_3 - f_{h_3}. \quad (I.4.35)$$

7. Залишається знайти нев'язку початкових ходів 1 та 2:

$$\left. \begin{aligned} f_{h_1} &= (H_A + h_1) - H_E \\ f_{h_2} &= (H_B + h_2) - H_E \end{aligned} \right\}. \quad (I.4.36)$$

Оцінку точності виконують, як звичайно.

#### ***I.4.5. Зрівноваження нівелірних мереж способом послідовних наближень (спосіб вузлів)***

Розглянемо застосування цього способу для мережі, що складається із шести ходів, які створюють три вузлових точки (рис. I.4.5). Відомі перевищення та довжини ходів, висоти трьох реперів, обчислені ваги ходів.

Припустимо, що якимось чином знайдені висоти вузлових точок  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ . Але, якщо знайдені висоти цих точок, то для кожного ходу можна скласти рівняння похибок.

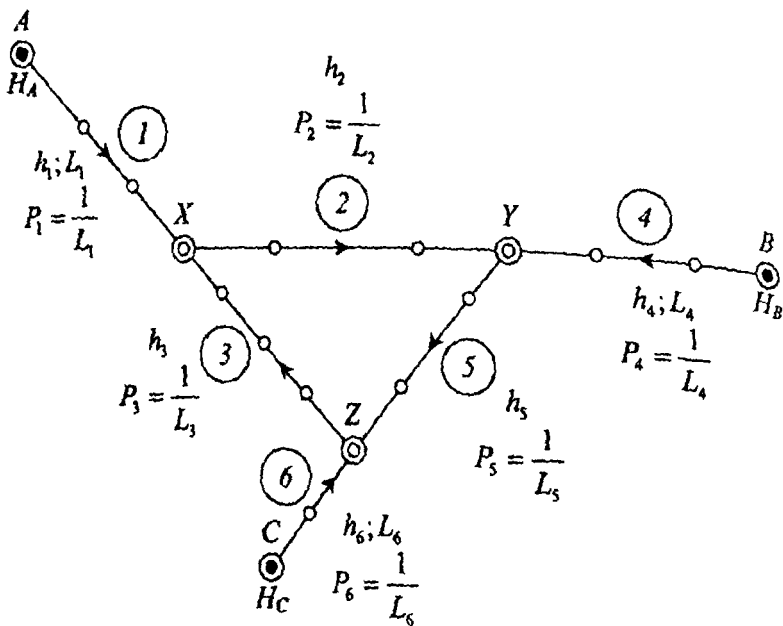


Рис. 1.4.5. Нівелірна мережа з трьома вузловими точками.

Врахуємо, що кожен хід має свою вагу. Тому припишемо цим рівнянням ваги ходів –  $P_i$ :

$$\left. \begin{aligned} X - (H_A + h_1) &= V_1 | P_1 \\ X - (Y - h_2) &= V_2 | P_2 \\ X - (Z + h_3) &= V_3 | P_3 \\ Y - (H_B + h_4) &= V_4 | P_4 \\ Y - (Z - h_5) &= V_5 | P_5 \\ Z - (H_C + h_6) &= V_6 | P_6 \end{aligned} \right\} \quad (1.4.37)$$

Як відомо з методу найменших квадратів, якщо рівняння похибок розв'язувати згідно умови  $[PVV] = \min$ , то приходимо до нормальних рівнянь, яких буде стільки, скільки невідомих. Невідомими фактично є висоти вузлових точок  $X, Y, Z$ . У загальному випадку нормальні рівняння для нашої мережі запишуться так:

$$\left. \begin{aligned} [Paa]X + [Pal] &= 0 \\ [Pbb]Y + [Pbl] &= 0 \\ [Pcc]Z + [Pcl] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.4.38)$$

У нормальних рівняннях прийнято позначати:  $a_i$  – коефіцієнти в рівняннях похибок при першому невідомому (перше невідоме –  $X$ ),  $b_i$  –

відповідні коефіцієнти при другому невідомому –  $Y$ ;  $c_i$  – при третьому невідомому –  $Z$ . Як видно з (I.4.37), коефіцієнти при  $X, Y, Z$  – одиниці, тобто:

$$a_i = b_i = c_i = 1;$$

$l_i$  – вільні члени, відомі частини рівнянь:

$$l_1 = -(H_A + h_1); l_2 = -(Y - h_2); \dots l_6 = -(H_C + h_6).$$

Перше нормальне рівняння системи (I.4.38) у розгорнутому вигляді запишеться так:

$$P_1 X + P_2 X + P_3 X - (H_A + h_1) P_1 - (Y - h_2) P_2 - (Z + h_3) P_3 = 0. \quad (I.4.39)$$

Розв'яжемо це рівняння відносно невідомого  $X$ :

$$X = \frac{(H_A + h_1) P_1 + (Y - h_2) P_2 + (Z + h_3) P_3}{P_1 + P_2 + P_3}. \quad (I.4.40)$$

Аналізуючи (I.4.40), зауважимо, що невідоме  $X$  визначається як середнє вагове з трьох ходів, що сходяться у вузлову точку. Тепер, не записуючи інші два нормальні рівняння в розгорнутому вигляді, можемо, за аналогією з (I.4.40), записати формули для знаходження невідомих  $Y$  та  $Z$ :

$$Y = \frac{(X + h_2) P_2 + (H_B + h_4) P_4 + (Z - h_5) P_5}{P_2 + P_4 + P_5}; \quad (I.4.41)$$

$$Z = \frac{(X - h_3) P_3 + (Y + h_5) P_5 + (H_C + h_6) P_6}{P_3 + P_5 + P_6}. \quad (I.4.42)$$

Оскільки в рівняннях (I.4.40), (I.4.41), (I.4.42) є невідомі, як у лівій, так і в правій частині, то безпосереднє розв'язання цих рівнянь неможливе. Дійсно, наприклад, у (I.4.40), в лівій частині невідоме –  $X$ , а в правій – невідомі  $Y$  та  $Z$ . Те саме у двох інших рівняннях. Але ці рівняння можна розв'язувати способом послідовних наближень, тобто способом ітерацій. Для цього спочатку знайдемо наближені значення невідомих висот вузлових точок, використовуючи відомі репери, що розташовані найближче до шуканих:

$$X_{np} = H_A + h_1; Y_{np} = H_B + h_4; Z_{np} = H_C + h_6.$$

У рівняння (I.4.40) підставимо наближені значення  $Y_{np}$  та  $Z_{np}$ . Знайдемо  $X_1$  із першого наближення. Далі, під час розв'язування рівняння (I.4.41), підставляємо не  $X_{np}$ , а значення  $X_1$  – із першого наближення. Знайдемо  $Y_1$ . Визначаючи  $Z$  з рівняння (I.4.42), будемо підставляти не  $X_{np}$ ,  $Y_{np}$ , а  $X_1$  та  $Y_1$ . Тоді знайдемо з першого наближення  $Z_1$ .

Переходимо до другого наближення: визначаючи  $X$ , підставляємо в (I.4.40) значення  $Y_1, Z_1$  і так далі.

Зазвичай, достатньо зробити 3-4 наближення. Процес ітерації закінчують, якщо в останньому й передостанньому наближенні значення невідомих однакові. Зрозуміло, що такий метод придатний для мережі зі



значною кількістю ходів та вузлових точок. Рівняння для визначення невідомих висот реперів складають безпосередньо зі схеми нівелірної мережі. Тому, цей спосіб знайшов широке застосування у виробництві. Обчислення проводять на персональних комп'ютерах.

#### 1.4.6. Зрівноваження нівелірної мережі порівнянням нев'язок суміжних ходів

Це простий, наближений метод розглянемо на мережі з восьми ходів, що створюють 4 полігони і 5 вузлових точок (рис. 1.4.6).

У прямокутниках подані нев'язки полігонів у мм. У кружках – подані довжини ходів між вузловими точками в км.

Нехай у ході  $BE$  полігона I перевищення з плюсом, тоді в ході  $EB$  II полігону перевищення з мінусом. Нев'язки в цих двох полігонах із протилежними знаками. У першому полігоні, щоб позбутися нев'язки, потрібно в окремі ходи, наприклад, на хід  $BE$ , вводити додатні поправки, оскільки перевищення між точками  $BE$  й  $EB$  за абсолютною величиною повинні бути однакові, тоді поправки на хід  $EB$  повинні бути такої ж величини, але від'ємні. Оскільки нев'язка у полігоні II – додатна, то від'ємна поправка на хід  $EB$  зменшить нев'язку полігону II. Це означає, що похибка в суміжному ході цих полігонів є в певній мірі причиною нев'язок.

Тому в цей хід доцільно вводити поправки.

Розглянемо два суміжні полігони, нев'язки яких мають однакові знаки. Візьмемо хід  $EA$  полігона I та хід  $AE$  полігона IV. У хід  $EA$  цього полігона слід вводити додатну поправку, щоб зменшити нев'язку полігону I. Тоді хід  $AE$  отримає від'ємну поправку такої ж величини. Оскільки нев'язка полігона IV – від'ємна, тоді ця нев'язка збільшиться.

Це означає, що в даному випадку похибки вимірювання перевищень у цьому суміжному ході не є причиною нев'язок. Тому в цей хід вводити поправки не слід. Зі сказаного виникають наступні правила розподілу нев'язок:

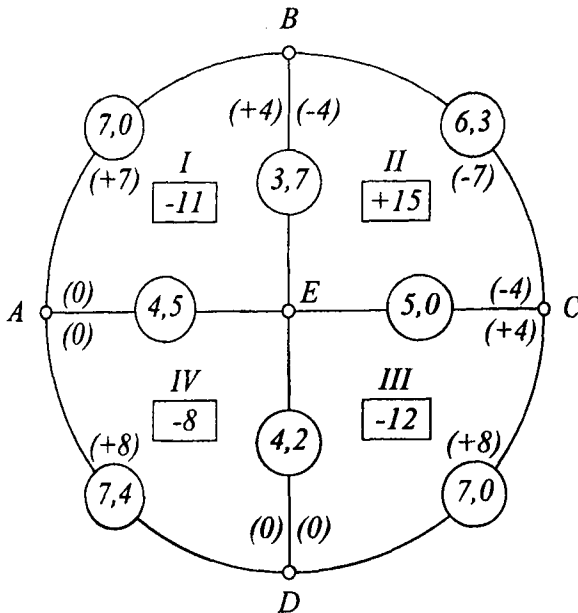


Рис. 1.4.6. Нівелірна мережа з чотирьох полігонів.

1. Якщо у двох суміжних полігонах нев'язки з протилежними знаками, то в суміжний хід слід вводити однакові поправки з протилежними знаками і зменшити нев'язки цих полігонів;
2. Якщо у двох суміжних полігонах нев'язки з однаковими знаками, то в суміжні ходи не можна вводити поправки;
3. Абсолютні значення поправок повинні бути прямо пропорційні довжині ходів, що створюють полігон.

Користуючись цими правилами, зрівноважимо мережу, подану на рис. 1.4.6. Почнемо з полігона I. У хід  $EA$  вводити поправку не слід. Тому поправки в цей суміжний хід дорівнюють нулеві. Нев'язка  $-11$  мм припадає на два ходи. Хід  $AB$  – довший порівняно з ходом  $BE$ . Тому розподілимо нев'язку так: на хід  $BE$   $+4$  мм; на хід  $AB$   $+7$  мм. Поправки на рисунку взяті у круглі дужки. Перший полігон ув'язано.

Перейдемо до полігону II. Полігон отримав поправку  $-4$  мм. Залишилась нев'язка  $+11$  мм. Поправки на два інші ходи цього полігона будуть  $-4$  мм та  $-7$  мм.

Перейдемо до полігону III. Тут залишилась нев'язка  $-8$  мм. У хід  $DE$  вводити поправки не можна, залишок нев'язки слід ввести в зовнішній хід  $CD$   $+8$  мм.

Нарешті, розглядаємо полігон IV. Два ходи цього полігона отримали нульові поправки. Це означає, що всю нев'язку слід ввести в зовнішній хід  $DA$   $+8$  мм. Мережа ув'язана.

Спосіб простий, оскільки зрівноваження виконують безпосередньо на схемі мережі, практично без обчислень і, за певного досвіду, спосіб дає результати, що часто задовольняють інженерну практику.

#### 1.4.7. Зрівноваження нівелірної мережі методом В.В.Попова

Професор В.В.Попов вдосконалив розглянутий нами спосіб порівняння нев'язок так вдало, що він став точним. Розглянемо суть цього способу на тій самій мережі, що подано на рис. 1.4.6. Мережа зображена у збільшеному вигляді на рис. 1.4.7. Спосіб, названий автором способом полігонів, зводиться до послідовного розподілення нев'язок у кожному полігоні пропорційно вагам окремих ходів, приведених до одиниці. Ці ваги називаються червоними числами, оскільки на схемах мереж вони виписуються червоним кольором.

Розглянемо, як обчислюють червоні числа (приведені ваги) на прикладі полігону I. Периметр полігона I –  $15,2$  км, а хід  $AB$  має довжину  $7,0$  км.

Складемо пропорцію:  $\frac{15,2}{1} = \frac{7}{X_{AB}}$ ,  $X_{AB} = 0,46$ ;  $0,46$  і є приведена вага ходу  $AB$ .

Для ходу  $BE$  відповідно знайдемо:  $\frac{15,2}{1} = \frac{3,7}{X_{BE}}$ ,  $X_{BE} = 0,24$ .

Аналогічно знайдемо вагу ходу  $EA$ . Вона становить  $X_{EA} = 0,30$ .

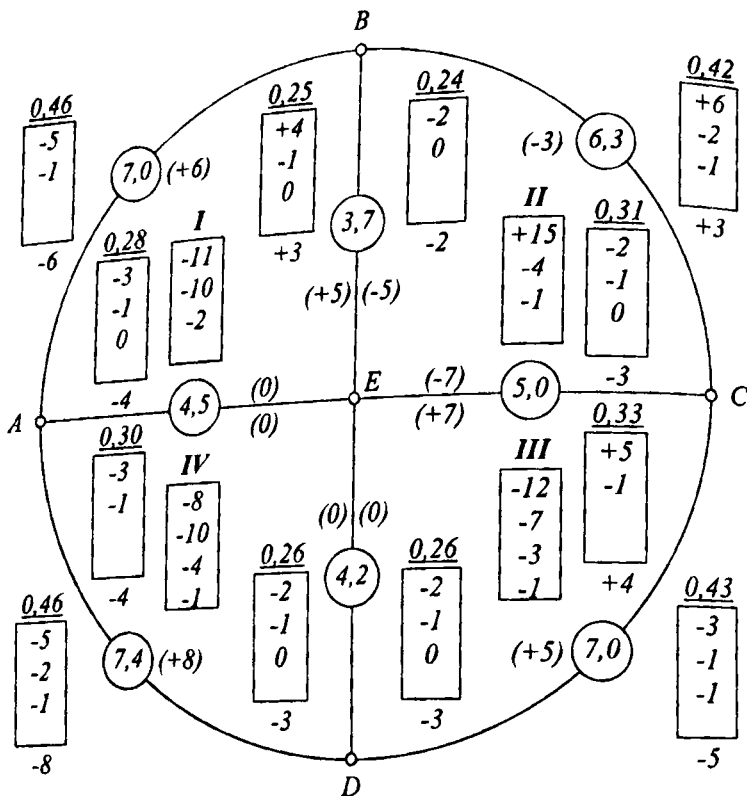


Рис. 1.4.7. Зрівноваження нівелірної мережі способом полігонів.

Контроль: сума приведених ваг полігону має дорівнювати одиниці:  
 $0,46 + 0,24 + 0,30 = 1,00$ .

Обчислюють ваги всіх ходів і записують зовні полігону, біля відповідних ходів. Під кожним червоним числом заготовлена рамочка, у яку вписують величини поправок, що припадають на відповідний хід. Ці числа на рис. 1.4.7 написані похилими, підкресленими цифрами.

Розпочати розподілення нев'язки, можна з будь-якого полігону, але краще з полігону з найбільшою абсолютною нев'язкою. Помноживши +15 відповідно на червоні числа II полігону 0,42; 0,33; 0,25, записуємо результати, округлені до цілих міліметрів у відповідні рамки зовні полігону з тим самим знаком, що і нев'язка полігону. Це будуть поправки, які припадають на ті ходи в суміжних полігонах, біля яких ці червоні числа записані. Так: +4 (записані під 0,25); +5 (записані під 0,33); +6 (записані під 0,42) будуть відноситися відповідно до ходів *BE* (I полігон), *EC* (III полігон), *BC* – зовнішній хід. Сума поправок повинна давати нев'язку:  $4 + 5 + 6 = 15$ .

Потім переходимо до III полігону, тобто йдемо за годинниковою стрілкою. У ньому хід *EC* отримав поправку +5. Отриману залишкову нев'язку (-7) записують у рамку під числом (-12). Цю залишкову нев'язку

множимо на червоні числа полігона III і результати (-2), (-2), (-3) записуємо у відповідні рамки полігона III, що розташовані зовні цього полігона. Далі переходимо до четвертого полігона. У ньому була нев'язка (-8), але хід  $ED$  отримав поправку (-2). Тому сумарну нев'язку (-10) записують під початковою нев'язкою (-8). Нев'язку (-10) множать на червоні числа полігону IV і записують у рамки зовні цього полігона (-5), (-3), (-2).

Нарешті, переходимо до I полігону. У ньому поправки мають два ходи: хід  $BE$  (+4) та хід  $EA$  (-3). Тому нев'язку (-11) виправимо на суму цих поправок. Отримаємо (-10), які записуємо під (-11). Нев'язку (-10) множимо на червоні числа I полігона, записуючи відповідні поправки (-5), (-3), (-2) у відповідні рамки. На цьому завершується перше коло розподілення нев'язок.

Переходимо до другого кола, все повторюючи в тому ж порядку і починаючи з полігона II. У цьому полігоні нев'язку ми вже розподілили, але потім ходи  $CE$  й  $EB$  отримали нові поправки (-2) і (-2). Склавши їх, отримаємо нову нев'язку – (-4) цього полігона. Нову нев'язку розподіляємо так само, як описано вище, вписуючи вторинні поправки ходів у відповідні рамки. Аналогічно розподіляємо вторинні нев'язки в усіх полігонах і переходимо до наступного кола. У нашому випадку необхідно було зробити три кола. Тепер залишається в кожній рамці під червоними числами обрахувати алгебраїчну суму поправок. Для периферійних ходів потрібно в алгебраїчній сумі поміняти знаки на зворотні й отримані таким чином числа записати в середині відповідного полігона біля відповідного ходу. Наприклад, для ходу  $AB$  маємо зовні -6, тоді ми повинні записати (+6). Для розпізнавання поправок у ходи записуємо їх у круглі дужки.

Для внутрішніх ходів кожної пари суміжних полігонів є по дві рамки, розміщені по різні сторони ходу. Так, для ходу  $CE$  рамка в середині II полігона дає поправку (-3), а для ходу  $EC$  – рамка в середині полігона III, дає поправку (+4), що під час переводу на хід  $CE$  дає (-4). Склавши (-3) і (-4), ми знайдемо загальну поправку ходу  $CE$ , рівну (-7). Для ходу  $EC$  поправка дорівнюватиме (+7). Ці дві величини ми і вписуємо біля даного ходу, кожна в середині відповідного полігону. Контролем знайдених поправок є те, що їх сума має давати початкову нев'язку з оберненим знаком.

Зазначимо, що якщо розподіл нев'язок виконувався б із заокругленням до десятих частин мм, то поправки деяких ходів змінились би тільки на 1 мм, однак, потрібно було б зробити шість кіл, що не виправдовує затрати потрібного для цього майже вдвоє більшого часу.

Порівнюючи рис. I.4.6 і рис. I.4.7, бачимо, що в деяких ходах поправки, отримані двома способами, відрізняються. Спосіб порівняння нев'язок, як уже відзначалось, наближений і застосовували ми його спрощено, не дотримуючись точної пропорційності поправок і довжин ходів. Проте, на цьому прикладі ми бачимо, що розподіл нев'язок наближеним способом виконується приблизно так, як і строгим способом. Нульові поправки отримали ті самі ходи під час зрівноваження обома способами. Зрівноважування завершують складанням каталогу висот реперів і оцінкою точності отриманих результатів.

## II.1. Методи створення планових мереж. Основні вимоги. Формули

### II.1.1. Сучасні методи створення планових мереж

Планові опорні геодезичні мережі – це точки з відомими координатами ( $X_i$ ,  $Y_i$ ), які фундаментально закріплені на земній поверхні або на спорудах, і визначені на основі лінійних та кутових вимірів.

У залежності від геометричної форми та безпосередньо вимірних елементів розрізняють чотири основні методи створення планових мереж:

1. Триангуляція;
2. Полігонометрія;
3. Трилатерація;
4. Супутниковий метод.

Розглянемо суть кожного із цих методів.

1. Триангуляція – це мережа трикутників, що межують один з одним, у яких вимірюють усі кути й хоча би одну сторону. На рисунку II.1.1 подано ланку триангуляції, що складається із восьми трикутників. Довжини сторін трикутників у ланках триангуляції можуть сягати 20-25 км.

Чотирикутник  $AMBN$  – базисна мережа. Базисні мережі будувались для визначення довжини сторони трикутника. Сторона  $AB$  безпосередньо не вимірювалась. Вимірювався базис – лінія  $MN$  та вісім кутів чотирикутника – ромба, що дістав назву геодезичного чотирикутника. У цьому чотирикутнику більша діагональ  $AB$ , що визначалась, одночасно є стороною першого трикутника ланки. Базис вимірювався підвісними мірними приладами. Такі сторони, як  $AB$ , називають вихідними. Базисні мережі будувались до появи світловідалемірів. Світловідалемірами можна вимірювати довжини сторін трикутників, не будуючи базисних мереж. Сторони, безпосередньо виміряні світловідалемірами, називають *базисними*. Ланки триангуляції, зазвичай, складаються з 10-12 трикутників. Віддалі між кінцевими пунктами ланки можуть сягати 200-250 км. Ланки, як правило, прокладають уздовж меридіанів та паралелей. Чотири таких ланки (дві – уздовж паралелей, дві – уздовж меридіанів) створюють полігон периметром 800-1000 км. Усередині полігон заповнюють суцільною мережею трикутників триангуляції такого ж класу, або нижчого за точністю. Вершини трикутників, закріплені на місцевості, називають пунктами триангуляції. Координати початкових (вихідних) пунктів на кінцях ланки та азимути вихідних сторін визначають з астрономічних спостережень. На таких пунктах, показаних на рисунку п'ятикутними зірками, виконують астрономічні визначення широт  $\varphi$  та довгот  $\lambda$ , а також визначення прямих та зворотних азимутів сторін  $AB$  та  $CD$ . Такі пункти називають пунктами

**Ланка.** горизонтальні кути та довжини сторін визначають із геодезичних вимірювань. Мережі, де поєднують астрономічні й геодезичні вимірювання, називають астрономо-геодезичними.

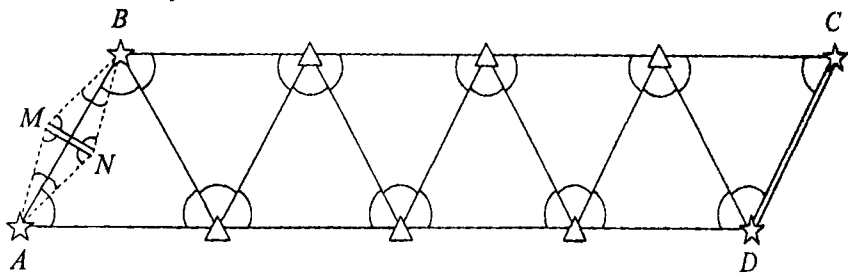


Рис. II.1.1. Астрономо-геодезична триангуляційна ланка.

У колишньому Радянському Союзі, у який входила Україна, була створена державна триангуляційна мережа, що складалася із чотирьох класів: найточніший – 1-й клас, точність мереж поступово знижувалась з переходом до 2-го, 3-го, та 4-го класів. Основні вимоги до державних триангуляційних мереж СРСР подані в таблиці II.1.1.

Таблиця II.1.1

Головні вимоги до мереж триангуляції в колишньому СРСР.

| Характеристики \ Класи                             | 1        | 2        | 3        | 4        |
|--|----------|----------|----------|----------|
| Довжини сторін трикутників, (км)                   | 20-25    | 7-20     | 5-8      | 2-5      |
| Відносні похибки визначення базисних сторін        | 1:400000 | 1:300000 | 1:200000 | 1:100000 |
| Середня квадратична похибка вимірювання кутів, (") | ±0,7     | ±1,0     | ±1,5     | ±2,0     |

2. Трилатерація – це також ланки трикутників, як і в триангуляції, що межують один з одним, але з вимірними сторонами, а не кутами. Вершини трикутників мережі трилатерації називають пунктами трилатерації. Кінцева мета створення трилатерації, як і створення триангуляції – визначення планових координат пунктів.

3. Полігонометрія – побудована на місцевості система ламаних ліній (рис. II.1.2) з вимірними відрізками  $S_i$  та горизонтальними кутами  $\beta_i$ . Ламана лінія – це полігонометричний хід. Відрізки  $S_i$  – сторони полігонометричного ходу. Горизонтальні кути  $\beta_i$  між відрізками – кути повороту ходу; вершини полігонометричного ходу, позначені на рисунку кружками, пронумеровані 1, 2, ...,  $i$ , ...,  $n+1$  є пунктами полігонометричного ходу. Пункти полігонометрії фундаментально закріплені на місцевості, як і пункти триангуляції чи трилатерації.

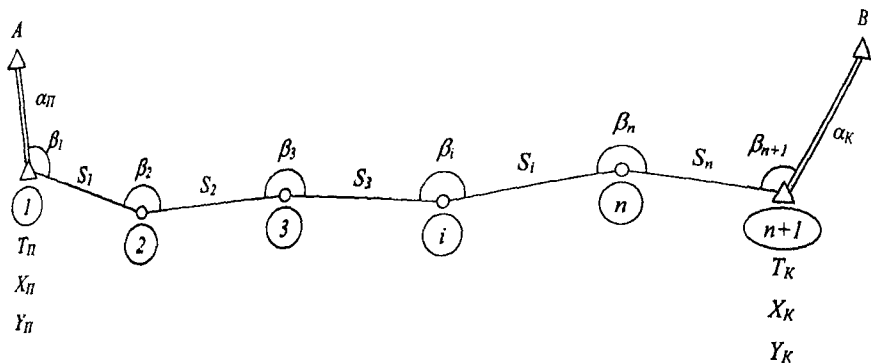


Рис. П.1.2. Полігонометричний хід, прокладений між пунктами триангуляції ( $T_{\pi}$  – початковий,  $T_{\kappa}$  – кінцевий) з відомими координатами і дирекційними кутами.

Метод полігонометрії вважають рівноцінним із методом триангуляції. Тому і вимоги до мереж полігонометрії майже такі ж, як до мереж триангуляції. Ці вимоги подані в таблиці П.1.2. Як бачимо з таблиці, державна полігонометрія в колишньому Радянському Союзі також мала чотири класи.

Таблиця П.1.2

Основні вимоги до державної полігонометрії в колишньому СРСР.

| Класи  | 1        | 2        | 3                       | 4                       |
|--|----------|----------|-------------------------|-------------------------|
| Характеристики                                     |          |          |                         |                         |
| Довжина сторін, (км)                               | 20-25    | 7-20     | 5-8                     | 2-5                     |
| Відносна похибка вимірювання сторін                | 1:300000 | 1:250000 | 1:200000*<br>(1:150000) | 1:150000*<br>(1:100000) |
| Середня квадратична похибка вимірювання кутів, (") | 0,4      | 1,0      | 1,5                     | 2,0                     |

\* для сторін полігонометрії 3-го та 4-го класів, близьких до мінімальних, допускають відносні похибки 1:150000 та 1:100000, відповідно.

Проте, до появи світловіддалемірів (світловіддалеміри в геодезичному виробництві з'явилися тільки після 2-ї світової війни) триангуляція займала провідне місце, як метод створення державних геодезичних мереж. Метод полігонометрії застосовувався значно менше, переважно через складність вимірювання ліній.

4. Супутниковий метод створення мереж. У наш час поширене застосування має система GPS – Global Positioning System (глобальна пошукова система). Розглянемо принцип визначення положення наземних пунктів системою GPS. GPS-приймач, що встановлюють на пункті, координати якого визначають (пункт  $P$  на рисунку П.1.3), приймає радіосигнали від

штучних супутників Землі, що мають відомі миттєві координати; приймач вимірює віддалі  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_i$  до супутників (не менше чотирьох).

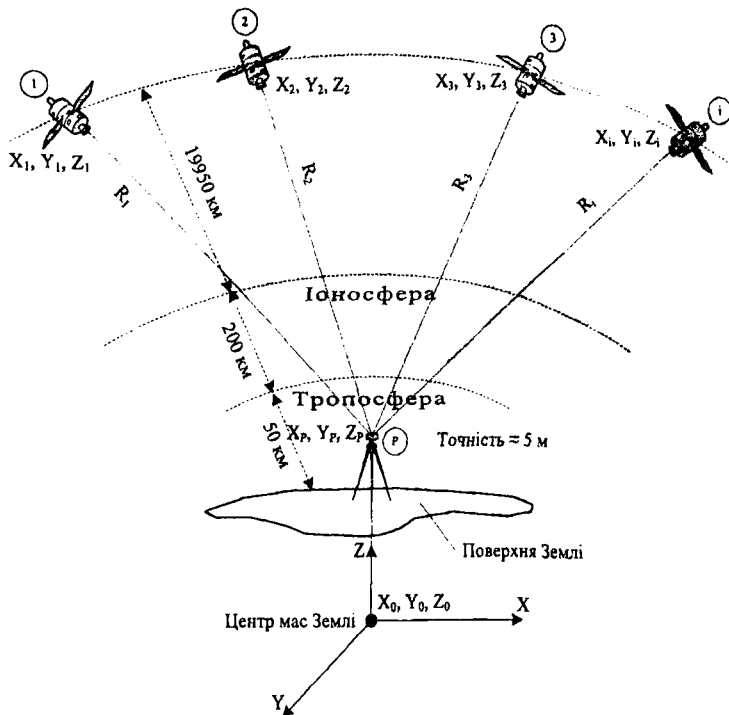


Рис. П.1.3. До пояснення принципу роботи системи GPS.

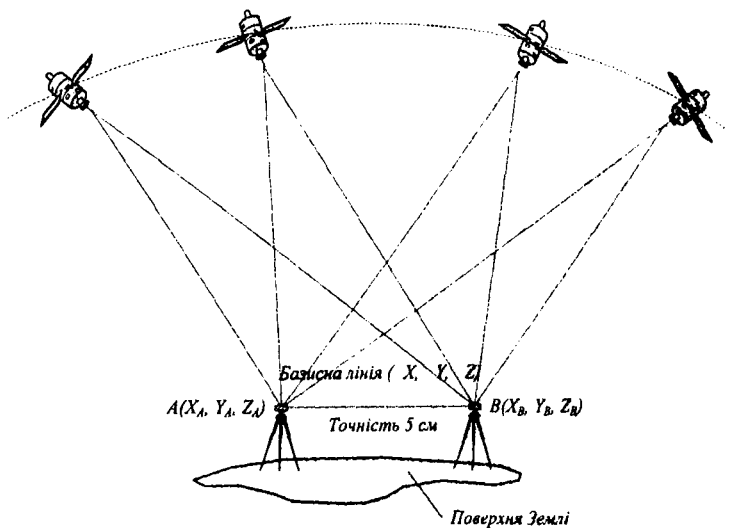


Рис. П.1.4. До пояснення принципу визначення приростів координат системою GPS.



Координати супутників передаються на GPS-приймач. У відповідності з рис. II.1.4 можна записати чотири таких рівняння:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \sqrt{(X_1 - X_p)^2 + (Y_1 - Y_p)^2 + (Z_1 - Z_p)^2} \\ R_2 &= \sqrt{(X_2 - X_p)^2 + (Y_2 - Y_p)^2 + (Z_2 - Z_p)^2} \\ R_3 &= \sqrt{(X_3 - X_p)^2 + (Y_3 - Y_p)^2 + (Z_3 - Z_p)^2} \\ R_i &= \sqrt{(X_i - X_p)^2 + (Y_i - Y_p)^2 + (Z_i - Z_p)^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.1.1})$$

У системі (II.1.1) три невідомі  $X_p, Y_p, Z_p$ . Насправді, є чотири невідомі: крім  $X_p, Y_p, Z_p$  ще невідома асинхронність  $\delta_t$  (різниця похибок показників хронометрів супутника та приймача). Саме тому потрібно спостерігати мінімум чотири супутники. Розв'язавши ці рівняння, знайдемо шукані координати точки  $P$ . Електронно-обчислювальна система GPS-приймача розв'язує ці рівняння і відображає на дисплеї координати  $X_p, Y_p, Z_p$ .

GPS-приймачі пристосовані до визначення прямокутних геодезичних координат  $X, Y, Z$  (з початком в центрі мас Землі), топоцентричних прямокутних координат  $X, Y, H$  (із початком координат на топографічній поверхні землі) та геодезичних координат  $B, L, H$  (широт, довгот та висот). Визначення геоцентричних координат виконують з точністю до 5 м. Така точність не задовольняє вимогам геодезії.

Якщо один GPS-приймач знаходиться на пункті з відомими координатами, а другий – на невідомому (рис. II.1.4), тоді можна отримати прирости координат  $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ . Такі *відносні*, а не *абсолютні* визначення координат значно (приблизно в 100 разів) точніші. Похибка визначення координат біля 5 см може бути зменшена збільшенням часу спостереження.

Як це зрозуміло з рисунку, GPS-технології дозволяють одночасно визначати як планове, так і висотне положення наземних пунктів. В геодезії широке застосування набув відносний метод визначення координат.

### II.1.2. Основні положення створення планових державних геодезичних мереж (ДГМ)

Основні положення затверджені Постановою Кабінету Міністрів України від 8 червня 1998 р. № 844.

Планова геодезична мережа складається з:

- астрономо-геодезичної мережі 1 класу;
- геодезичної мережі 2 класу;
- геодезичної мережі згущення 3 класу.

Для знімання масштабів 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500 створюють розрядні мережі згущення, які поділяють на:

- мережі полігонометрії, трилатерації і триангуляції 4 класу;
- мережі полігонометрії, трилатерації і триангуляції I і II розрядів.

ДГМ створюють для вирішення таких основних завдань країни в інтересах господарської діяльності, науки та оборони країни:

- встановлення єдиної геодезичної системи координат країни;
- забезпечення вихідними геодезичними даними засобів наземної, морської й аерокосмічної навігації;
- вивчення фігури і гравітаційного поля Землі та їх змін у часі;
- дослідження геодинамічних явищ та рухів земної поверхні;
- обґрунтування регіонів пошуку корисних копалин;
- вивчення руху полюсів та нерівномірності обертання Землі;
- інші задачі.

Положення пунктів ДГМ визначають у двох системах координат – загальноземній та референсній; між ними встановлюється однозначний зв'язок, який визначають параметрами взаємного переходу. За загальноземну систему приймають геодезичну референсцну систему 1980-го року (GPS 1980) з такими параметрами еліпсоїда:

велика піввісь  $a = 6378137$  м, стиснення  $e = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{298,257}$  ( $b$  – мала піввісь).

На перехідний період (до введення системи GPS) залишається система координат 1942 року (СК-42) з вихідними даними:

- референц-еліпсоїд Красовського (велика піввісь  $a = 6378245$  м);
- стиснення 1:298,3;
- висота геоїда в Пулково над референц-еліпсоїдом дорівнює нулю.

### II.1.3. Астрономо-геодезична мережа 1 класу (АГМ-1)

Астрономо-геодезичну мережу будують у вигляді однорідної за точністю просторової геодезичної мережі, яка складається із системи рівномірно розташованих геодезичних пунктів, віддалених один від одного на 50-150 км. АГМ-1 є геодезичною основою для побудови нових мереж і забезпечення подальшого підвищення точності існуючої мережі.

Частина пунктів АГМ-1 представляє собою постійно діючі станції GPS спостережень та астрономо-геодезичні обсерваторії, на яких виконують комплекс безперервних супутникових астрономо-геодезичних, гравіметричних та геофізичних спостережень за змінами форми і розмірів Землі, її гравітаційного поля, викликаними геодинамічними процесами.

Решта пунктів АГМ-1 – це фундаментально закріплені на місцевості пункти, положення яких періодично визначають в рамках довгострокової програми їх функціонування.

Систему координат АГМ-1 узгоджують з науковими проектами міжнародного співробітництва. Просторове положення пунктів АГМ-1 визначають методами супутникової геодезії в загально-земній системі з відносною похибкою  $\Delta\rho/\rho = 1 \cdot 10^{-8}$  ( $\Delta\rho$  – середня квадратична похибка визна-

чення геоцентричного радіуса  $r$  пункту). Кожен пункт АГМ-1 повинен бути зв'язаний GPS вимірюваннями не менш як з трьома пунктами мережі, які межують з ним.

Пункти АГМ-1 повинні бути зв'язані з мережами високоточного нівелювання, що дозволяє визначити перевищення нормальних висот між сусідніми пунктами АГМ-1 з середньоквадратичними похибками не більшими за 0,05 метрів. На кожному пункті АГМ-1 періодично повторюють визначення відхилення прямовисних ліній із середньоквадратичною похибкою – 0,5".

#### II.1.4. Основні вимоги до державної мережі 2 класу

Геодезичну мережу 2 класу будують у вигляді однорідної за точністю просторової мережі, яка складається з рівномірно розташованих пунктів мережі 1 та 2 класів, побудованих згідно з вимогами до такої мережі в колишньому СРСР та нових пунктів, що визначаються відповідно до вимог сучасних основних положень. Нові пункти геодезичної мережі 2 класу розташовуються на відстані 8-12 км, і їх положення визначають, як правило, відповідними методами супутникової геодезії, а також наземними методами (триангуляції, трилатерації, полігонометрії), які забезпечують точність визначення взаємного положення пунктів з середньоквадратичними похибками 0,03-0,05 метрів для середньої довжини сторін 10 км. За вихідні пункти приймають пункти АГМ-1. Група нових пунктів мережі 2 класу повинна мати зв'язок не менш ніж із трьома пунктами АГМ-1. Периметр полігонів полігонометрії 150-180 км, найбільша довжина полігонометричного ходу 60 км. Основні вимоги до побудови мережі 2 класу подані в таблиці II.1.3.

Таблиця II.1.3

Основні вимоги до побудови геодезичних мереж 2 класу.

| Параметри мережі  |           | GPS      | триангуляція | полігонометрія | трилатерація |
|---|-----------|----------|--------------|----------------|--------------|
| Довжини сторін, (км)  | найбільша | 20       | 20           | 12             | 12           |
|   | найменша  | 5        | 7            | 5              | 5            |
| Середня квадратична похибка вимірювання кута, не більше, (")    |           | -        | 1            | 1              | -            |
| Відносна похибка вимірювання сторін (базису), $m_s/S$           |           | 1:300000 | 1:300000     | 1:300000       | 1:300000     |
| Середня квадратична похибка вимірювання сторони, не більше, (м) |           | 0,03     | -            | 0,03           | 0,03         |

### II.1.5. Основні вимоги до державної мережі згущення 3 класу

Геодезичну мережу згущення 3 класу будують з метою збільшення кількості пунктів до щільності, яка забезпечує створення знімальної основи великомасштабного топографічного та кадастрового знімання. Вона включає геодезичні мережі згущення 3 та 4 класів, побудованих згідно з вимогами положення про державну геодезичну мережу СРСР 1954-61 років, та нові мережі згущення, що будують згідно сучасних Основних положень.

Нові пункти геодезичної мережі згущення 3 класу визначають одним із чотирьох раніше перерахованих методів. Вихідними служать пункти АГМ-1 та геодезичні мережі 2 класу (ГМ-2).

Якщо мережі згущення 3 класу будують методом полігонометрії, тоді прокладають поодинокі ходи або ходи з вузловими точками, які опираються на пункти більш високого класу. Периметри полігонів полігонометрії 70-90 км; найбільша довжина ходу складає 30 км. Якщо відстані між пунктами, що належать до різних ходів, менші за 2 км, ці ходи обов'язково з'єднують додатковими ходами. По можливості повинна забезпечуватися видимість (земля-земля) між суміжними пунктами мережі. За відсутності видимості закладають два орієнтирних пункти.

Основні вимоги до побудови мережі згущення 3 класу (МЗ-3) подані в таблиці II.1.4.

Таблиця II.1.4

Основні вимоги до побудови державної мережі згущення 3 класу.

| Параметри мережі   |           | Методи побудови |              |                 |              |
|--|-----------|-----------------|--------------|-----------------|--------------|
|  |           | GPS             | триангуляція | полігонометрія  | трилатерація |
| 1  |           | 2               | 3            | 4               | 5            |
| Довжини сторін, (км)   | найбільша | 10              | 8            | 8               | 8            |
|  | найменша  | 2               | 5            | 2               | 2            |
| Кількість сторін у ході, не більше                             |           |                 |              | 6               |              |
| Середня квадратична похибка взаємного положення пунктів, (м)   |           | 0,05            | 0,05         | 0,05            | 0,05         |
| Середня квадратична похибка вимірювання кута, не більше, (")   |           | -               | 1,5          | 1,5             | -            |
| Найбільша нев'язка трикутника, (")                             |           |                 | 6,0          |                 |              |
| Кутова нев'язка ходу   |           |                 |              | $3''\sqrt{n+1}$ |              |
| Відносна похибка вимірювання сторін (базису), не більше, $m/S$ |           | 1:200000        | 1:200000     | 1:200000        | 1:200000     |

| 1   | 2    | 3    | 4    | 5    |
|---|------|------|------|------|
| Середня квадратична похибка вимірювання сторони, не більше, (м) | 0,04 | 0,04 | 0,04 | 0,04 |

Таблиця П.1.5

Основні вимоги до побудови мережі згущення, що створюють методом полігонометрії 4 класу та I і II розрядів.

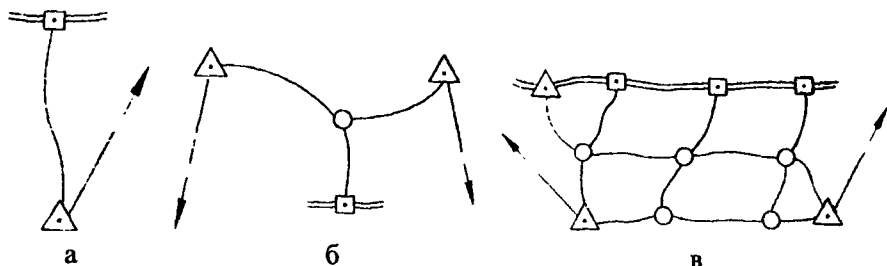
| Показники   |                                  | Клас, розряди | 4 клас        | I розряд       | II розряд      |
|---|----------------------------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| Довжини ходу, (км)  | окремого                         |               | 14,0          | 7,0            | 4,0            |
|   | між вихідною та вузловою точками |               | 9,0           | 5,0            | 3,0            |
|   | між вузловими точками            |               | 7,0           | 4,0            | 2,0            |
| Граничний периметр полігону, (км)   |                                  |               | 40            | 20             | 12             |
| Довжина сторін ходу, (м)  | найбільша                        |               | 3000          | 800            | 500            |
|   | найменша                         |               | 250           | 120            | 80             |
|   | оптимальна                       |               | 500           | 300            | 200            |
| Число сторін у ході не більше   |                                  |               | 15            | 15             | 15             |
| Відносна похибка вимірювання сторін (базису), не більше, $m_s/S$            |                                  |               | 1:25000       | 1:10000        | 1:5000         |
| Середня квадратична похибка ходу, не більше, (м)                            |                                  |               | 0,05          | 0,05           | 0,05           |
| Середня квадратична похибка вимірювання кутів за нев'язками, не більше, (") |                                  |               | 3             | 5              | 10             |
| Найбільша нев'язка трикутника, (")  |                                  |               |               | 6,0            |                |
| Допустима кутова нев'язка в ході або полігоні, (для $n$ кутів)              |                                  |               | $5''\sqrt{n}$ | $10''\sqrt{n}$ | $20''\sqrt{n}$ |

### П.1.6. Розрядні мережі згущення

Як уже відзначалося, для знімання в масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500 створюють розрядні мережі згущення методами полігонометрії, трилатерації і триангуляції. Розглянемо окремо вимоги до побудови таких мереж цими трьома методами 4 класу та I і II розрядів. У таблиці П.1.5 подані вимоги до мереж згущення, що створюють методом полігонометрії 4 класу та I і II розрядів [5].

Типові схеми побудови полігонометричних мереж 4 класу, I та II розрядів показані на рис. П.1.5.

На рисунку П.1.5.а зображено одинокий хід, на рисунку П.1.5.б – система ходів з однією вузловою точкою, на рисунку П.1.5.в – складна система ходів. Використані умовні позначення подані на рисунку.



Умовні позначення:

—□— — Полігонометрія вищих класів

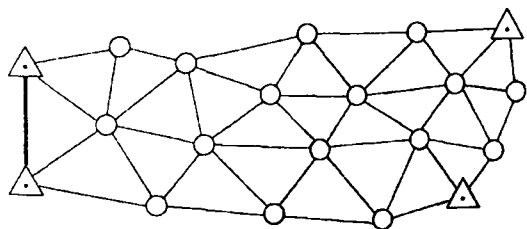
○ — Вузлова точка

←△ — Вихідний пункт триангуляції та вихідний дирекційний напрямок

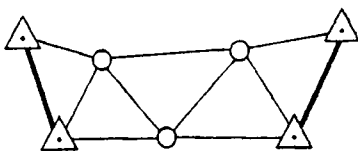
— — Хід полігонометрії

Рис. П.1.5. Схеми побудови полігонометричних мереж 4 класу, I та II розрядів.

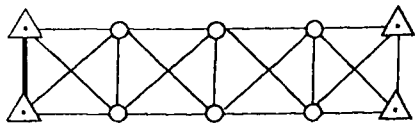
Перейдемо до вимог стосовно побудови мереж трилатерації 4 класу та I і II розрядів. Трилатераційні мережі будують у вигляді ланок трикутників, геодезичних чотирикутників, центральних систем, які є вставками окремих пунктів в ланку трикутників, а також у вигляді суцільних мереж з трикутників та геодезичних чотирикутників. Деякі схеми побудови трилатерації подані на рис. П.1.6.



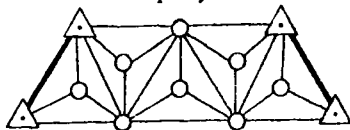
Суцільна мережа



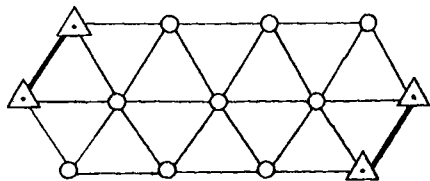
Ланка трикутників



Ланка геодезичних чотирикутників



Стикові центральні системи



Поеднані центральні системи

Умовні позначення:

△ — Вихідний геодезичний пункт

— — Вихідна сторона

○ — Пункт, який визначається

— — Сторони трилатерації

Рис. П.1.6. Схеми побудови трилатерації.

Лінії в полігонометрії зазвичай вимірюють світловіддалемірами, електронними тахеометрами, а в трилатерації, окрім тільки що названих приладів, широко застосовують також радіовіддалеміри. Радіовіддалеміри не знайшли застосування в полігонометрії, оскільки радіовіддалеміри не поєднані з кутомірними приладами. Нагадаємо, що в трилатерації кути взагалі не вимірюють, а полігонометричні ходи, як і теодолітні, є кутомірними ходами.

У таблиці II.1.6 подані основні вимоги до побудови трилатераційних мереж 4 класу та I і II розрядів.

Таблиця II.1.6

Основні вимоги до побудови мереж трилатерації  
4 класу та I і II розрядів.

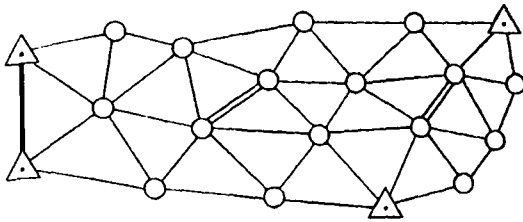
| Показники  | 4 клас   | I розряд | II розряд |
|--|----------|----------|-----------|
| Довжина сторони трикутника, (км)   | 2-5      | 0,5-5    | 0,25-3    |
| Мінімальна допустима величина кута трикутника, (°)   | 30       | 20       | 20        |
| Гранична довжина ланки трикутника між вихідними сторонами або між вихідним пунктам і вихідною стороною, (км) | 14,0     | 7,0      | 4,0       |
| Максимальна довжина вихідної сторони, (км)   | 2,0      | 1,0      | 1,0       |
| Відносна середня квадратична похибка вимірювання сторони мережі  | 1:120000 | 1:80000  | 1:40000   |

Нам залишилося розглянути основні вимоги до побудови триангуляційних мереж 4 класу та I і II розрядів. За геометричною формою мережі триангуляції є такі ж, як і мережі трилатерації, але, у трилатерації вимірюють тільки довжини сторін, а в триангуляції – кути і хоча б одну (дві для контролю) сторони.

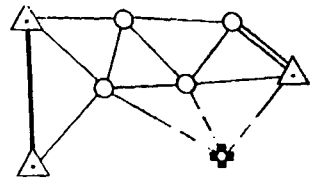
Мережі побудови триангуляції 4 класу та I і II розрядів подані на рис. II.1.7.

Ланка трикутників повинна опиратися на два вихідні геодезичні пункти (бажано на початку і кінці ланки) і на дві сторони, що прилягають до цих пунктів.

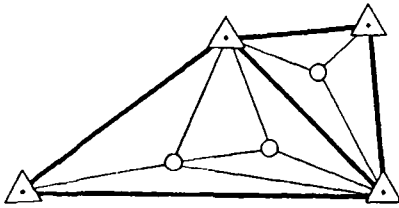
Суцільна мережа триангуляції повинна опиратися не менш ніж на три вихідні пункти і на дві вихідні сторони. Вихідними можуть бути сторони полігонометрії, трилатерації або триангуляції вищих класів, а також сторони розрядної триангуляції, якщо її довжина не коротша за 1 км, а точність її вимірювання не нижче зазначеної в таблиці II.1.7. У цій самій таблиці подані основні вимоги до побудови мереж триангуляції 4 класу та I і II розрядів.



Суцільна триангуляційна мережа



Ланка трикутників та засічка



Вставки в трикутники

Умовні позначення:







-  – Вихідний геодезичний пункт
-  – Вихідна сторона триангуляції
-  – Пункт, який визначається
-  – Базис
-  – Сторони триангуляції з двосторонніми напрямками
-  – Односторонні напрямки

Рис. II.1.7. Схеми побудови триангуляції 4 класу та I і II розрядів.

Таблиця II.1.7

Вимоги до побудови мереж триангуляції 4 класу та I і II розрядів.

| Показники  |                                     | 4 клас   | I розряд | II розряд |
|--|-------------------------------------|----------|----------|-----------|
| Довжина сторони трикутника, не більше, (км)  |                                     | 5        | 5        | 3         |
| Мінімальна допустима величина кута, (°)  | у суцільній мережі                  | 20       | 20       | 20        |
|  | сполучного кута в ланці трикутників | 30       | 30       | 30        |
|  | у вставці                           | 30       | 30       | 30        |
| Кількість трикутників між вихідними сторонами або між вихідними пунктами і стороною, не більше     |                                     | 10       | 10       | 10        |
| Мінімальна довжина вихідної сторони, (км)  |                                     | 2        | 1        | 1         |
| Граничне значення середньої квадратичної похибки кута (обчисленого за нев'язками трикутників), (") |                                     | 2        | 5        | 10        |
| Допустима нев'язка в трикутнику, (")   |                                     | 8        | 20       | 40        |
| Відносна похибка вихідної базисної сторони, не більше  |                                     | 1:200000 | 1:50000  | 1:20000   |
| Відносна похибка визначення сторони в найбільш слабкому місці, не більше                           |                                     | 1:50000  | 1:20000  | 1:10000   |



Розрядні мережі полігонометрії, трилатерації, триангуляції 4 класу та I і II розряду будують з метою згущення геодезичних мереж до щільності, що забезпечує знімальну основу великомасштабного знімання. Проте найбільшого розповсюдження серед цих трьох методів набула полігонометрія. Триангуляцію застосовують тільки на відкритій і гірській місцевості або у випадках, коли (з будь-яких причин) застосування полігонометрії неможливе. У свою чергу, трилатерацію застосовують тоді, коли (з будь-яких причин) неможливі кутові виміри. Крім того, оскільки в полігонометрії виконують як лінійні, так і кутові виміри, а в трилатерації – тільки лінійні, у триангуляції – тільки кутові, тоді з методичної точки зору достатньо детально розглянути технологію створення полігонометричних мереж, щоб навчити майбутнього інженера виконувати побудову мереж триангуляції та трилатерації. Слід зауважити, що метод полігонометрії, у відповідності з основними положеннями створення ДГМ України, не використовується для побудови астрономо-геодезичних мереж 1 класу (АГМ-1), на відміну від основних положень СРСР.

Проте цей факт не говорить про зменшення інтересу геодезистів до полігонометрії. З появою світловіддалемірів можливості продуктивності та точності полігонометрії значно вирости. Відмова основних положень України від полігонометрії під час створення державних геодезичних мереж 1 класу обґрунтована появою супутникового методу створення високоточних мереж, який значно перевершив полігонометрію, особливо під час вимірювання значних довжин ліній в сотні кілометрів. Проте полігонометрія залишається ефективною під час створення *геодезичних мереж спеціального призначення*. До таких мереж належать:

- просторові геодезичні мережі на геодинамічних полігонах;
- спеціальні мережі геодезичного забезпечення будівництва та виконання спостережень за деформаціями, перш за все, унікальних споруд, таких, наприклад, як прискорювачі елементарних частинок;
- спеціальні мережі вивчення рухів земної кори в регіонах видобутку корисних копалин;
- спеціальні мережі в сейсмоактивних регіонах для прогнозування землетрусів, попередження природних та техногенних катастроф;

Такі мережі відіграють важливу роль в прогнозуванні майбутнього планети Земля, у збереженні чистоти навколишнього середовища та у житті людства.

Вище наведені параметри побудови мереж згущення такі, як вимагає цього діюча інструкція [5]. Проте, враховуючи, що в наш час зростають об'єми топографічного знімання в масштабах 1:2000, 1:1000, 1:500, а інколи (1:200, 1:100), мережі згущення потребують кардинальної реконструкції, оскільки вони не забезпечують вимог великомасштабного топографічного знімання.

Наприклад, хід полігонометрії 4 класу довжиною 14 км, якщо число сторін  $n=15$ , а  $\frac{m_s}{S}=1:25000$  та  $m_p=5''$ , матиме максимальну похибку в середині ходу, або нев'язку рівну  $M=0,44$  м при допустимих похибках координат пунктів  $M_{\text{дол.коорд}}$ , якщо знімання виконується в масштабах 1:2000, 1:1000, 1:500 відповідно 0,4 м, 0,2 м, 0,1 м. Сучасні методи вимірювання кутів, а особливо ліній, дають можливість підвищити точність полігонометрії 4 класу до  $M_{\text{дол}}=0,1$  м з довжинами ходів до 8 км. Такі ходи можна будувати на основі ДГМ згущення 3 класу (середня довжина сторін ДГМ 3 класу – 6 км). При цьому відпадає потреба в мережах I та II розрядів, оскільки їх замінять теодолітні та тахеометричні ходи лінійними вимірами виконаними електронними методами.

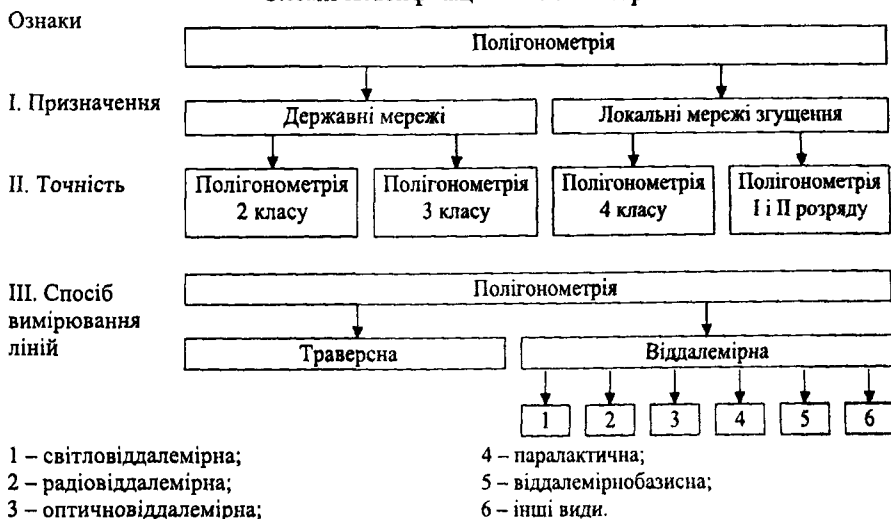
### II.1.7. Класифікація полігонометрії

Полігонометрію класифікують за такими трьома ознаками:

- I. Призначення;
- II. Точність;
- III. Спосіб вимірювання ліній.

Покажемо класифікацію на схемах.

#### Схеми класифікації полігонометрії



Під *траверсною* полігонометрією розуміють таку, у якій прилади для вимірювання довжин безпосередньо вкладають в створі лінії, що вимірюється. Такими приладами в полігонометрії є підвісні мірні дроти та рулетки. У *віддалемірній* полігонометрії прилади для вимірювання довжин безпосередньо в створі ліній не вкладають. Лінії вимірюють посередніми

методами. У віддалемірній полігонометрії, позначеній на схемі цифрами 1, 2, 3, визначають довжини сторін полігонометричного ходу посередньо; у віддалемірній полігонометрії позначеній цифрами 4, 5, 6 створюють допоміжні геометричні побудови, у яких вимірюють не сторони ходу, а коротші відрізки-базиси; потім довжини сторін обчислюють аналітично. Геометричні побудови для визначення довжин сторін ходу називають *полігонометричними ланками*. У полігонометричних ланках базиси завжди розташовувалися перпендикулярно до сторін ходу. Тільки в ланках запропонованих професором Моторним А.Д. [13], базиси є частинами ліній сторін ходу. Такі ланки названі *новими ланками* і віднесені до інших видів полігонометрії. У нових ланках до сторін ходу встановлюють перпендикуляри значної довжини (довжини перпендикулярів не вимірюють). Це дозволяє позбутися гострих кутів у ланках полігонометрії без довгих базисів, що значно підвищує точність визначення сторін ходу. Зауважимо, що з появою електронних віддалемірів види полігонометрії 4, 5, 6 значно втратили свою актуальність. Сказане відноситься і до траверсної полігонометрії.

### II.1.8. Формули для обчислення кутових та лінійних нев'язок в ходах полігонометрії

Полігонометричні ходи, як і теодолітні, є кутомірними, у них вимірюють кути та лінії. Тому, принципово полігонометричні та теодолітні ходи нічим не відрізняються. Різниця тільки в точності вимірювання як кутів, так і ліній. У полігонометрії ці виміри в десятки, а деколи в сотні разів точніші. Але формули для визначення нев'язок в полігонометричних і теодолітних ходах однакові. Виведемо ці формули, хоча вони вже виводились в курсі "Топографія".

Нехай на місцевості прокладено довільний полігонометричних хід (рис. II.1.8).

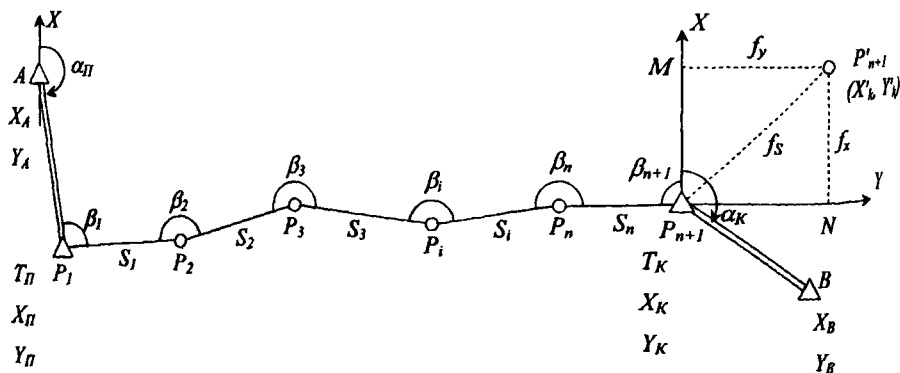


Рис. II.1.8. Полігонометричний хід, прокладений між початковим  $T_{II}$  та кінцевим  $T_K$  триангуляційними пунктами з відомими координатами  $X_{II}, Y_{II}$  і  $X_K, Y_K$ .

Пункти  $T_{II}$  та  $T_K$  є одночасно початковим та кінцевим пунктами полігонометричного ходу  $P_I$  та  $P_{n+1}$ ; зрозуміло, що ці пункти, відповідно, мають однакові координати;  $n$  – число сторін ходу,  $(n+1)$  – число кутів цього ж ходу. Відомі також дирекційний кути ліній  $A-T_{II}$  і  $T_K-B$ , які показані на рисунку відповідно  $\alpha_{II}$  та  $\alpha_K$ . Будемо вважати відомі координати та дирекційні кути такими, що не мають похибок. Хід прокладено для визначення координат пунктів полігонометрії  $P_2, P_3, \dots, P_n$ . Допустимо, в ході виміряні усі ліві кути  $\beta_i$ , включаючи межуючі  $\beta_1$  та  $\beta_{n+1}$ , та довжини сторін  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

Як відомо, кутова нев'язка  $f_\beta$  – це різниця між практичною сумою кутів, тобто між сумою виміряних кутів полігонометричного ходу (правих або лівих)  $\sum_1^{n+1} \beta_{PP(II)}$ , і теоретичною (безпомилковою) сумою цих кутів

$\sum_1^{n+1} \beta_{T(II)}$ , тобто:

$$f_\beta = \sum_1^{n+1} \beta_{PP(II)} - \sum_1^{n+1} \beta_{T(II)}. \quad (II.1.2)$$

Виникає питання: як знайти теоретичну суму кутів? Користуючись відомою залежністю між дирекційними кутами  $\alpha_i$  та кутами повороту  $\beta_i$ , можемо записати для виміряних

лівих кутів: 
$$\alpha_K = \alpha_{II} + \sum_1^{n+1} \beta_{T_{II}} - 180^\circ(n+1). \quad (II.1.3)$$

правих кутів: 
$$\alpha_K = \alpha_{II} + 180^\circ(n+1) - \sum_1^{n+1} \beta_{T_{II}}. \quad (II.1.4)$$

Формули (II.1.3) і (II.1.4) справедливі тільки за умови, що суми кутів без похибок, тобто є теоретичними сумами.

Розв'яжемо ці формули відносно теоретичних сум кутів. Отримаємо:

$$\sum_1^{n+1} \beta_{T_{II}} = \alpha_K - \alpha_{II} + 180^\circ(n+1), \quad (II.1.5)$$

$$\sum_1^{n+1} \beta_{T_{II}} = \alpha_{II} - \alpha_K + 180^\circ(n+1). \quad (II.1.6)$$

Підставивши значення теоретичних сум кутів з формул (II.1.5) та (II.1.6) у формулу (II.1.2), отримаємо кінцеві формули для визначення кутової нев'язки, як у випадку вимірювання лівих, так і правих кутів.

$$f_{\beta_{II}} = \sum_1^{n+1} \beta_{PP_{II}} - \alpha_K + \alpha_{II} - 180^\circ(n+1); \quad (II.1.7)$$

$$f_{\beta_n} = \sum_1^{n+1} \beta_{\text{ПР}n} - \alpha_{\text{П}} + \alpha_{\text{К}} - 180^\circ(n+1). \quad (\text{II.1.8})$$

Знаючи нев'язки, введемо у виміряні кути  $\beta_i$  поправки, а також знайдемо дирекційні кути усіх ліній ходу. Потім, використовуючи виміряні значення ліній  $S_i$ , обчислимо прирости координат  $\Delta x_i$  та  $\Delta y_i$ , і знайдемо практичні суми приростів координат  $\sum_{i=1}^{i=n} \Delta x_{i\text{ПР}}$  та  $\sum_{i=1}^{i=n} \Delta y_{i\text{ПР}}$ , а також координати  $X'_K$  та  $Y'_K$  кінцевої точки ходу  $P'_{n+1}$ . На рисунку II.1.8 точка  $P'_{n+1}$  не співпала з точкою  $P_{n+1}$ .

Отже, обчислені координати кінцевої точки  $P'_{n+1}$  виявляться не такими, як відомі координати точки  $P_{n+1} - X_K, Y_K$ . Відрізок  $P_{n+1} - P'_{n+1}$  позначимо  $f_S$ . Це абсолютна нев'язка ходу. Спроектуємо  $f_S$  на координатні осі  $X$  та  $Y$ . Отримаємо нев'язку по осях:  $f_x$  та  $f_y$ . Таким чином, рисунок II.1.8 дає геометричну інтерпретацію нев'язки: виявляється  $f_x$  та  $f_y$ , є катетами прямокутного трикутника  $P_{n+1} P'_{n+1} N$ . Гіпотенуза цього трикутника -  $f_S$ . Абсолютні нев'язки по осях  $f_x$  та  $f_y$  полігонометричного ходу можна знайти, за різницями практичних та теоретичних сум приростів координат.

$$f_x = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta x_{i\text{ПР}} - \sum_{i=1}^{i=n} \Delta x_{i\text{T}}; \quad f_y = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta y_{i\text{ПР}} - \sum_{i=1}^{i=n} \Delta y_{i\text{T}}.$$

Враховуючи, що  $\sum_{i=1}^{i=n} \Delta x_{i\text{T}} = x_K - x_{\text{П}}$ ;  $\sum_{i=1}^{i=n} \Delta y_{i\text{T}} = y_K - y_{\text{П}}$ , зможемо записати кінцеві формули для визначення  $f_x$  та  $f_y$ .

$$f_x = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta x_{i\text{ПР}} - (x_K - x_{\text{П}}); \quad (\text{II.1.9})$$

$$f_y = \sum_{i=1}^{i=n} \Delta y_{i\text{ПР}} - (y_K - y_{\text{П}}). \quad (\text{II.1.10})$$

### II.1.9. Поздовжні та поперечні похибки витягнутого полігонометричного ходу

Нехай маємо висячий, рівносторонній, витягнутий хід (кути повороту  $\beta_i$  витягнутого ходу близькі до  $180^\circ$ ), див. рис. II.1.9.

Висячим називають хід, що має тільки одну точку з відомими координатами, зазвичай, на початку ходу.

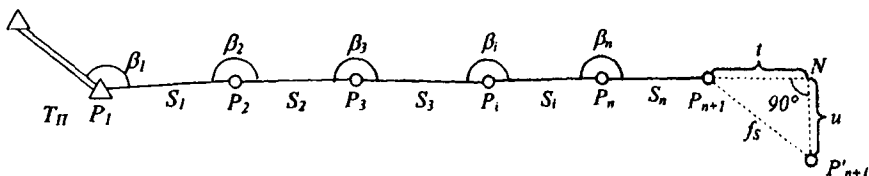


Рис. П.1.9. До пояснення причин поздовжніх  $t$  та поперечних  $u$  похибок висячого витягнутого, рівностороннього полігонометричного ходу.

Нехай безпомилкове положення кінцевої точки ходу –  $P_{n+1}$ . Якщо потім на плані графічно побудувати хід за вимірними лініями та кутами, то в результаті похибок вимірів (результатами похибок графічних побудов нехтуємо) кінцева точка ходу займе деяке інше положення –  $P'_{n+1}$ ;  $f_s$  – абсолютна нев'язка ходу. Проте, оскільки хід витягнутий, то похибки вимірювання ліній можуть викликати зсув кінцевої точки  $P_{n+1}$  тільки вздовж ходу [18,21] (вправо або вліво). На рис. П.1.9 цей зсув позначимо  $t$ . У свою чергу похибки вимірювання кутів здатні викликати тільки поперечний зсув кінцевої точки ходу (вверх або вниз). На рисунку П.1.9 цей зсув позначимо  $u$ . З прямокутного трикутника  $P_{n+1} N P'_{n+1}$  можемо записати:

$$f_s^2 = t^2 + u^2.$$

У свою чергу, як це видно з попереднього рисунка П.1.8:

$$f_s^2 = f_x^2 + f_y^2.$$

Оскільки ліві частини рівнянь однакові, то рівні також їх праві частини:

$$f_x^2 + f_y^2 = t^2 + u^2. \quad (\text{П.1.11})$$

Остання формула важлива, як контрольна, під час обчислення параметрів  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $t$  та  $u$ .

### П.1.10. Основні розрахункові формули очікуваних поздовжніх похибок траверсних та віддалемірних полігонометричних ходів

Нехай в лінії  $S$  траверсної полігонометрії мірний прилад довжиною  $l$ , вкладається  $n$  разів (рис. П.1.10). Припустимо, що діють тільки випадкові похибки виміру. Тоді маємо підставу, враховуючи одноманітність відкладання, вважати ці похибки однаковими. Позначимо їх  $m_b$  ( $b$  – випадкові).

Оскільки

$$S = l + l + l + \dots + l \quad (n \text{ разів}), \quad (\text{П.1.12})$$

то

$$m_{S_b}^2 = m_b^2 + m_b^2 + m_b^2 + \dots + m_b^2 \quad (n \text{ разів}),$$

або

$$m_{S_b}^2 = m_b^2 \cdot n. \quad (\text{П.1.13})$$

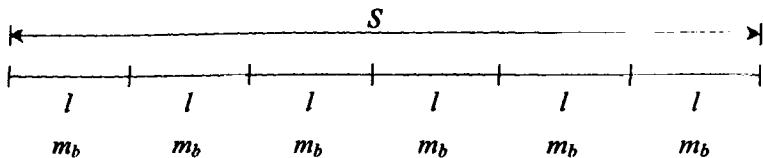


Рис. II.1.10. Накопичення випадкових похибок  $m_b$  під час вимірювання лінії довжиною  $S$  мірним приладом довжиною  $l$ .

Знайдемо  $n$ :

$$n = \frac{S}{l}. \quad (\text{II.1.14})$$

Тоді можемо записати

$$m_{S_b}^2 = m_b^2 \cdot \frac{S}{l}. \quad (\text{II.1.15})$$

або

$$m_{S_b} = m_b \cdot \frac{\sqrt{S}}{\sqrt{l}}. \quad (\text{II.1.16})$$

Позначимо  $\frac{m_b}{\sqrt{l}} = \mu$  – коефіцієнт випадкового впливу (випадкова похибка на одиницю довжини). Дійсно, приймаючи  $l = 1$ , маємо  $\mu = m_b$ .

З цим позначенням формула (II.1.16) набуває вигляду:

$$m_{S_b} = \mu \sqrt{S}. \quad (\text{II.1.17})$$

Для ходу довжиною  $L$ , за аналогією, запишемо:

$$m_{L_b} = \mu \sqrt{L}. \quad (\text{II.1.18})$$

Далі, припустимо, що під час вимірювання тієї ж лінії довжиною  $S$  діють тільки систематичні похибки  $m_c$  (такі похибки не змінюють знаку).

Запишемо:  $S = n \cdot l$ . Тоді  $m_s = n \cdot m_c$ ,

або

$$m_s = m_c \cdot \frac{S}{l}. \quad (\text{II.1.19})$$

Позначимо

$$\frac{m_c}{l} = \lambda, \quad (\text{II.1.20})$$

$\lambda$  – коефіцієнт систематичного впливу, (систематична похибка на одиницю довжини). Дійсно, якщо  $l = 1$ , то  $m_c = \lambda$ .

З цим позначенням формула (II.1.19) набуде вигляду:

$$m_{S_c} = \lambda \cdot S. \quad (\text{II.1.21})$$

Для ходу довжиною  $L$  матимемо:

$$m_{L_c} = \lambda \cdot L. \quad (\text{II.1.22})$$

Фактично під час вимірювання одночасно діють випадкові та систематичні похибки, і ми можемо записати, приймаючи до уваги, що поздовжній зсув витягнутого полігонометричного ходу  $t = m_L$ :

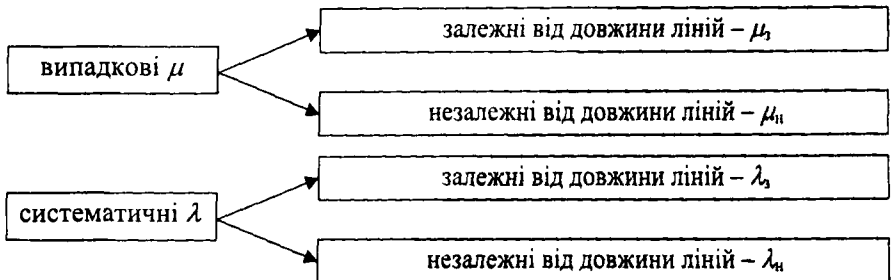
$$t^2 = m_L^2 = \mu^2 \cdot L + \lambda^2 \cdot L. \quad (\text{II.1.23})$$

Для підвісних мірних приладів відомі коефіцієнти  $\mu$  та  $\lambda$ . Тому на основі формули (II.1.23) ще до вимірювання, наперед (апріорно), можна розрахувати очікуваний поздовжній зсув  $t$ .

Далі виведемо формули очікуваних поздовжніх похибок віддалемірної полігонометрії, У геодезичній практиці найбільш поширена світловіддалемірна полігонометрія, менше – радіовіддалемірна.

Вимірювання ліній світло- та радіовіддалемірами має одну важливу відмінність від вимірювання ліній підвісними приладами в траверсній полігонометрії. У траверсній полігонометрії мірний прилад, який має постійну довжину (температурними впливами на зміну довжини приладу будемо тут нехтувати), вкладається в лінії  $n$  разів і похибки кожного відкладання можна вважати однаковими.

У випадку світло- і радіополігонометрії вимірюють не частини, а цілі лінії, що мають різні довжини. Зміняться і похибки, що діють під час вимірювання. Тому для апріорних розрахунків точності таких вимірів потрібно знати не тільки характер впливів (випадковий чи систематичний), але й залежність, або незалежність джерел похибок від довжини лінії  $S$ . Таким чином, усі похибки у світлорадіовіддалемірних вимірах слід розділити на 4 групи:



Проте, усі ці похибки залежні від довжини ходу  $L$  (від кількості сторін ходу  $n$ ). Випадкові дві пропорційні  $\sqrt{L}$  (пропорційні  $\sqrt{n}$ ), а систематичні пропорційні  $L$  (пропорційні  $n$ ). Тому загальну формулу для окремих ліній  $m_S$  та ходу  $m_L$  можна записати так:

$$m_S^2 = \mu_z^2 \cdot S + \mu_n^2 + \lambda_z^2 \cdot S^2 + \lambda_n^2. \quad (\text{II.1.24})$$

$$m_L^2 = \mu_z^2 \cdot L + \mu_n^2 \cdot L + \lambda_z^2 \cdot L^2 + \lambda_n^2 \cdot L^2. \quad (\text{II.1.25})$$



Надалі, у підрозділі “Світловіддалемірна полігонометрія” буде показано, що існує 7 основних джерел похибок які діють на вимірювання електронними (світло та радіо) віддалемірами:

- 1) Похибка приведення ліній до горизонту ( $m_{S_h}$ ). Похибка випадкова, залежить в основному від характеру рельєфу (більша – у горбистій місцевості, менша – у рівнинній). Значно менше залежить від довжини лінії.
- 2) Похибка вимірювання різниці фаз ( $m_{S_{\Delta\phi}}$ ). Похибка випадкова, незалежна від  $S$ .
- 3) Похибка визначення постійної віддалеміра ( $m_{S_k}$ ). Похибка діє під час вимірювання, як систематична, безпосередньо не залежить від довжини лінії, накопичується прямопропорційно до числа ліній ходу, а отже, посередньо залежить від довжини ходу.
- 4) Похибка визначення циклічної поправки фазометра ( $m_{S_\phi}$ ). Величина цієї поправки залежить від тієї частини різниці фаз, що компенсується фазообертачем, тобто, від значення відліку фазометра. Таким чином, поправка – змінна величина. Похибка визначення цієї поправки –  $m_{S_\phi}$ . Ця похибка випадкова, не залежить від  $S$ .
- 5) Похибка відхилення основної частоти віддалеміра від заданої, номінальної частоти ( $m_{S_f}$ ). Похибка систематична, залежить від  $S$ .
- 6) Похибки центрування приймача та редукції відбивача для світловіддалемірної полігонометрії ( $m_{u,p}$ ). Ці похибки діють сумісно і тому об’єднані в одну. Ця сумісна похибка випадкова і не залежить від  $S$ .
- 7) Похибка робочої швидкості ЕМХ (світлова хвиля – для світловіддалемірів, радіохвиля для радіовіддалемірів) ( $m_{S_c}$ ). Похибка залежить від  $S$  і має переважно систематичний характер. Це тому, що хвиля, зазвичай, проходить над поверхнею землі вище, ніж середнє значення висоти, на якій виконують вимірювання метеопараметрів: біля випромінювача та приймача ЕМХ, а густина повітря (показник заломлення повітря) змінюється з висотою.

Таким чином, розділивши усі 7 похибок за їх характером на 4 групи, можемо записати:

$$\mu_3^2 = m_{S_h}^2; \mu_H^2 = m_{S_{\Delta\phi}}^2 + m_{S_\phi}^2 + m_{u,p}^2; \quad (\text{II.1.26})$$

$$\lambda_3^2 = m_{S_f}^2 + m_{S_c}^2; \lambda_H^2 = m_{S_k}^2.$$

Враховуючи формули (II.1.26), можемо формули (II.1.24) та (II.1.25) записати в розгорнутому вигляді:

$$m_S^2 = m_{S_h}^2 \cdot S + m_{S_{\Delta\varphi}}^2 + m_{S_\phi}^2 + m_{u,p}^2 + m_{S_f}^2 \cdot S^2 + m_{S_c}^2 \cdot S + m_{S_k}^2. \quad (\text{II.1.27})$$

$$m_L^2 = m_{S_h}^2 \cdot L + m_{S_{\Delta\varphi}}^2 \cdot L + m_{S_\phi}^2 \cdot L + m_{u,p}^2 \cdot L + m_{S_f}^2 \cdot L^2 + m_{S_c}^2 \cdot L^2 + m_{S_k}^2 L^2. \quad (\text{II.1.28})$$

Формули (II.1.27) та (II.1.28) є строгими, але не прийнятними для попередніх розрахунків, оскільки в них усі сім похибок невідомі. Проте, як бачимо, три похибки  $m_{S_{\Delta\varphi}}$ ,  $m_{S_\phi}$ ,  $m_{u,p}$  є випадковими та не залежать від  $S$ , а  $m_{S_h}$  також випадкова і значно залежить від рельєфу і мало залежить від  $S$ . Отже, практично усі чотири випадкові похибки не залежать від  $S$ . Усі три систематичні похибки залежні від довжини лінії, або довжини ходу. Тому з незначними неточностями можемо усі похибки об'єднати в дві групи: випадкові, суму яких позначимо  $\mu$ , та систематичні, суму яких позначимо  $\lambda$ .

Тоді:

$$\mu^2 = m_{S_h}^2 + m_{S_{\Delta\varphi}}^2 + m_{S_\phi}^2 + m_{u,p}^2; \quad \lambda^2 = m_{S_f}^2 + m_{S_c}^2 + m_{S_k}^2.$$

Таким чином, для деякої лінії  $S$  знайдемо очікувану похибку за формулою:

$$m_S^2 = \mu^2 + \lambda^2 \cdot S_{\text{км}}^2. \quad (\text{II.1.29})$$

Відповідно для ходу будемо мати:

$$m_L^2 = \mu^2 \cdot L + \lambda^2 \cdot L^2. \quad (\text{II.1.30})$$

Порівнюючи формулу (II.1.23) для ходу довжиною  $L$  траверсної полігонометрії з формулою (II.1.30) для світловіддалемірної полігонометрії такої ж довжини  $L$ , зауважимо, що вони ідентичні.

Проте фірми, що виготовляють прилади, та інструкція [5], рекомендують визначати очікувані похибки вимірювання ліній електронними віддалемірами, використовуючи рівняння прямої регресії.

$$m_S = \mu + \lambda \cdot S_{\text{км}} \cdot 10^{-6}. \quad (\text{II.1.31})$$

У формулі (II.1.31)  $\mu$  та  $\lambda$  в міліметрах,  $S$  в кілометрах.

Для ходу діюча інструкція пропонує формулу:

$$m_L = m_S \cdot \sqrt{n}. \quad (\text{II.1.32})$$

Як бачимо, формула (II.1.31) не враховує, що деякі джерела випадкових і систематичних похибок можуть мати протилежні знаки і компенсуватися. Формула додає похибки незалежно від їх знаків. Тому формула буде прогнозувати більші похибки в лінії, ніж це є насправді. Навпаки, формула (II.1.32) для ходу допускає, що усі похибки накопичуються, як випадкові. Тому ця формула буде прогнозувати змінні похибки для ходів однакової довжини з різним числом сторін. Покажемо це на конкретному прикладі. Для сучасних віддалемірів  $\mu$  змінюється в межах 5-30 мм, а  $\lambda$  – в

межах 2-10 мм на 1 км. Нехай довжина лінії  $S = 1$  км, а  $\mu = 20$  мм,  $\lambda = 5$  мм. Тоді за формулою (II.1.29):

$$m_s^2 = 20^2 + 5^2 = 20,6 \text{ мм.}$$

За формулою регресії (II.1.31) маємо:

$$m_s = 20 + 5 = 25 \text{ мм.}$$

Як бачимо, різниця незначна, а оскільки застосування формули регресії дещо збільшує, а не зменшує очікувану похибку, то для попередніх розрахунків такий спрощений метод можна використовувати. Дослідимо, як зміниться суть справи у випадку конкретного ходу. Нехай полігонометричний хід складається з  $n = 14$  ліній,  $S = 1$  км,  $L = 14$  км – максимальна допустима довжина ходу.

Тоді, за більш точною формулою (II.1.30) маємо:

$$m_L^2 = 20^2 \cdot 14 + 5^2 \cdot 14^2; m_L = 102,5 \text{ мм.}$$

За формулою (II.1.32) матимемо:

$$m_L = 25 \text{ мм} \cdot \sqrt{14} = 93,5 \text{ мм.}$$

Результат дійсно дещо менший, хоча й незначно. Проте, під час зміни довжини ліній цей результат буде змінною величиною. Дійсно, нехай  $S = 250$  м, тоді для  $L = 14$  км,  $n = 56$ . Тому відповідно матимемо для лінії: за точною формулою (II.1.29)  $m_s = 20,04$  мм; за формулою регресії (II.1.31)  $m_s = 21,25$  мм. Для ходу за точною формулою (II.1.30) результат не зміниться,  $m_L = 102,5$  м.

За формулою (II.1.32) матимемо:

$$m_L = 21,25 \text{ мм} \cdot \sqrt{56} = 159,02 \text{ мм.}$$

Як бачимо, похибка на 1/3 більша від очікуваної.

Таким чином, для розрахунків похибок ходів краще користуватися формулою (II.1.30). Проте, для оптимальної довжини сторін  $S = 500$  м, матимемо  $n = 28$ , а  $m_L = 22,5 \text{ мм} \cdot \sqrt{28} = 119,06 \text{ мм}$ . Тепер результат завищений тільки на 16%.

Слід зробити ще два зауваження. По-перше, подані вище розрахунки очікуваних похибок враховують тільки похибки вимірювання довжин, але не враховують похибки вихідних даних (похибки відомих координат початкової та кінцевої точок ходу). Ці похибки можуть змінити апріорно розраховані нев'язки. По-друге, отримані похибки  $m_s$  та  $m_L$  є середніми квадратичними. Допустимі похибки приймаються, як подвійні середні квадратичні.

### *II.1.11. Виведення розрахункової формули поперечної похибки всякого полігонометричного ходу*

Для спрощення виведення знову будемо розглядати витягнутий, рівносторонній хід.

Нехай, під час вимірювання кута  $\beta_1$  зроблена похибка  $m_\beta$ , а усі інші кути  $\beta_i$  – безпомилкові. Тоді хід повернеться на кут  $m_\beta$  і кінцева точка ходу зсунеться на  $u_1$ . Насправді, похибки  $m_\beta$  можливі і в усіх інших кутах  $i$ , відповідно, матимемо зсуви  $u_2, u_3, \dots, u_n$ . На рисунку II.1.11 зображено випадок, коли усі виміряні кути більші від безпомилкових на  $m_\beta$ , тобто, коли діють однакові систематичні кутові похибки; насправді, похибки  $m_\beta$  випадкові, змінюють знаки. Зсуви  $u_i$  також будуть з різними знаками. Тому для визначення загального поперечного зсуву слід додавати квадрати окремих зсувів.

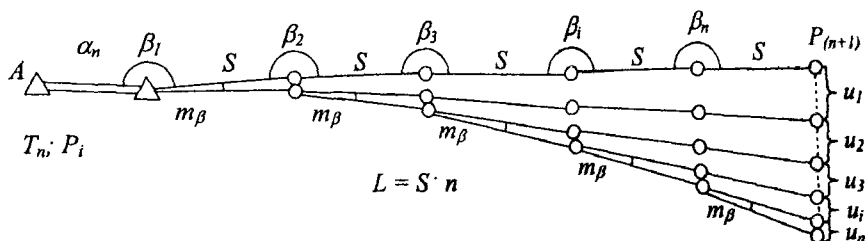


Рис. II.1.11. До розрахунку поперечного зсуву кінцевої точки всяякого полігонометричного ходу.

$$u^2 = u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2. \quad (\text{II.1.33})$$

Будемо розглядати  $u_1$  як дугу описану радіусом  $L = S \cdot n$ .

$$\text{Тому } \frac{u_1}{S \cdot n} = \frac{m_\beta^n}{\rho^n};$$

$$u_1 = \frac{m_\beta^n}{\rho^n} \cdot S \cdot n. \quad (\text{II.1.34})$$

$$\text{За аналогією: } u_2 = \frac{m_\beta^n}{\rho^n} \cdot S \cdot (n-1) \dots u_n = \frac{m_\beta^n}{\rho^n} \cdot S.$$

У відповідності з (II.1.33) матимемо:

$$u^2 = \frac{m_\beta^{n2}}{\rho^{n2}} \cdot S^2 [n^2 + (n-1)^2 + \dots + 1^2]. \quad (\text{II.1.35})$$

У формулі (II.1.35) в квадратних дужках сума квадратів натурального ряду чисел від 1 до  $n$ , яка дорівнює:  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .

Враховуючи це, перетворимо рівняння (II.1.36); помноживши і розділивши праву частину цього рівняння на  $n$ . Матимемо:

$$u^2 = \frac{m_\beta^{n^2}}{\rho^{n^2}} \cdot S^2 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \cdot \frac{n}{n}. \quad (\text{II.1.36})$$

Далі запишемо (II.1.36) так:

$$u^2 = \frac{m_\beta^{n^2}}{\rho^{n^2}} \cdot L^2 \frac{(n+1)(2n+1)}{6n}. \quad (\text{II.1.37})$$

Перетворимо частину чисельника (II.1.37), нехтуючи одиницею:

$$(n+1)(2n+1) = 2n^2 + n + 2n + 1 \approx 2n^2 + 3n = n(2n+3).$$

Тоді формула (II.1.36) набуде вигляду:

$$u^2 = \frac{m_\beta^{n^2}}{\rho^{n^2}} \cdot L^2 \frac{n(2n+3)}{6n}. \quad (\text{II.1.38})$$

Розділивши чисельник та знаменник правої частини формули (II.1.38) на 2, отримаємо:

$$u^2 = \frac{m_\beta^{n^2}}{\rho^{n^2}} \cdot L^2 \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{II.1.39})$$

Таким чином:

$$u = \frac{m_\beta^n}{\rho^n} \cdot L \sqrt{\frac{n+1,5}{3}}. \quad (\text{II.1.40})$$

Перейдемо до загальної похибки  $M$  в положенні кінцевої точки ходу:

$$M^2 = t^2 + u^2. \quad (\text{II.1.41})$$

Але поздовжній зсув у відповідності з формулою (II.1.30) складається із випадкових та систематичних похибок:

$$t^2 = m_L^2 = \mu^2 \cdot L + \lambda^2 \cdot L^2. \quad (\text{II.1.42})$$

Технологія вимірювання ліній забезпечує зменшення систематичних похибок до мінімуму. Тоді, нехтуючи систематичними похибками, загальну похибку  $M$  можна описати формулою:

$$M^2 = \mu^2 \cdot L + \frac{m_\beta^{n^2}}{\rho^{n^2}} L^2 \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{II.1.43})$$

Перейдемо до відносної похибки

$$\left(\frac{M}{L}\right)^2 = \frac{\mu^2}{L} + \frac{m_\beta^{n^2}}{\rho^{n^2}} \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{II.1.44})$$

Виразимо коефіцієнт випадкового впливу  $\mu$  через похибки лінійних вимірів. На основі формули (II.1.17) запишемо:

$$m_S = \mu \cdot \sqrt{S}. \quad (\text{II.1.45})$$

Звідси:

$$\mu^2 = \frac{m_S^2}{S}. \quad (\text{II.1.46})$$

Підставимо значення  $\mu^2$  з (II.1.46) в формулу (II.1.44) і отримаємо:

$$\left(\frac{M}{L}\right)^2 = \frac{m_S^2}{nS} + \frac{m_\beta^2}{\rho^{\prime 2}} \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{II.1.47})$$

або

$$\left(\frac{M}{L}\right)^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{m_S}{S}\right)^2 + \frac{m_\beta^2}{\rho^{\prime 2}} \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{II.1.48})$$

Формулу (II.1.48) широко використовують під час апіорних розрахунків очікуваних похибок, оскільки для розрахунків, необхідно знати тільки відносну похибку вимірювання ліній  $\frac{m_S}{S}$  та похибку вимірювання кутів  $m_\beta$ .

### II.1.12. Виведення формули поперечної похибки полігонометричного ходу з попередньо ув'язаними кутами

Якщо полігонометричний хід прокладено між пунктами з відомими координатами та дирекційними кутами, то максимальний поперечний зсув ходу буде в середині ходу. Для парного числа сторін  $n$ , для точки  $P_{\frac{n}{2}+1}$  в се-

редині ходу, що має помилкове положення, будемо мати, відповідно, зсуви  $u_1$  та  $u_2$ , якщо рухатися від початку ходу до середини та навпаки, від кінця ходу до середини, як показано на рис. II.1.12.

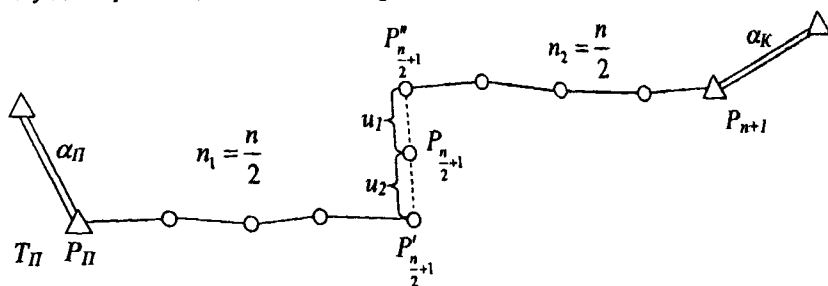


Рис. II.1.12. Поперечний зсув середньої точки ходу.

На рисунку:

$P_{\frac{n}{2}+1}$  – безпомилкове положення середньої точки;

$P'_{\frac{n}{2}+1}$  – положення точки, якщо її координати обчислювались від початкової

точки ходу  $T_n$ ;

$P''_{\frac{n}{2}+1}$  – положення точки, якщо її координати обчислювались від кінцевої

точки ходу  $T_k$ .

Виведення відповідної формули спроститься, якщо даний хід розглядати, як два незалежних, висячих ходи, оскільки формулу для висячих ходів ми вже маємо. Для парного числа сторін будемо мати  $n_1 = n_2 = \frac{n}{2}$ , де  $n_1$  та  $n_2$  – число сторін першого та другого висячих ходів. Логічно записати, що  $u_1 = u_2$ . Загальний зсув буде:

$$u^2 = u_1^2 + u_2^2 = 2u_1^2 = 2u_2^2. \quad (\text{II.1.49})$$

На основі (II.1.35) можемо записати:

$$u^2 = 2 \frac{m_\beta^2}{\rho^{n^2}} \cdot S^2 \frac{n_1(n_1+1)(2n_1+1)}{6}. \quad (\text{II.1.50})$$

Оскільки  $n_1 = \frac{n}{2}$ , то:

$$u^2 = 2 \frac{m_\beta^2}{\rho^{n^2}} \cdot S^2 \frac{\frac{n}{2} \left( \frac{n}{2} + 1 \right) \left( 2 \frac{n}{2} + 1 \right)}{6}. \quad (\text{II.1.51})$$

Спростимо (II.1.51), помноживши та розділивши праву частину на 2:

$$u^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^{n^2}} \cdot S^2 \frac{n \left( \frac{n}{2} + 1 \right) (n+1)}{6} \cdot \frac{2}{2}. \quad (\text{II.1.52})$$

Якщо помножимо та розділимо праву частину на  $n$ , то отримаємо:

$$u^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^{n^2}} \cdot S^2 \frac{n(n+2)(n+1)}{12} \cdot \frac{n}{n}. \quad (\text{II.1.53})$$

або

$$u^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^{n^2}} \cdot L^2 \frac{(n+1)(n+2)}{12n}. \quad (\text{II.1.54})$$

Перетворимо праву частину чисельника рівняння (II.1.54), нехтуючи двійкою (це майже не спотворить результат. Дійсно, для  $n = 10$  точний результат 132, наближений 130).

$$(n+1)(n+2) = n^2 + 2n + n + 2 \approx n^2 + 3n = n(n+3).$$

Підставивши отриманий результат, будемо мати:

$$u^2 = \frac{m_\beta^2}{\rho^{n^2}} \cdot L^2 \frac{n+3}{12}. \quad (\text{II.1.55})$$

Отже

$$u = \frac{m_\beta}{\rho^n} \cdot L \sqrt{\frac{n+3}{12}}. \quad (\text{II.1.56})$$

Порівняємо поперечні зсуви висячого ходу та ходу такої ж довжини, прокладеного між точками з відомими координатами. Для цього достатньо порівняти формули (II.1.40) та (II.1.56), вони відрізняються тільки підкорінним дробом. Не будемо звертати увагу на різницю в чисельниках. Знаменник 12 формули (II.1.56) розкладемо на 4 і 3, і запишемо:

$$u = \frac{1}{2} \frac{m''}{\rho''} \cdot L \sqrt{\frac{n+3}{3}}. \quad (\text{II.1.57})$$

Таким чином, поперечний зсув такого ходу практично зменшується в два рази.

### II.1.13. Полігонометричні знаки

Кінцевий проект геодезичної мережі пунктів затверджують після рекогностування. Головними завданнями рекогностування є:

- уточнення проекту мережі;
- остаточний вибір трас полігонометричних ходів;
- остаточний вибір місць закладання пунктів;
- остаточний вибір типів знаків, якими закріплюють геодезичні пункти мереж триангуляції, трилатерації, полігонометрії.

Під час рекогностування вибрані місця для закладання пунктів закріплюють тимчасовими знаками (кілками, металевими штирями, обкопуванням, тощо) і на них, складають абриси з прив'язуванням до постійних місцевих предметів не менш ніж трьома промірами. Під час закладання знаків проміри уточнюють. Оскільки уся територія України знаходиться в зоні сезонного промерзання ґрунтів, тоді широке застосування мають знаки, призначені саме для таких умов. Знаки для сезонного промерзання ґрунтів мають нижній та верхній центри, верхній центр закладають на рівні з асфальтом або землею, з якої знято дерен. Такий знак показано на рис. II.1.13.

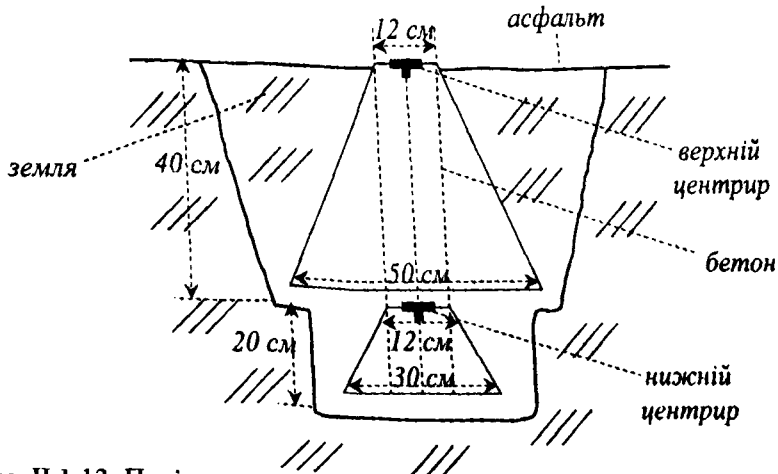


Рис. II.1.13. Полігонометричний знак для сезонного промерзання ґрунтів з верхнім та нижнім центрами.



Часто застосовують видозмінений знак, що має тільки один центр. Такий центр закладають нижче рівня землі, а зверху закривають чавунним ковпаком із кришкою. Кришка розташована на рівні з асфальтом або землі зі знятим дерном. Такий знак показано на рис. П.1.14.

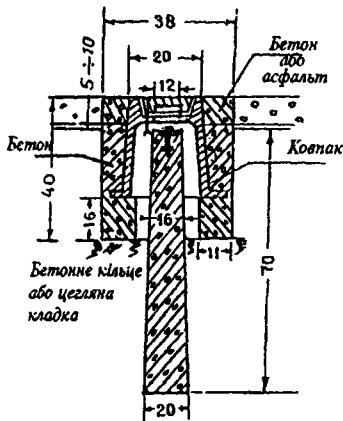


Рис. П.1.14. Центр пункту полігонометрії, триангуляції, трилатерації 4 класу 1 і 2 розрядів для міст Києва, Севастополя і обласних центрів (тип У15к).

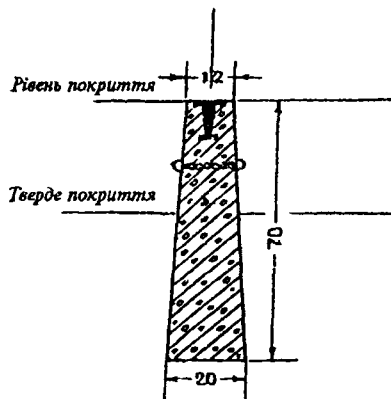


Рис. П.1.15. Центр пункту полігонометрії, триангуляції, трилатерації 4 класу 1 і 2 розрядів для забудованих територій, райцентрів, міст, селищ, сільських населених пунктів (тип У15).

Ці знаки закладають у великих містах та обласних центрах. Для забудованих територій, райцентрів, міст, селищ, сільських населених пунктів застосовують дещо інший тип знаку, показаний на рисунку П.1.15.

У місцях суцільних забудов широко застосовують настінні знаки полігонометрії. Такий знак показано на рис. П.1.16.

Настінні знаки полігонометрії закладають по одному (одинарні), а також по два (подвійні) та по три (потрійні). Стінні знаки (за статистичними даними) зберігаються на порядок більше років, ніж ґрунтові.

На пунктах мереж триангуляції, трилатерації, інколи полі-

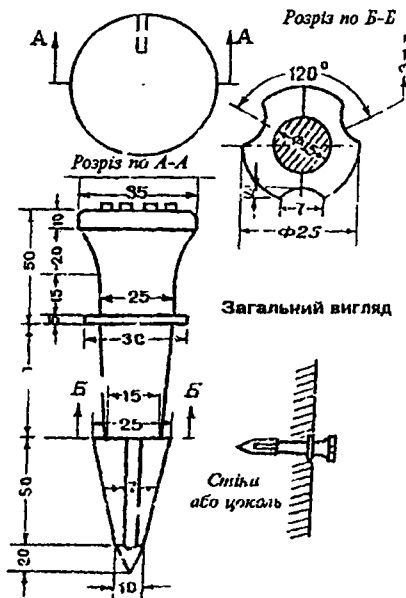


Рис. П.1.16. Стінний знак пункту полігонометрії 4 класу, 1 і 2 розрядів (тип 143).

гонометрії, що створюються як основа великомасштабного знімання, для відкриття видимості, між сусідніми центрами установлюють зовнішні геодезичні знаки таких типів: металеві піраміди-штативи з візирними цілями, що знімаються, чотиригранні металеві піраміди (див. рис. II.1.17, II.1.18, II.1.19).

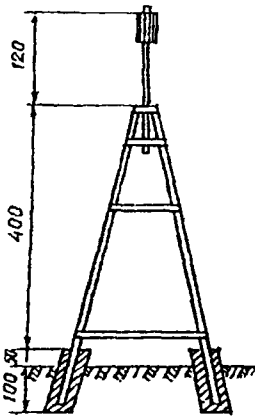


Рис. II.1.17.  
Чотиригранна  
піраміда (з кутової  
сталі)

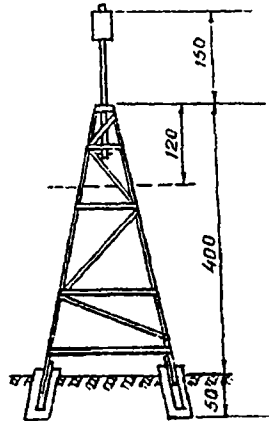


Рис. II.1.18. Піраміда-штатив з кутової сталі (50×50×5 або 35×35×4) з мало фазною візирною ціллю, що знімається, з висотою до інструментального столика від 1,2 до 4,0 м.

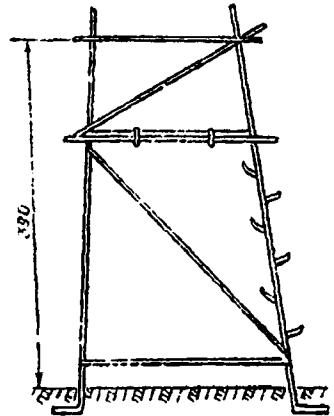


Рис. II.1.19. Металева переносна площадка для спостереження з пірамід-штативів виготовляється з кутової сталі (50×50×5 і 35×35×4).

Використовують також Г-подібну віху (рис. II.1.20).

Візирні цілі геодезичних знаків повинні бути малофазними та мати такі розміри: висота візирного циліндра – 0,5 м, діаметр – 0,25 м. Віддаль від інструментального столика до нижнього диску візирного циліндра повинна бути не меншою за 0,8 м. Малофазна циліндрична поверхня створюється краями радіально розташованих планок, що прикріплені до дисків. Відхилення проєкцій центрів візирного циліндра і столика для приладу від центрів пункту можуть бути не більшими за 5 см.

#### II.1.14. Організація полігонометричних робіт

Назвемо, перш за все, основні види робіт, що виконують під час створення полігонометричних мереж в послідовності їх виконання:

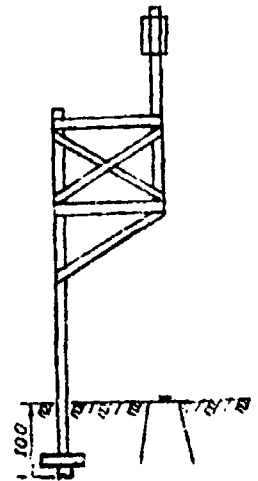


Рис. II.1.20. Г-подібна віха (дерев'яна або металева).

1. Складання проекту.
2. Рекогностування, вибір місця закладання та типів знаків.
3. Закладання знаків.
4. Дослідження та перевірки приладів.
5. Прив'язування пунктів майбутньої (запроектованої) мережі до пунктів державної мережі.
6. Лінійні вимірювання.
7. Кутові вимірювання.

Лінійні і кутові вимірювання можуть виконуватися окремо або одночасно.

8. Попередні обчислення. Обчислення робочих координат.
9. Виконання зрівноваження.
10. Оцінка точності виміряних та зрівноважених величин.
11. Складання каталогу координат.
12. Складання технічного звіту.

Під час проектування ходів потрібно, у відповідності з умовами на місцевості, прокласти їх, по можливості, *прямолінійно*. Якщо виникає необхідність, допускають викривлення ходу, проте, з метою досягнення більшої точності, слід дотримуватися правила, щоб хід, по можливості, менше відхилявся від основного напрямку ходу. Хід  $ABCDE$ , пункти якого ближче до основного напрямку  $AE$ , за інших рівних умов, наприклад, за однакового периметру, слід вважати більш точним, порівняно з ходом  $GHK$ , який має тільки один згин (див. рис. II.1.21), а точка значно віддалена від напрямку  $KG$ .

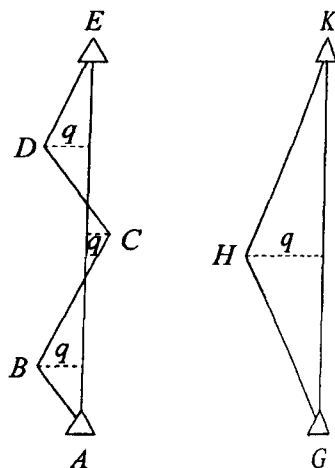


Рис. II.1.21. Врахування форми ходу.

Як видно з формули (II.1.48) зі збільшенням довжини ходу настає момент, коли другий член в правій частині формули перевищить перший і буде вирішальним у відношенні точності. Зрозуміле бажання знайти спосіб зменшити вплив похибок кутових вимірів. Для досягнення цієї мети вибирають через декілька точок повороту ходу пункти з розрахунком забезпечення їх взаємної видимості. Наприклад, на рис. II.1.22 між пунктами триангуляції  $T_{II}$  і  $T_K$  вибрані пункти  $E$  і  $F$  таким чином, щоб з точки  $E$  було видно точку  $T_{II}$ , і навпаки, з точки  $F$  – точку  $T_K$ . Такі пункти (в даному випадку пункти  $E$  і  $F$ ) називають *головними* пунктами ходу або полігону. Для забезпечення взаємної видимості в таких пунктах за необхідності, встановлюють піраміди, або піраміди-штативи, а кути повороту між створеними лініями  $T_{II}E$  і іншими, вимірюють найбільш старанно; окрім звичайних кутів повороту, вимірюють ще й кути  $B_1, B_2, B_3$  та  $B_4$ . Це дає

можливість передати дирекційні кути на лінії, використовуючи менше кутів повороту і цим зменшити кутову нев'язку.

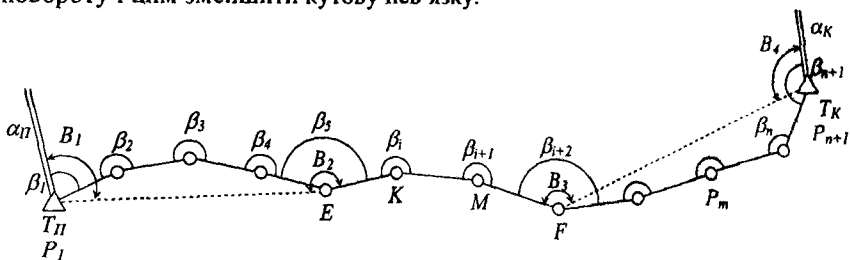


Рис. II.1.22. Підвищення точності передачі дирекційних кутів.

Під час прокладання полігонометричного ходу доцільно визначати по обидві сторони ходу положення пунктів  $A, B, C, D, E$ , показаних на рис. II.1.23. Ці пункти називають боковими пунктами.

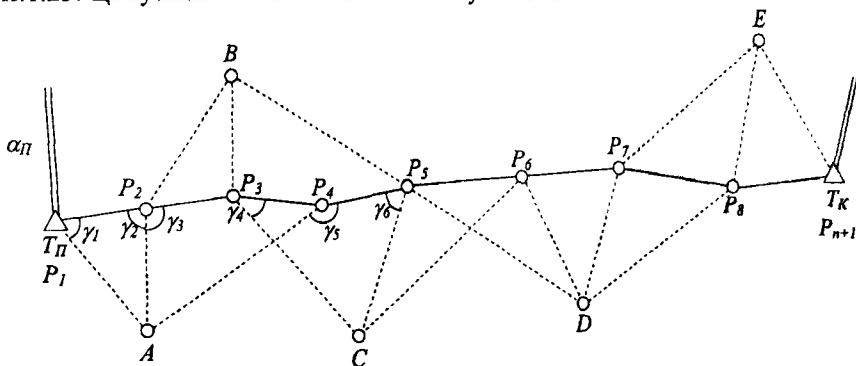


Рис. II.1.23. Визначення місцеположення бокових пунктів.

Під час створення полігонометричної мережі слід по можливості, уникати різної довжини сторін. Необхідно пам'ятати, що самим слабким місцем ходу, що опирається на дві відомі точки є його середина.

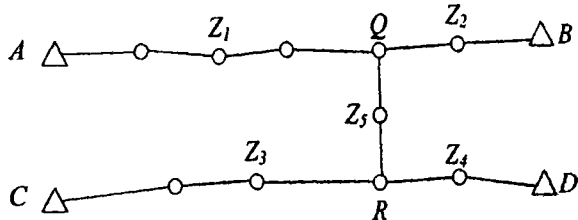


Рис. II.1.24. Приклад перетворення двох ходів  $A-B$  та  $C-D$  в мережу з п'яти ходів.

Тому, коли два ходи близько сходяться (менше 2,0 км), тоді середні точки  $Q$  та  $R$  цих ходів необхідно зв'язувати додатковими ходами. Так окремі ходи перетворюються в мережу ходів, як це показано на рис. II.1.24.

Завдяки ходу  $Q-R$  створена мережа з 5 ходів з двома вузловими точками.

## II.2. Лінійні вимірювання в траверсній полігонометрії

### II.2.1. Прилади для вимірювання ліній у траверсній полігонометрії

У траверсній полігонометрії лінії вимірюють підвісними мірними приладами.

У комплект таких приладів входять:

1. Стальні або інварні дроти довжиною 24 м або 48 м. – не менше двох.
2. Станки із блоками для підвішування дротів – 2 шт.
3. Гирі по 10 кг для натягування дротів – 2 шт.
4. Тросики з карабінами для з'єднання гир із дротами – 2 шт. Тросики пропускають через блоки.
5. Штативи з оптичними центрами – не менше двох. Штативи центрують над кінцями лінії.
6. Штативи із ціликами, які встановлюють у створі ліній, що вимірюють – 8-10 шт.
7. Візирні марки – 1-2 шт.
8. Теодоліт зі штативом (точність не менше 30") для встановлення штативів із ціликами в створ лінії.
9. Нівелір Н-3, Н-3К або інший зі штативом для визначення перевищень між сусідніми ціликами.
10. Двостороння нівелірна рейка – 1-2 шт.
11. Термометр-пращ для вимірювання температури дротів.

Підставки до теодоліта, оптичних центрів та візирних марок повинні бути універсальними (тобто такими, щоб на них можна було почергово встановлювати всі три названі прилади). На кінцях мірних дротів прикріплені шкали довжиною 8-10 см із міліметровими поділками. Існує три типи шкал. На рис. II.2.1 показані шкали I та II типів. На цьому ж рисунку показано, як визначають віддалі (відрізок лінії полігонометрії) між сусідніми ціликами. Цілики схематично показані стрілками (насправді, на верхньому зрізі цілика нанесені два взаємно перпендикулярні штрихи). Перетин штрихів на сусідніх ціликах означає початок та кінець кожного відрізка лінії.

Під час вимірювання ліній дротами з I-м типом шкал дріт має бути розташований так, щоб поділки на шкалах зростали в напрямку вимірювання лінії. Для дротів зі шкалами II-го типу будь-яка шкала може бути як задньою, так і передньою. У шкалах III-го типу нульові поділки – по середині шкал, а поділкам ліворуч і праворуч від нуля присвоюють знаки. Такі шкали не знайшли розповсюдження.

На рисунку відліки шкал позначені:

Задній відлік –  $z$ , передній –  $n$ ,  $l_0$  – віддаль (по хорді) між нулями шкал,  $l$  – довжина відрізка лінії (похила) між сусідніми ціликами.

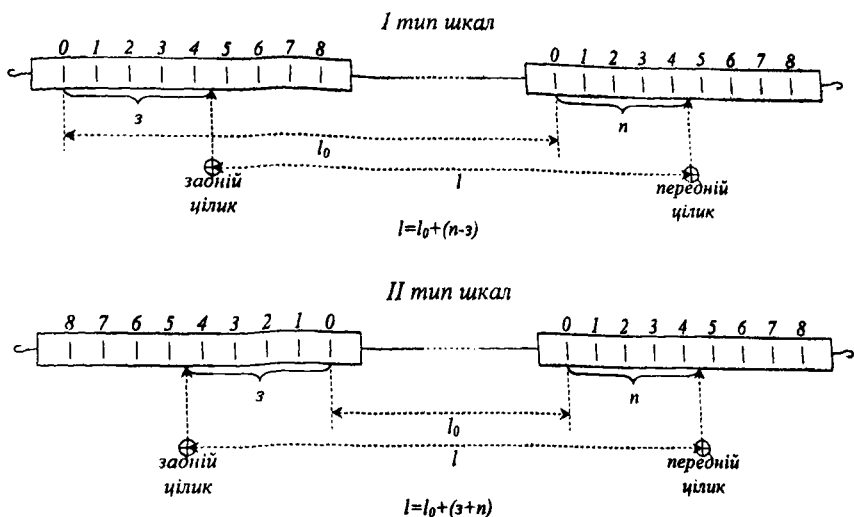


Рис. П.2.1. Найбільш розповсюджені типи шкал мірних дротів: I та II типи.

На рисунку П.2.1 також подані формули, за якими визначають довжину відрізка  $l$  між сусідніми ціликами, в залежності від типу шкал.

### П.2.2. Виконання лінійних вимірювань підвісними мірними приладами

Нехай вимірний дріт, натягнутий гилями за гачки, що на кінцях шкал, завдяки тросикам, які пропущені через блоки спеціальних станків і шкали підняті на однакову висоту (рис. П.2.2).

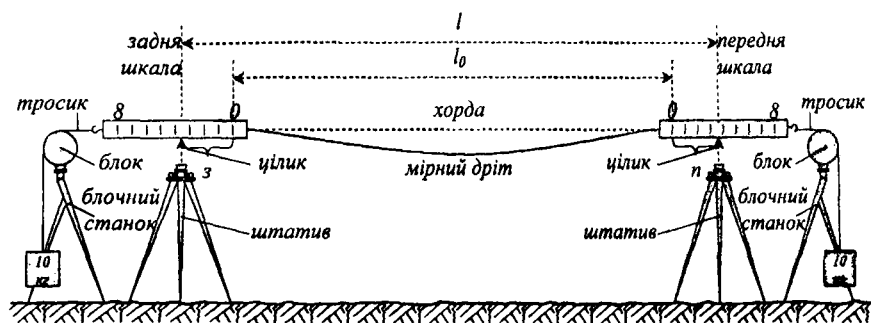


Рис. П.2.2. Мірний дріт, підвішений на блочних станках і натягнутий гилями.

Висоту дроту регулюють змінюючи нахил блочних станків. Висота дроту має бути такою, щоб шкали доторкалися до ціликів і можна було вимірювати довжину  $l$  між сусідніми ціликами. Підвішений дріт завжди

буде мати прогин, який залежний перш за все, від сили натягу. Вимірювання підвісними приладами, запропоновані шведським геодезистом Едеріним, ґрунтуються на тій властивості, що під час постійного натягування дроту або мірної рулетки довжина хорди  $l_0$  (між нулями шкал) – практично постійна. Цю хорду  $l_0$  і приймають за довжину мірного приладу.

Бригада лінійних вимірювань поділяється на три ланки:

1. Ланка провішування – 4 особи. Завдання ланки зцентрувати оптичні центрири над кінцями лінії, а також розставити створні штагиви в створі лінії (застосовуючи теодоліт) і на віддальх приблизно 24 або 48 м (в залежності від довжини дроту), користуючись спеціальним дротом або тросом відповідної довжини. Керівник ланки, навівши трубу теодоліта на візирну марку, що на протилежному від теодоліта кінці лінії, повертає трубу тільки у вертикальній площині, задаючи створ. Два виконавці в створі розмічують відрізки по 24 м (48 м), натягнувши трос. Четверта особа ланки встановлює штагиви так, щоб цілики знаходились в створі лінії. Віддалі між суміжними ціликами також контролюється дротом або тросом.
2. Ланка вимірювання ліній – 8 осіб. Керівник робіт; два техніки, які одночасно, по-команді керівника, беруть відліки задньої та передньої шкал; два робочих – тримають блочні станки; два – підвішують, знімають та переносять гири; старший технік – записує в журнал результати вимірів, вимірює температуру повітря термометром-пращом. На окремому відрізку лінії процес вимірювання виконують так: подають команду: “підвісити дріт”, техніки, що переносять дріт у натягнутому стані (дріт під час переходів до наступного відрізка не повинен торкатися землі) з’єднують дріт із тросиками та підтримують шкали так, щоб вони не бились об цілики. Далі команда: “приготувати гири”, потім через декілька секунд “гири опустити”. Коливання дроту під час натягування можна загасити легкими дотиками біля середини дроту. Під час вимірів, тільки техніки, що беруть відліки, злегка притримують шкали над ціликами без зусиль уздовж лінії, дріт має вільно провисати під своєю вагою. Далі подають команду: “Увага! Відлік!” Передній і задній техніки одночасно беруть відліки з точністю до 0,1 мм. Потім, передній голосно називає свій відлік. Записувач записує в журнал  $P_1$ ; тільки після цього задній технік, що запам’ятав свій відлік  $Z_1$ , голосно називає його. Нехай шкали I-го типу. Записувач вираховує:  $\Delta_1 = P_1 - Z_1$ . Дріт дещо (на 1-3 см) зміщують уздовж лінії, щоб змінити відліки шкал. Це робить передній технік. Далі відліки повторюють. Знаходять  $\Delta_2 = P_2 - Z_2$ ,  $\Delta_3 = P_3 - Z_3$ . Зрозуміло, відліки змінюються, а

різниці відліків  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ , мають бути майже однаковими. Допускають максимальне розходження між найменшими та найбільшими значеннями  $\Delta$  0,5 мм для  $l_0 \approx 24$  м, та 1,0 мм для  $l_0 \approx 48$  м. Якщо ця умова не виконується, беруть три пари нових відліків. Якщо умова досягнута, подають команду: "гірі зняти", "дроти відчепити", "вперед". Ланка переходить до наступного відрізка лінії. На кожному відрізку виконують вимірювання температури одночасно з лінійними вимірами.

3. Ланка нівелювання – 3 особи (нівелювальник, записувач, реєчник), методом геометричного нівелювання визначає перевищення  $h_i$  між сусідніми ціликами з контролем (по чорній та червоній стороні рейки). Допускають розходження до 5 мм, як і під час виконання технічного нівелювання; з однієї станції можна визначити 4 перевищення, якщо дріт 48 м, та 8 перевищень, якщо дріт 24 м. Максимальна довжина плеча буде  $\approx 100$  м. Створні штативи можна знімати з місць тільки після завершення нівелювання.

Таким чином, бригада вимірювання ліній у траверсній полігонометрії складається не менше як з 15 осіб (8 інженерно-технічних робітників і 7 робочих). Зауважимо, що цей вид геодезичних робіт вимагає найбільшої бригади, серед усіх інших видів геодезичних робіт. Якщо послідовно встановлювати штативи у створі, виконувати лінійні вимірювання та нівелювання ціликів, тоді можна обмежитися мінімальною бригадою з 7 осіб. Але, при цьому час виконання вимірювань збільшиться майже в три рази. Тому доцільною є описана організація робіт. Зауважимо, що встановлення штативів у створі інколи доцільно замінити кілками (товщина не менше 5 см, висота – не менше 1 м), які забивають у ґрунт. Тоді у верхні зрізи кілків забивають особливі металеві цілики, загострені в нижній частині.

У полігонометрії 4 класу виконують вимірювання одним інварним або сталевим дротом у прямому та зворотному напрямках, або двома такими дротами в одному напрямі. Кожний відрізок (без переходів) вимірюють одним, і зразу ж, іншим дротом. Це значно економить час, хоча необхідно мати ще два додаткових робітники, які тримають другий дріт напоготові розмотаним.

У полігонометрії I розряду вимірювання виконують одним інварним або сталевим дротом тільки в прямому напрямку, у полігонометрії II розряду – також одним сталевим дротом, тільки в прямому напрямку. Можна не брати відліки шкал, а фіксувати під час натягування розташування нульових поділок шкал (наприклад, цвяхами).

Під час вимірювання, як правило, дріт не вкладається в лінію ціле число разів. Є ще залишок, який називають *доміром*. Доміри вимірюють металевою рулеткою з міліметровими поділками, яку натягують так, що вона майже не провисає. Тому не допускають, щоб домір був довший за  $\frac{1}{2}$  довжини дроту. Якщо домір виявляється довшим, тоді на продовженні



створу лінії встановлюють ще один штатив, вимірюють цей відрізок, який наближено рівний довжині дроту. У цьому випадку домір буде від'ємний. Таким чином, під час лінійних вимірювань бувають додатні і від'ємні доміри. Домір також приводять до горизонту. Для цього визначають перевищення між кінцями доміру.

### 11.2.3. Джерела похибок під час вимірювання ліній підвісними мірними приладами

Будемо вважати, що діє тільки 10 джерел похибок, а саме:

1. Компарування. Компарування виконують для встановлення фактичної довжини мірного дроту. У процесі компарування неминуче буде деяка похибка, що має випадковий характер (знак похибки невідомий). Припустимо, що в результаті компарування знайшли рівняння дроту:  $l_0 = 24 \text{ м} + 5,5 \text{ мм}$ , якщо  $t^\circ = 15^\circ\text{C}$ . Нехай, при цьому зробили випадкову похибку  $0,2 \text{ мм}$ , тобто, насправді, довжина дроту  $l_0 = 24 \text{ м} + 5,7 \text{ мм}$ ,  $t^\circ = 15^\circ\text{C}$ . Похибка  $\sigma_1$   $0,2 \text{ мм}$  під час вимірювання ліній стає систематичною, діє для кожного відкладання дроту з одним знаком (скорочує довжину дроту в приведеному прикладі).
2. Провішування. У результаті неточного встановлення ціликів у створ лінії приводить до вимірювання лінії довшої від прямої. Похибка  $\sigma_2$  систематична (подовжує лінію).
3. Натяг. Під час польових робіт масло, яким змащують осі блоків, забруднюється пилом, згущується: тертя блоку з віссю росте. У результаті, навіть для тих самих гир, натяг зменшується, дріт провисає більше. Похибка  $\sigma_3$  систематична, подовжує лінію.
4. Вітер. Вітер, особливо боковий (діє під деяким кутом до напрямку лінії) додає дроту деякої ваги, збільшує провисання дроту. Похибка  $\sigma_4$  систематична, подовжує лінію.
5. Нахил місцевості. Викликає нахил дроту. Вимірне перевищення  $h$  між сусідніми ціликами має випадкову похибку  $\pm \Delta_5$ .
6. Температура. Під час вимірювання необхідно знати температуру дроту. Фактично вимірюють температуру повітря. Похибка  $\pm \Delta_6$  випадкова.
7. Нестійкість створних штативів. Приводить до випадкової похибки  $\pm \Delta_7$ .
8. Похибка відліку шкал. Похибка  $\pm \Delta_8$  випадкова.
9. Похибка вихідних даних (координат). Впливає на величину нев'язки. Похибка  $\pm \Delta_9$  випадкова.
10. Інші похибки. У цю групу ми відносимо сумарну (спільну) дію неврахованих джерел (наприклад, нахил шкал, похибка ланцюгової лінії, тобто зміна довжини від нахилу дроту та інші). Похибки  $\pm \Delta_{10}$  випадкові.

Як ми вже знаємо, похибки лінійних вимірів витягнутого ходу приводять до поздовжнього зсуву кінцевої точки.

Тому запишемо:

$$t^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + \sigma_4^2 + \Delta_5^2 + \Delta_6^2 + \Delta_7^2 + \Delta_8^2 + \Delta_9^2 + \Delta_{10}^2. \quad (\text{II.2.1})$$

Припустимо, що всі похибки мають однакову абсолютну величину  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_i = \Delta_i = \sigma = \Delta$  (тобто, діє так званий принцип рівних впливів); врахуємо також, що похибки 2, 3, 4 діють з одним знаком:

$$t^2 = \sigma^2 + (3\sigma)^2 + 6\Delta^2 = 16\sigma^2 = 16\Delta^2. \\ t = 4\sigma = 4\Delta. \quad (\text{II.2.2})$$

#### II.2.4. Розрахунок допусків на окреме джерело похибок лінійних вимірів

Сумарну похибку  $M$  в місцеположенні кінцевої точки ходу вираховують за формулою:

$$M^2 = t^2 + u^2.$$

Продовжуючи принцип рівних впливів, приймаємо:  $t = u$ , тоді:

$$M^2 = 2t^2 = 2u^2, \quad M = t\sqrt{2}, \quad M = u\sqrt{2}.$$

Перейдемо до відносної похибки:

$$\frac{M}{L} = \frac{1}{T} \quad \text{або} \quad \frac{t\sqrt{2}}{L} = \frac{u\sqrt{2}}{L} = \frac{1}{T}.$$

Отже

$$\frac{t}{L} = \frac{u}{L} = \frac{1}{T\sqrt{2}}. \quad (\text{II.2.3})$$

Враховуючи (II.2.2), запишемо:

$$\frac{4\Delta}{L} = \frac{4\sigma}{L} = \frac{1}{T\sqrt{2}},$$

$$\text{або} \quad \frac{\Delta}{L} = \frac{1}{T \cdot 4 \cdot \sqrt{2}}, \quad \frac{\sigma}{L} = \frac{1}{T \cdot 4 \cdot \sqrt{2}}.$$

Беручи до уваги, що  $4 \cdot \sqrt{2} = 5,66 \approx 6$ , отримаємо:

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{1}{6T}, \quad \frac{\sigma}{L} = \frac{1}{6T}. \quad (\text{II.2.4})$$

Таким чином, допуск на окреме відкладання мірного приладу довжиною  $l$ , буде:

$$\frac{\Delta_l}{l} = \frac{1}{6T}, \quad \frac{\sigma_l}{l} = \frac{1}{6T}; \quad \text{або} \quad \Delta_l = \sigma_l = \frac{l}{6T}.$$

Для одного відкладання мірного дроту допустимі похибки однакові:

$$\Delta_l = \sigma_l.$$

Для полігонометрії 4 класу  $T = 25000$ , при  $l = 24000$  мм

$$\Delta_l = \sigma_l = \pm 0,16 \text{ мм}$$

Для ходу, що має  $n$  ліній, а в кожній лінії  $k$  відкладень, запишемо:

для випадкових похибок  $-\frac{\Delta_l \sqrt{n \cdot k}}{l \cdot n \cdot k} = \frac{1}{6T}$ , для систематичних похибок —

$$\frac{\sigma_l \cdot k \cdot n}{l \cdot n \cdot k} = \frac{1}{6T}$$

Отже, граничні випадкова та систематична похибки ходу будуть:

$$\text{гран}\Delta_{\text{ходу}} = \frac{l\sqrt{n \cdot k}}{6T}, \quad \text{гран}\sigma_{\text{ходу}} = \frac{l}{6T}$$

Максимальна допустима довжина ходу полігонометрії 4 класу — 14 км, для  $S = 500$  м,  $n = 28$ ,  $k = 20$ ,  $l = 24$  м. Для  $T = 25000$  матимемо:

$$\text{гран}\Delta_{\text{ходу}} = \frac{24000\sqrt{28 \cdot 20}}{6 \cdot 25000} = 3,79 \text{ мм}, \quad \text{гран}\sigma_{\text{ходу}} = \frac{24000}{6 \cdot 25000} = 0,16 \text{ мм}$$

Таким чином (для граничного ходу), допуск на окреме джерело систематичних похибок майже в 24 рази менший, ніж на джерело випадкових похибок. Це вказує на значну загрозу систематичних похибок.

У подальшому розглянемо, які величини похибок можуть викликати окремі джерела під час виконання вимірювання, та чи можливо виконувати вимірювання так, щоб окремі джерела похибок не перевищували допуск 0,16 мм для  $l = 24$  м та 0,32 мм для  $l = 48$  м.

#### Похибка компарування мірного приладу

Як уже відзначалося, компарування підвісних мірних приладів виконують для встановлення дійсної довжини приладу (мірного дроту)  $l_0$ . Компарування виконують на стаціонарних, або польових компараторах.

Стаціонарні компаратори створюють у закритих (як правило підвальних) приміщеннях, де майже не змінюється температура. Базовою мірою компарування є триметровий еталон довжини. Якщо відкласти 8 довжин еталону, тоді створимо базис довжиною приблизно 24 м (саме тому довжина дротів  $\approx 24$  м). Довжина цього базису відома з точністю до 1 мікрона (0,001 мм)  $l_B = 24\text{ м} + \Delta l_B$  мм. Далі цей базис вимірюють дротом (дріт натягують гириями). Спочатку вважають, що довжина дроту  $l_0 = 24$  м.

Нехай для такого допуску отримали:  $l_B = 24\text{ м} + \Delta l_0$  мм. Якщо дійсно  $\Delta l_B = \Delta l_0$ , тоді дріт має насправді 24 м. Якщо  $\Delta l_0 > \Delta l_B$  (результат виміру більший) то дріт коротший на  $\delta = \Delta l_0 - \Delta l_B$ . Під час компарування обов'язково слід виміряти температуру приладу (вважається  $t_{\text{дроту}} = t_{\text{новітра}}$ ). Наприклад,  $t_{\text{новітра}} = 15^\circ\text{C}$ . Тоді для останнього рівняння приладу запишеться так:  $l_0 = 24\text{ м} - \delta$  мм.

На стаціонарних компараторах, зазвичай, компарують інварні дроти. Маючи прокомпаровані інварні дроти, створюють польові компаратори, на яких компарують сталеві дроти. Під час створення польових компараторів закладають у ґрунт на рівній місцевості два фундаментальні центри на віддалі  $\approx 240$  м (10 відрізків по 24 м, або 5 по 48 м). Через деякий час, коли

грунт осяде, горизонтальну віддаль між центрами вимірюють (як описано вище) інварними, прокомпарованими дротами 6-8 разів (якщо один дріт, роблять три прямих і три зворотних ходи, якщо два дроти – кожним дротом два прямих, два зворотних).

У результаті знаходять довжину компаратора

$$L_k = 240\text{м} \pm \Delta L_k$$

$\Delta L_k$  відома з точністю 0,1-0,15 мм.

Вважають, що довжина польового компаратора не залежить від температури земної поверхні. Далі цю довжину вимірюють некомпарованими дротами (не менше чотирьох разів). Так само, як на стаціонарних компараторах, спочатку вважають, що  $l_0 = 24$  м і знаходять деяку довжину компаратора  $L$ , для середньої температури  $t_{сер}$ . Якщо  $L > L_k$ , дріт коротший, якщо  $L < L_k$  – довший. Так знаходять знак поправки.

$$\text{Величина поправки } \delta = \frac{L_k - L}{10}.$$

Рівняння дроту:  $l_0 = 24\text{м} \pm \delta\text{мм}$  для  $t_{сер} = 15^\circ\text{C}$ .

Розрахуємо, з якою точністю слід компарувати дроти. Скористаємося формулою:

$$\frac{\sigma_l}{l} = \frac{1}{6T}.$$

Отримаємо:  $\sigma_l = 0,16$  мм (для  $l = 24$  м),  $\sigma_l = 0,32$  мм (для  $l = 48$  м).

Компарувати з такою точністю не викликає особливих ускладнень.

Похибка укладання  
мірного приладу в створ  
лінії

Безпосередньо з рисунка II.2.3, можемо записати формулу для похибки нестворності  $\Delta l$ :

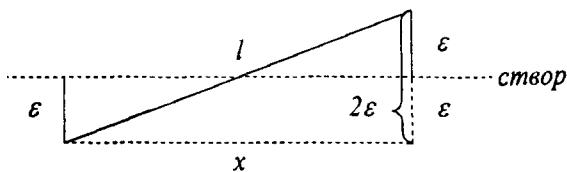


Рис. II.2.3. Вплив неточного укладання мірного приладу  $l$  в створ (нестворність кінців приладу –  $\varepsilon$ ) на вимірювання лінії.

$$\Delta l = l - x = l - \sqrt{l^2 - 4\varepsilon^2}.$$

Після деяких перетворень матимемо:

$$\Delta l = \frac{2\varepsilon^2}{l}. \quad (\text{II.2.5})$$

Знайдемо допустиме значення  $\varepsilon$ :

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{2\varepsilon^2}{l^2} = \frac{1}{6T}, \quad (\text{II.2.6})$$

звідси:

$$\varepsilon = l \sqrt{\frac{1}{12T}}, \quad (\text{II.2.7})$$

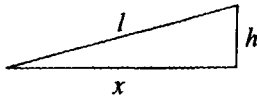


Рис. II.2.4. Вплив нахилу  $h$  мірного приладу довжиною  $l$  на вимірювання лінії.

$$\varepsilon = 24000 \sqrt{\frac{1}{12 \cdot 25000}} \approx 44 \text{ мм} \approx 4 \text{ см}.$$

З такою похибкою встановити в створ цілики можливо, але потрібно виконувати візування не окомірно, а зоровою трубою теодоліта.

#### Похибка за нахил мірного приладу

З рисунка рис. II.2.4. маємо:

$$\Delta l_h = l - x. \quad (\text{II.2.8})$$

Після перетворення, отримаємо:

$$\Delta l_h = \frac{h^2}{2l}. \quad (\text{II.2.9})$$

Підрахуємо, які малі перевищення  $h$  можна не враховувати під час вимірювання ліній:

$$\frac{\Delta l_h}{l} = \frac{1}{6T} = \frac{h^2}{2l^2}, \quad h = l \sqrt{\frac{1}{3T}}.$$

$h = 8,8$  см для  $l = 24$  м,  $h = 17,5$  см для  $l = 48$  м.

Проте, точність визначення  $h$  повинна зростати під час збільшення  $h$ , оскільки у відповідності з (II.2.9)  $\Delta l_h$  пропорційна  $h^2$ .

Диференціюючи (II.2.9), по  $h$  та переходячи до відносної похибки і прирівнюючи її до  $\frac{1}{6T}$ , матимемо:

$$\text{гран } dh = \frac{l^2}{h \cdot 6T}. \quad (\text{II.2.10})$$

Для  $l = 24$  м,  $h = 2$  м, гран  $dh = 1,92 \approx 2$  мм.

Інструкція допускає 2 мм для  $h$  від 1 до 3 м.

#### Похибки від неточного визначення температури мірного приладу

Під час зміни температури мірного приладу змінюється його довжина, тому можна записати:

$$\Delta l_t = \alpha \cdot l(t - t_0), \quad (\text{II.2.11})$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт лінійного розширення сталі або інвару,  $l$  – довжина приладу,  $t$  – температура під час вимірювання ліній,  $t_0$  – температура під час компарування приладу.

Диференціюючи (II.2.11) по  $t$ , матимемо:

$$d(\Delta l_t) = \alpha l dt. \quad (\text{II.2.12})$$

Розв'язавши (II.2.12) відносно  $dt$  і перейшовши до допустимої відносної похибки, отримаємо:

$$dt = \frac{d\Delta l_t}{\alpha l} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{6T}. \quad (\text{II.2.13})$$

Для сталі  $\alpha_c = 0,0000124$ , для інвару  $\alpha_{ин} = 1/40 \alpha_c$ .

Отже, для сталі,  $dt = 0,54 \approx 0,5^\circ\text{C}$ .

Вимірювати з такою точністю температуру повітря не складно. Проте температура дроту може значно відрізнятись від температури повітря (на  $10^\circ\text{C}$  і більше), тому із цією похибкою боротися важко. Найкращий спосіб – заміна сталевих дротів інварними, для яких  $\alpha_{ин}$  приблизно в 40 раз менше, ніж у сталі. Не можна допускати, щоб дроти під час вимірювання торкалися нагрітої земної поверхні.

#### Похибки від зміни натягування мірного приладу

У відповідності із законом Гука, зміна довжини приладу від зміни натягування  $dP$  описується формулою:

$$d\Delta l_p = \frac{l \cdot dP}{E \cdot F}. \quad (\text{II.2.14})$$

У формулі (II.2.14)  $E$  – модуль еластичності, для сталі  $E = 20000 \text{ кг/мм}^2$ ;  $F$  – площа поперечного перетину дроту,  $F \approx 2 \text{ мм}^2$ .

Перейдемо до допустимої відносної похибки.

$$\frac{d\Delta l_p}{l} = \frac{dP}{E \cdot F} = \frac{1}{6T}. \quad (\text{II.2.15})$$

Розв'язавши (II.2.15) відносно  $dP$ , отримуємо:

$$dP = \frac{E \cdot F}{6T} = \frac{20000 \cdot 2}{150} \approx 270 \text{ грам}. \quad (\text{II.2.16})$$

Таким чином, вага гири може відрізнятись від номінальної ваги на  $1/4$  кг.

#### Похибки, викликані впливом вітру

Вітер має поривчастий характер, тому вплив вітру різний у різні миті часу. Проте, доведено, що боковий вітер зі швидкістю  $7,6 \text{ м/с}$  може викликати додаткову вагу дроту  $dP = 270 \text{ грам}$ . Отже, під час вітру зі швидкістю більше  $7 \text{ м/с}$  вимірювання дротами не можна виконувати.

#### Похибки вимірювання, вихідних даних та інші

Найменша поділка шкал дротів –  $1 \text{ мм}$ . Відлік шкал виконують із точністю до  $0,1 \text{ мм}$ . Проте розділити на 10 частин міліметр із такою точністю важко. Будемо вважати, що похибки відліків рівні  $0,2 \text{ мм}$ . Тоді похибка відрізка  $\Delta l$  буде  $\Delta l = 0,2 \text{ мм} \cdot \sqrt{2}$ . Оскільки під час вимірювання беруть три пари відліків, тоді середня похибка  $\Delta l_{ср} = \frac{0,2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0,16 \text{ мм}$ .

Допуск випадкової похибки на окремих відрізках також становить  $0,16 \text{ мм}$ . Таким чином, три пари відліків – обґрунтовані.

Особливо слід звертати увагу на похибки центрування ціликів оптичними висками над кінцями лінії, що вимірюють, та на стійке встановлення створних штативів. Загрозливими можуть бути похибки вихідних даних.

## II.3. Кутові вимірювання в полігонометрії

### II.3.1. Основні вимоги до кутомірних приладів в полігонометрії. Класифікація теодолітів та тахеометрів

До теодолітів, що використовуються для кутових вимірювань в полігонометрії, ставлять дві головні вимоги, практично протилежні за своєю суттю, а саме, теодоліти повинні:

1. бути легкими, переносними;
2. забезпечувати високу точність вимірювань горизонтальних кутів.

Виявилось, що ці дві вимоги найбільше задовольняють оптичні теодоліти. Такі теодоліти мають не металеві, а скляні круги із градусними поділками для вимірювання горизонтальних та вертикальних кутів. Останнім часом оптичні теодоліти замінюють електронними теодолітами, у яких скляні круги із градусними поділками замінюють також скляними кругами, але з умовними позначками. Ці умовні позначки дають можливість автоматизувати процес вимірювання. Існує три системи автоматизації відліків: кодова, імпульсна, динамічна. Названими системами відліки кругів в градусах (або в гонах) відображаються на дисплеї теодолітів або тахеометрів.

У відповідності з ДЕСТ, теодоліти за точністю класифікують на:

1. високоточні – Т 02, Т 05, Т 1 та багато інших;
2. точні – Т2, ТБ, ОТБ;
3. технічні Т 30, 2Т 30.

Тут подані тільки теодоліти, найбільш поширені на виробництві. У таблиці II.3.1. подані теодоліти та тахеометри, що виготовляються сучасними, найбільш відомими у світі провідними фірмами.

Ще на початку ХХ століття теодоліти виготовляли тільки з горизонтальними кругами, оскільки вони призначалися для вимірювання горизонтальних кутів. З розвитком геодезичного приладобудування відбувалась універсалізація теодолітів. У наш час фірми вже не виготовляють теодоліти без вертикальних кругів. Таким чином, теодоліти перетворились в тахеометри, якими можна вимірювати горизонтальні та вертикальні кути, а також віддалі, спочатку нахилені, за допомогою ниткових віддалемірів, пізніше – горизонтальні, особливими номограмами.

У наш час випускають теодоліти обов'язково з вертикальними кругами не тільки оптичні, але й електронні, які автоматично відображають на дисплеї відліки кругів. Ці теодоліти ще називають *цифровими*. В деякі теодоліти (фактично тахеометри) вмонтовані лазери для створення спостережень та лазерні виски для центрування. Такі прилади продовжують називати теодолітами.

Тільки після заміни в теодолітах оптичних віддалемірів електронними світловіддалемірами, фірми, що виготовляють геодезичні прилади, назву приладу "теодоліт" змінюють на "тахеометр".

Таблиця П.3.1

Основні технічні характеристики сучасних теодолітів та тахеометрів, що виробляють фірми-лідери геодезичного приладобудування

| Фірма, країна                              | Назва приладу   | Труба                           |                     |           |                                  |                          |          | Ціна подвійки шкали мікрметра | Середня квадратична похибка одного прийому |                              | Електронний видалемір |                |              |        | Вага без футляра (кг) |
|--|---|---------------------------------|---------------------|-----------|----------------------------------|--------------------------|----------|-------------------------------|--|------------------------------|-----------------------|----------------|--------------|--------|-----------------------|
|  |   | світловий діаметр об'єктива, мм | збільшення труби, x | поле зору | мінімальна відаль фокусування, м | коэф. ниткового відлімка | верт.    |                               | гориз.                                     | Діапазон роботи компенсатора | Макс в/л              | Без відливаюча | Точність     |        |                       |
| Уральський оптично-механічний завод, Росія | Теодоліти серії 3Т  | 3                               | 4                   | 5         | 6                                | 7                        | 8        | 9                             | 10   | 11                           | 12                    | 13             | 14           | 15     |                       |
|  |   | 40                              | 30                  | 1°35'     | 0,9                              | 100                      | 1"       | 2"                            | 2,4"                                       | 4'                           | -                     | -              | -            | 4,7    |                       |
|  | 3Т5КП   | 40                              | 30                  | 1°35'     | 0,9                              | 100                      | 1"       | 5"                            | 5"   | 5'                           | -                     | -              | -            | 4,3    |                       |
|  | Теодоліти серії Т4  | 38                              | 20                  | 2°00'     | 1,2                              | 100                      | 1"       | 20"                           | 30"  | -                            | -                     | -              | -            | 3,5    |                       |
|  | 4Т15П   | 30                              | 20                  | 2°00'     | 1,2                              | 100                      | 10"      | 15"                           | 30"  | -                            | -                     | -              | -            | 2,4    |                       |
|  | Теодоліт електронний Т10Е (вображення праві)                    | 30                              | 20                  | 2°00'     | 1,2                              | 100                      | 10"      | 10"                           | 10"  | -                            | -                     | -              | -            | 2,5    |                       |
|  | Тахеометр електронний 3ТА5Р два дисплеї                         | 30                              | 30                  | 1°30'     | 1,5                              | -                        | 5"       | 5"                            | 7"   | 5'                           | 2000м                 | -              | 5+           | 3 10°D |                       |
|  | Тахеометр електронний (total station) 3ТА5 РМ                   | 30                              | 30                  | 1°30'     | 1,5                              | -                        | 5"       | 5"                            | 7"   | 5'                           | 2000м                 | -              | 5+           | 3 10°D |                       |
|  | Тахеометр електронний ELTA 50R дисплеї                          | 40                              | 26                  | 1°25'     | 1,5                              | -                        | 5"       | 5"                            | 5"   | 2040'                        | 1000                  | -              | 3 ppm        | 3,5    |                       |
|  | ELTA 40R дисплеї  | 40                              | 26                  | 1°25'     | 1,5                              | -                        | 3"       | 3"                            | 3"   | 2040'                        | 1200                  | -              | 3 ppm        | 3,5    |                       |
| Carl Zeiss, Німеччина                      | Теодоліт електронний (високоточний) ТТБ 2 (дисплеї)             | 45                              | 30                  | 1°25'     | 1,0                              | -                        | 0,6"     | 0,6"                          | 0,6"                                       | копл. рідниний               | -                     | -              | -            | 4,7    |                       |
|  | Тахеометр електронний (total station) Rsk Elta 13 (два дисплеї) | 45                              | 30                  | 1°25'     | 1,2                              | -                        | 0,2 мкгд | 1,5"                          | 1,5"                                       | 2040'                        | 2000                  | -              | 3 мм + 2 ppm | 6,0    |                       |



Продовження таблиці П.3.1

| 1   | 2  | 3             | 4     | 5     | 6     | 7   | 8       | 9        | 10      | 11      | 12                       | 13              | 14   | 15                           |     |
|---|--|---------------|-------|-------|-------|-----|---------|----------|---------|---------|--------------------------|-----------------|--|------------------------------|-----|
| SOKKIA,<br>Японія   | Електронні (цифрові)<br>теодоліти  | DT 2E         | 45    | 30    | 1°30' | 0,9 | 100     | 1"       | 0,2мґОН | 2"      | 0,6мґОН                  | 2"              | -  | -                            | 4,8 |
|   |  | DT 4E<br>DT4F | 45    | 30    | 1°30' | 0,9 | 100     | 5"       | 1мґОН   | 10"     | 3'                       | -               | -  | -                            | 4,8 |
|   | Електронний цифровий лазерний<br>теодоліт LDT 50 (кодовий)<br>Діаметр лазерного кола: 10м – 1 мм,<br>200 м – 20,7мм, 400м – 443 мм | 42            | 30    | 1°30' | 1,3   | -   | 1"      | 0,2мґОН  | 5"      | 1,0мґОН | 3'                       | -               | -  | -                            | 5,7 |
|   |  | SET<br>1010   | 45    | 30    | 1°30' | 1,0 | -       | 0,5"     | 0,1мґОН | 1"      | 3'                       | 2400м           | плівка<br>120м   | на призму                    | 5,4 |
|   |  | SET<br>2010   | 45    | 30    | 1°30' | 1,0 | -       | 0,5"     | 2"      | 2"      | 3'                       | 2400м           | 120м   | 2+                           | 5,4 |
|   |  | SET<br>3010   | 45    | 30    | 1°30' | 1,0 | -       | 1"       | 0,1мґОН | 0,1мґОН | 3'                       | 2200 м          | 100 м  | на шлівку                    | 5,4 |
|   | Електронні тахеометри серії<br>Power SET   | SET<br>4010   | 45    | 30    | 1°30' | 1,0 | -       | 5"       | 1,5мґОН | 5"      | 3'                       | 1600 м          | 80 м   | 4+                           | 5,4 |
|   |  | SET<br>330R   | 45    | 30    | 1°30' | 1,3 | -       | 1"       | 1 мґОН  | 3"      | 3'                       | 4000 м          | без<br>відб,<br>100 м  | 3+                           | 5,3 |
|   |  | SET<br>530R   | 45    | 30    | 1°30' | 1,3 | -       | 1"       | 1 мґОН  | 3"      | 3'                       | 4000 м          | шлівка<br>500 м  | на призму                    | 5,3 |
|   |  | SET<br>630R   | 45    | 26    | 1°30' | 1,3 | -       | 0,2мґОН  | 1 мґОН  | 1 мґОН  | 3'                       | 3000 м          | -  | -                            | 5,3 |
| Електронні тахеометри<br>серії 10                             | SET<br>310   | 45            | 30    | 1°30' | 1,0   | -   | 1"      | 1 мґОН   | 3"      | 3'      | 2400 м                   | шлівка<br>120 м | на<br>призму2+   | 5,2                          |     |
|   | SET<br>510   | 45            | 30    | 1°30' | 1,0   | -   | 1"      | 1,5 мґОН | 5"      | 3'      | 2400 м                   | 120 м           | на шлівку  | 5,1                          |     |
|   | SET<br>610   | 45            | 30    | 1°30' | 1,0   | -   | 1"      | 1,9 мґОН | 6"      | 3'      | 2400 м                   | 120 м           | 4+   | 5,1                          |     |
| 3-х координатна автономна мобільна<br>станція MONMOS (кодова) | 49   | 30            | 1°30' | 20    | -     | 1"  | 0,2мґОН | 2"       | 2"      | 3'      | призма<br>50м-<br>1000 м | 2 м –<br>100 м  | найм, ціна<br>поділки<br>мм<br>0,8 +<br>1 10 <sup>-6</sup> D | 5,7 з аку-<br>мулято-<br>ром |     |

SOKKIA,  
Японія

Закінчення таблиці П.3.1

| 1                  | 2   | 3                           | 4     | 5     | 6              | 7            | 8                | 9                | 10               | 11             | 12                  | 13    | 14                             | 15                                       |     |
|--------------------|---|-----------------------------|-------|-------|----------------|--------------|------------------|------------------|------------------|----------------|---------------------|-------|--------------------------------|--|-----|
| Leica<br>Швейцарія | Прецизійні електронні теодоліти<br>T3000/T3000A | 52                          | 59    | 1°20' | 0,6            | -            | 0,1"<br>0,01мґон | 0,5"<br>0,15мґон | 0,5"<br>0,15мґон | 3'             | -                   | -     | -                              | 5,5                                      |     |
|                    |   | 42                          | 42    | 1°30' | 1,7            | -            | 0,1"<br>0,01мґон | 0,6"<br>0,2мґон  | 0,6"<br>0,2мґон  | 3'             | 1200м<br>TDM<br>500 | -     | 1мм+2ppm<br>± 0,5мм на<br>120м | 6,5                                      |     |
|                    | Leica<br>Швейцарія                              | динамічні, пряме зображення | 42    | 30    | 1°30'          | 1,7          | -                | 1"<br>0,5 мґон   | 3"<br>1 мґон     | 3"<br>1 мґон   | 4'                  | 3500м | 250м                           | 2мм+2ppm                                 | 4,2 |
|                    |   |                             | 42    | 30    | 1°30'          | 1,7          | -                | 1"<br>0,5 мґон   | 5"<br>1,5 мґон   | 5"<br>1,5 мґон | 4'                  | 3500м | 250м                           | 2мм+2ppm                                 | 4,2 |
|                    |   | 42                          | 30    | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,5 мґон   | 7"<br>2 мґон     | 7"<br>2 мґон     | 4'             | 3500м               | 250м  | 2мм+2ppm                       | 4,2                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30-42 | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,5 мґон   | 10"<br>10"       | 10"<br>10"       | 4'             | 3500м               | 250м  | 2мм+2ppm                       | 4,2                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30-42 | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,1 мґон   | 2"<br>0,6 мґон   | 2"<br>0,6 мґон   | 4'             | 3500м               | 250м  | 2мм+2ppm                       | 5,4<br>(3<br>призмою<br>GPR-1-<br>10000м |     |
|                    |   | 42                          | 30-42 | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,1 мґон   | 3"<br>1 мґон     | 3"<br>1 мґон     | 4'             | 3500м               | 250м  | 2мм+2ppm                       | 5,5                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30-42 | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,1 мґон   | 5"<br>1 мґон     | 5"<br>1 мґон     | 4'             | 3500м               | 250м  | 2мм+2ppm                       | 5,8                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30    | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,5 мґон   | 3"<br>1 мґон     | 3"<br>1 мґон     | 4'             | 3500м               | 250м  | 2мм+2ppm                       | 5,6                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30    | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,1 мґон   | 0,3 мґон         | 0,3 мґон         | 4'             | 3500м               | 250м  | 2мм+2ppm                       | 5,9                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30    | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,5 мґон   | 1"<br>1 мґон     | 1"<br>1 мґон     | 4'             | 3500м               | 250м  | 2мм+2ppm                       | 6,1                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30    | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,1 мґон   | 0,3 мґон         | 0,3 мґон         | 4'             | 2,5/3,5км           | 250м  | 2мм+2ppm                       | 6,4                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30    | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,1 мґон   | 1"<br>1 мґон     | 1"<br>1 мґон     | 4'             | 2,5/3,5км           | 250м  | 2мм+2ppm                       | 6,2                                      |     |
|                    |   | 42                          | 30    | 1°30' | 1,7            | -            | 1"<br>0,5 мґон   | 0,3 мґон         | 0,3 мґон         | 4'             | 2,5/3,5км           | 250м  | 2мм+2ppm                       | 6,5                                      |     |
| 42                 | 30  | 1°30'                       | 1,7   | -     | 1"<br>0,5 мґон | 3"<br>1 мґон | 3"<br>1 мґон     | 4'               | 2,5/3,5км        | 250м           | 2мм+2ppm            | 6,8   |                                |  |     |

Насправді, усі сучасні теодоліти, оскільки ними можна вимірювати одні й ті самі величини, що й за допомогою тахеометра, можна було б назвати тахеометрами. У таблиці збережені назви “теодоліти” та “тахеометри”, як це роблять фірми-виробники.

Високоточні та точні електронні тахеометри, в які вмонтовані внутрішні комп'ютери, здатні відобразити на дисплеї не тільки кути та довжини, але й просторові координати пунктів і розв'язувати цілий ряд інженерно-геодезичних задач, дістали назву тотальні станції (total station).

В останні роки з'явилися електронні тахеометри, що не потребують відбивачів. Теодоліти та тахеометри, у яких під час вимірювання повертаються круги (які мають динамічні системи відліків) називають моторизованими – (М). Крім того, виготовляють також тахеометри з автоматичним наведенням візирної осі на ціль. Наприклад ТСА – 1000 (L) (тотальна станція з автоматичним наведенням та лазером (L), серії 1000). Тахеометри найбільш широко застосовують у сучасному геодезичному виробництві й тому фірми, що виготовляють тахеометри, випускають їх у багатьох модифікаціях. Така різноманітність цих приладів викликає необхідність класифікувати теодоліти не тільки за точністю, але й за конструктивними особливостями та вимірювальними можливостями.

У таблиці II.3.2 подана така класифікація теодолітів та тахеометрів.

Таблиця II.3.2

Класифікація теодолітів та тахеометрів за конструктивними характеристиками та вимірювальними можливостями

| Назва приладу                                | Конструктивні особливості  |
|--|--|
| 1  | 2  |
| Оптичні теодоліти                            | Скляні круги з градусними або градовими поділками  |
| Електронні теодоліти (цифрові)               | Скляні круги з умовними позначками та автоматизованими відліками   |
| Електронні теодоліти (цифрові) моторизовані  | Динамічна автоматизована система відліків. Круги під час вимірювання – обертаються.                                  |
| Електронні теодоліти (цифрові) лазерні       | Автоматизована система відліків; вмонтовані лазери – цілевказники для створних спостережень, іноді – лазерні виски   |
| Електронні тахеометри (цифрові)              | Автоматизована система відліків, вмонтовані електронні світловіддалеміри (с/в), працюють з відбивачем                |
| Електронні тахеометри (цифрові) моторизовані | Динамічна автоматизована система відліків, вмонтовані с/в; працюють з відбивачами                                    |
| Електронні тахеометри (цифрові) лазерні      | Автоматизована система відліків, вмонтовані с/в та лазерні цілевказники, іноді-лазерні виски; працюють з відбивачами |

| 1   | 2   |
|---|---|
| Електронні тахеометри (без відбивача)                       | Автоматизована система відліків, с/в, працюють без відбивачів   |
| Тотальні станції  | Високоточні та точні електронні тахеометри з програмним забезпеченням рішення багатьох інженерно-геодезичних задач, внутрішнім комп'ютером  |
| Тотальні станції моторизовані                               | Високоточні та точні електронні тахеометри із програмним забезпеченням; рішення багатьох інженерно-геодезичних задач. Круги під час вимірювання обертаються (динамічна автоматизована система відліків) |
| Тотальні станції з автоматизованим візуванням               | Аналогічні до попередніх тотальних станцій з автоматизованою системою відліків та автоматизованим наведенням візирної осі труби на ціль   |
| Тотальні електронні тахеометри з інтегрованим GPS-приймачем | Нова революційна геодезична станція фірми "Leica", в якій вперше в світі об'єднані високоточний тотальний тахеометр з потужним GPS-приймачем  |

Особливий інтерес представляє названа в таблиці II.3.1 трьохкоординатна мобільна вимірювальна станція фірми Sokkia, що дає (як вважає фірма) найбільшу в світі точність вимірювання довжини  $\pm (0,8 + 1 \cdot 10^{-6})$  мм. Станція швидко вираховує просторові координати з розв'язком до 0,1 мм.

Ще більше уваги заслуговує запропонований фірмою Leica, згаданий у таблиці II.3.2 тотальний електронний тахеометр з інтегрованим GPS-приймачем. Під час його використання не потрібно створювати геодезичну основу у вигляді ходів. Координати точки стояння визначають GPS-технологією за декілька секунд із сантиметровою точністю для віддалей до 50 км від базової GPS-станції. Визначивши координати пункту спостережень за допомогою GPS, далі виконують тахеометричне знімання. Тахеометр орієнтують на другу точку стояння. Координати цієї другої точки стояння визначають також методом GPS після переходу на цю точку.

### II.3.2. Відлікові пристрої оптичних кутомірних приладів. Їх призначення та класифікація

Відлікові пристрої створені виробниками з метою підвищення точності відліків, перш за все, для точного відлічування найменшої поділки круга. Пояснимо це детальніше. Нехай маємо шкалу, показану на рис. II.3.1.

Найменша поділка шкали  $\lambda = 1''$ . Взяти відлік шкали означає визначити відрізок шкали від  $0''$  до відлікового індексу, що дотикається до шкали або проектується на неї. Якщо стрілка індексу співпадає з деякими

градусними поділками, то точний відлік буде  $S = N \cdot \lambda$ , де  $N$  – кількість градусних поділок, що складають відлік. Але в більшості випадків відліковий індекс не співпадає з поділками шкали, як це показано на рис. П.3.1. Тому відлік буде  $S = N\lambda + x$ . Величина  $x$  – невідома. Саме для підвищення точності визначення  $x$  призначені всі відлікові пристрої.

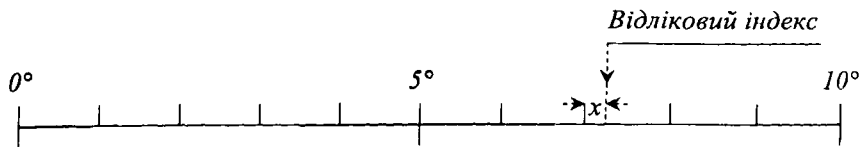


Рис. П.3.1. До пояснення призначення відлікових пристроїв.

Відлікові пристрої оптичних теодолітів та тахеометрів можна класифікувати на:

1. штрихові мікроскопи;
2. шкалові мікроскопи;
3. мікроскопи із гвинтовими мікрометрами;
4. односторонні оптичні мікрометри;
5. двосторонні оптичні мікрометри.

Зауважимо, що в оптичних теодолітах та тахеометрах відомий відліковий пристрій – верньєр – не застосовують. Розглянемо ці п'ять пристроїв.

**Штриховий мікроскоп.** Це звичайний мікроскоп з окуляром та об'єктивом, але в задньому фокусі об'єктива розташована скляна пластинка з нанесеним на ній штрихом, який і є відліковим індексом. Штрихові мікроскопи підвищують точність відліку завдяки значному збільшенню мікроскопом зображення поділок шкали порівняно з їх фактичною величиною. На рис. П.3.1 зображено поле зору штрихового мікроскопу. Повний відлік буде  $S = N\lambda^\circ + x \cdot \lambda'$ . Невідому частину визначаємо околірно, розділивши градусну поділку на 10 частин. На рис. П.3.1  $x = 0,4$ ;  $S = 7 \cdot 1^\circ + 0,4 \cdot 1^\circ = 7,4^\circ$ .

**Шкаловий мікроскоп.** У шкаловому мікроскопі замість штриха на скляній пластинці наносять шкалу. Довжина шкали повинна бути такою самою, як найменша поділка круга –  $\lambda$ . Тоді, ціна поділки шкали  $\mu = \frac{\lambda}{m}$ , де  $m$  – кількість всіх поділок на шкалі. Формула відліку шкалового мікрометра запишеться так:

$$S = N\lambda + k\mu + x\mu. \quad (\text{П.3.1})$$

У цій формулі:  $N$  – кількість поділок лімба,  $k$  – кількість цілих поділок шкали, які складають відлік,  $x$  – деяка частина поділки шкали.

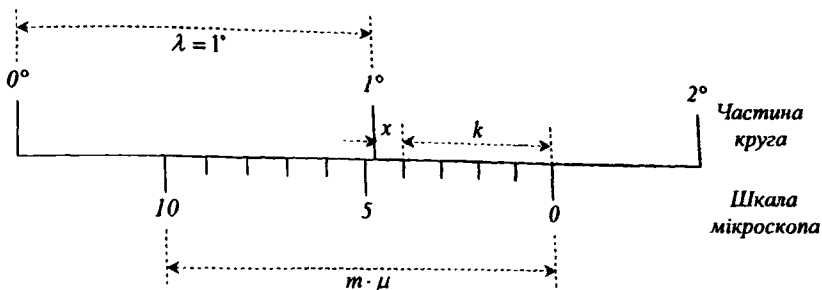


Рис. П.3.2. Приклад відліку шкалового мікроскопа.

На рис. П.3.2 подано приклад відліку шкалового мікроскопа  $\lambda = 1^\circ$ .

Ціна поділки шкали  $\mu = \frac{\lambda}{m} = \frac{1^\circ}{10} = 0,1^\circ = 6'$ .  $x = 0,7$  (визначають окомірно).

Відлік буде:  $S = 1 \cdot 1^\circ + 4 \cdot 6' + 0,7 \cdot 6'$ ;  $S = 1^\circ + 24' + 4,2' = 1^\circ 28,2'$ .

Якщо відліковий пристрій має шкалу, одразу виникає питання рена. Реном  $r$  називають різницю між номінальним значенням найменшої поділки круга  $\lambda$  та значенням цієї поділки, виміряного шкалою мікроскопа, тобто,

$$r = \lambda - m\mu. \quad (\text{П.3.2})$$

Справа в тому, що в дійсності  $\lambda \neq m\mu$  і, як підтверджує формула (П.3.2), виникає рен. Ця нерівність виникає тому, що ми бачимо в окулярі мікроскопа не самі поділки круга, а їх зображення збільшені мікроскопом. За визначенням, рен слід було б описувати формулою

$$r = m - m', \quad (\text{П.3.3})$$

де  $m$  – кількість поділок шкали, яка (за задумом конструктора) повинна поміститися в одній найменшій поділці лімба;  $m'$  – фактична кількість поділок зображення шкали, яка вміщується в цій самій поділці. Зрозуміло також, що змінюючи збільшення мікроскопа, можна позбутися рена або мінімізувати його вплив. На практиці у відліки вводять поправки за рен. Враховуючи наявність рена, дійсна ціна поділки шкали мікроскопа:

$$\mu = \frac{\lambda}{m'}. \quad (\text{П.3.4})$$

На основі рівняння (П.3.3), запишемо:

$$m' = m - r. \quad (\text{П.3.5})$$

Підставимо значення  $m'$  з (П.3.5) в (П.3.4):

$$\mu = \frac{\lambda}{m - r} = \frac{\lambda}{m \left(1 - \frac{r}{m}\right)}. \quad (\text{П.3.6})$$

Розкладемо значення правої частини останньої формули в степеневий ряд і, обмежившись членами першого степеня, отримаємо:

$$\mu = \frac{\lambda}{m} \left(1 - \frac{r}{m}\right)^{-1} = \frac{\lambda}{m} + \frac{\lambda}{m} \cdot \frac{r}{m}. \quad (\text{II.3.7})$$

Позначимо  $\mu_0 = \frac{\lambda}{m}$  – ціна поділки шкали за задумом виробника.

Введемо  $\mu_0$  в формулу (II.3.7):

$$\mu = \mu_0 + \mu_0 \cdot \frac{r}{m}. \quad (\text{II.3.8})$$

або

$$\mu = \mu_0 + \Delta\mu. \quad (\text{II.3.9})$$

де  $\Delta\mu = \mu_0 \frac{r}{m}$  – поправка за рен ціни поділки шкали мікрометра. Якщо деякий відлік шкали включає  $k$  поділок, то:

$$S = k\mu_0 + k\Delta\mu. \quad (\text{II.3.10})$$

Перший член правої частини рівняння (II.3.10) – є наближеним відліком, другий – поправкою у відлік шкали за рен. Якщо  $m > m'$  – рен додатний, в іншому випадку він від'ємний. Такі самі знаки поправок за рен.

*Односторонній оптичний мікрометр.* В оптичних мікрометрах на шляху променя, що йде від лімба до окуляра мікроскопа ставлять плоско-паралельну пластинку. Під час повороту цієї пластинки спостерігачу здається, що поділки лімба рухаються. Із плоско-паралельною пластинкою пов'язана шкала мікрометра. Якщо “рухати” (поворотом пластинки) поділки лімба й сумістити з відліковим штрихом (або бісектувати) найближчу до штриха (бісектора) молодшу поділку лімба, то в такому розташуванні відлік мікрометра дає  $k\mu + x\mu$ ; повний відлік (у відповідності з формулою (II.3.1):

$$S = N\lambda + k\mu + x\mu.$$

В окулярах мікрометрів зображення поділок горизонтального та вертикального кругів видно одночасно, що досить зручно під час відлічування. На рис. II.3.3 показано поле зору мікроскопа теодоліта Т1 фірми Wild.

На рис. II.3.3 бісектується штрих 327 горизонтального круга. Тому в розташуванні, показаному на рис. II.3.3, можна відлічити тільки горизонтальний круг. Щоб отримати відлік вертикального круга, потрібно барабаном мікрометра повертати плоско-паралельну пластинку й бісектувати штрих 92°. На шкалі мікрометра з'являться кутові мінути та секунди відліку.

*Двосторонній оптичний мікрометр.* Такий мікрометр має дві плоско-паралельні пластинки й у полі зору окуляра мікроскопа видно діаметрально протилежні штрихи лімба: зверху пряме зображення, знизу – перевернуте.

Під час повороту барабана мікрометра плоско-паралельні пластинки повертаються в протилежні сторони, а спостерігачу видно, що діаметрально протилежні штрихи наближаються або віддаляються. Якщо штрихи руха-

ються назустріч, то достатньо верхньому й нижньому штрихам пройти шлях  $\lambda/2$ , щоб штрихи сумістилися (стали один продовженням другого). Тому під час відлічування вважають відрізки між суміжними штрихами (в прямому та перевернутому зображенні) рівними не  $\lambda$ , а  $\lambda/2$ .

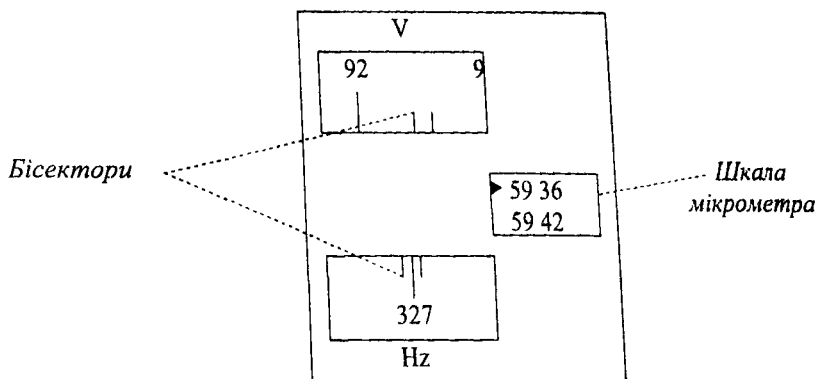


Рис. П.3.3. Поле зору одностороннього оптичного мікрометра теодоліта Т1 фірми Wild ( $327^{\circ}59'36''$ ).

Якщо відомі значення  $\lambda/2$  та ціна поділки шкали мікрометра  $\mu$ , то відлік береться так:

1. поворотом барабана мікрометра суміщають штрихи прямого та перевернутого зображення лімба, що видно в середині поля зору окуляра мікроскопа;
2. рахують кількість проміжків між найближчою, зліва від нуля-пункту (відлікового штриха), підписаною поділкою лімба та діаметральною протилежною (перевернутою поділкою лімба): на рис. П.3.4, це поділка  $177^{\circ}$  та  $357^{\circ}$  (перевернута). Проміжків -- 5. Оскільки  $\lambda/2 = 10'$ , то кількість кутових хвилин --  $50'$ ;
3. відлічують кількість одиниць кутових мінут та секунд шкали мікрометра -- справа:  $0'22''$ ;
4. знаходять повний відлік --  $177^{\circ}50'22''$ .

Штрихи лімбів часто роблять подвійними, як це показано на рис.

#### П.3.4.

Це зменшує похибки суміщення штрихів, тобто, підвищує точність відліків. Детально про будову оптичних мікрометрів та методи їх відлічування описано в [17]. Оскільки під час відлічування двосторонніх оптичних мікрометрів діаметрально протилежні штрихи, кожний пройшовши шлях  $\lambda/2$ , суміщаються, то *реном двостороннього оптичного мікрометра називають різницю між номінальною величиною найменшої півподілки круга та його величиною, виміряною мікрометром.*



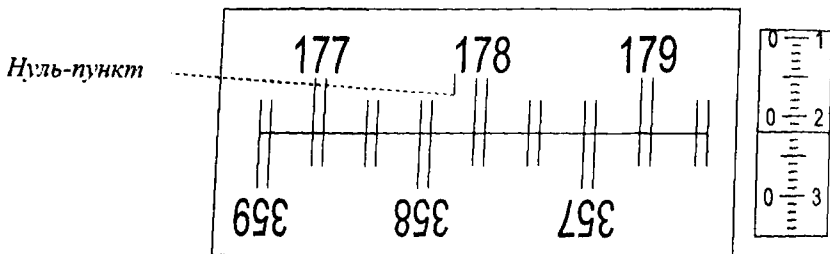


Рис. П.3.4. Приклад відліку двостороннього оптичного мікрометра теодоліта 2Т2:  $177^{\circ}50'22''$ .

### П.3.3. Принцип роботи автоматичних систем відліків електронних теодолітів та тахеометрів

Автоматизовані системи відліків кутомірних приладів (теодолітів та тахеометрів) виключили необхідність запису в польових журналах відліків кругів, що до цього часу обов'язково виконувалось під час куткових вимірів, а процес заповнення польового журналу під час таких робіт здавався неминучим.

Як вже зазначалося, це стало можливим завдяки заміні горизонтальних та вертикальних кругів (лімбів) -- скляних кругів із градусними поділками, на такі ж скляні круги (диски), але з нанесеними умовними позначками, що створюють доріжки прозорих і непрозорих полів.

Такі диски з умовними позначками розташовуються між джерелом світла та фотодетектором. Фотодетектор працює як ФЕП (фотоелектронний помножувач -- перетворює світловий сигнал в електричний струм). Диски виконують роль модуляторів світла. Після проходження дисків (із прозорими та непрозорими частинками) світло, що попадає на фотодетектори, буде модульованим. Зняті з фотодетектора електричні імпульси, збуджені модульованими світловими променями, дозволяють встановити значення відліку, відобразити його на електронному дисплеї, автоматично зареєструвати цей відлік в електронній пам'яті теодоліта, або переслати його до комп'ютера, що співпрацює з електронним теодолітом, для виконання подальших обчислень. Такий прилад названо *електронним теодолітом*. Електронний теодоліт відрізняється від електронного тахеометра перш за все тим, що не має електро-оптичного віддалеміра [31].

За останні роки створено три системи автоматичних відліків електронних теодолітів: *кодові*, *імпульсні* та *динамічні*. Всі ці системи відліків базуються на загальному принципі: автоматизованому підрахунку світлових (електричних) імпульсів за допомогою мікропроцесорів і перетворенню імпульсів на відлік у числовому вигляді. Далі розглянемо ці три системи автоматичних відліків більш детально.

Проста ілюстрація кодової системи відліку показана на рис. П.3.5. Рисунок П.3.5 зображує кодовий диск з концентрично нанесеними доріж-

ками – коду двійкової системи відлічування. Теоретично можливо реалізувати автоматичний читаючий пристрій також із десятиковою системою цифр, до якої ми звикли під час візуальних відлічувань. Однак, електронний пристрій буде набагато простішим, якщо користуватися двійковою системою. Це пояснюється тим, що двійкові цифри 0 і 1 можна дуже просто реалізувати фізично: темно – ясно, напруга є – немає, реле ввімкнено – вимкнено. На жаль, двійковий код вимагає від ЕОМ ємність у 3,3 рази більшу, ніж десятиковий код. Тому інколи застосовують двійково-десяткові та інші коди. Доріжки відраховують від центра круга. Перша складається із двох полів: затемненого й світлого півкола, а в кожній наступній – кількість полів подвоюється, по чергово наносяться прозорі й непрозорі поля.

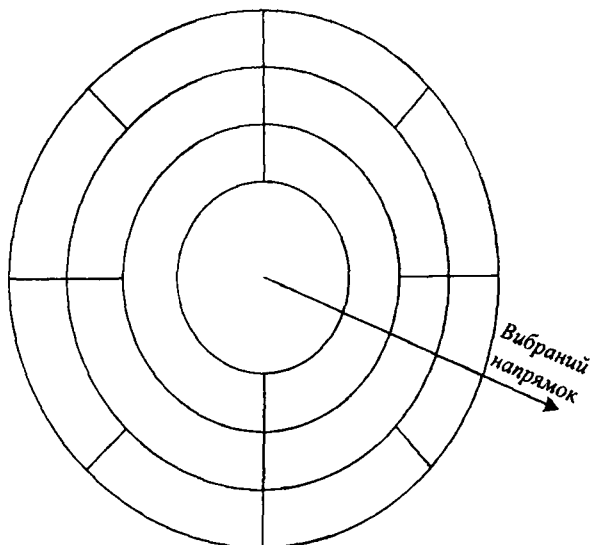


Рис. П.3.5. Вид диску зверху.

На рис. П.3.5 показано три доріжки. Остання має:  $2^3 = 8$  полів. У практиці їх може бути, наприклад, дванадцять. Тоді остання доріжка буде мати  $2^{12} = 4096$  інтервалів.

Зауважимо, якщо необхідно визначити розташування аліади з точністю 1 сс (для градусних поділок: круг поділено на 400 g; 1 g = 100 с; 1с = 100 сс, тоді на крузі радіусом  $r = 60$  мм потрібно було б мати дуги  $a$ , розміром

$$a = \frac{2\pi}{400 \cdot 100 \cdot 100} = \frac{6,28 \cdot 60 \text{ мм}}{400 \cdot 100 \cdot 100} = 0,0000942 \text{ мм.} \quad (\text{П.3.11})$$

Отже, закодувати повністю відлік неможливо. Найменшою величиною, що ще кодується, буде 0,1 g. Тоді дуги  $a$  будуть 0,094 мм, приблизно  $a \approx 0,1$  мм. Для визначення частини поділки, меншої 0,1 g, необхідно якість інше рішення.

Не вдаючись у подробиці цього важливого питання, скажемо тільки, що поки використовують аналогову (безперервну) систему, яка в першому наближенні відповідає способу відлічування секунд у класичних теодолітах, тобто, частини, менші одного інтервалу, оцінюють окремо. А саме, уточнення відліку (напрямку) виконують електронною інтерполяцією відрізка: від останньої дециgradoвої поділки (0,1 g) до індексу. Точність інтерполяції має бути 0,0001 g, тоді точність відліку буде 1 сс. Якщо виконавця задовольняє відлік 10 сс, то достатня інтерполяція 0,001 g.

Перейдемо до принципової суті *кодової* системи відліку, яка зображена на рис. II.3.6. Над скляним диском розташовано джерело світла. Промені світла, пройшовши щілинну заслінку, перетворюються у “площину світла”, направлену паралельно осі обертання теодоліта. Промені “площини світла”, пройшовши кодовий диск, попадають на фотодетектор FD. Промінь, який пройшов через прозоре поле кодового диску, збуджує у діодах фотодетектора сигнал, що відповідає двійковій цифрі – 0, а відсутність такого сигналу дає цифру 1. Таким чином, відповідно з рис. II.3.5 (три доріжки), фотодетектор подає відлік 101. Потім цифрові відліки поступають на мікропроцесор MP, який відображає їх на дисплеї.

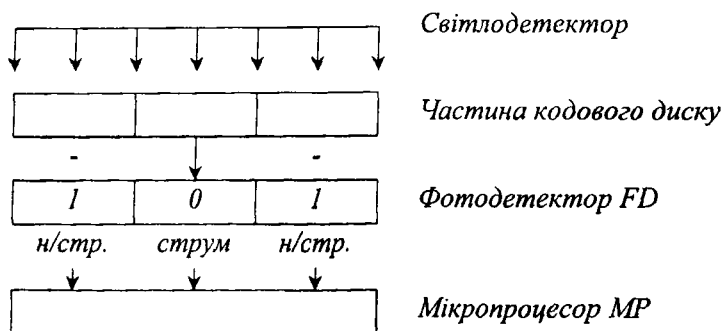


Рис. II.3.6. Переріз диску за вибраним напрямком.

Далі розглянемо *імпульсний* принцип автоматизації відліку кодового диску. Принцип зчитування (відліку) за допомогою імпульсних систем, заснований на тому, що деякий постійний кут повороту алідади прирівнюють до одного імпульсу. Це означає, що будь-яка зміна в розташуванні алідади може бути прирівняна до певної кількості імпульсів. Якщо  $N$  – кількість імпульсів, що подаються за одним повним обертом круга, розділеного на 400 g, то одному імпульсу буде відповідати кут  $C$ , який називається *квантом* і визначається за формулою:

$$C = \frac{400g}{N} \quad (\text{II.3.12})$$

Один прозорий і сусідній непрозорий штрих диску утворюють один квант кута. Доріжку прозорих та непрозорих штрихів називають *растром*.

Ціна елементу квантування  $C$  для  $N = 4000$  буде  $0,1$  г ( $0,1$  града), тобто,  $C = 0,1$  г. Лічильник рахує кількість імпульсів  $L$ , які виникли під час обертання круга від одного напрямку до другого. Тоді кут буде:

$$\alpha = C \cdot L \quad (II.3.13)$$

Знайдемо необхідну кількість імпульсів за бажанням отримати відліки з точністю  $1cc$  (однієї градової секунди). Розв'язуючи (II.3.12) відносно  $N$ , знайдемо:

$$N = \frac{400g \cdot 100 \cdot 100}{1cc} = 4 \cdot 10^6.$$

Як ми вже знаємо, таку кількість імпульсів отримати на крузі радіусом  $60$  мм або дещо більшому неможливо. Кількість імпульсів можна зменшити певними конструктивними рішеннями. Таким чином, кількісне значення кута буде визначено, якщо підрахувати кількість поданих імпульсів, що відповідають зміні розташування візирної осі труби, скріпленої з алідадою під час візування (наведення труби) за напрямками, що створюють цей кут. Частота імпульсів (не кількість) буде змінною величиною, залежною від швидкості обертання алідади виконавцем.

Використовуються світлові імпульси, які перетворюються в електричні, або в імпульси, викликані електричною індукцією. Тому можна говорити про *фотоелектричні* та *електроіндуктивні* (індуктивні) імпульсні методи.

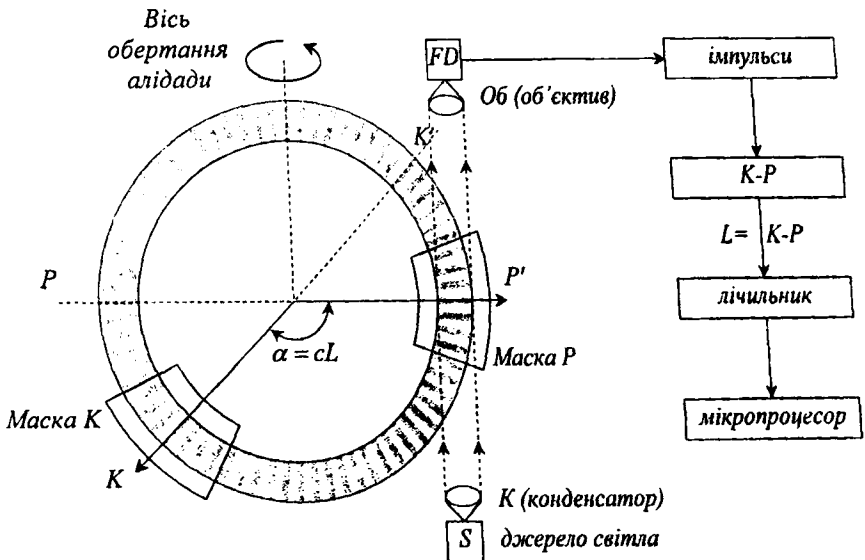


Рис. II.3.7,а Принципова схема імпульсної системи автоматизації відліків.

Покажемо використання *фотоелектричних* імпульсів. В імпульсному методі ядром приладу також є скляний круг (лімб), (рис. II.3.7,а), що має одну доріжку рисок. Ширина рисок така сама, як і проміжків, що їх розділяють. Цей круг називають вимірювальним (вимірювальною сіткою). Напроти

цієї сітки (шкали), на можливо найкоротшій віддалі від неї, розташована зчитувальна (відлікова) сітка  $M$ , яку називають маскою. Риски та проміжки цієї сітки (маски) такі самі, як і у вимірювальної сітки. Риски та проміжки маски створюють ряд прозорих та непрозорих полів.

Світло від джерела  $S$  (люмінесцентного діода) перетворюється конденсатором  $K$ , у паралельний пучок, проходить вимірювальну, а потім зчитувальну (відлікову) сітку. Скерований об'єктивом  $Об$ , він попадає на фотодіод  $FD$ . Якщо зчитувальна сітка під час вимірювання рухається відносно вимірювальної, то світловий потік, який попадає на фотодіод, буде коливатися між певними максимальною та мінімальною величинами. Найбільший потік попадає на фотодіод тоді, коли риски обох сіток будуть перекриватися, а найменший (теоретично – нульовий), коли проміжки вимірювальної сітки будуть закриті рисками зчитувальної сітки. Під час повороту візирної осі (аліади) з напрямку  $K$  на напрямок  $P$ , певна кількість імпульсів світла попаде на фотодіод. Електричний струм, збуджений імпульсами світла у фотодіоді, буде мати майже синусний вигляд.

Синусоїдний струм, за допомогою тригерного та диференційного електричних ланок (на рис. не показані), перетворюється спочатку в прямокутні сигнали, потім в імпульсні, які підраховуються лічильником, а мікропроцесором перетворюються на цифрові відліки. Така принципова схема імпульсної системи відліків.

На жаль, така проста система не дозволяє розрізняти напрямки руху аліади. Тому цю систему ускладнюють, використовуючи дві маски та два діоди. Однак, це не змінює суті методу.

Тепер зупинимося на динамічних системах автоматизації відліків. Мірою кутів може виступати час  $t$ , якщо сконструювати пристрій, який буде обертатися строго рівномірно й будуть з високою точністю відомі частота  $f$  чи період обертання  $T$ . Тоді можна знайти цей кут, визначивши проміжок часу  $t$  проходження деякою точкою або рисою на крузі дуги між відповідними напрямками, що створюють цей кут  $\alpha$ , на основі формули:

$$\alpha = \omega \cdot t, \quad (II.3.14)$$

де  $\omega$  – кутова швидкість обертання.

Оскільки кутова швидкість  $\omega$  дорівнює:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (II.3.15)$$

то

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} t. \quad (II.3.16)$$

Нехай відома кількість обертів круга за хвилину  $n$ . Тоді період обертання  $T$  в секундах, або частота знайдеться за формулою:

$$\frac{60_{сек}}{n_{оберт}} = \frac{T_{сек}}{1_{оберт}}; \quad T = \frac{60}{n} = \frac{1}{f}; \quad (II.3.17)$$

Підставивши значення  $T$  з (II.3.17) у рівняння (II.3.16), отримаємо:

$$\alpha = 2\pi \frac{n}{60} t. \quad (\text{II.3.18})$$

Оскільки  $2n \frac{n}{60} = \text{const} = c$ , то

$$\alpha = ct. \quad (\text{II.3.19})$$

Як бачимо, дійсно, мірою кута може виступати час. Тому динамічний метод може ще бути названий *часовим*.

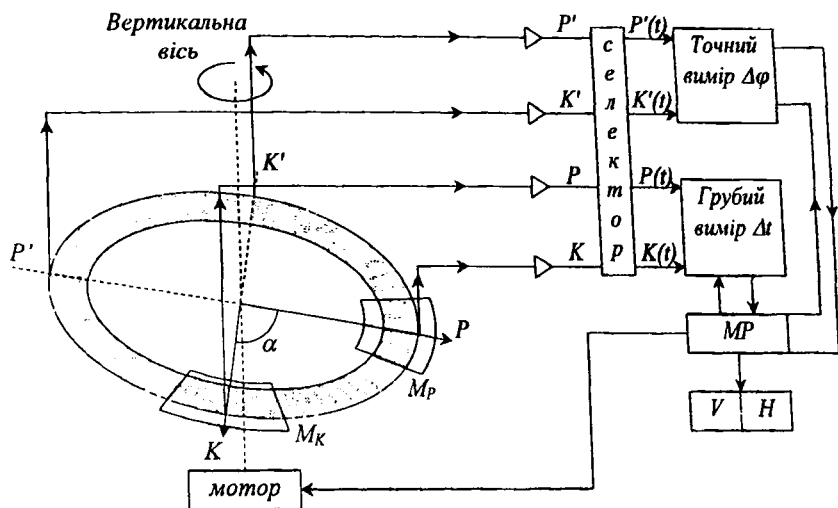


Рис. II.3.7,б. Принципова схема динамічної системи автоматизації відліків.

Розглянутий вище імпульсний метод також є динамічним, але в імпульсному методі обертання круга не обов'язково повинні бути рівномірними. У даному випадку динамічний метод вимагає строго рівномірних обертань круга з постійною частотою. Такий метод базується на застосуванні імпульсного диска (лімба), тобто, такого ж диска, як і для імпульсного методу, та чотирьох зчитувальних фотоелектричних пристроїв, які під час вимірювання розташовують у площинах  $P, P'$  та  $K, K'$  (рис. II.3.7,б). Два з них –  $P$  та  $K$ , утворюють кут  $\alpha$ . Перед вимірюваннями круг (горизонтальний та вертикальний) приводять в обертовий рух навколо своєї осі зі сталою частотою  $f$ , контрольованою мікропроцесором. Доріжка диска  $f$ , пересуваючись під щілинами масок  $M_p$  і  $M_k$  зчитувачів  $P$  і  $K$ , виконує функції модулятора світла та створює дві смужки світлових сигналів в інтервалах, що відповідають розташуванню зчитувачів над доріжкою диска.

Світлові сигнали над напрямками  $P$  і  $K$  та збуджені ними електричні імпульси приходять у мікропроцесор  $MP$  неодноразомно. Ця неодноразомність трансформується лічильниками та  $MP$  у міру кута  $t$  та числове значення

кута  $\alpha$ . За даними зчитувачів  $P$  та  $K$  отримують наближене (грубе) значення кута (як функцію часу  $t$ ). Потім, використовуючи дані всіх чотирьох зчитувачів  $P, K, P', K'$ , отримують точно значення кута  $\alpha$ . Весь процес автоматизований.

Під час вимірювання кутів нульовий діаметр лімба, над яким розташована одна пара фотодіодів, встановлюють за одним з напрямків кута, а трубу направляють за другим напрямком цього кута. З цим напрямком співпадає розташування другої пари діодів. Під час зміни напрямку обертання круга, навпаки, трубу направляють на перший, а нульовий діаметр – на другий напрямок кута.

Завдяки діаметральному розташуванню зчитувачів  $P$  і  $P'$  та  $K$  і  $K'$  та обертанням круга під час вимірювань у двох протилежних напрямках виключаються ексцентричні похибки, викликані розташуванням кругів та зчитувачів. Значення горизонтального ( $\gamma$ ) і вертикального ( $\nu$ ) кутів та їх похибок відображаються на центральному мікропроцесорі СМР. Прилад має додаткові вмонтовані системи, що автоматично компенсують вплив нахилу вертикальної осі теодоліта (неточного горизонтування приладу) на значення горизонтальних та вертикальних кутів. Ці системи також електричні і базуються на компенсаторах. Зафіксовані фотодетектором зміни нахилу приладу, перелічені на поправки, які вводяться у виміряні горизонтальні та вертикальні кути, автоматично.

Реалізовані на практиці динамічні системи дозволили отримати високу точність кутових вимірювань. Для теодоліта T2000 (фірми Wild) точність характеризується середньою похибкою 0,5 сс. Цей теодоліт, показаний на рис. 11.3.8, має дві таблиці операційної клавіатури для введення даних, виконання потрібних операцій і відображення результатів. Окреме гніздо дозволяє підключити реєстратор інформації GRE (модуль пам'яті), який співпрацює з теодолітом T2000. Найновіші типи реєстраторів дозволяють вводити і виводити додаткові дані, наприклад, про нумерацію пунктів, знайти та виправити записані дані чи закодувати їх. Використовуючи нескладну програму, можна обчислити координати пунктів, що спостерігаються, або визначити рухи цих пунктів у тримірному просторі.

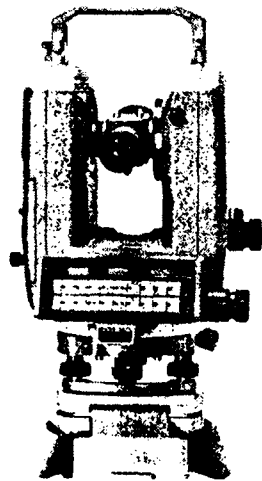


Рис. 11.3.8. Теодоліт T2000 (фірми Wild).

### 11.3.4. Будова оптичних і електронних теодолітів та тахеометрів

Оптичні та електронні теодоліти, які по-суті є тахеометрами, оскільки мають не тільки горизонтальні, але й вертикальні круги та оптичні віддалеміри, складаються в більшості з тих самих вузлів та деталей, що й оптично-механічні теодоліти. Основна відмінність оптичних теодолітів, як

вже зазначалось, тільки в тому, що в них вмонтовані не металеві, а скляні круги. Перехід до скляних кругів дав можливість створити нові відлікові пристрої, а саме, розглянуті вище, штрихові та шкалові мікроскопи, оптичні односторонні та двосторонні мікрометри. На рис П.3.9 показаний оптичний теодоліт серії ЗТ Уральського оптично-механічного заводу (Росія). У серію входять ЗТ2КП (К – компенсатор, П – пряме зображення труби), ЗТ2КА (з автоколіматором), ЗТ5КП. Точність вимірювання горизонтальних кутів одним прийомом – відповідно 2" та 5", ціна поділки шкали відлікового пристрою 1", похибка відліку 0,1". Збільшення труби 30<sup>x</sup>.

Головними частинами оптичних теодолітів є лімба та алідада, вертикальні осі обертання лімба та алідади, підставки труби (горизонтальна вісь обертання труби, на яку встановлюють вертикальний круг, зорова труба, рівні сферичні та циліндричні, компенсатор нахилу, закріпний гвинт лімба на підставці.

Подальше вдосконалення відлікових пристроїв, їх автоматизація завдяки заміні градусних поділок кругів на кодові позначки, перетворили оптичні теодоліти в електронні (цифрові), які відображають відліки на електронному дисплеї. Як вже відзначалося, приймаючи термінологію запроваджену фірмами-лідерами виробництва геодезичного обладнання, будемо також називати такі прилади електронними тахеометрами, а не теодолітами, тільки тоді, коли у них вмонтовані електронні світловіддалеміри.

Використовують два способи поєднання електронних теодолітів з електронними світловіддалемірами. Перший з них полягає в поєднанні віддалемірної і кутомірної частин в одну систему вимірювань, що має спільну будову і багато спільних елементів (спільна зорова труба, мікропроцесор, фазометр, клавіатура, реєстратор, у склад якого входить також зовнішній комп'ютер. Такі системи називають *інтегрованими тахеометрами*.

Другий спосіб полягає у сполученні окремо сконструйованих світловіддалеміра та теодоліта (оптичного або електронного). У такому поєднанні

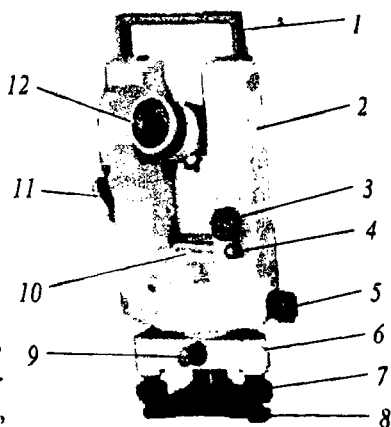


Рис. П.3.9. Теодоліт серії ЗТ.

#### Назва частин ЗТ

1. Ручка для перенесення.
2. Підставки труби.
3. Навідний гвинт труби.
4. Закріпний гвинт труби.
5. Навідний гвинт алідади.
6. Підставка теодоліта.
7. Гвинти горизонтування приладу (підіймальні гвинти).
8. Трегер – носій приладу.
9. Закріпний гвинт лімба.
10. Циліндричний рівень.
11. Дзеркало підсвічування.
12. Лінза об'єктива труби.



теодоліт є одним елементом (модулем), а світловіддалемір – другим. Тоді це модульний тахеометр.

Ці два модулі поєднуються з зовнішнім реєстратором або комп'ютером. В обох цих модулях спільним є відбивач, візирні марки та інші дрібні деталі. Модулі можуть працювати незалежно як теодоліт та світловіддалемір.

У нових інтегрованих тахеометрах застосовуються тільки фазові світловіддалеміри, а для кутових вимірювань – один з методів електронного вимірювання кута: кодовий, імпульсний або (найчастіше) – динамічний. Саме у інтегровані тахеометри вмонтовано потужні внутрішні комп'ютери, які здатні відображати на дисплеї не тільки кути та довжини, але й просторові координати пунктів і розв'язувати цілу низку інженерно-геодезичних задач. Їх називають тотальними станціями. На рис. П.3.10 зображено компактну тотальну станцію SET-GE фірми Sokkia.

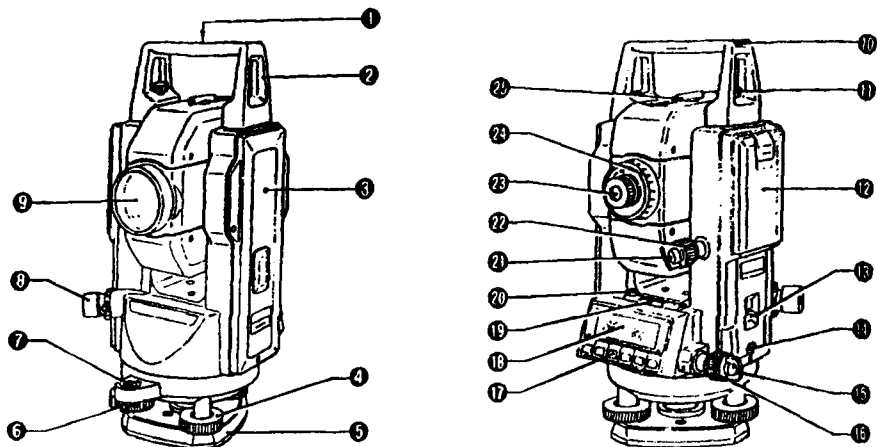


Рис. П.3.10. Тотальна станція SET-GE фірми Sokkia.

#### Назва частин SET-GE

1. Позначка середини приладу.
2. Ручка для перенесення.
3. Позначка висоти приладу.
4. Гвинт горизонтування приладу (підймальний).
5. Підставка (трегер).
6. Гвинт регулювання сферичного рівня.
7. Сферичний рівень.
8. Окуляр оптичного виска.
9. Лінза об'єктива.
10. Гніздо орієнтир-бусолі.
11. Гвинт кріплення ручки для переносу.
12. Батарея BDC 25.
13. Ввімкнення напруги.

14. Гніздо відбору даних.
15. Закріпний гвинт алідади.
16. Навідний (мікрометричний) гвинт алідади.
17. Клавіатура.
18. Дисплей.
19. Циліндричний рівень алідади.
20. Гвинт регулювання (виправний) циліндричного рівня.
21. Закріпний гвинт труби.
22. Навідний (мікрометричний) гвинт труби.
23. Окуляр труби.
24. Кільце фокусування труби по предмету.
25. Оптичний візир.

На рис. II.3.11 показана клавіатура в збільшеному вигляді. Тахеометр SET-GE вабить простотою клавіатури. Він має тільки 6 клавіш. Нижче на рис. II.3.12 подана система основних функцій клавіатури.

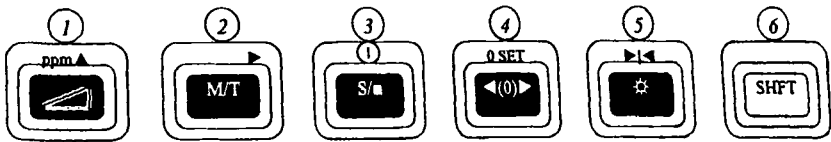
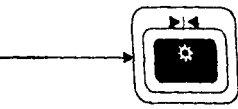


Рис. II.3.11. Клавіатура тахеометра SET-GE.

Клавіша встановлення горизонтального кута (правого, лівого) та на "нуль"



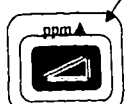
Клавіша освітлення шкал, затримання значення горизонтального круга



Керівна клавіша



Клавіша встановлення положення віддалі, що буде вимірюватися

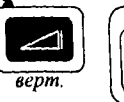
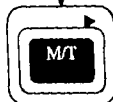


Контроль зворотного відбитого сигналу

Клавіша Start/Stop

Вимір віддалі Start/Stop

Клавіша виду вимірів



Послідовна заміна розмірності на 100; 10; 1

Вимір багаторазовий (поодинокій) M (моно)

Вимір до рухомого об'єкту Tracking T

Рис. II.3.12. Основні функції клавіатури.

Керівна клавіша має 5 робочих клавіш. Робочі клавіші доступні (здатні виконувати функції) тільки після натиснення клавіші shift, скорочено SHFT. Цій клавіші дамо номер – N6.

Таким чином, керівна клавіша SHFT має п'ять головних функцій:

1. встановлення величин, що будуть вимірюватися;
2. контроль відбитого (зворотного) сигналу та запуску/зупинки вимірювань;
3. встановлення виду вимірювання (М або Т) (М – поодинокий, багатозразовий; Т – до рухомого об'єкту).
4. зміни розмірності величин;
5. освітлення дисплея і сітки ниток (вмикає/вимикає) та затримання відображення горизонтального кута на дисплеї.

Кожна з п'яти робочих клавіш виконують дві-три функції. Нижче подано перелік функцій робочих клавіш.

#### Перелік робочих функцій клавіш

|     |   |
|-----|---|
| N 1 | клавіша послідовного вибору розташування вимірюваної віддалі (горизонтальної, похилої, вертикальної); три функції                                   |
| N 2 | клавіша вибору виду (характеру) вимірювання; М – поодинокий, багатократний, Т – до рухомого об'єкта; три функції                                    |
| N 3 | клавіша запуску/зупинки вимірювань та контролю відбитого сигналу; три функції.  |
| N 4 | клавіша встановлення горизонтального кута на "0", (лівого, правого).; дві функції   |
| N 5 | клавіша освітлення дисплею та сітки ниток (вмикає/вимикає світло послідовно); затримання відображення горизонтального кута на дисплеї; три функції. |

Кодові малюнки, зображені на робочих клавішах сприяють запам'ятовуванню їх функцій і відрізняють їх від керівної клавіші, підписаної Shift.

### II.3.5. Перевірки теодолітів

Назвемо шість основних перевірок теодолітів:

1. Перевірка циліндричного рівня.
2. Перевірка круглого (сферичного) рівня.
3. Перевірка сітки ниток.
4. Перевірка колімаційної похибки та ексцентриситету осей (аліади відносно лімба).
5. Перевірка горизонтальності осі обертання зорової труби.
6. Перевірка оптичного виска.

До цих шести перевірок теодолітів слід додати перевірку місця нуля вертикального круга (фактично перевірку тахеометра), враховуючи, що в наш час не випускають теодолітів без вертикальних кругів. Всі інші

перевірки сучасних теодолітів та тахеометрів стосуються перевірок електронного обладнання, включаючи, перш за все, перевірки світловіддалемірів. Ці перевірки будуть розглянуті під час вивчення світловіддалемірів. Перевірки 1-5 детально викладені в курсі "Топографія". Тому тут ми сформулюємо тільки вимоги до взаємного розташування осей теодоліта, які повинні виконуватися.

*Перша перевірка.* Вісь циліндричного рівня повинна бути перпендикулярною до вертикальної осі обертання теодоліта. Віссю циліндричного рівня називають дотичну в нуль-пункті шкали рівня. Ця дотична горизонтальна тільки тоді, коли середина бульбашки знаходиться в нуль-пункті. За вертикальну вісь теодоліта прийнято вважати вертикальну вісь обертання аліадади, а не лімба. Зауважимо, що ці дві вертикальні осі повинні бути паралельними, оскільки вони, як правило не співпадають через наявність деякої лінійної величини – ексцентриситету аліадади відносно лімба. Під час виконання першої перевірки рівень встановлюють приблизно паралельно лінії, що з'єднує будь-які два підймальні гвинти. Виводять середину бульбашки в нуль-пункт шкали рівня, а потім, повертають аліададу на  $180^\circ$ . Під час виконання сформульованої вимоги, середина бульбашки має залишатися в нуль-пункті. Якщо середина бульбашки зміщується від нуль-пункту, тоді виправними гвинтами рівня переміщують бульбашку на половину дуги відхилення. Якщо, наприклад, відхилення складає 4 поділки шкали рівня, тоді бульбашку переміщують на 2 поділки шкали. В результаті змінюється розташування осі рівня у вертикальній площині, так, що вона стає перпендикулярною до вертикальної осі обертання теодоліта.

*Друга перевірка.* Вісь сферичного (круглого) рівня повинна бути паралельною до вертикальної осі обертання теодоліта. Віссю сферичного рівня називають нормаль до сферичної поверхні в центрі сферичного рівня. Центром сферичного рівня є центр малого кола (радіусом 1,0-1,5 мм). Для перевірки виконання умови найпростіше привести вертикальну вісь теодоліта в прямовисний стан за допомогою перевіреного циліндричного рівня. Тоді, під час виконання умови паралельності осі сферичного рівня та вертикальної осі обертання теодоліта, центр бульбашки сферичного рівня має співпадати з центром сферичного рівня. Під час юстування бульбашку переміщують за допомогою трьох виправних гвинтів сферичного рівня, розташованих у нижній частині рівня.

*Третя перевірка.* Сітка ниток має бути встановлена правильно: вертикальна нитка повинна бути прямовисною, а горизонтальна нитка – горизонтальною. У теодолітах перевіряють вертикальну нитку (бісектор). Для цього спочатку аліададу та лімб, за допомогою циліндричного рівня, встановлюють у робочий стан (горизонтально). Потім на віддалі 20-50 м від теодоліта підвішують тягарець (висок) на довгій нитці. Трубу наводять на нитку так, щоб верхній кінець вертикальної нитки сітки ниток співпав з якоюсь точкою нитки з тягарцем. Тоді, по всій довжині вертикальна нитка сітки має співпадати з ниткою з тягарцем. Достатньо перевірити верти-

кальну нитку, оскільки заводи, що виготовляють теодоліти, забезпечують взаємну перпендикулярність ниток сітки. Юстування виконують відповідним повертанням сітки ниток так, щоб нитка сітки та прямовисна нитка з тягарцем співпадали по всій своїй довжині.

*Четверта перевірка.* Візирна вісь зорової труби має бути перпендикулярною до горизонтальної осі обертання труби. Візирна вісь – уявна лінія, що проходить через центр сітки ниток та центр об'єктива. Величину неперпендикулярності цих осей називають колімаційною похибкою. Наявність колімаційної похибки визначають наведенням зорової труби на одну і ту саму далеку точку (приблизно в горизонті приладу) при крузі праворуч (КП) та ліворуч (КЛ). Кожне наведення труби супроводжують відліками горизонтального круга. За відсутності колімаційної похибки різниця відліків повинна складати  $180^\circ$ . Значення колімаційної похибки визначають за формулою:

$$c = \frac{a - (b \pm 180^\circ)}{2}. \quad (\text{II.3.20})$$

У формулі (II.3.20)  $c$  – колімаційна похибка;  $a$  та  $b$  – відліки горизонтального круга відповідно при КП та КЛ. Якщо колімаційна похибка  $c > 10''$ , її мінімізують. Для цього знаходять середній відлік (с.в.), який дорівнює:

$$c_{\text{с.в.}} = \frac{a + (b \pm 180^\circ)}{2}. \quad (\text{II.3.21})$$

Повертають аліададу навідним гвинтом і встановлюють середній відлік (с.в.). Центр сітки ниток виявиться не наведеним на вибрану точку. Виправними боковими гвинтами сітки ниток переміщують сітку так, щоб центр сітки був наведений на точку. Необхідно слідкувати, щоб не порушити правильність встановлення сітки ниток. Для технічних теодолітів з односторонньою системою відліків слід одночасно з визначенням колімаційної похибки виконувати перевірку ексцентриситету аліадади відносно лімба (ексцентриситету осей). Виконання цієї перевірки детально описано в курсі "Топографія".

*П'ята перевірка.* Горизонтальна вісь обертання зорової труби повинна бути горизонтальною – перпендикулярною до вертикальної осі теодоліта. За відсутності колімаційної похибки і горизонтальності осі обертання труби, візирна вісь труби (під час обертання) описує вертикальну площину, яку і має створювати зорова труба теодоліта. Якщо вісь обертання труби не горизонтальна, то труба, точніше, візирна вісь (під час обертання) буде описувати нахилену площину, що під час вимірювання горизонтальних кутів буде вносити значні різниці в значення кутів, виміряних при КЛ та КП. Негоризонтальність (кут нахилу осі  $i$ ) можна визначити так. На горизонтальній ділянці земної поверхні встановлюють теодоліт на віддалі  $S = 20\text{--}30$  м (віддаль, що вимірюється) від вертикальної стіни дому  $H$ . На рис II.3.13.  $S = I - A'$ . Вибирають на стіні довільну, помітну точку  $A$ . Приводять

теодоліт у робочий стан, наводять трубу на точку  $A$  та, повертаючи трубу у вертикальній площині, проєктують точку  $A$  на горизонт теодоліта (на таку саму висоту, що і центр вертикального круга теодоліта, точка  $I$ ) при двох розташуваннях круга – КЛ та КП. Помічають на стіні дві точки  $A_1$  та  $A_2$  (це робить помічник спостерігача олівцем). Якщо точки  $A_1$  та  $A_2$  співпадають, умова виконується. Під час нахилу осі обертання труби на кут  $i''$ , візирна вісь описуватиме нахилені площини, слідами яких на рис. П.3.13 є лінії  $AA_1$  та  $AA_2$ . Визначають половину горизонтальної віддалі між точками  $A_1$  та  $A_2$ , тобто  $a = A_1A_2$ , а також вимірюють вертикальний кут  $v$ .

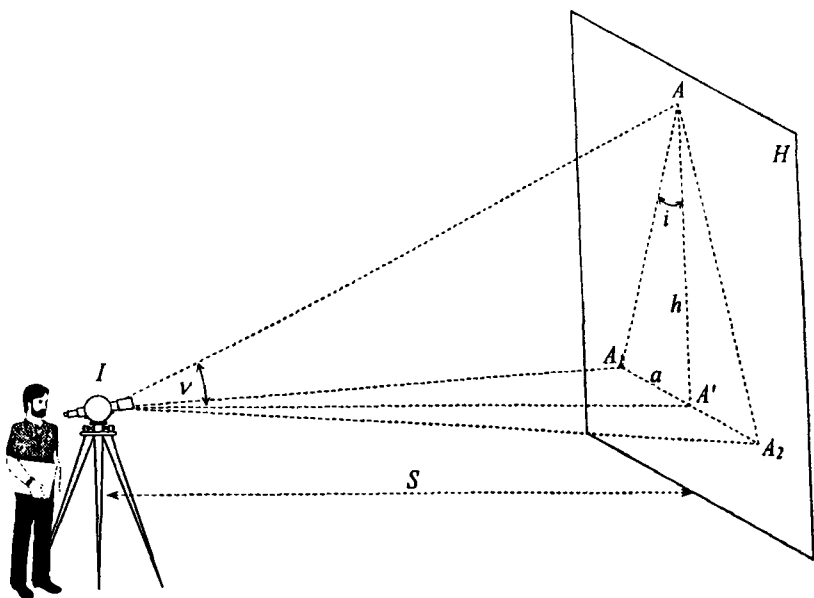


Рис. П.3.13. До визначення негоризонтальності осі обертання труби теодоліта.

Як видно з рис. П.3.13,  $\frac{a}{h} = \operatorname{tg} i'' = \frac{i''}{\rho''}$ . Тому

$$i'' = \frac{a\rho''}{h}. \quad (\text{П.3.22})$$

З цього ж рисунку можемо записати  $\frac{h}{S} = \operatorname{tg} v$ , отже

$$h = S \operatorname{tg} v. \quad (\text{П.3.23})$$

Підставивши  $h$  з рівняння (П.3.23) в (П.3.22), отримаємо кінцеву формулу для визначення кута нахилу осі  $i''$ .

$$i'' = \frac{\alpha \rho''}{S \operatorname{tg} \nu}$$

(II.3.24)

Виправити розташування осі обертання труби, щоб позбутися кута  $i''$  для оптичних та електронних теодолітів, можливо тільки в оптичній майстерні.

*Шоста перевірка. Візирна вісь оптичного виска повинна співпадати з вертикальною віссю обертання теодоліта.* Оптичний висок – це ламана труба, схема якої показана на рис. II.3.14. Точка  $O_1$  – центр окуляра,  $C$  – сітка ниток,  $M$  – точка на заломлюваній поверхні призми,  $O_2$  – центр об'єктива,  $T$  – центр геодезичного знака, над яким слід зцентрувати теодоліт. Виконуючи перевірку, встановлюють, чи співпадає лінія  $M-O_2$  з вертикальною віссю обертання алідадної, верхньої частини теодоліта.

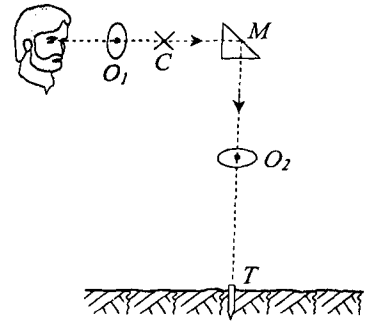


Рис. II.3.14. Схема оптичного виска (центрира).

Цю перевірку виконують по-різному, в залежності від того, де розташовується (де вмонтовано) оптичний висок – на підставці теодоліта чи на його алідадній частині. Якщо висок на алідадній частині, тоді перевірку виконують наступним чином: виском центрують теодоліт над даним геодезичним пунктом  $T$ , або над будь-якою точкою так, щоб під час горизонтального розташування алідади центр сітки виска  $C$  проектувався на дану точку  $T$  (рис. II.3.14). Далі відкріпивши закріпний гвинт алідади, повертають алідаду і спостерігають, чи не зміщується проекція центра сітки ниток  $C$  з точки  $T$ . Якщо не зміщується – умова виконується. Якщо ж проекція центра сітки  $C$  зміщується і під час повороту алідади на  $360^\circ$  описує коло деякого радіуса, то виправними гвинтами сітки ниток потрібно переміщати сітку ниток так, щоб центр сітки ниток проектувався на центр цього знака – точку  $T$ . Після переміщення сітки ниток ще раз ретельно горизонтують алідаду за допомогою циліндричного рівня, уточнюють центрування над точкою  $T$ , переміщуючи теодоліт на головці штатива. Далі, ще раз повертають алідаду на  $360^\circ$  і спостерігають, чи не зміщується центр сітки  $C$  з точки  $T$ . За необхідності повторюють дії описані вище.

Якщо оптичний висок вмонтовано в підставку теодоліта, то перевірку виконують іншим способом, який можна також застосувати і для теодолітів, у яких висок вмонтовано в алідадну частину. Тому цей метод можна вважати універсальним, до того ж він більш точний. На зоровій трубі зверху є мітка, яка під час горизонтального розташування труби знаходиться на продовженні вертикальної осі обертання теодоліта. Як відомо, ця вісь

проходить і через центр лімба, а саме центр лімба має знаходитись на одній високій лінії, що є вершиною горизонтального кута, який необхідно виміряти. Для виконання перевірки необхідно мати ще один теодоліт. Цим додатковим теодолітом проєктують мітку на трубі на горизонтальну поверхню. Для цього під досліджуваним теодолітом, який встановлено на штативі, кладуть горизонтально на поверхню землі квадратну частину дошки (можна використовувати мензульну дошку). На дошку прикріплюють аркуш паперу. Мітку на трубі проєктують на папір допоміжним теодолітом з трьох розташувань, вибраних так, щоб спроектовані вертикальні площини перетиналися під кутом у  $120^\circ$ .

Під час першого розташування теодоліта, спостерігач наводить трубу на вертикально встановлену помічник голку, вістря якої суміщено з центром мітки на трубі. Далі трубу повертають тільки у вертикальній площині так, щоб було видно папір на дошці. У створі вертикальної площини помічник, керований спостерігачем, наносить на папір дві точки. Нехай при КЛ це будуть точки 1 та 2, з'єднані штрих-пунктиром. Відповідно при КП, отримано точки 1' та 2', які також з'єднані штрих-пунктиром. Проведена суцільна середня лінія. На цій лінії знаходиться шукана точка – проєкція центра лімба  $C'$ . Щоб знайти цю точку з контролем, необхідно поставити допоміжний теодоліт ще в двох точках і аналогічно знайти розташування ще двох середніх ліній. У результаті, як це показано на рис. II.3.15, отримано проєкцію точки  $C'$ . У цю точку повинен проєктуватися центр сітки ниток оптичного центра  $C$ . Якщо ця умова не виконується, то виправними гвинтами сітки ниток центра переміщують сітку так, щоб проєкція точки  $C$  співпадала з  $C'$ .

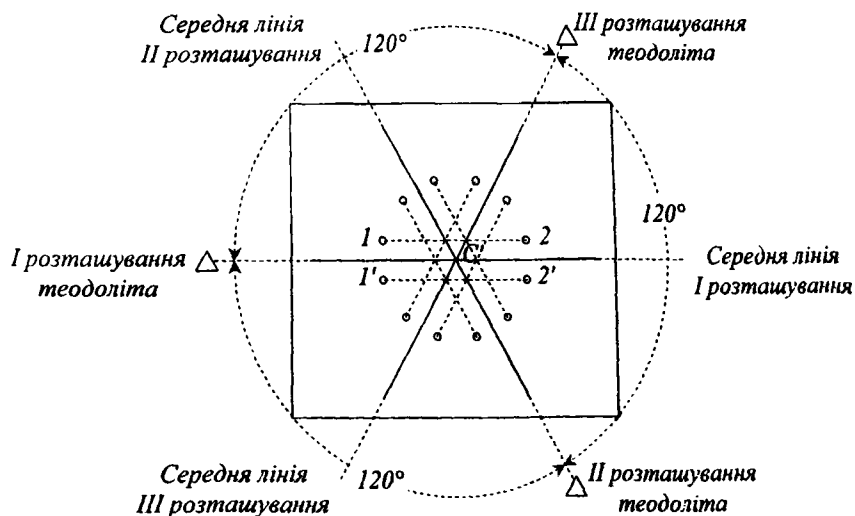


Рис. II.3.15. Визначення розташування проєкції центра лімба (осі обертання лімба)  $C'$ .



### II.3.6. Вимірювання горизонтальних кутів способом кругових прийомів

Найбільш широко вживаним і точним способом вимірювання горизонтальних кутів є спосіб кругових прийомів. Спосіб особливо ефективний, якщо з деякої точки (вершини кутів), виходить декілька напрямків. Нехай маємо чотири напрямки на точки 1, 2, 3, 4 (рис. II.3.16). Один з них вибирають за початковий, це напрямок на візирну ціль, яку найкраще видно. Візирними цілями служать спеціальні візирні марки, в які вмонтовані оптичні виски для центрування марок над точками 1, 2, 3, 4. Теодоліт центрують над точкою *T*. Лімба та алідаду приводять у горизонтальний стан. Трубу фокусують по оку та по предмету. Припустимо, початковий напрямок – 1. За методом кругових прийомів алідаду спочатку при крузі ліворуч (КЛ) повертають за годинниковою стрілкою, а трубу, послідовно наводять на всі марки, а потім, у другому півприйомі, навпаки, при крузі праворуч (КП) алідаду повертають проти годинникової стрілки і трубу знову наводять на всі марки.

Розглянемо ці дії детальніше:

1. При КЛ трубу наводять на марку 1 (початковий напрямок) і встановлюють відлік, менший за одну мінуту. Для цього на шкалі мікрометра встановлюють відлік, наприклад,  $0'30''$  або  $0'40''$ . Потім, поворотом головки гвинта переставлення лімба суміщають верхнє (пряме) зображення нульової поділки лімба (поділки підписаної  $0^\circ$ ) з зображенням діаметрально протилежної (перевернутої) поділки лімба (підписаної  $180^\circ$ ). У результаті встановлюють бажаний відлік, менший за одну мінуту.
2. Відкріпивши закріпний гвинт алідади, повертають алідаду 2-3 рази тільки за годинниковою стрілкою і трубу знову точно, навідним гвинтом, наводять на марку 1.
3. Беруть початковий відлік. Повертаючи головку гвинта оптичного мікрометра, добиваються точного суміщення зображення діаметрально протилежних штрихів  $0^\circ$  і  $180^\circ$ . Останній рух гвинта мікрометра повинен бути за годинниковою стрілкою (на загвинчування). Відлік записують у журнал. Позначимо відлік  $a'$ . Потім головку гвинта мікрометра дещо повертають проти годинникової стрілки. Поділки  $0^\circ$  і  $180^\circ$  розійдуться. Знову повертають гвинт за годинниковою стрілкою і ще раз суміщають поділки  $0^\circ$  і  $180^\circ$ . Беруть другий відлік  $a''$ . З двох відліків виводять середній. Позначимо його  $a_1$ . Відліки  $a'$ ,  $a''$ ,  $a_1$  записують в журнал, а відлік  $a_1$  (для наочності) показаний і на рис. II.3.16.
4. Відкріплюють закріпний гвинт алідади й алідаду разом з трубою повертають тільки за годинниковою стрілкою. Трубу послідовно точно наводять на марки 2, 3, 4 і знову на марку 1. Під час кожного такого наведення виконують дії, описані в пункті 3. У

результаті отримані відліки: під час наведення на марку 2 –  $b^I$ ,  $b^{II}$ , середній  $b_1$  і на марку 3 –  $c^I$ ,  $c^{II}$ , середній  $c_1$ ; на марку 4 –  $d^I$ ,  $d^{II}$ , середній  $d_1$ . Під час нового наведення на марку 1:  $a^{III}$ ,  $a^{IV}$ , середній  $a_2$ . Розходження середніх відліків під час наведення труби на марку 1  $\Delta_n = a_1 - a_2$ , значення  $\Delta_n$  називають незамиканням горизонту, яке присутнє, незважаючи на те, що труба зробила 360°, тобто повний оберт; значення  $\Delta_n$  регламентується інструкціями на проведення кутових вимірювань. Допустимі розходження залежать, перш за все, від найменшої поділки шкали мікрометра даного теодоліта. Якщо найменша поділка мікрометра 1" або 2", то допуск  $\Delta_n$ , відповідно, 6" та 8". Описані дії є одним півприйомом. Далі виконують другий півприйом.

- Трубу переводять через зеніт, і вертикальний круг виявиться праворуч від труби (КП). Трубу знову наводять на марку 1. Беруть відліки, як вказано в пункті 3. Тепер пряме зображення ділень лімба –

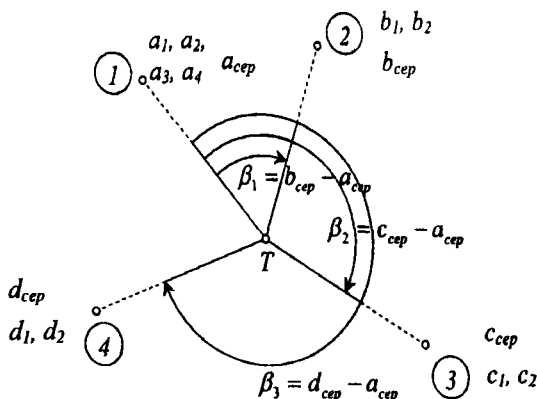


Рис. П.3.16. Розташування теодоліта (Т) і візирних марок.

- 180°, обернене – 0°. Відліки позначимо  $a^Y$ ,  $a^{VI}$ , середній  $a_3$ .
- Відкріплюють алідаду і повертають разом з трубою тільки проти годинникової стрілки, а трубу послідовно наводять на марки 4, 3, 2 і знову на марку 1. Відліки записують в журнал знизу-вверх. Матимемо:
    - під час наведення на марку 4:  $d^{III}$ ,  $d^{IV}$ , середній  $d_2$ ;
    - під час наведення на марку 3:  $c^{III}$ ,  $c^{IV}$ , середній  $c_2$ ;
    - під час наведення на марку 2:  $b^{III}$ ,  $b^{IV}$ , середній  $b_2$ ;
    - під час нового наведення на марку 1:  $a^{VII}$ ,  $a^{VIII}$ , середній  $a_4$ .
 Нове незамикання горизонту (в другому півприйомі)  $\Delta_n = a_3 - a_4$ . Допуск на замикання – такий самий. Усі ці дії складають один круговий прийом.

7. Подальші прийоми виконують так само, як і перший, але початковий відлік встановлюють, повертаючи лімба на кут  $\alpha$ , який дорівнює  $\alpha = \frac{180^\circ}{n} + \sigma$ , де  $n$  – кількість прийомів (регламентує інструкція);  $\sigma' = 10'$  або  $\sigma' = 5'$ . Наприклад, для  $n = 6$  встановлення лімба в другому прийомі має бути  $\alpha_2 = 30^\circ 10'$  або  $30^\circ 05'$ ; в третьому прийомі  $\alpha_3 = 60^\circ 10'$  або  $60^\circ 05'$  тощо.
8. При двох напрямках горизонт можна не замикати. Тоді спосіб кругових прийомів перетворюється у спосіб прийомів, відомий з курсу “Топографія”.
9. Під час спостережень в будь-якому прийомі необхідно виконувати такі правила:
- а) старанно відфокусувати трубу, бажано не змінювати фокусування протягом всіх прийомів;
  - б) не затискати сильно закріпні гвинти аліади та труби, не опиратися на штатив;
  - в) коливання подвійної колімаційної похибки не повинні бути більшими за  $20''$ ;
  - г) відхилення від нуля-пункту середини бульбашки циліндричного рівня не має перевищувати двох поділок шкали рівня;
  - д) наводити трубу на візирну марку необхідно одним і тим самим місцем вертикальної нитки або бісектора, біля горизонтальної нитки, як показано на рис. II.3.17. Якщо уявно продовжити вертикальну нитку вгору, тоді її продовження повинно поділити марку на дві рівні частини; одночасно, як контроль, краї марки повинні бути рівновіддалені від вертикальних ниток бісектора.

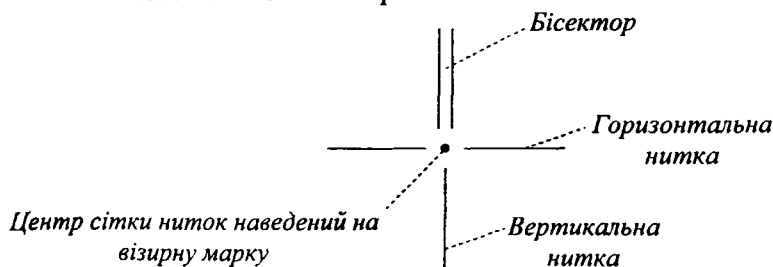


Рис. II.3.17. Приклад наведення труби на візирну марку.

е) як вже зазначалося, точне наведення труби навісним гвинтом має закінчуватись на загвинчуванні. Якщо вертикальна нитка або бісектор пройшли візирну марку, потрібно дещо вигвинтити навісний гвинт, а потім знову останній рух гвинта повинен бути на загвинчування;

ж) слід працювати середньою частиною навідного гвинта. Підводити від руки нитки сітки найближче до візирної марки, щоб виключати значні повороти аліади навідним гвинтом.

Точне вимірювання горизонтальних кутів – дуже складна і тендітна робота, яка прирівнюється до наукової праці.

#### Методи опрацювання результатів спостережень

Методи та послідовність опрацювання результатів спостережень, що виконуються в польовому журналі, стануть більш зрозуміліші, якщо показати їх спочатку в буквеному вигляді.

Можна запропонувати два методи обробки результатів куткових спостережень на деякому геодезичному пункті, залежно від причини незамикання горизонту. Існує дві можливі причини незамикання. Перша причина: спільний вплив випадкових похибок відліків шкали мікрометра та наведення зорової труби на візирні цілі. Всі відліки – рівноточні, а найімовірніші з них – середні арифметичні  $a_{сер}$ ,  $b_{сер}$ ,  $c_{сер}$ ,  $d_{сер}$ . У цьому випадку найімовірніші кути  $\beta_i$  будуть:  $\beta_1 = b_{сер} - a_{сер}$ ;  $\beta_2 = c_{сер} - a_{сер}$ ;  $\beta_3 = d_{сер} - a_{сер}$ . (див. рис. П.3.16). Зауважимо тільки, що  $a_{сер}$  є середнім з чотирьох (фактично з восьми) відліків, і всі інші  $b_{сер}$ ,  $c_{сер}$ ,  $d_{сер}$  є середніми з двох відліків (фактично з чотирьох). Таким чином, якщо діють тільки випадкові похибки вимірювань, тоді весь процес опрацювання результатів спостережень є простим обчисленням середніх значень відліків та різниць між середніми значеннями відліків у напрямках 2, 3 та 4 та середнім відліком у напрямку 1. Таке опрацювання показано в табл. П.3.3.

Таблиця П.3.3

Буквенна форма журналу опрацювання спостережень під час дії тільки випадкових похибок

| N напрямків | КЛ    | КП    | $\frac{КЛ + КП}{2}$         | Приведені напрямки  | Робочі формули                              |
|-------------|-------|-------|-----------------------------|---------------------|---|
| 1           | $a_1$ | $a_4$ | $\frac{a_{сер}}{a_{сер-n}}$ | 0°00'00"            | $a_{серn} = \frac{a_1 + a_4}{2}$            |
| 2           | $b_1$ | $b_2$ | $b_{сер}$                   | $b_{сер} - a_{сер}$ | $a_{серк} = \frac{a_2 + a_3}{2}$            |
| 3           | $c_1$ | $c_2$ | $c_{сер}$                   | $c_{сер} - a_{сер}$ | $a_{сер} = \frac{a_{серn} + a_{серк}}{2}$   |
| 4           | $d_1$ | $d_2$ | $d_{сер}$                   | $d_{сер} - a_{сер}$ |   |
| 1           | $a_2$ | $a_3$ | $a_{серк}$                  | 0°00'00"            | $a_{сер} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}$ |

Найімовірніший середній відлік у напрямку дорівнює:

$$a_{серn} = \frac{a_1 + a_4}{2}; \quad a_{серк} = \frac{a_2 + a_3}{2}; \quad a_{сер} = \frac{a_{серn} + a_{серк}}{2} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{4}$$

Тут  $a_{серn}$  – середній початковий та  $a_{серк}$  – середній кінцевий відліки. Кожний з відліків  $a_1, a_2, a_3, a_4$  також є середнім з двох. Тому середній відлік  $a_{сер}$  слід відняти від усіх напрямків. Тоді перший напрямок стане нульовим, а всі інші – приведені до нуля (відраховані від нульового напрямку). Тому, це метод вимірювання напрямків, а не кутів. Таке опрацювання показано в таблиці II.3.4. Також частково це показано на рис. II.3.16.

Друга причина: “затягування” лімба алідадою. Незамикання горизонту може статися тому, що алідада під час поворотів “затягує”, тобто дещо повертає лімб силою тертя між осями лімба та алідади, тоді як лімб під час вимірювання кожним прийомом має бути нерухомим. Якщо таке “затягування” існує, тоді воно, буде прямо пропорційним величинам кутів повороту алідади  $\beta_1, \beta_2, \beta_3 \dots \beta_n$  (для  $n+1$  напрямків). Для знешкодження цього фактору в різні напрямки необхідно вводити різні за величиною поправки в залежності від величини незамикання в прийомі  $\Delta_{сер}$ .

Ми маємо два незамикання горизонту при КЛ та КП (в першому та другому півприйомі):

$$\Delta_n = a_2 - a_1; \Delta_n = a_3 - a_4. \quad (II.3.25)$$

В одному прийомі матимемо середнє незамикання горизонту, що дорівнює:

$$\Delta_{сер} = \frac{\Delta_n + \Delta_n}{2} = \frac{(a_2 - a_1) + (a_3 - a_4)}{2}. \quad (II.3.26)$$

Такі ж значення можна ще отримати за формулою:

$$\Delta_{сер} = a_{серк} - a_{серn}. \quad (II.3.27)$$

Дійсно

$$\Delta_{сер} = a_{серк} - a_{серn} = \frac{(a_2 + a_3)}{2} - \frac{(a_1 + a_4)}{2} = \frac{(a_2 - a_1) + (a_3 - a_4)}{2}.$$

Поправки в напрямки вводяться за формулою:

$$\delta_k = -\frac{\Delta_{сер}}{n}(k-1). \quad (II.3.28)$$

В формулі (II.3.28)  $n$  – кількість напрямків на пункті;  $k$  – номер напрямку. Якщо, наприклад,  $\Delta_{сер} = +4''$ , то для  $n = 4$ , маємо:

$$\delta_k = -\frac{4''}{4}(k-1). \quad (II.3.29)$$

Контроль обчислення поправок: початковий напрямок не отримує поправки, кінцевий напрямок отримує поправку, що дорівнює  $\Delta_{сер}$  з оберненим знаком. Це, більш складне опрацювання показано в табл. II.3.5.

## Ж У Р Н А Л

вимірювання кутів способом кругових прийомів  
(опрацювання без врахування "затягування" лімба)

Пункт

Погода: ясно

Дата: 15.04.2005

Видимість: хороша

Час: 10.25-10.35

I прийом

Зображення: спокійне

| № марки | Круги | Відліки штрихів лімба | Відліки мікрометра |     | $\frac{I + II}{2}$ | 2 c   | $\frac{КЛ + КП}{2}$ | Приведені напрямки |
|---------|-------|-----------------------|--------------------|-----|--------------------|-------|---------------------|--------------------|
|         |       |                       | I                  | II  |                    |       |                     |                    |
| 1       | КЛ    | 0°00'                 | 25"                | 23" | 24,0"              |       | 0°00'36,3"          |                    |
|         | КП    | 180°00'               | 48"                | 46" | 47,0"              | -23,0 | 0°00'35,5"          | 0°00'00,0"         |
| 2       | КЛ    | 68°15'                | 34"                | 36" | 35,0"              |       |                     |                    |
|         | КП    | 248°15'               | 58"                | 59" | 58,5"              | -23,5 | 68°15'46,7"         | 68°15'10,4"        |
| 3       | КЛ    | 129°18'               | 43"                | 46" | 44,5"              |       |                     |                    |
|         | КП    | 309°19'               | 14"                | 13" | 13,5"              | -29,0 | 129°18'59,0"        | 129°18'22,7"       |
| 1       | КЛ    | 0°00'                 | 24"                | 25" | 24,5"              |       |                     |                    |
|         | КП    | 180°00'               | 50"                | 50" | 50,0"              | -25,5 | 0°00'37,2"          | 0°00'00,0"         |

Зауваження: для обчислення  $\frac{КЛ + КП}{2}$ , найпростіше, 2c розділити на 2 і результат додати до меншого значення відліку. Наприклад 2c = -23,0". Половина - 11,5". Половину 11,5" додаємо до меншого відліку 24". Маємо результат - 35,5".

Слід зауважити, що наперед дійсна причина незамикання горизонту невідома. Про наявність "затягування" лімба алідадою в тому чи іншому теодоліті можна судити за дослідженнями цього теодоліта на основі пробних кутових вимірювань: якщо  $\Delta_{л_1}, \Delta_{л_2}, \Delta_{сер_1}$  не змінюють знак, то це вказує на наявність затягування. З іншої точки зору: враховуючи, що алідада при КЛ повертають за годинниковою стрілкою, а при КП - проти, то можна впевнено говорити про значну компенсацію "затягування". Одночасно, існує велика ймовірність, що ці дві названі причини діють одночасно, важливо, яка причина переважає. Проте різні обробки спостережень не викликають розходжень в напрямках та кутах, більших ніж 1-3". Тому для полігонометрії 3, 4 класів можна віддати перевагу першому методу опрацювання результатів спостережень на пункті, як більш простому. У таблиці П.3.4, П.3.5 подані числові приклади опрацювання результатів спостережень відповідно першим та другим методом. Необхідні пояснення подані внизу таблиць та в тексті.

**Ж У Р Н А Л**  
вимірювання кутів способом кругових прийомів  
(опрацювання з врахуванням "затягування" лімба)

Пункт

Дата: 15.04.2005

Час: 10.25-10.35

Погода: ясно

Видимість: хороша

Зображення

І прийом

| № марки | Круги | Відліки штрихів лімба | Відліки мікрометра |     | $\frac{I + II}{2}$ | 2 с   | $\frac{КЛ + КП}{2}$ | Поправки δк | Виправлені напрямки | Приведені напрямки |
|---------|-------|-----------------------|--------------------|-----|--------------------|-------|---------------------|-------------|---------------------|--------------------|
|         |       |                       | I                  | II  |                    |       |                     |             |                     |                    |
| 1       | КЛ    | 0°00'                 | 25"                | 23" | 24,0"              |       |                     |             | 0°00'36,3"          |                    |
|         | КП    | 180°00'               | 48"                | 46" | 47,0"              | -23,0 | 0°00'35,5"          | 0,0"        | 0°00'35,5"          | 0°00'00,0"         |
| 2       | КЛ    | 68°15'                | 34"                | 36" | 35,0"              |       |                     |             |                     |                    |
|         | КП    | 248°15'               | 58"                | 59" | 58,5"              | -23,5 | 68°15'46,7"         | -0,6        | 68°15'46,1"         | 68°15'10,6"        |
| 3       | КЛ    | 129°18'               | 43"                | 46" | 44,5"              |       |                     |             |                     |                    |
|         | КП    | 309°19'               | 14"                | 13" | 13,5"              | -29,0 | 129°18'59,0"        | -1,2        | 129°18'57,8"        | 129°18'22,3"       |
| 1       | КЛ    | 0°00'                 | 24"                | 25" | 24,5"              |       |                     |             |                     |                    |
|         | КП    | 180°00'               | 50"                | 50" | 50,0"              | -25,5 | 0°00'37,2"          | -1,7        | 0°00'35,5"          | 0°00'00,0"         |

2с – подвійна колімаційна похибка; 2с = КЛ – (КП ± 180°)

Незамикання:  $\Delta_L = 0,5''$ ;  $\Delta_{II} = 3,0''$ ;  $\Delta_{сеп} = 1,7''$ ;  $\delta_k = -\frac{\Delta_{сеп}}{n}(k-1)$ ;  $\delta_k$  – похибка в напрямки; k – номер напрям

лення; n – кількість напрямків.

### 11.3.7. Вимірювання горизонтальних кутів способом повторень

Повторювальні теодоліти, як ми вже знаємо, мають закріпні та навідні гвинти окремо для лімба та алідади. Якщо відпустити закріпний гвинт лімба такого теодоліта і повертати трубу в горизонтальній площині, то лімб і алідада будуть повертатися одночасно і відліки лімба не будуть змінюватися. Якщо ж відпустити гвинт алідади і повертати трубу в горизонтальній площині, то відліки будуть змінюватися, оскільки під час цього повертається тільки алідада, а лімб займає незмінне розташування (з “затягуванням” лімба поки що не будемо рахуватися). Використовуючи описану конструктивну особливість таких теодолітів, було запропоновано вимірювання кутів методом повторень. Розглянемо суть цього методу. Цим способом вимірюють кожний окремий горизонтальний кут. Встановивши теодоліт у вершині кута  $T$  (рис. 11.3.18), який необхідно виміряти, та привівши теодоліт в робочий стан, наводять трубу при КЛ на точку 1, попередньо встановивши відлік дещо більший за нуль, або нуль. Позначимо цей відлік  $a_n$ . Після цього відпускають алідаду, повертають за годинниковою стрілкою трубу і наводять на точку 2. Беруть контрольний відлік  $\sigma_1$ . Зрозуміло, що відлік наближено буде дорівнювати куту, що вимірюють.

Після цього відкріплюють лімб, повертають трубу проти годинникової стрілки і навідним гвинтом лімба, знову наводять трубу на точку 1. Контрольний відлік не зміниться. Далі, відкріплюють алідаду, повертають за годинниковою стрілкою і наводять трубу повторно на точку 2. Відлік не беруть (відлік буде рівний приблизно  $2\beta$ ).

Визування на ліву точку 1 поворотами лімба, а на праву точку 2 поворотами алідади виконують декілька разів. Останнє визування має бути на точку 2; після чого роблять кінцевий відлік (при КЛ –  $\sigma_n$ ). Величина кута, що вимірюють буде:

$$\beta_n = \frac{\sigma_n - a_n}{P}, \quad (11.3.30)$$

де  $P$  – кількість повторень. Якщо під час вимірювання нульова поділка лімба декілька разів пройшла через напрямок на точку 1, тоді в чисельнику формули (11.3.30) потрібно додати  $360^\circ$ , повторене таку кількість разів, скільки було переходів нульової поділки через цей напрямок. Щоб не слідкувати за переходами нульової поділки лімба, робиться контрольний

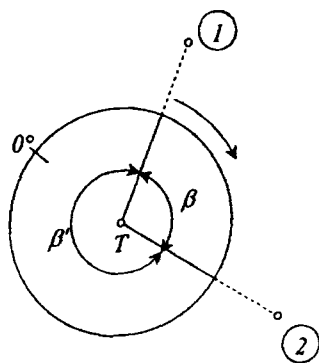


Рис. 11.3.18. До пояснення способу повторень.



Таблиця II.3.6

Журнал вимірювання горизонтальних кутів методом повторень

Початок вимірювань: 8<sup>г</sup>20<sup>хв</sup>

Погода: похмуро, слабкий вітер

Кінець: 8<sup>г</sup>50<sup>хв</sup>

Назва пункту — Т Видимість: добра

Спостерігач: Тарнавський В.Л.

| к-сть | Спостереження |    | Відліки    |            | Р-кратний кут |    |    | Кути $\beta$ |  | Середнє з кутів $\beta_{ср}$ |
|-------|---------------|----|------------|------------|---------------|----|----|--------------|--|------------------------------|
|       | пункти        | КЛ | КЛ         | КП         | КЛ            | КП | КЛ | КП           |  |                              |
| 3     | КЛ            | 1  | 126°33'00" |            |               |    |    |              |  | 126°33'32"                   |
|       |               | 2  | 0°00'30"   | 379°40'28" |               |    |    | 126°33'29"   |  |                              |
|       | КП            | 2  | 19°40'58"  |            |               |    |    |              |  |                              |
|       |               | 1  |            | 199°41'27" |               |    |    |              |  | 126°33'35"                   |
|       |               |    |            | 180°00'42" |               |    |    |              |  |                              |

відлік  $e_n$ . Формула (II.3.30) дає значення кута при КЛ. Далі, перевівши трубу через зеніт і при КП, відкріпивши алідаду, наводять трубу на праву точку 2. Беруть відлік, який позначимо  $e_n$ . Відлік  $e_n$  є кінцевим при КП. Потім відкріплюють алідаду, повертають трубу проти годинникової стрілки і наводять навідним гвинтом алідади на точку 1. Далі, відкріплюють лімб і повертають трубу за годинникової стрілкою, наводять на точку 2 навідним гвинтом лімба. Ці дії повторюють. Під час таких дій відлік на лімбі буде прямувати до початкового, точніше до  $(a_n + 180^\circ)$ . Для такої ж кількості повторень  $P$  стане наближено рівним  $(a_n + 180^\circ)$ . Труба буде наведена на точку 1. Беруть відлік  $a_n$ , який буде початковим при КП. Вимірюваний кут  $\beta_n$  при КП знаходять за формулою:

$$\beta_n = \frac{e_n - a_n}{P} \quad (\text{II.3.31})$$

З кутів  $\beta_n$  та  $\beta_n'$  виводять середній. Числовий приклад вимірювання показано в таблиці II.3.6, яка є сторінкою польового журналу. Контрольний відлік 126°33' – підкреслений. Інші дані журналу не потребують окремих пояснень.

Вважають, що спосіб повторень має систематичні похибки, викликані "затягуванням" лімба алідадою. Якщо при КЛ алідаду повертати за годинниковою стрілкою, а при КП – проти, тоді ця похибка дещо компенсується. Найкращим способом виключення цієї похибки є вимірювання незалежно правого та лівого кутів  $\beta$  та  $\beta'$  (див. рис. II.3.18). Кут

$\beta'$  доповнює кут  $\beta$  до  $360^\circ$ . Нехай під час вимірювання кутів  $\beta$  та  $\beta'$ , їх сума  $(\beta + \beta')$  буде містити деяку подвійну систематичну похибку  $-2\sigma$ . Поправка, яку необхідно ввести в кожний з кутів, знайдеться з виразу:

$$\sigma = \frac{360^\circ - (\beta + \beta')}{2}. \quad (\text{II.3.32})$$

Спосіб повторень був найбільш вживаним і точним, коли не існувало теодолітів з точними системами відліків, а похибки відліків складали десятки секунд. На початку ХХ століття, з появою оптичних мікрометрів, похибки відліків яких менші за одну секунду, спосіб повторень втратив своє значення.

Проте, цей спосіб може застосовуватися та виявитись корисним за необхідності точного вимірювання кутів і наявності у виконавця тільки технічних теодолітів.

### II.3.8. Вимірювання горизонтальних кутів електронними теодолітами (тахеометрами)

Якщо під час побудови полігонометричних мереж працюють спеціалізовані бригади, які виконують окремо кутові та лінійні вимірювання, то тільки кутові вимірювання можуть виконуватися не тільки електронними теодолітами, але й електронними тахеометрами. Тому, в цьому параграфі розглянемо тільки вимірювання кутів електронними теодолітами (тахеометрами). Наперед зауважимо, що процеси вимірювання горизонтальних (та й вертикальних) кутів такими приладами значно спрощуються, а цілий ряд похибок, залежних від спостерігача (перш за все похибки відлічування) просто виключаються. Основні дії, що виконує спостерігач – це встановлення приладу над точкою, приведення приладу в робочий стан та наведення труби на ціль. Як читач вже знає, наведення труби (в деяких приладах) також автоматизовано.

#### Підготування до вимірювання кутів

Підготування приладу до вимірювань складається з наступних кроків:

1. Центрують та горизонтують прилад над точкою  $T$  (рис. II.3.18). Фокусують трубу по оку та по предмету. Виконують ці дії так само, як і для оптичних теодолітах.
2. Встановлюють батареї. Напрягу дає батарея BDC 25. Для вмикання напруги тумблер повертають вгору. Після вмикання напруги прилад подає звуковий сигнал і відображає всі можливі символи, одночасно виконує автоматичне тестування. Ці символи подані на рис. II.3.19. Після закінчення самоконтролю на три секунди відображається напруга батареї в декількох кодових символах. Символ  $def$  вказує на те, що напруга батареї недостатня для вимірювання. Такий самий символ відображається також під час вимірювань, якщо напруга батареї є низькою, під час інших – кути можна вимірювати. Висвітлені символи "VO/HO.SET" вказують на те, що прилад

підготовлений до індексування. Якщо кут нахилу (компенсатора) перевищує 3', на екрані з'явиться код E 115 або E 117. Досягають горизонтальності циліндричним рівнем.

- Індексують круги. Для індексування вертикального круга відпускають закріплювальний гвинт труби і трубу повертають у вертикальній площині на 360°. Індксація (встановлення місця "нуля" або "зеніта") проходить в момент проходження об'єктивом лінії горизонту в розташуванні КЛ. Підтвердженням виконання індксації є звуковий сигнал ТС встановлення на дисплеї значення вертикального кута, наприклад, 91°04'30". Аналогічно індексують горизонтальний круг, але трубу повертають на 360° в горизонтальній площині. Індксування настане, коли нуль-пункт аліадади перетне поділку "нуль" горизонтального круга. Підтвердженням виконання індксації є також звуковий сигнал і висвітлення горизонтального кута  $H$ .



Рис. П.3.19. Символи, що відображаються на дисплеї.

- Увага:** 1) під час кожного вмикання приладу індксацію повторюють; 2) за бажанням змінити розмірність кутових одиниць, наприклад, градусів (360°) на гради (гони) 400 або змінити кутову роздільність – (найменша поділка): 20" (5 mgon/0,1mil) –  $F_0$ ; кутову роздільність: 10" (2mgon/0,05mil) –  $F_1$ , слід натискати одночасно на клавіші №1 і №2,  $N_1$  – зміна розмірності параметру;  $N_2$  – перехід до наступного параметру. Нумерація шести клавіш на клавіатурі приладу відраховується зліва направо. Номери клавіш подані в параграфі П.3.4. Можна встановити градуси  $F_0$  – 360°;  $F_1$  – 400gon; 400grad;  $F_2$  – 6400mil – тисячні.
- Кінцева перевірка готовності приладу до вимірювання. Для цього: 1) необхідно встановити рефлектор (будь-яку виразну ціль) на відстані  $\approx$

100 м; 2) увімкнути напругу; 3) навести трубу на ціль при КЛ. Відлічити значення кутів, наприклад, Н: 18°34'00", V: 90°30'20". 4) навести трубу на ту саму ціль при КП і знову зробити відліки кутів: Н: 198°34'20", V: 269°30'30". Крім цього, значок на екрані  $\perp$  означає, що корекція вертикального кута виконана автоматично. Якщо ні, користуватися клавішею 4.

#### Вимірювання кутів

1. Навести трубу на лівий сигнал (пункт А), див. рис. II.3.20.
2. Натиснути головну клавішу 6 – SHFT, а потім клавішу 4 – 0SET, щоб встановити “нульове” значення кута (правого або лівого). Горизонтальні кути позначаються кодами: Н, Н  $\blacktriangleright$  правий, Н  $\blacktriangleleft$  лівий,  $\blacktriangleleft\blacktriangleright$  лівий-правий.
3. Відпустити закріплювальний гвинт алідади і навести трубу на правий сигнал (пункт В). Відображений на дисплеї горизонтальний кут і буде кутом між пунктами А та В. Аналогічно вимірюють кут при КП. Перевішивши трубу через зеніт, наводять її спочатку на лівий пункт А. Далі наводять трубу на правий пункт В. Відображається значення кута при КП. Щоб звільнитися від відліку на дисплеї, або від відображеного кута, слід натиснути на клавіші 6 та 5.
4. Щоб розпочати вимірювання на інших поділках, наприклад, на 60°00'20", потрібно 1) відпустити закріпний гвинт алідади і, повертаючи трубу в горизонтальній площині, встановити грубо відлік, що дорівнює 60°, а точно навідним гвинтом – 60°00'20"; 2) зафіксувати на дисплеї цей відлік; для цього натиснути клавіші 6 та 5. Закріплений кут має код: Н $\blacksquare$ . Навести трубу на пункт, якому відповідає цей відлік, наприклад, на лівий пункт А, якщо будемо виконувати вимірювання кутів на різних поділках круга. Для підвищення точності вимірювання кутів можна вимірювати ліві та праві кути, як і під час способу повторень. Потрібно встановлювати коди: Н  $\blacktriangleleft\blacksquare$  (лівий кут) а потім Н  $\blacksquare\blacktriangleright$  (правий кут), клавіша 5.

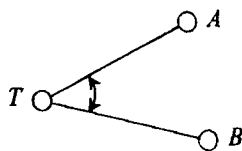


Рис. II.3.20. До вимірювання горизонтальних кутів електронним теодолітом.

#### II.3.9. Джерела похибок вимірювання горизонтальних кутів

Як відомо, похибки кутових вимірювань викликають поперечні зсуви в полігонометричних ходах. Ці зсуви ми позначали літерою *u*. Джерелами похибок вимірювання горизонтальних кутів є:

1. Редукція візирної цілі ( $u_p$ ) – неточне встановлення візирної марки над геодезичним пунктом.

2. Центрування теодоліта ( $u_y$ ) – неточне встановлення центра лімба над вершиною кута, що вимірюється.
3. Інструментальні похибки ( $u_i$ ), тобто похибки викликані недоліками приладу, з якими виконують вимірювання кута.
4. Зовнішнє середовище ( $u_z$ ). Сюди відносяться похибки, викликані неоднорідністю за густиною атмосфери, в якій проходить промінь світла від візирної цілі до приладу, неабсолютна прозорість атмосфери, коливання зображення візирної цілі, викликана турбулентністю атмосфери (рухомість її елементарних частинок та вихорів).
5. Вимірювання кута ( $u_{e.k}$ ), тобто вплив дій, які виникають під час вимірювання кута, а саме: похибки наведення труби на візирну ціль (марку) та похибки відліків кругів.
6. Вихідні дані ( $u_{вих}$ ). Під час математичного опрацювання кутових вимірів використовуються відомі, наперед задані величини. Це координати пунктів та дирекційні кути напрямків.

Як координати, так і обчислені за ними дирекційні кути містять певні похибки. Це викликає додаткові величини нев'язок в кутомірних ходах, що прокладені між цими відомими дирекційними кутами. Виникнення цих додаткових нев'язок слід передбачати і вимірювати кути з деяким запасом точності. Зрозуміло, що ці додаткові похибки пов'язані не з даними вимірюваннями, а з вимірюваннями, які виконувалися під час створення геодезичної мережі більш високого класу. Вважаючи, що всі ці похибки, виражені поки що в лінійній мірі і є випадковими, можна записати:

$$u^2 = u_p^2 + u_y^2 + u_i^2 + u_z^2 + u_{en}^2 + u_{вих}^2. \quad (\text{II.3.33})$$

Приймаючи, що всі ці похибки за величинами однаково впливають на кутові виміри, матимемо:

$$u_p = u_y = u_i \dots = u_{вих} = m.$$

Запишемо:

$$u = m \cdot \sqrt{6}. \quad (\text{II.3.34})$$

Як відомо, допустима відносна похибка поперечного зсуву ходу довжиною  $L$  виражається формулою:

$$\frac{u}{L} = \frac{1}{T \cdot \sqrt{2}}, \quad (\text{II.3.35})$$

(для полігонометрії 4 класу  $T = 25000$ ).

Враховуючи формулу (II.3.34), (II.3.35) можемо записати так:

$$\frac{m \cdot \sqrt{6}}{L} = \frac{1}{T \cdot \sqrt{2}}. \quad (\text{II.3.36})$$

Відносну допустиму похибку на окреме джерело похибок отримаємо, розділивши рівняння (II.3.36) на  $\sqrt{6}$ , тобто:

$$\frac{m}{L} = \frac{1}{T \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{1}{T \cdot \sqrt{12}},$$

або

$$\frac{m}{L} = \frac{1}{3,5T}. \quad (\text{II.3.37})$$

Для ходу з параметрами  $L = 10$  км;  $T = 25000$ .;  $T \cdot \sqrt{12} = 86600$  отримаємо за формулою (II.3.37):

$$m = 12 \text{ см.}$$

Отже, окреме джерело похибок повинно викликати похибку в положенні кінцевої точки такого ходу не більше за 12 см. У кутовій мірі  $d\alpha''$  це складатиме:

$$\frac{0,12 \text{ м}}{10000 \text{ м}} = \frac{d\alpha''}{\rho''}; \quad d\alpha'' = \frac{0,12 \cdot 206265}{10000} \approx 2,5''.$$

Ці прості розрахунки вже вказують на те, що похибка в положенні кінцевої точки ходу, викликана окремим джерелом похибок, не повинна перевищувати  $2,5''$ .

### II.3.10. Розрахунок допуску сумарної величини випадкової похибки вимірювання окремого горизонтального кута

Для ходу з попередньо ув'язаними кутами в параграфі II.31.12, ми отримали формулу:

$$\frac{u}{L} = \frac{m_{\beta}''}{\rho''} \cdot \sqrt{\frac{n+3}{12}}. \quad (\text{II.3.38})$$

Розв'яжемо цю формулу відносно  $m_{\beta}''$ :

$$m_{\beta}'' = \rho'' \cdot \frac{u}{L} \cdot \sqrt{\frac{12}{n+3}}. \quad (\text{II.3.39})$$

Враховуючи формулу (II.3.35), матимемо:

$$m_{\beta}'' = \rho'' \cdot \frac{1}{T \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{12}{n+3}}. \quad (\text{II.3.40})$$

Оптимальні довжини ліній в полігонометрії 4 класу  $S = 500$  м; для  $L = 10000$  м, кількість сторін ходу  $n = 20$ .

За формулою (II.3.40) матимемо:

$$m_{\beta}'' = 206265 \cdot \frac{1}{25000 \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{12}{23}} = 4,2''.$$

Теоретичні розрахунки дають допустиму сумарну похибку кута –  $4,2''$ . У багатьох випадках, особливо в міських умовах, лінії полігонометрії менші за 500 м. Як видно з формули (II.3.1.38), навіть для однакової довжини ходу, під час збільшення числа сторін поперечний зсув  $u$  зростає. При цьому  $m_{\beta}''$  буде змінюватися. Інструкція [5] допускає  $m_{\beta}'' = 5''$ . Для

однакового впливу кожного з шести джерел випадкових похибок на результати вимірювання окремого кута, можна записати формулу для розрахунку допустимої величини похибки на окреме джерело  $m''_{окр.дзж.}$ .

$$m''_{окр.дзж.} = \frac{m''_{\beta}}{\sqrt{6}} = \frac{5''}{\sqrt{6}} = 2,4'' \quad (II.3.41)$$

Це гранична похибка. Середня квадратична похибка буде дорівнювати 1,2''.

### II.3.11. Розрахунок допустимої величини систематичної похибки вимірювання окремого кута

Нехай у витягнутому, рівносторонньому ході показаному на рис. II.3.21,  $n$  сторін. Для такого ходу з однаковими систематичними похибками  $m''_{\beta_{сист}}$ , поперечний зсув  $u'$  знайдемо на основі рисунка за формулою:

$$u' = \left[ \frac{m''_{\beta_{сист}}}{\rho''} \cdot S \cdot n + \frac{m''_{\beta_{сист}}}{\rho''} \cdot S(n-1) + \frac{m''_{\beta_{сист}}}{\rho''} \cdot S(n-2) + \dots + \frac{m''_{\beta_{сист}}}{\rho''} \cdot S \right] \quad (II.3.42)$$

або

$$u' = \frac{m''_{\beta_{сист}}}{\rho''} \cdot S [n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1] \quad (II.3.43)$$

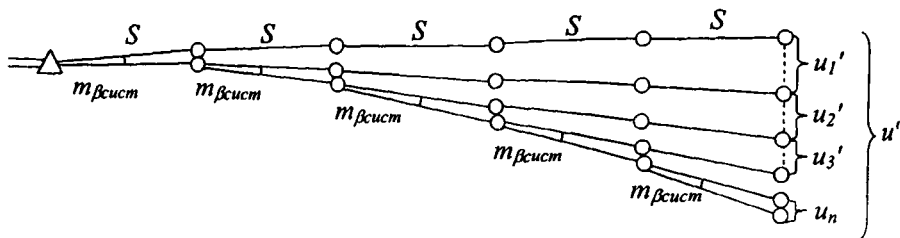


Рис. II.3.21. Дія на витягнутий, рівносторонній полігонометричний хід однакової систематичної похибки  $m''_{\beta_{сист}}$  вимірювання кутів.

У квадратних дужках формули (II.3.43) маємо суму натурального ряду чисел від  $n$  до 1. Як відомо, сума такого ряду чисел дорівнює:

$$\sum_1^n = \frac{n(n+1)}{2} \quad (II.3.44)$$

Тому формулі (II.3.43) надамо вигляду:

$$u' = \frac{m''_{\beta_{сист}}}{\rho''} \cdot S \cdot \frac{n(n+1)}{2} \quad (II.3.45)$$

Оскільки  $L = S \cdot n$ , а  $\frac{u'}{L} = \frac{1}{T \cdot \sqrt{2}}$ , то враховуючи це, розв'яжемо рівняння (II.3.45) відносно  $m''_{\beta \text{ сист}}$ :

$$\frac{u'}{L} = \frac{m''_{\beta \text{ сист}} \cdot (n+1)}{\rho'' \cdot 2}, \quad \frac{m''_{\beta \text{ сист}}}{\rho''} = \frac{u'}{L} \cdot \frac{2}{(n+1)} = \frac{1}{T \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{2}{(n+1)},$$

або

$$\text{гран } m''_{\beta \text{ сист}} = \rho'' \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{\sqrt{2}}{n+1}. \quad (\text{II.3.46})$$

Для  $n = 20$  матимемо:

$$\text{гран } m''_{\beta \text{ сист}} = \frac{206265}{25000} \cdot \frac{\sqrt{2}}{21} = 0,6''.$$

Як бачимо, систематичні похибки майже на порядок більш небезпечні, ніж випадкові. Допуск на сумарний вплив випадкових похибок на один кут складає  $5''$ . Відповідний допуск на сумарну систематичну похибку –  $0,6''$ , тобто, у вісім разів менший. Допуск на сумарну систематичну похибку майже в чотири рази менший навіть від допуску на одне джерело випадкових похибок. Знешкоджувати такі малі систематичні похибки досить складне завдання.

### II.3.12. Похибка редукції

Припустимо, що у напрямку  $AB$  (рис. II.3.22) візирна марка встановлена не в точці  $B$  (не над центром геодезичного знаку), а помилково в точці  $B'$ . Лінійна величина редукції –  $e$ . Кутова похибка редукції – малий кут  $\alpha$ . Сторони  $S_1$  та  $S'_1$  трикутника  $ABB'$  практично рівні. З цього трикутника, оскільки кут  $\alpha$  малий, можемо записати:

$$\alpha'' = \rho'' \frac{e \sin x}{S_1}. \quad (\text{II.3.47})$$

Точка  $B'$ , рухаючись по колу радіуса  $e$  може займати різні положення. Кут  $x$  буде змінюватися разом з кутом  $\alpha''$ . Для  $x = 0^\circ$  та  $x = 180^\circ$ ,  $\alpha'' = 0$ . Для  $x = 90^\circ$  та  $x = 270^\circ$   $\alpha''$  набуває максимального значення. Нехай

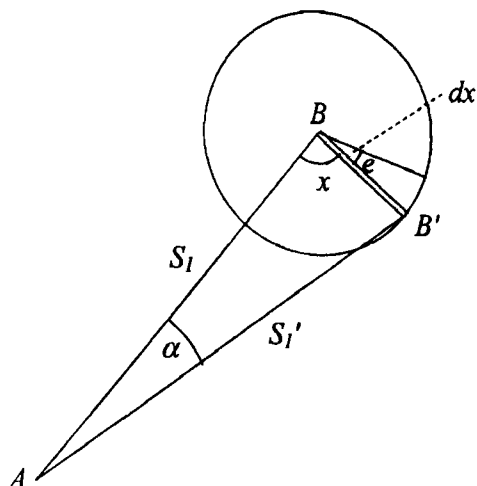


Рис. II.3.22. Редукція одного напрямку.



точка переміщається з постійними кутами  $dx$ ; тоді  $n$  – число положень точки  $B'$  знайдеться за наступною формулою:

$$n = \frac{2\pi}{dx}. \quad (\text{II.3.48})$$

Кожному положенню точки  $B'$  буде відповідати похибка редукції в деякому напрямку  $i$ .

Квадрат середньої квадратичної похибки редукції в напрямку  $i$  буде:

$$m_{a_1}^2 = \frac{\left[ \frac{\rho^2 \cdot e^2 \sin^2 x}{S_1^2} \right]^2}{\frac{2\pi}{dx}}. \quad (\text{II.3.49})$$

або

$$m_{a_1}^2 = \frac{\rho^2 \cdot e^2}{S_1^2 \cdot 2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 x dx. \quad (\text{II.3.50})$$

Можна довести, що інтеграл  $\int_0^{2\pi} \sin^2 x dx = \pi$ . Тому формула (II.3.50)

набуває вигляду:

$$m_{a_1}^2 = \frac{\rho^2 e^2}{2S_1^2}. \quad (\text{II.3.51})$$

Для другого напрямку кута з вершиною в точці  $A$  (для довжини  $S_2$ ) похибка:

$$m_{a_2}^2 = \frac{\rho^2 \cdot e^2}{2S_2^2}. \quad (\text{II.3.52})$$

Сумарна квадратична похибка редукції:

$$m_\rho^2 = m_{a_1}^2 + m_{a_2}^2 = \frac{\rho^2 \cdot e^2}{2} \left[ \frac{1}{S_1^2} + \frac{1}{S_2^2} \right]. \quad (\text{II.3.53})$$

Для  $S_1 = S_2 = S$ , матимемо:

$$m_\rho^2 = \frac{\rho^2 \cdot e^2}{2} \cdot \frac{2}{S^2}, \text{ або } m_\rho'' = \frac{\rho^2 e}{S}. \quad (\text{II.3.54})$$

Як бачимо з формули (II.3.54), похибка редукції прямо пропорційна лінійній редукції і обернено пропорційна довжині ліній  $S$ , що створюють кут.

Для  $e = 10$  мм та мінімальній допустимій довжині сторони ходу полігонометрії 4 класу  $S = 250$  м,  $m_\rho'' = \frac{0,01 \text{ м} \cdot 206265''}{250} \cong 8''$ ; таке значення не допустиме. За нашими розрахунками за формулою (II.3.41) допустиме значення окремого джерела кутової похибки (в даному випадку похибка

редукції)  $m_p'' = 2,4''$ . Знайдемо допустиму лінійну похибку центрування візирної марки, розв'язавши формулу (II.3.54) відносно  $e$ :

$$e_{\text{доп}} = \frac{m_p'' \cdot S}{\rho''} \quad (\text{II.3.55})$$

Мінімальна сторона  $S$  полігонометрії 4 кл за інструкцією [5] становить 250 м. Тоді:

$$e_{\text{доп}} = \frac{2,4'' \cdot 250 \text{ м}}{206265} = 2,9 \text{ мм}.$$

Оптимальна довжина сторони ходу  $S = 500 \text{ м}$ .  $e_{\text{доп}} = 5,8 \approx 6 \text{ мм}$ .

Виходячи з розрахунків можна зробити два висновки:

1. Для коротких сторін центрування марки слід виконувати значно точніше, ніж для довгих сторін;
2. Забезпечити точність центрування марки, встановленої на штативі, 3 мм нитковим виском – важко. Необхідно застосовувати оптичний висок.

### II.3.13. Похибки центрування теодоліта

Припустимо, що під час вимірювання кута теодоліт встановлено поза центром знаку, тобто в точці  $A$ , а не в точці  $D$ . Тоді буде виміряний кут  $A$ , а не кут  $D$  (рис. II.3.23). Нехай точка  $A$  переміщується по колу радіуса  $e'$ . Звернемо увагу на те, що на відміну від впливу редукції, вплив центрування теодоліта завжди впливає на кут, що вимірюється, де б не знаходилася на колі точка  $A$ .

Розглянемо трикутник  $AMB$  та  $DMC$ . Кути в точці  $M$  в них однакові. Тому кути

$$D + \beta = A + \alpha \quad (\text{II.3.56})$$

або

$$D - A = \alpha - \beta = z \quad (\text{II.3.57})$$

З трикутника  $ABD$  знайдемо:

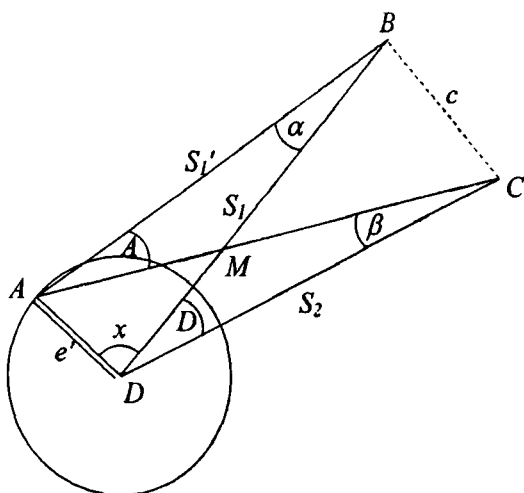


Рис. II.3.23. Встановлення теодоліта поза центром.

$$\frac{\sin \alpha}{e'} = \frac{\sin x}{S_1'} \quad (II.3.58)$$

Оскільки кут  $\alpha$  малий і  $S_1' \approx S_1$ , тоді запишемо:

$$\alpha'' = \frac{e' \cdot \rho'' \sin x}{S_1} \quad (II.3.59)$$

У свою чергу, з трикутника  $ACD$  знаходимо:

$$\beta'' = \frac{e' \rho'' \sin(x+D)}{S_2} \quad (II.3.60)$$

Якщо точка  $A$  також переміщається по колу радіуса  $e'$  з інтервалами  $dx$ , то кількість встановлень теодоліта буде  $n = \frac{2\pi}{dx}$ , тому для кожного положення точки  $A$ , враховуючи (II.3.57), можемо записати:

$$m_u^2 = m_z^2 = m_\alpha^2 + m_\beta^2 \quad (II.3.61)$$

За аналогією з похибкою редукції запишемо в розгорнутому вигляді:

$$m_u^2 = \frac{\rho''^2 \cdot e'^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[ \frac{\sin^2 x}{S_1^2} + \frac{\sin^2(x+D)}{S_2^2} \right] dx \quad (II.3.62)$$

Після інтегрування та деяких перетворень матимемо:

$$m_u^2 = \frac{e'^2 \rho''^2}{2 \cdot S_1^2 \cdot S_2^2} \cdot c^2, \quad (II.3.63)$$

де  $c$  – віддаль між точками  $A$  та  $C$  (див. рис. II.3.23).

Для гострих кутів  $A = D$ , значення  $c$  мале. Для витягнутого ходу  $A = D = 180^\circ$ ,  $c = S_1 + S_2$ . Якщо  $S_1 = S_2 = S$  тоді  $c = 2S$ , а  $c^2 = 4 \cdot S^2$ . У цьому випадку (II.3.63) набуде вигляду:

$$m_u^2 = \frac{e'^2 \cdot \rho''^2}{2S^4} \cdot 4S^2 \quad (II.3.64)$$

або

$$m_u = \frac{e' \rho''}{S} \cdot \sqrt{2} \quad (II.3.65)$$

Порівнюючи формули (II.3.54) та (II.3.65), бачимо, що вплив похибок центрування на вимірний кут в  $\sqrt{2}$  більший, ніж вплив редукції візорних цілей. Поставимо вимогу, щоб  $m_u = m_p$ , тобто:

$$\rho'' \cdot \frac{e'}{S} \cdot \sqrt{2} = \rho'' \frac{e}{S}$$

Виходить, що  $e' \cdot \sqrt{2} = e$ , або

$$e' = \frac{e}{\sqrt{2}} \quad (II.3.66)$$

Якщо  $e$  відповідно 3 мм і 6 мм, тоді  $e' = 2$  мм,  $e' = 4$  мм.

Таким чином: 1) теодоліт необхідно центрувати точніше, ніж візирні марки; 2) обов'язково використовувати оптичні виски, або якісь інші методи знешкодження впливу похибок центрування на кутові вимірювання.

### II.3.14. Методи зменшення похибок редуції та центрування

Розглянемо спочатку можливі методи зменшення похибок редуції. Нагадаємо, що під час вимірювання горизонтальних кутів в теодолітних ходах, як візирні цілі, зазвичай, використовують віхи. Інколи, щоб не тримати віху в руках вістря над центром знаку, робітник встромлює віху в землю поруч з центром знаку. У полігонометрії це не допустимо. Тому:

1. Використовують віхотримачі. Це металеве кільце, до якого шарнірно прикріплені металеві стержні – ніжки віхотримача (рис. II.3.24). Віху встановлюють в кільце, ставлять вертикально так, щоб вістря віхи було над центром знака. Вертикальність віхи перевіряють за допомогою виска на нитці. Корегуючи розташування верху віхи, ніжки віхотримача встромляють в землю на різні глибини.
2. Віхи (для коротких ліній) заміняють шпильками; головне призначення шпильок фіксувати кінці вимірювальної стрічки для лінійних вимірювань.
3. Шпильку можна замінити звичайним стержнем.
4. Застосування оптичних центрів (рис. II.3.25).



Рис. II.3.24.  
Віхотримач.



Рис. II.3.25. Види оптичних центрів.

### Способи підвищення точності центрування теодоліта

1. Важкий висок. Нитка такого виска менше відхилиться вітром від вертикального стану.
2. Жорсткий висок. Це висок не на нитці, а на тонкій металевій штанзі з загостреним кінцем. Довжину штанги можна змінювати. Така штанга, прикріплена шарніром до станового гвинта, під своєю вагою займає вертикальне положення.
3. Оптичний центр теодоліта.
4. Лазерний центр. Дуже зручний.

Проте, найефективнішим способом, яким практично повністю можна знешкодити, як вплив редуції, так і центрування, є так звана триштативна

система. Основою такої системи є три універсальні підставки теодоліта. Універсальність підставок полягає в тому, що на них можна встановлювати не тільки теодоліт, але й візирну марку, знявши теодоліт з підставки. Вертикальна вісь обертання теодоліта на підставці повинна співпадати з вертикальною віссю марки. У підставки вмонтовують оптичні виски. На рис. П.3.26 підставки показані трикутниками, кружками показані місця, в які вставляють теодоліт або візирну марку, крапками – точки, через які проходить вертикальна вісь теодоліта або марки.

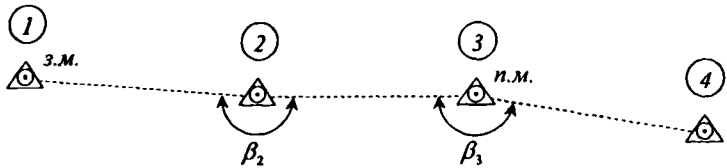


Рис. П.3.26. До пояснення суті триштативної системи знешкодження впливу похибок центрування та редукції.

Встановлену на штатив підставку з оптичним центриром центрують над центром геодезичного знаку і її розташування не змінюють, на підставку встановлюють теодоліт, знявши оптичний центр, або, знявши теодоліт, встановлюють візирну марку. Штатив та підставку залишають в незмінному стані. Наприклад, вимірюють кут  $\beta_2$  на точці 2, а на точках 1 та 3 встановлені візирні марки. Теодоліт та марки попередньо встановлені за допомогою оптичних центрирів. Після вимірювань теодоліт (без підставки) знімають з точки 2 і на цю підставку, що залишилася на штативі, встановлюють задню візирну марку. Теодоліт переносять на точку 3, знімають передню марку (без підставки). Теодоліт встановлюють точно над тією ж точкою, над якою тільки що була встановлена передня візирна марка. Передню візирну марку встановлюють над точкою 4. Використовують штатив (що звільнився), на якому була встановлена задня візирна марка (можна мати ще один штатив). Потім вимірюють кут  $\beta_3$  і так далі. Теодоліт та візирні марки ніби “відриваються” від центрів знаків, розташованих на земній поверхні і створюється (якщо полігонометричний хід замкнутий) багатокутник в “повітрі”, (фактично в точках, де встановлюють теодоліт та марки). Саме в цьому “повітряному багатокутнику” виконують вимірювання кутів і на значення кутів практично не впливають ні похибки центрування, ні редукції. Кутові нев’язки, викликані цими факторами, виключаються, хоча, зрозуміло, що діяли похибки центрування підставок оптичними висками.

### П.3.15. Похибки вимірювання горизонтальних кутів

Як ми вже знаємо, до цих похибок відносяться похибки наведення труби на візирну ціль та похибки відліків лімба (горизонтального кута).

Розглянемо окремо, як впливають ці похибки на вимірювання кутів методом кругових прийомів та методом повторень, якщо кут виміряний одним повним прийомом, або одним повторенням, а також, якщо кут виміряний  $n$  прийомами або  $P$  повтореннями.

### Спосіб кругових прийомів.

Нехай вимірюють кут  $\beta$ , утворений двома напрямками (див. рис. II.3.27). Як відомо, під час вимірювання, після наведення труби на ціль беруть два відліки і з них виводять середнє значення.

Нехай труба наведена на ліву ціль та взято відлік  $a$ . Похибка відліку  $m_a$ , похибка середнього відліку, якщо діють тільки випадкові похибки, буде  $\frac{m_a}{\sqrt{2}}$ ; випадкову похибку наведення

труби позначимо  $m_n$ . Аналогічно, під

час наведення труби на праву ціль, взято відлік  $b$ ; найімовірніші похибки також  $\frac{m_b}{\sqrt{2}}$  та  $m_n$ . Оскільки поділки на лімбі зростають за ходом годин-

никової стрілки, тоді кут  $\beta$  знайдемо з виразу:

$$\beta = b - a. \quad (\text{II.3.67})$$

З виразу (II.3.67), що є різницею двох змінних величин, можемо (на основі теорії похибок вимірювань) записати для півприйому (при КЛ або КП) квадрат середньої квадратичної похибки:

$$m_{\beta n/n}^2 = \frac{m_a^2}{2} + \frac{m_b^2}{2} + m_n^2 + m_n^2, \quad (\text{II.3.68})$$

або

$$m_{\beta n/n}^2 = m_a^2 + 2m_n^2. \quad (\text{II.3.69})$$

Квадрат похибки одного прийому буде:

$$m_{\beta n}^2 = \frac{m_{\beta n/n}^2}{2}, \quad (\text{II.3.70})$$

або

$$m_{\beta n}^2 = \frac{m_a^2}{2} + m_n^2. \quad (\text{II.3.71})$$

Квадрат похибки кута, виміряного  $n$  прийомами буде:

$$m_{\beta}^2 = \frac{1}{n} \left( m_n^2 + \frac{m_a^2}{2} \right). \quad (\text{II.3.72})$$

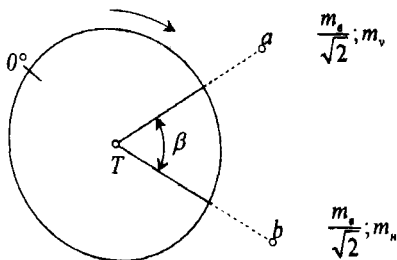


Рис. II.3.27. До розрахунку похибок вимірювання горизонтального кута методом кругових прийомів.

Таким чином

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{n} \left( m_n^2 + \frac{m_{\epsilon}^2}{2} \right)}. \quad (\text{II.3.73})$$

Спосіб повторень.

Як і раніше, нехай кут  $\beta$  вимірний методом повторень. Наводимо трубу на ліву ціль. Беремо два відліки. Будемо мати похибки середнього відліку  $\frac{m_{\epsilon}}{\sqrt{2}}$  та наведення  $m_n$ . Далі наведемо трубу на праву ціль. Відлік не беремо. Буде тільки похибка наведення  $m_n$ . По-

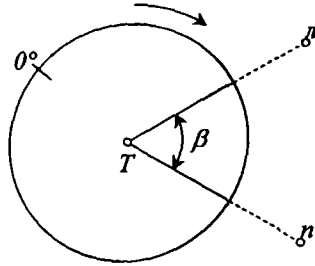


Рис. II.3.28. До розрахунку похибок вимірювання горизонтального кута способом повторень.

тім робимо тільки наведення труби  $P$  разів, на лівий і на правий предмет. Кінцеве наведення труби на праву ціль. Беруть два кінцеві відліки. Похибка середнього з них  $\frac{m_{\epsilon}}{\sqrt{2}}$ . Квадрат похибки  $P$  кратного кута  $\beta$ , виміряного при одному розташуванні вертикального круга, буде:

$$m_{\beta_{P_{кр}}}^2 = \frac{m_{\epsilon}^2}{2} + \frac{m_n^2}{2} + P \cdot m_n^2 + P \cdot m_n^2, \quad (\text{II.3.74})$$

або

$$m_{\beta_{P_{кр}}}^2 = m_{\epsilon}^2 + 2P \cdot m_n^2. \quad (\text{II.3.75})$$

Квадрат похибки  $P$ -кратного кута, виміряного при двох розташуваннях вертикального круга, буде:

$$m_{\beta_{P_{кр}}}^2 = \frac{m_{\epsilon}^2}{2} + P \cdot m_n^2. \quad (\text{II.3.76})$$

Допустимо, однократний кут  $\beta$ , а  $P$ -кратний кут –  $A$ . Тоді:

$$\beta = \frac{1}{P} \cdot A. \quad (\text{II.3.77})$$

Це найпростіша функція добутку постійної величини  $1/P$  на змінну  $A$ . Тому:

$$m_{\beta}^2 = \frac{1}{P^2} \cdot m_A^2. \quad (\text{II.3.78})$$

Оскільки  $m_A^2 = m_{\beta_{P_{кр}}}^2$ , тоді:

$$m_{\beta}^2 = \frac{1}{P^2} \left( \frac{m_a^2}{2} + P \cdot m_n^2 \right). \quad (\text{II.3.79})$$

Вираз (II.3.79) можна ще записати так:

$$m_{\beta}^2 = \frac{1}{P} \left( m_n^2 + \frac{m_a^2}{2P} \right), \quad (\text{II.3.80})$$

або

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{1}{P} \left( m_n^2 + \frac{m_a^2}{2P} \right)}. \quad (\text{II.3.81})$$

Порівнюючи формули (II.3.73) та (II.3.81), зауважимо, що коли  $n = P$  (число прийомів дорівнює числу повторень), похибка відліку під час вимірювання методом повторень в  $P$  разів менша за похибку відліку, ніж під час вимірювання способом кругових прийомів. Саме через це спосіб повторень був основним способом вимірювання кутів, коли не було високоточних відлікових пристроїв. У наш час спосіб втратив свою колишню популярність.

### II.3.16. Інструментальні (припадні) похибки

Ці похибки детально вивчаються в курсі "Геодезичні прилади" [17,29]. Тут ми тільки перелічимо ці похибки, відзначимо величини їх можливих впливів на точність вимірювання кутів, а також способи мінімізації або виключення цих похибок.

1. *Похибки поділок лімба.* Точність кругових шкал характеризується похибками нанесення штрихів. Похибки поділяють на довгоперіодичні, які поступово змінюються на всьому кругу лімба, та короткоперіодичні (в межах окремого градуса з періодом  $15' \dots 1^\circ$ ). Розрізняють також випадкові та систематичні похибки, а їх суми називають повними похибками. Випадкові похибки в декілька разів менші за систематичні. У сучасних теодолітах похибки діаметрів, тобто середня арифметична похибка двох діаметрально протилежних штрихів лімба, не перевищують  $1,5''$ , короткоперіодичні –  $1''$ , а випадкові  $0,1-0,3''$ . Мінімізація цих похибок відбувається завдяки вимірюванню кутів на різних поділках лімба, тобто, завдяки перевстановленню лімба під час вимірювання.
2. *Ексцентриситет лімба, аліади та осей.* Ці похибки також повністю компенсуються, завдяки двостороннім відліковим системам, а для односторонніх відлікових систем – завдяки вимірюванням кутів при двох розташуваннях вертикального круга КЛ та КП.
3. *Нахил осі обертання труби.* У курсі "Топографія" виведена формула, за якою можна визначити похибку напрямку в секунді  $x$ , в



залежності від значення кута нахилу осі обертання труби  $i$  та нахилу візирної осі труби  $v$ .

$$x'' = i'' \cdot \operatorname{tg} v'' \quad (\text{П.3.82})$$

Проаналізуємо цю формулу. Для  $v = 0^\circ$ ,  $x'' = 0$ . Це означає, що коли сторони, що створюють кут, який вимірюють – горизонтальні, тоді нахил осі обертання труби не впливає на вимірювання цього горизонтального кута. Якщо  $v = 45^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 45^\circ = 1$ , тоді  $x'' = i''$ , тобто, похибка в напрямку  $x''$  дорівнює куту нахилу труби  $i''$ . Ця похибка компенсується, якщо горизонтальні кути вимірюють при двох розташуваннях вертикального круга КЛ та КП, якщо під час вимірювання  $i''$  незмінна.

4. *Колімаційна похибка.* У курсі “Топографія” також виведена формула впливу колімаційної похибки  $c''$  на окремих напрямках кута  $y''$ , в залежності від кута нахилу візирної осі труби  $v$ , описується формулою:

$$y'' = \frac{c''}{\cos v''} \quad (\text{П.3.83})$$

Якщо  $v'' = 0^\circ$ ,  $\cos v'' = 1$ , то  $y'' = c''$ , тобто, якщо полігонометрію прокладають на рівнинній місцевості – похибка в напрямку дорівнює колімаційній похибці. Якщо  $v'' > 0$ ,  $\cos v'' < 1$ , то  $y'' > c''$ .

З цього ясно, що в горбистій місцевості, вплив колімаційної похибки може бути значним. Однак, під час вимірювання кутів при КЛ та КП,  $y''$  змінює знак і тому колімація не впливає на середнє значення кута, якщо під час вимірювання кута  $c''$  незмінна.

5. *Нахил лімба.* В [17] виведена формула похибки відліку лімба, якщо лімб нахилений:

$$\delta'' = a' - a = \frac{1}{4} \cdot \frac{\varepsilon'}{\rho'} \sin 2a,$$

де:  $a$  – відлік горизонтального лімба;  $a'$  – відлік нахилоного лімба;  $\varepsilon$  – кут нахилу лімба. Якщо лімб буде значно нахилений, наприклад  $\varepsilon' = 30'$  тоді максимальне значення похибки відліку  $\delta''$  для  $a = 45^\circ$  та  $a = 135^\circ$  складатиме:

$$\delta'' = \frac{1}{4} \cdot \frac{\varepsilon'^2}{\rho''} \cdot 1 = 3,93'' \approx 4''.$$

Насправді таких нахилів лімба не буває. Ціна поділки циліндричного рівня при алідаді точних теодолітів не більша за  $30''$ . Під час відхилення такого рівня на дві поділки лімб нахилиться тільки на  $1''$ ,  $\delta'' = 0,004''$ . Таким чином, нахил лімба можна не враховувати, якщо вертикальна вісь теодоліта прямовисна. Якщо не перпендикулярна вісь рівня до вертикальної осі обертання теодоліта

(не зроблена перевірка циліндричного рівня), або недбало виконано горизонтування приладу, тоді нахилиться і вісь обертання труби і похибка у відліку буде значна – визначатиметься за формулою (II.3.82).

6. *Рен оптичного мікрометра.* Питання впливу рена на вимірювання кутів розглянуто в параграфі (II.3.2). Рен мінімізується зміною збільшення мікроскопа оптичного мікрометра, через який розглядається зображення поділок лімба. Якщо збільшення мікроскопа надлишкове, рен додатний; якщо недостатнє, рен від'ємний. Для юстування рена, якщо збільшення мікроскопа надлишкове, необхідно об'єктив мікроскопа віддалити від лімба. Для недостатнього збільшення необхідно, навпаки, наблизити об'єктив до лімба. Якщо виконано дослідження рена і відомо точне значення рена  $r$ , то можна майже повністю звільнитися від впливу рена введенням поправки у відліки  $\delta r_i$  за формулою:

$$\delta r_i = \frac{2r}{\lambda} \cdot c_i. \quad (\text{II.3.84})$$

У формулі (II.3.84)  $\lambda$  – ціна найменшої поділки лімба;  $c_i$  – відлік оптичного мікрометра в мінутах дуги. Під час вимірювання рен  $r$ , зазвичай не враховують, якщо його значення під час точного вимірювання кута менше за 0,5".

7. *"Мертвий хід" оптичного мікрометра.* Під "мертвим" ходом мікрометра розуміють нерухомість шкали мікрометра, коли на малі кути повертають барабан (ручка гвинта), хоча зміщується зображення діаметрально протилежних штрихів лімба. Особливо "мертвий" хід проявляється під час зміни напрямку руху з загвинчування на вигвинчування (під час рухів за та проти ходу годинникової стрілки). Тому дослідження "мертвого" ходу рекомендують виконувати, повертаючи алідаду на 15° (всього буде 24 встановлення алідади). Під час кожного встановлення алідади суміщають штрихи лімба два рази: повертаючи барабан за годинниковою стрілкою та проти ходу годинникової стрілки. Кожне суміщення штрихів супроводжують відліками. Всього буде 48 відліків та 24 їх різниці –  $\Delta_i$ . Знаходять середню різницю. Точність визначення середньої різниці оцінюють за відхиленнями окремих різниць від середньої за формулою:

$$M = \sqrt{\frac{|\Delta\Delta|}{n(n-1)}}. \quad (\text{II.3.85})$$

Під час нормальної роботи мікрометра окремі різниці "загвинчування" мінус "вигвинчування", для високоточних теодолітів, повинні знаходитися в межах -1" ... +1". Вплив "мертвого" ходу

- на відліки знешкоджують тим, що останній рух барабана мікрометра перед відліком має бути на загвинчування.
8. *Систематичні похибки поділок шкали мікрометра.* Якщо малий кут  $\beta$  вимірювати в поділках мікрометра на різних частинах шкали, тоді, під час відсутності систематичних похибок мікрометра, значення кута  $\beta$  повинно залишатися однаковим. За наявності систематичних похибок значення кута буде різним. Це справедливо, якщо не діють інші похибки вимірювання. Тому кут  $\beta$  має бути стабільним і малим. Наприклад, шкала мікрометра теодоліта Т2 має 0'-10'. Якщо візьмемо малий кут, що дорівнює 2', то його можна виміряти на різних п'яти частинах шкали: 0'-2'; 2'-4'; 4'-6'; 6'-8'; 8'-10'. Виконують прямий та зворотний хід. Для підвищення точності вимірювання можна на кожній з п'яти частин шкали кут виміряти 4 рази (два прямих та два зворотних ходи). Оцінюють наявність систематичних похибок за помітними систематичними змінами кута. Якщо, наприклад, під час переходу від першої частини шкали 0'-2' до п'ятої частини 8'-10' кут  $\beta$  весь час збільшується або зменшується, тоді вважають, що систематичні похибки мікрометра існують. Якщо ж такої закономірності в ряді вимірювань кута  $\beta_i$  немає, тоді немає підстави говорити, що систематичні похибки поділок шкали більші за точність вимірювання.
9. *Зміна розташування візирної осі під час перефокусування труби.* Під час перефокусування труби в її корпусі переміщується двоввігнута фокусуєча лінза. Зміна розташування цієї лінзи (частини складного об'єктива труби) викликає зміну розташування візирної осі. Це виникає тоді, коли спостерігач за кожним напрямком (залежно від довжини сторони кута) перефокусує трубу. Вплив перефокусування практично неможливо виключити, якщо сторони, що утворюють кут, значно відрізняються за довжиною. Величину такого впливу можна знайти, виконуючи визначення колімаційної похибки декілька разів на близькі та далекі візирні цілі. Нагадаємо, що мінімальні сторони полігонометрії (у відповідності до інструкції) для 4 класу – 250 м, 1 розряду – 120 м, 2 розряду – 80 м. Приблизно на цих віддальях мають бути близькі цілі; далекі цілі – на віддальях, більших за кілометр. Цілі мають бути приблизно на одній висоті (в горизонті приладу). Потрібно також виконувати вимірювання приблизно на одних діаметрах горизонтального круга, тільки, наприклад на 0° і 180°, особливо це важливо для теодолітів з односторонньою системою відліків, щоб виключити вплив на зміну колімації ексцентриситету осей.

### II.3.17. Вплив зовнішнього середовища на вимірювання горизонтальних кутів

Неповна прозорість атмосфери та коливання зображень візирних цілей викликають випадкові похибки вимірювання кутів, хоча коливання зображень візирної цілі в горизонтальній площині є короткотривалим явищем бокової рефракції – викривленнями світлового променя в горизонтальній площині, викликані миттєвими змінами горизонтальних градієнтів температури на всьому шляху променя від візирної цілі до теодоліта. Ці впливи не є загрозливими і не перевищують допуску на одне джерело кутових похибок – 2,4". Однак в атмосфері часто існують довготривалі, направлені середні горизонтальні градієнти температури, які не змінюють знаку: зменшення чи зростання температури направлене в одному напрямку протягом годин. Так, наприклад, якщо на вулиці, стіни будинку нагріті сонцем, то від стін нагріваються близькі до стін прошарки повітря. У результаті, якщо на віддалі 10 см від стіни середня температура, наприклад, складає 25°C, то в напрямку до середини вулиці, на такій ж висоті, на віддалі 110 см від стіни, температура нижча і може бути 24,5°C. Тобто, горизонтальний градієнт температури  $dT/dx = 0,5$  град/м. Градієнти можуть сягати 1°. З віддаленням від стін градієнти зменшуються. Більш густа повітря буде менша, ніж далі від стін. Світловий промінь, що йде від візирної цілі до теодоліта, викривиться (за законом Ферма) випуклістю в сторону будинку. Промінь розповсюджується за оптично найкоротшим шляхом:  $\sum_i n_i \Delta S_i = \text{мінімум}$ ;  $n_i$  – показник заломлення на відріжку  $\Delta S_i$ . У результаті матимемо картину, показану на рис. II.3.29.

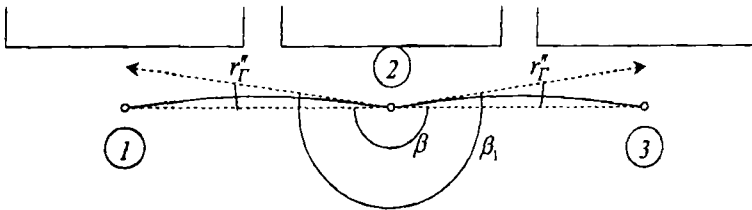


Рис. II.3.29. Вплив бокової рефракції на вимірювання горизонтальних кутів.

Припустимо, в точці 2 потрібно виміряти горизонтальний кут  $\beta$ . Візирні марки розташовані в точках 1 та 3. Промені світла від точок 1 та 3 до точки 2 розповсюджуються криволінійно, до того ж ці криві повернуті випуклістю в сторону стін. Наводячи трубу на точку 1, або на точку 3, спостерігачу буде здаватися, що труба наведена на точку 1 або 3, коли труба буде направлена по дотичній до кривих в точці 2.

Дійсно, наприклад, від точки 1 йде промінь світла по кривій і зображення точки 1 попаде в об'єктив труби, якщо її візирна вісь буде направлена

по дотичній до кривої в точці 2, оскільки в цій точці крива співпадає з дотичною. Таким чином, будемо вимірювати не кут  $\beta$ , а кут  $\beta_1$ . Малі горизонтальні кути між хордами  $r_r$ , показі на рисунку пунктирами та дотичними, називають кутами бокової рефракції.

Ці кути можна визначити за формулами [27]:

$$r_r'' = 8,13 \frac{P}{T^2} \cdot \frac{dT}{dx} \cdot S. \quad (\text{II.3.86})$$

де  $P$  – тиск повітря в мб ( $\Gamma$  – Паскалях);  $T$  – абсолютна температура ( $T = 273^\circ + t^\circ\text{C}$ );  $dT/dx$  – горизонтальний градієнт температури,  $S$  – довжина лінії. Для  $T = 298^\circ$ ,  $P = 980$  мб,  $S = 500$  м,  $dT/dx = 0,5$  град/м,  $r_r'' = 22,4''$ . Але, для градієнта  $dT/dx = 0,025$  град/м,  $r_r = 1,12''$ ,  $2r_r'' = 2,24''$ . Отже, тільки за малих градієнтів температури можна виконувати вимірювання кутів вздовж стін будинків. Значна бокова рефракція існує також, коли полігонометричний хід прокладають вздовж рік, озер, шосейних доріг та залізниць, вздовж меж поверхонь з різним альбедо (наприклад, луки-рілля), вздовж крутих схилів. Зрозуміло, що в таких умовах слід виконувати вимірювання кутів в такі періоди доби, коли горизонтальні градієнти температури малі.

Посереднім критерієм малих градієнтів є відсутність коливань зображень візирної цілі в горизонтальній та вертикальній площинах, та наявності хоча б незначного вітру швидкістю 0,5 м/сек. Це так звані періоди *спокійних зображень*, які також називають *періодами видимості*. Вони настають вранці, приблизно за півтори години після сходу та за годину до заходу сонця. На жаль, під час ясної, антициклонної погоди ці періоди короткі: 20-30 хвилин зранку та ввечері.

У похмуру погоду вони значно довші. Можна знешкоджувати бокову рефракцію введенням поправок, але це вимагає вимірювання додаткових параметрів.

## II.4. Попереднє опрацювання результатів польових вимірів в полігонометрії

### II.4.1. Попереднє опрацювання лінійних вимірів

Загальна формула обчислення довжини ліній траверсної полігонометрії має вигляд:

$$S = n \cdot l_0 + \sum (n_i - z_i) + \Delta S_k - \Delta S_h + \Delta S_t + \\ + d + \Delta d_k - \Delta d_h + \Delta d_t + \Delta S_n + \Delta S_{Г-К} \quad (II.4.1)$$

де  $n$  – кількість укладень мірного дроту в лінію, що вимірювалась;  $l_0$  – довжина дроту між нулями шкал;  $n_i$ ,  $z_i$  – передній та задній відліки шкал;  $\Delta S_k$  – поправка за компарування дроту;  $\Delta S_h$  – поправка за перевищення між задньою та передньою шкалами дроту (під час кожного його вкладання);  $\Delta S_t$  – поправка за різницю температур дроту під час вимірювання та компарування;  $d$  – домір, частина лінії ( $d < l_0$ ), виміряна рулеткою;  $\Delta d_k$  – поправка за компарування рулетки;  $\Delta d_h$  – поправка за перевищення між кінцями доміру;  $\Delta d_t$  – поправка за різницю температур рулетки під час вимірювання та компарування;  $\Delta S_n$  – поправка за редукування (приведення) лінії до рівня моря;  $\Delta S_{Г-К}$  – поправка за редукування на площину проєкції Гауса-Крюгера.

Якщо лінія виміряна світловіддалеміром, то загальна формула довжини лінії має вигляд:

$$S = S_t - \Delta S_h + \Delta S_n + \Delta S_f + \Delta S_y - \Delta S_H + \Delta S_{Г-К}. \quad (II.4.2)$$

У цій формулі  $S_t$  – середнє арифметичне значення відліків у режимі “точно” із врахуванням відомої кількості кілометрів;  $\Delta S_h$  – поправка за приведення нахиленої лінії до горизонту;  $\Delta S_n$  – поправка за середні температуру  $T_{cp}$  та тиск повітря  $P_{cp}$  вздовж лінії;  $\Delta S_f$  – поправка за дрейф частоти кварцового генератора від номінальної частоти;  $\Delta S_y$  – поправка за циклічну похибку;  $\Delta S_H$  та  $\Delta S_{Г-К}$ , як і в формулі (II.4.1) – поправки за редукацію лінії  $S$  на рівень моря та на площину проєкції Гауса-Крюгера.

### II.4.2. Редукування довжин ліній на рівень моря і на площину Гауса-Крюгера

У відповідності до рисунку II.4.1 лінія  $S$  між точками  $A$  та  $B$  розташована на земній поверхні. Середня висота лінії:

$$H_{сеп} = \frac{H_1 + H_2}{2}. \quad (II.4.3)$$



Таким чином, радіус Землі можна знати з похибкою 300 м, але  $H_{сфр}$  потрібно знати з точністю 0,5 м, тоді похибка поправки  $m_{\Delta S_H}$  буде складати 0,24 мм при величині поправки  $\Delta S_H = -1,4126$  м.

Перейдемо до редукування лінії  $S$  на площину проєкції Гауса-Крюгера. Як відомо, суть цієї проєкції можна зобразити геометрично, якщо Землю вважати сферою й частинами (6°-градусними зонами) проєктувати на циліндр, радіус якого дорівнює радіусу Землі  $R_3$  (рис. II.4.2). Циліндр, як відомо, розрізавши по твірній, можна розгорнути в площину.

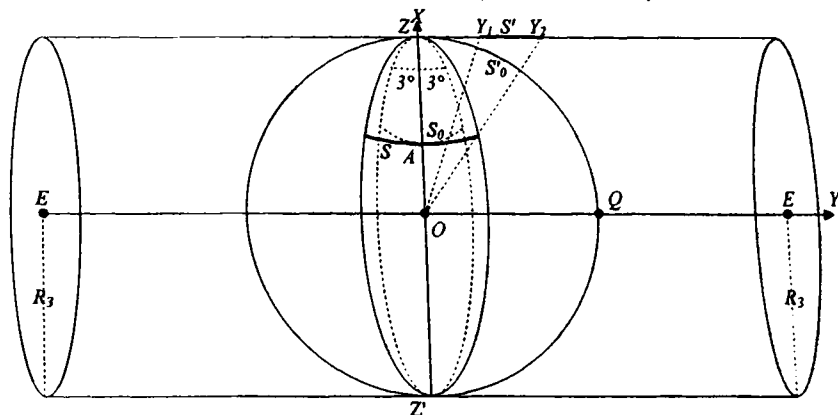


Рис. II.4.2. До пояснення геометричної суті проєкції Гауса-Крюгера.

На цьому рисунку  $ZAZ'$  – осьовий меридіан шестиградусної зони, який дотикається до циліндра. Від осьового меридіана через  $3^\circ$  показано пунктирами ще два меридіани. Ці меридіани не дотикаються до циліндра. Між осьовим та лівим і правим (пунктирними) меридіанами показана пунктиром лінія  $S_0$  на сфері, яка також (окрім точки  $A$ ) не дотикається до циліндра. Меридіани, показані пунктиром, спроекуємо на циліндр; вони, видовжяться, дотикатимуться циліндра та показані суцільними лініями. Вся зона в проєкції дещо збільшилася. Лінія  $S_0$  спроекувалася на циліндр, видовжилася, і стала рівною  $S$ . Вона показана суцільною, потовщеною кривою. Лінія  $S$  на всій довжині дотикається до циліндра. Під час проєктування сфери на поверхню циліндра Гаус поставив умову, щоб зображення малої ділянки на циліндрі було подібне до відповідної ділянки на кулі. Кути між відповідними напрямками на кулі та циліндрі мають бути однаковими. Таку проєкцію називають *конформною (рівнокутною)*, а всі лінії такої проєкції – довші, ніж на сфері. На рис. II.4.2 для наочності показано ще одну лінію  $S'_0$  в меридіані, що складає з осьовим кут в  $90^\circ$  і знаходиться в перетині сфери площиною  $XOY$ . Ця лінія  $S'_0$  не знаходиться у шестиградусній зоні. Спроєкуємо її радіусами-векторами на твірну циліндра, отримаємо лінію  $S'$ , кінці





Оскільки кутів на один менше, ніж напрямків, тоді матриця кутів матиме  $(k-1)$  стовпчиків та  $n$  рядків. Всіх кутів буде  $(k-1) \cdot n$ . Визначимо середні значення одних і тих самих кутів, кожний з яких виміряний  $n$  разів, та знайдемо їх найімовірніші похибки  $\delta_y$ .

$$\begin{array}{c}
 \overbrace{\left[ \begin{array}{ccc}
 \delta_{12} = \beta_{12} - \beta_{\text{сеп}_2} & \left. \begin{array}{l} \delta_{13} = \beta_{13} - \beta_{\text{сеп}_3} \\ \delta_{23} = \beta_{23} - \beta_{\text{сеп}_3} \\ \delta_{33} = \beta_{33} - \beta_{\text{сеп}_3} \\ \dots \\ \delta_{n_3} = \beta_{n_3} - \beta_{\text{сеп}_3} \end{array} \right\} & \dots \delta_{1k} = \beta_{1k} - \beta_k \\
 \delta_{22} = \beta_{22} - \beta_{\text{сеп}_2} & \left. \begin{array}{l} \delta_{23} = \beta_{23} - \beta_{\text{сеп}_3} \\ \delta_{33} = \beta_{33} - \beta_{\text{сеп}_3} \\ \dots \\ \delta_{n_3} = \beta_{n_3} - \beta_{\text{сеп}_3} \end{array} \right\} & \dots \delta_{2k} = \beta_{2k} - \beta_k \\
 \delta_{32} = \beta_{32} - \beta_{\text{сеп}_2} & \left. \begin{array}{l} \delta_{33} = \beta_{33} - \beta_{\text{сеп}_3} \\ \delta_{43} = \beta_{43} - \beta_{\text{сеп}_3} \\ \dots \\ \delta_{n_3} = \beta_{n_3} - \beta_{\text{сеп}_3} \end{array} \right\} & \dots \delta_{3k} = \beta_{3k} - \beta_k \\
 \dots & \dots & \dots \\
 \delta_{n_2} = \beta_{n_2} - \beta_{\text{сеп}_2} & \left. \begin{array}{l} \delta_{n_3} = \beta_{n_3} - \beta_{\text{сеп}_3} \\ \dots \\ \delta_{n_k} = \beta_{n_k} - \beta_k \end{array} \right\} & \dots \delta_{n_k} = \beta_{n_k} - \beta_k
 \end{array} \right]^{k-1}
 \end{array}$$

Матриця похибок також матиме  $n \cdot (k-1)$  похибок. Проте, виміряти всі кути одним прийомом – необхідно. Тому надлишкових прийомів буде  $(n-1)$ , а надлишкових вимірювань  $(n-1)(k-1)$ . Тому формула (формула Бесселя) середньої квадратичної похибки, обчислена за найімовірнішими похибками вимірювання  $\delta_y$  матиме вигляд:

$$m_p = \sqrt{\frac{[\delta\delta]}{(n-1)(k-1)}} \quad (II.4.12)$$

#### II.4.4. Оцінка точності лінійних вимірювань за результатами польових робіт

Припустимо, що під час польових робіт створена мережа полігонометричних ходів, які за своєю формою є близькі до витягнутих, та мають поздовжні зсуви  $t'_i$ . Кількість ходів  $N$ , їх довжини  $L_i$ . Тоді, маємо:

|                             |          |          |          |     |          |
|-----------------------------|----------|----------|----------|-----|----------|
| ходи                        | 1,       | 2,       | 3,       | ... | $N$ ;    |
| поздовжні зсуви ( в метрах) | $t'_1$ , | $t'_2$ , | $t'_3$ , | ... | $t'_N$ ; |
| довжини ходів (в метрах)    | $L_1$ ,  | $L_2$ ,  | $L_3$ ,  | ... | $L_N$ .  |

Поздовжні зсуви  $t'_i$  викликані як випадковими так і систематичними похибками. Виключимо систематичні похибки. Для цього спочатку знайдемо коефіцієнт систематичного впливу  $\lambda$ , тобто, систематичну похибку на одиницю довжини:

$$\lambda = \frac{[t'_i]}{[L_i]} \quad (II.4.13)$$

Тепер знайдемо поздовжні зсуви, викликані тільки випадковими похибками:

$$t_i = t'_i - \lambda \cdot L_i \quad (II.4.14)$$

Будемо мати ряд таких (випадкових) похибок  $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ .



нев'язки:  $f_{\beta_1}, f_{\beta_2}, f_{\beta_3}, \dots, f_{\beta_N}$ ;  
 кількість кутів у ході:  $(n_1 + 1), (n_2 + 1), (n_3 + 1), \dots, (n_N + 1)$ .

Будемо вважати, що кути містять переважно випадкові похибки, а систематичні похибки зведені до мінімуму. Позначимо сумарну випадкову похибку окремого кута в ході  $m_{\beta_i}$ . Тоді можемо записати формули:

$$f_{\beta_1} = m_{\beta_1} \cdot \sqrt{n_1 + 1}; f_{\beta_2} = m_{\beta_2} \cdot \sqrt{n_2 + 1}; f_{\beta_3} = m_{\beta_3} \cdot \sqrt{n_3 + 1}; \dots; f_{\beta_N} = m_{\beta_N} \cdot \sqrt{n_N + 1},$$

або

$$m_{\beta_1}^2 = \frac{f_{\beta_1}^2}{n_1 + 1}; m_{\beta_2}^2 = \frac{f_{\beta_2}^2}{n_2 + 1}; m_{\beta_3}^2 = \frac{f_{\beta_3}^2}{n_3 + 1}; \dots; m_{\beta_N}^2 = \frac{f_{\beta_N}^2}{n_N + 1}.$$

Знайдемо квадрат найімовірнішої похибки вимірювання кута, вважаючи, що кути вимірювались рівноточно:

$$m_{\beta}^2 = \frac{m_{\beta_1}^2 + m_{\beta_2}^2 + m_{\beta_3}^2 \dots + m_{\beta_N}^2}{N}. \quad (\text{II.4.17})$$

Або:

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{\frac{f_{\beta_i}^2}{n_i + 1}}{N}}. \quad (\text{II.4.18})$$

Для теодолітів (тахеометрів) також відомі середні квадратичні похибки вимірювання кута одним прийомом. Тому можна виконувати апіорну та постеріорну оцінки точності вимірювань. Проте, зауважимо, що кінцеву оцінку точності вимірювання кутів та ліній виконують на основі зрівноваження мереж.

## II.5. Прив'язувальні роботи в полігонометрії

### II.5.1. Види та задачі прив'язувальних робіт. Способи прив'язування

Розрізняють два види прив'язувальних робіт:

I. Прив'язування пунктів полігонометрії до пунктів триангуляції, трилатерації, космічних мереж, або до пунктів полігонометрії старших класів;

II. Прив'язування пунктів полігонометрії до постійних предметів на місцевості.

Задача I виду прив'язування – передати координати та напрямки з уже існуючих, раніше закладених геодезичних пунктів, на пункти полігонометричних мереж, що створюються.

Задача II виду прив'язування – відшукування полігонометричних пунктів на місцевості. Існує багато способів прив'язування I та II видів. Однак, найбільш типовими прив'язуваннями I виду є:

1. Безпосереднє поєднання пунктів полігонометрії з раніше закладеними пунктами триангуляційних мереж, або старших пунктів полігонометрії. Центри знаків існуючих пунктів одночасно стають і центрами знаків нових полігонометричних мереж. Зрозуміло, що координати цих нових пунктів такі самі, як і координати раніше закладених.
2. Прив'язування до близьких пунктів, але недоступних або важкодоступних пунктів триангуляції. Такі пункти, зазвичай, розташовані на високих спорудах. Наприклад, основи хрестів в церквах є такими пунктами (мають відомі координати). Прив'язування до таких пунктів називають “знесенням координат”.
3. Прив'язування до далеких пунктів триангуляції (виконуються прямими, оберненими та комбінованими засічками).

Прив'язування II виду виконуються в кожному окремому випадку різними способами, у залежності від наявності постійних (більш фундаментальних, ніж пункти полігонометрії), предметів та споруд на місцевості. Від стабільних споруд вимірюють віддалі до пунктів так, щоб за цими вимірюваннями можна було з контролем знайти ту точку на місцевості, де закладався полігонометричний знак. У забудованих територіях такими місцевими предметами є будинки, перехрестя вулиць, опори дротів, тощо; отже, прив'язування не викликає ускладнень. У малоконтурній місцевості таке прив'язування ускладнюються, приходиться виконувати прив'язування до значно віддалених предметів.

### II.5.2. Передача координат із високих (недоступних) точок на Землю (знесення координат)

Для виконання такого прив'язування необхідно, щоб для точки, координати якої визначаються, було видно не тільки високу (близьку) точку з

відомими координатами, але, як мінімум, ще одну точку (зазвичай, пункт триангуляції також з відомими координатами).

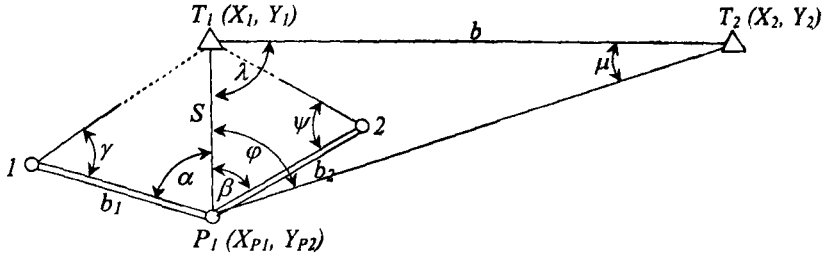


Рис. II.5.1. Знесення координат із недоступної (високої) точки  $T_1$  на пункт полігонометрії  $P_1$ .

Задачу знесення координат поділимо на три частини:

1. Визначення горизонтальної віддалі  $S$  (рис. II.5.1) між точками  $T_1$  та  $P_1$ .

Виміряємо два базиси  $v_1$  та  $v_2$ . Базиси є сторонами трикутників  $T_1P_1$ ,  $T_1P_1$ .

Виміряємо горизонтальні кути  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\psi$  та  $\varphi$ . Для вищезазначених трикутників, за теоремою синусів, можемо записати:

$$\frac{S}{\sin \gamma} = \frac{b_1}{\sin[180^\circ - (\alpha + \gamma)]}; \quad \frac{S}{\sin \psi} = \frac{b_2}{\sin[180^\circ - (\beta + \psi)]}. \quad (\text{II.5.1})$$

На основі формул (II.5.1) знаходять два значення  $S_1$  та  $S_2$ . Виводять середнє значення  $S$ .

2. Визначення дирекційного кута  $\alpha_{T_1-P_1}$  лінії  $T_1-P_1$ .

Для трикутника  $T_1T_2P_1$  запишемо теорему синусів:

$$\frac{v}{\sin \varphi} = \frac{S}{\sin \mu}. \quad (\text{II.5.2})$$

За формулою (II.5.2) знаходимо кут  $\mu$ :

$$\mu = \arcsin \left[ \frac{S \cdot \sin \varphi}{v} \right]. \quad (\text{II.5.3})$$

Із цього ж трикутника знайдемо кут  $\lambda$ :

$$\lambda = 180^\circ - (\mu + \varphi). \quad (\text{II.5.4})$$

Далі знаходимо дирекційний кут  $\alpha_{T_1-P_1}$ :

$$\alpha_{(T_1-P_1)} = \alpha_{(T_1-T_2)} + \lambda. \quad (\text{II.5.5})$$

3. Визначення координат  $X_R$ ,  $Y_R$ .

Знаючи координати точки  $T_i (X_i, Y_i)$ , довжину лінії  $S$  та її дирекційний кут  $\alpha_{(T_i-P)}$  і, розв'язавши пряму геодезичну задачу, знайдемо шукані координати точки  $X_R, Y_R$ .

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= S \cdot \cos \alpha_{(T_i-P)} \\ \Delta Y &= S \cdot \sin \alpha_{(T_i-P)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5.6})$$

$$\left. \begin{aligned} X_R &= X_{T_i} + S \cdot \cos \alpha_{(T_i-P)} \\ Y_R &= Y_{T_i} + S \cdot \sin \alpha_{(T_i-P)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5.7})$$

### II.5.3. Пряма одноразова та багаторазова засічки

Нехай для визначення координат точки  $P$  (рис. II.5.2) з кожного з відомих пунктів  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_N$  (координати всіх цих пунктів відомі) було зроблено візування на шукану точку  $P$  та виміряні кути  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_i$  між лініями з відомими дирекційними кутами  $\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \dots, \alpha_N$  та напрямками на точку  $P$ .

Маючи координати всіх чотирьох точок, чотири дирекційні кути та чотири виміряні кути, можна визначити по шість значень  $X_P$  та  $Y_P$ , комбінуючи точки з відомими координатами по дві: 1,2; 1,3; 1,4; 2,3; 2,4; 3,4. *Визначення найімовірніших координат точки  $P_{(X_P, Y_P)}$  за цими вимірюваннями називають прямою багаторазовою засічкою.*

Проте, як це зрозуміло з тільки що сказаного, достатньо мати дві відомі точки, наприклад,  $T_1$  та  $T_2$ , щоб знайти координати шуканої точки  $X_P$  та  $Y_P$ . Дійсно, розглянемо рис. II.5.3. У трикутнику  $T_1 T_2 P$  відомі три елементи. Це означає, що трикутник можна розв'язати та знайти інші три елементи.

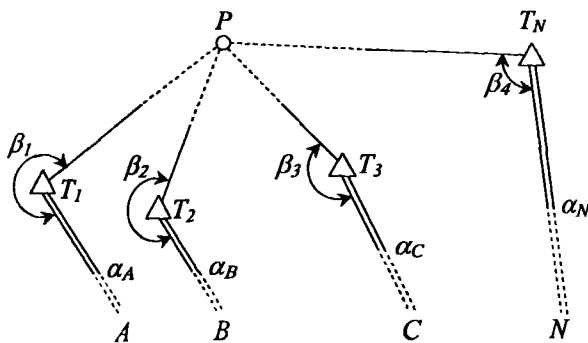


Рис. II.5.2. Пояснення суті прямої багаторазової засічки.

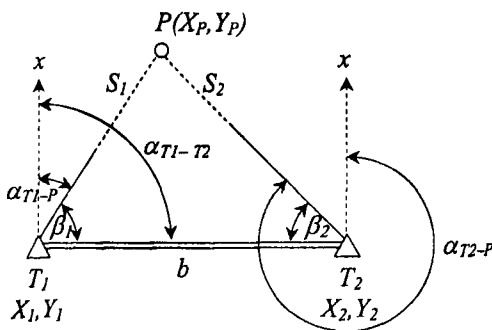


Рис. II.5.3. До пояснення суті прямої однократної засічки.

$$\left. \begin{aligned} \frac{S_1}{\sin \beta_2} &= \frac{e}{\sin[180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)]} \\ \frac{S_2}{\sin \beta_1} &= \frac{e}{\sin[180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)]} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5.8})$$

З формул (II.5.8) знайдемо довжини ліній  $S_1$  та  $S_2$ . Далі визначимо дирекційні кути цих ліній:

$$\alpha_{(T_1-P)} = \alpha_{(T_1-T_2)} - \beta_1; \quad \alpha_{(T_2-P)} = \alpha_{(T_2-T_1)} + \beta_2. \quad (\text{II.5.9})$$

Координати точки  $P_{(X_p, Y_p)}$  можна визначити два рази (із контролем): один раз, користуючись точкою  $T_1$ , а другий раз – точкою  $T_2$ .

$$\left. \begin{aligned} X'_p &= X_{T_1} + S_1 \cos \alpha_{(T_1-P)} \\ Y'_p &= Y_{T_1} + S_1 \sin \alpha_{(T_1-P)} \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} X''_p &= X_{T_2} + S_2 \cos \alpha_{(T_2-P)} \\ Y''_p &= Y_{T_2} + S_2 \sin \alpha_{(T_2-P)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5.10})$$

$$X_p = \frac{X'_p + X''_p}{2}; \quad Y_p = \frac{Y'_p + Y''_p}{2}. \quad (\text{II.5.11})$$

Визначення координат точки  $P$  за двома відомими точками та вимірними в цих точках кутами  $\beta_1$  та  $\beta_2$ , називають однократною прямою кутовою засічкою. Якщо виконані польові вимірювання необхідні для прямої багаторазової засічки, тоді ця задача розв'язується так. Вибирають дві точки з відомими координатами, бажано так, щоб лінії візування на шукану точку  $P$  перетиналися під кутом, близьким до прямого. Розв'язують однократну пряму засічку й знаходять наближені координати точки  $P - X_o$  та  $Y_o$ . Потім за способом найменших квадратів знаходять найімовірніші поправки  $\delta_x$  та  $\delta_y$  до наближених координат, тобто знаходять

$$X_p = X_o + \delta_x; \quad Y_p = Y_o + \delta_y. \quad (\text{II.5.12})$$

Зрозуміло, що такий розв'язок задач усуває необхідність декілька разів розв'язувати пряму одноразову засічку.

#### II.5.4. Обернена одноразова кутова засічка (задача Потенота)

Розглянемо суть цієї задачі. Нехай маємо три точки  $T_1$ ,  $T_2$  та  $T_3$  з відомими координатами (рис. II.5.4), а координати четвертої точки необхідно визначити. Теодоліт встановлюють тільки в шуканій точці  $P$  і вимірюють два кути між напрямками на відомі точки, тобто кути  $\beta_1$  та  $\beta_2$ .

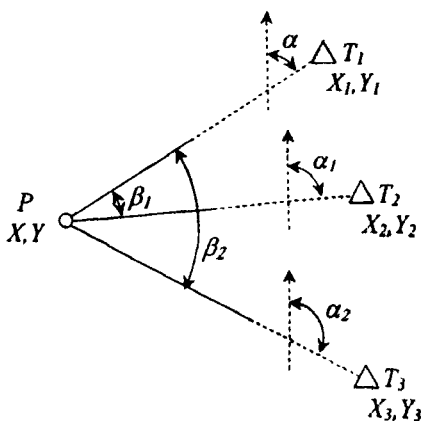


Рис. II.5.4 Обернена одноразова засічка (задача Потенота).



Така задача називається *оберненою одноразовою кутовою засічкою*.

Розв'яземо цю задачу. Припустимо, що координати точки  $P(X, Y)$  знайдені. Тоді для визначення дирекційного кута  $\alpha$  напрямку  $P-T_1$ , можемо записати формулу:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y_1 - Y}{X_1 - X}. \quad (\text{II.5.13})$$

Далі визначимо дирекційні кути двох інших напрямків (рис. II.5.4):

$$\alpha_1 = \alpha + \beta_1. \quad (\text{II.5.14})$$

$$\alpha_2 = \alpha + \beta_2. \quad (\text{II.5.15})$$

Формулу (II.5.13) запишемо дещо в іншому вигляді для кожного із трьох напрямків:

$$\left. \begin{aligned} Y_1 - Y &= (X_1 - X) \operatorname{tg} \alpha \\ Y_2 - Y &= (X_2 - X) \operatorname{tg}(\alpha + \beta_1) \\ Y_3 - Y &= (X_3 - X) \operatorname{tg}(\alpha + \beta_2) \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.5.16})$$

Маємо систему із трьох рівнянь. У цій системі три невідомих координати  $X$ ,  $Y$  та дирекційний кут  $\alpha$ . Отже, система рівнянь може бути розв'язана і визначені невідомі  $X$ ,  $Y$  та  $\alpha$ . Не вдаючись у подробиці перетворень рівнянь системи (II.5.16), подамо тільки кінцеві формули для обчислення дирекційного кута  $\alpha$  та координат  $X$ ,  $Y$ .

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(Y_2 - Y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 - (Y_3 - Y_1) \operatorname{ctg} \beta_2 + (X_3 - X_2)}{(X_2 - X_1) \operatorname{ctg} \beta_1 - (X_3 - X_1) \operatorname{ctg} \beta_2 - (Y_3 - Y_2)}. \quad (\text{II.5.17})$$

Знаючи  $\alpha$ , визначимо дирекційні кути  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  за формулами (II.5.14) та (II.5.15). Формула визначення  $X$  має вигляд:

$$X = X_2 + \frac{(X_2 - X_1) \operatorname{tg} \alpha - (Y_2 - Y_1)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta_1) - \operatorname{tg} \alpha}. \quad (\text{II.5.18})$$

Знаючи  $X$ , знайдемо  $Y$ , скориставшись одним з рівнянь системи (II.5.16). Візьмемо друге рівняння цієї системи і запишемо його так:

$$Y = Y_2 + (X - X_2) \cdot \operatorname{tg}(\alpha + \beta_1). \quad (\text{II.5.19})$$

Обернена однократна засічка (задача Потенота) має дуже широке застосування в геодезичній практиці, оскільки для визначення координат точки достатньо виміряти 2-3 кути на одній точці, на що витрачається не більше 10 хвилин. Існує більше ста методів аналітичного та графічного розв'язання цієї задачі. Студентам відомі з курсу "Топографії" графічні методи розв'язання цієї задачі, запропоновані Бесселем, Леманом. Відомо також, що ця задача не має розв'язку, якщо шукана точка розташована на колі, на якому розташовані також три точки з відомими координатами. Уже цей факт вимагає візувати з шуканої точки не на три, а мінімум на чотири відомі точки. Одноразова обернена засічка перетворюється в багаторазову обернену засічку. Така засічка, як і багатократна пряма засічка, дає можливість декількаразового визначення координат шуканої точки, тобто

також постає питання визначення найімовірніших поправок  $\delta_x$  та  $\delta_y$  до наближених координат  $X_o, Y_o$ . Визначення  $\delta_x$  та  $\delta_y$  виконується за методом найменших квадратів, і широко застосовуються диференційні формули дирекційних кутів. Ці формули виведені в наступному параграфі. Зауваження: у попередніх параграфах розглядалися кутові засічки, характерні для методу триангуляції. Аналогічно можуть виконуватися лінійні засічки, характерні для трилатерації, коли вимірюються не кути, а лінії.

### II.5.5. Диференційні формули дирекційних кутів

Допустимо, що лінія  $AB$  має координати її кінців  $A(X_A, Y_A)$ ,  $B(X_B, Y_B)$  а її дирекційний кут –  $\alpha$ . Нехай точка  $A$  не змінює свого положення (“тверда” точка). У цій точці стоїть теодоліт. На “твердих” точках стоїть теодоліт, коли виконується пряма засічка. Припустимо далі, що точка  $B$  дещо змінила своє положення, а її координати стали  $X_B + dX_B$ ;  $Y_B + dY_B$ . Тоді дирекційний кут також змінить своє значення на  $d\alpha$ . Потрібно знайти зв'язок між змінами координат та змінами дирекційних кутів. Формули, що виражають такий зв'язок, називаються *диференційними формулами дирекційних кутів*.

Можемо мати інший випадок, коли, навпаки, точка  $A$  дещо змінила свої координати. Нехай ця точка “шукана” (шукаємо її найімовірніші координати). Точка  $B$  – відома (“тверда”). Теодоліт встановлено в точці  $A$ . Цей випадок відповідає оберненій засічці.

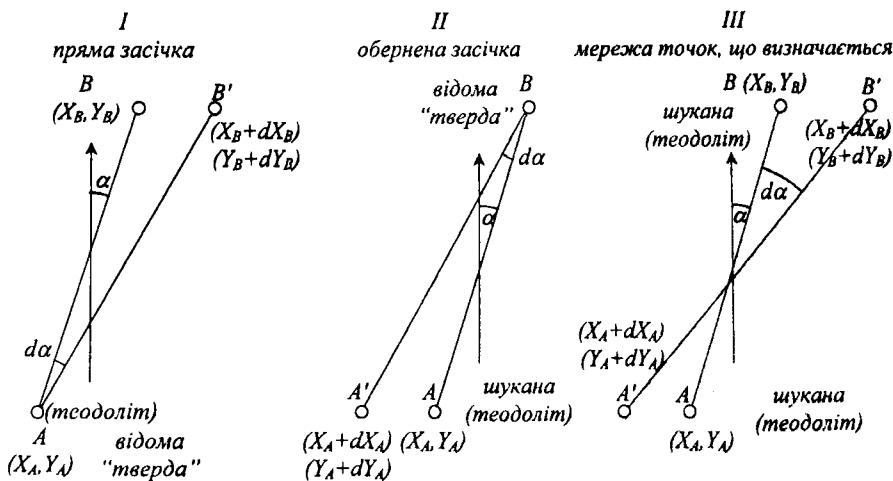


Рис. II.5.5. До пояснення суті диференційних формул дирекційних кутів.

Накінець, загальний випадок, коли змінюються, уточнюються координати як точки  $A$ , так точки  $B$ , або цілої мережі точок. Теодоліт може вста-

новлюватись в будь-якій з цих точок. Нам потрібно вивести формули для двох випадків (пряма та обернена засічка), а також загальну формулу. Ско-ристаємося відомою формулою, аналогічною формулі (II.5.13):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}. \quad (\text{II.5.20})$$

Продиференціюємо цю формулу, вважаючи, що змінними є координати тільки точки  $B$  (випадок I):

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{\rho''} = \frac{(X_B - X_A) \cdot dY_B - (Y_B - Y_A) \cdot dX_B}{(X_B - X_A)^2}. \quad (\text{II.5.21})$$

Оскільки:  $X_B - X_A = S \cos \alpha$ ;  $Y_B - Y_A = S \sin \alpha$ , то враховуючи це, формулу (II.5.21) запишемо так:

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha} \cdot \frac{d\alpha}{\rho''} = \frac{S \cos \alpha dY_B - S \sin \alpha dX_B}{S^2 \cos^2 \alpha}. \quad (\text{II.5.22})$$

Помноживши рівняння (II.5.22) на  $\cos^2 \alpha$ , матимемо для  $d\alpha''$ :

$$d\alpha'' = \rho'' \cdot \frac{\cos \alpha}{S} dY_B - \rho'' \frac{\sin \alpha}{S} dX_B. \quad (\text{II.5.23})$$

Введемо позначення:

$$\left. \begin{aligned} (a) &= -\rho'' \sin \alpha \\ (b) &= \rho'' \cos \alpha \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.5.24})$$

З врахуванням цих позначень формула (II.5.23) набере кінцевого вигляду:

$$d\alpha = \frac{(a)}{S} dX_B + \frac{(b)}{S} dY_B. \quad (\text{II.5.25})$$

Для другого випадку, коли змінюються координати точки  $A$ , то якщо розглядати формулу (II.5.20), не важко зауважити, що координати точки  $A$  в цій формулі відрізняються від координат точки  $B$  знаками. Тому для другого випадку кінцеву формулу можна записати за аналогією з формулою (II.5.25):

$$d\alpha = -\frac{(a)}{S} dX_A - \frac{(b)}{S} dY_A. \quad (\text{II.5.26})$$

Відповідно, для загального випадку, матимемо формулу:

$$d\alpha = -\frac{(a)}{S} dX_A - \frac{(b)}{S} dY_A + \frac{(a)}{S} dX_B + \frac{(b)}{S} dY_B. \quad (\text{II.5.27})$$

Як бачимо з цих формул, щоб знайти малі зміни дирекційних кутів  $d\alpha$ , необхідно крім зміни координат точок, ще знати довжини ліній  $S_i$  та коефіцієнти  $(a)$ , і  $(b)$ .

## II.5.6. Обернена багаторазова кутова засічка

Суть оберненої багаторазової кутової засічки пояснена в підрозділі II.5.4. Для складання рівнянь, на основі яких можна буде знайти поправки

$\delta_x$  та  $\delta_y$  в наближенні координати точки, скористаємось рисунком II.5.6, на якому зображені дві вихідні (“тверді”) точки  $T_i$  та  $T_{i+1}$ ; точка  $P_o$ , наближені координати якої  $X_o$  та  $Y_o$ , та точка  $P$ , найімовірніші координати якої  $X$  та  $Y$  поки що невідомі.

На основі рис. II.5.6 можемо записати очевидні, приведені нижче рівняння. Віднімемо від першого рівняння друге:

$$\beta_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i \quad (1)$$

$$\beta_{oi} = \alpha_{oi+1} - \alpha_{oi} \quad (2). \quad (II.5.28)$$

$$\beta_i - \beta_{oi} = \alpha_{i+1} - \alpha_i - \alpha_{oi+1} + \alpha_{oi}$$

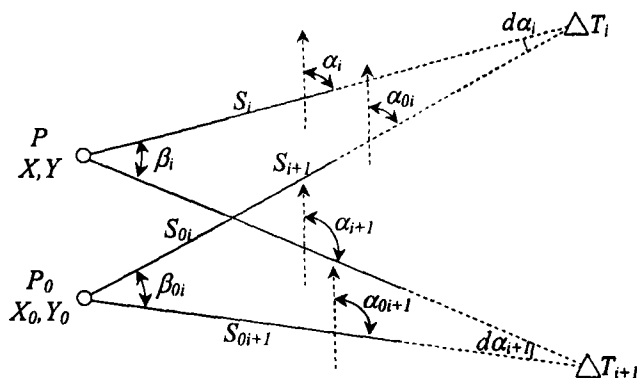


Рис. II.5.6. Зміни дирекційних кутів та координат під час елементарного переміщення шуканої точки  $P$ .

Рівнянь (II.5.28) можна записати стільки, скільки вимірних кутів  $\beta_i$ . З цього ж рисунку, у свою чергу, можна записати:

$$\alpha_{i+1} = \alpha_{oi+1} + d\alpha_{i+1} \quad (3)$$

$$\alpha_i = \alpha_{oi} + d\alpha_i \quad (4)$$

У рівнянні (II.5.28)  $\alpha_{i+1}$  та  $\alpha_i$  замінимо їх значеннями, у відповідності з (3) та (4), отримаємо:

$$\beta_i - \beta_{oi} = \alpha_{oi+1} + d\alpha_{i+1} - \alpha_{oi} - d\alpha_i - \alpha_{oi+1} + \alpha_{oi},$$

або, після скорочення, матимемо:

$$\beta_i - \beta_{oi} = d\alpha_{i+1} - d\alpha_i. \quad (II.5.29)$$

Це рівняння можна було б записати також на основі рисунка, оскільки під час переміщення точка  $P_o$  в точку  $P$  кут  $\beta_{oi}$  перетвориться в  $\beta_i$ , а різниця зміни дирекційних кутів  $d\alpha_i$  та  $d\alpha_{i+1}$  перетвориться в нуль. У рівнянні (II.5.28)  $\beta_{oi}$  знаходиться, як різниця відомих дирекційних кутів  $\alpha_{oi+1}$  та  $\alpha_{oi}$ ;  $\beta_i$  поки що невідома величина. У рівнянні (II.5.29) немає ви-

міряного кута. Позначимо вимірний кут  $\beta'_i$  і введемо його в рівняння (II.5.29), віднявши і додавши його. Отримаємо:

$$\beta_i - \beta'_i + \beta'_i - \beta_{oi} = d\alpha_{i+1} - d\alpha_i. \quad (\text{II.5.30})$$

Позначимо відому різницю  $\beta_{oi} - \beta'_i = l_i$ , а невідому різницю  $\beta_i - \beta'_i = v_i$ , тоді (II.5.30) набуде вигляду рівняння похибок:

$$v_i = d\alpha_{i+1} - d\alpha_i + l_i. \quad (\text{II.5.31})$$

Замінимо в формулі (II.5.31) зміни дирекційних кутів  $d\alpha_{i+1}$  та  $d\alpha_i$  змінами координат у відповідності з отриманою диференційною формулою (II.5.26), (обернена засічка): під час зміни координат точки  $P_o$ , змінюються дирекційні кути  $\alpha_{oi+1}$  та  $\alpha_{oi}$ :

$$v_i = \frac{(a_i)}{S_{oi}} dX + \frac{(b_i)}{S_{oi}} dY - \frac{(a_{i+1})}{S_{oi+1}} dX - \frac{(b_{i+1})}{S_{oi+1}} dY + l_i, \quad (\text{II.5.32})$$

або

$$v_i = \left\{ \frac{(a_i)}{S_{oi}} - \frac{(a_{i+1})}{S_{oi+1}} \right\} dX + \left\{ \frac{(b_i)}{S_{oi}} - \frac{(b_{i+1})}{S_{oi+1}} \right\} dY + l_i. \quad (\text{II.5.33})$$

Позначимо

$$A_i = \left\{ \frac{(a_i)}{S_{oi}} - \frac{(a_{i+1})}{S_{oi+1}} \right\}; \quad B_i = \left\{ \frac{(b_i)}{S_{oi}} - \frac{(b_{i+1})}{S_{oi+1}} \right\}. \quad (\text{II.5.34})$$

Тоді отримаємо скорочений, кінцевий вигляд рівнянь похибок:

$$v_i = A_i dx + B_i dy + l_i. \quad (\text{II.5.35})$$

Таких рівнянь можна записати стільки, скільки вимірних кутів:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= A_1 dx + B_1 dy + l_1 \\ v_2 &= A_2 dx + B_2 dy + l_2 \\ v_3 &= A_3 dx + B_3 dy + l_3 \\ &\dots\dots\dots \\ v_n &= A_n dx + B_n dy + l_n \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.5.36})$$

Нормальних рівнянь буде стільки, скільки невідомих. У нас невідомі  $dx$  та  $dy$ . Тому буде два рівняння:

$$\left. \begin{aligned} [AA]dx + [AB]dy + [AI] &= 0 \\ [AB]dx + [BB]dy + [BI] &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.5.37})$$

Знайдемо невідомі  $dx$  та  $dy$ .

$$\left. \begin{aligned} dx &= \frac{[AB][BI] - [BB][AI]}{[AA][BB] - [AB][AB]} \\ dy &= \frac{[AB][AI] - [AA][BI]}{[AA][BB] - [AB][AB]} \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.5.38})$$

Оскільки  $S_i$  в км, а  $\rho''$  прийємо ривним 20,6265, тоді  $dx$  та  $dy$  буде виражено в десятих долях метра (в дециметрах). Тому:

$$\left. \begin{aligned} X &= X_0 + 0,1 dx \\ Y &= Y_0 + 0,1 dy \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5.39})$$

### II.5.7. Точність прямої та оберненої багаторазових куткових засічок

Для оцінки точності таких засічок необхідно визначити середні квадратичні похибки вимірювання кутів  $m_\beta$  та середні квадратичні похибки  $m_x$  та  $m_y$ , визначення координат точки  $P$ . Як відомо, з теорії похибок,  $m_\beta$  визначається за формулою:

$$m_\beta = \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}}. \quad (\text{II.5.40})$$

Похибки  $v_i = \beta_i - \beta'_i$  ( $\beta_i$  – виправлені,  $\beta'_i$  – виміряні кути) знайдуться за системою рівнянь похибок (II.5.36). У знаменнику формули (II.5.40),  $(n-2)$  – кількість надлишкових виміряних кутів (два необхідних). Квадратичні похибки  $m_x$  та  $m_y$  визначаються за формулами:

$$m_x = \frac{m_\beta}{\sqrt{P_x}}; \quad m_y = \frac{m_\beta}{\sqrt{P_y}}, \quad (\text{II.5.41})$$

де  $P_x$  та  $P_y$  – ваги вимірів.

$$\text{Як відомо, } P_y = [BBI] = [BB] - \frac{[AB][AB]}{[AA]}.$$

або

$$P_y = \frac{[AA][BB] - [AB][AB]}{[AA]}. \quad (\text{II.5.42})$$

Як бачимо, чисельник формули (II.5.42) дорівнює знаменникам системи рівнянь (II.5.38). Позначимо:

$$D = [AA][BB] - [AB][AB]. \quad (\text{II.5.43})$$

Тоді формула ваги  $P_y$  скорочено запишеться так:

$$P_y = \frac{D}{[AA]}, \quad (\text{II.5.44})$$

$D$  – вже відома величина і її не потрібно вираховувати, як і суму  $[AA]$ . У свою чергу, вага  $P_x$  знаходиться за формулою:

$$P_x = \frac{[AA]}{[BB]} \cdot P_y. \quad (\text{II.5.45})$$

З врахуванням (II.5.44) для  $P_x$  маємо:

$$P_x = \frac{D}{[BB]}. \quad (\text{II.5.46})$$

У таблиці II.5.1 подано приклад розв'язку оберненої багаторазової засічки з оцінкою точності обчислення найімовірніших координат.

### II.5.8. Точність прямої та оберненої одноразових кутових засічок

Для кожної з таких засічок вимірюється два кути: для прямої – по одному куту на двох точках, а для оберненої – два кути на одній точці (див. рис. II.5.7).

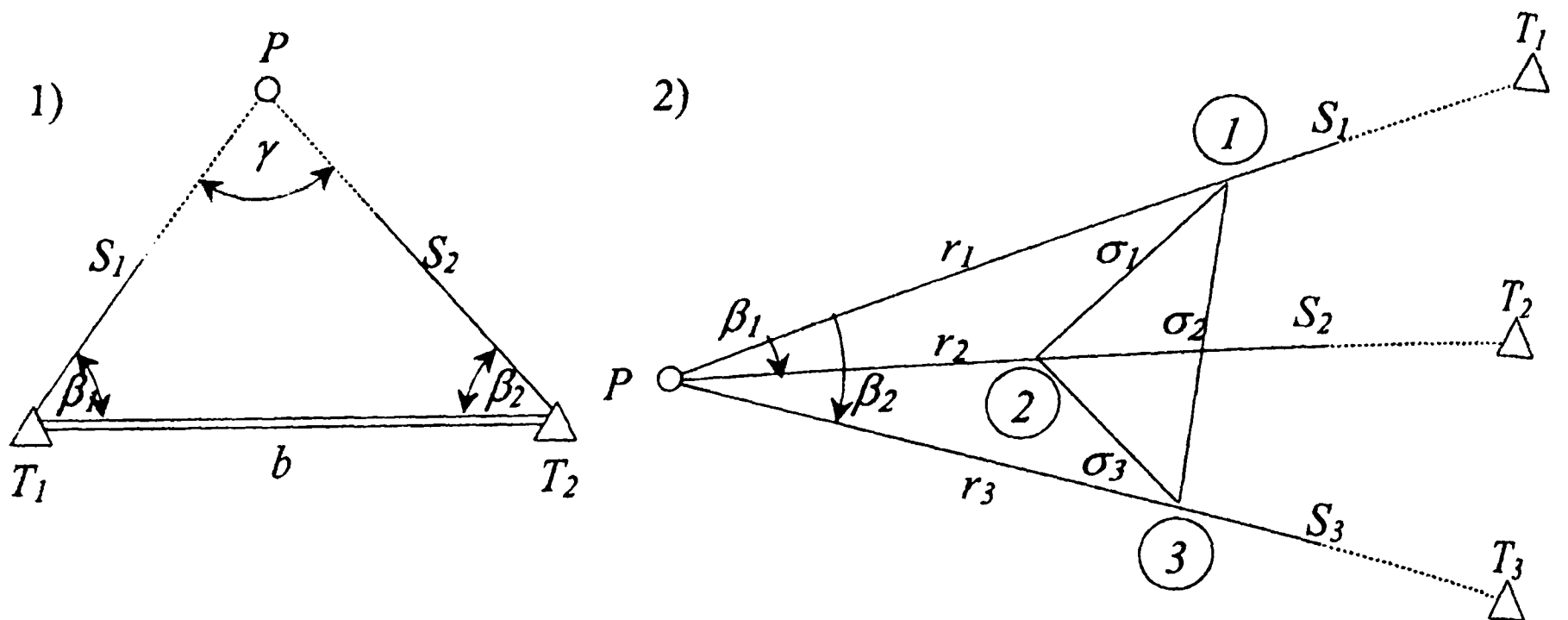


Рис. II.5.7. Визначення точності одноразових засічок: 1) прямої, 2) оберненої.

Для таких засічок можна скласти тільки по два рівняння похибок виду (II.5.35).

У відповідності з формулами (II.5.41) можемо записати формулу похибки в визначенні координат точки \$P\$:

$$M^2_p = m_x^2 + m_y^2,$$

або

$$M^2_p = m_\beta^2 \left( \frac{1}{P_x} + \frac{1}{P_y} \right). \quad (\text{II.5.47})$$

Підставляючи в (II.5.47) значення обернених ваг будемо мати після деяких перетворень:

$$M_p = \frac{m_\beta''}{\rho''} \cdot \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{\sin \gamma}, \quad (\text{II.5.48})$$

Якщо \$S\_1 = S\_2 = S\$, а \$\gamma = 90^\circ\$, тоді формула (II.5.48) прийме вигляд:

$$M_p = \frac{m_\beta''}{\rho''} \cdot S \cdot \sqrt{2}. \quad (\text{II.5.49})$$

ОБЕРНЕНА БАГАТОРАЗОВА ЗАСІЧКА

Обчислення вільних членів початкових рішень  $l_i$

| № точки $T_i$ | Дані точки | Приблизні дирекційні кути $(\alpha_0)_i$ | Обчислені кути (приблизні) $(\beta_0)_i = (\alpha_0)_i - (\alpha_0)$ | Виміряні кути $\beta_i$ | $L_i = (\beta_0)_i - \beta_i$ | $L_i L_i$             |
|---------------|------------|--|--|-------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| 1             | 2          | 3  | 4  | 5                       | 6                             | 7                     |
| 1             | $T_1$      | 153°49'58,36"                            |  |                         |                               |                       |
| 2             | $T_2$      | 201°14'29,36"                            | 47°24'31,00"   | 47°24'31,0"             | 0,00"                         | 0,00"                 |
| 3             | $T_3$      | 250°06'26,16"                            | 96°16'27,80"   | 96°16'27,8"             | 0,00"                         | 0,00"                 |
| 4             | $T_4$      | 305°34'59,24"                            | 151°45'00,88"  | 151°44'46,2"            | +14,68"                       | 215,50"               |
|               |            |  |  |                         |                               | $[L_i L_i] = 215,50"$ |

| №        | $\alpha_0$ | (a)    | (b)    | $S_{\alpha\alpha}$ | a      | b     | A      | B      | L      | S      | AA     | AB     | BB      | AS      | AL      | BS      |         |         |        |         |         |
|----------|------------|--------|--------|--------------------|--------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|---------|
| 1        | 153°49'    | +9,10  | +18,51 | 2,07               | +4,40  | +8,94 |        |        |        |        |        |        |         |         |         |         |         |         |        |         |         |
| 2        | 201°14'    | -7,47  | +19,23 | 3,47               | -2,15  | +5,54 | -6,55  | -3,40  | 0,00   | -9,95  | +2,90  | +22,27 | 11,56   | 0,00    | +65,17  | 0,00    |         |         |        |         |         |
| 3        | 250°06'    | -19,40 | +7,02  | 1,42               | -13,66 | +4,94 | -18,06 | -4,00  | 0,00   | -22,06 | 326,16 | +72,24 | +398,40 | 0,00    | +398,40 | 16,00   |         |         |        |         |         |
| 4        | 305°35'    | -16,78 | -12,00 | 4,80               | -3,50  | -2,50 | -7,90  | -11,44 | +14,68 | -4,66  | 62,41  | +90,38 | +36,81  | -115,97 | +130,87 | -167,94 |         |         |        |         |         |
| $\Sigma$ |            |        |        |                    |        |       |        |        |        |        | -32,51 | -18,84 | +14,68  | -36,67  | 431,48  | +184,89 | -115,97 | +500,39 | 158,43 | -167,94 | +175,38 |

Розв'язок нормальних рівнянь  $\begin{cases} [AA]\delta_x + [AB]\delta_y + [AL] = 0 \\ [AB]\delta_x + [BB]\delta_y + [BL] = 0 \end{cases}$

|            |        |            |        |            |        |                     |             |
|------------|--------|------------|--------|------------|--------|---------------------|-------------|
| $[AA][BB]$ | +68359 | $[AB][BL]$ | -31050 | $[AB][AL]$ | -21442 | $\delta_x = -0,371$ | $P_x = 216$ |
| $[AB][AB]$ | +34184 | $[BB][AL]$ | -18373 | $[AA][BL]$ | -72463 | $\delta_y = +1,493$ | $P_y = 79$  |
| D          | +34175 | $D_x$      | -12677 | $D_y$      | +51021 |                     |             |

Обчислення поправок  $v_i$  і дирекційних кутів  $\alpha$

| № | Обчислені $v_i$ |             |         | Виправлені кути $\beta'_i = \beta_i + v_i$ |        | Кінцево обчислені кути $\beta'_i = \alpha_i - \alpha_1$ |   | $V/V_i$ |
|---|-----------------|-------------|---------|--|--------|---|---|---------|
|   | $A\delta_x$     | $B\delta_y$ | $L_i$   | $L_i$                                      | $v_i$  | дирекційні кути $\alpha_i$                              | кінцево обчислені кути $\beta'_i = \alpha_i - \alpha_1$ |         |
| 1 |                 |             |         |  |        | 153°50'10,10"   | 47°24'28,32"  | 7,02    |
| 2 | +2,43"          | -5,08"      | 0,00"   | -2,65"                                     | -2,65" | 201°14'38,42"   | 96°16'28,52"  | 0,53    |
| 3 | +6,70"          | -5,97"      | 0,00"   | +0,73"                                     | +0,73" | 250°06'38,62"   | 151°44'46,72"   | 0,28    |
| 4 | +2,93"          | -17,08"     | +14,68" | +0,53"                                     | +0,53" | 305°34'56,82"   |   | 7,83    |

|             |                |                |             |
|-------------|----------------|----------------|-------------|
| $[L_i L_i]$ | $[AL]\delta_x$ | $[BL]\delta_y$ | $[v_i v_i]$ |
| +215,50     | +43,02         | -250,73        | 7,79        |

| $P_i$ | $y_i$     | $x_i$     | $\tan \alpha_i$ | $S_i = \Delta x_i \cdot \sec \alpha_i$ |
|-------|-----------|-----------|-----------------|--|
|       | $y_0$     | $x_0$     | $\alpha_i$      |  |
| $T_1$ | 37169,000 | 36379,900 | -0,4913484      | 2066,975                               |
|       | 36257,483 | 38235,034 | 153°49'58,36"   |  |
| $T_2$ | 35000,000 | 35000,000 | +0,3887078      | 3470,837                               |
|       | 36257,483 | 38235,034 | 201°14'29,36"   |  |
| $T_3$ | 34925,240 | 37752,960 | +2,763565       | 1416,780                               |
|       | 36257,483 | 38235,034 | 250°06'26,16"   |  |
| $T_4$ | -1332,243 | -482,074  |                 | 4799,356                               |
|       | 32354,300 | 41027,700 | -1,3976548      |  |
| $T_1$ | 37169,000 | 36379,900 | -0,4912778      | 2066,876                               |
|       | 36257,632 | 38234,997 | 153°50'10,10"   |  |
| $T_2$ | 35000,000 | 35000,000 | +0,3887583      | 3470,856                               |
|       | 36257,632 | 38234,997 | 201°14'38,42"   |  |
| $T_3$ | 34925,240 | 37752,960 | +2,764087       | 1416,908                               |
|       | 36257,632 | 38234,997 | 250°06'38,62"   |  |
| $T_4$ | -1332,392 | -482,037  |                 | 4799,499                               |
|       | 32354,300 | 41027,700 | -1,3976896      |  |
|       | 36257,632 | 38234,997 |                 |  |
|       | -3903,332 | +2792,703 |                 |  |

Кінцеві координати точки P  
 $x = x_0 + 0,1\delta_x = 38235,034 + (-0,037) = 38234,997$   
 $y = y_0 + 0,1\delta_y = 36257,483 + 0,149 = 36257,632$

Оцінка точності

$$m_x = \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} = \sqrt{\frac{7,83}{4-2}} = 2,0"$$

$$m_y = \frac{m_x}{10\sqrt{P_x}} = \frac{2,0'}{10\sqrt{216}} = 0,014 \text{ м}$$

$$m_z = \frac{m_x}{10\sqrt{P_z}} = \frac{2,0'}{10\sqrt{79}} = 0,022 \text{ м}$$

$$M_P = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 0,026 \text{ м}$$

$$X = 38234,997 \pm 0,014$$

$$Y = 36257,632 \pm 0,022$$

Схема засічки



Як бачимо, похибка координат точки  $P$  прямо пропорційна довжині лінії та похибці вимірювання кутів. Якщо  $m_p^* = 5''$ ,  $S = 3000$  м, тоді  $M_p = 0,10$  м. Для оберненої одноразової засічки оцінити точність визначення координат значно складніше. Професором Чеботарьовим О.С. запропонований наступний метод [28]. Будується так званий “зворотний” трикутник (рис. II.5.7). Для цього обчислюється величина

$$r_i = \frac{\rho''}{S_i}. \quad (\text{II.5.50})$$

Значення  $r_i$  відкладають по напрямках від точки  $P$ . Отримують на лініях  $S_1, S_2, S_3$  точки 1, 2, 3, що є вершинами “зворотного” трикутника. Довжини сторін цього трикутника  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  вимірюються графічно. Вираховують площу трикутника  $F$  також графічно, або за формулою Герона. Похибка  $M_p$  в положенні точки  $P$  визначається за формулою:

$$M_p = \frac{1}{2F} \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)} \cdot m_{\text{напр}}, \quad (\text{II.5.51})$$

де:

$$m_{\text{напр}} = \frac{m_\beta}{\sqrt{2}}, \quad (\text{II.5.52})$$

$m_\beta$  – похибка вимірювання кутів,  $m_{\text{напр}}$  – похибка вимірювання напрямків.

### II.5.9. Лінійна геодезична засічка

Визначення координат точки  $P$  за координатами двох вихідних (відомих) пунктів  $A$  і  $B$  та двома вимірними віддалями  $d_1$  та  $d_2$  від шуканої точки до вихідних пунктів називають *лінійною геодезичною засічкою*.

Розв’язавши обернену геодезичну задачу, за координатами точок  $A(X_A, Y_A)$  та  $B(X_B, Y_B)$ , визначимо довжину сторони  $AB=d$ , та її дирекційний кут  $\alpha_{A-B}$ . Тоді в трикутнику  $ABP$  будуть відомі усі три сторони. Трикутник розв’язується.

За формулами тригонометричних функцій косинусів (або тангенсів) половинних кутів обчислимо кути трикутника:

$$\cos \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{p(p-d_2)}{dd_1}}; \quad (\text{II.5.53})$$

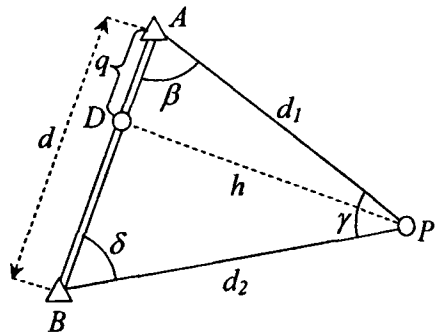


Рис. II.5.8. Лінійна геодезична засічка.

$$\cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{p(p-d)}{d_1 d_2}}; \quad (\text{II.5.54})$$

$$\cos \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{p(p-d_1)}{d d_2}}; \quad (\text{II.5.55})$$

де  $p = \frac{d+d_1+d_2}{2}$  – півпериметр трикутника  $ABP$ .

Знаючи всі шість елементів трикутника  $ABP$ , за формулами прямої та оберненої засічок можна обчислити координати точки  $P$  два рази: за координатами точки  $A$  та координатами точки  $B$ . Контролюють обчислення за співпадінням координат. Проте, якщо зроблено похибку під час польового вимірювання лінії  $d_1$  або  $d_2$ , то ця похибка не виявиться. Тому, для контролю польових вимірювань, потрібно мати не дві, а три вихідних точки та виміряти ще одну, третю лінію.

Розв'язок може бути виконаний і без обчислення кутів трикутника  $ABP$  [8]. Покажемо це. Знайдемо основу перпендикуляра точки  $P$  на лінії  $AB$ . Залежно від того, тупий чи гострий кут  $\beta$ , отримаємо основу перпендикуляра (точку  $D$ ) на продовженні лінії  $BA$ , або на лінії  $AB$ .

Відрізок  $q$  – проекція  $d_1$  на  $d$ ;  $q = d_1 \cos \beta$ . Кут  $\beta$  поки-що невідомий.

Якщо кут  $\beta$  гострий, матимемо:

$$d_2^2 = d^2 + d_1^2 - 2dq. \quad (\text{II.5.56})$$

Якщо кут  $\beta$  тупий, то:

$$d_2^2 = d^2 + d_1^2 + 2dq. \quad (\text{II.5.57})$$

В нашому випадку  $\beta$  гострий кут. Тому маємо:

$$q = \frac{d^2 + d_1^2 - d_2^2}{2d}. \quad (\text{II.5.58})$$

З прямокутного трикутника  $APD$  можемо записати:

$$h = \sqrt{d_1^2 - q^2} = d_1 \sin \beta. \quad (\text{II.5.59})$$

Оскільки  $h = d_1 \sin \beta$ , то

$$\beta = \arcsin \frac{h}{d_1}. \quad (\text{II.5.60})$$

Дирекційний кут  $\alpha_{A-B}$  буде дорівнювати:

$$\alpha_{A-P} = \alpha_{A-B} \pm \beta. \quad (\text{II.5.61})$$

Знак кута  $\beta$  вибирається залежно від того, ліворуч чи праворуч розташована точка  $P$  відносно лінії  $AB$ . Праворуч “+ $\beta$ ”, ліворуч “- $\beta$ ”. В нашому випадку – ліворуч.

Прирости координат точки  $P$  відносно пункту  $A$ , координати якого відомі, обчислимо за формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= d_1 \cos \alpha_{A-P} \\ \Delta Y &= d_1 \sin \alpha_{A-P} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5.62})$$

$$\left. \begin{aligned} X_P &= X_A + \Delta X \\ Y_P &= Y_A + \Delta Y \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5.63})$$

### II.5.10. Визначення координат двох точок за відомими координатами двох інших точок (задача Ганзена)

Допустимо, координати точок полігонометрії  $P_1$  та  $P_2$  необхідно одночасно визначити відносно координат пунктів  $T_1$  та  $T_2$  триангуляції. Існує багато розв'язків такої задачі. Одним з найбільш доцільних серед них є розв'язок, який можна назвати методом умовного базису.

Суть цього методу полягає в тому, що довжину лінії  $P_1-P_2$  умовно приймають за одиницю. Потім, за вимірними кутами  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  та, вважаючи лінію  $P_1-P_2$  відомою, рівною  $b_0$ , розв'язуванням трикутників  $T_1 P_2 P_1$  та  $T_2 P_2 P_1$  визначають сторони  $S'_1, S'_2, S'_3, S'_4$ .

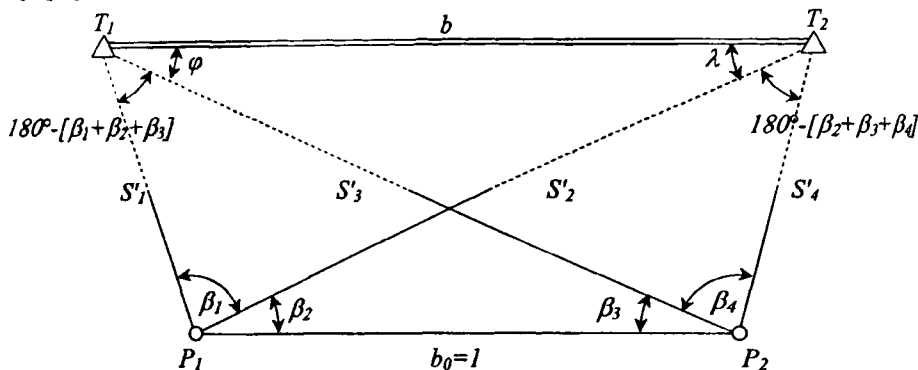


Рис. II.5.9. Визначення координат двох точок.

$$\left. \begin{aligned} \frac{S'_1}{\sin \beta_3} &= \frac{b_0}{\sin [180^\circ - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)]}; \quad \frac{S'_2}{\sin (\beta_3 + \beta_4)} = \frac{b_0}{\sin [180^\circ - (\beta_2 + \beta_3 + \beta_4)]} \\ \frac{S'_3}{\sin (\beta_1 + \beta_2)} &= \frac{b_0}{\sin [180^\circ - (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3)]}; \quad \frac{S'_4}{\sin \beta_2} = \frac{b_0}{\sin [180^\circ - (\beta_2 + \beta_3 + \beta_4)]} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.5.64})$$

Оскільки, в кожному з двох трикутників  $T_1 T_2 P_1$  та  $T_1 T_2 P_2$  відомі дві сторони та кути між ними  $\beta_1$  та  $\beta_4$ , то ці трикутники розв'язуються. Можна знайти третю сторону та два інших кути. Знайдемо також кути  $\varphi$  та  $\lambda$ . Тепер у нас є можливість два рази, з контролем, знайти довжину  $b$  в цій

умовній одиниці довжин. Позначимо цю умовну довжину  $b'$ . З трикутників  $T_1 T_2 P_1$  та  $T_1 T_2 P_2$ , відповідно маємо:

$$\frac{b'}{\sin \beta_1} = \frac{S'_1}{\sin \lambda}, \quad \frac{b'}{\sin \beta_4} = \frac{S'_4}{\sin \varphi}. \quad (\text{II.5.65})$$

Отже, дійсно  $b'$  визначено з контролем (два рази). Два результати  $b'$  повинні сходитися в межах точності обчислень. Але фактичну довжину цієї лінії  $b$  та її дирекційний кут ми можемо визначити за координатами пунктів  $T_1$  та  $T_2$ .

З відношення  $b$  до  $b'$  ми знайдемо дійсну довжину лінії  $P_1-P_2$ . Позначимо цю довжину  $S$ :

$$S = \frac{b}{b'}. \quad (\text{II.5.66})$$

Тепер у нас є всі необхідні дані, щоб знайти дирекційні кути і фактичну довжину всіх чотирьох ліній:

$$S_1 = S'_1 \cdot S; \quad S_2 = S'_2 \cdot S; \quad S_3 = S'_3 \cdot S; \quad S_4 = S'_4 \cdot S.$$

Залишається за довжинами ліній та дирекційними кутами визначити природи координат, а потім і координати точок  $P_1$  та  $P_2$ . Координати кожної з цих точок будуть обчислені два рази, що і буде їх кінцевим контролем.

Розглянутий спосіб є дуже простим та природним. Найвигіднішим випадком визначення координат двох точок буде той, коли форма, створена двома даними та двома шуканими точками, близька до квадрату. Потрібно уникати дуже гострих кутів у чотирикутнику.

### II.5.11. Прив'язування пунктів полігонометрії до постійних об'єктів місцевості. Відшукування полігонометричних пунктів

Від прокладення полігонометричної мережі до її використання для топознімання може пройти декілька років, і, якби фундаментально не закріплювались пункти, все ж знайти їх на місцевості буває дуже важко. Головна мета прив'язування пунктів до постійних предметів, як вже відзначалося, забезпечити їх знаходження. Способи такого прив'язування різноманітні. Суть їх стане зрозуміла після ознайомлення з типовими прикладами прив'язування.

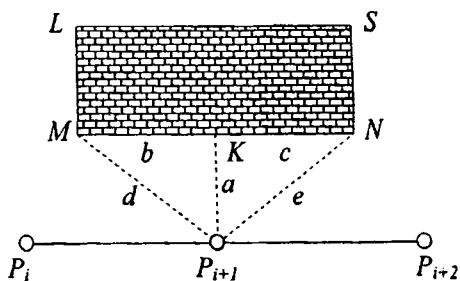


Рис. II.5.10. Прив'язування до фасаду будинку.

#### Прив'язування до фасадів будинків

Якщо полігонометричний хід проходить біля постійних предметів, тоді прив'язування виконують переважно лінійними вимірюваннями – рулетками. Наприклад, якщо маємо  $LMNS$  – цегляну або кам'яну споруду (бу-

динок), а точка ходу  $P_{i+1}$  розташована біля стіни  $MN$ , тоді доцільно опустити на лінію  $MN$  фасаду перпендикуляр з точки  $P_{i+1}$  та виміряти довжину перпендикуляра  $a$ . Крім того, доцільно виміряти віддалі  $b$  і  $c$ , від основи перпендикуляра, тобто від точки  $K$ , до кутів будинку. Цих вимірів достатньо, щоб знайти точку  $P_{i+1}$ , але безконтрольно. Прив'язування слід виконувати так, щоб обов'язково був контроль. Тому необхідно ще виміряти віддалі  $d$  та  $e$  від кутів будинку  $M$  та  $N$  до точки  $P_{i+1}$ . Тепер точку  $P_{i+1}$  можна знайти з контролем лінійними засічками, використовуючи довжини  $a$ ,  $d$  та  $e$ .

#### Прив'язування до кута будинку

Якщо хід проходить біля кута будинку, то прив'язування можна виконати методом створів, а саме: продовження стіни  $AN$  дає на стороні ходу точку  $L$ , а продовження стіни  $BN$  – точку  $M$ .

Крім того, потрібно з точки  $N$  опустити, за допомогою екера, перпендикуляр на цю ж лінію ходу. Точки  $M$ ,  $R$  та  $L$  необхідно зафіксувати. Для цього слід виміряти відрізки  $c$ ,  $a$ ,  $b$ , а також частини  $S_1$  та  $S_2$  сторони ходу  $P_i - P_{i+1}$ . Цих даних достатньо, щоб з контролем, за необхідністю, відновити положення точок  $M$ ,  $L$  та  $R$ . Якщо ж продовжити створ відрізка  $ML$ , то зможемо знайти точки  $P_i$  та  $P_{i+1}$ . Для більш точного встановлення напрямку сторони полігонометричного ходу корисно виміряти на одній з точок  $M$ ,  $R$  або  $L$  кут  $\varepsilon$  між напрямком сторони ходу та напрямком на віддалений, стійкий предмет  $Q$ . Оскільки дирекційний кут лінії  $P_i$  та  $P_{i+1}$  відомий, тоді буде відомий і дирекційний кут ліній  $RQ$  та  $RN$ . Таким чином, в результаті прив'язувальних вимірювань можна отримати на місцевості координати додаткових точок  $R$  та  $N$ . Це може виявитись корисним, наприклад, під час поновлення пунктів  $P_i$  та  $P_{i+1}$ .

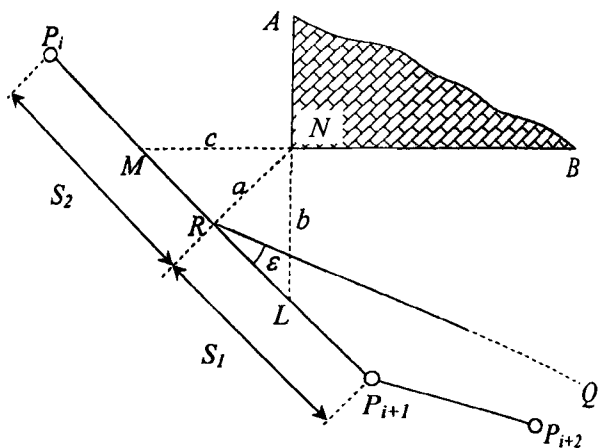


Рис. П.5.11. Прив'язування двох пунктів  $P_i$  та  $P_{i+1}$  до кута будинку.

#### Прив'язування до залізниці

Якщо полігонометричний хід перетинає залізницю, слід на осі дороги визначити точку  $A$  – перетин осі з лінією ходу; виміряти віддалі  $S_1$  та  $S_2$  від

цієї точки до початку та кінця лінії, а також виміряти кут  $\epsilon$  між напрямком лінії та осі залізниці та виміряти віддаль від точки  $A$  до найближчого кілометрового стовпа, ліворуч чи праворуч, відносно лінії  $P_i - P_{i+1}$ .

Контролями прив'язувальних вимірювань в цьому випадку, є те, що сума  $S_1 + S_2$  повинна дорівнювати довжині сторони ходу  $P_i - P_{i+1}$ . Відома також віддаль до наступного кілометрового стовпа.

#### Прив'язування до далеких предметів

У малонаселених районах близькі стійкі предмети місцевості просто відсутні. Одночасно часто трапляються випадки, коли з полігонометричних пунктів видно далекі предмети місцевості: поодинокі дерева, перехрестя доріг, чіткий край лісу тощо. У цьому випадку слід виміряти кути  $\beta_1$  і  $\beta_2$  (рис. II.5.13), як це робиться в задачі Потенота та, крім того, виміряти кути  $\eta$  та  $\epsilon$  для орієнтування сторін ходу. Під час пошуку пункту  $P_i$  слід встановлювати теодоліт послідовно в такі точки, щоб вимірювані кути наближались до відомих  $\beta_1$  і  $\beta_2$ . Контролем будуть кути  $\eta$  та  $\epsilon$ . Досить корисним для такого прив'язування використовувати метод створів.

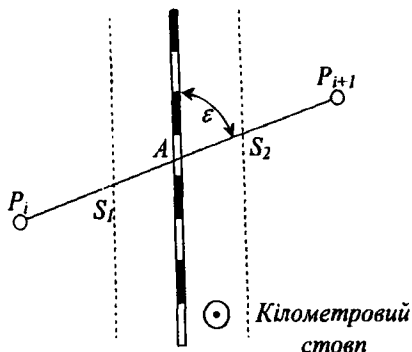


Рис. II.5.12. Прив'язування до залізниці.

Під час прив'язування необхідно дотримуватися одного загального правила: кількість елементів прив'язування має бути необхідною і достатньою для того, щоб поновити хоча б два сусідніх пункти полігонометричного ходу.

Зрозуміло, що для відшукування пунктів можна використовувати

не тільки прив'язування цих пунктів до предметів місцевості, але й прив'язування до пунктів триангуляції, трилатерації чи полігонометрії старших класів.

Відшукування пунктів за прив'язками до інших пунктів геодезичних мереж використовуються найчастіше для поновлення пунктів полігономет-

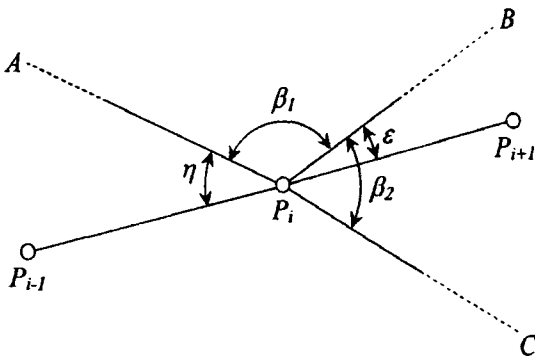


Рис. II.5.13. Прив'язування до далеких предметів.

рії. Якщо, наприклад, було виконане прив'язування пункту  $P$  до пунктів триангуляції  $T_1$ ,  $T_2$  та  $T_3$  (рис. II.5.14) розв'язком задачі про четверту точку (задачі Потенота), то для відшукування втраченого пункту потрібно, ставши на місцевості там, де очікується положення цього пункту (наприклад в точці  $M$ ), визначити координати точки  $M$ , користуючись пунктами триангуляції  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ .

Тепер, знаючи координати точки  $M$  і координати точки  $P$ , ми можемо поновити точку  $P$ . Для цього за координатами обчислюється довжина та напрямок лінії  $MP$ . Далі, знаючи дирекційний кут лінії ( $MT_3$ ), обчислюють кут  $\eta$  за формулою:

$$\eta = \alpha_{(MP)} - \alpha_{(MT_3)}$$

Додамо кут  $\eta$  до відліку лімба теодоліта, який встановлено в точці  $M$  і труба якого наведена на точку  $T_3$ , отримаємо новий відлік, який необхідно встановити на лімбі, відкріпивши алідаду і повертаючи трубу в горизонтальній площині. Далі, користуючись вертикальною ниткою сітки, виставляють віху у напрямку візирної осі труби. Залишається за цим напрямком відкласти довжину обчисленої лінії  $MP$  і місце точки  $P$  на місцевості буде знайдено.

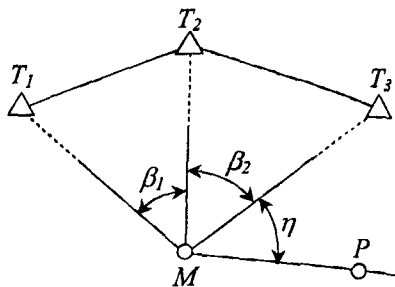


Рис. II.5.14. Відшукування пункту полігонометрії прив'язаного до пункту триангуляції.

## II.6. Світловіддалемірна полігонометрія. Основи теорії й практики світловіддалемірних вимірювань

### II.6.1. Класифікація віддалемірної полігонометрії та віддалемірів

У віддалемірній полігонометрії довжини сторін полігонометричних ходів вимірюються посередніми методами. Під посередніми методами вимірювання ліній, як уже зазначалось, розуміють такі вимірювання довжин, під час яких вимірювальний прилад (одиниця довжини) не відкладається послідовно в створі лінії, що вимірюється. Тому віддалемірну полігонометрію можна було б ще назвати полігонометрією з посереднім вимірюванням довжин.

У віддалемірній полігонометрії виділяють: 1) світловіддалемірну; 2) радіовіддалемірну; 3) короткобазисну; 4) паралактичну; 5) віддалемірно-базисну; 6) інші види полігонометрії.

До інших видів полігонометрії можна віднести, наприклад, полігонометрію, що прокладається ланками професора Моторного А.Д. [17]. Два перших види такої полігонометрії складають власне віддалемірну (посередню) полігонометрію, тобто, віддалемірну полігонометрію в “чистому вигляді”, у якій вимірювальний прилад, як реальний відрізок довжини, відсутній. Чотири подальші види віддалемірної полігонометрії такі, що мірний прилад (відрізок довжини) усе ж використовується, але для вимірювання не всієї довжини лінії, а її частини або базису. Знаючи ці відрізки та маючи ще додатково кутові виміри, можна обчислити всю довжину тієї чи іншої лінії полігонометричного ходу. Усі існуючі віддалеміри можна поділити на: 1) світловіддалеміри; 2) радіовіддалеміри; 3) оптичні віддалеміри.

### II.6.2. Принцип вимірювання віддалі шляхом визначення часу розповсюдження електромагнітних (світлових) хвиль

Найбільш просто пояснити цей принцип на прикладі з імпульсними світловими сигналами. Нехай у деякий момент часу  $t_1$  приймач-передавач (п/п) розташований у точці  $A$ , посиляє світловий імпульс (спалах світла). Припустимо, що цей імпульс розповсюджується прямолінійно й рівномірно зі швидкістю  $c$ , доходить до відбивача (наприклад, дзеркала), розташованого в точці  $B$ , відбивається й повертається до п/п (як це показано на рис. II.6.1) в момент часу  $t_2$ .

Якщо віддаль між приймачем-передавачем та відбивачем  $S_1$ , то за час  $\tau = t_2 - t_1$  імпульс пройде шлях  $2S_1$ . Тому:

$$S_1 = \frac{c\tau}{2}. \quad (\text{II.6.1})$$



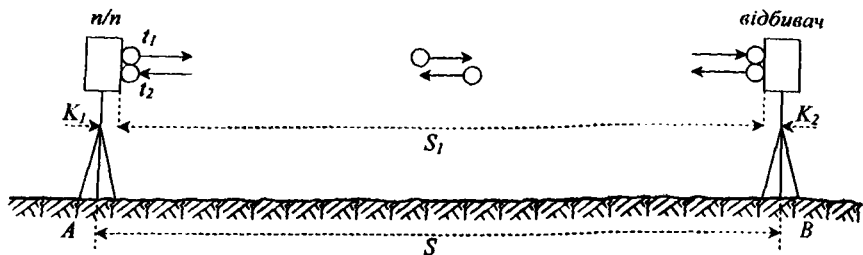


Рис. II.6.1. До принципу роботи імпульсного віддалеміра.

Віддаль між точками  $AB = S$  не дорівнює  $S_1$ , оскільки точки, від яких стартує та відбивається імпульс, не розташовані на вертикалях, що проходять через точки  $A$  та  $B$  на земній поверхні. Як видно з рис. II.6.1:

$$S = S_1 + K_1 + K_2. \quad (\text{II.6.2})$$

Тому

$$S = \frac{c\tau}{2} + K_1 + K_2. \quad (\text{II.6.3})$$

Позначимо

$$K = K_1 + K_2, \quad (\text{II.6.4})$$

будемо називати  $K$  постійною світловіддалеміра. Звідси маємо кінцеву формулу:

$$S = \frac{c\tau}{2} + K. \quad (\text{II.6.5})$$

Визначимо, з якою точністю необхідно знати час  $\tau$  щоб віддалемір був придатний для геодезичних цілей. Для цього продиференціюємо формулу (II.6.5) по  $\tau$ .

$$dS = \frac{c}{2} d\tau. \quad (\text{II.6.6})$$

Звідки

$$d\tau = \frac{2dS}{c}. \quad (\text{II.6.7})$$

Швидкість світла  $c \approx 300000$  км/сек. Необхідно, щоб лінія  $S$  (наприклад, 1 км) вимірювалась з похибкою не більше 15 см. На основі формули (II.6.7) маємо:

$$d\tau = \frac{2 \cdot 15 \text{ см}}{30000000000 \text{ см/сек}} = 1 \cdot 10^{-9} \text{ сек.}$$

Точність вимірювання часу повинна бути надзвичайно високою. Зауважимо, що  $1 \cdot 10^{-9}$  (одна мільярдна доля секунди) називається наносекундою, скорочено нс.

Порівняно недавно вимірювання часу з такою точністю було неможливим. Тому імпульсні віддалеміри почали з'являтися тільки в наш час.

Більш широке застосування мають світловіддалеміри (с/в), у яких час розповсюдження електромагнітних хвиль світлового діапазону вимірюють посереднім методом, що ґрунтується на визначенні різниці фаз двох синусоїдальних коливань. Для розуміння суті фазового методу необхідно згадати деякі відомості з теорії гармонійних коливань.

### II.6.3. Основні відомості з теорії гармонійних коливань

Колівні процеси, наприклад, зміни яскравості світла, можна зобразити графічно, проекцією на вісь  $Y$  вектора  $OB$ , що повертається навколо точки  $O$ . Розташування вектора  $OB$  у який завгодно момент часу  $t$  визначається кутом між віссю  $X$  та розташуванням вектора. Цей кут  $\varphi$  називається фазою (рис. 2.6.2)

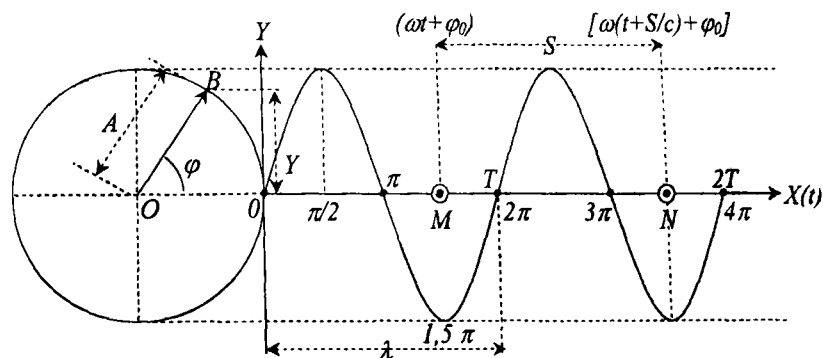


Рис. II.6.2. Графічне зображення процесу гармонійного коливання.

Проекція  $OB$  на вісь  $Y$  – змінна величина. Для зміни фази  $\varphi$  від  $0^\circ$  до  $90^\circ$  (від 0 радіан до  $\pi/2$  радіан) проекція  $OB$  змінюється від 0 до  $A$ . Максимальне значення  $Y = A$  – амплітуда коливань. Наприклад, яскравість світла змінюється від нуля до деякого максимального значення. Таким чином, коливання будь-якої величини описується рівнянням:

$$Y = A \sin \varphi. \quad (\text{II.6.8})$$

Швидкість зміни  $Y$  залежить від швидкості обертання вектора  $OB$  навколо точки  $O$ . Введемо поняття кутової швидкості або кругової частоти. Кутовою швидкістю або круговою частотою  $\omega$  називається швидкість зміни фази із часом, тобто:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (\text{II.6.9})$$

Звідси, інтегруючи  $d\varphi$ , матимемо  $\varphi = \int_0^t \omega dt = \omega t$ . Тому

$$\varphi = \omega t. \quad (\text{II.6.10})$$

Нехай за деякий проміжок часу, що дорівнює  $T$ , фаза стане дорівнювати  $2\pi$  (рис. II.6.2). Тоді, у відповідності з (II.6.10), запишемо  $2\pi = \omega T$ . Отже,

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (\text{II.6.11})$$

Величина  $T$  – період коливання, тобто інтервал часу, за який проходить один цикл коливань, один оберток вектора.

Припустимо, що за 1 секунду проходить певна кількість коливань  $f$ . Тоді

$$T = \frac{1}{f}, \quad (\text{II.6.12})$$

або

$$f = \frac{1}{T}. \quad (\text{II.6.13})$$

Таким чином, період і частота коливань є взаємно оберненими величинами. Частота коливань вимірюється в герцах. Якщо в секунду проходить одне коливання, то частота  $f$  дорівнює одному герцу. Якщо в 1 секунду проходить 1000 коливань, то частота  $f = 1000$  герц (Гц), або  $f = 1$  кілогерц, скорочено 1 КГц. Коли в секунду проходить 1000000 коливань то  $f = 1000000$  Гц або  $f = 1$  мегагерц, скорочено МГц. У світловіддалемірах використовуються частоти коливань яскравості світла (масштабні або вимірювальні частоти) від 10-30 МГц до 150 МГц і більше.

Перетворимо формулу (II.6.8). Для цього у формулу (II.6.11) підставимо значення  $T$  з формули (II.6.12). Отримаємо:

$$\frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega},$$

Звідки

$$\omega = 2\pi f. \quad (\text{II.6.14})$$

Як бачимо, кутова швидкість (кругова частота) дорівнює добутку  $2\pi$  на  $f$ . На основі (II.6.14), формула (II.6.10) набуває вигляду:

$$\varphi = 2\pi \cdot f \cdot t. \quad (\text{II.6.15})$$

Формула (II.6.15) – нова залежність фази від частоти коливань та часу.

Тепер, підставляючи у (II.6.8) значення  $\varphi$  з формул (II.6.10) та (II.6.15) отримаємо відповідно:

$$Y = A \cdot \sin \omega t. \quad (\text{II.6.16})$$

$$Y = A \cdot \sin 2\pi \cdot f \cdot t. \quad (\text{II.6.17})$$

На рис. II.6.2 для  $t = 0$ , фаза  $\varphi$  також дорівнює нулю.

для  $t = 0,5T$  фаза дорівнює  $\pi$ ;

для  $t = T$  фаза дорівнює  $2\pi$ ;

для  $t = 1,5T$  фаза дорівнює  $3\pi$ ;

для  $t = 2T$  фаза дорівнює  $4\pi$  тощо.

У практиці найчастіше буває так, що в момент початку відліку часу ( $t = 0$ ) фаза  $\varphi$  не дорівнює нулеві, а має деяке початкове значення  $\varphi_0$ . Тоді формули (II.6.16) та (II.6.17) набувають вигляду:

$$Y = A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (\text{II.6.18})$$

$$Y = A \sin(2\pi f \cdot t + \varphi_0). \quad (\text{II.6.19})$$

Рівняння (II.6.18), (II.6.19) є рівняннями гармонійних коливань. Розповсюдження в просторі коливань того чи іншого роду називаються хвилями. Якщо хвиля розповсюджується вздовж деякої прямої з кінцевою швидкістю  $c$ , то фази коливань в різних точках цієї прямої будуть також різними. Якщо в точці  $M$  (рис. II.6.2) коливання описується рівнянням  $Y = A \sin(\omega t + \varphi_0)$ , то в точці  $N$ , віддаленій від  $M$  на віддаль  $S$ , коливання будуть відбуватися з запізненням на проміжок часу  $\tau = S/c$ . Тому рівняння гармонійних коливань для точки  $N$  має вигляд:

$$Y = A \sin \left[ \omega \left( t + \frac{S}{c} \right) + \varphi_0 \right]. \quad (\text{II.6.20})$$

Вираз (II.6.20) називається рівнянням плоскої хвилі гармонійних коливань. За проміжок часу  $T$  коливання розповсюджуються на віддаль  $\lambda$ , тоді

$$\lambda = T \cdot c, \quad (\text{II.6.21})$$

де  $c$  – швидкість.

Замінюючи в (II.6.21)  $T$  на  $f$ , одержимо:

$$\lambda = \frac{c}{f}. \quad (\text{II.6.22})$$

Віддаль  $\lambda$  називають довжиною хвилі. Як бачимо з (II.6.22), для постійної швидкості світла  $c$ , довжина хвилі залежить тільки від частоти коливань.

#### II.6.4. Поняття про модулювання коливань

У геодезичних фазових віддалемірах в ряд із гармонійними коливаннями використовують також модульовані коливання, які є більш складними коливаннями. Модулювання коливань виникає в разі зміни одного з параметрів гармонійних коливань. Такими параметрами є, як видно з формул (II.6.18) та (II.6.19), амплітуда  $A$ , частота  $f$  (або кругова частота  $\omega$ ) та початкова фаза  $\varphi_0$ .

Процес зміни цих параметрів називають *модуляцією*. Модулюючі пристрої отримали назву *модуляторів*. Модулювання коливань виконується в основному для того, щоб за допомогою високочастотних коливань, що називаються *передавальними* коливаннями, передати на віддаль інші коливання, більш низькочастотні, у яких закладена та чи інша інформація. Ці, більш низькочастотні коливання, називають *масштабними*, або *вимірвальними* коливаннями (частотами).

Розглянемо, як графічно виглядають коливання, що модульовані по амплітуді  $A$ .

Ще раз відмітимо, що для світла таке модулювання, з моделюванням світла за яскравістю.

Коефіцієнт

$$m = \frac{\Delta A}{A} \quad (II.6.23)$$

називається *коефіцієнтом глибини модуляції*. Він може змінюватися від 0 до 1. Для того, щоб передати інформацію на віддаль із мінімальним спотворенням, повинна виконуватися умова: частота модуляції повинна бути значно нижчою передавальної частоти, тобто,  $\omega_0 \ll \omega$ .

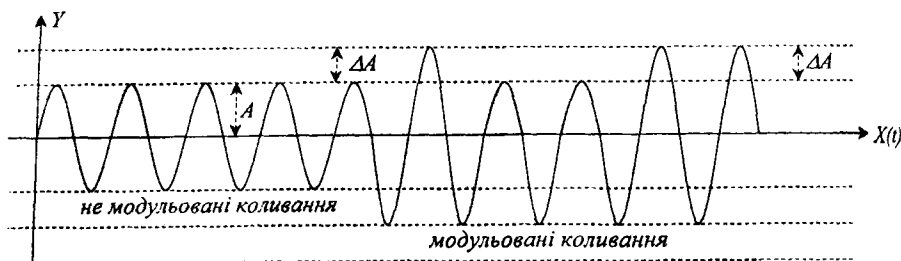


Рис. II.6.3. Графічне зображення коливань, модульованих по амплітуді.

Для частотної модуляції, із часом змінюють частоту передавальних коливань. Графічно це показано на рис. II.6.4.

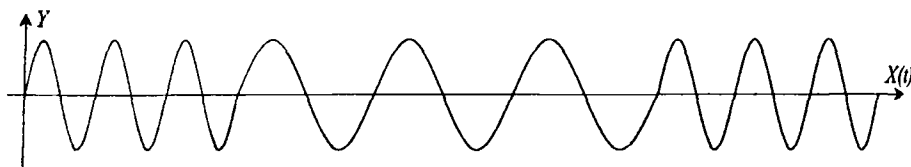


Рис. II.6.4. Графічне зображення коливань модульованих за частотою.

Нехай  $\omega$  – кругова частота немодульованих передавальних коливань, яка називається *центральною частотою*;  $\Delta\omega$  – максимальне відхилення кругової частоти під впливом модулюючих коливань. Це відхилення називається *девіацією частоти*. Нехай  $\omega_0$  – кругова частота модулюючих коливань. Тоді коефіцієнт

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_0}, \quad (II.6.24)$$

що дорівнює відношенню девіації до частоти модулюючих коливань, називається *індексом частотної модуляції*.

У деяких світловіддалемірах використовується фазова модуляція (ф.м.), під час якої фаза гармонійних коливань періодично змінюється на  $180^\circ$  (на  $\pi$ ). Графічно це показано на рис. П.6.5.

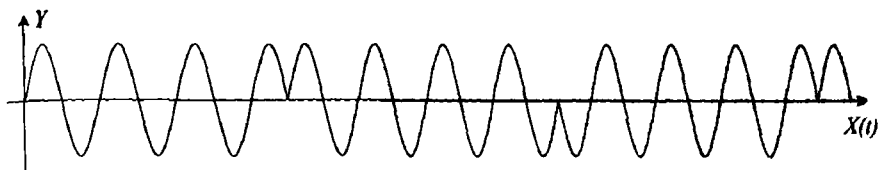


Рис. П.6.5. Графічне зображення різкої зміни фази на  $180^\circ$  (на  $\pi$ ).

Частота зміни фази значно менша за частоту передавальних коливань.

### П.6.5. Принцип роботи фазових світловіддалемірів

Принцип дії фазових віддалемірів ґрунтується на використанні залежності поточної фази від віддалі. Нехай п/п знаходиться в точці А (рис. П.6.1) і випромінює гармонійні коливання з поточною фазою  $\varphi_1$ :

$$\varphi_1 = \omega \cdot t_1 + \varphi_0. \quad (\text{П.6.25})$$

За час, поки коливання пройдуть віддаль  $S$ , відіб'ються і повернуться в точку А, поточна фаза випромінюваних передавачем коливань буде:

$$\varphi_2 = \omega \left( t_1 + \frac{2S}{c} \right) + \varphi_0. \quad (\text{П.6.26})$$

Визначимо різницю фаз випромінюваних та прийнятих коливань:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega \frac{2S}{c}. \quad (\text{П.6.27})$$

Підставляючи у формулу (П.6.27) значення  $\omega$  з формули (П.6.14), отримаємо:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot f \frac{2S}{c}. \quad (\text{П.6.28})$$

Слід зазначити, що коливання, які попадають від передавача на вхід приймача найкоротшим шляхом, не проходячи дистанції, називаються *опорними*. По суті,  $\Delta\varphi$  є різницею фаз між опорними коливаннями та коливаннями, що повернулись з дистанції.

Розв'язавши (П.6.28) відносно  $S$ , отримаємо загальну формулу фазових віддалемірів:

$$S = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{c}{2f}. \quad (\text{П.6.29})$$

Таким чином, коли швидкість  $c$  і частота коливань  $f$  відомі, а різниця фаз  $\Delta\varphi$  виміряна, то за формулою (П.6.29) можна знайти віддаль. Такий метод визначення віддалей називається *фазовим*. Різниця фаз  $\Delta\varphi$  може приймати різні значення, які часто в багато разів більші за  $2\pi$ .

Будь-які фазовимірювальні пристрої вимірюють різницю фаз тільки в межах одного періоду, тобто, від 0 до  $2\pi$ . Маючи це на увазі, представимо  $\Delta\varphi$  у вигляді:

$$\Delta\varphi = \psi + \Delta\psi, \quad (\text{II.6.30})$$

де  $\psi$  – різниця фаз, кратна  $2\pi$ ;  $\Delta\psi$  – різниця фаз в межах одного періоду, тобто  $\Delta\psi < 2\pi$ . Враховуючи формулу (II.6.30), запишемо (II.6.29) в дещо іншому вигляді:

$$S = \left( \frac{\psi}{2\pi} + \frac{\Delta\psi}{2\pi} \right) \cdot \frac{c}{2f}. \quad (\text{II.6.31})$$

У формулі (II.6.31)  $\psi/2\pi = N$  ціле число (кількість коливань);  $\Delta\psi/2\pi = \Delta N$  – правильний дріб. Тепер формулу (II.6.31) запишемо ще так:

$$S = (N + \Delta N) \frac{c}{2f}. \quad (\text{II.6.32})$$

На кінець, враховуючи формулу (II.6.22), запишемо (II.6.32) в такому вигляді:

$$S = (N + \Delta N) \frac{\lambda}{2}. \quad (\text{II.6.33})$$

Розглянемо фізичний зміст двох складових правої частини формули (II.6.33).  $\lambda/2$  – половина довжини хвилі, це особливий “метр”, особлива (не реальна) “одиниця довжини”, яку ніби відкладають  $N$  разів в лінію, яку вимірюють. Добуток  $\Delta N \cdot \lambda/2$  – частина “метра”, що доповнює цілому числу “метрів” до віддалі, що вимірюється. Нагадаємо, що  $\Delta N = \Delta\psi/2\pi$ , де  $\Delta\psi$  – різниця фаз, яка вимірюється. Таким чином, у формулі (II.6.33) дві невідомі:  $S$  та  $N$ . Для того, щоб найти  $N$ , або, як прийнято говорити, розв’язати *неоднозначність*, вимірювання фазовими віддалемірами виконують на декількох частотах. Нагадаємо, що п/п та відбивач центруються так, що  $S_1$  не точно дорівнює  $S$  (див. рис. II.6.1), тоді (II.6.33) повинна бути доповнена постійною віддалеміра  $K$ . Тому кінцева формула віддалеміра має вигляд:

$$S = (N + \Delta N) \frac{\lambda}{2} + K. \quad (\text{II.6.34})$$

Постійна світловіддалеміра  $K$  є “постійною” умовно. Вона змінюється із часом і залежить від температури та зовнішнього середовища. В останні роки у с/в використовують більш довгі хвилі (червоні, інфрачервоні), які менше поглинаються атмосферою. Навпаки, у радіовіддалемірах використовують більш короткі хвилі, які менше відбиваються від підстилаючої поверхні та легко концентруються в промінь.

### II.6.6. Блок-схема візуального світловіддалеміра з визначенням різниці фаз за екстремумами світлового потоку

Типовим представником такого віддалеміра є світловіддалемір СВВ-1 (світловіддалемір Васильєва-Величко), у якому індикатором різниці фаз

служить око спостерігача. Блок-схема візуального с/в показана на рис. П.6.6.

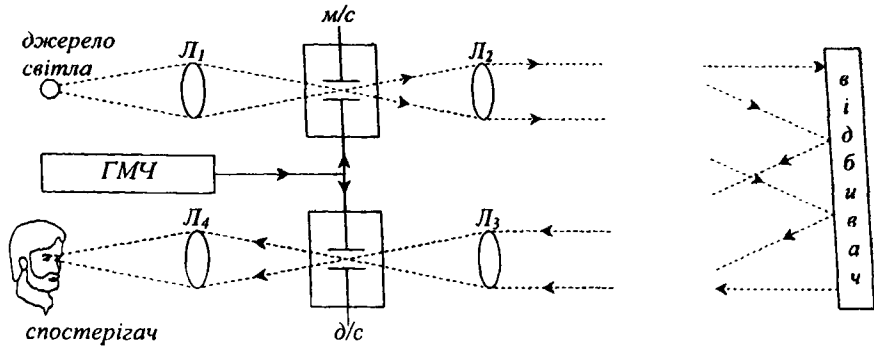


Рис. П.6.6. Блок-схема візуального світловіддалеміра.

Модулятор і демодулятор світла (м/с і д/с) конструктивно аналогічні (це конденсатори Кера) і працюють синхронно, керовані за допомогою змінної синусоїдальної напруги, що подається на конденсатори від генератора масштабної частоти (гмч). Коли напруга подана на пластинки конденсатора, світло проходить, коли напруга знята – світло не проходить між пластинками. Лінзи  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ,  $L_4$  збирають промені, що розходяться, в пучки, або перетворюють розбіжні пучки в майже паралельні. Величина потоку світла  $\Phi$  на виході д/с залежить від різниці фаз між відправленою на дистанцію та прийнятою з дистанції хвилями світла. Око спостерігача здатне фіксувати тільки екстремальні значення світлової енергії; більш впевнено око фіксує мінімум світлової енергії  $\Phi_{\min}$ . Як видно з рис. П.6.7. мінімум світлового потоку  $\Phi$  настає під час різниці фаз, кратній  $2\pi$ , а максимум – під час різниці фаз, кратній  $\pi$ .

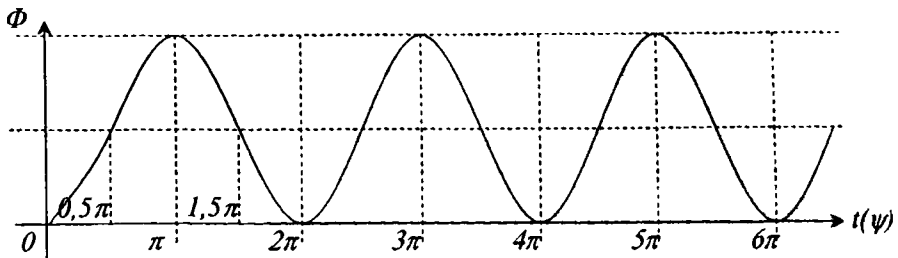


Рис. П.6.7. Зміна світлового потоку на виході демодулятора світла (д/с) в залежності від різниці фаз.

Це означає, що для того, щоб на виході д/с мати  $\Phi_{\min}$  (мінімум відбитого сигналу), необхідно, щоб різниця фаз була кратною  $2\pi$ . Цього можна досягти, якщо поступово змінювати масштабну частоту і, цим самим, змі-



нювати довжину своєрідного “метра”  $\lambda/2 = C/2f_i$ . Візуальні с/в оздоблені пристроями для поступової зміни частоти (без стрибків). Так в с/в СВВ-1 частоту можна плавно змінювати в межах від 9,6 до 10,4 МГц. Якщо різниці фаз кратна  $2\pi$ , тоді  $\Delta N = 0$  і формула (II.6.33) набуває вигляду:

$$S = N \frac{\lambda}{2} + K. \quad (\text{II.6.35})$$

Для розв’язку неоднозначності (в рівнянні (II.6.35) невідомі  $S$  та  $N$ ) вимірювання виконують не менше, ніж на двох частотах. Нехай для деякої довжини хвилі  $\frac{\lambda_1}{2}$  в лінії, що вимірюється, вкладається  $N_1$  циклів:

$$S = N_1 \cdot \frac{\lambda_1}{2} + K. \quad (\text{II.6.36})$$

Будемо поступово змінювати частоту, наприклад, збільшуючи її. Тоді око спостерігача буде спочатку бачити збільшення яскравості світла, вона досягне максимуму, а потім знову наступить мінімум світла. Тому  $\frac{\lambda_2}{2}$  в лінії, що вимірюється, вкладається  $N_2$  циклів, до того ж,  $N_2 = N_1 + 1$ . Продовжують збільшувати частоту й обраховують кількість мінімумів, що спостерігалися. Нехай, всього їх буде  $n$ . Тоді  $N_n = (N_1 + n)$ , а довжина хвилі  $\frac{\lambda_n}{2} = \frac{C}{2f_n}$ . Тепер запишемо друге рівняння, аналогічне (II.6.36):

$$S = (N + n) \frac{\lambda_n}{2} + K. \quad (\text{II.6.37})$$

У рівняннях (II.6.36) та (II.6.37) невідомі  $S$  та  $N_1$ . Одночасний розв’язок цих рівнянь дає значення двох невідомих. Точність вимірювання ліній цим віддалеміром характеризується відносною похибкою  $\frac{\Delta S}{S} = \frac{1}{200000}$ .

На жаль, візуальні віддалеміри мають ряд недоліків. Це:

1. Спостереження дуже стомлюють око;
2. Низька точність ресстрації різниці фаз;
3. Необхідність мати в польовому комплекті віддалеміра частотомір для вимірювання частоти  $f$ , що значно збільшує масу віддалеміра.

Усунення цих недоліків здійснюється використанням віддалемірів зі стабільними, наперед заданими, частотами та заміною візуального визначення різниці фаз на фотоелектронне.

### II.6.7. Блок-схема світловіддалеміра на фіксованих частотах із парафазним фотоелектронним визначенням різниці фаз

Зразу зазначимо, що в сучасних світловіддалемірах використовують лазери. Це не тільки більш сильні джерела світла, що поліпшує вимірю-

вальні якості с/в, точніше, дає можливість вимірювати довгі сторони, але, одночасно, ці джерела є модуляторами світла: частота модуляції залежить від частоти генератора вимірювальних (масштабних) частот.

Нехай лазер  $L$  – джерело та модулятор світла (рис. П.6.8) посилає імпульс світла, колімований лінзою  $K_1$  в майже паралельний пучок. Світло досягає відбивача, повертається й попадає на лінзу  $K_2$ , яка збирає світловий сигнал в фокусі і направляє його на демодулятор.

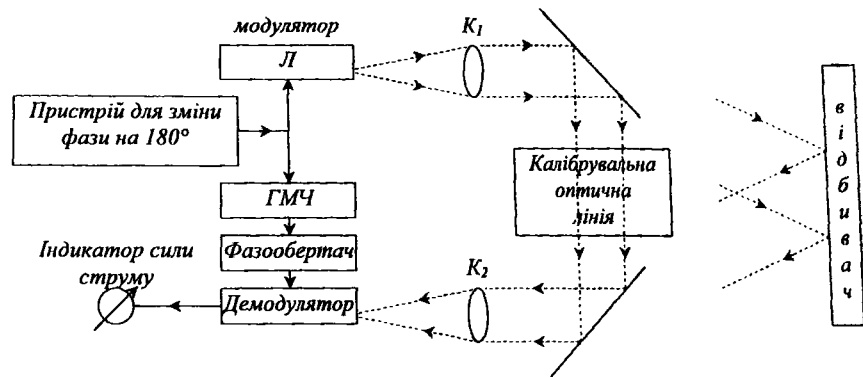


Рис. П.6.8. Блок-схема с/в із фотоелектронною реєстрацією різниці фаз.

Демодулятор – фотоелектронний помножувач (ФЕП) перетворює світловий сигнал в електричний струм, який подається на індикатор. З генератора масштабної частоти (ГМЧ) подається на ФЕП ще й опорний електричний сигнал, який також поступає на індикатор. Подальше завдання – знайти різницю фаз опорного сигналу та сигналу, який повернувся з дистанції. Розглянутий раніше віддалемір дозволяє порівнювати не яку завгодно різницю фаз, а тільки кратну  $2\pi$  або  $\pi$ ; ця різниця фаз створювалась поступовою зміною частоти модуляції світла. У віддалемірі з фіксованими частотами така можливість відсутня. Тому, в опорному тракті встановлюється особливий пристрій, що затримує в часі електричний сигнал. Цей пристрій дістав назву *фазообертач*. Таким чином, фазообертач дозволяє встановити бажану різницю фаз без зміни частоти модуляції світла.

Величина струму  $I$ , що поступає на індикатор із демодулятора, залежить від тільки що названої різниці фаз. Нехай під час відключеного пристрою для зміни фази на  $180^\circ$ , на індикатор поступає з демодулятора сигнал  $I_1$ , який має вигляд синусоїди (рис. П.6.9).

Якщо увімкнути пристрій і змінити фазу на  $180^\circ$ , тоді і на індикатор прийде сигнал  $I_2$ , зсунутий по фазі відносно сигналу  $I_1$  на  $180^\circ$ . Оскільки в даному методі порівняння різниці фаз виконується за допомогою двох груп сигналів із фазами, що відрізняються на  $180^\circ$ , то метод названий *парафазним*. Електричні сигнали  $I_1$  та  $I_2$  (фотоструми) не тільки зсунуті по фазі на

180°, але і йдуть назустріч один одному (потоки електронів протилежно направлені). Зміна (перекид) фази на 180° проходить автоматично із частотою 80-100 Гц. Як бачимо з рисунку, рівність сигналів  $I_1$  і  $I_2$  настає тоді (стрілка індикатора встановиться на нуль), коли різниця фаз між сигналом з дистанції та опорним сигналом буде дорівнювати  $0,5\pi$ ,  $1,5\pi$ ,  $2,5\pi$ ,  $3,5\pi$ , тощо. У загальному вигляді  $\Delta\varphi = N'\pi + \frac{1}{2}\pi$ . Щоб досягнути саме такої різниці фаз (вивести стрілку індикатора на нуль), потрібно внести додатковий фазовий зсув з допомогою фазообертача. Нехай цей додатковий зсув становить  $\theta$ . Тоді повна різниця фаз буде:

$$\Delta\varphi = N' \cdot \pi + \frac{\pi}{2} + \theta. \quad (\text{II.6.38})$$

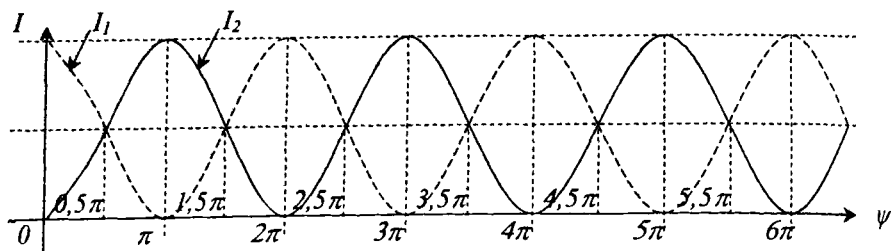


Рис. II.6.9. Синусоїдальні струми  $I_1$  та  $I_2$ , що подаються з демодулятора на індикатор.

Використаємо загальну формулу світловіддалеміра (II.6.29):

$$S = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{c}{2f} + K. \quad (\text{II.6.29})$$

Підставимо значення  $\Delta\varphi$  з формули (II.6.38). Отримаємо:

$$S = \frac{N'\pi + \frac{\pi}{2} + \theta}{2\pi} \cdot \frac{c}{2f} + K,$$

або

$$S = \left( N' + \frac{1}{2} + \frac{\theta}{\pi} \right) \cdot \frac{c}{4f} + K. \quad (\text{II.6.39})$$

Останню формулу можемо записати так:

$$S = \frac{N' \cdot c}{4f} + \frac{1}{8} \cdot \frac{c}{f} + \frac{\theta}{\pi} \cdot \frac{c}{4f} + K. \quad (\text{II.6.40})$$

Врахуємо, що  $N'$  дорівнює кількості  $\pi$  в даній лінії, а  $N$  дорівнює кількості  $2\pi$ , тому:

$$N = \frac{N'}{2}, \text{ або } N' = 2N.$$

Замінімо у формулі (2.6.40)  $N'$  на  $2N$ , а також позначимо:

$$L_1 = \frac{1}{8} \cdot \frac{c}{f} - \text{постійна величина};$$

$$L_2 = \frac{\theta}{\pi} \cdot \frac{c}{4f} - \text{змінна величина}.$$

Крім того, прийемо, що  $L = L_1 + L_2$  також змінна величина. Враховуючи все це, формула (II.6.40) зміниться так:

$$S = \frac{Nc}{2f} + L + K. \quad (\text{II.6.41})$$

Крім того, позначимо

$$\frac{c}{2f} = \lambda. \quad (\text{II.6.42})$$

Тоді матимемо кінцеву формулу:

$$S = N \cdot \lambda + L + K. \quad (\text{II.6.43})$$

$L$  відлічується на шкалі фазометра (фазообертача). Віддалемір працює на трьох постійних частотах  $\lambda_1, \lambda_2$  та  $\lambda_3$ ; тому можна записати три рівняння виду (II.6.43):

$$\left. \begin{aligned} S &= N_1 \lambda_1 + L_1 + K \\ S &= N_2 \lambda_2 + L_2 + K \\ S &= N_3 \lambda_3 + L_3 + K \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.6.44})$$

У системі рівнянь (II.6.44) чотири невідомі  $S, N_1, N_2, N_3$ . Для розв'язання неоднозначності прийнято:  $\lambda_1 = 0,998004$  м;  $\lambda_2 = 1,052631$  м;  $\lambda_3 = 1,000000$  м. Для таких довжин  $\lambda_1$  на 1/500 коротше  $\lambda_3$ , а  $\lambda_2$  на 1/20 коротше  $\lambda_3$ . Тому для ліній до 500 м  $N_1 = N_3$ ; для граничної довжини  $S = 500$  м,  $N_1 = N_3 + 1$ . Крім того, для  $S = 20$  м  $N_3 = N_2 + 1$ , Оскільки віддалемір призначений для вимірювання ліній до 700 м, то такі довжини  $\lambda_i$  дозволяють розв'язувати неоднозначність.

### II.6.8. Світловіддалемір топографічний СТ-5 ("Блеск"). Будова. Імпульсний метод вимірювання віддалей

Вимірювання імпульсним методом виконуються із застосуванням посилання двох частот випромінюваних імпульсів:  $f_1 = 14985,5$  кГц та  $f_2 = 149,855$  кГц. Тривалість імпульсів 10 нс. Джерелом випромінювання є напівпровідниковий лазерний діод з довжиною хвилі випромінювання 0,80 мкм; приймачем – фотоелектронний помножувач (ФЕП).

Світловіддалемір СТ-5 є одним з найкращих віддалемірів і першим з виготовлених у колишньому СРСР, і такий, що працює на імпульсному методі вимірювання ліній.

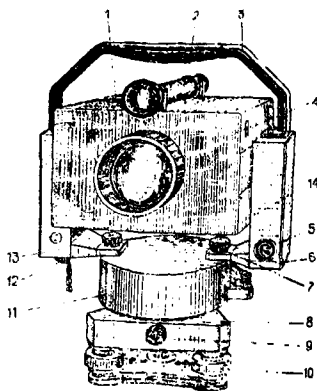


Рис. П.6.10. Світловіддалемір СТ-5.

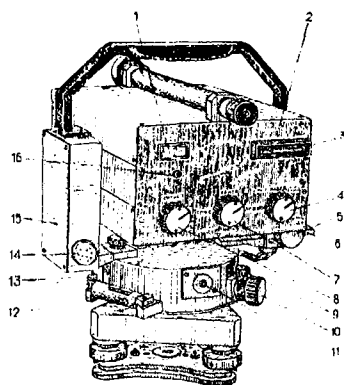


Рис. П.6.11. Світловіддалемір СТ-5.

Основні частини с/в (рис П.6.10): 4 – головний корпус, в якому знаходяться приймально-передавальна оптична система, джерело випромінювання, фотоприймальний пристрій, друкуючі вузли з елементами електричної системи. Цей корпус має кришки 1 та 14, які можна зняти; на кришці 1 закріплена зорова труба; стояки 6, 13 скріплені зверху ручкою 3, знизу гвинтами 7 скріплені з основою 11. В основі 11 та стояку 13 розташовані навідні та закріпні гвинти, якими світловіддалемір наводиться на відбивач в горизонтальній та вертикальній площинах. На рис. П.6.11 показані головки навідних гвинтів 5, 10 та рукоятки закріпних гвинтів 6, 9. На основі також кріпиться циліндричний рівень 12 з юстувальними гвинтами 13 та окуляр оптичного центрира 11. Лицьова панель – 2; на ній розташовані: 8 – головка гвинта “сигнал”; 7 – перемикач I – “точно”-“контроль”-“грубо”; 4 – перемикач II-“виключ”-“навед”-“счет”; 1 – прилад зі стрілкою (мікроамперметр), 3 – цифровий дисплей, 16 – головка гвинта встановлення контрольного відліку. Під кришкою 15 встановлені гнізда для підключення частотоміра (частота 1498,55 КГц); резистор  $f$  – підстроювання частоти кварцового генератора, резистори Д і О – початкового встановлення рівня вимірюваних сигналів; резистор Н – початкового встановлення сигналу “наведення”. Розташування Д і О встановлює підприємство-виробник. Регулювання цих резисторів не дозволяється, оскільки це може привести до непрацездатності приладу. На стояку 13 (рис. П.6.10) встановлено гніздо 12 для підключення рееструвального пристрою; на стояку 6 гніздо 5 для підключення кабелю від джерела напруги; 14 – мікротелефон (рис. П.6.11).

Під час одночасного вимірювання ліній та кутів, світловіддалемір СТ-5 встановлюють на теодоліт 2Т5К. Тоді цей комплект стає модульним електронним тахеометром (рис. П.6.12). У комплект приладу входить оптичний центрир для відбивача (рис. П.6.13). На корпусі центрира встановлені

циліндричний 4 та круглий 2 рівні. За допомогою юстувальних гвинтів 1 та гайок 5 юстують осі рівнів. Встановлення окуляра оптичного центрира по оку виконують поворотом оправы 3 окуляра до появи чіткого зображення сітки ниток, яка має форму кола. У повний комплект входять 18 відбивачів, які можна комбінувати: 1) 1-призмий, що встановлюється на віху (рис. П.6.14) або на підставку замість центрира; 2) 3-призмий; 3) 6-призмий; 4) 12-призмий та 5) 18-призмий (рис. П.6.15), в залежності від довжини віддалей, які вимірюються.

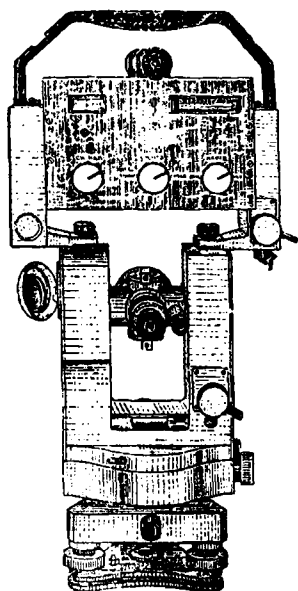


Рис. П.6.12.  
Світловіддалемір на  
теодоліті 2Т5К.

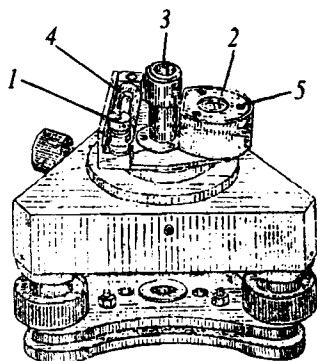


Рис. П.6.13. Оптичний  
центрир в підставці.

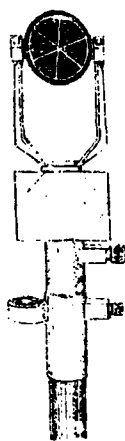


Рис. П.6.14.  
Віха з 1-  
призмий  
відбивачем.

| Кількість призм відбивача | Максимальна віддаль, що вимірюється, м |
|---------------------------|--|
| 1                         | 1500                                   |
| 3                         | 2200                                   |
| 6                         | 3000                                   |
| 12                        | 4000                                   |
| 18                        | 5000                                   |

Нижня частина корпусу, на якому кріпляться відбивачі, є одночасно і візирною маркою для куткових вимірювань. Візирна марка та відбивачі можна встановлювати без перехідника (рис. П.6.15) та з перехідником (рис. П.6.16). Перехідник застосовують під час одночасного вимірювання кутів та

віддалей. Під час встановлення відбивача через перехідник віддаль від центра марки 7 до підставки відбивача дорівнює віддалі від горизонтальної осі обертання труби теодоліта до підставки теодоліта.

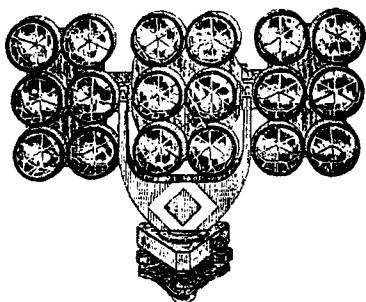


Рис. II.6.15. 18-призмний відбивач.

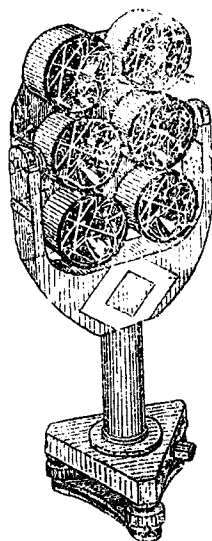


Рис. II.6.16. 6-призмний відбивач з перехідником.

Суть імпульсного методу вимірювання віддалей розглянута в параграфі II.6.2. Там подана кінцева формула:  $S = c\tau / 2 + K$ .

Для визначення віддалі за цією формулою використана залежність між часом  $\tau$  проходження світловим імпульсом віддалі  $2S$ , періодом коливань  $T$  та кількістю хвиль, що вкладаються в цій віддалі  $N$  разів, яке називають числом імпульсів заповнення:

$$N = \frac{\tau}{T}. \quad (\text{II.6.45})$$

На основі (II.6.5), запишемо:

$$\tau = \frac{2S}{C}. \quad (\text{II.6.46})$$

Оскільки період коливань  $T$  та частота коливань  $f$  — взаємно обернені величини, то

$$f = \frac{1}{T}. \quad (\text{II.6.47})$$

Підставляючи в (II.6.45) значення  $\tau$  та  $T$  з формул (II.6.46) та (II.6.47), матимемо:

$$N = \frac{2S}{c} \cdot f. \quad (\text{П.6.48})$$

Виробники прийняли частоту  $f$  рівною половині швидкості світла, тобто:

$$f_{\text{точно}} = \frac{c}{2} = 14,9855 \text{ МГц.} \quad (\text{П.6.49})$$

Тоді

$$N = \frac{2S}{c} \cdot \frac{c}{2} = S. \quad (\text{П.6.50})$$

Як бачимо, для такої частоти кількість імпульсів заповнення дорівнює довжині вимірюваної лінії  $S$ . Тому достатньо мати лічильник, який обраховує кількість імпульсів –  $N$  та частину хвилі  $\Delta N$  (менше  $2\pi$ ), щоб точно знайти  $S$ . У світловіддалемір СТ-5 вмонтовано такий лічильник, який працює переходом з високих частот до низьких гетеродинним діленням частот. У комплект світловіддалеміра входять дві батареї живлення Б-5-29 з напругою 6,0 В. Під час показників мікроамперметра менше 6,0 мкА батарею слід замінити. Атенюатор – прилад, що оберігає об'єктив від попадання на с/в яскравого світла. Атенюатор встановлюється на об'єктив с/в і є, по-суті, "ситом", що розсіює та послаблює світлові промені. Блок контрольного відліку – прилад, який дозволяє контролювати незмінність сталої віддалеміра  $K$ .

### II.6.9. Перевірки світловіддалеміра СТ-5

Ми будемо розглядати тільки перевірки, що стосуються віддалемірного модуля приладу. Перевірки кутомірного модуля розглянуто раніше.

#### 1) Перевірка функціонування приладу.

Перевірку виконують з метою підтвердження нормальної роботи електронних вузлів світловіддалеміра. Якщо ці вузли працюють не нормально – прилад підлягає ремонту. Під час цього контролюється:

- а) *Схема контролю джерела напруги.* Встановити перемикач I в положення "контр.", перемикач II в положення "викл." Оцінити покази мікроамперметра. Покази приладу мають бути в межах 60...9 мкА, якщо джерело струму заряджене.
- б) *Індикатори дисплея.* Включити с/в у режим "счет", "точно". Спостерігати за показами дисплея: на всіх індикаторах протягом 1-4 секунд після встановлення перемикача II в положення "счет" повинна відобразитися цифра 8.
- в) *Схема вимірювання температури кварцового генератора.* Включити віддалемір в режим "счет", "контроль" і взяти декілька відліків на дисплеї. Кожний наступний відлік не повинен відрізнятися від попереднього більше, ніж на 5 одиниць.
- г) *Схема встановлення контрольного відліку.* Зняти з об'єктива атенюатор. Встановити на об'єктив с/в блок контрольного відліку.



Включити віддалемір в режим “счет”, “точно”, встановити рівень “сигналу” в середині робочої зони. Перевірити можливість зміни відліку поворотами головки встановлення контрольного відліку.

- д) Мікроамперметр. Перевірка виконується вимірюванням сили струму двома приладами незалежно. Мікроамперметром сила струму вимірюється так. Встановлюють перемикач I в положення “контр”, а перемикач II – в положення “викл”, підключають до с/в джерело енергії і встановлюють на його виході напругу, під час якої показ приладу с/в зі стрілкою складає 60 мкА. Потім іншим приладом вимірюють напругу, що дає батарея. Напруга має бути  $60 \pm 0,5$  В.

2) Перевірка оптичного центрира світловідалеміра та відбивача.

Перевірка виконується так само, як і оптичного центрира теодоліта. Зміщення центра сітки ниток з центра знака на радіус малого кола, яким є форма сітки ниток центрира (для висоти штатива 1,3 м) дає похибку центрування 0,7 мм.

3) Перевірка сітки ниток зорової труби світловідалеміра.

Виготовити з картону або твердого паперу спеціальну марку у відповідності з рис. II.6.17. Центр перехрестя марки має знаходитися вище центру призми однопризмового відбивача на  $63 \pm 1$  мм. Встановити відбивач на віддалі 100-150 м від с/в. Увімкнути світловідалемір в режим “наведення”. Навести с/в на відбивач, домогтись максимуму відбитого сигналу. Встановити заготовлену марку, як показано на рис. II.6.17. Оцінити розбіжність центрира сітки ниток з перехрестям марки. Якщо розбіжність значна (більше радіуса кола), відкрутити захисний ковпачок, що закриває юстувальні гвинти сітки ниток. Повертаючи послідовно протилежні юстувальні гвинти, ввести центр сітки ниток (центр кола) в перехрестя марки. Затягнути юстувальні гвинти. Повторити перевірку. Встановити захисний ковпачок.

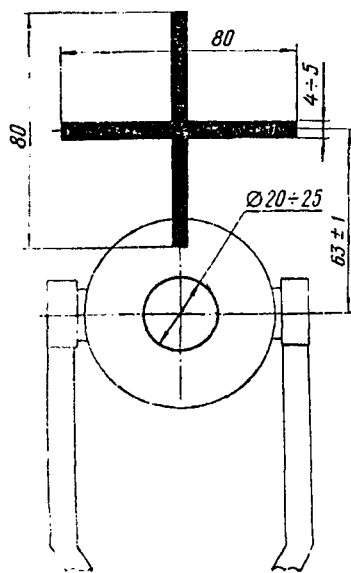


Рис. II.6.17. Марка для перевірки зорової труби.

4) Перевірка відхилення частоти кварцового генератора від номіналу.

Перевірка виконується частотоміром з частотою 1498,55 кГц. Спочатку потрібно зняти кришку 15. Підключити частотомір до гнізда f плати в стояку 6 (рис. II.6.11). Перемикач частотоміра “время счета” встановити в положення  $10^4$  mS. Включити світловідалемір в режим “счет”,

“контр”. Взяти декілька відліків по частотоміру та обчислити їх середнє арифметичне  $f_{сер}$  в Гц та десятих долях Гц. Обчислити відхилення (дрейф) частоти  $\Delta f$  за формулою:

$$\Delta f = (10f_{сер} - \Delta f_t) - f_{номін.} \quad (II.6.51)$$

де  $\Delta f_t$  – поправка за температурну зміну частоти в Гц, яка визначається за графіком, наведеним в паспорті світловіддалеміра;  $f_{номін.} = 14985500$  Гц. Значення  $\Delta f$  не має бути більшим за 60 Гц для часу в межах 6 місяців (півроку). Підстроювати частоту кварцового генератора резистором  $f$  до розходження з номіналом не більше 15 Гц. Опломбовують підстроювальні резистори та закривають кришку 15.

5) Перевірка відхилення контрольного відліку під час зміни напруги живлення.

Встановлюють на об'єktiv с/в блок контрольного відліку. Встановлюють напругу джерела струму ( $8,5 \pm 0,2$ ) В. Вмикають с/в в режим “счет”, “точно” і встановлюють контрольний відлік, вказаний в паспорті світловіддалеміра. Зменшують напругу до значення, під час якого спрацьовує схема звукової індикації розрядки акумуляторів (5,8-6,2 В). Зміна контрольного відліку не має бути більшою за 3 мм.

б) Перевірка (визначення) циклічної похибки світловіддалеміра.

По суті, це вже не перевірка, а дослідження світловіддалеміра. Розмічують на місцевості 11 точок на відстанях від світловіддалеміра, що визначаються за формулою:

$$D_K = A + K \pm 0,1 \text{ (метри)}. \quad (II.6.52)$$

де  $A$  – будь-яке число в межах від 5 до 25 м,  $K = 0, 1, 2, 3 \dots 9, 10$ . Вимірюють отримані відстані рулеткою. Похибки вимірювань не мають перевищувати 1,5 мм. Вимірюють ці ж відстані світловіддалеміром. Вимірювання виконують з атенуатором (оскільки всі відстані до 400 м вимірюють з атенуатором) з рівнем відбитого сигналу в середині робочої зони. Під час вимірювання кожної відстані визначають значення контрольного відліку. Відхилення значення контрольного відліку від паспортного враховують під час обчислення результатів вимірювань. Далі обчислюють значення  $\Delta K$  для кожної з точок за формулою:

$$\Delta K = D_{TK} - D_{OK} \quad (II.6.53)$$

де  $D_{TK}$  – середнє арифметичне значення відліку в режимі “точно”,  $D_{OK}$  – результат вимірювання рулеткою, мм. Для різниці значень  $\Delta K$  в двох сусідніх точках більше, ніж 5 мм, розмічують проміжні (додаткові) точки і для них також визначають значення  $\Delta K$ . Розмах циклічної похибки (різниця максимального та мінімального значення  $\Delta K$ ) не повинен перевищувати 10 мм. Приклад результатів вимірювань для визначення циклічної похибки подано в таблиці II.6.1, а приклад побудови графіка циклічної поправки подано на рис. II.6.18.

Приклад побудови графіка поправки на циклічну погрішність.

Результати вимірювання відстані в межах 10 м.

| Відстань $D_{OK}$ , мм | Результат вимірювання світловіддалеміром $D_{TK}$ , мм | $\Delta D_{цк} = -\Delta_k = (D_{OK} - D_{TK})$ , мм |
|------------------------|--|--|
| 5099                   | 5097   | +2   |
| 6089                   | 6087,5   | +1,5   |
| 7035                   | 7037   | -2   |
| 8037                   | 8041   | -4   |
| 9004                   | 9007,5   | -3,5   |
| 10088                  | 10091  | -3   |
| 11080                  | 11083  | -3   |
| 12001                  | 12004,5  | -3,5   |
| 12997                  | 12997  | 0  |
| 14010                  | 14008,5  | +1,5   |
| 15023                  | 15019,5  | +3,5   |
| 14503                  | 14499  | +4   |

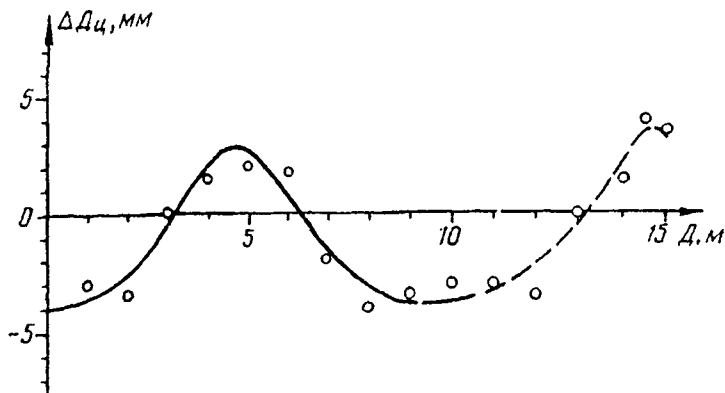


Рис. П.6.18. Графік поправки  $\Delta D_{ц}$ , побудований по отриманих значеннях  $\Delta D_{цк}$ .

7) Визначення середньої квадратичної похибки вимірювання віддалей світловіддалеміром СТ-5.

Визначення фактичної точності світловіддалеміра також слід віднести не до перевірок, а до дослідження світловіддалеміра. Кожна контрольна лінія має бути виміряна не менше, ніж шістьма прийомами в режимі "точно". Прийом — одне наведення на відбивач та три відліки на дисплеї. Рекомендується лінії довжиною 100, 300, 500 м вимірювати з 3-

призмовим відбивачем; лінії 1000, 2000 м – з 6-призмовим; лінії 3000, 5000 м – з 18-призмовим. Всього не менше 7 ліній. Рекомендується виконувати вимірювання під час похмурої, безвітряної погоди, під час незначних турбулентних перемішувань в атмосфері. Похибка вимірювання температури вздовж контрольних ліній не повинна перевищувати 1°C, атмосферного тиску – 2 гПа (1,5 мм.рт.ст.). Контрольні лінії повинні мати точність хоча б у 5 разів вищу за точність світловіддалеміра СТ 5, тобто  $m_s = 2 + 1 \cdot 10^{-6} S$ . Виробник вважає, що точність СТ-5 дорівнює  $m_s = 10 + 5 \cdot 10^{-6} S$ . Значення середньої квадратичної похибки вимірювання  $k$ -тої контрольної лінії одним прийомом вираховується за формулою:

$$m_{\text{д.к.}} = \sqrt{\frac{\sum_1^n \Delta i^2}{n}}. \quad (\text{II.6.54})$$

де  $\Delta_i$  – різниця між результатами вимірювання  $k$ -тої лінії,  $i$ -тим прийомом та довжиною даної контрольної лінії, в мм,  $n$  – кількістю прийомів,  $n \geq 6$ . Значення  $m_{\text{д.к.}}$  – не має перевищувати  $10 + 5 \cdot 10^{-6} \cdot S$ .

## II.6.10. Вимірювання ліній світловіддалеміром СТ-5

### Попереднє підготування до вимірювання.

Перелічимо основні процеси підготування.

- 1) Центрування с/в та відбивача над кінцями лінії, що вимірюється. Вимірювання висоти приймача  $i$  та відбивача  $l$ .
- 2) Живлення вмикати тільки тоді, коли перемикач II “вимкнено” і встановлено атенюатор, щоб уникнути засвічення.
- 3) Увімкнути живлення. Поставити перемикач I в положення “контроль”. Стрілка мікроамперметра (мкА) повинна показувати однакову напругу незалежно від положення перемикача II: чи “вимкнено”, чи “наведення”, чи “счет”.
- 4) Якщо для положення “счет” напруга 6 В (60 мкА), а для “наведення” менше, або більше на 20-40 мкА, тоді виконується регулювання. Слід зняти кришку 15, викруткою повертати шліц резистора Н через отвір в планці резистора.
- 5) Встановити контрольний відлік на дисплеї, вказаний в паспорті приладу (зазвичай, 100-105). Для цього:
  - а) Встановити положення “вимкнено”, поміняти атенюатор на блок контрольного відліку;
  - б) Поставити “точно”, “счет”. Взяти кілька відліків на дисплеї;
  - в) За необхідності, голівкою встановлення контрольного відліку поставити вказаний в паспорті відлік. Встановити атенюатор.

### Наведення с/в на відбивач.

- 1) Трубу з атенюатором навести на відбивач.

- 2) Поставити головку гвинта “сигнал” до обмеження, а під час сонця та великому засвітлюванні – до відліку не більше 20 мкА.
- 3) Навідними гвинтами змінювати наведення в горизонтальній та вертикальній площині до максимуму сигналу й одночасно утримувати головкою “сигнал” рівень сигналу в середині робочої зони шкали.

Вимірювання.

- 1) Перемикач II поставити в положення “счет”, а перемикач I залишити в положенні “точно”. Почнуться вимірювання. Дочекатися звукового сигналу і послідовно взяти три відліки з дисплея, записати їх в журнал. Це один прийом.
- 2) Виміряти та записати метеодані  $T$  та  $P$ .
- 3) Ще два рази повторити уточнення наведення на відбивач в режимі “наведення” і “точно” і після кожного наведення взяти ще по три відліки. Всього буде виконано три прийоми, дев’ять відліків.
- 4) Якщо не впевнені в стабільності контрольного відліку, то необхідно ще раз визначити контрольний відлік. Нижче подано приклад запису в журналі вимірювання лінії.

Таблиця II.6.2

Журнал вимірювання с/в “Блеск”

Спостерігач: Літинський В.О.

Помічник: Ващенко В.І.

Лінія № 7-25. Наближена довжина 4 км.

Висота с/в: 1,70 м., відбивача: 1,53 м.

Дата: 14.04.2004 р. Початок 17.00. Кінець 17.20.

Погода: похмуро, слабкий вітер.

Метеодані с/в:  $t = +9,5^{\circ}\text{C}$ ,  $P = 103,0$  кПа.

Відбивач  $t = +8,5^{\circ}\text{C}$ ,  $P = 100,0$  кПа

$t_{\text{сеп}} = 9,0^{\circ}\text{C}$ ,  $P = 101,5$  кПа (761,3 мм.рт.ст.).

| Вимірювання (режим “точно”) |               |               | Обчислення  |
|-----------------------------|---------------|---------------|---|
| 1-е наведення               | 2-е наведення | 3-є наведення |   |
| 983,573                     | 983,573       | 983,571       | $D_T = 3983573,8$ мм.   |
| 983,575                     | 983,575       | 983,574       | $K_n = -0,9; K_f = +0,3; \Delta D_u = -5$ мм                              |
| 983,573                     | 983,580       | 983,568       | $D_s = D_T + 10^{-5} D_T (K_n + K_f) + \Delta D_u$<br>$D_s = 3983545$ мм. |

**II.6.11. Вимірювання ліній та вертикальних кутів компактною тотальною станцією SET-GE**

Будова цієї тотальної станції та вимірювання нею горизонтальних кутів розглянуті в параграфі II.3.

Перед вимірюванням лінії необхідно впевнитися, що:

- 1) Станція та рефлектор (відбивач) встановлені над кінцями лінії, приведені в робочий стан, тобто, що виконане їх центрування та нівелювання.
- 2) Напруга батареї достатня.
- 3) Правильно введена постійна рефлектора. Чи встановлена бажана розмірність віддалі та чи вводиться поправка за кривину Землі та рефракцію, чи ні. Слід натиснути клавішу SHIFT, а далі одночасно клавіші 1 та 2. Клавіша 1 змінює параметр, клавіша 2 – перехід до наступного параметру. Прилад має можливість змінювати постійну від 0 до 90 мм в інтервалах 10 мм. Розмірність віддалі – метри.
- 4) Формат вертикального кута необхідний спостерігачу: градуси або гради; 0 в положенні “зеніт”; 0 в положенні “горизонт”; 0 в положенні горизонт  $\pm 90^\circ$  (100 доп); нахил лінії в %. Фірма-виробник Sokkia встановлює: віддалі – у метрах; поправку за кривину Землі та рефракцію не вводять; розмірність кута – градусна, нуль – в зеніті, тобто вимірюються зенітні віддалі. Стала поправка рефлектора встановлена 30 мм. Вимірювання віддалі – багатократне.
- 5) Вводиться чи ні атмосферна поправка. Компактний тотальний прилад Set-GE запроєктовано так, що поправка за атмосферу дорівнює нулеві для  $t = +15^\circ\text{C}$  (+ 59 Faren) та атмосферному тиску 1013,35 Гпа (760,1 мм.рт.ст). Крім того, пропонується формула для визначення  $\Delta N$  – різниці індексу заломлення між  $N_i$  – індекс заломлення для  $P_i$  та  $t_i$ ; та  $N_o$  – індексом заломлення для  $P = 1013,35$  Гпа і  $t = 15^\circ\text{C}$  ( $N_o = 278,96$ ), тобто  $\Delta N = N_o - N_i$ . Тому:

$$\Delta N = 278,96 - \frac{0,2904 \cdot P}{1 + 0,003661 \cdot t(^{\circ}\text{C})} \quad (\text{II.6.55})$$




Поправка в лінію довжиною  $S$  (в метрах) визначиться за формулою:

$$\Delta S = \Delta N \cdot 10^{-6} \cdot S. \quad (\text{II.6.56})$$

- 6) Прилад наведений на середину рефлектора, а відбитий сигнал є достатнім для виконання вимірювань.

#### Виконання вимірювання.

- 1) Встановити вид вимірювання, натиснути клавішу 2 (M/T) M – багатократний. Під час вимірювання віддалі до рухомих об'єктів на дисплеї з'явиться символ TRK – “tracking”.
- 2) Вибрати бажане розташування вимірюваної лінії:

|   |                       |                                    |
|---|-----------------------|------------------------------------|
|  | похила віддаль        | Послідовно натискати першу клавішу |
|  | горизонтальні віддаль |                                    |
|  | перевищення           |                                    |

- 3) Втиснути клавішу 3 (start/stop) і розпочнуться вимірювання. Мерехтіння екрану інформує про те, що вимірювання виконуються.
  - 4) Вибрані значення віддалі і кута будуть відображені по завершенні вимірювань. Їх слід записати в журнал.
  - 5) Для зупинки вимірювань потрібно ще раз натиснути на клавішу 3 (stop), якщо вимірювання багатократне, або "TRK". У методи "вимірювання поодинокі" клавішу "стоп" натискати не потрібно.
- Описані дії складають один прийом. З кожним новим прийомом уточнюється наведення на рефлектор.

### II.6.12. Похибки світловіддалемірних вимірювань

Нараховується сім основних джерел похибок світловіддалемірних вимірювань, якщо не враховувати похибки вихідних даних.

- 1) Похибка вимірювання різниці фаз  $\Delta\varphi$ .

Скористуємося формулою фазового віддалеміра:

$$S = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{c_p}{2f} + K, \quad (\text{II.6.57})$$

у формулі (II.6.57)  $c_p$  – робоча швидкість світла, яка дорівнює

$$c_p = \frac{c_0}{n}. \quad (\text{II.6.58})$$

де  $c_0$  – швидкість світла у вакуумі;  $\bar{n}$  – інтегральний показник заломлення світла на шляху розповсюдження ЕМХ.

Продиференціюємо (II.6.57) по  $\Delta\varphi$  та переходячи від диференціалів до квадратичних похибок, отримаємо:

$$m_{S_{\Delta\varphi}} = \frac{c}{4\pi f} \cdot m_{\Delta\varphi}^\circ \quad \text{або} \quad m_{S_{\Delta\varphi}} = K_0 \cdot \frac{m_{\Delta\varphi}^\circ}{\rho^\circ}, \quad (\text{II.6.59})$$

де

$$K_0 = \frac{c}{4\pi f}. \quad (\text{II.6.60})$$

Прийнявши  $f = 15000000$  Гц;  $c = 299700000$  м;  $4\pi = 12,56$ ;  $K_0 = 1,59233$ , то для цих віддалемірів матимемо: 2СМ2 для  $m_{\Delta\varphi}^\circ = 1^\circ$   $m_{S_{\Delta\varphi}} = 27,8$  мм; СТ-5 для  $m_{\Delta\varphi} = 0,5^\circ$   $m_{S_{\Delta\varphi}} = 13,9$  мм. Сучасні можливості вимірювання  $m_{\Delta\varphi_{\min}}^\circ = 0,1^\circ$ . Для двох прийомів відповідно:

$$\text{для 2СМ2 } m_{S_{\varphi_{\text{ср}}}} = \frac{27,8}{\sqrt{2}} = 19,7 \approx 20 \text{ мм};$$

$$\text{для СТ-5 } m_{S_{\varphi_{\text{ср}}}} = \frac{13,9}{\sqrt{2}} = 9,8 \text{ мм} \approx 10 \text{ мм}.$$

Похибка вимірювання фаз випадкова і не залежить від  $S$ .

2) Похибка приведення ліній до горизонту.

Скористуємося відомою формулою та продиференціюємо її по змінній  $h$  (перевищенню).

$$\Delta S_h = \frac{h^2}{2S}; \quad d\Delta S_h = \frac{2hdh}{2S}.$$

Матимемо:

$$m_{S_h} = \frac{h}{S} m_h. \quad (\text{II.6.61})$$

Оскільки  $\frac{h}{S} = \text{tg } \nu$ , а для кута нахилу  $\nu = 6^\circ$   $\text{tg } \nu = 0,1$ , формула (II.6.61) набуде вигляду:

$$m_{S_h} = 0,1 \cdot m_h. \quad (\text{II.6.62})$$

Нехай для горбистої місцевості  $S = 500$  м,  $h = 50$  м. З однієї станції технічного нівелювання можна виміряти перевищення  $h = 2,5$  м. Тоді для  $h = 50$  м, кількість станцій  $n = 50/2,5 = 20$  станцій. Похибка вимірювання перевищення:  $m_h = 5\text{мм} \cdot \sqrt{20} = 22,4\text{мм}$ . У відповідності з формулою (II.6.62), знайдемо похибку  $m_{S_h}$  в лінії  $S$ .  $m_{S_h} = 2,24$  мм. На рівнині для тої самої довжини  $S = 500$  м і для  $\nu = 2^\circ$ , перевищення  $h = 16,7$  м,  $h/S = 1/30$ . Кількість станцій технічного нівелювання  $n = 7$ . Тоді:

$$m_{S_h} = \frac{1}{30} \cdot 5\text{мм} \cdot \sqrt{7} = 0,44\text{мм}. \text{ Ця похибка, як і похибка нівелювання має ви-}$$

падковий характер, залежить від рельєфу і менше залежить від довжини лінії  $S$ . Для однакових довжин  $S$  в горбистому районі похибка у 5 разів більша, ніж на рівнині.

3) Циклічна похибка фазометра.

У випадку світловіддалемірів з постійними частотами модуляції частина різниці фаз менша  $\pi$  або  $2\pi$  набирається на фазометр або фазообертач. Ця похибка встановлюється для кожного світловіддалеміра на основі спеціальних досліджень, описаних в параграфі II.6.8 Позначимо цю похибку  $m_{S_\phi}$ . Похибка має циклічний характер, тобто змінюється в залежності від значення набраної на фазообертач різниці фаз. Для 2СМ-2  $m_{S_\phi} = 3$  мм, для СТ-5 = 1 мм. Ця похибка випадкова, не залежить від  $S$ .

4) Центрування світловіддалеміра, редукція відбивача.

Похибки  $m_{S_{ч.р}}$  – похибки фіксації кінців лінії. Похибка центрування кожного з приладів, як світловіддалемірів так і рефлектора, складається з похибки візування  $m_v$  та похибки приведення осі центрира у прямовисний стан  $m_{np}$ . Гранична похибка візування на віддалі  $l = 1,5$  м (середня висота центрира над точкою ходу) для збільшення труби центрира  $r = 4^x$  буде:



$$m_e = \frac{60''}{r \rho''} \cdot l = \frac{60}{4 \cdot 206 \cdot 10^3} 1500 = 0,11 \text{ мм.}$$

Гранична похибка приведення осі оптичного центрира в прямовисний стан за допомогою рівня з ціною поділки не більше  $60''$ .

$$m_{np} = \frac{60''}{\rho} \cdot l = \frac{60''}{206 \cdot 10^3} 1500 = 0,44 \text{ мм.}$$

Повна похибка центрування буде:

$$m_u = \sqrt{m_e^2 + m_{np}^2} = \sqrt{(0,11)^2 + (0,44)^2} = 0,45 \text{ мм.}$$

Тому сумарна похибка в довжині лінії, оскільки вплив центрування і редуції впливають однаково, становить:

$$m_{u,p} = m_u \cdot \sqrt{2} = 0,45 \cdot 1,41 = 0,65 \text{ мм.}$$

Розрахована тут похибка є середньою квадратичною. Гранична похибка буде:

$$m_{u,p-ф.} = 3 \cdot m_{u,p} = 0,65 \cdot 3 = 1,92 \approx 2 \text{ мм.}$$

Похибка центрування та редуції випадкова, не залежить від  $S$ .

5) Дрейф генератора частоти.

Похибка  $m_{s_f}$  в лінії викликана відхиленням основної частоти від заданої. Знову скористаємося основною формулою фазового світловіддалеміра:

$$S = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \cdot \frac{C_p}{2f} + K. \quad (\text{II.6.57})$$

Диференціюючи (II.6.57) по  $f$  і переходячи до відносної похибки отримаємо:

$$\frac{m_{s_f}}{S} = \frac{m_f}{f}.$$

Тому

$$m_{s_f} = \frac{m_f}{f} \cdot S. \quad (\text{II.6.63})$$

Як бачимо, ця похибка залежить від  $S$  (пропорційна  $S$ ) і носить систематичний характер. Досвід показує, що  $m_f$  не перевищує 45 Гц. Для  $f = 15000000$ ;  $S = 500$  м на основі (II.6.63) матимемо:

$$m_{s_f} = \frac{45}{15 \cdot 10^6} \cdot 500000 = 1,5 \text{ мм.}$$

б) Похибка  $m_{s_c}$  в довжині, викликана похибками визначення робочої швидкості світла.

Скористаємося формулою:

$$S = \frac{\Delta \varphi}{2\pi} \cdot \frac{C_o}{2f \cdot n}. \quad (\text{II.6.64})$$

Формула (II.6.64) – інший запис формули (II.6.57), з врахуванням того, що робоча швидкість виражена формулою (II.6.58). Диференціюючи формулу (II.6.64) по  $\bar{n}$  і переходячи до відносної похибки, отримаємо

$$\frac{m_{Sc}}{S} = -\frac{m_{\bar{n}}}{n}, \text{ або}$$

$$m_{Sc} = -\frac{m_{\bar{n}}}{n} \cdot S. \quad (\text{II.6.65})$$

Як бачимо  $m_{Sc}$  пропорційна  $S$ .

Нехай  $\bar{n} = 1,00$ ,  $m_{\bar{n}} = 3 \cdot 10^{-6}$ , а довжина лінії  $S = 500$  м. Отримаємо:  $m_{Sc} = 1,5$  мм. Ця похибка систематична, оскільки висота  $h$  вимірювання метеопараметрів, як правило, менша від  $h_{cp}$ . Тут  $h_{cp}$  – середня висота променя над землею

$$h = \frac{i_1 + i_2}{2},$$

$i_1$  – висота світловіддалеміра;  $i_2$  – висота відбивача. Вимірювання метеопараметрів виконують на висоті  $h$ . Крім того, оскільки лінії вимірюються у світлий період доби, коли температура повітря падає з висотою, то значення довжин  $S$  завищене.

7) Похибка визначення постійної світловіддалеміра.

Скористаємося формулою:

$$m_{K_1} = \sqrt{m_{S_0}^2 + m_{S_1}^2}, \quad (\text{II.6.66})$$

де  $m_{S_0}$  – середня квадратична похибка довжини контрольного базису. Ця похибка у відповідності до інструкції, допускається 2 мм. Базис вимірюється світловіддалеміром з деякою похибкою  $m_{S_1}$ . Всього вимірюється 9 базисів, кожний вимірюється 6 прийомами. Припустимо, що діють тільки фазові похибки, а всі інші похибки не розсіюють результати вимірювань. Таке припущення має зміст, коли всі 54 прийоми виконуються за 1-1,5 години і під час похмурої погоди.

$$m_{S_1} = \frac{m_{S_0}}{\sqrt{6}}. \quad (\text{II.6.67})$$

На основі (II.6.67) маємо:

$$\text{для 2СМ2 } m_{S_1} = 27,8/2,44 = 11,4 \text{ мм;}$$

$$\text{для СТ-5 } m_{S_1} = 13,9/2,44 = 5,7 \text{ мм.}$$

Визначимо  $m_{K_1}$  за формулою (II.6.66):

$$\text{для 2СМ2 } m_{K_1} = \sqrt{2^2 + 11,4^2} = 11,6 \text{ мм;}$$

$$\text{для СТ-5 } m_{K_1} = \sqrt{2^2 + 5,7^2} = 6,0 \text{ мм.}$$

Відповідно:

$$m_{k_{\phi}} = \frac{m_{k_i}}{\sqrt{9}}. \quad (\text{II.6.68})$$

Обчислення за формулою (II.6.68) дають: для 2СМ2  $m_{k_{\phi}} = 3,9$  мм; для СТ-5  $m_{k_{\phi}} = 2$  мм. Ця похибка систематична і не залежить від  $S$ , залежить від кількості ліній  $n$ , посередньо залежить від довжини ходу  $L$ .

8) Похибка вихідних даних. Ця похибка, по-суті, не є похибкою с/в, проте впливає на нев'язки ходів.

Похибка прийнята, як середня із семи інших. Для 2СМ2 – 2,76 мм; для СТ-5 – 1,79 мм.

### II.6.13. Розрахунок точності ходів світловіддалемірної полігонометрії

У попередньому параграфі вісім похибок світловіддалемірних вимірювань поділені на:

- систематичні та випадкові;
- залежні та незалежні від довжини ліній  $S$ ;
- залежні від інших факторів (кількості сторін, рельєфу).

Такий поділ дозволяє розв'язати питання розрахунку точності ходів. Що стосується рельєфу, тоді для розрахунків прийняті умови горбистої місцевості, з максимальними кутами нахилу  $\nu = 6^\circ$ . Всі інші похибки беруться рівними розрахованим за формулами. Для наочності всі похибки зведені в таблицю (II.6.3), в якій вказані вищеназвані характеристики, а також очікувані значення цих похибок в мм, якщо виконується вимірювання однієї лінії. Для похибок, залежних від довжини, прийнято  $S = 500$  м. Їх вплив на  $S = 1$  км подвоїться.

У відповідності з теорією похибок можемо записати для одночасної дії випадкових похибок:

$$\mu^2 = m_{S_{\phi}}^2 + m_{S_1}^2 + m_{S_{\phi}}^2 + m_{S_{\phi,p}}^2 + m_{S_{\text{св}}}^2. \quad (\text{II.6.69})$$

Для дії систематичних похибок, залежних від  $S$ :

$$\lambda_1^2 = m_{S_f}^2 + m_{S_n}^2. \quad (\text{II.6.70})$$

Для дії систематичної похибки, залежної від кількості сторін:

$$\lambda_2^2 = m_{S_K}^2. \quad (\text{II.6.71})$$

Поздовжній зсув  $t$  кінцевої точки полігонометричного ходу виразиться формулою:

$$t^2 = \mu^2 \cdot n + \lambda_1^2 L^2 + \lambda_2^2 \cdot n^2. \quad (\text{II.6.72})$$

Інструкція [5] допускає окремі ходи полігонометрії 4 класу до 14 км. Для середньої довжини сторін  $S_{\text{ср}} = 500$  м, кількість сторін в ході буде  $n = 28$ . Обчислимо числові значення кожної з трьох складових формули (II.6.72). Отримаємо:

$$\mu^2 = (9,8)^2 + (2,24)^2 + (1,0)^2 + (2,0)^2 + (2,0)^2;$$

$$\mu^2 = 110,058; \mu = 10,49 \text{ м}; \mu \cdot \sqrt{n} = 55,51 \text{ мм};$$

$$\lambda_1^2 = (3,0)^2 + (3,0)^2; \lambda_1^2 = 18; \lambda_1 = 4,24; \lambda_1 \cdot L = 59,40 \text{ мм};$$

$$\lambda_2^2 = (2)^2 = 4; \lambda_2 = 2 \text{ мм}; \lambda_2 \cdot n = 56,00 \text{ мм}.$$

Таблиця II.6.3

| № | Позначення похибок      | Джерела похибок  | Числові значення, мм |      | Властивості похибок   |
|---|-------------------------|--|----------------------|------|---|
|   |                         |  | 2СМ-2                | СТ-5 |   |
| 1 | $m_{S_{\Delta\varphi}}$ | Вимірювання різниці фаз $\Delta\varphi$                  | 19,7                 | 9,8  | Випадкові, незалежні від $S$                                      |
| 2 | $m_{S_h}$               | Приведення ліній до горизонту                            | 2,24                 | 2,24 | Випадкові, незалежні від $S$                                      |
| 3 | $m_{S_\phi}$            | Циклічна похибка фазометра                               | 3,00                 | 1,00 | Випадкові, незалежні від $S$                                      |
| 4 | $m_{S_{ч.р.}}$          | Центрування світло-віддалеміра, редуція рефлектора       | 2,00                 | 2,00 | Випадкові, незалежні від $S$                                      |
| 5 | $m_{S_f}$               | Дрейф частоти ГВЧ  | 1,50                 | 1,50 | Систематичні, залежні від $S$                                     |
| 6 | $m_{S_n}$               | Не точне значення інтегрального показника заломлення $n$ | 1,50                 | 1,50 | Систематичні, залежні від $S$                                     |
| 7 | $m_{S_K}$               | Похибки визначення постійної $K$ світло-віддалеміра      | 3,90                 | 2,00 | Систематичні, незалежні від $S$ , залежні від $n$ кількості ліній |
| 8 | $m_{S_{\text{вих}}}$    | Похибки координат вихідних пунктів                       | 2,00                 | 2,00 | Випадкові, незалежні від $S$                                      |

Як бачимо, три складові вносять майже однакові похибки в поздовжній зсув  $t$ . Знайдемо:  $t^2 = 9745,72$ ;  $t = 98,72$  мм. Такий зсув слід очікувати під час вимірювання ліній світловіддалеміром СТ-5 або іншими віддалемірами такого ж класу. Проте, як вже зазначалося, прийнято під час оцінки точності світловіддалемірних вимірювань використовувати не строгу формулу теорії похибок (II.6.72), а рівняння прямої регресії. Для окремої лінії це рівняння запишеться так:

$$m_S = \mu + \lambda \cdot 10^{-6} \cdot S_{\text{км}} (\text{мм}). \quad (\text{II.6.73})$$

Рівняння регресії розрізняє тільки випадкові похибки, незалежні від  $S$ , та систематичні. Всі систематичні вважаються залежними від  $S$ . Насправді, як це показано вище,  $\lambda_2 = f(n)$ . Проте, зі збільшенням кількості сторін  $n$  зростає і довжина ходу. Тому можна записати

$$\lambda^2 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2, \quad (\text{II.6.74})$$

А числове значення:

$$\lambda^2 = 18 + 4 = 22 \text{ мм}; \quad \lambda = 4,69.$$

У відповідності з нашими розрахунками, рівняння (II.6.73) для світло-віддалемірів СТ-5 набуває числового вигляду:

$$m_s = 10,49 + 4,69 \cdot 10^{-6} \cdot S. \quad (\text{II.6.75})$$

Формула (II.6.75) добре узгоджується з формулою, запропонованою фірмою-виробником:

$$m_s = 10,0 + 5 \cdot 10^{-6} \cdot S.$$

У діючій інструкції [5] прийнято для поздовжнього зсуву ходу

$$t = m_s \cdot \sqrt{n}. \quad (\text{II.6.76})$$

Для  $S = 500 \text{ м} = 0,5 \text{ км}$ ,  $m_s = 12,84 \text{ мм}$ . Тоді, у відповідності з (II.6.76), для ходу з  $n = 28$  отримаємо  $t = 67,94 \text{ мм}$ . Цю похибку інструкція рекомендує вважати середньою квадратичною. Гранична похибка приймається у два рази більшою  $t_{\text{пр}} = 135,88 \text{ мм}$ . Як бачимо, інструкція дозволяє досить вільний допуск, майже на 38% більший від отриманого за строгими формулами.

Поперечний зсув ходу світловіддалемірної полігонометрії визначається за тією ж формулою, що й траверсної полігонометрії. Для всякого ходу поперечний зсув кінцевої точки ходу визначається за формулою:

$$U^2 = \frac{m_{\beta}^{n^2}}{\rho^{n^2}} L \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{II.6.77})$$

Для ходу, прокладеного між точками з відомими координатами, матимемо максимальний поперечний зсув в середині ходу, який визначається за формулою:

$$U^2 = \frac{m_{\beta}^{n^2}}{\rho^{n^2}} L \frac{n+3}{12}. \quad (\text{II.6.78})$$

Загальна похибка  $M$  в положенні кінцевої точки всякого ходу визначається для світловіддалемірної полігонометрії за строгою формулою:

$$M^2 = \mu^2 \cdot n + \lambda_1^2 \cdot L + \lambda_2^2 \cdot n^2 + \frac{m_{\beta}^{n^2}}{\rho^{n^2}} \cdot L \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{II.6.79})$$

## II.7. Оптично-віддалемірна полігонометрія

### II.7.1. Принцип роботи та класифікація оптичних віддалемірів

Вимірювання довжин оптичними віддалемірами обґрунтовано на розв'язанні дуже витягнутого, так званого паралактичного трикутника, за кутом  $\varphi$  та базисом  $b$  (рис. II.7.1), перпендикулярним до лінії.

Із трикутника  $ABM$  маємо:

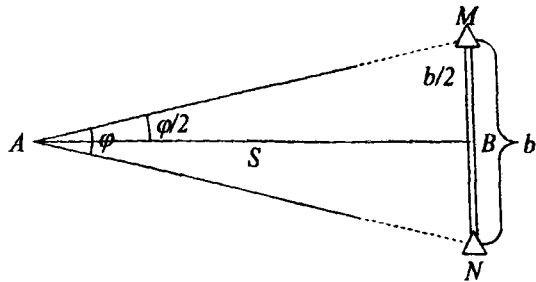


Рис. II.7.1. Паралактичний трикутник  $AMN$  для визначення довжини  $AB = S$ .

$$S = \frac{\frac{b}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}. \quad (\text{II.7.1})$$

Оскільки кут  $\varphi$  малий, то

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{\varphi}{2}.$$

Тому

$$S = \frac{b}{\varphi}. \quad (\text{II.7.2})$$

У цій формулі кут  $\varphi$  в радіанах. Відношення  $\frac{S}{b} = \frac{1}{\varphi} = k$  – коефіцієнт віддалеміра. Оскільки  $\varphi = \frac{\varphi'}{\rho'}$  і  $\rho' = 3438'$ , то для  $\varphi' = 34,38'$  (кутових мінут),  $k = 100$ .

Таким чином

$$S = 100b. \quad (\text{II.7.3})$$

Оптичні віддалеміри, в залежності від положення базису  $b$ , поділяються на:

- 1) віддалеміри з базисом, відокремленим від кутомірною приладу;
- 2) віддалеміри з базисами, поєднаними з кутомірним приладом (віддалеміри внутрішньо-базисні).

Останні віддалеміри використовуються для вимірювання віддалей до недоступних та важкодоступних предметів.

За способом визначення елементів паралактичного трикутника оптичні віддалеміри можна класифікувати так:

- віддалеміри одинарного зображення;
  - віддалеміри подвійного зображення.
- Конструктивно оптичні віддалеміри поділяються на:
- 1) віддалеміри з постійним (відомим) базисом  $b$  та змінним кутом  $\varphi$ , що вимірюється;
  - 2) віддалеміри зі змінним базисом  $b$ , що вимірюється та постійним (відомим) кутом  $\varphi$ .

Віддалеміри одноразового зображення з постійним кутом  $\varphi$  та змінним базисом  $b$  – це, вже відомі з першого курсу, ниткові віддалеміри. Відносні похибки вимірювання ліній нитковими віддалемірами наближено 1/300-1/400. Така точність недостатня для полігонометрії навіть 2-го розряду.

Більш високу точність мають віддалеміри одноразового зображення з постійним базисом  $b$  та точно виміряним змінним кутом  $\varphi$ , а також віддалеміри подвійного зображення, які і будуть розглянуті в наступних підрозділах.

### II.7.2. Віддалемір із постійним базисом та змінним кутом

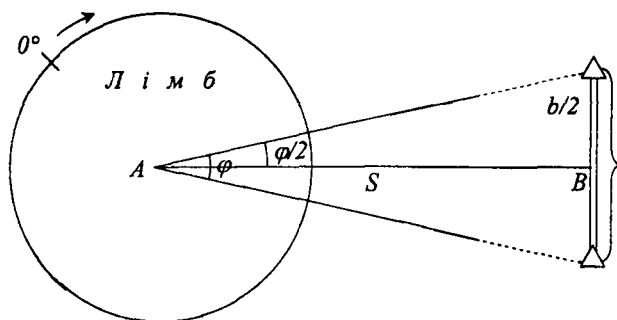


Рис. II.7.2. До пояснення принципу роботи віддалеміра з постійним базисом.

У комплект такого віддалеміра входить точний, або високоточний, оптичний теодоліт та горизонтальна рейка (базис), яка встановлюється на штативі. Рейка без поділок, з марками на кінцях. Довжина рейки 2-3 м.

Для такого віддалеміра справедлива формула (II.7.2). Розрахуємо точність такого віддалеміра. Для цього спочатку прологарифмуємо формулу (II.7.2):

$$\ln S = \ln b - \ln \varphi. \quad (\text{II.7.4})$$

Тепер диференціюючи (II.7.4) по обох параметрах, матимемо:

$$\frac{dS}{S} = \frac{db}{b} - \frac{d\varphi}{\varphi}. \quad (\text{II.7.5})$$

Перейдемо від диференціалів до середніх квадратичних похибок:

$$\left(\frac{m_S}{S}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \left(\frac{m_\varphi}{\varphi}\right)^2. \quad (\text{II.7.6})$$

Довжина базису  $b$  може бути визначена як завгодно точно тому, приймаючи  $m_b = 0$ . На основі (II.7.6) матимемо:

$$\frac{m_s}{S} = \frac{m_\varphi}{\varphi}. \quad (\text{II.7.7})$$

Визначимо  $\varphi$  з формули (II.7.2):

$$\varphi = \frac{b}{S}. \quad (\text{II.7.8})$$

Підставляючи в (II.7.7) значення  $\varphi$  з (II.7.8), отримаємо:

$$m_s = \frac{S^2 \cdot m_\varphi}{b}. \quad (\text{II.7.9})$$

Переходячи від  $m_\varphi$  в радіанній мірі до кутової міри  $m_\varphi''$  (в секундах) остаточно маємо:

$$m = \frac{S^2 \cdot m_\varphi''}{\rho'' \cdot b}. \quad (\text{II.7.10})$$

Як бачимо, похибка такого віддалеміра прямо пропорційна квадрату вимірюваної довжини та похибці вимірювання кута  $m_\varphi''$  і обернено пропорційна довжині базису  $b$ . Це означає, що для підвищення точності роботи віддалеміра необхідно:

- 1) вимірювати кут  $\varphi$  з мінімально можливою похибкою;
- 2) застосовувати, по можливості, більш довгі базиси  $b$ ;
- 3) основне: виконувати вимірювання ліній короткими відрізками, встановлюючи віддалемір та рейку в створі лінії, яка підлягає визначенню (див. рис. II.7.3).

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6.$$

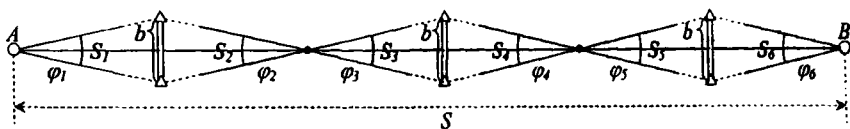


Рис. II.7.3. Принцип створної короткобазисної полігонометрії.

Такий метод вимірювання ліній називають *методом створної короткобазисної полігонометрії*.

Нехай таким віддалеміром вимірюється лінія довжиною  $S = 200$  м. Розрахуємо відносну похибку вимірювання цієї лінії, якщо довжина базису  $b = 2$  м, а похибка вимірювання кута  $m_\varphi'' = 1''$  (це практично мінімальна похибка вимірювання кутів точним теодолітом).

Запишемо формулу (II.7.10) у вигляді:

$$\frac{m_s}{S} = \frac{S}{\rho''} \cdot \frac{m_\varphi''}{b}. \quad (\text{II.7.11})$$



Розрахунки дають:

$$\frac{m_s}{S} = \frac{200}{206265''} \cdot \frac{1''}{2} = \frac{1}{2000}$$

Як бачимо, такими відрізками (по 200 м) можна виконувати вимірювання ліній в теодолітному ході, а не в полігонометрії. У полігонометрії найнижчої точності (2 розряд) допустима відносна похибка, як відомо, рівна:

$$\frac{m_s}{S} = \frac{1}{5000} \quad (\text{II.7.12})$$

Розрахуємо допустиму довжину відрізка, якщо точність вимірювання цього відрізка має бути 1/5000. На основі (II.7.11) та (II.7.12) запишемо:

$$\frac{1}{5000} = \frac{S \cdot m_\varphi''}{\rho'' \cdot b} \quad (\text{II.7.13})$$

Розв'язуючи (II.7.13) відносно  $S$ , маємо:

$$S = \frac{\rho'' \cdot b}{m_\varphi'' \cdot 5000} \quad (\text{II.7.14})$$

Для тих самих значень  $b$  і  $m_\varphi$ , отримуємо:

$$S = \frac{206265'' \cdot 2}{1'' \cdot 5000} = 80 \text{ м.}$$

Якщо кути  $\varphi$  будуть вимірюватися з абсолютною похибкою  $m_\varphi = 2''$ , що більш ймовірно, тоді, відповідно:

$$S = 40 \text{ м.}$$

Таким чином, можливості використання в полігонометрії віддалеміра одноразового зображення з постійним базисом досить обмежені. Але, все ж таки, точність такого віддалеміра майже на порядок вища, ніж ниткового віддалеміра, і ним можна прокладати полігонометрію 2 розряду.

### II.7.3. Віддалеміри подвійного зображення

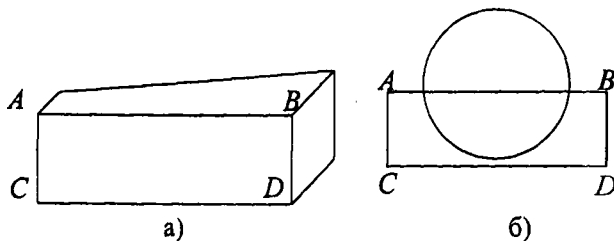


Рис. II.7.4. а) оптичний клин;

б) оптичний клин перекриває половину об'єктива зорової труби.

Оптичні віддалеміри подвійного зображення більш поширені у виробництві, ніж віддалеміри одноразового зображення. У таких віддалемірах, винайдених в кінці XIX століття, промені світла, що йдуть че-

рез об'єктів зорової труби, розділяються на два пучки. Це досягається завдяки тому, що перед об'єктивом ставлять оптичний клин, який перекриває половину поля зору труби (рис. II.7.4).

Вертикальний розріз зорової труби з оптичним клином, встановленим на об'єктив, показано на рис. II.7.5.

На цьому рисунку: 1-окуляр, 2-фокусуєча лінза, 3-об'єктив, 4-оптичний клин. Горизонтальна вісь обертання труби проходить через точку  $O$ . Точка  $P$  – так звана аналітична (вимірювальна) точка. Якраз в цій точці відбувається розділення (заломлення тієї частини променів світла, що проходить через об'єктив і клин). Та частина променів, яка проходить тільки через об'єктив, не заломлюється. У результаті, в полі зору труби видно дві рейки, зміщені по вертикалі одна відносно другої, тобто видно подвійне зображення рейки. Інакше кажучи, точка  $P$  проєктується на рейку подвійно: у точці  $M$  та в точці  $N$ .

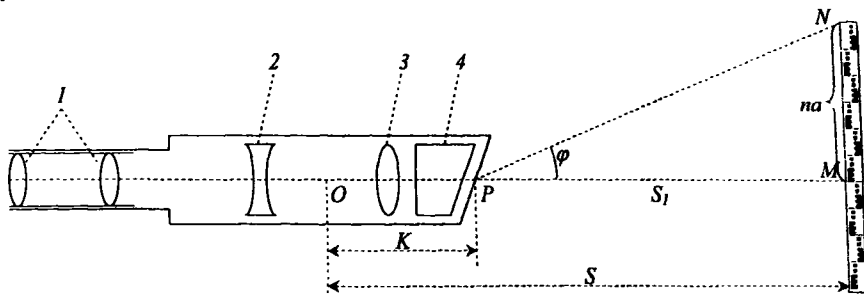


Рис. II.7.5. Вертикальний розріз зорової труби з оптичним клином та принцип роботи віддалеміра подвійного зображення.

Якщо на рейці між точками  $M$  та  $N$  знаходиться  $n$  поділок рейки, а одна поділка шириною  $a$ , тоді відрізок  $MN = na$ .

Розглядаючи трикутник  $PMN$ , запишемо:

$$S - k = S_1 = na \cdot \text{ctg} \varphi, \quad (\text{II.7.15})$$

або

$$S = na \cdot \text{ctg} \varphi + k, \quad (\text{II.7.16})$$

Оскільки кут  $\varphi$  незмінний, то й  $\text{ctg} \varphi$  – постійна величина.

Позначимо  $\text{ctg} \varphi = C'$ . Тоді (II.7.16) набуде вигляду:

$$S = C' \cdot na + k. \quad (\text{II.7.17})$$

Введемо нове позначення:

$$C' \cdot a = C, \quad (\text{II.7.18})$$

отримаємо:

$$S = C \cdot n + k. \quad (\text{II.7.19})$$

Формула (II.7.19) така ж, як і формула ниткового віддалеміра. Однак, завдяки подвійному зображенню відрізків на рейці  $n \cdot a$  може бути вимірний значно точніше, ніж нитковим віддалеміром. У цьому перевага віддалеміра подвійного зображення порівняно з нитковим віддалеміром. Завдяки саме цій перевазі віддалеміри подвійного зображення значно точніші віддалемірів одноразового зображення.

Розглянутий тільки що віддалемір подвійного зображення з постійним кутом  $\varphi$  та змінним базисом  $b = an$ . Інколи замість оптичного клина перед об'єктивом труби розташовують лінзові компенсатори, які дозволяють не тільки змінювати, але й вимірювати змінний кут  $\varphi$  між двома пучками променів. Тоді ми маємо віддалемір з постійним базисом  $b$  (горизонтальним, або вертикальним) та змінним кутом  $\varphi$ .

Оптичні віддалеміри, як правило, є віддалемірами подвійного зображення.

У відповідності з ДЕСТом в колишньому СРСР випускалися оптичні віддалеміри 3-х типів. Всі вони подвійного зображення.

ДН8 (віддалемірна насадка, 8 см – похибка на 100 м довжини). За допомогою ДН8 вимірюються нахилені (не редуковані на горизонтальну площину) віддалі. Це віддалемір з постійним базисом  $b$  та змінним кутом  $\varphi$ . Рейка встановлюється на штативі горизонтально. Можна вимірювати довжини від 50 до 700 м з відносною похибкою 1:1000. Використовується для вимірювання ліній в теодолітних ходах. Може бути використана в полігонометрії, якщо виконувати вимірювання ліній створним методом короткими відрізками.

ДНР5 (віддалемірна насадка, редуційна, 5 см – похибка на 100 м довжини). Дозволяє (для кутів нахилу до  $12^\circ$ ) автоматично редукувати і одержувати горизонтальні прокладення ліній з відносною похибкою 1:1000-1:2000 довжиною 20-120 м. Рейка двостороння, вертикальна. Це віддалемір з постійним кутом  $\varphi$  та змінним базисом  $b$ . Використовується так само, як і ДН8.

Д-2 (віддалемір, 2 см – похибка на 100 м довжини). Це вдосконалений віддалемір ДН8; також з постійним базисом  $b$  та змінним кутом  $\varphi$ . Рейку можна встановлювати на штативі горизонтально або вертикально. Дозволяє вимірювати похилі (не редуковані) віддалі 40-400 м з відносною похибкою 1:5000. Можна вимірювати віддалі до 700 м, тільки тоді точність 1:1000. Використовується для вимірювання ліній в полігонометрії 2 розряду та в теодолітних ходах.

#### *II.7.4. Суть паралактичної полігонометрії*

Траверсна полігонометрія з вимірюванням ліній підвісними мірними приладами вимагає значних затрат праці. Тому, коли ще не було світловіддалемірів, пошуки нових, посередніх методів вимірювання ліній були дуже актуальною науковою проблемою.

Як відомо, оптимальна довжина ліній полігонометрії 4 класу 500 м, а максимальна – 3 км. Враховуючи, що допустима довжина ходу 14 км, то для довжини ліній 1000 метрів в ході буде 14 сторін. Розрахуємо необхідну точність вимірювання ліній ходу з такими сторонами. Скористаємося відомою розрахунковою формулою для всячого ходу:

$$\left(\frac{M}{L}\right)^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{m_s}{S}\right)^2 + \frac{m_p^2}{\rho^2} \cdot \frac{n+1,5}{3}. \quad (\text{II.7.20})$$

У правій частині формули (II.7.20) перший та другий члени є складовими відносної похибки  $\frac{M}{L}$  висячого ходу, викликані відповідно похибками вимірювання ліній та кутів. За умови рівності цих двох членів, можна записати:

$$\left(\frac{M}{L}\right)^2 = 2 \cdot \frac{1}{n} \left(\frac{m_s}{S}\right)^2,$$

або

$$\frac{M}{L} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}} \left(\frac{m_s}{S}\right). \quad (\text{II.7.21})$$

Розв'яжемо (II.7.21) відносно  $\left(\frac{m_s}{S}\right)$ :

$$\frac{m_s}{S} = \frac{M}{L} \cdot \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{2}}. \quad (\text{II.7.22})$$

Оскільки для 4 класу полігонометрії  $\frac{M}{L} = \frac{1}{25000}$ , то для  $n = 14$

отримаємо:  $\frac{m_s}{S} \approx \frac{1}{10000}$ .

Жодний оптичний віддалемір не дає такої точності для  $S = 1000$  м. У 1836 р. проблема швидкого визначення була успішно розв'язана В.Я.Струве, який запропонував паралактичну ланку полігонометрії. Головна відмінність відомої вже полігонометричної ланки з коротким базисом (з

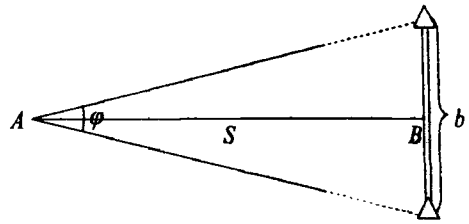


Рис. II.7.6. Ланка паралактичної полігонометрії.

горизонтальною рейкою, довжиною 2-3 м) і паралактичною ланкою в тому, що в цій ланці застосовують значно довший базис, вимірний мірними дротами. Така ланка показана на рис. II.7.6.

Розрахуємо спочатку необхідну величину паралактичного кута. Оскільки

$$\frac{m_s}{S} = \frac{m_\varphi''}{\varphi''}, \quad (\text{II.7.23})$$

якщо  $m_\varphi'' = 2''$ , можна записати:

$$\frac{1}{10000} = \frac{2^\circ}{\varphi''}, \quad (\text{II.7.24})$$

А тому  $\varphi'' = 20000''$ , або  $\varphi^\circ = 5,6^\circ$ . Залишається знайти необхідну довжину базису  $b$ . У відповідності з (II.7.2):

$$S = \frac{b}{\frac{\varphi^\circ}{\rho^\circ}} = \frac{b\rho^\circ}{\varphi^\circ},$$

або

$$b = \frac{S\varphi^\circ}{\rho^\circ}. \quad (\text{II.7.25})$$

Тоді для  $S = 1000$  м,  $\varphi^\circ = 5,6^\circ$ ,  $\rho^\circ = 57,3^\circ$  матимемо:

$$b = \frac{1000\text{мм} \cdot 5,6^\circ}{57,3^\circ} \approx 100\text{м}.$$

Таким чином, для довжини мірного дроту  $l_0 = 24$  м достатньо буде відкласти 4 мірних дроти. Під час вимірювання ліній довжиною 1000 м в traversній полігонометрії необхідно буде відкласти в створі більше 40 дротів. Звідси зрозуміло, яке значне скорочення в затратах часу, якщо використовувати паралактичні ланки навіть при тому, що ще потрібно в кожній ланці точно вимірювати кути.

Як очевидно з розрахунків, точність полігонометричної ланки В.Я.Струве залежить від величини кута  $\varphi$ . Проте, для збільшення кута  $\varphi$  необхідно збільшувати довжину базису. У зв'язку з цим професор Моторний А.Д. запропонував [17] ланку полігонометрії, у якій базис розташований не перпендикулярно до лінії, а вздовж лінії, тобто базис є частиною лінії, що визначається. Для однакових довжин базисів, але довших перпендикулярів (які не вимірюються), така ланка дає можливість збільшити кути  $\varphi$  і отримати значно вищу точність визначення  $S$ . Для однакових за довжиною базисів та величин кутів  $\varphi$ , навпаки, точність ланки Струве дещо вища.

### II.7.5. Суть віддалемірно-базисної полігонометрії

Віддалемірно-базисна полігонометрія – це поєднання віддалемірних визначень базисів з паралактичними ланками. Такий метод дуже еластичний і може застосовуватись в найбільш важких топографічних умовах: Як видно з рис. II.7.7, базис  $b$  може бути виміряний мірним дротом, якщо лінії ходу  $S_1, S_2, S_3$  – довгі, більше 1 км, або частіше, методом короткобазисної полігонометрії ( $b = 2-3$  м), якщо лінії  $S_i$  – короткі (50-100 м). Знайшовши з паралактичної ланки довжину  $BN = d$ , далі, розв'язуючи трикутники  $ANB, BNC$ , визначають довжини сторін ходу  $S_1, S_2$  тощо.

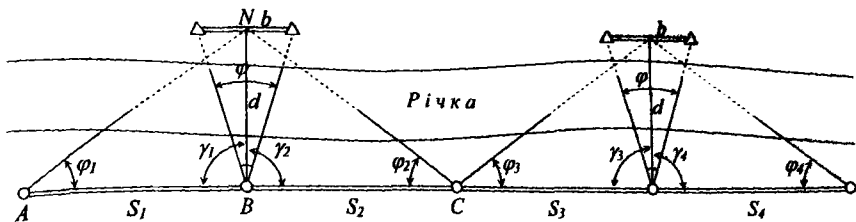


Рис. II.7.7. Ланка віддалемірно-базисної полігонометрії.

Виникає питання про найбільш вигідне співвідношення між  $b$ ,  $d$  та  $S$ . Теоретичними дослідженнями доведено, що найбільш вигідними, тобто найбільш точними будуть ланки, коли виконується рівність:

$$d = \sqrt{b \cdot S}. \quad (\text{II.7.26})$$

При цьому повинні бути наближено однакові кути  $\varphi_1 \approx \varphi_2$ .

### II.7.6. Типи паралактичних і віддалемірно-базисних ланок

Паралактичні ланки поділяються на прості та складні. Подамо деякі типи ланок, що можуть бути застосовані у випадку відсутності у виконавця робіт світловіддалемірів.

Прості типи паралактичних ланок

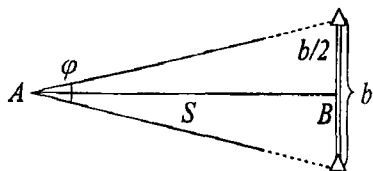


Рис. Тип I-а.

$$S = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$$

$d_1$

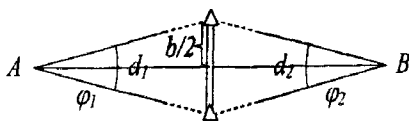


Рис. Тип I-б.

$$S = d_1 + d_2 = \frac{b}{2} \left( \operatorname{ctg} \frac{\varphi_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\varphi_2}{2} \right)$$

$d_2$

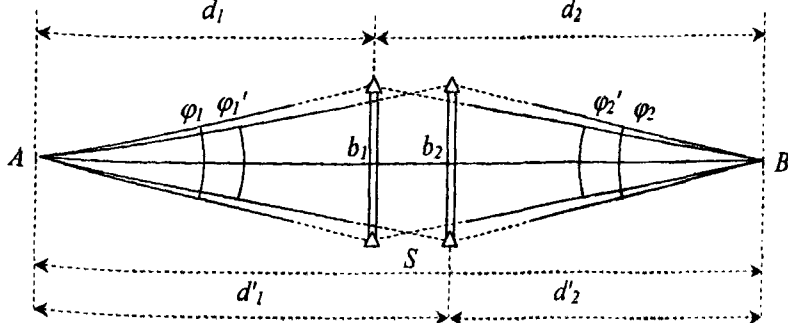


Рис. Тип I-в.

$$S = \frac{S_1 + S_2}{2} \quad (\text{лінія } S \text{ вимірюється незалежно два рази})$$

$$S_1 = d_1 + d_2; \quad S_2 = d'_1 + d'_2.$$

Складні ланки віддалемірно-базисної полігонометрії

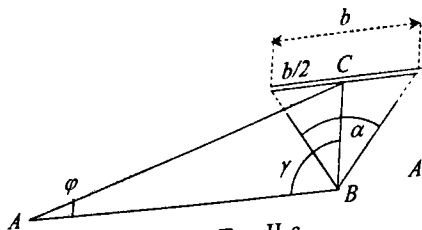


Рис. Тип II-а.

$$S = \frac{b}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{\sin(\varphi + \gamma)}{\sin \varphi}$$

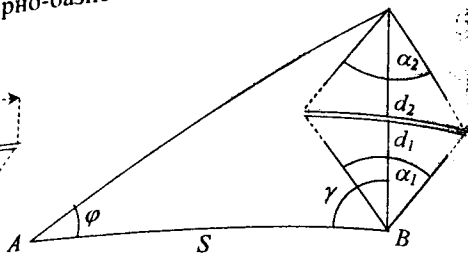


Рис. Тип II-б.

$$S = \frac{b}{2} \cdot \left( \operatorname{ctg} \frac{\alpha_1}{2} + \operatorname{ctg} \frac{\alpha_2}{2} \right) \cdot \frac{\sin(\varphi + \gamma)}{\sin \varphi}$$

## II.8. Строге зрівноваження полігонометричних ходів

### II.8.1. Недоліки спрощених методів зрівноваження

Згадаємо, як ми виконували обчислення координат теодолітного ходу, прокладеного між точками з відомими координатами, а також відомими початковим і кінцевим дирекційними кутами.

Аналогічно можна виконувати обчислення координат полігонометричного ходу. У теодолітному ході ми спочатку знаходили кутову нев'язку за формулою

$$f_{\beta} = \sum_1^{n+1} \beta_{np} - \sum_1^{n+1} \beta_m. \quad (\text{II.8.1})$$

де  $\sum_1^{n+1} \beta_{np}$  і  $\sum_1^{n+1} \beta_m$  – відповідно практична і теоретична сума кутів ходу.

Потім вводили поправки у вимірні кути. Сума поправок у кути  $[d_{\beta}]$  повинна дорівнювати нев'язці  $f_{\beta}$  з оберненим знаком:

$$[d_{\beta}] = -f_{\beta}. \quad (\text{II.8.2})$$

Це перша умова, яку має задовольняти виправлення кутів.

Потім за виправленими (зрівноваженими) кутами ми знаходили дирекційні кути  $\alpha_i$ , а, маючи ще і вимірні довжини  $S_i$ , знаходили прирости координат

$$\Delta x_i = S_i \cdot \cos \alpha_i; \quad \Delta y_i = S_i \cdot \sin \alpha_i. \quad (\text{II.8.3})$$

Далі окремо (незалежно від кутів) зрівноважували прирости координат. Спочатку знаходили нев'язки за відомими формулами:

$$f_x = \sum_1^n \Delta x_i - (x_k - x_n); \quad (\text{II.8.4})$$

$$f_y = \sum_1^n \Delta y_i - (y_k - y_n). \quad (\text{II.8.5})$$

Нев'язки розподіляли в прирости координат, виконуючи ще дві умови: суми поправок у прирости абсцис та ординат  $[d\Delta x_i]$  та  $[d\Delta y_i]$  повинні дорівнювати нев'язкам  $f_x$  і  $f_y$  з оберненим знаком:

$$[d\Delta x_i] = -f_x; \quad (\text{II.8.6})$$

$$[d\Delta y_i] = -f_y. \quad (\text{II.8.7})$$

За виправленими (ув'язаними) приростами знаходили координати вершин ходу  $X_i$  і  $Y_i$ . Здається, ніби три геометричні умови, що виникають у такому ході, виконані введенням поправок  $d\beta_i$  в кути та  $d\Delta x_i$ ,  $d\Delta y_i$  – в прирости координат. Ось ці три умови записані у вигляді рівнянь:



$$\left. \begin{aligned} \text{умова дирекційних кутів} \quad \alpha_x &= \alpha_n + \sum_1^{n+1} \beta_{n, \text{ув.}} - 180(n+1); \\ \text{умова абсцис} \quad X_x &= X_n + \sum_1^n \Delta x_{\text{ув.}}; \\ \text{умова ординат} \quad Y_x &= Y_n + \sum_1^n \Delta y_{\text{ув.}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.8})$$

У формулах (II.8.8) прийняті позначення:  $\beta_{n, \text{ув.}}$  – ліві (по відношенню до напрямку ходу), ув'язані кути повороту;  $\Delta x_{\text{ув.}}$ ,  $\Delta y_{\text{ув.}}$  – ув'язані прирости координат;  $\alpha_n$ ,  $\alpha_x$  – задані початковий і кінцевий дирекційні кути;  $X_n$ ,  $Y_n$  – задані координати початкової точки ходу;  $X_x$ ,  $Y_x$  – координати кінцевої точки.

Але ці три умови (рівняння) розв'язувалися окремо.

Спочатку виконана умова  $[d\beta_i] = -f_\beta$ , а потім, тільки після обчислення приростів координат, виконано умови:  $[d\Delta x_i] = -f_x$ ,  $[d\Delta y_i] = -f_y$ . Ці три геометричні умови залежні між собою. Дійсно, зміна  $\beta_i$  кутів ходу викличе зміну довжин сторін ходу  $S_i$ . А це не враховано. Три рівняння потрібно розв'язувати разом. Тому, фактично, три геометричних умови, що виникають у ході, не задовольняються. Щоб впевнитися в цьому, будемо за вирахованими нами координатами, розв'язувати обернені геодезичні задачі, тобто, знаходити довжини ліній  $S'_i$ , а також дирекційні кути  $\alpha'_i$ , а потім кути повороту  $\beta'_i$ . Тоді виявиться, що  $\alpha'_i \neq \alpha_i$ ,  $\beta'_i \neq \beta_{i, \text{ув.}}$ ;  $S'_i \neq S_i$ , тобто, ні ув'язані кути  $\beta_{i, \text{ув.}}$  не будуть такими, як виправлені поправками ( $d\beta_i$ ) – кути  $\beta'_i$ ; ні обчислені за координатами довжини ліній  $S'_i$  не будуть такими, як виміряні  $S_i$ . Це означає, що знайдені координати не є такими, що задовольняють геометричні умови ходу, не є найімовірнішими.

У цьому і є недоліки спрощених методів зрівноваження. Вказані недоліки присутні через те, що ми не враховували існуючих залежностей між лініями та кутами. Потрібно поправки в кути та лінії шукати з одночасного розв'язку трьох геометричних умов, що виникають в ході.

Такі зрівноваження, коли знаходяться поправки в кути та лінії з одночасного розв'язку умовних рівнянь, називаються *строгими (точними)*. Накладається додаткова умова: сума квадратів поправок в кути та лінії повинна дорівнювати мінімуму  $[VV] = \min$ . До того ж обґрунтовано вибираються ваги вимірів кутів та ліній.

Існує два методи строгого зрівноваження (вирівнювання) геодезичних ходів та мереж: *корелатний* та *параметричний*. Ці методи детально розглядаються в теорії ймовірностей. Практичне застосування названих методів в геодезії, перш за все в полігонометрії, буде викладено в подальших параграфах.

## 11.8.2. Кількість вимірів та невідомих в полігонометричному ході. Необхідні та надлишкові виміри

Нехай маємо полігонометричний хід, прокладений між “твердими” (відомими) пунктами, показаний на рис. 11.8.1.

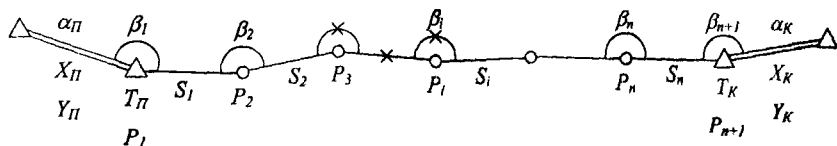


Рис. 11.8.1. Полігонометричний хід, прокладений між відомими пунктами та дирекційними кутами.

У ході виміряно  $n$  ліній та  $(n+1)$  кутів. Кутів в ході завжди на один більше, ніж ліній, якщо виміряні також і кути  $\beta_1$  та  $\beta_{n+1}$ , що межують з лініями триангуляції. Отже, всього вимірів:  $(n+1)+n=2n+1$ . Невідомими є координати пунктів ходу, показаних кружками. Їх у ході завжди на одиницю менше, ніж ліній. Невідомих абсцис  $X_i - (n-1)$ . Невідомих ординат  $Y_i - (n-1)$ . Всього невідомих  $(n-1)+(n-1)=2n-2$ .

Знайдемо число надлишкових вимірів:  $\{2n+1\} - (2n-2) = 3$ . Отже в полігонометричному ході, який прокладений між відомими пунктами, завжди є три надлишкових виміри. Вони не є “непотрібними”. Саме надлишкові виміри приводять до того, що в ході виникають геометричні умови, про які йшла мова вище. Завжди в ході або мережі кількість умов дорівнює кількості надлишкових вимірів.

Знайдемо, в приведеному ході “надлишкові” виміри, тобто такі виміри, які можна було б не робити, а всі невідомі координати пунктів знайти. Якщо обчислювати координати точок від початкової точки  $T_{поч}$ , тоді знайдемо координати всіх точок, включаючи  $X_n, Y_n$  точки  $P_n$  без вимірів кутів  $\beta_n, \beta_{n+1}$  та лінії  $S_n$ . Якщо, навпаки, обчислювати координати точок від кінцевої точки  $T_{кін}$ , тоді знайдемо координати всіх точок, включаючи  $X_2, Y_2$  точки  $P_2$  без вимірів кутів  $\beta_1, \beta_2$  та лінії  $S_1$ .

На кінець, можливо частину точок обчислити від початку ходу, а частину – від кінця ходу. Тоді надлишковими будуть, наприклад, два кути й одна лінія, позначених на рис. 11.8.1 хрестиками.

Надлишкові виміри спонукають до контролю вимірів і можливості зрівноваження ходів або мереж. За відсутності “надлишкових” вимірів хід перетворюється в “висячий” (опирається тільки на один відомий пункт), зникає можливість контролю вимірів та зрівноваження ходів. Зрозуміло, що зникають і геометричні умови, що виникають в ході чи мережі.

Тому надлишкові виміри є дуже важливими.

### 11.8.3. Виведення формул, що зв'язують поздовжній та поперечний зсуви ходу з нев'язками по осях координат

На рис. 11.8.2 показано витягнутий полігонометричний хід, прокладений між відомими точками  $A$  та  $B$ .

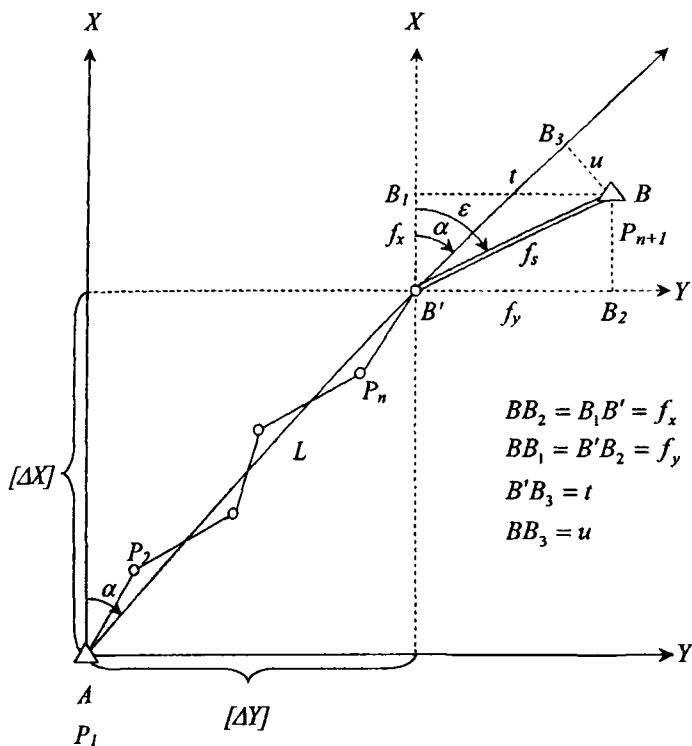


Рис. 11.8.2. До виводу залежності між зсувами  $t$  і  $u$  та нев'язками по осях координат  $f_x$  та  $f_y$ .

Але координати всіх точок ходу, включаючи і точку  $B$ , обчислювались не за зрівноваженими, а за вимірними лініями і кутами, починаючи від точки  $A$ . У результаті кінцева точка ходу зайняла положення  $B'$ . Отже, відрізок  $B'B = f_s$  це лінійна нев'язка ходу. З'єднаємо точки  $A$  та  $B'$  прямою (замикаючою) і дещо продовжимо її. Дирекційний кут замикаючої  $\alpha$ . Дирекційний кут нев'язки  $\epsilon$ . Довжина замикаючої  $AB' = L$ . Спроектуємо точку  $B$  на координатні осі  $X$  та  $Y$  і на замикаючу. Отримаємо точки  $B_1, B_2, B_3$ .

Як видно з рисунка, відрізки:  $B'B_1 = BB_2 = f_x$ ;  $B'B_2 = BB_1 = f_y$ . Ці відрізки рівні нев'язкам  $f_x$  та  $f_y$ . Відрізок  $B'B_3 = t$  – поздовжній зсув; а  $BB_3 = u$  – поперечний зсув. Проектуючи хід на осі  $X$  та  $Y$ , отримаємо суми приростів координат  $[\Delta x]$  та  $[\Delta y]$ .

Безпосередньо з рисунка, маємо:

$$\left. \begin{aligned} f_x &= f_s \cdot \cos \varepsilon \\ f_y &= f_s \cdot \sin \varepsilon \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.9})$$

З рисунка також можемо записати:

$$\left. \begin{aligned} t &= f_s \cos(\varepsilon - \alpha) \\ u &= f_s \sin(\varepsilon - \alpha) \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.10})$$

Розкладаючи  $\cos(\varepsilon - \alpha)$  та  $\sin(\varepsilon - \alpha)$ , отримуємо:

$$t = f_s \cos \varepsilon \cdot \cos \alpha + f_s \sin \varepsilon \cdot \sin \alpha; \quad (\text{II.8.11})$$

$$u = f_s \sin \varepsilon \cdot \cos \alpha - f_s \cos \varepsilon \cdot \sin \alpha. \quad (\text{II.8.12})$$

Враховуючи формулу (II.8.10), маємо:

$$t = f_x \cos \alpha + f_y \sin \alpha; \quad (\text{II.8.13})$$

$$u = f_y \cos \alpha - f_x \sin \alpha. \quad (\text{II.8.14})$$

Оскільки з цього ж рисунка

$$\cos \alpha = \frac{[\Delta x]}{L}; \quad (\text{II.8.15})$$

$$\sin \alpha = \frac{[\Delta y]}{L}, \quad (\text{II.8.16})$$

то

$$\begin{aligned} t &= f_x \frac{[\Delta x]}{L} + f_y \frac{[\Delta y]}{L}, \\ t &= \frac{f_x [\Delta x] + f_y [\Delta y]}{L}. \end{aligned} \quad (\text{II.8.17})$$

$$\begin{aligned} u &= f_y \frac{[\Delta x]}{L} - f_x \frac{[\Delta y]}{L}, \\ u &= \frac{f_y [\Delta x] - f_x [\Delta y]}{L}. \end{aligned} \quad (\text{II.8.18})$$

$$L = \sqrt{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2}. \quad (\text{II.8.19})$$

Формули (II.8.17), (II.8.18) пов'язують зсуви ходу  $t$ ,  $u$  з нев'язками по осях координат  $f_x$ ,  $f_y$ .

#### *II.8.4. Виведення умовних рівнянь, що виникають в полігонометричному ході, прокладеному між відомими пунктами*

Скористаємось розглянутими в II.8.1 відомими вимогами рівності суми поправок в кути та в природи координат відповідним нев'язкам, взятим з оберненим знаком.

Ці рівності запишемо так:

$$\left. \begin{aligned} [d\beta'] &= -f'_\beta; \\ [d\Delta x'] &= -f'_x; \\ [d\Delta y'] &= f'_y \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.8.20})$$

Припустимо, що ми нев'язку  $f'_\beta$  порівну розподілили в усі виміряні кути.

Нехай виникла необхідність у виправленні кути ввести ще якісь вторинні поправки. Тоді сума цих поправок має бути рівною нулеві. У протилежному випадку в ході з'явиться нова нев'язка. Але, якщо ми змінили виміряні кути  $\beta_i$  первинними поправками, то зміняться і дирекційні кути, а отже, зміняться нев'язки  $f'_x$  та  $f'_y$ . Одночасно виникне необхідність змінити поправки в прирости абсцис і ординат.

У зв'язку з цим рівняння (II.8.20) змінюються і їх запишемо так:

$$\left. \begin{aligned} [d\beta] &= 0; \\ [d\Delta x] &= -f'_x; \\ [d\Delta y] &= -f'_y \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.8.21})$$

Як відомо, прирости абсцис і ординат знаходяться за формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= S \cos \alpha; \\ \Delta y &= S \sin \alpha. \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.8.22})$$

Продиференціюємо ці формули:

$$\left. \begin{aligned} d\Delta x &= \cos \alpha dS - S \sin \alpha \frac{d\alpha}{\rho}; \\ d\Delta y &= \sin \alpha dS + S \cos \alpha \frac{d\alpha}{\rho}. \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.8.23})$$

Значення  $d\Delta x$  та  $d\Delta y$  із рівнянь (II.8.23) підставимо в початкові рівняння (II.8.21), враховуючи (II.8.22).

Отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} [d\beta] &= 0; \\ [\cos \alpha dS] - \frac{1}{\rho} [\Delta y d\alpha] + f'_x &= 0; \\ [\sin \alpha dS] + \frac{1}{\rho} [\Delta x d\alpha] + f'_y &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.8.24})$$

Перейдемо від поправок в дирекційні кути  $d\alpha_i$  до поправок у виміряні кути  $d\beta_i$ . Для цього скористаємося залежністю між дирекційними кутами та кутами повороту. Припустимо, вимірялись ліві по ходу кути. Тоді можемо записати:

$$\alpha_i = \alpha_1 + \sum_1^i \beta_i - 180(i+1). \quad (\text{II.8.25})$$

Диференціюючи формулу (II.8.25) за змінними кутами, отримаємо:

$$d\alpha_i = \sum_1^i d\beta. \quad (\text{II.8.26})$$

Підставимо значення  $d\alpha_i$  з (II.8.26) в рівняння (II.8.24). Отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} [d\beta] &= 0 \\ [\cos \alpha dS] - \frac{1}{\rho} \left[ \Delta y \sum_1^i d\beta \right] + f_x &= 0; \\ [\sin \alpha dS] + \frac{1}{\rho} \left[ \Delta x \sum_1^i d\beta \right] + f_y &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.27})$$

Позначимо

$$\left. \begin{aligned} A &= \left[ \Delta y \sum_1^i d\beta \right] \\ B &= \left[ \Delta x \sum_1^i d\beta \right] \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.28})$$

Запишемо суму  $A$  в розгорнутому вигляді:

$$A = \left[ \Delta y \sum_1^i d\beta \right] = \Delta y_1 d\beta_1 + \Delta y_2 (d\beta_1 + d\beta_2) + \Delta y_3 (d\beta_1 + d\beta_2 + d\beta_3) + \\ + \dots + \Delta y_n (d\beta_1 + d\beta_2 + d\beta_3 + \dots + d\beta_n)$$

Згрупуємо члени з  $d\beta_1, d\beta_2, d\beta_3, \dots, d\beta_n$ :

$$A = d\beta_1 (\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 + \dots + \Delta y_n) + d\beta_2 (\Delta y_2 + \Delta y_3 + \dots + \Delta y_n) + \\ + d\beta_3 (\Delta y_3 + \Delta y_4 + \dots + \Delta y_n) + \dots + d\beta_n \Delta y_n.$$

Замінімо суми приростів ординат різницями координат відповідних точок:

$$A = d\beta_1 (y_{n+1} - y_1) + d\beta_2 (y_{n+1} - y_2) + d\beta_3 (y_{n+1} - y_3) + \dots + d\beta_n (y_{n+1} - y_n)$$

В останній сумі відсутній кут  $\beta_{n+1}$  і поправка  $d\beta_{n+1}$ . Введемо цю поправку, скориставшись виразом, що дорівнює нулеві:  $d\beta_{n+1} (y_{n+1} - y_{n+1})$ . Цей вираз додамо до  $A$ . Тоді останній вираз можемо записати скорочено:

$$A = [d\beta_i (y_{n+1} - y_i)]_i^{n+1}. \quad (\text{II.8.29})$$

Введемо в рівняння (II.8.29) ординату центру ваги ходу:

$$Y_u = \frac{[y_i]_i^{n+1}}{n+1}. \quad (\text{II.8.30})$$

Це можна зробити, враховуючи, що  $[d\beta_i] = 0$ . Отже, (II.8.29) можна записати так:

$$A = [d\beta_i (y_{n+1} - y_i)]_i^{n+1} + [d\beta_i] Y_u = [d\beta_i] y_{n+1} - [d\beta_i y_i] + [d\beta_i] Y_u = -[(y_i - Y_u) d\beta_i]. \quad (\text{II.8.31})$$

Позначивши в (II.8.31) різниці

$$y_i - Y_u = \eta_i, \quad (\text{II.8.32})$$

де  $\eta_i$  – ординати точок ходу відносно центра ваги ходу. Матимемо:

$$A = -[\eta_i d\beta_i]. \quad (\text{II.8.33})$$

Позначивши

$$x_i - X_u = \xi_i, \quad (\text{II.8.34})$$

де  $\xi_i$  – абсциси точок ходу відносно центра ваги, можемо за аналогією написати:

$$B = -[\xi_i d\beta_i]. \quad (\text{II.8.35})$$

Таким чином, умовні рівняння набувають вигляду:

$$\left. \begin{aligned} [d\beta] &= 0; \\ [\cos \alpha dS] + \frac{1}{\rho} [\eta d\beta] + f_x &= 0; \\ [\sin \alpha dS] - \frac{1}{\rho} [\xi d\beta] + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.36})$$

Оскільки в рівняннях (II.8.36) поправки в кути  $d\beta$  та в лінії  $dS$  записані двома літерами, доцільно ввести позначення:  $d\beta = V$ ;  $dS = \omega$ , тобто, позначити однією літерою поправки в кути  $V$ , а поправки в лінії  $\omega$ . Тоді записи формул (II.8.36) спростяться:

$$\left. \begin{aligned} [V] &= 0; \\ [\cos \alpha \omega] + \frac{1}{\rho} [\eta V] + f_x &= 0; \\ [\sin \alpha \omega] - \frac{1}{\rho} [\xi V] + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.37})$$

Це і є умовні рівняння в кінцевому вигляді.

Слід зауважити, що, як це буде очевидно з подальшого тексту, введення центральних координат спрощує процес обчислень під час зрівноваження ходу.

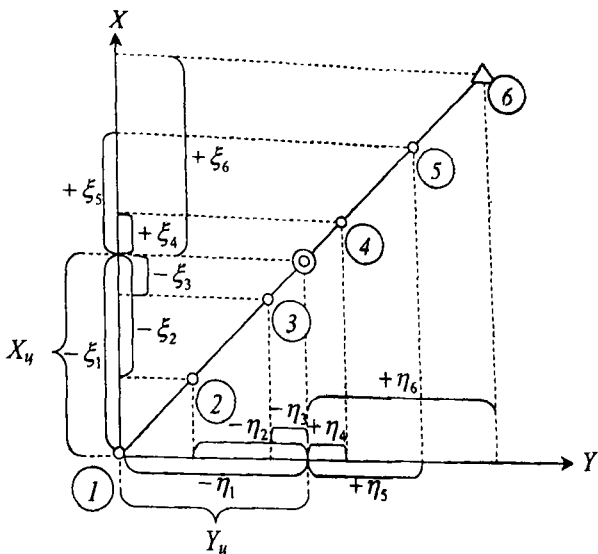


Рис. П.8.3. Геометрична інтерпретація координат центру ваги  $X_u, Y_u$  та координат відносно центру ваги  $\eta_i, \xi_i$ .

Необхідно, однак, для більш повного розуміння суті справи, подати геометричну інтерпретацію координат центру ваги ходу  $X_u, Y_u$  та координат точок ходу відносно центру ваги  $\eta_i, \xi_i$ .

Для простоти скористаємось витягнутим рівностороннім полігонометричним ходом із шести точок, п'яти сторін, показаного на рис. П.8.3:

$$X_u = \frac{[x_i]_i}{6}; \quad Y_u = \frac{[y_i]_i}{6}.$$

$$-\eta_1 = y_1 - Y_u;$$

$$-\xi_1 = x_1 - X_u;$$

$$-\eta_2 = y_2 - Y_u;$$

$$-\xi_2 = x_2 - X_u;$$

$$-\eta_3 = y_3 - Y_u;$$

$$-\xi_3 = x_3 - X_u;$$

$$+\eta_4 = y_4 - Y_u;$$

$$+\xi_4 = x_4 - X_u;$$

$$+\eta_5 = y_5 - Y_u;$$

$$+\xi_5 = x_5 - X_u;$$

$$+\eta_6 = y_6 - Y_u;$$

$$+\xi_6 = x_6 - X_u;$$

$$[\eta_i] = 0.$$

$$[\xi_i] = 0.$$

З рисунку, наприклад, очевидно, що в ході три ординати  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  точок 1, 2, 3 від'ємні, а три  $\eta_4, \eta_5, \eta_6$  точок 4, 5, 6 – додатні. До того ж зрозуміло, що сума  $[\eta_i] = 0$ . Аналогічно, сума  $[\xi_i] = 0$ .



### II.8.5. Строге зрівноваження довільного полігонометричного ходу корелатним методом

Розглянемо послідовність і суть методу. Нехай для довільного ходу маємо систему умовних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} [V] &= 0; & (I) \\ \left[ \cos \alpha \omega \right] + \frac{1}{\rho} [\eta v] + f_x &= 0; & (II) \\ \left[ \sin \alpha \omega \right] - \frac{1}{\rho} [\xi v] + f_y &= 0. & (III) \end{aligned} \right\} \quad (II.8.37)$$

Будемо одночасно розв'язувати ці рівняння під додатковою умовою:

$$\left[ P_s \omega^2 \right] + \left[ P_\beta v^2 \right] = \min. \quad (II.8.38)$$

Тут  $P_s$  – ваги вимірювання ліній,  $P_\beta$  – ваги вимірювання кутів.

Як відомо, ваги вимірювання – величини, обернено пропорційні квадратам квадратичних похибок. Тому запишемо:

$$P_s = \frac{c}{\mu^2 S}; \quad P_\beta = \frac{c}{m_{\beta^2}}.$$

У цих виразах  $\mu$  – коефіцієнт випадкового впливу лінійних вимірів;  $m_\beta$  – похибка виміру кута,  $c$  – довільний коефіцієнт пропорційності.

Користуючись довільністю  $c$ , прийнемо:  $c = \mu^2$ . Тоді отримаємо:

$$P_s = \frac{c}{\mu^2 S} = \frac{\mu^2}{\mu^2 S} = \frac{1}{S}; \quad P_{S_i} = \frac{1}{S}; \quad P_\beta = \frac{c}{m_{\beta^2}} = \frac{\mu^2}{m_{\beta^2}}; \quad P_{\beta_i} = \frac{\mu^2}{m_{\beta^2}}.$$

Таким чином, ваги виміру ліній – змінні величини й обернено пропорційні довжині ліній, а кути мають однакові ваги, оскільки вимірюються приладами однієї точності і за однаковою програмою вимірів.

Як відомо зі способу найменших квадратів, розв'язання (II.8.37) під додатковою умовою (II.8.38) приводить до нормальних рівнянь корелат, яких буде стільки, скільки умовних рівнянь. У загальному вигляді нормальні рівняння корелат записуються так:

$$\left. \begin{aligned} \left[ \frac{aa}{P} \right] k_1 + \left[ \frac{ab}{P} \right] k_2 + \left[ \frac{ac}{P} \right] k_3 &= 0; & (I) \\ \left[ \frac{ab}{P} \right] k_1 + \left[ \frac{bb}{P} \right] k_2 + \left[ \frac{bc}{P} \right] k_3 + f_x &= 0; & (II) \\ \left[ \frac{ac}{P} \right] k_1 + \left[ \frac{bc}{P} \right] k_2 + \left[ \frac{cc}{P} \right] k_3 + f_y &= 0. & (III) \end{aligned} \right\} \quad (II.8.39)$$

У цих рівняннях  $k_1, k_2, k_3$  – корелати – проміжні невідомі, знайшовши які в подальшому, можна буде обчислити шукані поправки в кути  $v_i$  і в лінії  $\omega_i$ .

Літерами  $a_i, b_i, c_i$  позначені коефіцієнти при невідомих поправках у кути та лінії відповідно в умовних рівняннях I, II, III системи (II.8.37).

Складемо таблицю коефіцієнтів у відповідності з рівняннями (II.8.37) окремо для поправок в кути та в лінії.

Таблиця II.8.1.

Коефіцієнти умовних рівнянь

| №№<br>Рівнянь | Для поправок у кути  | Для поправок у лінії                                |
|---------------|--|---|
| I             | $a_i = a_2 = \dots = a_{n+1} = 1$                            | $a_i = a_2 = \dots = a_n = 0$                       |
| II            | $b_i = \frac{1}{\rho} \eta_i \quad (i = 1, 2, \dots, n+1)$   | $b_i = \cos \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ |
| III           | $c_i = -\frac{1}{\rho} \zeta_i \quad (i = 1, 2, \dots, n+1)$ | $c_i = \sin \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ |

Розглянемо, як змінюються нормальні рівняння корелат, якщо замість коефіцієнтів  $a_i, b_i, c_i$  підставити їх фактичні значення:

для кутів:

$$\left[ \frac{ab}{P} \right] = \frac{1}{P_{\beta\rho}} [\eta_i] = 0$$

$$\left[ \frac{ac}{P} \right] = \frac{1}{P_{\beta\rho}} [\zeta_i] = 0$$

для ліній:

$$\left[ \frac{ab}{P_s} \right] = 0$$

$$\left[ \frac{ac}{P_s} \right] = 0$$

Отже, нормальні рівняння набудуть скороченого вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \left[ \frac{aa}{P} \right] k_1 &= 0; & \text{(I)} \\ \left[ \frac{bb}{P} \right] k_2 + \left[ \frac{bc}{P} \right] k_3 + f_x &= 0; & \text{(II)} \\ \left[ \frac{bc}{P} \right] k_2 + \left[ \frac{cc}{P} \right] k_3 + f_y &= 0. & \text{(III)} \end{aligned} \right\} \quad \text{(II.8.40)}$$

Сума  $\left[ \frac{aa}{P_{\beta}} \right] \neq 0$ . Тому в рівнянні (I) системи  $k_1 = 0$ .

Таким чином, завдяки тому, що  $[\eta_i] = 0$  та  $[\zeta_i] = 0$ , в системі (II.8.40) залишається тільки два рівняння, які необхідно розв'язувати одночасно. Позначимо  $\left[\frac{bb}{P}\right] = A$ ;  $\left[\frac{bc}{P}\right] = B$ ;  $\left[\frac{cc}{P}\right] = C$ , тоді рівняння II та III системи (II.8.40) набудуть вигляду:

$$\left. \begin{aligned} Ak_2 + Bk_3 + f_x &= 0; \\ Bk_2 + Ck_3 + f_y &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.41})$$

Розв'яжемо ці два рівняння:

$$k_2 = \frac{Bf_y - Cf_x}{AC - B^2}, \quad (\text{II.8.42})$$

$$k_3 = \frac{Bf_x - Af_y}{AC - B^2}. \quad (\text{II.8.43})$$

Загальна формула переходу від корелат до шуканих поправок при трьох умовних рівняннях має вигляд:

$$v_i = \frac{1}{P_i}(a_i k_1 + b_i k_2 + c_i k_3). \quad (\text{II.8.44})$$

Враховуючи, що  $k_1 = 0$ , будемо мати:

$$v_i = \frac{1}{P_i}(b_i k_2 + c_i k_3). \quad (\text{II.8.45})$$

Поправки в кути знайдуться за формулою:

$$v_i = \frac{1}{P_{\beta\rho}}(\eta_i k_2 - \xi_i k_3). \quad (\text{II.8.46})$$

Відповідно поправки в лінії знайдуться, аналогічно:

$$\omega_i = \frac{1}{P_{S_i}}(\cos \alpha_i k_2 + \sin \alpha_i k_3). \quad (\text{II.8.47})$$

Оскільки  $P_{S_i} = \frac{1}{S_i}$ , то  $\frac{1}{P_{S_i}} = S_i$ , тому  $\omega_i = (S_i \cos \alpha_i k_2 + S_i \sin \alpha_i k_3)$ ,

$$\omega_i = \Delta x_i k_2 + \Delta y_i k_3. \quad (\text{II.8.48})$$

Виправивши виміряні кути вторинними поправками  $v_i$  та лінії поправками  $\omega_i$ , задовольнимо усі геометричні умови, що виникають в полігонометричному ході і знайдемо ймовірніші координати пунктів ходу.

### II.8.6. Строге зрівноваження витягнутого полігонометричного ходу корелатним методом

Нехай маємо витягнутий полігонометричний хід, координати точок якого обчислені за виміряними кутами та лініями  $i$ , в результаті, кінцева

точка ходу  $B'$  не співпала з фактичною кінцевою точкою ходу  $B$ , координати якої відомі. Тоді відрізок  $B'B = f_s$  є лінійна нев'язка ходу (рис. II.8.4).

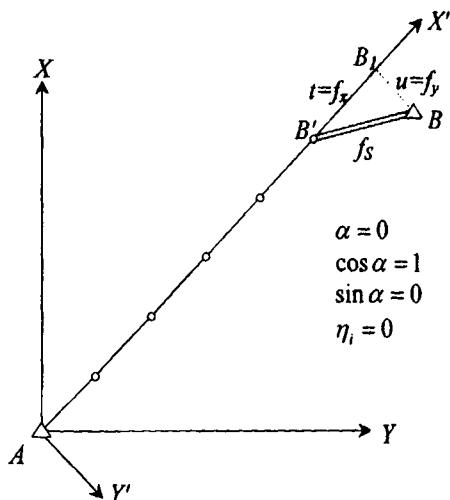


Рис. II.8.4. До зрівноваження витягнутого полігонометричного ходу.

Повернемо координатну вісь  $X$  існуючої системи координат і спрямуємо її вздовж замикаючої ходу. Новий напрямок осі абсцис позначимо  $X'$ , а вісь ординат  $Y'$ . Спроектуємо точку  $B$  на вісь  $X'$ . Як видно з рисунка, після повороту координатної системи нев'язка  $f_x$  стане рівною поздовжньому зсуву  $t$ , а нев'язка  $f_y$  – поперечному зсуву  $u$ . Враховуючи це, запишемо скорочені нормальні рівняння:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= 0 \quad (\text{I}) \\ \left[ \frac{bb}{P} \right] k_2 + \left[ \frac{bc}{P} \right] k_3 + t &= 0 \quad (\text{II}) \\ \left[ \frac{bc}{P} \right] k_2 + \left[ \frac{cc}{P} \right] k_3 + u &= 0 \quad (\text{III}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.49})$$

Оскільки дирекційний кут замикаючої  $\alpha = 0^\circ$  ( $\cos \alpha = 1$ ;  $\sin \alpha = 0$ ;  $\eta_i = 0$ ), то рівняння (II.8.37) набудуть вигляду:

$$\left. \begin{aligned} [v] &= 0 \\ [\omega] + t &= 0 \\ -\frac{1}{\rho} [\zeta v] + u &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.50})$$

Складемо на основі (II.8.50) таблицю коефіцієнтів нормальних рівнянь.

Таблиця II.8.2

Коефіцієнти нормальних рівнянь для витягнутого  
плігонометричного ходу

| № рівнянь | Для поправок в кути                                     | Для поправок в лінії                |
|-----------|---|-------------------------------------|
| I         | $a_1 = a_2 = a_{n+1} = 1$                               | $a_1 = a_2 = a_1 = \dots = a_n = 0$ |
| II        | $b_i = 0; (i = 1, 2, \dots, n+1)$                       | $b_i = 1; (i = 1, 2, \dots, n);$    |
| III       | $c_i = -\frac{1}{\rho} \zeta_i; (i = 1, 2, \dots, n+1)$ | $c_i = 0 (i = 1, 2, \dots, n);$     |

Надамо нормальним рівнянням відповідного вигляду, враховуючи значення коефіцієнтів таблиці II.8.2 і те, що  $\frac{1}{P_S} = S_i$ , а  $[S_i] = L$ :

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= 0 \\ [S_i]k_2 + t &= 0 \\ \frac{1}{P_\rho \rho^2} [\zeta_i^2] k_3 + u &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.8.51})$$

Розв'яжемо систему (II.8.51) відносно невідомих корелат:

$$k_2 = -\frac{t}{[S_i]}; \quad (\text{II.8.52})$$

$$k_3 = -P_\rho \rho^2 \frac{u}{[\zeta_i^2]}. \quad (\text{II.8.53})$$

Залишається знайти шукані поправки в кути  $v_i$  та в лінії  $\omega_i$ . Скористасмося вже відомою формулою (II.8.45):

$$v_i = \frac{1}{P_i} (b_i k_2 + c_i k_3). \quad (\text{II.8.45})$$

Значення коефіцієнтів  $b_i$  і  $c_i$  візьмемо з таблиці II.8.2. Отримаємо:

- для ліній:

$$\omega_i = -\frac{t}{[S_i]} S_i. \quad (\text{II.8.54})$$

- для кутів:

$$v_i = \left( -\frac{1}{P_\beta} \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \zeta_i \right) \cdot \left( -P_\beta \rho^2 \cdot \frac{u}{[\zeta_i^2]} \right) = \rho \frac{u}{[\zeta_i^2]} \zeta_i. \quad (\text{II.8.55})$$

Виправивши лінії та кути відповідними поправками, знайдемо ймовірніші координати пунктів ходу. Приклад зрівноваження витягнутого полігонометричного ходу буде подано в параграфі II.8.8.

### II.8.7. Строге зрівноваження витягнутого рівностороннього полігонометричного ходу

Обчислення поправок в лінії виконується за простою формулою:

$$\omega_i = -\frac{t}{L} S_i. \quad (\text{II.8.56})$$

Оскільки  $\frac{t}{L} = c$  — постійна величина для даного ходу, а лінії рівні, тоді поправки в лінії будуть однаковими:

$$\omega_i = -c S_i. \quad (\text{II.8.57})$$

Проте, для обчислення поправок  $v_i$  в кути необхідно знати абсциси точок ходу відносно центру ваги ходу  $\zeta_i$  та суму їх квадратів  $[\zeta_i^2]$ .

Розглянемо, як зміниться формула (II.8.55) у випадку рівностороннього ходу. Візьмемо для простоти хід із парним числом сторін  $n$ . Це буде справедливим і для непарного числа сторін. Направимо вісь  $X$  уздовж ходу і за початок координат приймемо першу точку (рис. II.8.5).

Тоді:  $X_1 = 0$ ;  $X_2 = S$ ;  $X_3 = 2S$ . Таким чином, для будь-якої точки  $i$  маємо:

$$X_i = (i-1) \cdot S. \quad (\text{II.8.58})$$

При цьому центральна абсциса знайдеться за формулою:

$$X_v = \frac{n}{2} S. \quad (\text{II.8.59})$$

Визначимо абсциси точок ходу відносно центра ваги:

$$\zeta_i = X_i - X_v; \quad (\text{II.8.60})$$

$$\text{або: } \zeta_i = (i-1)S - \frac{n}{2}S = iS - S - \frac{n}{2}S = S \left( i - \frac{n}{2} - 1 \right),$$

$$\zeta_i = S \left( i - \frac{n}{2} - 1 \right). \quad (\text{II.8.61})$$

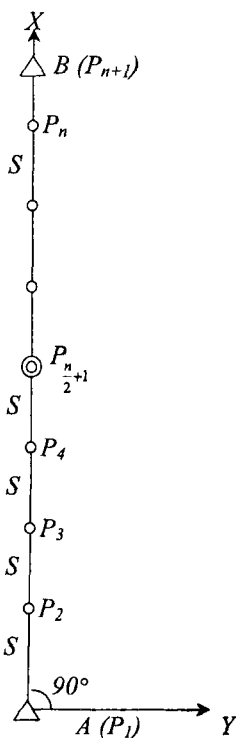


Рис. II.8.5. До зрівноваження витягнутого рівностороннього ходу полігонометрії.

Розглянемо далі, як зміниться  $[\zeta_i^2]$ . Спочатку знайдемо на основі (II.8.61) значення всіх  $\zeta_i$ .

Маємо:

$$\left. \begin{aligned} \zeta_1 &= -\frac{n}{2}S \\ \zeta_2 &= -\left(\frac{n}{2}-1\right)S \\ \zeta_3 &= -\left(\frac{n}{2}-2\right)S \\ &\dots\dots\dots \\ \zeta_{\frac{n}{2}} &= -S \\ \zeta_{\frac{n}{2}+1} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.62})$$

Такими ж по абсолютній величині будуть абсциси для другої половини точок ходу, тільки зі знаком "плюс". Тому  $[\zeta_i^2]$  можна представити так:

$$[\zeta_i^2] = 2S^2 \left[ \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(\frac{n}{2}-1\right)^2 + \left(\frac{n}{2}-2\right)^2 + \dots + 1^2 \right]. \quad (\text{II.8.63})$$

У квадратних дужках сума квадратів натурального ряду чисел від  $\frac{n}{2}$  до 1.

Як відомо, для такого ряду з  $n$  чисел справедлива формула:

$$\sum_1^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}. \quad (\text{II.8.64})$$

Для  $i = \frac{n}{2}$  маємо (помноживши  $i$  поділивши на  $2n$ ):

$$[\zeta_i^2] = 2S^2 \cdot \frac{\frac{n}{2} \left(\frac{n}{2}+1\right) \left(2 \cdot \frac{n}{2}+1\right)}{6} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{n}{n}.$$

Після перетворень

$$[\zeta_i^2] = \frac{(n+1)(n+2)}{12n} L^2. \quad (\text{II.8.65})$$

Таким чином

$$v_i = \rho \frac{u}{[\zeta_i^2]} \zeta_i = \rho \frac{u \cdot 12n}{L^2(n+1)(n+2)} \cdot S \left( i - \frac{n}{2} - 1 \right). \quad (\text{II.8.66})$$

Враховуючи, що  $S \cdot n = L$ , а також позначивши:

$$b_i = \frac{12}{(n+1)(n+2)} \left( i - \frac{n}{2} - 1 \right), \quad (\text{II.8.67})$$

отримаємо для поправок в кути просту формулу:

$$v_i = \rho \frac{u}{L} b_i. \quad (\text{II.8.68})$$

Зауважимо, що  $b_i$  є функцією тільки числа сторін ходу  $n$  та номера сторони ходу  $i$ . Професором А.С.Чеботарьовим складені таблиці  $b_i = f(n, i)$ . Під час обчислення поправок в кути значення  $b_i$  вибираються з цих таблиць.

Таким чином, зрівноваження витягнутого рівностороннього ходу (майже рівностороннього) значно спрощується.

### II.8.8. Приклад зрівноваження витягнутого полігонометричного ходу корелатним методом (способом найменших квадратів)

Для кращого розуміння процесу зрівноваження витягнутого полігонометричного ходу, наведеного в параграфі II.8.6, приведемо приклад такого зрівноваження. Використовується відомість обчислення координат, в останньому стовпчику якої подані робочі формули та виконані допоміжні обчислення.

У вертикальній графі 1 вписані номери відомих та тільки що закладених пунктів, координати яких слід визначити.

У графі 2 вписані вимірні кути, включаючи і прилеглі. Нев'язка в ході виявилась рівною  $f_\beta = 20''$ , за допустимої  $f_{\beta \text{ доп.}} = \pm 24''$ . Ця нев'язка майже порівну розподілена у вимірні кути з оберненим знаком. Поправки величиною 2'', або 3'' вписані зверху над вимірними кутами. Внизу, під вимірними кутами, вписані вторинні поправки, поки що невідомі. Щоб позбутися двох поправок на кожний кут можна в графу 2 записати кути, уже виправлені первинними поправками, або доповнити відомість ще одною вертикальною графою.

Далі, переходимо до обчислення дирекційних кутів, використовуючи кути, виправлені первинними поправками. Дирекційні кути записуємо в графу 3. Початковий дирекційний кут  $\alpha_n = 101^\circ 38' 46''$  і кінцевий  $\alpha_k = 329^\circ 36' 29''$ , як задані, уже повинні бути записані у відомість (у графу 3). Так само в графах 10 та 11 повинні бути записані координати початкової (№ 38) та кінцевої (№ 40) точок:

$$X_{38} = 212,421; Y_{38} = 7835,154; X_{40} = 2069,639; Y_{40} = 8722,717.$$

Контролем правильності обчислень дирекційних кутів є формула:

$$\alpha_k = \alpha_n + \sum_1^{n+1} \beta_{\text{л.н.}} - 180(n+1).$$

Тобто, послідовно обчислюючи дирекційні кути усіх ліній, використовуючи спочатку  $\alpha_n$  – початковий дирекційний кут  $\alpha_{37-28} = 101^\circ 38' 46''$



(наприклад  $\alpha_{38-98} = 101^\circ 38' 46'' + 104^\circ 12' 43'' - 180^\circ = 25^\circ 51' 29''$ ) і, дійшовши до кінцевого дирекційного кута  $\alpha_k$  ( $\alpha_{40-41} = 329^\circ 36' 29''$ ), повинні отримати точно кінцевий дирекційний кут  $\alpha_k$ , тому, що кутова нев'язка вже врахована.

У графу 4 вписують вимірні лінії. Графа 5 поки що пропускається. А далі виконуються обчислення наближених приростів координат за вимірними лініями  $S$  та дирекційними кутами, що подані в графі 3.

Обчислені значення  $\Delta x$  та  $\Delta y$  записуються в графах 6 та 7. Обраховуються нев'язки  $f_x$  та  $f_y$ , і записують їх унизу відомості. Використовують, як звичайно, формули:

$$f_x = \sum_1^n \Delta x - (X_k - X_n); \quad f_y = \sum_1^n \Delta y - (Y_k - Y_n).$$

Далі, графи 8 і 9 та 10 і 11 поки що не заповнюються.

Заповнюють далі графу 12, в якій обчислюються наближені абсциси  $X'$ . Абсциса  $X'$  початкової точки  $X'_{38} = 0$ . Абсциса наступної точки  $X'_{98}$  дорівнює довжині лінії  $S_{38-98} = 423,678$  м, округленій до цілих метрів: +424. Для точки № 99  $X'_{99} = S_{38-98} + S_{98-99} \cong +790$  і так далі. Для кінцевої точки № 40  $X'_{40} = +2060$ . Далі знаходять абсцису центра ваги ходу  $X_y$ :

$$X'_y = \frac{[X'_i]^{n+1}}{n+1} = \frac{+11356}{9} = +1262.$$

У графі 13 обчислюють абсциси точок ходу відносно центра ваги:

$$\zeta_i = X'_i - X'_y.$$

У графі 14 обчислюють квадрати цих абсцис  $\zeta_i^2$  та їх суму  $[\zeta_i^2]$ .

Далі в допоміжній графі 15 обчислюють:

1) Поздовжній і поперечний зсуви  $t$  і  $u$ . Необхідні формули вписані в цій графі;

2) Поправки в лінії. Робоча формула:  $\omega_i = -e \cdot S_i$ , де  $e = \frac{t}{L}$  ( $e$

визначається з точністю до сьомого знака після коми). Поправки в лінії в мм вписані в графі 4 над вимірними лініями.

Для отримання зрівноважених довжин  $S_{zp}$  поправки алгебраїчно додаються до вимірних ліній. Зрівноважені лінії подані в графі 5;

3) Поправки в кути. Робоча формула:  $v_i'' = \omega'' \cdot \zeta_i$ , де  $\omega'' = \rho'' \cdot \frac{u}{[\zeta_i^2]}$ .

Значення  $\omega''$  також обчислюється з точністю до сьомого знака після коми. Поправки  $v_i''$  записані під вимірними кутами в графі 4.

2. Контроль поправок в кути:  $[v_i''] = 0$ . Кути округляються до 1'';

Таблиця II.8.3.

Обчислення координат витягнутого плігонометричного  
ходу строгим методом

| №№ точок | Кути повороту (ліви) $\beta$ | Дирекційні кути $\alpha$ | Виміряні довжини $S_i$ (м) | Зрівноважені довжини $S_{\text{зр}}$ (м) | Прирости координат (наближені) |                            | Зрівноважені прирости координат                                |  |
|----------|------------------------------|--------------------------|----------------------------|--|--------------------------------|----------------------------|--|--|
|          | ° ' "                        | ° ' "                    |                            |  | $\Delta x = S \cos \alpha$     | $\Delta y = S \sin \alpha$ | $\Delta x_{\text{зр}} = S_{\text{зр}} \cos \alpha_{\text{зр}}$ | $\Delta y_{\text{зр}} = S_{\text{зр}} \sin \alpha_{\text{зр}}$ |
| 1        | 2                            | 3                        | 4                          | 5  | 6                              | 7                          | 8  | 9  |
| 37       |                              |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          |                              | 101 38 46                |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | -2                           |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
| 38       | 104 12 45                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | +6,5                         | +6,5                     | -2,8                       |  |                                |                            |  |  |
|          | -2                           | 25 51 29                 | 423,678                    | 423,6752                                 | +381,258                       | +184,784                   | +381,249   | +184,795   |
| 98       | 181 32 13                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | +4,3                         | +10,8                    | -2,5                       |  |                                |                            |  |  |
|          | -2                           | 27 23 40                 | 366,123                    | 366,1205                                 | +325,066                       | +168,458                   | +325,055   | +168,474   |
| 99       | 174 18 00                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | +2,4                         | +13,2                    | -2,8                       |  |                                |                            |  |  |
|          | -2                           | 21 41 38                 | 412,725                    | 412,7222                                 | +383,493                       | +152,563                   | +383,481   | +152,586   |
| 100      | 188 17 49                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | +0,3                         | +13,5                    | -1,7                       |  |                                |                            |  |  |
|          | -2                           | 29 59 25                 | 248,645                    | 248,6433                                 | +215,354                       | +124,286                   | +215,344   | +124,299   |
| 101      | 173 28 42                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | -1,0                         | +12,5                    | -1,4                       |  |                                |                            |  |  |
|          | -2                           | 23 28 05                 | 207,548                    | 207,5466                                 | +190,380                       | +82,653                    | +190,374   | +82,664  |
| 102      | 180 02 40                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | -2,0                         | +10,5                    | -1,1                       |  |                                |                            |  |  |
|          | -2                           | 23 30 43                 | 156,267                    | 156,2659                                 | +143,293                       | +62,341                    | +143,289   | +62,348  |
| 103      | 184 15 11                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | -2,8                         | +7,7                     | -1,0                       |  |                                |                            |  |  |
|          | -3                           | 27 45 52                 | 138,117                    | 138,1160                                 | +122,216                       | +64,478                    | +122,213   | +64,482  |
| 104      | 178 42 31                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | -3,6                         | +4,1                     | -0,7                       |  |                                |                            |  |  |
|          | -3                           | 26 28 20                 | 107,485                    | 107,4843                                 | +96,215                        | +47,913                    | +96,213  | +47,915  |
| 40       | 123 08 12                    |                          |                            |  |                                |                            |  |  |
|          | -4,1                         | 0,0                      |                            |  |                                |                            |  |  |
|          |                              | 329 36 29                |                            |  |                                |                            |  |  |
| 41       |                              |                          |                            |  |                                |                            |  |  |

 $\Sigma = 1487 58 03$  $[S] = 2060,58$  $f_{\beta} = +20$  $\Delta x, y = \begin{matrix} +1857,27 \\ 5 \end{matrix} + 887,476$  $f_{\beta \text{ доп}} = 24$  $f_{x,y} = +0,057 \quad -0,087$  $f_s = +0,104$ 

$$\frac{f_s}{S} = \frac{1}{20000}$$

| Кінцеві (точні)<br>координати |           | $X'$  | $\xi_i$ | $\xi_i^2$ | Формули допоміжного обчислення   |
|-------------------------------|-----------|-------|---------|-----------|--|
| $X_i$                         | $Y_i$     |       |         |           |  |
| 10                            | 11        | 12    | 13      | 14        | 15   |
|                               |           |       |         |           | $t = \frac{f_x[\Delta x] + f_y[\Delta y]}{L}; u = \frac{f_x[\Delta x] - f_y[\Delta y]}{L}$ |
| +212,421                      | +7835,154 | 0     | -1262   | 1592644   | $t = \frac{0,057 \cdot 1857 + 0,087 \cdot 887}{2061} = 0,0139$                             |
|                               |           |       |         |           | $u = \frac{-0,087 \cdot 1857 - 0,057 \cdot 887}{2061} = 0,1029$                            |
| +593,670                      | +8109,949 | +424  | -838    | 702244    | Контроль обчислення $t$ та $u$ .   |
|                               |           |       |         |           | $f_s^2 = t^2 + u^2, f_s = 0,1038$  |
| +908,725                      | +8188,423 | +790  | -468    | 219024    | <u>Поправки в лінії</u>  |
|                               |           |       |         |           | $\frac{t}{L} = e = 0,0000068; \omega_i = -e \cdot S_i$                                     |
| +1302,206                     | +8341,099 | +1203 | -59     | 3481      | Поправки в лінії записані в колонці 4  |
|                               |           |       |         |           | Контроль поправок виконується за   |
| +1517,550                     | +8465,308 | +1451 | +189    | 35721     | формулами:   |
|                               |           |       |         |           | $[\omega_i] = -t$  |
| +1707,924                     | +8547,972 | +1659 | +397    | 157609    | <u>Поправки в кути</u>   |
|                               |           |       |         |           | $v_i'' = \rho'' \frac{u}{[\xi_i^2]} \xi_i$   |
| +1851,213                     | +8610,320 | +1815 | +553    | 305809    | Позначимо  |
|                               |           |       |         |           | $\omega'' = \rho'' \frac{u}{[\xi_i^2]}; \omega'' = 0,0051360$                              |
| +1973,426                     | +8674,802 | +1953 | +691    | 477481    | $v_i'' = \omega'' \cdot \xi_i$ . Контроль: $[v_i''] = 0$                                   |
|                               |           |       |         |           | <u>Поправки в дирекційні кути</u>  |
| +2069,639                     | +8722,717 | +2060 | +799    | 638401    | $v_{\alpha_i} = \sum_1^i v_i''$  |
|                               |           |       |         |           | Контроль: кінцевий дирекційний кут   |
|                               |           |       |         |           | не повинен отримати поправок.  |

$$\Sigma = +11356 \quad +2$$

$$X'_y = 1262$$

$$[\xi_i^2] = 4132414$$

- 4) Поправки в дирекційні кути  $v_{\alpha_i}'' = \sum_1^i v_i''$ . Ці поправки виписані над приблизними дирекційними кутами в графі 3.

Щоб знайти зрівноважені дирекційні кути ці поправки алгебраїчно додаються до наближених значень дирекційних кутів. Зрівноважені дирекційні кути у відомості не записані. За бажанням їх можна записати в графу 3 під наближеними дирекційними кутами, взявши їх в дужки. Обчислення закінчуються заповненням граф 8 і 9 та 10 і 11. У графах 8 і 9 записуються

ув'язані прирости координат, обчислені за зрівноваженими дирекційними кутами та довжинами ліній  $S_{зрв}$ .

Головним контролем правильності виконаного зрівноваження є рівності:

$$\sum_1^n \Delta x_{зрв} = X_k - X_n ; \sum_1^n \Delta y_{зрв} = Y_k - Y_n .$$

Інакше кажучи, оскільки прирости координат зрівноважені, то їх суми повинні бути рівні різницям координат кінцевої та початкової заданих точок (не повинно бути нев'язок).

У графах 10 і 11 обчислюють кінцеві (точні) координати пунктів  $X_{T,i}$ ,  $Y_{T,i}$ .

Оцінка точності кутів та ліній за результатами зрівноважень може бути виконана на основі знайдених поправок.

### II.8.9. Суть параметричного методу зрівноваження геодезичних мереж

Суть такого зрівноваження розглянемо на прикладі багаторазової лінійної засічки (рис. II.8.6). Нехай 1, 2, 3 та 4 – вихідні пункти, тобто, пункти з відомими координатами  $X_i$ ,  $Y_i$ . Ці пункти не отримають поправок в результаті зрівноваження. Для визначення координат точки  $P$  виміряні довжини ліній  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$ . Відомі також середні квадратичні похибки вимірів цих ліній  $m_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ). Кінцеве завдання – визначити найімовірніші значення координат пункту  $P$  ( $\bar{X}_p$ ,  $\bar{Y}_p$ ).

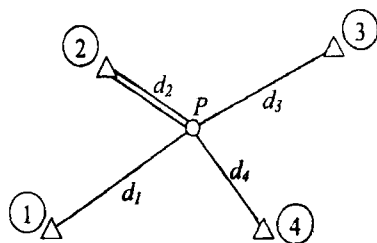


Рис. II.8.6. До пояснення суті зрівноваження лінійної засічки параметричним методом.

Під час параметричного зрівноваження параметрами, зазвичай, приймають саме координати пунктів, які потрібно визначити. Отже, в нашому випадку це  $\bar{X}_p$  та  $\bar{Y}_p$ . Проте, для визначення координат пункту  $P$  достатньо виміряти дві віддалі, наприклад  $d_1$  та  $d_2$ . Таким чином, в нашому прикладі два надлишкових виміри  $d_3$  та  $d_4$ .

Зв'язок вимірених віддалей з координатами пункту  $P$  можна записати в такому вигляді:

$$d_i = [(X_i - X_p)^2 + (Y_i - Y_p)^2]^{1/2} . \quad (II.8.69)$$

Таких рівнянь у відповідності з рис. II.8.6, можна записати чотири. Оскільки невідомих величин тільки дві –  $X_p$  та  $Y_p$ , то задача має шість

розв'язків. Дійсно, можливі шість комбінацій по дві лінії. Тому отримаємо по шість значень  $X_p$  та  $Y_p$ .

Потім достатньо визначити середнє вагове з них. Проте зрівноваження виконується іншим способом: за двома довільними лініями знаходять наближене значення координат  $X_p$  та  $Y_p$ , а потім визначають найімовірніші поправки до наближених координат. Розглянемо цей метод більш детально.

У загальному вигляді (під час зрівноваження деякої кількості  $t$  параметрів) вираз (II.8.69) запишеться так:

$$\left. \begin{aligned} \bar{d}_1 &= F_1(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) \\ \bar{d}_2 &= F_2(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) \\ &\dots \\ \bar{d}_n &= F_n(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.70})$$

де  $\bar{T}_i$  – зрівноважені значення шуканих параметрів (координат);  $\bar{d}_i$  – зрівноважені значення вимірних величин (у нашому випадку ліній).

Рівняння системи (II.8.70) називають *параметричними рівняннями зв'язку*.

Замінивши зрівноважені значення  $\bar{d}_i$  на вимірні  $d_i$  з шуканими поправками  $v_i$ , матимемо:

$$\bar{d}_i = d_i + v_i. \quad (\text{II.8.71})$$

Далі, з системи (II.8.70) та (II.8.71) знайдемо формули для визначення поправок  $v_i$ :

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= F_1(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) - d_1 \\ v_2 &= F_2(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) - d_2 \\ &\dots \\ v_n &= F_n(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) - d_n \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.72})$$

Рівняння (II.8.72) називають *рівняннями поправок в загальному вигляді*.

Задача зрівноваження складається із знаходження поправок  $v_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) та параметрів  $\bar{T}_j$  ( $j = 1, 2, \dots, t$ ).

Для розв'язку системи (II.8.72) приведемо функції  $F_i$  до лінійного вигляду шляхом розкладу їх в ряд Тейлора, обмежившись, при цьому першими членами розкладу. Це можливо, якщо попередньо відомі наближені значення параметрів  $T_j^0$ . В нашому прикладі, як уже відзначалося, за наближені значення параметрів  $X_p^0$ ,  $Y_p^0$  можна прийняти значення координат, визначені за однією парою вимірних віддалей.

Тоді:

$$F_i(\bar{T}_1, \bar{T}_2, \dots, \bar{T}_t) = F_i(T_1^0, T_2^0, \dots, T_t^0) + \frac{\partial F_i}{\partial T_1} \delta T_1 + \frac{\partial F_i}{\partial T_2} \delta T_2 + \dots + \frac{\partial F_i}{\partial T_t} \delta T_t. \quad (\text{II.8.73})$$

Позначимо часткові похідні

$$\frac{\partial F_i}{\partial T_1} = a_i; \quad \frac{\partial F_i}{\partial T_2} = b_i; \quad \dots; \quad \frac{\partial F_i}{\partial T_t} = t_i.$$

Тоді отримаємо систему (II.8.72) в лінійному вигляді:

$$v_i = a_i \delta T_1 + b_i \delta T_2 + \dots + t_i \delta T_t + F_i(T_1^0, T_2^0, \dots, T_t^0) - d_i. \quad (\text{II.8.74})$$

Оскільки відомі значення вимірних величин  $d_i$ , та наближені значення параметрів  $T_j^0$ , тобто, відомі функції  $F_i(T_1^0, T_2^0, \dots, T_t^0)$ ; то останні два члени рівняння (II.8.74) приймемо як вільні члени:

$$l_i = F_i(T_1^0, T_2^0, \dots, T_t^0) - d_i. \quad (\text{II.8.75})$$

Підставивши вирази (II.8.74) та (II.8.75) в (II.8.72), отримаємо параметричні рівняння поправок в лінійному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= a_1 \delta T_1 + b_1 \delta T_2 + \dots + t_1 \delta T_t + l_1 \text{ з вагою } P_1 \\ v_2 &= a_2 \delta T_1 + b_2 \delta T_2 + \dots + t_2 \delta T_t + l_2 \text{ з вагою } P_2 \\ &\dots \\ v_n &= a_n \delta T_1 + b_n \delta T_2 + \dots + t_n \delta T_t + l_n \text{ з вагою } P_n \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8.76})$$

Як відомо, істинна похибка вимірювання  $\Delta_i$  характеризується тією ж вагою, що й результат вимірювання, тільки поправка  $v_i = -\Delta_i$ , тому можна вважати, що будь-яка поправка  $v_i$  в системі рівнянь (II.8.76) має вагу, рівну вазі відповідного виміру  $d_i$ , який знаходиться за формулою:

$$P_i = \mu^2 / m_i^2, \quad (\text{II.8.77})$$

де  $\mu$  — середня квадратична похибка одиниці ваги;  $m_i$  — середня квадратична похибка результатів вимірювання.

Проте, система (II.8.76) має нескінченну множину розв'язків, оскільки маємо  $n$  рівнянь та  $(n+t)$  невідомих. Тому застосуємо принцип найменших квадратів і позначимо

$$\Phi = [Pv^2] = \sum_{i=1}^n P_i (a_i \delta T_1 + b_i \delta T_2 + \dots + t_i \delta T_t + l_i)^2. \quad (\text{II.8.78})$$

Для визначення мінімуму функції  $\Phi$  необхідно знайти похідні цієї функції за всіма аргументами  $v_i$ , тобто, за  $\delta T_j$  та прирівняти їх до нуля. Часткова похідна функції  $\Phi$  за першим параметром  $\delta T_1$  буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial (\delta T_1)} &= \sum_{i=1}^n 2P_i (a_i \delta T_1 + b_i \delta T_2 + \dots + t_i \delta T_t + l_i) a_i = \\ &= 2 \sum_{i=1}^n (P_i a_i a_i \delta T_1 + P_i a_i b_i \delta T_2 + \dots + P_i a_i t_i \delta T_t + P_i a_i l_i) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.8.79})$$

Звідси отримаємо

$$\left(\sum_{i=1}^n P_i a_i a_i\right) \delta T_1 + \left(\sum_{i=1}^n P_i a_i b_i\right) \delta T_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n P_i a_i t_i\right) \delta T_i + \sum_{i=1}^n P_i a_i l_i = 0. \quad (\text{II.8.80})$$

Далі знайдемо часткову похідну функції  $\Phi$  за другим параметром  $\delta T_2$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial (\delta T_2)} = \left(\sum_{i=1}^n P_i a_i b_i\right) \delta T_1 + \left(\sum_{i=1}^n P_i b_i b_i\right) \delta T_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n P_i b_i t_i\right) \delta T_i + \sum_{i=1}^n P_i b_i l_i = 0. \quad (\text{II.8.81})$$

За аналогією знайдемо часткові похідні за всіма параметрами  $\delta T_j$ , та, ввівши позначення Гауса, запишемо:

$$\left. \begin{array}{l} \overset{D}{[Paa]} \delta T_1 + [Pab] \delta T_2 + \dots + [Pat] \delta T_i + [P al] = 0 \\ [Pab] \delta T_1 + \overset{D}{[Pbb]} \delta T_2 + \dots + [Pbt] \delta T_i + [Pbl] = 0 \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ [Pat] \delta T_1 + [Pbt] \delta T_2 + \dots + \underset{D'}{[Ptt]} \delta T_i + [Ptl] = 0 \end{array} \right\} \quad (\text{II.8.82})$$

Система (II.8.82) є системою нормальних рівнянь розміром  $t \times t$ , симетричною відносно діагоналі  $D D'$ . На цій діагоналі розташовані квадратичні коефіцієнти, які завжди додатні. Нєквдратичні коефіцієнти розташовані симетрично відносно головної діагоналі.

Розв'язавши систему нормальних рівнянь (II.8.82), знайдемо поправки  $\delta T_j$  до попередніх (наближених) значень шуканих параметрів та отримаємо зрівноважені значення параметрів (координат). Потім, знайдені значення  $\delta T_j$  підставимо в систему рівнянь поправок (II.8.76). Знайдемо поправки в виміряні величини  $d_i$ , і, на кінець, знайдемо зрівноважені значення довжин  $\bar{d}_i$  за формулою (II.8.71).

## II.9. Зрівноваження полігонометричних мереж

### II.9.1. Зрівноваження полігонометричної мережі, що збігаються в одну вузлову точку

Найпростішою полігонометричною мережею є мережа із трьох ходів, що сходяться в одну вузлову точку. Раніше була розглянута висотна мережа, яка також складалася із трьох нівелірних ходів, що збігались в одну вузлову точку. Проте, раніше ми визначали зрівноважене значення висоти вузлової точки. У даному випадку ми повинні визначити зрівноважені значення координат вузлової точки.

В основу такого зрівноваження, як у випадку визначення висот, так і у випадку визначення координат вузлової точки чи дирекційних кутів ліній, що виходять із цієї точки, покладені ваги ходів. Проте, зрівноваження полігонометричних мереж мають свої особливості й ми детально розглянемо зрівноваження таких мереж.

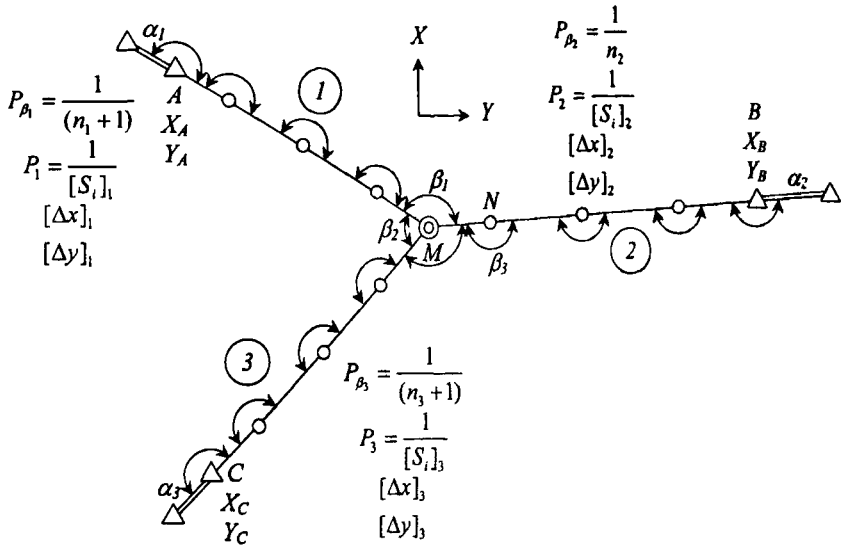


Рис. II.9.1. Схема полігонометричної мережі із трьох ходів, що збігаються в одну вузлову точку.

До того ж, зауважимо, що на виробництві зрівноважують полігонометричні мережі окремо (окремо кути, окремо прирости координат), тобто, використовують наближені методи. Тільки для зрівноваження окремих ходів застосовують строгі методи. В якійсь мірі це вірно, оскільки координати вузлових точок визначають як середні ваги, тобто, як зрівноважені.

Нехай маємо полігонометричну мережу, зображену на рис. II.9.1. Формули для визначення ваг дирекційних кутів та приростів координат



записані на рисунку. Зрівноваження будемо виконувати в такій послідовності:

- 1) Спочатку визначимо середнє вагове значення дирекційного кута однієї з ліній, що виходить із вузлової точки  $M$ . Візьмемо лінію  $MN$  і визначатимемо її дирекційний кут  $\alpha^{(M-N)}$ . Ваги дирекційних кутів  $P_{\beta_i}$  обернено пропорційні кількості кутів (в ході). Врахуємо, що в ходах вимірювались ліві кути, і крім того, для ходу 1 кількість кутів дорівнює  $n_1 + 1$  ( $n_1$  – кількість ліній цього ходу); межуючий кут цього ходу  $\beta_1$ . Для ходу 2 визначається не  $\alpha^{(M-N)}$ , а  $\alpha^{(N-M)}$  (обернений дирекційний кут); під час визначення  $\alpha^{(N-M)}$  останнім використовується кут  $\beta_3$ , для ходу 2 кількість кутів дорівнює кількості ліній  $n_2$  цього ходу. Для ходу 3 межуючим є сумарний кут, що дорівнює  $\beta_1 + \beta_2$ . Таким чином, середнє вагове значення дирекційного кута  $\alpha^{(M-N)}$  визначимо за формулою:

$$\alpha^{(M-N)} = \frac{\alpha_1^{(M-N)} \cdot P_{\beta_1} + \alpha_2^{(M-N)} \cdot P_{\beta_2} + \alpha_3^{(M-N)} \cdot P_{\beta_3}}{P_{\beta_1} + P_{\beta_2} + P_{\beta_3}}. \quad (\text{II.9.1})$$

- 2) Знайдемо кутові нев'язки ходів

$$\left. \begin{aligned} f_{\beta_1} &= \alpha_1^{(M-N)} - \alpha^{(M-N)} \\ f_{\beta_2} &= \alpha_2^{(M-N)} - \alpha^{(M-N)} \\ f_{\beta_3} &= \alpha_3^{(M-N)} - \alpha^{(M-N)} \end{aligned} \right\}. \quad (\text{II.9.2})$$

- 3) Виміряні кути  $\beta_i$  виправляються поправками. Суми поправок у кути будь-якого ходу повинні дорівнювати нев'язці цього ходу, взятій з оберненим знаком:

$$[V_{i1}] = -f_{\beta_1}; [V_{i2}] = -f_{\beta_2}; [V_{i3}] = -f_{\beta_3}.$$

- 4) Переходимо до зрівноваження координат. Розглянемо зрівноваження тільки абсцис. Зрівноваження ординат виконується аналогічно. Знайдемо середнє вагове значення абсциси точки  $M$ . Ваги ходів обернено пропорційні довжині ходів.

$$X_M = \frac{(X_A - [\Delta X]_1) \cdot P_1 + (X_B - [\Delta X]_2) \cdot P_2 + (X_C + [\Delta X]_3) \cdot P_3}{P_1 + P_2 + P_3}. \quad (\text{II.9.3})$$

- 5) Після визначення  $X_M$  та  $Y_M$  вузлової точки мережа розділяється на три незалежних ходи, які зрівноважуються окремо строгим або спрощеним методом.

### II.9.2. Зрівноваження полігонометричної мережі способом послідовних наближень

Розглянемо такий спосіб на конкретному прикладі. Припустимо, ми маємо мережу з п'яти ходів, що створюють дві вузлові точки  $M$  та  $N$  (див.

рис. II.9.2). Необхідно знайти ймовірні координати точок  $M$  та  $N$  способом послідовних наближень. Для стислості будемо виконувати визначення тільки  $X_M$  та  $X_N$ . Ординати  $Y_M$  та  $Y_N$  знаходяться аналогічно. Припустимо, що  $X_M$  та  $X_N$  вже знайдені. Тоді, для кожного ходу можна скласти рівняння похибок. Цим рівнянням припишемо ваги як величини обернені до довжини ходів.

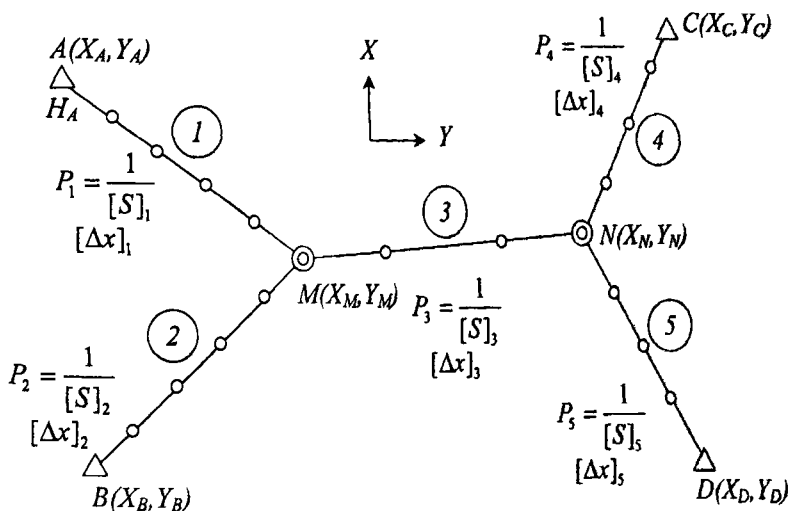


Рис. II.9.2. Полігонометрична мережа з п'яти ходів, що створюють дві вузлові точки.

$$\begin{aligned}
 X_M - (X_A - [\Delta X]_1) &= V_1 P_1 \\
 X_M - (X_B + [\Delta X]_2) &= V_2 P_2 \\
 X_M - (X_N - [\Delta X]_3) &= V_3 P_3 \\
 X_N - (X_C - [\Delta X]_4) &= V_4 P_4 \\
 X_N - (X_D + [\Delta X]_5) &= V_5 P_5
 \end{aligned} \quad (II.9.4)$$

Як відомо, коли ці рівняння розв'язувати при додатковій умові  $[PVV] = \min$ , то це приведе до нормальних рівнянь, які в скороченому вигляді при двох невідомих ( $X_M$  та  $X_N$ ) запишуться так:

$$\begin{cases} [Paa]X_M + [Pab] = 0 \\ [Pbb]X_N + [Pbl] = 0 \end{cases} \quad (II.9.5)$$

У рівняннях (II.9.5)  $a_i$  – коефіцієнти при першому невідомому (при  $X_M$ ); в рівняннях похибок (II.9.4), тобто  $a_i = 1$ ; в свою чергу  $b_i$  – коефіцієнт при другому невідомому (при  $X_N$ ); в цих самих рівняннях похибок (II.9.4)

$b_i = 1$ . Відомі частини рівнянь похибок, взяті в круглі дужки, позначені  $l_i$ . Наприклад,  $(X_A - [\Delta X]_1) = l_1$ ,  $P_i$  – ваги ходів.

Підставимо в перше нормальне рівняння системи (II.9.5) значення  $a_i$  та  $l_i$  і запишемо це рівняння в розгорнутому вигляді. Отримаємо:

$$P_1 X_M - (X_A - [\Delta X]_1) \cdot P_1 + P_2 X_M - (X_B + [\Delta X]_2) \cdot P_2 + P_3 X_M - (X_N - [\Delta X]_3) \cdot P_3 = 0. \quad (\text{II.9.6})$$

Розв'яжемо (II.9.6) відносно невідомого  $X_M$ . Матимемо:

$$X_M = \frac{(X_A - [\Delta X]_1) \cdot P_1 + (X_B + [\Delta X]_2) \cdot P_2 + (X_N - [\Delta X]_3) \cdot P_3}{P_1 + P_2 + P_3}. \quad (\text{II.9.7})$$

Аналізуючи (II.9.7) зауважимо, що  $X_M$  знаходиться як середнє вагове з трьох ходів, які збігаються в одну вузлову точку. Аналогічне рівняння ми вже отримали раніше під час зрівноваження мережі з однією вузловою точкою (рівняння II.9.3). Тому для знаходження ймовірної абсциси точки  $N - X_N$  запишемо аналогічно:

$$X_N = \frac{(X_C - [\Delta X]_4) \cdot P_4 + (X_D + [\Delta X]_5) \cdot P_5 + (X_M + [\Delta X]_3) \cdot P_3}{P_3 + P_4 + P_5}. \quad (\text{II.9.8})$$

Розглядаючи (II.9.7) та (II.9.8), бачимо, що в цих рівняннях невідомі (тобто  $X_M$  та  $X_N$ ) є в лівій та у правій частинах. Тому їх безпосереднє розв'язання неможливе. Але ці рівняння можна розв'язати методом наближень (ітерації). Щоб знайти значення абсциси цієї точки з першого наближення  $X_{M1}$ , підставимо у (II.9.7) замість невідомого  $X_N$  наближену абсцису цієї точки, знайдену з ходу 4 (можна з ходу 5):

$$X_{N_{\text{наб}}} = X_C - [\Delta X]_4. \quad (\text{II.9.9})$$

Тоді, розв'язавши (II.9.7), знайдемо  $X_{M1}$  – значення абсциси точки  $M$  з першого наближення.

Далі, у рівняння (II.9.8) підставимо  $X_{M1}$ , знайдемо  $X_{N1}$ , тобто знайдемо  $X_{N1}$  з першого наближення. Маємо  $X_{M1}$  та  $X_{N1}$  з першого наближення. Переходимо до другого наближення. Для обчислення  $X_{M2}$  в (II.9.7) підставляємо значення  $X_{N1}$ , а для обчислення  $X_{N2}$  підставляємо в (II.9.8)  $X_{M2}$ . Досить зробити 3-4 наближення. Коли  $X_{Mi} = X_{M(i-1)}$ , а  $X_{Ni} = X_{N(i-1)}$ , тобто, коли значення абсцис в останньому  $i$ -тому наближенні такі самі, як і в попередньому ( $i-1$ ) наближенні, процес ітерації зупиняють.

Аналогічно знаходять кінцеві ординати цих точок  $Y_M$  та  $Y_N$ . Після цього мережа розпадається на п'ять незалежних ходів, кожний з яких зрівноважується, як звичайно.

### II.9.3. Зрівноваження полігонометричної мережі методом еквівалентної заміни

Розглянемо, як зрівноважуються цим методом горизонтальні кути. Прирости координат зрівноважуються аналогічно.

Нехай маємо мережу з п'яти ходів із двома вузловими точками, показано на рис. II.9.3. Дужками на рисунку показані горизонтальні кути.

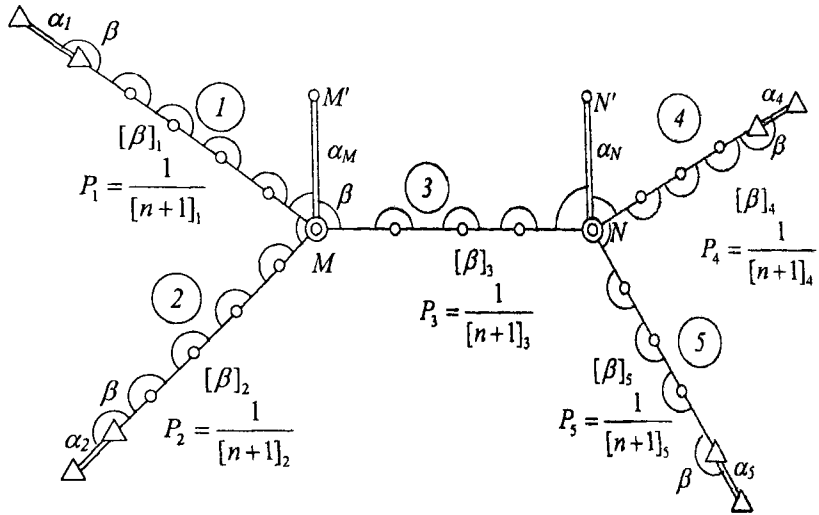


Рис. II.9.3. До зрівноваження кутів мережі з п'яти полігонометричних ходів, що сходяться у дві вузлові точки.

На вузлових точках  $M$  та  $N$  вибрані напрямки  $(M - M')$  та  $(N - N')$ , шукані дирекційні кути яких позначені  $\alpha^{(M)}$  та  $\alpha^{(N)}$ .

В усіх ходах мережі виміряні ліві кути, якщо рухатися від вихідних триангуляційних пунктів, (показаних на рисунку трикутниками) у напрямку до вузлових точок  $M$  або  $N$ . Ваги ходів обчислені як величини, обернені до кількості кутів у ходах:

$$P_i = \frac{1}{(n+1)_i}. \quad (\text{II.9.10})$$

Суми вимірних кутів  $[\beta]$  також показані на рисунку. Замінімо 1 та 2 ходи еквівалентним ходом. За визначенням, вага еквівалентного ходу дорівнює сумі ваг ходів, які замінені еквівалентним ходом:

$$P_{1,2} = P_1 + P_2. \quad (\text{II.9.11})$$

Далі, під час зрівноваження будемо дотримуватися такої послідовності:

- 1) Визначимо дирекційний кут  $\alpha_{1,2}^{(M)}$  лінії  $(M - M')$  з еквівалентного ходу 1,2:

$$\alpha_{1,2}^{(M)} = \frac{\alpha_1^{(M)} \cdot P_1 + \alpha_2^{(M)} \cdot P_2}{P_1 + P_2}. \quad (\text{II.9.12})$$

У формулі (II.9.12) оскільки виміряні ліві кути (див. рисунок), то:

$$\alpha_1^{(M)} = \alpha_1 + [\beta]_1 - 180^\circ(n+1)_1; \quad \alpha_2^{(M)} = \alpha_2 + [\beta]_2 - 180^\circ(n+1)_2.$$

- 2) Знайдемо кількість кутів в еквівалентному ході 1,2. У відповідності з (II.9.10) маємо:

$$(n+1)_{1,2} = \frac{1}{P_{1,2}}. \quad (\text{II.9.13})$$

- 3) Знайдемо значення дирекційного кута лінії  $(N - N')$  з трьох ходів, тобто, з першого, другого (точніше, з еквівалентного) та третього ходу:

$$\alpha_{1,2,3}^{(N)} = \alpha_{1,2}^{(N)} + [\beta_3] - 180^\circ(n+1)_3. \quad (\text{II.9.14})$$

- 4) Визначимо кінцеве значення дирекційного кута лінії  $(N - N')$  з усіх ходів (з еквівалентного, третього, четвертого та п'ятого):

$$\alpha^{(N)} = \frac{\alpha_{1,2,3}^{(N)} \cdot P_{1,2,3} + \alpha_4^{(N)} \cdot P_4 + \alpha_5^{(N)} \cdot P_5}{P_{1,2,3} + P_4 + P_5}, \quad (\text{II.9.15})$$

де

$$P_{1,2,3} = P_{1,2} + P_3. \quad (\text{II.9.16})$$

- 5) Маючи кінцеве (найбільш точне) значення дирекційного кута  $\alpha^{(N)}$  лінії  $(N - N')$ , можемо в подальшому знайти кутові нев'язки  $f_{\beta_4}$  та  $f_{\beta_5}$  в ходах 4 та 5:

$$f_{\beta_4} = \alpha_4^{(N)} - \alpha^{(N)}, \quad (\text{II.9.17})$$

$$f_{\beta_5} = \alpha_5^{(N)} - \alpha^{(N)}. \quad (\text{II.9.18})$$

- 6) Підрахуємо сумарну кутову нев'язку, що припадає на еквівалентний та третій ходи:

$$f_{\beta_{1,2,3}} = \alpha_{1,2,3}^{(N)} - \alpha^{(N)}. \quad (\text{II.9.19})$$

- 7) Розділимо цю нев'язку і підрахуємо окремо нев'язки, що припадають на еквівалентний та третій ходи. Нев'язка  $f_{\beta_{1,2,3}}$  припадає на число кутів  $(n+1)_{1,2} + (n+1)_3$ . Звідки, не важко здогадатися, що:

$$f_{\beta_{1,2}} = \frac{f_{\beta_{1,2,3}}}{(n+1)_{1,2} + (n+1)_3} \cdot (n+1)_{1,2}, \quad (\text{II.9.20})$$

$$f_{\beta_3} = \frac{f_{\beta_{1,2,3}}}{(n+1)_{1,2} + (n+1)_3} \cdot (n+1)_3. \quad (\text{II.9.21})$$

Формула (II.9.21) визначає нев'язку в третьому ході. Знаючи  $f_{\beta_1}$  кути третього ходу? можна зрівноважувати, вводячи поправки в виміряні кути, як в окремому, незалежному ході. Формула (II.9.20) визначає нев'язку еквівалентного ходу 1,2.

- 8) Оскільки завжди куту нев'язку можна знайти, як різницю між попереднім (наближеним) значенням дирекційного кута й остаточним (кінцевим) значенням дирекційного кута, то для еквівалентного ходу 1,2 запишемо:

$$f_{\beta_{1,2}} = \alpha_{1,2}^{(M)} - \alpha^{(M)}. \quad (\text{II.9.22})$$

- 9) Розв'язуючи рівняння (II.9.22) відносно невідомого  $\alpha^{(M)}$ , отримаємо формулу для обчислення кінцевого значення дирекційного кута лінії  $(M - M') - \alpha^{(M)}$ :

$$\alpha^{(M)} = \alpha_{1,2}^{(M)} - f_{\beta_{1,2}}. \quad (\text{II.9.23})$$

Значення  $f_{\beta_{1,2}}$  знаходяться за формулою (II.9.20), а значення  $\alpha_{1,2}^{(M)}$  – за формулою (II.9.12). Праві члени формули (II.9.23) відомі. Таким чином, за формулою (II.9.23) знайдемо  $\alpha^{(M)}$  – кінцеве значення дирекційного кута лінії  $M - M'$ .

- 10) Знайдемо, на кінець, нев'язки в початкових ходах 1 та 2:

$$f_{\beta_1} = \alpha_1^{(M)} - \alpha^{(M)}. \quad (\text{II.9.24})$$

$$f_{\beta_2} = \alpha_2^{(M)} - \alpha^{(M)}. \quad (\text{II.9.25})$$

У результаті виконання дій задана мережа розділена на п'ять незалежних ходів з відомими кутувими нев'язками, кожний з ходів врівноважується, як незалежний.

#### II.9.4. Зрівноваження кутів полігонометричної мережі методом професора В.В.Попова

Як вже відзначалося, професор В.В.Попов вдосконалив наближений метод зрівноваження порівнянням нев'язок суміжних полігонів. Зрозуміло, що такий метод (метод порівняння нев'язок) придатний як для зрівноваження висотних, нівелірних мереж, так і для зрівноваження геодезичних та полігонометричних мереж. Вдосконалення В.В.Попова привели до створення ним строгих методів зрівноваження геодезичних мереж. Метод В.В.Попова дозволяє, перш за все, підрахувати кількість кутів у ходах межуючих полігонів. На рис. II.9.4 показана мережа з трьох полігонів. Хід  $A-D$  є суміжним з першим та третім полігонами. Виникає питання: скільки в цьому ході кутів? В.В.Попов міркував приблизно так: кут створюється двома напрямками; але кожна лінія ходу також має два напрямки: прямий та зворотний. Кут при точці  $A$  в першому полігоні двома напрямками входить в полігон I і, одночасно, одним напрямком (напрямок  $AN$ ) в полігон III. Напрямок  $NA$  – другий напрямок цієї лінії. Таким чином, напрямки  $AN$  та  $NA$

також можна розглядати як кут. Тому в суміжних ходах стільки кутів, скільки ліній.

Дійсно, два напрямки  $AN$  та  $NA$  створюють один кут, а інші два напрямки  $ND$  та  $DN$ , створюють другий кут. Отже, в ході  $AD$  два суміжних кути, в ході  $BD$  (або  $DB$ ) один – суміжний кут. В ході  $CD$  (або  $DC$ ) два суміжних кути. Це, здавалося б просте міркування, дозволяє складати нормальні рівняння корелат безпосередньо на основі схеми мережі і виконати строге зрівноваження кутів.

Позначимо *корелати* – поправки в один кут першого полігону  $K_1$ , в один кут другого полігону  $K_2$ , третього полігону  $K_3$ . Тоді можемо записати:

$$\left. \begin{aligned} +7K_1 - K_2 - 2K_3 - 30'' &= 0 \\ -K_1 + 6K_2 - 2K_3 - 12'' &= 0 \\ -2K_1 - 2K_2 + 6K_3 + 24'' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.9.26})$$

Розв'язавши цю систему знайдемо корелати  $K_1 = +4''$ ,  $K_2 = +2''$ ,  $K_3 = -2''$ . Зовнішні ходи отримають поправки, відповідно, в першому полігоні  $+4''$ , в другому  $+2''$ , в третьому  $-2''$ . Кут  $A$  в полігоні I (два напрямки кута входять в полігон I, одночасно один з цих напрямків входить в полігон III) отримає поправку

$$K_1 - \frac{1}{2}K_3 = +4'' + 1'' = +5''.$$

$$\text{Кут } A \text{ в полігоні III: } K_3 - \frac{1}{2}K_1 = -2'' - 2'' = -4''.$$

$$\text{Аналогічно, в точці } B. \text{ Полігон I: } K_1 - \frac{1}{2}K_2 = 4'' - 1'' = +3''.$$

$$\text{Полігон II: } K_2 - \frac{1}{2}K_1 = +2'' - 2'' = 0''.$$

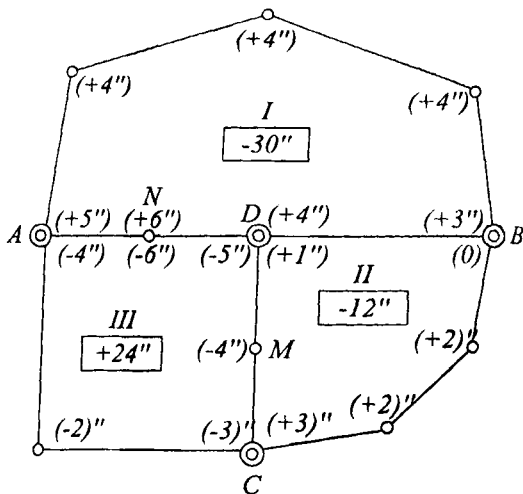


Рис. II.9.4. Зрівноваження кутів мережі полігонів полігонометрії методом професора В.В.Попова.

Так само в точці  $C$ , полігон II:  $K_2 - \frac{1}{2}K_3 = +2'' + 1'' = +3''$ .

Полігон III:  $K_3 - \frac{1}{2}K_2 = -2'' - 1'' = -3''$ .

Знайдемо поправки в кути в точці  $N$ .

На ланку  $AD$ :  $K_1 - K_3 = +4'' + 2'' = +6''$ .

На ланку  $DA$ :  $K_3 - K_1 = -2'' - 4'' = -6''$ .

Знайдемо поправки в кути при точці  $M$ .

На ланку  $CD$ :  $K_3 - K_2 = -2'' - 2'' = -4''$ .

На ланку  $DC$ :  $K_2 - K_3 = +2'' + 2'' = +4''$ .

Залишається знайти поправки на три кути при точці  $D$ .

Кут в точці  $D$  в полігоні I:  $K_1 - \frac{1}{2}K_2 - \frac{1}{2}K_3 = +4'' - 1'' + 1'' = +4''$ .

Кут в точці  $D$  в полігоні II:  $K_2 - \frac{1}{2}K_1 - \frac{1}{2}K_3 = +2'' - 2'' + 1'' = +1''$ .

Кут в точці  $D$  в полігоні III:  $K_3 - \frac{1}{2}K_1 - \frac{1}{2}K_2 = -2'' - 2'' - 1'' = -5''$ .

Контроль правильності обчислення поправок:

$$[V_i] = -f_{\beta_i}$$

### II.9.5. Зрівноваження приростів координат полігонометричних мереж методом професора В.В.Попова

Нехай маємо ту ж мережу з трьох полігонів. У прямокутних рамках подані нев'язки полігонів  $f_x$  та  $f_y$  в метрах. У кружках подані довжини ходів в кілометрах.

Позначимо  $K_1^{(x)}$ ,  $K_2^{(x)}$ ,  $K_3^{(x)}$  – поправки в прирости абсцис  $\Delta X$  на 1 км ходу відповідно для першого, другого та третього полігону. Аналогічно  $K_1^{(y)}$ ,  $K_2^{(y)}$ ,  $K_3^{(y)}$  – поправки у прирости ординат  $\Delta Y$  також на 1 км ходу. Складемо нормальні рівняння корелат для зрівноваження приростів  $\Delta X$ .

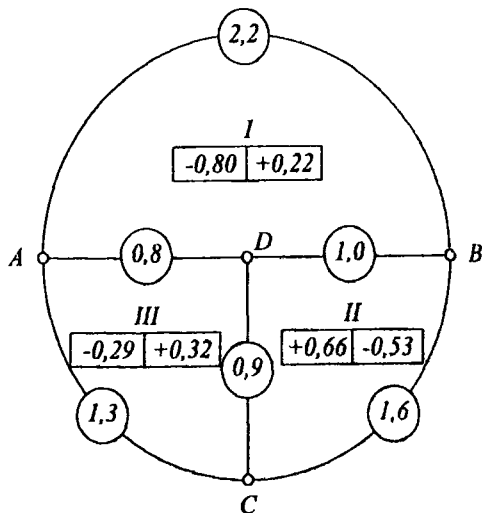


Рис. II.9.5. Зрівноваження приростів координат мережі полігонів полігонометрії способом професора В.В.Попова.



$$\left. \begin{aligned} 4K_1^{(x)} - K_2^{(x)} - 0,8K_3^{(x)} - 0,80 &= 0 \\ -K_1^{(x)} + 3,5K_2^{(x)} - 0,9K_3^{(x)} + 0,66 &= 0 \\ -0,8K_1^{(x)} - 0,9K_2^{(x)} + 3,0K_3^{(x)} - 0,29 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.9.27})$$

Нормальні рівняння корелат для зрівноваження приростів  $\Delta Y$  будуть відрізнятись тільки вільними членами та позначеннями корелат.

$$\left. \begin{aligned} 4K_1^{(y)} - K_2^{(y)} - 0,8K_3^{(y)} + 0,22 &= 0 \\ -K_1^{(y)} + 3,5K_2^{(y)} - 0,9K_3^{(y)} - 0,53 &= 0 \\ -0,8K_1^{(y)} - 0,9K_2^{(y)} + 3,0K_3^{(y)} + 0,32 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.9.28})$$

Розв'язавши системи рівнянь (II.9.27) та (II.9.28) знайдемо поправки  $K_1^{(x)}$ ,  $K_2^{(x)}$ ,  $K_3^{(x)}$  та  $K_1^{(y)}$ ,  $K_2^{(y)}$ ,  $K_3^{(y)}$  в прирости абсцис і ординат на 1 км зовнішніх ходів мережі. Поправки в прирости координат на окремі ходи обчислюють в наступній відомості. У цій відомості подані буквені вирази для визначення поправок на окремі ланки (ходи), з яких складаються полігони.

Відомість обчислення поправок в прирости координат на окремі ходи (ланки)

| Назва ланок | Поправки на     |                 | Буквені вирази поправок           |                                   |
|-------------|-----------------|-----------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
|             | $\sum \Delta X$ | $\sum \Delta Y$ | на $\sum \Delta X$                | на $\sum \Delta Y$                |
| 1           | 2               | 3               | 4                                 | 5                                 |
| <i>AB</i>   |                 |                 | $n_1 K_1^{(x)}$                   | $n_1 K_1^{(y)}$                   |
| <i>BC</i>   |                 |                 | $n_2 K_2^{(x)}$                   | $n_2 K_2^{(y)}$                   |
| <i>CA</i>   |                 |                 | $n_3 K_3^{(x)}$                   | $n_3 K_3^{(y)}$                   |
| <i>AD</i>   |                 |                 | $n_{1,3} (K_1^{(x)} - K_3^{(x)})$ | $n_{1,3} (K_1^{(y)} - K_3^{(y)})$ |
| <i>BD</i>   |                 |                 | $n_{2,1} (K_2^{(x)} - K_1^{(x)})$ | $n_{2,1} (K_2^{(y)} - K_1^{(y)})$ |
| <i>CD</i>   |                 |                 | $n_{3,2} (K_3^{(x)} - K_2^{(x)})$ | $n_{3,2} (K_3^{(y)} - K_2^{(y)})$ |

У відомості позначені відповідно  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$  – довжини зовнішніх ходів (ланок) *AB*, *BC* та *CA* в кілометрах;  $n_{1,3}$ ,  $n_{2,1}$ ,  $n_{3,2}$  – довжини суміжних ланок *AD*, *BD*, *CD* в кілометрах. У стовпчиках 2 і 3 виписуються числові значення поправок в метрах.

Контроль правильності введення поправок в прирости координат виконується за сумами поправок в окремі ходи, що створюють полігони: суми цих поправок мають дорівнювати відповідним нев'язкам  $f_x$  та  $f_y$  даних полігонів, взятих з оберненими знаками.

### 11.9.6. Оцінка точності полігонометричних ходів та мереж за результатами зрівноваження

Раніше, під час попереднього опрацювання результатів польових вимірювань, ми виконували оцінку точності лінійних та кутових вимірювань полігонометрії за нев'язками, тобто, за результатами польових робіт. Проте, більш достовірною є оцінка точності кутових та лінійних вимірювань за результатами зрівноваження на основі поправок в кути  $V_{\beta_i}$  та лінії  $V_{s_i}$ .

Для оцінки точності зрівноважених кутів та ліній скористаємося узагальненою формулою Бесселя. Для кутів:

$$m_{\beta} = \sqrt{\frac{[V_{\beta_i} V_{\beta_i}]}{n-k}}. \quad (11.9.29)$$

Для ліній:

$$\mu = \sqrt{\frac{[P_{s_i} V_{s_i} V_{s_i}]}{n-k}}, \quad (11.9.30)$$

де  $n$  – кількість всіх ходів,  $k$  – кількість вузлових точок. Різниця  $(n-k)$  дає кількість надлишкових вимірювань в мережі. При цьому, як відомо, кути вважаються рівноточними, а лінії – нерівноточними. Ваги ліній можна визначити за формулою:

$$P = \frac{c}{m_s^2},$$

Якщо похибки  $m_s$  відомі. В іншому випадку для визначення ваг оцінюваних величин необхідно кожному з них представляти у вигляді функції результатів вимірювання

$$T = f(d_1, d_2, \dots, d_n).$$

Тоді вага  $P_i$  знайдеться за відомою формулою

$$\frac{1}{P_i} = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial d_i} \right) \frac{1}{P_d}. \quad (11.9.31)$$

Оцінку точності результатів вимірювань за результатами зрівноваження вважають більш надійною тому, що на таку оцінку впливають як випадкові, так і систематичні похибки вимірювань, тоді як на нев'язки, отримані за результатами польових вимірювань, часто не впливають, або менше впливають деякі систематичні похибки, характерні для всього масиву кутових та лінійних вимірювань.

## РОЗДІЛ III. ПРОСТОРОВІ СУПУТНИКОВІ МЕРЕЖІ (ОСНОВИ СУПУТНИКОВОЇ ГЕОДЕЗІЇ)

### III.1. Будова та принцип роботи геодезичних супутникових систем

#### III.1.1. Принцип роботи систем визначення просторового положення точок

Більшість високоточних приладів наземної геодезії (теодоліти, нівеліри, світловідалеміри, тахеометри та ін.) удосконалені завдяки вдалим технічним рішенням та продуманим технологіям їх використання. Проте, майже всі вони використовують оптичний діапазон електромагнітних хвиль.

Це, по-перше, створило цілий ряд недоліків, наприклад: необхідність під час вимірювання не тільки прямої (геометричної), але й оптичної видимості між пунктами; певні складності цілодобових спостережень; неможливість безперервних моніторингових спостережень та багато інших.

Другою особливістю традиційного геодезичного вимірювання є широке розповсюдження вимірювання кутів, хоча сучасні світловідалеміри забезпечують більш високий рівень точності. Крім того, наземне вимірювання виконується в прошарках високодинамічної атмосфери, що суттєво ускладнює процедуру вимірювання і знижує потенціальний рівень точності.

Альтернативний підхід до геодезичного вимірювання на принципово іншій основі виявився в застосуванні просторових методів вимірювань із використанням миттєвого положення штучних супутників Землі як точок із відомими координатами. Засновані на такому принципі вимірювальні комплекси отримали назву *глобальних систем позиціонування*, початкове призначення яких було розв'язання навігаційних задач.

Проте, подальші дослідження показали, що за рахунок приладного та програмного забезпечення такі системи можуть бути використані для розв'язання широкого кола геодезичних задач та різко підвищити продуктивність та точність вимірів.

Під час вибору найбільш ефективного діапазону електромагнітних хвиль враховувалось те, що ці системи повинні забезпечити виконання вимірювання під час будь-яких погодних умов. Дослідженнями встановлено, що саме таким є ультракороткий діапазон радіохвиль.

Ще одна особливість супутникових віддалемірних систем у тому, що вони повинні дати можливість одночасного забезпечення вимірювання віддалі між незначною кількістю супутників та необмеженою кількістю станцій, що знаходяться на земній поверхні. Під час створення масової портативної апаратури доцільно виключити двосторонній обмін інформацією, як це прийнято під час наземного вимірювання, тобто виключити

радіопередавальні пристрої, що мали б входити до складу апаратури користувача. Ця вимога визначила необхідність застосування одностороннього методу вимірювання довжин і значно спростила будову наземних та супутникових приладів. Головна особливість одностороннього методу вимірювання у тому, що передавальний пристрій знаходиться на супутнику, а приймальний – на наземному пункті. Інформаційний сигнал проходить тільки в одному напрямку, а саме, від супутника до приймача [2]. В основу цього методу покладена проста функціональна блок-схема (рис. III.1.1).

З рисунка видно, що інформаційний сигнал дійсно проходить віддаль  $S$  тільки в одному напрямку. Якщо миті випромінювання та приймання даного сигналу зафіксовані точно синхронізованими годинниками, які знаходяться на супутнику та наземному пункті і які реалізуються на основі відповідних високостабільних опорних генераторів, то віддаль  $S$  може бути визначена за формулою:

$$S = c \cdot \tau, \quad (III.1.1)$$

де  $c$  – швидкість ЕМХ,  $\tau$  – визначений час проходження віддалі сигналом.

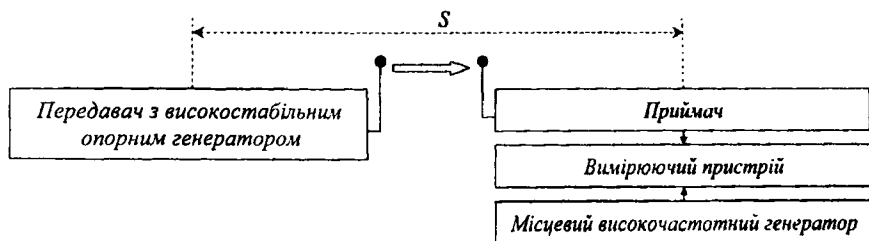


Рис. III.1.1. Спрощена функціональна схема віддалеміра, що працює на односторонньому принципі.

Формула (III.1.1) аналогічна відомій нам формулі імпульсних наземних світловіддалемірів:

$$S = \frac{1}{2} c \cdot \tau. \quad (III.1.2)$$

Множник  $\frac{1}{2}$  в формулі (III.1.1) відсутній, оскільки сигнал проходить

віддаль  $S$  один раз. Оскільки ЕМХ за одну наносекунду ( $1\text{нс} = 1 \cdot 10^{-9}\text{с}$ ) проходять віддаль біля 30 см, то для забезпечення сантиметрового рівня точності необхідно синхронізувати годинники на супутнику та на приймачу до сотих долей наносекунди. Але існуючий рівень техніки поки-що не дозволяє цього зробити. Тому необхідно враховувати асинхронність цих годинників, що ускладнює розв'язок задачі і вимагає одночасного вимірювання віддалей від точки на поверхні Землі (координати якої визначаються) до чотирьох супутників, як мінімум. Зауважимо, що віддалі, виміряні без урахування синхронізації годинників називають псевдовіддальми.

Вимірювання супутникової геодезії базуються переважно на використанні глобальної позиційної системи GPS (Global Positioning System), що знайшла в останні роки широке застосування в усіх видах геодезичних робіт. Менше відомою є система ГЛОНАСС, запропонована Росією.

Супутникова геодезія зарекомендувала себе цілим рядом кардинальних переваг перед наземною геодезією. Найважливіші з них:

- зникла необхідність будувати зовнішні геодезичні знаки;
- з'явилася можливість об'єднати планові і висотні пункти геодезичних мереж, оскільки система GPS дає одночасно просторове положення цих пунктів;
- значно коротший час, необхідний для отримання кінцевих результатів;
- можливість більш повної автоматизації вимірювання;
- значне зменшення вартості робіт.

GPS-вимірювання використовують не тільки для визначення положення пунктів геодезичної основи, топографічного та кадастрового знімання, інженерної геодезії, але й в геодинамічних дослідженнях, для визначення таких важливих параметрів геодинаміки, як рухи полюсів нашої планети, стабільності обертових рухів Землі та інших параметрів.

Усе вищесказане та, особливо, висока точність GPS-вимірювання є причиною того, що "Основні положення створення державної геодезичної мережі", затверджені Постановою Кабінету міністрів України від 8 червня 1998 р. № 8441, передбачають створення нових та оновлення існуючих мереж сучасними радіонавігаційними системами (GPS) та комп'ютерними технологіями. Допускається застосування традиційних геодезичних методів. Проте, традиційні методи вже не здатні конкурувати з методами космічної геодезії. Правда, поки-що таку конкуренцію витримує високоточне геометричне нівелювання, яке, до того ж, ще необхідне для визначення геоїда.

### *III.1.2. Найважливіші відомості про будову глобальних навігаційних систем*

Глобальна позиційна система GPS запроектована і сконструйована Міністерством оборони США. Уряд США затратив понад 12 мільярдів доларів на створення системи і продовжує витратити кошти на її розвиток і підтримку в робочому стані. Повна назва системи – Navigation System with Time and Ranging, Global Position System. Виділені потовщенням літери дають скорочену назву системи NAVSTAR/GPS. У перекладі ця назва означає: навігаційна система часу і віддалей, глобальна система визначення місцеположення. У Радянському Союзі була створена система ГЛОНАСС (глобальна навігаційна система супутників), початкова назва проекту "Ураган". Саме ці дві системи вже знайшли застосування в геодезії. Крім цього, Європейське співтовариство створює свою навігаційну систему GALILEO.

Оскільки GPS-система створювалась, перш за все, як військова, вона стійка, надійна і несприйнятлива до природних та штучних перешкод. До складу системи входять:

1. *Навігаційні супутники;*
2. *Наземний комплекс керування;*
3. *Апаратура користувачів.*

Отже, GPS поділяється на три блоки, які найчастіше називають *сегментами*.

Космічний сегмент. Повністю розвинений космічний сегмент спроможний забезпечити в глобальному масштабі можливість одночасного спостереження від чотирьох до восьми супутників для кутів відсікання понад 15 градусів. Якщо цей мінімальний вертикальний кут між горизонтом і напрямком на супутник зменшити до 10 градусів, тоді час від часу в полі зору знаходитиметься до 10 супутників, а за умови зменшення цього кута далі до 5 градусів кількість видимих супутників інколи може сягати 12. Для цього космічні апарати розташовуються на орбітах, близьких до кругових, з висотою над поверхнею Землі близько 20200 км та періодом обертання приблизно 12 зоряних (сидеричних) годин. Спочатку було заплановано здійснити запуск 24 супутників, які б обертались в трьох орбітальних площинах, нахилених під кутом 63° до екватора.

Пізніше, космічний сегмент був скорочений до 18 супутників, які розташовувались по три на кожній із шести орбітальних площин. Згодом довелось відмовитись від цієї скороченої конфігурації, оскільки вона не забезпечувала можливості цілодобового неперервного використання системи в будь-якій точці на поверхні Землі. Приблизно в 1986 р. кількість ШСЗ була збільшена до 21, також по три супутники на кожній із шести орбітальних площин та три запасні супутники. Запасні супутники призначені для заміни зіпсованих "неактивних" супутників. На сьогодні планується конфігурація, що складатиметься з 24 діючих супутників, розташованих на шести орбітальних площинах, нахилених до площини екватора під кутом 55°, по чотири в кожній. Крім того, для оперативної заміни ще чотири запасні супутники знаходяться на Землі. Супутники виводяться дуже точно на свої орбіти відповідно до генерального плану розгортання системи і, оскільки на висоті 20200 кілометрів атмосферне гальмування практично відсутнє, залишаються на них протягом тривалого часу. Орбіти відомі заздалегідь, а кожний приймач містить в пам'яті свого комп'ютера "альманах", тобто, своєрідний довідник, що постійно оновлюється, з якого видно, де буде знаходитися кожний супутник в будь-який момент часу.

Космічні апарати GPS фактично служать платформами для встановлення трансенсорів (приймачів-передавачів), атомного годинника, комп'ютера та іншого устаткування, необхідного для роботи системи. Це електронне обладнання дає користувачу можливість своїм приймачем вимірювати відстань до супутника. Крім того, кожен спостерігач, завдяки

інформаційному повідомленню про орбіти, яке кодується в сигналі із супутника, спроможний визначити просторові координати  $rs$  супутника у довільний момент часу. Спираючись на ці дві можливості та на метод просторових засічок, користувачі можуть визначити свої координати на поверхні або поблизу Землі.

Допоміжне обладнання кожного супутника складається із двох сонячних батарей площею  $7 \text{ м}^2$ , які забезпечують електричне живлення, та системи реактивних двигунів, потрібних для корекції орбіти та керування орієнтацією космічного апарата в просторі.

Супутники мають різноманітні системи ідентифікації, а саме: за номером запуску, за присвоєним кожному апарату окремим псевдошумовим кодом (PRN), за номером позиції на орбіті, за номером у каталозі НАСА, за міжнародною класифікацією. Для того, щоб уникнути можливих непорозумінь та зберегти відповідність із змістом навігаційного повідомлення із супутника, ми використовуємо, як правило, номер PRN.

На теперішній час створено п'ять типів супутників GPS. Їх розділяють на класи: Block I, Block II, Block IIA, Block IIR, та Block IIF. Конфігурація супутників типу Block I децю відрізняється від конфігурації супутників Block II, оскільки кут нахилу їх орбітальної площини до екваторіальної дорівнює  $55^\circ$ , тоді як до попереднього покоління він становив  $63^\circ$ . Крім кута нахилу орбіти існує ще одна суттєва відмінність між супутниками Block I та Block II, пов'язана з національною безпекою США. Сигнали супутників Block I могли вільно реєструватись цивільними користувачами, а доступ до інформації з ШСЗ наступного покоління Block II став обмеженим.

Супутники типу Block II були призначені для забезпечення першої версії повної уніфікованої системи GPS (тобто 21 активного та трьох запасних супутників). Перший із супутників типу Block II коштував приблизно 50 млн. доларів США і важив більше 1500 кг. Його запуск здійснено 14 лютого 1989 р за допомогою ракети "Дельта II" яка стартувала з космодрому ім. Кеннеді, що на мисі Канаверал у штаті Флорида. На сьогодні середня тривалість функціональної здатності супутників цього типу становить шість років, хоча метою проекту було досягти семи з половиною років. Деякі із супутників можуть справно працювати навіть до десяти років, тому що їх основні модулі функціонують протягом такого часу.

Супутники наступного покоління, які названо Block IIF (від слова follow on – наступний), будуть запускатись у період з 2001 по 2010 р. Ці супутники обладнуються удосконаленим устаткуванням для автономної навігації, наприклад, інерціальними системами навігації.

Планується збільшити термін роботи супутника Block IIF до 14-15 років, а також увести в склад сигналів додаткову частоту L5, яка рівна 1176,45 МГц, що суттєво полегшить розв'язок неоднозначності, характерний для фазового вимірювання.

Розгортання Російської системи ГЛОНАСС також проходить поетапно. Перший супутник системи (із назвою Космос 1413) був запущений 12 жовтня 1982 р. До кінця 1998 р. було запущено 74 супутники, більшість з яких уже виведені з експлуатації. У лютому 2000 р. залишилось 8 супутників.

За проектними даними сузір'я супутників ГЛОНАСС також має включати 24 супутники, розташованих на трьох орбітальних площинах, нахил яких відносно до площини екватора рівний  $64,8^\circ$ . Номінальна висота кругової орбіти над земною поверхнею складає 19100 км, період обертання навколо Землі 11 г. 15 хв. 44 с. Загальна маса супутника 1415 кг. Планується підвищити стабільність частоти генераторів, підвищити точність визначення ефемерид супутників та їх прогноз, а також збільшити термін функціонування супутників. Проект запуску 24 супутників системи ГЛОНАСС здійснено в Росії важкими ракетами "Протон".

Технічні параметри системи NAVSTAR/GPS та ГЛОНАСС є різними. Істотною різницею цих систем є те, що в системі GPS усі супутники випромінюють коливання однакових частот, а в системі ГЛОНАСС кожен супутник випромінює свою частоту. Вивчається можливість одночасного використання обох систем для визначення положення наземних пунктів. Такі дослідження дуже важливі, оскільки дозволять використати для визначення пунктів більшу кількість супутників (в обох системах понад сорок ШСЗ), не кажучи вже про те, що сигнали ГЛОНАСС не спотворюються і тому ця система дає можливість отримувати більш високу точність.

Країни Європейського Союзу, як уже зазначалось, планують створити свою, незалежну від США, глобальну навігаційну систему.

Принцип визначення положення наземних пунктів за допомогою глобальних систем подано в параграфі II.1.1.

У США, для заміни супутників, які припинили своє функціонування, починаючи з 1995 р. виводять на орбіти нові супутники кораблями "Шатл". Хронометрами (основними генераторами) таких супутників є водневі лазери, стабілізація частот яких на порядок вища, від генераторів попередніх супутників, і становить  $10^{-13}$ . До того ж ці супутники мають засоби міжсупутникового зв'язку, які, завдяки обміну даними між супутниками та вимірювання віддалей між ними, проводять автономне уточнення параметрів орбіт та автономну синхронізацію годинників.

Передавачі всіх супутників безперервно випромінюють коливання двох частот. Частоти модельовані кодами. Крім вимірювальних сигналів, передавачі передають інформацію про свою орбіту, а також про стан інших супутників системи і параметри їх орбіт. Супутники мають також приймачі, які приймають сигнали від основної станції сегменту керування. Ці сигнали містять інформацію про орбіту супутників. Траєкторії супутників можна коректувати з основної наземної станції керування.

**Сегмент керування.** Сегмент являє собою мережу наземних станцій спостереження за ШСЗ і центрів обробки інформації. Головним завданням



сегменту є стеження за супутниками з метою визначення траєкторій ШСЗ та похибок годинників на їх борту. Крім того, через систему керування здійснюється синхронізація годинників та оновлення даних.

Цей сегмент складається з:

- головного центра керування MCS (Master Control Station), що знаходиться в місті Colorado Springs;
- основної станції керування GPS (Ground Control Station), що розташована на Гавайських островах;
- трьох стаціонарних станцій контролю (Monitor Station). Вони знаходяться на островах Вознесіння (Ascension) в північній частині Атлантичного океану, Дієго-Гарсія в Індійському океані та Квад-жалейн в північній частині Тихого океану;
- рухомих контрольних станцій.

Як бачимо, станції сегменту керування знаходяться на великих відстанях між собою. Вони безперервно приймають коливання, які випромінюють супутники, що знаходяться в одній півкулі зі станцією. Віддалі від станцій до супутників визначають через півтора секундні інтервали часу. Віддалі усереднюються для інтервалів часу 15 хв. Крім того, на станціях керування виконуються метеорологічні зондування атмосфери по вертикалі з метою визначення поправок за тропосферу. Результати опрацювання сигналів супутників та вертикального зондування із контрольних станцій передаються до головного центру керування. Тут обчислюють ефемериди орбіт супутників та рівняння їх хронометрів (генераторів ШСЗ) на 12 годин наперед. Ці дані передаються на ШСЗ, а вони, у свою чергу, пересилають їх користувачам, точніше – на наземні приймачі користувачів системою GPS. Військово-картографічному агентству США підпорядковано ще п'ять станцій стеження, дані яких використовують для обчислення високоточних ефемерид супутників. Крім вищеописаних станцій на планеті Земля ще працюють приватні станції стеження за ШСЗ. Ці станції не керують роботою супутників, а виконують уточнення параметрів їх орбіт та рівнянь хронометрів (генераторів) супутників.

Сегмент користувача. Це власники приймачів сигналів ШСЗ, програмного забезпечення та комп'ютерів. Кількість приймачів системи є необмеженою, оскільки вони пасивні.

Для геодезичних вимірювань кожний споживач повинен мати мінімум два приймачі з антенами, комп'ютер та програмне забезпечення для відповідних геодезичних робіт.

Приймачі, які використовують геодезисти, виготовляє декілька фірм. Найвідоміші з них: Trimble, Ashtech (США), Leica (Швейцарія), SerCEL (Франція), Sokkia (Японія). Кожна з фірм виготовляє декілька моделей, різних за точністю та ціною. Усі приймачі за кількістю частот, на яких вони здатні працювати, поділяють на дві великі групи:

- одночастотні;
- двочастотні.

З назв цих приймачів зрозуміло, що перші приймають від супутників тільки одну частоту, а другі – дві частоти. Останні дають більшу точність, тому, що приймання двох частот дозволяє враховувати вплив іоносфери.

Будова приймачів, методика спостережень та опрацювання результатів спостережень весь час удосконалюється, а точність визначення положення пунктів на поверхні Землі підвищується. Найточніші способи визначення положення спочатку були призначені тільки для військових цілей.

Сегмент користувача являє собою множину GPS-приймачів. За способом вимірювання віддалей GPS-приймачі радіосигналів із супутника можна розділити на такі групи:

- 1) C/A-кодові з використанням псевдовіддалей;
- 2) C/A-кодові з вимірюванням фази передавальної хвилі;
- 3) P-кодові з вимірюванням фази передавальної хвилі;
- 4) Y-кодові з вимірюванням фази передавальної хвилі.

За великої різноманітності приймачів на сучасному ринку доцільно описати їх основні типи, а також принципи побудови, переваги і недоліки.

За можливостями одночасного приймання сигналів приймачі можна також розділити на дві великі групи.

У першій будуть приймачі, які працюють за принципом послідовного, тобто, почергового стеження за супутниками робочого сузір'я.

У другій – ті, які відстежують 4 або більше супутників одночасно, тобто паралельно. Усередині кожної із цих груп існує велика різноманітність приймачів різного призначення.

Одночастотні приймачі з малим енергоспоживанням. Ці пристрої проектуються як портативні і тому, зазвичай, працюють на батарейках. Для обмеження споживання енергії вони виконують визначення координат один раз на хвилину, і потім самостійно вимикаються до наступного визначення.

Для індивідуального використання туристами або під час плавання на невеликих суднах такі приймачі є найкращим компасом. Їх точність в більшості випадків вища, ніж точність системи Logan, і працюють вони в будь-якій точці Земної кулі.

Їх основні недоліки – це низька, в порівнянні з іншими приймачами, точність, обмежені інтерфейсні можливості і грубе вимірювання швидкості руху.

Одночастотні приймачі. Ці пристрої також використовують один канал для вимірювання віддалей до всіх супутників робочого сузір'я, але вони не обмежені по енергоспоживанню. Звичайний одноканальний приймач може залишатися включеним постійно і, отже, бути більш точним, а також вимірювати швидкість із достатньою точністю принаймні доти, поки немає значних прискорень або різких змін курсу. Оскільки єдиний канал використовується і для прийому сигналів декількох супутників, і для

обчислень віддалей, такі приймачі не можуть застосовуватися для безперервного визначення місцеположення.

Швидкодійні мультиплексні одночастотні приймачі. Цей варіант дуже подібний на звичайні одночастотні приймачі, але в них перемикання від супутника до супутника відбувається набагато швидше. Настільки, що виявляється можливим, практично одночасно, і виконувати вимірювання віддалей, і стежити за сигналами супутників, тобто, працювати в безперервному режимі. Приймачі, побудовані згідно цього варіанту, менш чутливі до неточності ходу годинника.

Двочастотні приймачі послідовного типу. Наявність другого каналу значно розширює можливості GPS-приймача. По-перше, вдвічі покращується відношення сигнал/шум системи. У свою чергу це означає, що з'являється можливість уловлювати супутникові сигнали під час більш несприятливих умов, і відстежувати супутники, що знаходяться ближче до горизонту. Оскільки один канал може бути використаний тільки для опрацювання інформації про координати положення, а другий – тільки для пошуку і приймання сигналів чергового супутника, двоканальний приймач не перериває вимірювань і обчислень.

Самі визначення координат і швидкості можуть бути більш точними, оскільки в хорошому двоканальному приймачі використовуються обчислювальні алгоритми, що виключають вплив неточності ходу його годинника.

Недоліком двоканального варіанту є те, що його використання може бути більш дорогим і приймач буде споживати велику потужність.

Приймачі паралельного (безперервного) стеження. Приймачі, які відстежують 4 або більше супутників одночасно, можуть відображати миттєве положення і швидкість. Це є дуже цінним під час застосування на високодинамічних об'єктах і під час високоточних вимірювань. Ці пристрої часто використовуються в геодезії і для наукових цілей. Вони можуть мати від 4-х до 10, 12 і навіть до 24-х каналів стеження.

Крім очевидної переваги – безперервного вимірювання координат положення і швидкості, ці багатоканальні приймачі можуть також спростити проблему з *GDOP*. Замість того, щоб виконувати обчислення на основі сигналів чотирьох найкращим чином розташованих супутників, деякі із цих систем обробляють спільно сигнали всіх видимих в даний момент супутників. Застосування до цієї надлишкової інформації відповідних алгоритмів обробки дозволяє мінімізувати помилки визначення місцеположення *GDOP*.

Для 4-канального приймача відношення сигнал/шум в два рази вище, ніж для двоканального, і в чотири рази вище, ніж для одноканального. Крім того, проводячи взаємну відносну синхронізацію каналів, можна усунути будь-які міжканальні тимчасові зсуви, які могли б вплинути на точність визначення місцеположення.

Недоліком цього типу систем є збільшення їх розмірів, вартості і споживаної потужності.

Сучасні, більш довершені приймачі, обробляючи основні супутникові дані складними методами, видають значно більшу кількість інформації і представляють її більш наочним відображенням на дисплеях із високою роздільною здатністю, наприклад, накладаючи на електронні цифрові карти.

Таким чином, хоча усі приймачі і сприймають одні і ті ж дані GPS, використовують вони їх по-різному.

### *III.1.3. Основи теорії визначення положення пунктів глобальними супутниковими системами*

Успішний запуск перших штучних супутників Землі та спостереження за супутниками виявили високу стабільність параметрів орбіт супутників, що дає можливість досить точно обчислити положення супутника на будь-який момент часу.

Саме цей факт підштовхнув вчених до незвичайної, революційної ідеї: *використати штучні супутники як носії вихідних координат, за якими визначаються положення точок на поверхні Землі.*

До цього часу було навпаки, такими носіями відомих (вихідних) координат служили тільки пункти, жорстко закріплені на землі або на спорудах, жорстко скріплених із землею поверхнею, а положення супутників визначалось системою координат із початком на поверхні Землі або в центрі її мас.

Якщо згадати, що планета Земля також перебуває в безперервному русі в космічному просторі, то ідея передачі функції носіїв координат супутником стає правомірною.

Ідея передачі ролі носіїв координат супутникам докорінно змінила засади космічної геодезії. Виходячи із цієї ідеї, названої революційною, положення пунктів на земній поверхні відносно рухомих супутників можна визначити методами просторових куткових або лінійних засічок. Тому потрібно точно знати моменти часу, в які виконуються вимірювання. Тільки конкретний момент часу положення супутників є однозначним. Тому однозначним в цю мить є і положення наземних пунктів відносно супутників.

Як відомо з II.1.1, GPS-визначення базуються на вимірюванні відстані від супутникового приймача, розташованого на поверхні Землі, до супутника. ШСЗ безперервно випромінюють радіохвилі. Приймачі, встановлені на земній поверхні, приймають ці коливання і вимірюють такі параметри, які дозволяють однозначно визначити напрямки на супутники або віддалі до них. Проте, віддалі вимірюються точніше, тому сучасні супутникові системи є віддалемірними. При цьому вимірювання віддалей виконується одночасно кодовим та фазовим методами.

**Кодові визначення.** У процесі вимірювань за допомогою супутникових систем на передавальному кінці вимірюваної лінії (на супутнику) формується відповідний кодовий сигнал, а на приймальному кінці лінії (в наземному приймачі) має бути сформований опорний сигнал відклику, який

обов'язково є аналогічним кодовому сигналу. Ці коди в передавальному та приймальному пристроях мають бути створені синхронно.

Код, що із сигналами супутника досягає приймача, є зсунутим в часі відносно коду створеного приймачем. Це так звана *репліка коду*. Цей зсув  $\tau_{\text{вим}}$  є мірою часу за який сигнал зі супутника досягає антени приймача і є пропорційним віддалі супутник-Земля. У приймачі проходить порівняння двох кодів, а точніше, виконується кореляційний аналіз, на основі якого визначається час  $\tau_{\text{вим}}$  проходження сигналу від супутника до приймача.

Знаючи  $\tau_{\text{вим}}$ , можна знайти вимірну довжину  $S_{\text{вим}}$  за формулою:

$$S_{\text{вим}} = c \cdot \tau_{\text{вим}}. \quad (\text{III.1.3})$$

Проте, формула (III.1.3) потребує уточнення. Справа в тому, що супутник і наземний приймач повинні створювати коди в еталонний для GPS системи час. Позначимо зсув показу годинника передавача (супутника) відносно еталонного часу  $\delta_{t_{\text{пер}}}$ , а відповідний зсув показу годинника приймача  $\delta_{t_{\text{пр}}}$ . Зареєстрований час розповсюдження ЕМХ може бути описано таким співвідношенням:

$$\tau_{\text{вим}} = (t_{\text{пр}} + \delta_{t_{\text{пр}}}) - (t_{\text{пер}} + \delta_{t_{\text{пер}}}) = \tau_{\text{іст}} + \delta\tau, \quad (\text{III.1.4})$$

де  $\tau_{\text{вим}}$  – час проходження сигналу за годинниками передавача та приймача;  $t_{\text{пер}}$  та  $t_{\text{пр}}$  – моменти часу випромінювання та приймання інформаційного сигналу відносно показу еталонного годинника GPS,  $\tau_{\text{іст}} = t_{\text{пр}} - t_{\text{пер}}$  – істинний час проходження сигналом віддалі,  $\delta\tau = \delta_{t_{\text{пр}}} - \delta_{t_{\text{пер}}}$  – поправка, викликана несинхронністю ходу годинників на супутнику та наземному приймачі. Якщо ми будемо користуватись вимірним часом  $\tau_{\text{вим}}$ , тоді значення вимірної віддалі  $S_{\text{вим}}$  визначиться з виразу:

$$S_{\text{вим}} = c \cdot \tau_{\text{вим}} = c (\tau_{\text{іст}} + \delta\tau) = S_{\text{іст}} + c\delta\tau, \quad (\text{III.1.5})$$

де  $S_{\text{іст}}$  – геометрична (істинна) віддаль, яка нас цікавить, дійсна віддаль між супутником та приймачем. Цю віддаль  $S_{\text{іст}}$  ми зможемо визначити тільки тоді, якщо будемо знати  $\delta\tau$  – несинхронність ходу годинників на супутнику та приймачній станції.

Поправковий член  $c\delta\tau$  (III.1.5) залежить від стабільності ходу годинників на віддалених в просторі пунктах і може сягати значних величин – декілька сотень метрів і більше. Така суттєва відмінність між  $S_{\text{вим}}$  та  $S_{\text{іст}}$  привела до введення поняття *псевдовіддалі*. Це поняття частіше всього асоціюється саме з кодовими методами віддалемірного вимірювання.

Розглянемо визначення  $\tau_{\text{вим}}$  та  $S_{\text{вим}}$  – псевдовіддалей кодовим методом більш детально. Оскільки швидкість світла у вакуумі  $c = 299792458$

м/с, а супутники літають на висоті  $\approx 20000$  км, то час проходження коливань  $\tau$  приблизно дорівнює 0,07 сек. Частота коливань, які випромінює супутник, рівна наближено  $f = 1,6$  Гц, отже, період  $T$  становить

$$T = \frac{1 \text{ сек}}{1,6 \cdot 10^9}; T = 6,25 \cdot 10^{-10} \text{ сек}; \lambda = 18,7 \text{ см}; \lambda = \frac{c}{f} = cT; S_{\text{вим}} = N \cdot \lambda;$$

$$N = \frac{S_{\text{вим}}}{\lambda}; N = f \cdot \tau_{\text{вим}}.$$

$N$  – число хвиль, що вкладається у віддаль  $S_{\text{вим}}$ .

За 1 секунду число коливань  $f = 1,6$  ГГц, а за 0,07 секунд число коливань буде

$$N = f \cdot 0,07 = 1,6 \text{ ГГц} \cdot 0,07 \approx 0,1 \cdot 10^8.$$

Як бачимо, число коливань  $N$  значне, перевищує 100 мільйонів. Саме для наближеного визначення  $N$  використовують кодові вимірювання.

Кожний супутник формує свій псевдовипадковий двійковий код (0; 1), один зразок якого має тривалість (відрізок часу від початку випромінювання коду до кінця) дещо більшу від 0,07 сек, тобто, більший за час подолання радіохвилями віддалі від супутника до наземного приймача. Цей зразок безперервно повторюється і змішується з коливаннями, які випромінює супутник.

Код має значно меншу частоту ніж коливання, які випромінює передавач ШСЗ. Але код і коливання є синхронними, тому що і код і коливання формуються з коливань, які випромінює основний генератор супутника. У приймачі створюється код, аналогічний до того, що створюється в супутнику; це так звана *репліка коду*. Порівнюючи між собою код, прийнятий від супутника, з кодом, створеним у приймачі (точніше виконуючи їх кореляційний аналіз), як це показано на рис. III.1.2, визначають проміжок часу  $\tau_{\text{вим}}$ , за який коливання долають віддаль  $S_{\text{вим}}$ .

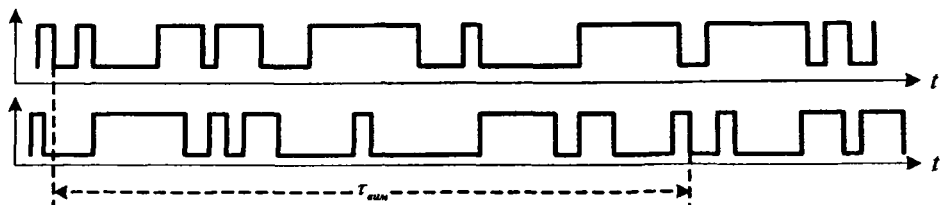


Рис. III.1.2. Визначення  $\tau_{\text{вим}}$  кодовим методом.

Частоту коду вибирають такою, щоб час  $\tau_{\text{вим}}$ , визначений з порівняння кодів, дав можливість визначити віддаль  $S_{\text{вим}}$  з точністю до 1 м, що достатньо для наближеного визначення  $N$ . Точне значення  $N$  отримують фазовим методом, коли опрацьовують результати вимірювання статичними

методами, що вимагає збільшення часу спостережень. Таким чином, кодовий метод за своїми показниками точності суттєво поступається перед фазовим. Цьому методу відводять лише допоміжну роль (наприклад, наближене визначення координат точок стояння приймача).

**Фазові визначення.** У геодезичному використанні супутникових систем найбільшу зацікавленість мають фазові методи, що базуються на застосуванні (в якості інформаційних сигналів) передавальних, гармонічних коливань дециметрового діапазону радіохвиль. Як ми вже знаємо з розділу II, (с/в вимірювання) такі коливання описуються в загальному вигляді аналітичним співвідношенням наступного вигляду:

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (\text{III.1.6})$$

де  $A$  – амплітуда коливань,  $\omega$  – кутова частота;  $t$  – еталонний час системи GPS (тобто, синхронний час для супутника та приймача),  $\varphi_0$  – початкова фаза.

Головним параметром, що використовується для фазового віддалірного вимірювання, в рівнянні (III.1.6) є вираз, що стоїть під знаком тригонометричної функції і який має назву поточної фази  $\varphi_{(t)}$ :

$$\varphi_{(t)} = \omega t + \varphi_0, \quad (\text{III.1.7})$$

Як відомо, фаза  $\varphi = \omega t$ , де  $\omega$  – кругова частота, при цьому  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , а

$T$  – період коливань, або  $\omega = 2\pi f$ , де  $f$  – частота коливань. Фаза  $\varphi$ , як правило, вимірюється в кутових одиницях (в градусах, або радіанах). Але під час супутникового вимірювання для спрощення обчислювальних процесів фазу виражають у відносних одиницях (в частинах фазового циклу), тобто, визначають, скільки разів в фазі  $\varphi$  вкладається  $2\pi$ .

Фазу у відносних одиницях позначають  $\Phi$ :

$$\Phi_{(t)} = \frac{\varphi_{(t)}}{2\pi} = \frac{\omega t}{2\pi} = \frac{2\pi f t}{2\pi} = f t. \quad (\text{III.1.8})$$

Найбільш негативною особливістю фазового вимірювання є те, що фазометр дозволяє визначати різницю фаз тільки в межах одного фазового циклу (в межах  $2\pi$ ). Насправді величина  $\Phi$  багатократно перевищує  $2\pi$ . Виходячи з цього, параметр  $\Phi_{(t)}$  записують так:

$$\Phi_{(t)} = N + \Delta\Phi, \quad (\text{III.1.9})$$

де  $N$  – число циклів;  $\Delta\Phi = \Delta N$  – частина циклу.

Повернемося до формули (III.1.7). Ця формула з врахуванням формули (III.1.8) може бути подана у вигляді:

$$\Phi_{(t)} = f t + \Phi_0, \quad (\text{III.1.10})$$

Зауважимо, що під час супутникових спостережень початкову фазу  $\Phi_0$  прийнято розглядати як зміну фази за час  $\delta\tau = \delta\tau_{\text{сп}} - \delta\tau_{\text{пр}}$ . Тому:

$$\Phi_0 = f \cdot \delta_\tau, \quad (\text{III.1.11})$$

де  $\delta_\tau$  – асинхронність годинників супутника та приймача.

У такому розумінні початковий фазовий зсув може перевищувати величину, що відповідає одному циклу. Виходячи з цього, цей зсув розглядають одночасно з величиною  $N$ , яка також є зсувом поточної фази коливань, що прийшла від супутника на вхід наземного приймача.

З врахуванням цих зауважень поточна фаза передавальних коливань може бути записана в такій аналітичній формі:

$$\Phi'_{\text{пер}(t)} = f(t - \tau_{\text{вим}}) + f\delta'_{\text{пер}}, \quad (\text{III.1.12})$$

де  $\Phi'_{\text{пер}(t)}$  – поточна фаза передавальних коливань (в мить випромінювання), що йдуть від передавача супутника на вхід приймача;  $f$  – номінальне значення передавальної частоти;  $\tau_{\text{вим}} = \frac{S_{\text{вим}}}{c}$  – час проходження передавальними коливаннями шуканої віддалі;  $\delta'_{\text{пер}}$  – зсув в показах годинника передавача, встановленого на супутнику, викликаний нестабільністю його роботи на момент виконання вимірювання. Знак “-”, оскільки випромінювання з супутника випереджують на  $\tau$  збурення коливань в приймачі.

Відповідно для поточної фази збурених в приймачі опорних коливань, будемо мати:

$$\Phi'_{\text{пр}(t)} = ft + f\delta'_{\text{пр}}. \quad (\text{III.1.13})$$

Різниця фаз  $\Delta\Phi$ , на основі якої обчислюється шукана віддаль до супутника, знайдеться зі співвідношення:

$$\Delta\Phi = \Phi'_{\text{пер}(t)} - \Phi'_{\text{пр}(t)} = -f\tau_{\text{вим}} + f(\delta'_{\text{пер}} - \delta'_{\text{пр}}). \quad (\text{III.1.14})$$

Знак “-” перед першим членом в правій частині рівняння (III.1.14) викликаний тим, що в супутникових системах в якості “стартових” сигналів під час цифрового фазового вимірювання найчастіше використовують сигнали, що надходять від супутника і які через запізнення мають від’ємний фазовий зсув. В якості сигналу “стії” виступає сигнал, що формується місцевим генератором приймача.

Оскільки  $\delta_\tau = \delta'_{\text{пр}} - \delta'_{\text{пер}}$ , то  $-\delta_\tau = \delta'_{\text{пер}} - \delta'_{\text{пр}}$ . Тому формулу (III.1.14) можна записати ще так:

$$\Delta\Phi = -f \cdot \tau_{\text{вим}} - f(\delta'_{\text{пер}} - \delta'_{\text{пр}}).$$

Кінцево ця формула матиме вигляд:

$$\Delta\Phi = -f \cdot \tau_{\text{вим}} - f\delta_\tau. \quad (\text{III.1.15})$$

З врахуванням знака “-” формулу (III.1.9) запишемо так:

$$\Phi_{(t)} = N - \Delta\Phi. \quad (\text{III.1.16})$$

Комбінуючи формули (III.1.15) та (III.1.16) та попередньо позначивши  $\Phi_{(t)}$  через  $\Delta\Phi$ , отримаємо:



$$\Delta\Phi = f\tau_{\text{вим}} + N + f\delta_r, \quad (\text{III.1.17})$$

де  $\Delta\Phi$  – вимірне значення зміни фази;  $f$  – номінальне значення масштабної (передавальної) частоти;  $N$  – ціле число періодів зміни фази за час проходження радіосигналом віддалі від супутника до приймача;  $\delta_r = \delta_{i_{\text{пр}}} - \delta_{i_{\text{пер}}}$  – поправка, викликана несинхронністю ходу годинників на супутнику та приймачі.

Враховуючи те, що  $\tau_{\text{вим}} = \frac{S_{\text{вим}}}{c}$ , рівняння, яке зв'язує виміряну різницю фаз  $\Delta\Phi$  з величиною шуканої віддалі  $S_{\text{вим}}$ , запишемо в такому вигляді:

$$\Delta\Phi = \frac{f}{c} S_{\text{вим}} + N + f\delta_r. \quad (\text{III.1.18})$$

Формула (III.1.18) є основною формулою для односторонніх супутникових віддалемірних систем. Враховуючи, що  $f = \frac{c}{\lambda}$ , цій формулі можна ще надати дещо іншого вигляду:

$$\Delta\Phi = \frac{1}{\lambda} S_{\text{вим}} + \frac{c}{\lambda} \delta_r + N. \quad (\text{III.1.19})$$

Рівняння (III.1.18), (III.1.19) називають *рівняннями псевдовіддалей*.

#### III.1.4. Абсолютні та відносні методи супутникового вимірювання

Як видно із попереднього, головним параметром координатних вимірів є віддаль між супутником та приймачем.

У залежності від мети задач, що розв'язуються, розрізняють *абсолютні* і *відносні* (диференційні) методи координатних визначень. У першому випадку поставлена задача може бути розв'язана на основі використання одного, окремо працюючого супутникового приймача. У другому випадку, під час диференційного методу, використовується два або більше одночасно працюючих приймачів, встановлених на віддалених пунктах місцевості, координати яких визначаються.

Кожну виміряну псевдовіддаль від приймача до супутника можна вважати радіусом сфери, в центрі якої знаходиться супутник, а приймач знаходиться на поверхні цієї сфери. Побудуємо другу сферу, радіус якої рівний другій псевдовіддалі, тоді в центрі цієї другої сфери знаходиться другий супутник. Тоді приймач буде знаходитися на перетині кривих поверхонь двох сфер. Для визначення просторового положення приймача потрібно виміряти ще одну псевдовіддаль до третього супутника і побудувати третю сферу. Точка, в якій перетнуться поверхні трьох сфер, і буде точкою положення приймача. Таким чином, для визначення просторового положення приймача потрібно разом розв'язати три рівняння сфер:

$$S_{\text{вим}} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2}, \quad (\text{III.1.20})$$

де  $S_{i_{\text{ши}}}$  – віддаль до  $i$ -того супутника  $x_i, y_i, z_i$  – відомі координати  $i$ -того супутника,  $i = 1, 2, 3, x, y, z$  – шукані координати приймача.

Фактично, оскільки присутня асинхронність хронометрів, запишемо:

$$S_{i_{\text{ши}}} = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2} + c(\delta_{i_{\text{сп}}} - \delta_{i_{\text{сп}}}), \quad (\text{III.1.21})$$

Величини  $\delta_{i_{\text{сп}}}$  та  $\delta_{i_{\text{сп}}}$  – відхилення годинників наземного приймача та супутникового передавача від еталонного часу GPS. Значення  $\delta_{i_{\text{сп}}}$  для кожного супутника визначається станціями спостережень за супутниками, які входять в сектор керування і контролю та передається в складі навігаційних даних кожному користувачу. Будемо поки-що вважати величини  $\delta_{i_{\text{сп}}}$  відомими. Але невідомими залишаються  $\delta_{i_{\text{сп}}}$  – зсуви годинника приймача. Тому в рівнянні (III.1.21) чотири невідомих  $x, y, z$  та  $\delta_{i_{\text{сп}}}$ .

Саме тому для розв'язання задачі координування потрібно спостережати, як мінімум, 4 супутники.

Розглянутий випадок, коли за допомогою одного приймача та чотирьох супутників визначають координати однієї точки, де встановлено приймач, є абсолютним методом.

Для визначення потенційної точності абсолютного методу необхідно виконати оцінку впливу окремих джерел похибок, властивих цьому методу. По-перше, відзначимо, що є координати супутника, тобто його ефемериди, що передаються радіоканалами користувачам, характеризуються похибками на метровому рівні точності. Корегування годинників супутників, тобто визначення  $\delta_{i_{\text{сп}}}$  також не є без похибок. Найбільш суттєво впливає атмосфера, особливо її іоносферні прошарки, через які проходять радіохвилі. Впливає на швидкість розповсюдження радіохвиль і тропосфера, багатощляховість, шуми приймача.

Кількісна оцінка всіх перерахованих похибок абсолютного методу, що базується на кодових методах, подана в табл. III.1.1. Якщо всі ці похибки вважати випадковими, то їх сумарний вплив складає, наближено, 8 метрів.

Таблиця III.1.1

Кількісні величини похибок

| № п/п           | Джерело похибок                            | Величина похибок С/А коду, м |
|-----------------|--|------------------------------|
| 1               | Іоносфера                                  | 7,0                          |
| 2               | Тропосфера                                 | 0,7                          |
| 3               | Багатощляховість                           | 1,2                          |
| 4               | Шуми приймача                              | 1,5                          |
| 5               | Координатно-часове забезпечення супутників | 3,6                          |
| Сумарна похибка |  | 8,1                          |

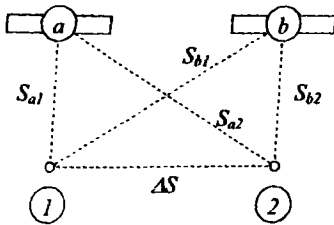


Рис. III.1.3. До пояснення відносних методів визначення просторових координат точок місцевості системами GPS.

Така точність для геодезичного вимірювання явно недостатня. Тому в геодезії використовуються *відносні* методи. Розглянемо один з варіантів таких методів. Припустимо, що одночасно працює два віддалених на місцевості приймача 1 та 2, які приймають сигнали від супутника *a* (рис. III.1.3). У відповідності з формулою (III.1.19) в момент *t* віддаляма від супутника до приймача відповідає різниця фаз:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\Phi_{a_1} &= \frac{1}{\lambda} S_{\text{смм} a_1} + \frac{c}{\lambda} \delta_{\tau a_1} + N_{a_1} \\ \Delta\Phi_{a_2} &= \frac{1}{\lambda} S_{\text{смм} a_2} + \frac{c}{\lambda} \delta_{\tau a_2} + N_{a_2} \end{aligned} \right\}, \quad (\text{III.1.22})$$

Індекси *a*<sub>1</sub> та *a*<sub>2</sub> відповідають віддалям між супутником *a* та приймачами 1 та 2.

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\tau a_1} &= (\delta_{\tau_1} - \delta_{\tau a}) \\ \delta_{\tau a_2} &= (\delta_{\tau_2} - \delta_{\tau a}) \end{aligned} \right\}. \quad (\text{III.1.23})$$

$$\delta_{\tau a_1} - \delta_{\tau a_2} = \delta_{\tau_1} - \delta_{\tau a} - \delta_{\tau_2} + \delta_{\tau a} = \delta_{\tau_1} - \delta_{\tau_2}.$$

Створимо перші різниці фаз:

$$\Delta\Phi_a = \Delta\Phi_{a_1} - \Delta\Phi_{a_2} = \frac{1}{\lambda} (S_{\text{смм} a_1} - S_{\text{смм} a_2}) + \frac{c}{\lambda} (\delta_{\tau a_1} - \delta_{\tau a_2}) + (N_{a_1} - N_{a_2}).$$

Враховуючи (III.1.23), зсув  $\delta_{\tau a}$  виключається:

$$\Delta\Phi_a = \frac{1}{\lambda} (\Delta S_{\text{смм} a}) + \frac{c}{\lambda} (\delta_{\tau_1} - \delta_{\tau_2}) + \Delta N_a. \quad (\text{III.1.24})$$

Якщо з цих самих точок 1 та 2 приймають сигнали від супутника *b*, то за аналогією з (III.1.24), можемо записати такі ж різниці:

$$\Delta\Phi_b = \frac{1}{\lambda} (\Delta S_{\text{смм} b}) + \frac{c}{\lambda} (\delta_{\tau_1} - \delta_{\tau_2}) + \Delta N_b. \quad (\text{III.1.25})$$

Якщо створити другі різниці фаз, то виключиться асинхронність приймачів. Таким чином, приймаючи сигнали від двох та більше супутників, по-перше, виключаються похибки несинхронності; по-друге, різниці  $\Delta N_a$  та  $\Delta N_b$  значно менші за значення  $N_{a_1}$ ,  $N_{a_2}$ ,  $N_{b_1}$ ,  $N_{b_2}$  і тому легше визначаються; по-третє, різниці фаз в рівняннях (III.1.22)–(III.1.25) є функцією віддалі між приймачами. Якщо ж положення одного з приймачів точно відоме, тоді можна знайти положення другого приймача, до того ж досить точно, оскільки ряд похибок, характерних для абсолютного методу, вилучений. Координати другого приймача є відносними координатами по відношенню до першого.

У геодезії знайшли застосування відносні методи спостережень. Для таких спостережень потрібно мати щонайменше два приймачі, які встановлюють на різних пунктах. Координати одного з них мають бути відомі з необхідною точністю. Кожен приймач вимірює псевдовіддаль не менше ніж до чотирьох супутників. З восьми псевдовіддалей створюють чотири різниці. Відповідно з (III.1.21), враховуючи, що в різницях  $\delta_{i,пер}$  скоротяться, можна записати чотири рівняння виду:

$$S_{вим\ i_1} - S_{вим\ i_n} = \sqrt{(x_i - x_n)^2 + (y_i - y_n)^2 + (z_i - z_n)^2} - \sqrt{(x_i - x_n)^2 + (y_i - y_n)^2 + (z_i - z_n)^2} + c(\delta_{i_1} - \delta_{i_2}), \quad (\text{III.1.26})$$

де  $i = 1, 2, 3, 4$ .

У цих рівняннях 4 невідомих:  $x_n, y_n, z_n$  та  $\delta_i = (\delta_{i_1} - \delta_{i_2})$  – різниця несинхронності хронометрів приймачів.

Як бачимо, під час відносного методу вимірювання деякі похибки виключаються, а деякі значно послабляються, оскільки для незначних віддалей між приймачами ЕМХ розповсюджуються майже в однакових умовах. Як показує досвід, відносний метод визначення координат приблизно в 100 разів точніший за абсолютний і порівняно легко можна досягнути сантиметрової точності. Спостереження абсолютними та відносними методами можна виконувати нерухомими приймачами, або приймачами, встановленими на рухомих об'єктах. У першому випадку спостереження називають *статичними*, в другому – *кінематичними*. У геодезії під час побудови мереж частіше використовують відносний статичний метод. Кінематичні спостереження виконують приймачами, які знаходяться в безперервному русі. Тому під час таких спостережень можна не тільки визначити миттєві положення об'єктів, але й швидкість їх руху.

Супутникова система використовується також для точного керування транспортним засобом вздовж наперед запроєктованого маршруту, а також для уточнення цього маршруту. У геодезії використовують відносний кінематичний метод, якщо достатня метрова точність. Один приймач стоїть нерухомо на точці з відомими координатами і безперервно приймає сигнали від супутників, а другий приймач переміщується, зупиняється на короткі проміжки часу на пунктах, координати яких необхідно визначити.

Недоліком відносного кінематичного методу є необхідність *ініціалізації*, тобто, початкового прив'язування приймачів перед початком спостережень на інших пунктах або на рухомих об'єктах. Ініціалізація дає можливість виключити початкову багатозначність результату вимірювань (визначити кількість циклів  $N$ ). Оскільки координати початкового пункту відомі і по інформаційних каналах приймач отримує координати супутника на момент  $t$ , то в цей момент, знаючи віддаль між початковим пунктом та супутником, визначають  $N$ :  $\left( N = \frac{S}{\lambda} \right)$ . Після виконання прив'язування мо-

більшій приймач постійно реєструє зміни  $N$  та інших вимірюваних величин, тому потрібний безперервний зв'язок приймача з супутником.

### III.1.5. Основні відомості про параметри орбіт супутників

У супутникових системах, як ми вже знаємо, носіями координат є ШСЗ, які рухаються своїми орбітами. Тому точки орбіти, в яких знаходяться супутники, і є координатами супутників. Слід пам'ятати, що ці координати супутники мають тільки у визначені митті часу. Тому параметри орбіти і параметри роботи хронометрів повинні бути точно узгоджені. Ці параметри весь час контролюють наземні станції сегменту керування. Значення параметрів з наземних станцій керування періодично передають на ШСЗ, а супутники, у свою чергу, пересилають їх кожному приймачу. Важливо знати закони руху ШСЗ, значення основних параметрів орбіт та роботи хронометрів.

Якщо Землю вважати однорідним тілом, тоді рух супутників навколо Землі описується законами Кеплера. Для супутників Землі ці закони можна сформулювати так:

- орбітою супутника є еліпс, в одному з центрів якого знаходиться Земля;
- радіус-вектор супутника (лінія, яка з'єднує центр Землі з супутником) за рівні проміжки часу описує рівні площі;
- відношення квадратів періодів обертання двох супутників дорівнює відношенню кубів великих півосей орбіт супутників.

Рівняння руху супутників отримують, виходячи з закону всесвітнього тяжіння Ньютона. Воно є векторним рівнянням другого порядку з шістьма сталими інтегрування. Рух супутників відносно Землі має 6 степенів свободи і тому його визначає шість основних параметрів орбіти.

Для точного визначення місця положення реального супутника використовується орбітальна система координат, яка є інерціальною – не обертається разом з Землею (рис. III.1.4).

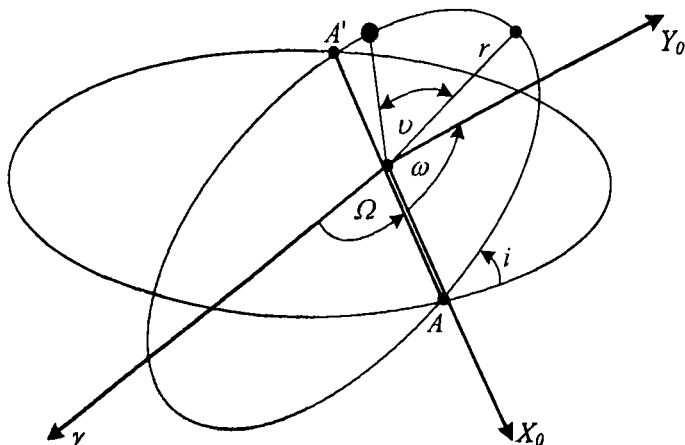


Рис. III.1.4. Орбітальна система координат.

Основними елементами орбіти супутника є:

- лінія перетину площини орбіти з площиною екватора, лінія  $AA'$ , яку називають *лінією вузлів*;
- точка  $A$  – *висхідний вузол*. У цій точці супутник перетинає площину екватора, переходячи з південної півсфери в північну;
- точка  $A'$  – *несхідний вузол*. В цій точці, навпаки, супутник переходить з північної на південну півсферу;
- *перигей* – найближча до Землі точка орбіти супутника;
- *апогей* – найвіддаленіша від Землі точка орбіти супутника.

Подамо шість основних параметрів орбіти:

- $a$ ,  $b$  – велика і мала півосі еліпса орбіти;
- $e$  – ексцентриситет:  $e = \frac{(a^2 - b^2)}{a^2}$ ;
- $i$  – нахил площини орбіти до площини екватора;
- $\Omega$  – довгота висхідного вузла, яка відраховується в площині екватора на схід від напрямку на точку весняного рівнодення  $\gamma$ ;
- $\omega$  – довгота перигею (кут в площині орбіти між напрямками на висхідний вузол та перигей);
- $\nu$  – дійсна аномалія, визначає положення супутника на орбіті. Суму довготи перигею та істинної аномалії називають аргументом широти  $u$ .

Перші два параметри визначають форму еліпса орбіти супутника. Два наступні описують орієнтування орбіти відносно екватора. Останні два параметри дозволяють визначити положення супутника на орбіті. Оскільки дійсна аномалія  $\nu$  є незамкненою функцією часу, то замість неї часто використовують середню аномалію

$$M = 2\pi \frac{t - T}{U}, \quad (\text{III.1.27})$$

де  $t$  – поточний час;  $U$  – час, за який супутник здійснює один оберт навколо Землі;  $T$  – момент часу проходження супутником через перигей.

Відхилення форми Землі від кулі, неоднорідність розподілу мас в тілі Землі, інші зовнішні фактори, що впливають на супутник, викликають появу збурень в орбіті супутника. Тому еліпси, за якими мають рухатися супутники у відповідності із законами Кеплера, перетворюються в незамкнену, приблизно еліптичну просторову криву, яка описує Землю. Параметри цієї орбіти змінюються з часом і подаються незамкнутими формулами у вигляді рядів. Найбільше збурення орбіти дає еліпсоїдальність форми Землі, яка викликає зміни довготи висхідного вузла  $\Omega$  та довготи перигею  $\omega$ . Положення супутника спочатку визначається на його орбіті, а потім, трансформуванням за  $i$  та  $\Omega$ , на екватор, а вкінці ще виконується трансформування, яке враховує рух полюсів Землі і власне обертання Землі. Додатково, під час обчислень, приймається до уваги збурення орбіти на основі

параметрів збурення. Станції супутників пересилають наземним приймачам ефемериди супутників, тобто, інформацію про траєкторію супутників. В ефемериди входять дані про:

1. Систему часу супутників:
  - $t_{0e}$  – відносного часу для ефемерид;
  - $t_{0c}$  – відносного часу для параметрів хронометра;
  - $a_0, a_1, a_2$  – коефіцієнти поліному рівняння годинника (відхилення, дрейф і т.п.);
2. Параметри орбіт Кеплера:
  - $a$  – корінь квадратний із значення великої півосі;
  - $e$  – ексцентриситет;
  - $i_0$  – нахил до часу відносності;
  - $\Omega_0$  – пряме сходження висхідного вузла до часу відносності;
  - $\omega$  – аргумент перигею;
  - $M_0$  – середня аномалія до часу відносності;
3. Параметри збурення орбіт:
  - $\Delta l$  – різниця середнього зміщення і обчисленого значення;
  - $\Delta\Omega$  – зміна прямого сходження;
  - $\Delta i$  – зміна нахилу;
  - $C_{us}, C_{uc}, C_{is}, C_{ic}, C_{rs}, C_{rc}$  – параметри для коригування збурень орбіти. Ці дані передає на наземні приймачі кожний супутник на коді D.

### III.1.6. Загальний принцип побудови супутникових передавачів системи GPS

По суті, супутники являють собою платформи, на яких кріпиться апаратура, необхідна для роботи системи. До цього обладнання входять:

- 1) дві сонячні батареї площею  $7 \text{ м}^2$  для живлення вузлів обладнання;
- 2) системи реактивних двигунів, з допомогою яких коригують положення супутника на орбіті;
- 3) передавач супутника, який безперервно випромінює коливання двох частот  $L_1$  та  $L_2$ .

Ці коливання одночасно є передавальними і вимірювальними. Як передавальні ці коливання використовуються для передачі кодів на наземні станції; одночасно коливання є вимірювальними, оскільки їх використовують для точних фазових вимірювань. Головним вузлом передавача, який синхронізує роботу інших вузлів, є *основний високостабільний атомний генератор*. Його також коротко називають *хронометром*. Він випромінює частоту  $f_0 = 10,23 \text{ МГц}$ , стабільність якої досягає  $10^{-12}$ , тобто, є дуже високою. Довжина хвилі цих коливань дорівнює 29,31 м. Ці коливання і їх

частоту називають *стандартними*. Передавальні частоти  $L_1$  та  $L_2$  формуються завдяки множенню частоти атомного генератора відповідно на 154 і на 120 (див. рис. III.1.5). При цьому отримують частоти  $f_{L_1} = 1575,42$  МГц і  $f_{L_2} = 1227,60$  МГц, які відповідають дециметровому діапазону хвиль ( $\lambda_{L_1} = 19,0$  см і  $\lambda_{L_2} = 24,4$  см).

Коди, які випромінюють передавачі, є послідовностями двійкових сигналів. Всіх кодів є чотири: код  $D$ , код  $C/A$ , код  $P$  і код  $V$ .

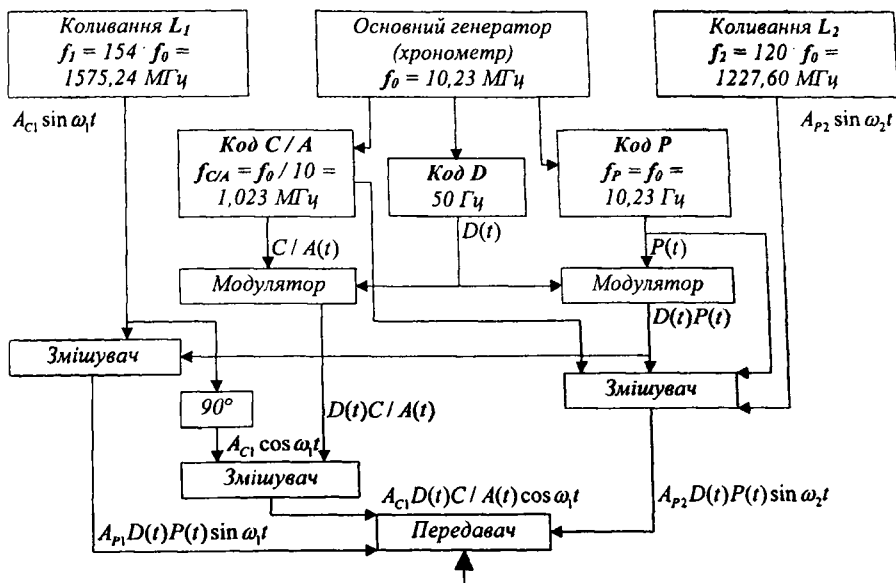


Рис. III.1.5. Спрощена функціональна схема супутникового передавача.

Код  $D$  (Daten Code) – це закодована у двійковій формі наступна цифрова інформація:

- параметри орбіти супутника;
- час системи супутника;
- скорочена інформація про інші супутники системи.

У цьому коді за 1 с передається 50 двійкових знаків, тобто, щільність інформації є 50 біт/с. Ця інформація сформована в блоки тривалістю по 30 с.

Один блок поділяється на 5 підблоків по 300 біт, а підблок складається із 10 тридцятибітових слів; 24 біти інформаційні та 6 паритетних [9].

У першому підблоці є дані для корекції хронометра та для визначення атмосферної поправки.

У підблоках 2 та 3 приводяться значення ефемерид орбіти супутника. Підблок 4 призначений для спеціальних повідомлень. У підблоці 0 – дані про ефемериди та рівняння хронометрів інших супутників. Ці дані прийнято



називати *альманахом*. Вони дають можливість приймачеві вибирати для спостережень оптимальні супутники. Це супутники, на які напрямки з приймача утворюють кути з горизонтальною площиною не менші, ніж  $15^\circ$ .

Коди  $P$ ,  $C/A$  і  $V$  є випадковими послідовностями 0 і 1 (рис. III.1.2).

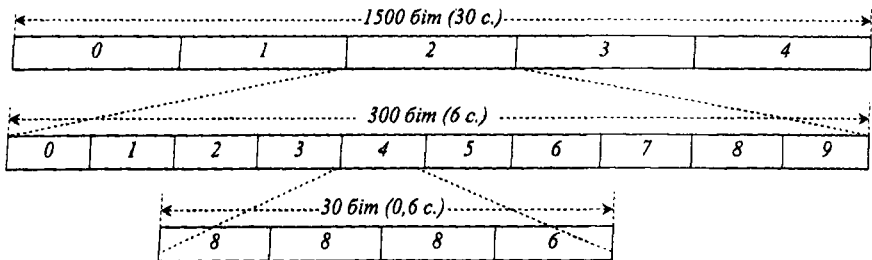


Рис. III.1.6. Схема одного блоку двійкового коду  $D$  тривалістю 30 с.

Ці коди використовують для визначення часу проходження коливаннями шляху від ШСЗ до приймача. Код  $P$  (Precise Code) — точний код. Кожний супутник в проміжок часу в сім діб формує з загального коду свій зразок, який складається з послідовності відрізків різної тривалості загального коду. Тривалість одного зразка коду більша від часу проходження сигналу від супутника до наземного приймача. Кожної суботи опівночі змінюються коди всіх супутників. З цього моменту і починається відлік часу. Для кожного супутника створено 38 зразків коду. Тому через кожні 38 тижнів (266 днів) коди, які випромінюються супутником, повторюються. Код  $P$  має стандартну частоту  $f_0 = 10,23$  МГц; в одну секунду в цьому коді формується 10230000 двійкових знаків.

Код  $V$  має характеристики, близькі до коду  $P$ . Він призначений в основному для військових цілей.

Код  $C/A$  (Coarse Accuracy Code) — менш точний двійковий код. Його частота в 10 разів менша від стандартної, тобто 1,023 МГц. Він служить для грубого визначення віддалей. Кожний супутник формує свій зразок коду  $C/A$  за таким самим принципом, як і код  $P$ .

Код  $D$  модулює коди  $P$  і  $C/A$ . Після цього модульовані коди змішують з коливаннями  $L_1$  та  $L_2$ .

Таким чином, коди накладають на коливання, а вони переносять коди із супутників до наземних приймачів. Коливання  $L_1$  з незмінною фазою змішуються з модульованим кодом  $P$ . На рис. III.1.5 цей складний сигнал позначений  $D(t)$   $P(t)$ . З кодом  $C/A$ , позначеним  $D(t)$   $C/A(t)$  відбувається те саме, що і з кодом  $P$ , але після зміни фази коливання  $L_1$  на  $90^\circ$ . Коливання  $L_2$  змішуються з немодульованим кодом  $C/A$  і  $P$  і з модульованим кодом  $P$ . У результаті на першому коливанні можна прийняти 3 коди, а на

другому – тільки код  $C/A$ , або тільки код  $P$ , або коди  $P$  і  $D$ . Коливання із змішувачів подаються на передавальний пристрій з антеною.

### III.1.7. Структурна схема геодезичного супутникового приймача

Апаратура різних фірм, що виробляють геодезичні супутникові приймачі різноманітна, але відмінності їх будови, як правило, незначні. Виходячи з цього, є можливість розглянути узагальнену структурну схему GPS-приймача, яка дає можливість розглянути необхідність використання поданих на схемі основних складових приймача, пояснити їх функції та взаємозв'язок.

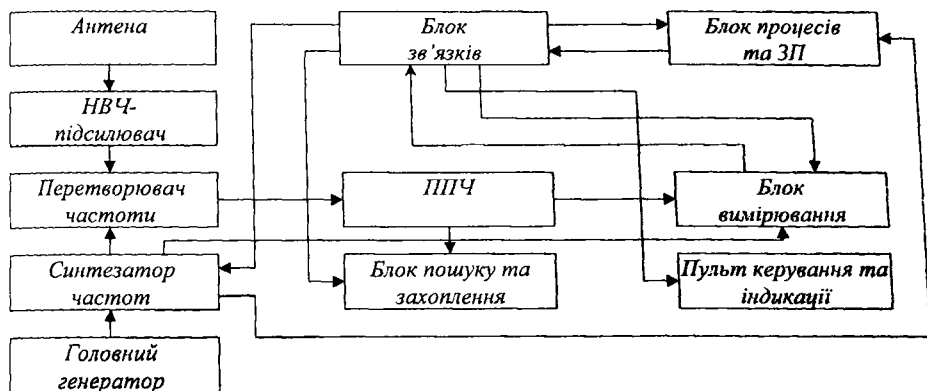


Рис. III.1.7. Узагальнена структурна схема GPS-приймача.

Вхідною частиною приймача є його антена, яка забезпечує приймання радіосигналів від супутників, що знаходяться в полі зору приймача. Вибраний тип антени та режим її роботи суттєво впливає не тільки на можливість прийняття сигналів від супутників, але й на точність супутникових спостережень. Основними характеристиками антен є: показник перетворення сигналів (коефіцієнт підсилення), який повинен відбуватися з мінімальними енергетичними втратами, та показник направленості антен (коефіцієнт направленої дії). Ідеальною формою фазової діаграми направленості (як і амплітудної) є півсфера, яка забезпечує однакову величину запізнення сигналу, незалежно від напрямку їх приходу. Завдяки такій формі ці запізнення вдається виключити.

Другим, не менш важливим, показником антен є поняття фазового центра, його положення і стабільність в часовому відношенні. Під фазовим центром розуміють таку точку антени, яка не піддається геометричному вимірюванню, від якої відраховуються усі віддалі до супутників, а положення цієї точки "прив'язується" до положення відповідної точки відносності на пункті спостережень (до геодезичного центру знака). Під час використання в приймачі антени, симетричної відносно своєї вертикальної

осі, положення фазового центра в горизонтальній площині співпадає, як правило, з положенням згаданої тільки що осі симетрії. Але, що стосується зсуву цього центра по вертикалі, то такий зсув визначається на основі спеціальних досліджень (найчастіше в процесі налагодження та калібрування антени).

Ще однією специфікою супутникових антен є їх ігнорування щодо сигналів відбитих від підстилаючих поверхонь (тобто, до багатошляховості). В якості додаткових дій використовують спеціальні екрануючі металеві диски.

Оскільки радіосигнали від супутника до приймача проходять великі віддалі (біля 20 тисяч км), а потужність встановленого на супутнику передавача відносно невелика (біля 10 Вт), то на вході антени сигнал має надзвичайно малу величину. Тому виникає необхідність його попереднього підсилення за допомогою підсилювача надвисокої частоти НВЧ, який розташовується біля антени. Часто антенний пристрій та НВЧ збирають окремим блоком, який з'єднується з основним блоком приймача порівняно довгим коаксіальним кабелем.

Оскільки багатократне підсилення коливань НВЧ пов'язана з суттєвими технічними ускладненнями, то в супутникових приймачах застосовують супергетеродинний принцип, під час реалізації якого коливання, що приймаються після попереднього підсилення, піддаються перетворенням, в результаті яких суттєво знижується частота передавальних коливань до декількох десятків мегагерц. Створену проміжну частоту ще називають частотою биття. Роль гетеродина виконує високостабільний головний генератор, що входить до складу приймача. Необхідна для роботи приймача сітка частот формується синтезатором частот, який використовує, як вихідні, коливання сигналів головного генератора. Основне підсилення сигналів, що приймаються, виконується підсилювачем проміжної частоти (ППЧ), який підключено до виходу перетворювача частот. Безпосередньо з виходом ППЧ з'єднаний блок пошуку та захоплення, а також вимірювальний блок. Принцип дії системи пошуку сигналів від потрібного нам супутника заснований в системі GPS на так званій структурній селекції. При цьому методі передача сигналів від різних супутників виконується на одній і тій самій передавальній частоті, а розрізняють їх за структурою кодових сигналів. Тому такий метод ще називають кодовим.

Важливою особливістю приймача є те, що на вхід приймача одночасно приходять радіосигнали від декількох супутників. Завдання приймача прийняти та виконати селекцію (розділення) сигналів. У геодезичних GPS-приймачах ця задача розв'язується введенням в схему приймача певної кількості каналів, залежно від числа супутників, що одночасно приймаються. При цьому кожен канал має опрацьовувати інформацію тільки від одного супутника. Після завершення пошуку проходить захоплення сигналів, яке дозволяє слідувати за відповідним сигналом протягом всього сеансу спостережень, в якому бере участь "захоплений" супутник. У розді-

лювальному блоці відбувається розділення сигналів на кодові та чисто гармонічні. Від останніх відділяють також навігаційні повідомлення, що надходять від супутника. Два перших сигнали використовуються в блоці процесора для обчислення шуканих віддалей до супутника. На основі отриманих значень псевдовіддалей виконується грубе визначення координат. Фазові вимірювання в приймачі опрацьовуються тільки попередньо. Вони згладжуються та групуються і передаються в запам'ятовуючий пристрій ЗП.

Кінцеве опрацювання фазових вимірів виконується на стадії "пост-опрацювання" в камеральних умовах. Блок процесорів, що входить в будову приймача, крім попередніх обчислень, керує роботою приймача в автоматичному режимі на основі закладеного в ньому програмного забезпечення.

Пульт керування та індикації, показаний на структурній схемі, включає клавіатуру та індикаторний дисплей, на якому, за бажанням оператора, можна відображати величини, що визначаються приймачем, а також іншу допоміжну інформацію. Клавіатура дозволяє оператору вводити необхідну інформацію, а також різні команди.

### *III.1.8. Короткі відомості про роботу системи керування та опрацювання вимірів приймачем GPS*

Описаний вище принцип роботи GPS-приймача показує, що в процесі підготування та виконання спостережень викликає необхідність виконання багатьох операцій, пов'язаних з оперативним керуванням роботою різних вузлів приймача. Крім того, в приймачі виконується попереднє опрацювання отриманої інформації. Для реалізації опрацювання до складу приймача включаться спеціалізована мікро-ЕОМ, яка має процесори, таймер, різні запам'ятовуючі пристрої та інші вузли, характерні для обчислювальної техніки. Керування роботою обчислювального комплексу виконується пультом керування та індикації за допомогою програми, що введена в приймач. Розглянемо блок-схему, яка ілюструє принцип послідовної зміни стану GPS-приймача, характерних для пошуку, захоплення та відстежування супутникових сигналів.

Після встановлення приймача на пункті встановлюється режим очікування сигналів. Якщо сигнали поступають і в пам'яті приймача є альманахи супутників, тоді виконується попереднє обчислення положення вибраного супутника. Якщо альманахи в пам'яті відсутні, тоді витрачається додатковий час на режим збору даних про супутник (біля 12,5 хвилин).

Наступний етап – синхронізація режиму роботи генератора кодових сигналів та генератора фазових, гармонічних коливань приймача зі супутниковими сигналами. У результаті такої синхронізації виконується захоплення сигналів від відповідних супутників і подальший збір та реєстрація даних. У подальшому в приймачі підтримується режим відслідковування захоплених

сигналів та періодичний набір відліків, що використовуються для обчислення віддалей до супутників та реєстрації точного часу.

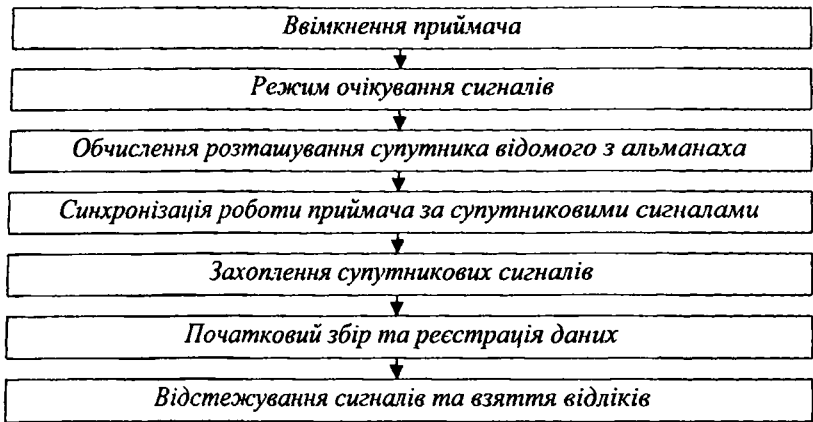


Рис. III.1.8. Блок-схема послідовності режимів роботи приймача GPS.

Як уже зазначалось, одна з функцій GPS-приймача полягає в первинному обрахуванні результатів вимірювання, що базуються на використанні часових запізньєнє кодєвих сигналів, що передаються зі супутника та фазових зсувів, що приходять на вхід приймача передавальних коливань.

У відповідності з рівняннями (III.1.4) на основі кодєвих сигналів визначається час проходження електромагнітним випромінюванням віддалі між супутником та приймачем, що дозволяє знайти псевдовіддалі (III.1.5), який включає в собі істинну віддаль та поправочний член, викликаний різницею величин показників годинників на супутнику та в приймачі. Одночасне вимірювання псевдовіддалей до чотирьох супутників та наявних в приймачі даних про координати цих супутників на момент вимірювання дозволяє обчислювальному комплексу приймача на основі просторової лінійної засічки визначити координати пункту спостережень з врахуванням вищезгаданої поправки за рахунок розходження у величинах годинників супутника та приймача. Точність такого позиціювання з використанням  $C/A$ -коду оцінюється з похибкою в межах від 5 до 10 м. Для геодезії найбільший інтерес – попереднє опрацювання фазових вимірів, на основі яких в процесі “пост-опрацювання” відкривається можливість отримання високої точності вимірювання (сантиметрової, міліметрової).

Первинною інформацією під час фазового вимірювання є зареєстроване за допомогою цифрового фазовимірюючого пристрою зсуву фаз між коливаннями, прийнятими від супутника і сформованими в приймачі головним генератором.

Через безперервну зміну віддалі до супутника, що пов'язано з його рухом, дані, що реєструються, порівняно швидко змінюються, тому

реєстрація відліків виконується досить часто (як правило, через 0,1 с). Ці дані в приймачі ущільнюються; в результаті створюються вибірки, інтервал між якими може змінюватися за бажанням оператора (діапазон змін, зазвичай, від 1 до 60 с). Під час ущільнення проходить процес згладжування значень отриманих даних в межах існуючої вибірки (зазвичай, обмежуються поліномами другої степені). Поряд зі згладжуванням в багатьох типах GPS-приймачів передбачена процедура, що отримала назву фільтрації Кальмана. Суть такої процедури, характерної, як правило, для динамічних систем, в систематичному порівнянні отриманих результатів спостережень з наперед розрахованими їх значеннями на основі закономірностей їх зміни з часом. Під час відхилення реальних даних від наперед розрахованих вище встановлених норм виконується їх відбракування.

Зауважимо, що під час спостережень, що виконуються за допомогою одного приймача, не вдається виключити з результатів фазового вимірювання цілий ряд похибок систематичного характеру і, тим самим, надійно розв'язати властиву фазовим вимірам неоднозначність. Саме тому не роблять спроб обчислення в одному приймачі кінцевих значень віддалей до супутників на основі фазового вимірювання передавальних коливань.

Тому, після відповідних процедур згладжування та фільтрації, дані передаються в передбачені в приймачі пристрої пам'яті з метою їх використання в процесі кінцевого опрацювання. Використовується аналогічна інформація від інших, одночасно працюючих приймачів. Окрім опрацювання кодівих фазових даних в обчислювальних комплексах виконується опрацювання іншої інформації, яка передається із супутника в складі навігаційної інформації, а також тієї, що подається з клавіатури безпосередньо від оператора.

## III.2. Супутникові методи визначення координат

### III.2.1. Технології GPS-вимірювання

Як уже зазначалося, існують абсолютні та відносні методи спостережень за допомогою GPS-приймачів. У геодезії використовують тільки відносні методи, які є в десятки разів точнішими, ніж абсолютні. Тому, у подальшому, будемо розглядати тільки відносні (relative) методи.

Спочатку було створено тільки дві відносних технології GPS-вимірювання: статична та кінематична. Здавалось, ці дві технології задовольняють як цивільні так, і військові організації.

Проте, користувачі вимагали підвищення точності результатів вимірювання з одночасним скороченням часу на виконання вимірювання. Це вимагало поліпшення системи GPS, конструювання більш компактних, легких, переносних приймачів з удосконаленням програмним забезпеченням. Останнє, у свою чергу привело до того, що на основі вищезазначених технологій вимірювання було створено ще декілька, а саме:

1. Статичні відносні технології вимірювання (Static relative positioning).
2. Кінематичні відносні технології вимірювання (Cinematic relative positioning).
3. Напів-кінематична відносна технологія (semi-cinematic relative positioning) (технологія "стій/йди" – technology: "stop and go").
4. Технологія псевдостатична, псевдокінематична, відносна рекупацийна (pseudo-static, pseudo-cinematic relative positioning, intermittent static positioning, reoccupation).
5. Технологія швидка статична відносна (fast/rapid static relative positioning).
6. Диференційні GPS-технології (differential GPS-DGPS).

Одним із найбільш важливих параметрів, які визначають режим роботи приймача, є файл конфігурації місії. Він може бути різним в залежності від особливостей шести вищезазначених технологій вимірювання. Для побудови супутникових геодезичних мереж (далі СГМ) та топографічного знімання існує відповідно два основних режими роботи: статичний режим – для СГМ та режим знімання "стій/йди" – для знімання. Назва "статичний" походить від статичного збирання інформації на пункті протягом певного проміжку часу. Мінімумально два приймачі виконують спостереження тих самих супутників протягом однієї або декількох сесій спостережень (по декілька годин кожен день) і залишаються стаціонарно на тих самих пунктах.

Для відносних кінематичних технологій один приймач установлюють стаціонарно, на точці з відомими координатами, а другий – на рухомому об'єкті. Це типова навігаційна технологія. У ній застосовується так зване положення об'єкта в "реальному часі". Суть цієї технології в тому, що базова (нерухома) станція передає до рухомого приймача поправки, які

використовуються ним для уточнення координат рухомої станції. Більш детально про технологію "реального часу" буде сказано дещо пізніше.

Технологія дає можливість визначити дискретно (із перервами 1-5 с) координати рухомого об'єкта відносно приймача, встановленого стаціонарно. Подібний режим застосовується, наприклад, під час аерознімання. Технологію "стій/йди" називають ще напів-кінематичною. Головна відмінність цієї технології від кінематичної в тому, що під час визначення положення рухомий приймач (роверний) не рухається, як в кінематичній технології, а зупиняється (стоїть) деякий короткий проміжок часу на точці, координати якої визначаються.

Далі розглянемо всі вищезгадані технології супутникових методів визначення координат більш детально.

### *III.2.2. Статичний метод визначення координат пунктів*

Статичний метод є основним під час побудови СГМ і застосовується найчастіше. Для статичної технології всі приймачі за весь час спостережень знаходяться на одних і тих самих пунктах. Час виконання спостережень залежить переважно від заданої точності та від віддалі між пунктами (довжин векторів) [22].

З багаторічного досвіду різних організацій відомо:

1. Час 30-90 хвилин достатній для локальних сесій;
2. 1-2 дні для пунктів віднесених до державної, геодинамічної сесії;
3. 4-6 днів для сесій континентальних і основних геодинамічних.

Наприклад: для вимірювання геодезичної локальної сесії для довжин сторін до 15-20 км достатньо виконати спостереження впродовж 1 години, для сесії типу EUREF (European Reference Frame), коли якась країна виконує вимірювання до найвищого закладу Західної Європи – сесія проходить 5 днів. Стільки ж часу потрібно, коли виконується компанія геодинамічного вимірювання CERGO (Central Europe Regional Geodynamics Project).

На практиці точність такої технології становить  $5 \text{ мм} \pm 1 \text{ мм}$  на 1 км довжини вектора, що визначається. Під час вимірювання статичними методами важливим є підбір відповідних приймачів. Для відстаней між пунктами більше за 100 км потрібно використовувати приймачі із частотами  $L_1$  та  $L_2$ . На коротких лініях, коли спостерігається достатня кількість супутників, під час хорошої геометрії розташування супутників є можливість отримати високу точність під час порівняно невеликої тривалості спостережень. Швидкість вимірювання та підвищена продуктивність підтримується достатньо досконалими алгоритмами обробки в програмному забезпеченні SKI.

Важливим для супутникових спостережень є так званий геометричний фактор. Точність лінійної просторової засічки залежить не тільки від точності лінійного вимірювання, але й від геометрії розташування супутників: від кутів під якими перетинаються в шуканій точці напрямки із



супутників. Величину геометричного фактора часто пов'язують з об'ємом багатогранної фігури, вершини якої співпадають із розташуванням супутників та точками спостережень. Установлено: чим більший об'єм багатогранної фігури, тим менше проявляється вплив геометрії розташування супутників на результативну точність визначення координат пункту. Під час взаємного зближення супутників об'єм цієї фігури зменшується, а вплив геометричного фактора зростає [23].

Параметр, який оцінює зростання похибок вимірювання через геометрію розташування супутників, отримав назву геометричного фактора, який в сучасних публікаціях прийнято позначати аббревіатурою *DOP* (Dilution of Precision – зниження точності). Цей параметр використовується як коефіцієнт між точністю визначення координат  $m_{\text{рез}}$  та точністю вимірювання віддалі до супутників  $m_0$ .

$$m_{\text{рез}} = DOP \cdot m_0. \quad (\text{III.2.1})$$

Найбільш універсальним показником є параметр *GDOP* – геометричний фактор зниження точності, який характеризує одночасно як точність тривимірного позиціонування, так і часу. Він виражається формулою:

$$GDOP = \frac{\sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_h^2 + m_t^2 \cdot c^2}}{m_0}, \quad (\text{III.2.2})$$

де  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_h$  – середні квадратичні похибки визначення по осях координат;  $m_t$  – середня квадратична похибка визначення часу;  $c$  – швидкість ЕМХ. Таким чином, *GDOP* дозволяє оцінити геометрію супутникового “сузір'я”. Маленьке значення *GDOP* ( $\leq 8$ ) свідчить про хорошу геометрію. Велике значення *GDOP* означає, що супутникове “сузір'я” погане. Чим менше *GDOP*, тим більша ймовірність отримати хороші результати. Значення *GDOP*, менше за шість, вважається допустимим, а більше за шість – завеликим. Коефіцієнти *GDOP* відображають лише миттєву геометрію для окремої точки. Ці коефіцієнти обчислюють самі приймачі. Вони ж автоматично вибирають оптимальну конфігурацію супутників. Одночасно з *GDOP* використовують також *PDOP* – фактор, що враховує тільки фактор тривимірного позиціонування, без похибок визначення часу, і *HDOP* – аналогічний фактор, але тільки для зниження точності розташування в горизонтальній площині; *VDOP* – у вертикальній.

Для переважної більшості пунктів умови щодо *GDOP* виконуються, якщо в полі зору доступні п'ять або більше супутників. Найкраще “вікно” спостережень для “статики” повинно включати в себе чотири і більше супутників з  $GDOP \leq 8$  під час кута відсікання, рівному  $15^\circ$  (вертикальний кут між горизонтом і напрямком на супутник).

Другим фактором, що може викликати значне зниження точності є іоносферне збурення. Іоносферне збурення змінюється в часі і залежить від положення пункту на Земній поверхні. У нічний період доби іоносферні

збурення значно менші, ніж в світлий період доби. Тому в нічний період можна зменшити час спостережень наполовину, або у два рази збільшити довжину вектора.

Під час вимірювання, яке вимагає найвищої точності, використовують двочастотні приймачі SR-9500 (фірми Leica); SNR-8000 або SNR-8100 (фірма Alen Osborne); Z-XII (фірми Ashtech); 4000 SSI (фірми Trimble).

### III.2.3. Параметри місії, тривалість та довжини векторів під час роботи в статичному режимі

Місія описує спосіб, на основі якого контролер формує виконання знімання. Кожна місія має відповідний файл конфігурації місії, який містить набір параметрів, а саме: координати початкової точки, параметри захоплення супутника, режим роботи, характеристики даних захоплення й умовні позначення ідентифікації точки. Кожний файл конфігурації індивідуально ідентифікується в контролері по шестисимвольному коду місії. Для вимірювання в режимі “статика” використовується місія Static Survey. Для успішного виконання високоточного GPS-вимірювання потрібно виконувати спостереження під час “хороших вікон”. Під “хорошими вікнами” розуміють велику кількість супутників (5-8) та мале значення коефіцієнта  $GDOP$  (1-4).

Під час використання статичного режиму роботи використовуються наступні, рекомендовані виробником приймачів GPS, параметри статичної місії.

Тип місії: Static (Статичний).

Режим збору даних: Comracted (Ущільнений).

Дискретність запису: 15, 30, 60 секунд.

Роботоспроможність / частота  $L_2$ : AUTO (Автоматичний)

Тривалість спостережень залежить від:

- довжини базисної лінії;
- кількості супутників;
- геометричного фактору ( $GDOP$ );
- стану атмосфери.

Таблиця III.2.1. є орієнтовним вказівником щодо вибору довжин базисних ліній і тривалості спостережень для середніх широт під час поточного рівня іоносферної активності та під час використання двочастотного приймача (сенсора).

Таблиця III.2.1

Орієнтовна тривалість спостережень в статичному режимі

| Кількість супутників $GDOP \leq 8$ | Наближена довжина базисних ліній | Приблизний час спостережень |          |
|------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|----------|
|                                    |                                  | вдень                       | вночі    |
| 4 і більше                         | 15-20 км                         | 1-2 години                  | 1 година |
| 4 і більше                         | більше 30 км                     | 2-3 години                  | 2 години |

### III.2.4. Визначення координат методом "стії/йди" ("stop and go")

Метод "стії/йди" створений на основі статичного методу. Він є найшвидшим для детального топографічного знімання. Застосовується, коли між базовою та мобільною станціями невеликі віддалі. Під час вимірювання технологією "стії/йди" бере участь щонайменше два приймачі GPS. Найвиднішим в цій технології є те, що рухомий приймач виконує вимірювання на рядових пунктах (наприклад, пікетаж) тільки 1-2 хвилини. В основному витрачається час тільки на переміщення з пункту на пункт, а на пункті – "затримуємось" і зразу ж ідемо далі.

Робота в режимі "стії/йди" складається із двох частин: 1 – *частина ініціалізації*, яка необхідна для того, щоб розв'язати початкову неоднозначність під час пост-опрацювання за допомогою програмного забезпечення SKI; 2 – *мобільна частина*, у рамках якої розв'язання неоднозначності вносяться в програмне забезпечення SKI. Ініціалізація та наступна за нею мобільна частина називаються *ланкою режиму "стії/йди"*.

Головний недолік такої технології в тому, що протягом спостережень усієї мережі пунктів (під час вимірювання на пункті і навіть під час транспортування чи перенесення приладу з пункту на пункт) обов'язковим є зв'язок хоча б із чотирма супутниками GPS. Тому цю технологію неможливо застосувати на територіях із високими забудовами, у лісі. Рух під деревами, мостами *перериває вимірювання*. Якщо з'являється повідомлення про втрату захоплення сигналів і, у результаті, захопленні менше чотирьох супутників, потрібно заново почати ланку спостережень. Тому цей метод можна застосувати тільки на відкритій місцевості, не зарослій і незабудованій.

Ініціалізацію можна виконувати одним із трьох способів:

1. Приблизно 25-ти хвилинне статичне вимірювання довільної бази. Це виконується до початку вимірювання. Мінімум два приймачі виконують статичне вимірювання на двох довільних пунктах, а далі рухомий приймач виконує мобільну частину. Такий спосіб ініціалізації називають ще режим "швидка статика".
2. Встановлення станції на точці з відомими координатами або відомим вектором між двома точками. Виконується вимірювання статично протягом 5-10 хв.
3. Статичне вимірювання із заміною антен. Обидва приймачі виконують вимірювання статично протягом 5 хв., а далі в приймачах замінюються антени, і продовжуються спостереження ще біля 5 хв. Точність визначення координат точок в режимі "стії/йди" рівна  $1-2 \text{ см} \pm 1 \text{ ppm}$ .

Метод застосовується для знімання відкритих територій, доріг, трубопроводів та інших споруд лінійного типу. Метод успішно працює для малих віддалей між точками знімання. Він найшвидший і найекономніший; для спостережень потрібно лише 4 супутники, виконується на будь-якому транспорті, або пішки. Недоліки – сигнали від чотирьох супутників не повинні перериватися.

### III.2.5. Вибір проміжку часу та параметри місії під час спостереження в режимі "стій/йди" ("stop and go")

Для успішного вимірювання в режимі "стій/йди" необхідно працювати в межах вікна з добрим розташуванням супутників. Необхідно вибрати вікно, за можливістю, з максимальною кількістю супутників; чим більше супутників, тим менше втрат захоплення сигналу. Треба намагатися вибрати вікна, у межах яких супутники знаходяться на прийнятих висотах над об'єктом; високо розташовані супутники будуть добре прийматись приймачем, отже, буде менше втрат захоплення сигналу (див. табл. III.2.2)

Таблиця III.2.2

Вибір вікон для спостережень у режимі "стій/йди"

| Вікно  | Кількість супутників, їх висота над горизонтом, $GDOP$      |
|--|---|
| Добре вікно                                  | 5 або більше супутників, висота $>20^\circ$ , $GDOP \leq 5$ |
| Використовувати можна, але не рекомендується | 4 супутники, вище $15^\circ$ , $GDOP \leq 8$                |
| Не слід використовувати                      | 4 супутники, $GDOP > 8$                                     |
| Використовувати неможливо                    | 3 супутники, або менше                                      |

Під час роботи в режимі "стій/йди" можна використовувати статичну місію STS Default (Місія статичного знімання за замовчуванням). Проте можна створити спеціальну місію для роботи в режимі "стій/йди" для референційної станції і для мобільної станції. У референційному приймачі повинні бути встановлений режим роботи "статика" (STS), а в мобільному – "стій/йди" (SGS). В обох приймачах повинен бути встановлений ущільнений режим збору даних ("COMPACTED"). Дискретність запису даних повинна бути однаковою на обох приймачах. Під час вибору дискретності запису даних варто враховувати ємність записуючих пристроїв на референційній станції, а також тривалість перебування на точці, де встановлений мобільний приймач. У більшості випадків дискретність запису даних вибирають рівною 3, 4 або 5 секунд (див. табл. III.2.3).

Таблиця III.2.3

Рекомендовані параметри місії для роботи в режимі "стій/йди"

| Параметри                                  | Референційна станція | Мобільна станція |
|--|----------------------|------------------|
| Працездатність/частота $L_2$               | AUTO                 | AUTO             |
| Мінімальна висота супутника над горизонтом | $15^\circ$           | $15^\circ$       |
| Режим роботи                               | "статика" (STS)      | "стій/йди" (SGS) |
| Ущільнений, вибіркового режим запису даних | ущільнений           | ущільнений       |
| Дискретність реєстрації даних              | 5 секунд             | 5 секунд         |

### III.2.6. Визначення координат методом "швидкої статики"

Статичний метод – це класичний метод GPS-знімання, який використовується на довгих лініях. Спостереження можуть тривати декілька годин.

На коротких лініях, під час нормальних умов для роботи, час спостережень може бути значно зменшеним – до 5-10 хвилин. Звідси термін "швидка статика". Таким чином, для "швидкої статики" час спостережень скорочується до проміжків часу близьких до методу "стій/йди".

Проте, під час "швидкої статики" мобільна станція залишається на пункті 5-10 хвилин. Потім вона виключається і переміщується на наступну точку. Під час знімання в режимі "стій/йди" мобільна станція залишається включеною, а захоплення супутників обов'язково зберігається також під час переміщення приймача з точки на точку. У цьому суттєва різниця між "швидкою статикою" та методикою "стій/йди".

З іншої точки зору "швидка статика" є різновидністю статичного методу. Для "швидкої статики" особливо необхідно, щоб іоносферні збурення були більш-менш ідентичними для двох точок стояння. Для всіх GPS-вимірювань і, особливо, для "швидкої статики" потрібно намагатися мінімізувати довжини базисних ліній. Для надто короткого часу спостережень, поганого геометричного фактору (*GDOP*) або інтенсивних іоносферних збурень можлива така ситуація, коли програмне забезпечення під час пост-обробки розв'яже неоднозначність, але результати будуть спотворені, і суттєво відрізнятимуться від технічних характеристик приймачів. Під час вимірювання "швидкою статикою", як і в попередніх технологіях, щонайменше працює два приймачі. Один – встановлений на пункті відносності, другий переміщується з пункту на пункт. Технологія вимагає однократного вимірювання на кожному визначуваному пункті, проте вимірювання за цією технологією потрібно виконувати тільки двочастотними приймачами. Ця технологія запропонована в 1992 році фірмою "Trimble". Фірма створила відповідну програму, у якій запропоновано новий алгоритм виключення багатозначності під час фазового вимірювання. Суттєвою перевагою цієї технології є швидке визначення неоднозначності під час використання комбінації кодового і фазового вимірювання. Під час виконання вимірювання цей метод вимагає оптимальної конфігурації супутників.

У таблиці III.2.4 подано рекомендовану тривалість спостережень і довжини базисних ліній.

Таблиця III.2.4

Орієнтовна тривалість і довжина баз для "швидкої статики"

| Кількість супутників<br>$GDOP \leq 8$ | Наближена довжина<br>базисних ліній (км) | Приблизний час<br>спостережень |             |
|---------------------------------------|--|--------------------------------|-------------|
|                                       |  | вдень (хв.)                    | вночі (хв.) |
| 4 і більше                            | до 5                                     | 5-10                           | 5           |
| 4 і більше                            | 5-10                                     | 10-20                          | 5-10        |
| 5 і більше                            | 10-15                                    | більше 20                      | 5-20        |

### III.2.7. Технологія псевдо-статична, псевдокінематична, реокупаційна (Reoccupation)

Ця технологія усуває недоліки методики “стії/йди”. Вона базується на подвійному GPS-вимірюванні на кожному пункті, що визначається, не вимагає, як технологія “стії/йди”, постійного безперервного зв'язку із супутниками під час транспортування приймачів із пункту на пункт.

Під час вимірювання бере участь щонайменше два приймачі. Може одночасно працювати декілька рухомих приймачів. Тоді потрібно розраховувати маршрути так, щоб усі приймачі переміщались приблизно одночасно, тому що всі рухомі приймачі повинні починати спостереження на нових пунктах (після переміщення) одночасно. Весь маршрут кожний рухомий приймач повинен пройти за 2 години. Вимірювання на кожному пункті триває біля 10-15 хвилин. На останньому пункті маршруту, що визначається, чекаємо 1-2 години на зміну конфігурації супутників, і заново виконуємо спостереження GPS на кожному визначуваному пункті (реокупація) в оберненій послідовності. Це подвійне вимірювання на кожному пункті замінює процес ініціалізації. Точність визначення вектора довжиною до 10 км цим методом під час застосування високоточних, двочастотних приймачів є такою: довжина вектора  $3 \text{ см} \pm 2 \times 10^{-6} S$ , перевищення кінців вектора  $4 \text{ см} \pm 2 \times 10^{-6} S$ .

Перевага цієї технології в тому, що вона не потребує зв'язку із супутниками під час транспортування приладів; недоліки – необхідність подвійного встановлення приймачів на тих самих пунктах та необхідність одночасного спостереження не менше п'яти супутників.

### III.2.8. Робота в режимі “кінематика”

Робота в режимі “кінематика” аналогічна до режиму “стії/йди”. Вона складається із двох частин:

1. Частини ініціалізації, яка необхідна для того, щоб розв'язати початкові неоднозначності під час пост-польової обробки, виконаній за допомогою програмного забезпечення SKI.
2. Мобільної частини, у рамках якої розв'язання неоднозначності вносяться в програмне забезпечення SKI.

Розбіжностями між режимами “кінематика” і “стії/йди”, по-перше, є те, що під час мобільної частини в режимі “стії/йди” вимірювання відносяться тільки до реальних точок на місцевості, а під час мобільної частини в режимі “кінематика” вимірювання відносяться до визначених моментів часу; по-друге, як уже зазначалось, у режимі “кінематика” мобільний приймач рухається безперервно, а в режимі “стії/йди” мобільний приймач зупиняється.

Ініціалізація та наступна за нею мобільна частина називаються ланками режиму “кінематика”.

Ініціалізація являє собою необхідний процес. Неоднозначності повинні бути розв'язані в процесі пост-опрацювання за допомогою програмного забезпечення SKI. Тільки після цього значення знайдених неоднозначностей будуть послідовно передаватися вперед за допомогою SKI у мобільну частину ланки.

Ініціалізація може бути виконана шляхом використання:

1. Режиму "швидка статика";
2. Встановленням станції на точці з відомими координатами.

На мобільній ділянці ланки повинно спостерігатися не менше 4 супутників. Якщо кількість супутників менше 4, через утрату захоплення сигналу або розташування супутників, SKI не може передавати вперед значення неоднозначностей, і ланка буде перервана.

Значення  $GDOP$  не повинне перевищувати 8, якщо результати по точності повинні досягати значень, зазначених у технічних характеристиках. Бажаю, щоб значення  $GDOP$  було рівним або менше 5.

Для досягнення високоточних результатів визначень координат в режимі "кінематика" необхідно виконувати вимірювання в максимально сприятливих вікнах розміщення супутників.

Таблиця III.2.5

Вибір вікон для спостережень у режимі "кінематика".

| Вікно  | Кількість супутників, їх висота над горизонтом, $GDOP$                     |
|--|--|
| Добре вікно                                  | 5 і більше супутників, висота за можливістю більше $20^\circ$ , $GDOP < 5$ |
| Можна використовувати, але не рекомендується | 4 супутники, супутники вище $15^\circ$ , $GDOP < 8$                        |
| Не рекомендується використовувати            | 4 супутники, $GDOP > 8$  |
| Використовувати не можна                     | 3 супутники або менше  |

### III.2.9. Робота в режимі "кінематика в польоті"

Визначення координат в режимі "Кінематика в польоті" (КВП) забезпечують отримання траєкторії руху сенсора без необхідності виконання статичної ініціалізації. Сенсор може безперервно рухатись, починаючи з першої епохи спостережень.

Ланка вимірювання в режимі КВП складається тільки з мобільної (рухомої) частини. У цьому режимі може бути досягнутий такий самий рівень точності визначення координат, як і в режимі "кінематика". Для цього необхідно:

- під час першої епохи спостережень захопити не менше 5-ти супутників;
- повинно бути невелике значення коефіцієнта  $GDOP$ ;

- відсутність пропуску циклів або зникнення сигналу під час перших 200 секунд спостережень в ланці;
- максимальна відстань між референчною і мобільною станціями повинна зберігатись на рівні не менше 5 км.

Значення неоднозначностей будуть передаватись вперед по ланці КВП до того часу, поки будуть спостерігатись не менше 4-х супутників без втрати. Як тільки кількість супутників стане менше 4-х, необхідно буде ще 200 секунд спостережень не менше 5-ти супутників без їх втрати.

Програма для опрацювання GPS-вимірювання буде виконувати опрацювання результатів у 2 етапи:

На 1-му етапі неоднозначність буде розв'язуватись після перших 200 секунд реєстрації даних. Після цього вирішені неоднозначності передаються вперед протягом часу спостереження не менше 4-х супутників.

На 2-му етапі вирішені неоднозначності передаються назад на початок ланки, що забезпечує отримання високоточних результатів визначення координат для першої епохи під час руху вперед.

Метод КВП рекомендується застосовувати в тих випадках, коли ініціалізацію в статичних умовах важко виконати, або під час визначення координат із рухомих об'єктів.

Для досягнення високоточних результатів визначень координат в режимі "Кінематика в польоті" необхідно виконувати вимірювання в максимально добрих вікнах розташування супутників, поданих в таблиці III.2.5.

### III.2.10. Технологія диференційного DGPS-вимірювання (*Differential GPS*)

Ця технологія спочатку опиралась тільки на навігаційні кодові вимірювання псевдовіддалей, які виконувалися з розривами в часі. В останні роки в цій технології почали застосовувати також фазові вимірювання й опрацювання вимірів типу "past-processing". Суттєвим в цій новітній технології є те, що базова станція передає до рухомого приймача поправки, які використовуються цим приймачем для уточнення свого положення (координат).

Сучасна диференційна технологія передбачає наявність базової станції, яка стаціонарно, цілодобово працює на пункті з високоточно визначеними координатами і визначає певні систематичні похибки. Якраз такі дані, як поправки, передаються до рухомих приймачів. Це дозволяє в реальному часі визначати точні результати (координати) рухомого приймача.

Зауважимо, що під час цього методу користувач може мати тільки один приймач, оскільки роль другого приймача виконує базова, стаціонарна станція.

Для диференційних технологій використовують спеціально обладнані приймачі, які мають підтримувати безперервний зв'язок із базовою стан-



цією. Деякі із цих приймачів, що забезпечують метрову точність визначення координат, мають масу менше 1 кг, а розміри їх такі, що вони поміщаються на долоні.

Точність вимірювання DGPS, що базується тільки на кодових вимірюваннях, складає 1-2 м. Така точність є достатня для навігаційних цілей, а також для виклику міліції (поліції), швидкої допомоги, пожежників, автотранспорту тощо. На цій zasadі працюють також морські та авіаційні системи.

### III.3. Побудова державних геодезичних мереж (ДГМ) супутниковими методами

#### III.3.1. Загальні відомості про побудову ДГМ супутниковими методами

Керівний технічний документ (КТД) побудови державної геодезичної мережі (ДГМ) супутниковими методами створений у відповідності з діючими "Основними положеннями створення ДГМ України". ДГМ – це сукупність пунктів, рівномірно розташованих на території країни й закріплених на місцевості спеціальними центрами, які забезпечують їхнє збереження та стійкість у плановому та висотному відношенні протягом тривалого часу.

Складовими частинами ДГМ є планова й висотна геодезичні мережі, пункти яких повинні бути суміщені або мати між собою надійний геодезичний зв'язок.

Державні геодезичні планові та висотні мережі створювались окремо класичними, до того ж принципово різними методами.

Просторові ДГМ також створюються в інтересах господарської діяльності, науки та оборони країни для вирішення наступних основних задач:

- встановлення єдиної системи координат на території всієї країни;
- забезпечення картографування країни, акваторій морів та внутрішніх водойм;
- вивчення природних ресурсів та ведення державних кадастрів;
- забезпечення вихідними даними засобів наземної, морської й аерокосмічної навігації, аерокосмічного моніторингу навколишнього середовища;
- вивчення фігури й гравітаційного поля Землі та їх змін у часі;
- вивчення геодинамічних явищ та рухів земної поверхні;
- вивчення зон деформацій земної поверхні для складання карт загального сейсмічного районування;
- вивчення руху полюсів та нерівномірності обертання Землі;
- метрологічне забезпечення високоточних технічних засобів визначення розташування й орієнтування.

*Супутникові методи дозволяють створювати просторові (планові та висотні) мережі одночасно.* Надалі будемо розглядати тільки просторові мережі, що створюються супутниковими методами [25,26].

У світовій практиці супутникові просторові мережі прийнято поділяти на:

- глобальні;
- континентальні;
- національні;
- регіональні;
- локальні.

Зрозуміло, що національні мережі є державними геодезичними мережами. Інші – регіональні, локальні є мережами, що створюються на певних частинах країни, регіональні – на значних за площею територіях, а локальні – на значно менших.

У подальшому тексті цього параграфу мова буде йти про національні, регіональні та локальні мережі.

З використанням методів супутникової геодезії створюються:

*Астрономо-геодезичні мережі 1 класу (АГМ-1)* будуються у вигляді однорідної за точністю мережі, що складається з рівномірно розміщених пунктів, віддалених один від одного на 50-150 км. Частина пунктів АГМ-1 являє собою постійно діючі (перманентні) станції супутникових спостережень та астрономо-геодезичні обсерваторії, на яких виконується комплекс супутникових, астрономо-геодезичних, гравіметричних та геофізичних спостережень, що забезпечить редукування координатних визначень на єдину епоху з урахуванням релятивістських ефектів, приливних та інших рухів земної кори.

Просторове положення пунктів АГМ-1 визначається методом супутникової геодезії з відносною похибкою  $\Delta\rho/\rho = 1:10^8$  (де  $\Delta\rho$  – с.к.п. визначення геоцентричного радіуса  $\rho$  – даного пункту). Кожний пункт АГМ-1 має бути пов'язаний супутниковими вимірами не менше як із трьома суміжними пунктами мережі.

Пункти АГМ-1 повинні бути вставлені в мережі нівелювання 1-го та 2-го класів, що дозволяє визначити перевищення нормальних висот між суміжними пунктами із с.к.п. не більшою за 0,05 м.

На кожному пункті АГМ-1 виконуються й періодично повторюються визначення відхилень вискових ліній із середньою квадратичною похибкою, рівною 0,5".

*Геодезична мережа 2 класу.* Пункти розташовуються на відстані 8-12 км один від одного, а на територіях міст, великих промислових об'єктів – 5-8 км і визначаються, як правило, супутниковими методами (допускається визначення традиційними методами) із відносною похибкою 1/300000. Найбільша довжина сторін 20 км, найменша – 5 км.

Пункти 2 класу також мають бути суміщені з геометричним нівелюванням 1-го, 2-го, або 3-го класу, яке забезпечить точність взаємного положення пунктів за висотою із с.к.п. не більшою за 0,05 м на рівнині, а в гірських районах – 0,2 м.

*Геодезична мережа згущення 3 класу* будується з метою збільшення кількості пунктів до щільності, яка забезпечує створення знімальної (робочої) основи великомасштабного топографічного та кадастрового знімання.

Нові просторові мережі згущення 3 класу будуються тільки відносними методами супутникової геодезії. Відносне визначення взаємного положення пунктів повинно бути забезпечене з похибкою 1:200000, а

середня квадратична похибка – 0,05 м. Вихідними пунктами побудови є пункти старших класів.

Пункти просторової мережі 3 класу (як і 2 класу) повинні бути суміщені з мережами нівелювання 1-го, 2-го або 3-го класів, які забезпечать точність висотного положення пунктів із с.к.п. не більшою за 0,05 м, а в гірській і важкодоступній місцевості нормальні висоти можуть визначатися, як і мережі 2-го класу, GPS-нівелюванням, яке виконується відносними супутниковими методами. У цьому випадку середня квадратична похибка пунктів за висотою також не повинна перевищувати 0,2 м, як і для мереж 2-го класу.

Просторові геодезичні *мережі спеціального призначення*, які, по-суті, є регіональними та локальними, здійснюються методами супутникової геодезії або традиційними геодезичними методами. Усі геодезичні, астрономо-гравіметричні вимірювання та супутникові спостереження на таких мережах зазвичай виконуються з підвищеною точністю й приводяться до єдиної геодезичної системи координат для використання їх у процесі зрівноваження ДГМ.

Виробничий цикл побудови ДГМ складається з наступних основних циклів робіт:

- проектування мереж;
- рекогностування й побудова геодезичних пунктів;
- спостереження методами супутникової геодезії;
- математична обробка вимірів;
- складання каталогів просторових координат.

Для забезпечення топографічного знімання встановлюються такі норми щільності пунктів та реперів ДГМ:

- для знімання в масштабі 1:25000 і 1:10000 – 1 пункт на 30 км<sup>2</sup> і 1 репер на трапецію масштабу 1:10000;
- для знімання в масштабі 1:5000 – 1 пункт на 20-30 км<sup>2</sup> і 1 репер на 10-15 км<sup>2</sup>;
- для знімання в масштабі 1:2000 і більше – 1 пункт на 5-15 км<sup>2</sup> і 1 репер на 5-7 км<sup>2</sup>.

### III.3.2. Системи координат, що використовуються в космічній геодезії

Положення пунктів ДГМ визначається в двох системах координат: загальноземній та референційній. Між обома системами встановлюється однозначний зв'язок, який визначається параметрами взаємного переходу (елементами орієнтування).

За загальноземну систему координат приймається Європейська геоцентрична система координат ETRF-89 із початком координат у центрі мас Землі та з відліковим еліпсоїдом GRS-80, що має наступні параметри:

- велика піввісь  $a = 6378137$  м;

- стиснення еліпсоїда  $1:298,2572220101$ ;
- мала піввісь  $b = 6356752$  м;
- середній радіус  $R_1 = 6371008,7714$  м;
- значення нормального гравітаційного поля на екваторі  $g_e = 9,7803267715$  мс<sup>-2</sup>;
- значення нормального гравітаційного поля на полюсі  $g_p = 9,8321863685$  мс<sup>-2</sup>;
- перший ексцентриситет  $e^2 = 0,00669438002290$ .

Референцною системою координат залишається система координат 1942 року (СК-42) із вихідними даними референц-еліпсоїд Красовського:

- велика піввісь  $a = 6378245$  м;
- мала піввісь  $b = 6356863$  м;
- стиснення еліпсоїда  $1:298,3$ ;
- висота геоїда в Пулково над референц-еліпсоїдом дорівнює нулю;
- геодезичні координати Пулковської обсерваторії (центр сигналу  $A$ );
- широта  $B = 59^\circ 46' 15,359''$ ;
- довгота від Гринвіча  $L = 28^\circ 19' 28,318''$ ;
- геодезичний азимут на пункт Бугри  $121^\circ 06' 42,305''$ ;
- середній радіус Землі  $6371117,6729$  м.
- перший ексцентриситет  $e^2 = 0,006693420623$ .

Положення пунктів у прийнятих системах задаються:

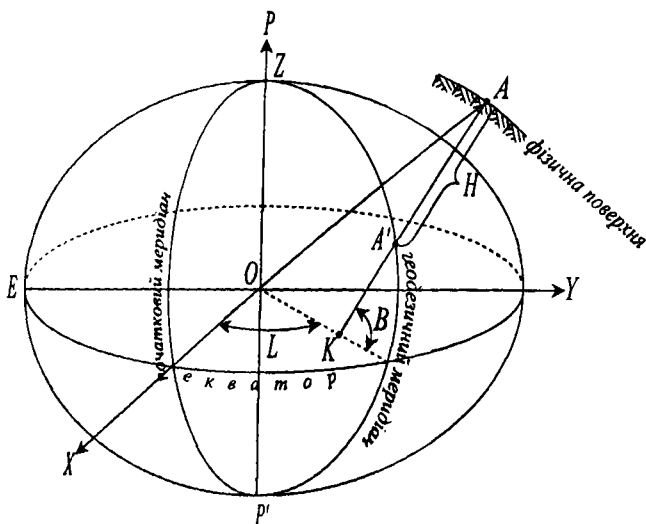


Рис. III.3.1. Прямокутні геоцентричні координати, координати  $X, Y, Z$  та геодезичні еліпсоїдальні координати  $B, L$ ;  $AO$  – прямовисна лінія;  $AK$  – нормаль до еліпсоїду в точці  $A$ ;  $AA' = H$  – геодезична висота точки  $A$ .

- просторовими прямокутними координатами  $X, Y, Z$ . Вісь  $X$  лежить у площині нульового меридіана, вісь  $Y$  – у площині екватора і спрямована праворуч від площини нульового меридіана, а напрямок осі  $Z$  збігається з віссю обертання відлікового еліпсоїда;
- геодезичними еліпсоїдальними координатами  $B, L, H$ ;
- плоскими прямокутними координатами  $X, Y$ .

Нагадаємо: геодезична широта  $B$  точки  $A$  – це кут, створений нормаллю до поверхні еліпсоїда із площиною екватора; геодезична довгота  $L$  точки  $A$  – це двограний кут створений площиною початкового меридіана та площиною геодезичного меридіана. Геодезичний меридіан проходить через нормаль до еліпсоїда  $AK$  і паралельний полярній осі  $PP'$ . Геодезична висота – відрізок по нормалі до еліпсоїда від поверхні еліпсоїда до пункту на фізичній поверхні Землі.

Плоскі прямокутні координати, відомі з курсу топографії, обчислюються на площині в комфортній проекції Гауса-Крюгера в шестиградусних зонах, а під час знімання в масштабах 1:5000 і більше – у триградусних зонах.

Осьові меридіани шестиградусних зон на території України –  $21^\circ, 27^\circ, 33^\circ, 39^\circ$ , а триградусних зон –  $21^\circ, 24^\circ, 27^\circ, 30^\circ, 33^\circ, 36^\circ, 39^\circ$ .

Геодезичні висоти пунктів ДГМ визначаються безпосередньо, або обчислюються, як сума нормальної висоти й висоти квазігеоїда над еліпсоїдом:

$$H = H_{\text{нор}} + N, \quad (\text{III.3.1})$$

де  $H$  – геодезична висота;  $H_{\text{нор}}$  – нормальна висота;  $N$  – висота квазігеоїда над відліковим еліпсоїдом. Нормальні висоти пунктів ДГМ визначаються в Балтійській системі висот, вихідним пунктом якої є нуль Кронштадтського футштока. Нижче подані формули переходу від еліпсоїдальних геодезичних координат до просторових прямокутних координат  $X, Y, Z$ , які знаходять широке застосування в космічній геодезії:

$$\begin{aligned} X &= (N' + H) \cos B \cdot \cos L; \\ Y &= (N' + H) \cos B \cdot \sin L; \\ Z &= \left( \frac{b^2}{a^2} N' + H \right) \sin B. \end{aligned} \quad (\text{III.3.2})$$

де  $N' = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}}$  – радіус першого вертикала;  $a, b$  – велика та мала півосі відлікового еліпсоїда.

Обернений перехід від  $X, Y, Z$  неминуче пов'язаний з ітераційним процесом обчислення широти  $B$  і висоти  $H$ . Зручні для обчислення на комп'ютері формули можна отримати із системи рівнянь (III.3.2):

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} L &= \frac{X}{Y}; \\ \operatorname{tg} B &= \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} + \frac{N' \cdot e^2}{N' + H} \operatorname{tg} B = C + a \operatorname{tg} B. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.3.3})$$

Формули (III.3.3) дозволяють організувати цикл наближень. Для першого наближення приймається  $\operatorname{tg} B = C$ . Для другого та наступних наближень за значенням  $B$  з попереднього наближення вираховують значення:

$$\left. \begin{aligned} H &= \sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \sec B - N'; \\ N' &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.3.4})$$

Зазвичай, для досягнення розбіжності між наступним і попереднім наближеннями  $B = 0,03''$ , достатньо зробити три наближення. Перехід від еліпсоїдальних геодезичних координат  $B, L, H$  до плоских координат  $X, Y$  студентами виконувався під час розрахунків координат кутів рамки трапеції плану масштабу 1:2000.

Астрономічні широти й довготи, які визначаються на пунктах АГМ, обчислюються в екваторіальній астрономічній системі координат (рис. III.3.2).

Як відомо, часовий кут точки весняного рівнодення  $t$ , чисельно рівний зоряному часу в момент спостережень в даній точці  $A$ , а різниця довгот  $\Delta \lambda$  в двох точках рівна різниці в часі в цих точках.

Екваторіальна система координат відповідає фундаментальному зоряному каталогу на епоху загального врівноваження ДГМ і приводиться до Міжнародного умовного початку й системи астрономічних довгот  $\lambda$  Міжнародного Бюро Часу.

Для побудови ДГМ використовується атомний час, який задається шкалою Державного еталона часу й частоти (з урахуванням поправок за перехід до системи міжнародного координатного часу). Масштаб ДГМ задається Державним еталоном довжини – метром, за довжину якого приймається відстань, яку проходить світло у вакуумі за 1:299792458 долю секунди.

Метрологічне забезпечення геодезичних робіт здійснюється з використанням метрологічної бази Держстандарту шляхом створення мережі відомчих взірцевих базисів, основних довготних пунктів і еталонних азимутів.

Нагадаємо, що в геодезії використовуються не абсолютні, а відносні супутникові спостереження і, по-суті, використовується топоцентрична система координат. Прямокутні координати в цій системі будуть рівні різниці координат двох точок кінців базисної лінії 1 та 2.

$$\left. \begin{aligned} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{aligned} \right\} = \left. \begin{aligned} X_2 - X_1 \\ Y_2 - Y_1 \\ Z_2 - Z_1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.3.5})$$

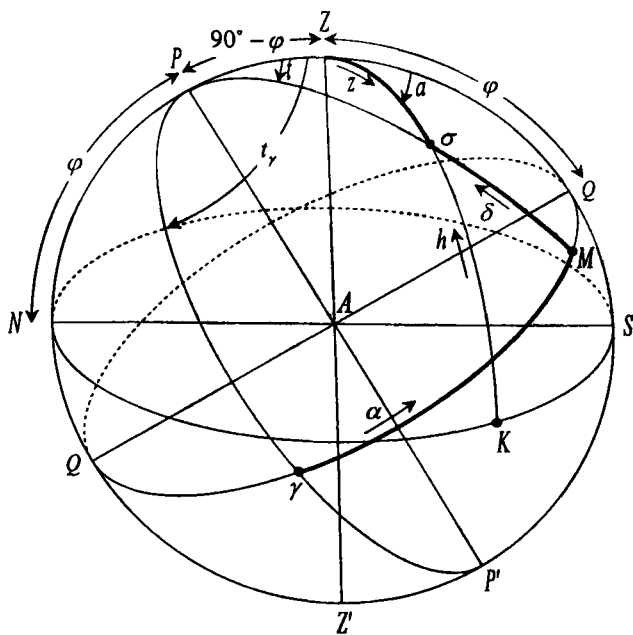


Рис. III.3.2. Екваторіальні астрономічні системи координат (екліптика не показана).

- |  |  |
|--|--|
| $NS$ – горизонт;                       | $z$ – зенітна віддаль супутника (дуга $Z\sigma$ );       |
| $QQ$ – екватор;                        | $h$ – висота супутника (дуга $\sigma K$ );               |
| $P$ – полюс;                           | $\delta$ – схилення супутника (дуга $\sigma M$ );        |
| $N$ – точка півночі;                   | $\alpha$ – пряме сходження супутника (дуга $\gamma M$ ); |
| $S$ – точка півдня;                    | $t$ – часовий кут супутника;                             |
| $Z$ – точка зеніту;                    | $a$ – азимут супутника;                                  |
| $Z'$ – точка надиру;                   | $t_\gamma$ – часовий кут точки весняного рівнодення      |
|  | $(t_\gamma = t + \alpha)$ ;                              |
| $\sigma$ – світило-супутник;           | $\varphi$ – широта.                                      |
| $\gamma$ – точка весняного рівнодення; |  |

Сферичні координати в топоцентричній системі можуть бути визначені за довжиною сторони  $D_{12}$  та кутами  $L$  і  $\Phi$ , аналогічними кутам  $\alpha$  і  $\delta$  в зоряній системі координат (рис. III.3.2).

Зауважимо, що коли за основну площину  $XOY$  прийнято площину, яка паралельна до екватора, тому кут  $L_{12}$  відраховується від меридіана Гринвіча до проєкції  $D_{12}$  на цю площину. Кут  $\Phi_{12}$  характеризує нахил лінії  $D_{12}$  до екватора.



Кути  $L$  і  $\Phi$  в екваторіальній топоцентричній системі називають орієнтуючими кутами сторони  $D_{12}$ .

Кути можна знайти за формулами:

$$\left. \begin{aligned} L &= \operatorname{arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y}; \\ \Phi &= \operatorname{arctg} \frac{\Delta Z}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}}; \\ D_{12} &= \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.3.6})$$

Зворотній перехід можна виконати за формулами:

$$\left( \begin{array}{c} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{array} \right) = D \left( \begin{array}{c} \cos \Phi \cdot \cos L; \\ \cos \Phi \cdot \sin L; \\ \sin \Phi. \end{array} \right) \left. \right\} \quad (\text{III.3.7})$$

Більш детально про це описано в [2].

### III.3.3. Проектування та рекогностування просторових супутникових геодезичних мереж (СГМ)

Основним завданням технічного проектування СГМ є оптимальне положення пунктів на місцевості, яке залежить від вартості робіт, задоволення заданої точності та щільності, однорідності та правильної геометрії, тривалого збереження центрів.

Для складання проекту, перш за все, необхідно зібрати дані про фізико-географічні, економічні особливості та раніше виконані геодезичні роботи на даній території. Інформацію про геодезичні роботи, виконані раніше, надає інспекція державного геодезичного нагляду. Такі матеріали включають:

- загальний список усіх звітів раніше виконаних робіт, роки виконання, назви організації виконання робіт;
- виписки з каталогів координат та висот пунктів, їх класи;
- картки закладки центрів;
- схеми геодезичних побудов;
- дані про системи координат та висот.

Створення проекту мережі виконується на топографічних картах масштабів 1:200000-1:10000. На карту наносяться всі існуючі пункти. Нові пункти слід розташовувати у вершинах рівносторонніх трикутників. Рекомендується два найбільш поширених методи побудови супутникових мереж:

- радіальний, коли всі пункти мережі координуються з однієї референсної або перманентної станції (рис. III.3.3);

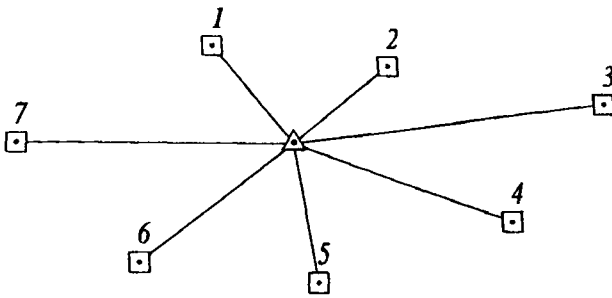


Рис. III.3.3. Радіальний метод побудови мереж  
 $\triangle$  – референційний пункт;  
 $\square$  – пункти, що визначаються.

- мережний метод (метод замкнених геометричних фігур) – вимірювання виконуються на кожній лінії або на кожному пункті мережі (рис. III.3.3);

Недоліками радіального методу є неминуче виникнення довгих векторів та відсутність контрольних вимірів. Позитивним є те, що можна виконувати побудову одним приймачем і те, що побудована мережа однорідна за точністю.

Контролем у такій мережі можуть бути тільки незалежні виміри іншими приладами та від інших відомих точок. Критерій точності і надійності вимірів підвищується, якщо організуються мережні вимірювання. На практиці знайшли застосування дві технології мережних побудов:

- повторного вимірювання на пунктах, для яких задається кількість обов'язкового повторного вимірювання на кожній мережі;
- обов'язкового вимірювання кожної лінії мережі.

Щоб позбутися довгих векторів необхідно мати декілька референційних пунктів. На жаль, виникають різноточні (багаторангові) мережі (рис. III.3.5). Крім того, необхідно мати декілька приймачів.

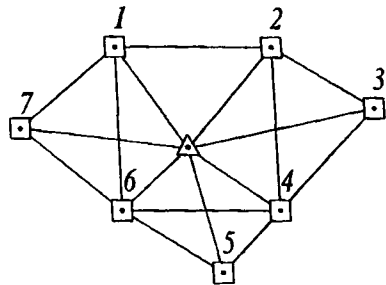


Рис. III.3.4. Мережний метод побудови (однорангова мережа)  
 $\triangle$  – референційний пункт;  
 $\square$  – пункти, що визначаються.

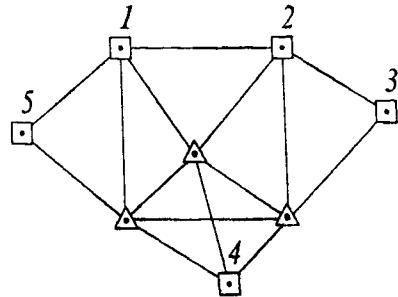


Рис. III.3.5. Мережний метод побудови (багаторангова мережа)  
 $\triangle$  – референційні пункти;  
 $\square$  – пункти, що визначаються.

Мінімальна кількість сесій (сеансів) спостережень  $N$  для мережі, якщо кількість пунктів  $S$  і використовується  $R$  приймачів для кількості повторних вимірів  $M$  та кількості приймачів, які використовувались в попередній та наступній сесії  $O$  визначається для першої технології (спостереження на кожному пункті) за формулою:

$$N = \frac{M \cdot S}{R}, \quad (\text{III.3.8})$$

а для другої технології (вимірювання кожної лінії) за формулою:

$$N = \frac{S - O}{R - O}. \quad (\text{III.3.9})$$

Друга технологія (вимірювання всіх векторів) більш розповсюджена.

На рис. III.3.6 подано схему, яка пояснює порядок вимірювання і перенесення станцій для другої технології. На схемі подано 20 пунктів, назви яких складаються з букви та цифри. Наприклад, лівий верхній пункт А-1, нижній правий пункт D-5 і т.д. Усіх приймачів 6. Використовувалось 3 приймачі, які залишалися на тих самих пунктах у попередній та наступній сесії.

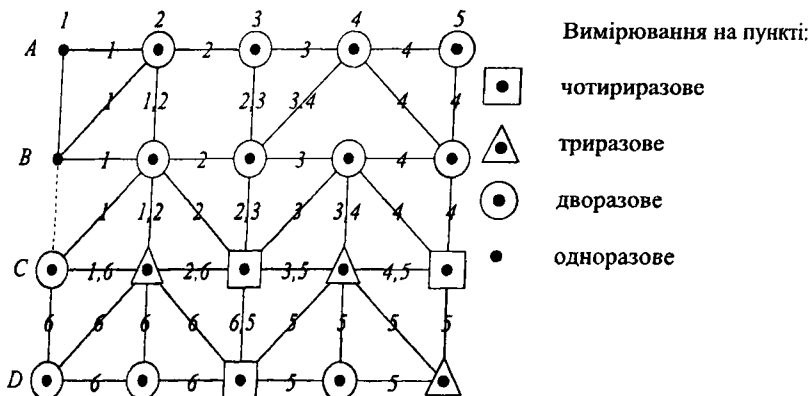


Рис. III.3.6. Схема вимірювання за другою технологією.

Тому кількість сесій  $N = \frac{S - O}{R - O} = \frac{20 - 3}{6 - 3} = 5,67 \approx 6$  сесій.

В 1-ій сесії приймачі встановлені на пунктах А-1, В-1, С-1, А-2, В-2, С-2. Були виміряні 7 векторів. Далі, для виконання 2-ої сесії приймачі з пунктів А-1, В-1, С-1 були перенесені на пункти А-3, В-3, С-3. Знову в другій сесії були виміряні 7 векторів і так далі. Усього в 4-ох сесіях були виміряні 28 векторів.

У сесії 5 на пунктах залишилось два приймачі: на пунктах С-4, С-5. Інші чотири приймачі з пунктів А-4, А-5, В-4, В-5 були перенесені в пункти С-3, D-3, D-4, D-5. Виміряні 7 векторів.

Накінєць, у сесії 6 два приймачі залишились на тих самих пунктах С-3, D-3, а приймачі, що стояли на пунктах С-4, С-5, D-4, D-5 були встановлені на пунктах С-1, С-2, D-1, D-2, виміряні 9 векторів.

У результаті виявилось, що на 2-х пунктах були виконані однократні вимірювання, на 12-ти пунктах – двократні вимірювання, на 3-х – трикратні і на 3-х – чотирикратні вимірювання. Зрозуміло, що точність визначення координат неоднакова. Проте повторні вимірювання є доброю основою для контролю вимірів та для надійної оцінки їх точності. Слід пам'ятати, що під час створення великих мереж доцільно використовувати максимально можливе число приймачів. Це викличе зменшення числа сесій, а отже, приведе до скорочення часу на спостереження. В ідеальному випадку, коли число приймачів співпадає із числом пунктів мережі, спостереження виконуються за одну сесію.

Розрахунок числа векторів  $W$ , що вимірюються в даній сесії, можна виконати за формулою:

$$W = \frac{R(R-1)}{2}, \quad (III.3.10)$$

де  $R$  – число приймачів.

Значимо, що число одночасно виміряних векторів зростає швидше, ніж число приймачів.

|     |   |   |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|-----|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $R$ | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 |
| $W$ | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 | 45 | 55 | 66 | 78 |

Під час проектування СГМ з метою висотного прив'язування необхідно передбачити включення в мережу мінімум чотирьох висотних реперів відповідного класу. З метою підвищення надійності та контролю визначення параметрів переходу між ETRF-89 і СК-42 рекомендується включати в СГМ уже існуючі пункти того ж або вищого класу, розташовані на території робіт і визначені тільки в системі координат СК-42.

*Польове рекогностування* пунктів мережі проводиться на основі затвердженого технічного проекту.

Рекогностування розпочинається з відшукування на місцевості та обстеження стану існуючої геодезичної основи, до якої планується прив'язування нових пунктів. При цьому оцінюється стан пункту; його збереженість; порушення зовнішнього оформлення; стан споруд, у які закладені стінні знаки; наявність і розмір тріщин у стінах; видимі зміщення фундаменту. Репери, закладені в зруйновані споруди, або споруди з видимими деформаціями, розташовані біля залізничних шляхів, вважають нестійкими. До нестійких відносяться також репери, закладені в споруди, навколо яких є значна вологість або які закладені в місцевість зі штучним або природним зволоженням ґрунту, у торф'яниках і т.п.

Рекогностувальна бригада виконує відновлювальні роботи: бетонування відколеного кута пілона, наносить протиерозійну суміш на марку, верхню частину репера, відновлює розпізнавальний знак та стовп із охоронним написом, відновлює зовнішнє оформлення.

Важливим завданням рекогностування є уточнення на місцевості місць закладання нових реперів.

Вважається доцільним поєднувати рекогностування із закладанням нових пунктів. Пункти для супутникових спостережень вибираються з дотриманням наступних вимог:

- відсутність на висоті 15° над горизонтом перешкод для проходження радіосигналів;
- відсутність поблизу пункту відбиваючих поверхонь (металеві дахи, водянні поверхні, рекламні щити, металеві огорожі);
- відсутність поблизу джерел електромагнітного та радіовипромінювання;
- віддаленість від доріг (з точки зору безпеки та впливів вібрації під час спостережень).

Окрім пунктів мережі, на відстані 500-1000 м закладаються два орієнтирні пункти, на які забезпечується видимість (земля-земля). Під час неможливості виконання супутникових спостережень над центром знака допускається встановлення антени приймача поза центром, але елементи приведення повинні бути мінімальними, а під час висотного прив'язування була можливість передачі висоти на антену приймача геометричним нівелюванням.

У результаті виконання рекогностування, будівельних робіт подаються такі документи:

- остаточна схема мережі;
- уточнені схеми прив'язувальних ліній, передача висот через водні перешкоди;
- акти обстеження та оновлення пунктів;
- карти рекогностування, обстеження, оновлення та побудови геодезичних пунктів;
- акти втрати пунктів;
- акти перезакладання центрів;
- акти здачі пунктів на зберігання.

За результатами рекогностування складається кінцевий проєкт мережі і загальна програма виконання робіт із зазначенням супутникових технологій, якими будуть виконуватися вимірювання. Ці дані подаються в технічному звіті про результати рекогностування та закладання знаків. Графік виконання й завершення робіт створюється відповідно до об'ємів робіт та можливостей виконавця.

Кошторис на виконання робіт складається згідно нормативних документів, затверджених Державною геодезичною службою України.

### *III.3.4. Складання робочого проєкту*

Перед виїздом на польові роботи по створенню СГМ на основі технічного завдання і технічного звіту складають робочий проєкт спостереження мереж, який затверджується в робочому порядку.

У робочому проєкті детально висвітлюються розділи: "Організація робіт" і "Польові роботи". Вихідними даними для складання робочого

проекту, крім технічного завдання проекту, звіту про рекогноситування та закладення пунктів, є максимальна кількість приймачів, їх типи, відповідно – кількість виконавців-спостерігачів та кількість одиниць транспорту.

Під час складання графічної частини робочого проекту на картах більш великого масштабу, ніж у технічному проекті, наносять пункти супутникової мережі, вибрані як основні та резервні. На тих самих картах вибирають оптимальні шляхи переміщення між пунктами і на їх основі складають схему переміщень на об'єкті робіт із відзначенням місць і часу зустрічі для концентрації інформації, місць переправ через водні перешкоди, схеми радіозв'язку тощо.

За допомогою програм, що входять в супутникові приймачі, уточнюються методи побудови і будуються графіки пониження геометричного фактора *GDOP*.

Оскільки період обертання супутника навколо Землі складає біля 12 годин, ці графіки повторюються з такою ж періодичністю. Тому графіки складають із розрахунку один графік на 7-10 днів. Взагалі, включення приймачів доцільно проектувати на нічний період доби, найбільш сприятливий для спостережень. Тоді світлий період доби можна використовувати для переміщення по об'єкту.

Широта:  $56^{\circ}15'N$ , Довгота:  $43^{\circ}45'E$ .  
Дата: 03/28/02, Вікно: 10.40-21.00.

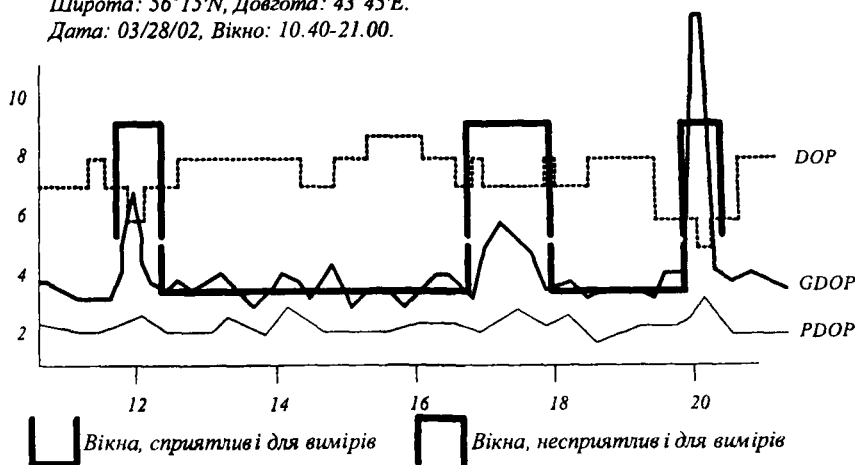


Рис. III.3.7. Графік зниження геометричного фактору на пункті.

Попередньо з'ясовують інтервали часу зі сприятливими *DOP* на кожну добу на період спостережень. Ці інтервали уточнюються з отриманням нового альманаху ефемерид.

За наявності великомасштабних карт складають таблиці або зарис перешкод на пункті.

Порядок роботи під час камерального визначення перешкод навколо пункту спостережень такий: на плані масштабу 1:5000-1:500 транспортом

визначають азимут з пункту на ближні точки перешкод з урахуванням зближення ліній сітки та схилення магнітної стрілки. Точність азимута не грубіше за 20'. Величину вертикального кута визначають за формулою:

$$v = \arctg \frac{h}{S},$$

де  $S$  – віддаль до перешкоди, що визначається за допомогою вимірника та поперечного масштабу; висоту перешкоди  $h$  визначають, використовуючи інформаційне навантаження плану (кількість поверхів у споруд, висоту дерев, рельсф тощо).

Якщо великомасштабних планів на район робіт немає, зариси складають під час рекогностування.

Складається програма спостережень на окремих пунктах або програма спостереження на кожний день. У таблиці III.3.1. поданий план організації сесії на один день.

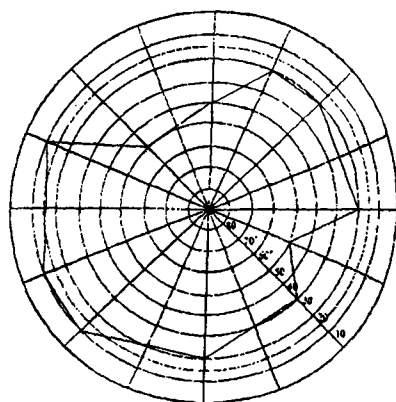
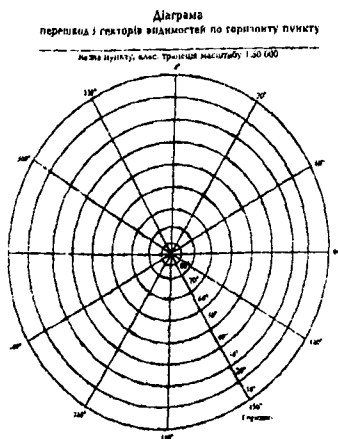
Таблиця III.3.1.

Програма спостережень на один день

| №№ сесій | Час спостережень                   | Приймачі       | I    | II   | III  | IV   | V    |
|----------|------------------------------------|----------------|------|------|------|------|------|
|          |                                    | Спостерігачі   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    |
| 1        | 9 <sup>35</sup> -11 <sup>00</sup>  | Номери пунктів | 1573 | 1574 | 1575 | 1019 | 1706 |
| 2        | 11 <sup>20</sup> -12 <sup>40</sup> |                | 1256 | 1261 | 1576 | 1019 | 1012 |
| 3        | 13 <sup>15</sup> -14 <sup>15</sup> |                | 1672 | 1670 | 1671 | 1019 | 1708 |
| 4        | 14 <sup>35</sup> -15 <sup>30</sup> |                | 1674 | 1654 | 1801 | 1019 | 1673 |
| 5        | 15 <sup>33</sup> -16 <sup>30</sup> |                | 1800 | 1702 | 1907 | 1019 | 1704 |

Діаграма перешкод по горизонту на пункті ДГМ

Північ



Горизонт

Підпис:

Висоти перешкод та їх віддаленість від пункту

Магнітне схилення 3°18' східно

Висота з якої зарисований горизонт: 2 м

Назва пункту: пункт ДГМ 1 класу Шацьк 4-сильний ідентифікатор: ШНА 1 № пункту: 010

Місцевість: Шацьк Країна: Україна

Назва об'єкту: пункт ДГМ 1 класу Шацьк 4-сильний ідентифікатор: ШНА 1 № пункту: 010

Склад: Сторон ІС

Висоти перешкод та їх віддаленість від пункту  
Висота над інформаційною зоною з якої зарисований горизонт

СМАС: ШАЦЬК КЛАСУ 1:20 000

Рис. III.3.8. Діаграми перешкод по горизонту на пункті ДГМ.

Програмою заплановано 5 сесій. Усіх приймачів та відповідно виконавців 5.

Мережа, що спостерігається, має один референційний пункт. На цьому пункті (№ 1019) приймач IV виконує спостереження без переїздів. Інші 20 пунктів – роверні: приймачі змінюють положення між сесіями. Час виконання першої сесії вибирають, враховуючи необхідність одночасного виконання умови видимості і геометричної конфігурації сузір'я супутників на всіх пунктах, які задіяні в сесії. Тому тривалість цього інтервалу спостережень сесії повинна перевищувати тривалість вимірювання будь-якого вектора. Загальна тривалість вимірювання будь-якого вектора складається з часу, необхідного для виконання наступних операцій:

|   |                      |
|---|----------------------|
| відшукування центру                           | – 10-15 хв.          |
| встановлення та підключення приймача          | – 5-10 хв.           |
| ініціалізація приймача                        | – до 10 хв.          |
| безпосередні вимірювання                      | – згідно розрахунків |
| згорання приймача і підготовки до перевезення | – 5-10 хв.           |

Окремим розділом робочого проекту є проект висотного прив'язування мережі.

Тривалість статичних супутникових спостережень виконуються згідно наступних вимог:

| Клас ДГМ | Відстані між пунктами, км | Тривалість    | Примітка                                    |
|----------|---------------------------|---------------|---|
| 1-й      | 150-300                   | 5-6 діб       | Фундаментальна мережа                       |
|          | 50-150                    | 1-3 діб       | Пропорційно довжині вектора                 |
| 2-й      | 10-20                     | 2,5 год.      | Двочастотний приймач                        |
|          | 5-10                      | 30 хв.-1 год. | Двочастотний приймач (пропор. довж. вект.)  |
|          | 5-10                      | 1-1,5 год.    | Одночастотний приймач (пропор. довж. вект.) |
| 3-й      | 2-10                      | 15-30 хв.     | Двочастотний приймач (пропор. довж. вект.)  |
|          | 2-10                      | 20 хв.-1 год. | Одночастотний приймач (пропор. довж. вект.) |

Пояснююча записка до робочого проекту повинна включати такі матеріали:

- проектні роботи із зазначенням усіх пунктів та реперів, які задіяні в спостереженнях і всіх векторів, що підлягають вимірюванню;
- програма робіт на об'єкті з відображенням періоду та часу роботи на пункті, маршрутів переміщення на об'єкті;
- роздруковані графіки зниження геометричного фактора та графіки-зариси на пунктах, що мають перешкоди;



- технологія виконання робіт з обґрунтуванням вибору методу вимірювання та часу спостереження на пунктах.

### III.3.5. Підготування комплексу приладів до польового вимірювання

Перед виїздом на польові роботи керівник робіт проводить інструктаж з усіма керівниками бригад і видає кожній бригаді робочий проект або відповідні виписки з нього.

Для виконання робіт кожна бригада укомплектовується приладами, необхідними для виконання польових робіт, обладнанням та матеріалами.

Подамо детальний список усього необхідного обладнання:

- автомобіль (бажано підвищеної прохідності);
- приймач із комплектом допоміжного обладнання;
- додатковий запам'ятовуючий пристрій;
- 2 комплекти кабелів;
- 2 акумулятори (із комплекту приймача або автомобільні);
- зарядний пристрій для акумуляторів;
- переговорний пристрій з 2 акумуляторами (один запасний із зарядним пристроєм до нього);
- штатив;
- оптичний центрир;
- комплекс метеорологічних приладів (еталонований психрометр із "сухим" та "мокрим" термометрами), а також барометр-анероїд;
- оптичний теодоліт (30") для знімання елементів приведення під час встановлення антени приймача поза центром;
- нівелір із рівнем або компенсатором;
- складна шашкова рейка з рівнем;
- ліхтарики;
- бусоль;
- рулетка 20 м;
- інструменти для дрібного ремонту та юстування приладів;
- комплект карт масштабу 1:50000-1:25000 на район вимірювання;
- робочий проект мережі (або виписка з нього) зі схемами та списком пунктів, на яких будуть виконуватися спостереження та прив'язування, графіки виконання вимірювання та інформацію про доїзди до них;
- картка рекогностування, обстеження, оновлення та побудови геодезичних пунктів (реперів);
- журнали супутникових спостережень;
- лист графічного та аналітичного визначення елементів центрування антени супутникового приймача;
- медична аптечка для надання першої допомоги.

Перед початком польового сезону супутникові приймачі повинні пройти еталонування на взірцевих базисах або метрологічних полігонах. Повторно еталонування виконується після кожного сильного струсу або ремонту антен і радіочастотних блоків приймача. Під час транспортування та перенесення приймач потрібно оберігати від ударів та пошкодження. Запам'ятовуючі пристрої, які входять у комплект приймача, необхідно зберігати в сухому місці та оберігати від температурних впливів, ударів, згинів, слідкувати, щоб поверхня роз'ємів була чистою і не запиленою.

### III.3.6. Будова та технічні характеристики компактного одночастотного приймача GPS ProMark-2

У цьому параграфі та у двох наступних будуть детально розглянуті питання будови та можливостей застосування компактного приймача ProMark-2 фірми Ashtech (США) для побудови геодезичних мереж та топографічного знімання. Деталізація цього питання можлива тільки під час вивчення конкретного приймача, хоча всі приймачі GPS мають багато спільних загальних систем, вузлів та деталей. ProMark-2 – повнофункціональна GPS система, що розв'язує задачі точного геодезичного вимірювання та навігації. Комплект системи ProMark-2 складається із двох або більше приймачів з антенами та допоміжними компонентами.

Приймач, завдяки своїй компактності, менший за вагстю порівняно з іншими приймачами, а також досить високий за точністю вимірювання, має широке застосування в геодезичному виробництві. Крім фірми Ashtech, аналогічний приймач виготовляє фірма Magellan Corporation, названий ProMark X-СМ, а фірма Ashtech почала випускати модифікований приймач ProMark-3. Приймач ProMark-2 отримує та зберігає неопрацьовані дані з GPS-супутників про кожну точку знімання. Дані із приймача пізніше піддаються пост-опрацюванню з метою визначення положення точок знімання. Зовнішній вигляд приймача показано на рис. III.3.9.

Якщо для навігації достатньо вмонтованої в приймач антени, то для отримання даних точного геодезичного знімання необхідна зовнішня антена (рис. III.3.10)

Зовнішня антена має точку, у якій фізично збираються дані з GPS-супутників про положення (просторові координати) саме цієї точки. Тому ця точка антени повинна прямою лінією проектуватися на центр геодезичного знака або точки місцевості, положення якої визначається. Антена центрується за допомогою оптичного центрира та стандартного штатива або GPS-штатива.

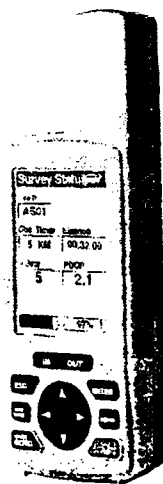


Рис. III.3.9. GPS-приймач ProMark-2.

*Зовнішній антенний кабель* (рис. III.3.11) підключається до ProMark-2 через задню частину польового утримувача приймача. Маленький роз'єм підключається до приймача, великий роз'єм – до антени.



Рис. III.3.10. Зовнішня GPS-антена.

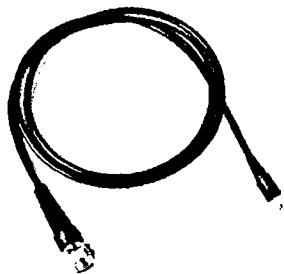


Рис. III.3.11. Зовнішній антенний кабель.

*Вертикальний подовжувач антени* (рис. III.3.12) забезпечує можливість підключення антени, коли вона встановлена на штатив. Його довжина 76,2 мм.

У комплект приймача входить *вимірювальна рулетка* для вимірювання висоти антени над центром знака (рис. III.3.13).



Рис. III.3.12.  
Вертикальний  
подовжувач антени.



Рис. III.3.13.  
Вимірювальна рулетка.



Рис. III.3.14. Офісний  
утримувач приймача з  
кабелем завантаження.

Початок рулетки фіксується у виїмці, розташованій збоку на корпусі антени. Витягується рулетка вниз в напрямку до центра знака так, щоб загострений штир, розташований на корпусі рулетки, доторкнувся знака. У цю мить береться відлік шкали рулетки. Відлік дає не вертикальну, а похилу висоту антени над центром знака. Ця висота може бути приведена до вертикальної висоти. Достатньо знати радіус антени.

*Офісний утримувач приймача з кабелем завантаження.* Цей тримач дозволяє підключити приймач ProMark-2 до офісного комп'ютера з метою

завантаження в комп'ютер даних GPS-знімання. Як тільки приймач установлюється на тримач, кабель завантаження автоматично підключається до приймача через контакти, що знаходяться на задній частині приймача. Офісний утримувач із кабелем показано на рис. III.3.14.

У комплект приладу входить програма пост-опрацювання (Ashtech Solutions) (рис. III.3.15).

Програма має модулі, які забезпечують завантаження та опрацювання супутникових даних із кожного приймача ProMark-2. Програмне забезпечення записане на компакт-диск. Ashtech Solutions User's Guide – інструкція по використанню офісного програмного забезпечення з метою планування завантаження і пост-опрацювання даних.

У комплект приймача ще входить польова сумка для транспортування приладу, а також компакт-диск (Map Send Streets). Компакт-диск має тільки карти на територію США. Диск не входить у комплект системи приймача, який продається за кордоном США.

Крім того, під час роботи з приймачем необхідно додаткові предмети, які не входять у стандартний комплект. Серед таких предметів є штатив, підставка (трегер-носій) та адаптер антени. На рис. III.3.16, б показано ці три предмети окремо та в зібраному вигляді разом з антеною та штативом (рис. III.3.16, а).



Рис. III.3.15. Компакт-диск з програмою Ashtech Solutions та інструкція користувача.

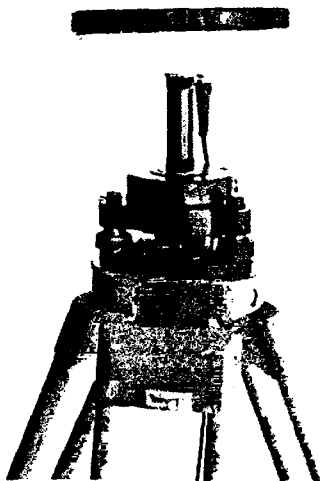


Рис. III.3.16, а. Антена, адаптер, трегер та штатив.

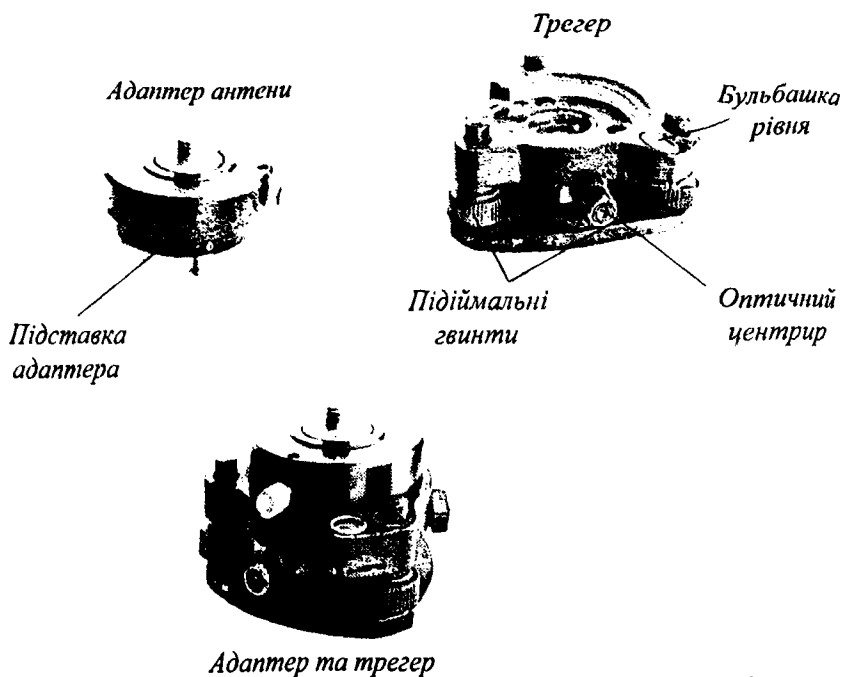


Рис. III.3.16, б. Трегер та адаптер антени окремо та в зібраному вигляді.

У трегер антени вмонтовано оптичний центрир та підіймальні гвинти для приведення антени в робочий стан.

Під час роботи в псевдокінематичному та кінематичному режимі для кріплення ProMark-2 може бути використана віха, показана на рис. (рис. III.3.17).

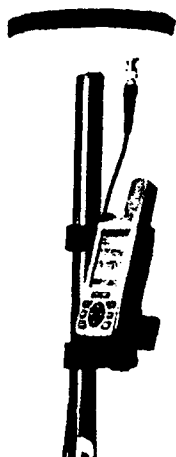


Рис. III.3.17. GPS-віха.



Рис. III.3.18. Клавiші приймача.

На рис. III.3.9 показаний загальний вигляд приймача.

На рис. III.3.18 показана панель керування приймачем – керівні клавіші.

У таблиці III.3.2 описані функції кожної клавіші.

Таблиця III.3.2.

Клавіші, що використовуються під час роботи з приймачем

| Клавіші                                      | Опис дії  |
|--|---|
| ENTER,<br>Введення                           | Використовується під час виконання вибраної функції, редагування вибраних параметрів або введення вибраних значень, які наведені у вікні survey menu (меню в режимі “знімання”). Наприклад: серед них функція “Point Attribute” вибирається за допомогою стрілок “вверх” і “вниз”. Для виконання цієї функції потрібно натиснути клавішу ENTER і т.п. |
| MENU,<br>Меню                                | Служить для доступу до пункту Survey Menu в будь-який момент, навіть у процесі збору даних (тобто в процесі спостережень).  |
| IN   | Ввійти в вибраний пункт меню  |
| OUT  | Вийти із вибраного пункту меню  |
| Червона<br>кнопка<br>on/off<br>вкл/викл      | Якщо клавішу швидко натиснути і відпустити, включається або вимикається приймач. Якщо утримувати клавішу 2 секунди, коли приймач уже ввімкнений, тоді дисплей підсвітиться. Якщо її знову утримувати 2 сек, підсвічення вимкнеться.   |
| Mark/GOTO                                    | Дозволяє отримати доступ до пункту Point Attribute (дані про пункт спостережень) в будь-який момент процесу збору даних.  |
| ESC  | Використовується для закриття поточного і повернення до попереднього пункту меню. Відредаговані, попередньо не збережені параметри, закриті за допомогою цієї клавіші, не зберуться.  |
| Овальна<br>кнопка із<br>чотирма<br>стрілками | Дозволяє виділити функцію, яку ви хочете виконати, або виділити величини, які потрібно ввести. Пункт “Mode” дозволяє працювати в режимах Survey або Navigate. Стрілки “вверх” та “вниз” призначені для переключення між режимами Survey і Navigate.   |

На рис. III.3.19 показані три вікна, які дозволяють виконувати редагування, описування (ідентифікацію) пунктів, вводити або змінювати деякі параметри Site ID, Site description і Receiver ID.

Подамо далі деякі дані про термін роботи джерел електроенергії. Живлення приймача Pro Mark-2 здійснюється за допомогою двох стандартних батарей типу AA. Також можна використовувати будь-які батареї

цього типу, як одноразові (лужні, літєві), так і перезарядні (нікель-кадмієві, нікель-метал-гідридні, лужні). Найдовше працюють літєві батареї. За ними йдуть лужні. Термін роботи батарей в значній мірі залежить від температури повітря. Так, якщо температура повітря  $-10^{\circ}\text{C}$ , термін дії батарей – 2,5 години. Для  $+10^{\circ}\text{C}$  – 6 годин, для  $+20^{\circ}\text{C}$  – 9 годин. Менше залежать від температури літєві батареї (для  $-10^{\circ}\text{C}$  – 10 годин; для  $+10^{\circ}\text{C}$  – 12 годин). Приймач під час роботи показує стан батарей. Перший такий сигнал – Low Battery (Низький рівень зарядки ALARM). Час праці після такого сигналу для кімнатної температури дорівнює приблизно 1 годині, а для  $10^{\circ}\text{C}$  – 10 хвилин.



Рис. III.3.19. Вікна Site ID, Site description і Receiver ID.

Останній сигнал Extreme Low Power. Після такого сигналу робочий файл закривається, а приймач вимкнюється через 10 сек. Потрібна заміна батарей.

На рис. III.3.20 показана заміна батарей. Слід відгвинтити гвинт, зняти кришку відділення для батарей. Замінити старі батареї на нові, враховуючи полярність. Закрити кришку та загвинтити гвинт.

Об'єм пам'яті приймача Pro Mark-2 для зберігання даних – 8 МБ. Мінімальний час спостереження 7 годин за умови, що збір даних виконується в найгірших умовах, коли 10 супутників відслідковуються з 1-секундним інтервалом. За 10-секундного інтервалу можна зберегти дані 72-годинного інтервалу спостережень.

Тому рекомендується:

1. Щоденно переписувати зібрані дані із приймача до комп'ютера;
2. Переписувати дані із приймача після опрацювання;

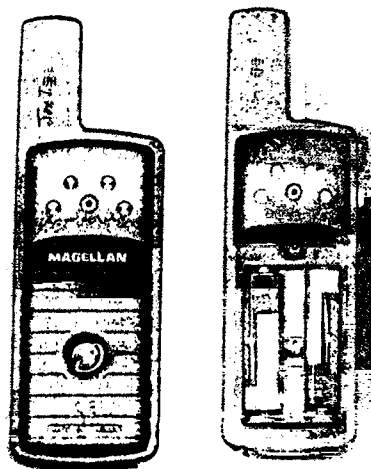


Рис. III.3.20. Встановлення батарей.

3. Оскільки території України не має в картах Map Send Streets, то файли, відведені під ці карти, можуть бути зайняті файлами, що стосуються безпосередньо знімання.

На завершення цього параграфа подамо технічні параметри та фізичні специфікації системи Pro Mark-2.

Таблиця III.3.3.

Технічні параметри та фізичні специфікації

| Можливі режими GPS-знімання                                 | Статичний, "стій/йди",<br>кінематичний   |
|---|--|
| Точність статичного методу знімання                         | планова: 5 мм + 1 ppm<br>висотна: 10 мм + 2 ppm                                      |
| Точність знімання ("стій/йди")                              | планова: 12 мм + 2,5 ppm<br>висотна: 15 мм + 2,5 ppm                                 |
| Точність навігації  | <3 м із зовнішньою антеною та поправками WAAS<br>5 мм з внутрішньою антеною (з WAAS) |
| Довжина векторів (статичний режим)                          | до 20 км, більше 20 км тільки в період малої іоносферної активності                  |
| Довжина векторів ("стій/йди")                               | до 10 км   |
| Таймер спостережень (статичний режим)                       | від 20 до 60 хв, в залежності від довжини вектора                                    |
| Таймер спостережень ("стій/йди")                            | зазвичай 15 сек  |
| Час ініціалізації ("стій/йди")                              | 15 сек. на відомих пунктах, 5 хв з використанням рамки ініціалізації                 |
| Канали супутників GPS                                       | 10   |
| Супутникові канали  | 2  |
| Висота захоплення супутників                                | 10°  |
| Інтервал запису даних                                       | 1-999 сек  |
| Робочий діапазон температур                                 | від -10°C до +80°C   |
| Тип акумуляторів  | 2 АА, лужні або літєві   |
| Час експлуатації акумуляторів, при $t = 20^{\circ}\text{C}$ | лужні – 8 год.<br>літєві – 13 год  |
| Об'єм пам'яті для збереження даних                          | 8 Мб, 72 год збору даних, 100 файлів даних   |

Примітка: для  $t = -10^{\circ}\text{C}$  яскравість дисплея зменшується, а потім зникає, приймач ще працює, збирає дані. Для  $t = -20^{\circ}\text{C}$  дисплей може вийти з ладу.

### III.3.7. Підготування приймача Pro Mark-2 до роботи та виконання спостережень на геодезичному пункті

Для підготування приймача Pro Mark-2 до роботи необхідно:

1. З'єднати штатив та трегер.



2. Зцентрувати штатив із трегером над точкою за допомогою оптичного центрира. Це виконується так само, як і у випадку електронного тахеометра.
3. З'єднати антену з вертикальним подовжувачем; нижній кінець подовжувача з'єднати з адаптером і його підставкою.
4. З'єднати зібрану GPS-антену із трегером, закріпленим на штативі. Після цього перевірити центрування антени над точкою.
5. Помістити приймач Pro Mark-2 у польовий утримувач.
6. Приймач разом з утримувачем закріпити на штативі на такій висоті, щоб було зручно працювати, як це показано на рис. III.3.21:
7. Прикріпити на антену кабельний з'єднувач. Прикріпити другий кінець кабелю до задньої частини приймача. Це робиться простим засуванням з'єднувача в названу частину приймача.
8. Виміряти та записати висоту приймача та висоту GPS-антени за допомогою рулетки. Бажано записати висоту як у метрах, так і у футах. Це зменшить імовірність появи похибки вимірювання висоти.

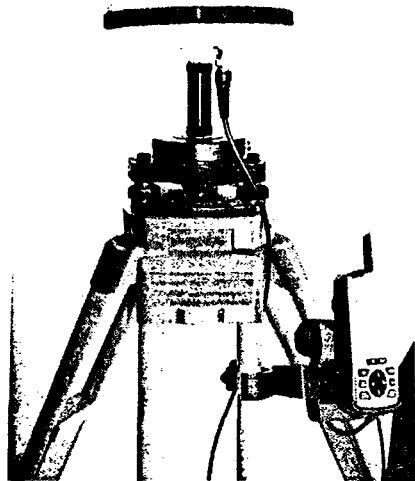


Рис. III.3.21. Закріплення приймача на штативі.

Як тільки приймач встановлено над точкою, можна починати процес підготовки приймача до спостережень, який складається з таких кроків:

1. Ввімкнення приймача за допомогою червоної клавіші on/off на лицевій частині приймача. Появиться вікно Mode (Режими).
2. Вибір пункту Survey (Знімання) за допомогою виділення Survey та натискання ENTER для входу до екрана Survey (рис. III.3.22).

Екранне меню Survey забезпечує можливість налаштувати приймач і функції параметрів знімання до початку процедури збору даних (навіть до виїзду в поле, тобто, в камеральних, офісних умовах). Під час вибору на екрані Survey пункту меню Setup (Налаштування) відкриється вікно Survey Menu, де можна встановлювати параметри знімання. Під час вибору пункту Collect Data (збір даних) починається процес знімання.

Припустимо приймач не підготовлений до знімання ще до виїзду в поле. Тоді у пунктах 3-11 розглядаються функції приймача і налаштування знімання безпосередньо перед початком спостережень.

Не має необхідності заново виконувати усі налаштування кожен раз перед виконанням знімання, оскільки деякі з них, наприклад, такі, як вибір одиниць вимірів (Unit of Measure) та ідентифікаційний номер приймача (Receiver ID), будуть однаковими для всіх геодезичних пунктів. Виконання усіх пунктів налаштування (3-11) слід виконувати так:

3. Вибрати з екранного меню Survey (Знімання) (рис. III.3.22) пункт Setup (Налаштування), натиснути ENTER (Введення) для відкриття Survey Menu (Меню в режимі Знімання) (рис. III.3.23).

Саме Survey Menu забезпечує доступ до функцій приймача і налаштування параметрів знімання. Усі ці параметри можна прочитати на екрані Survey Menu.

4. Першим пунктом екрану стоїть Survey Mode (Режим знімання). Слід вибрати у Survey Menu пункт Survey Mode (Режим знімання). Далі встановити режим Static (Статичний).
5. В Survey Menu потрібно вибрати Point Attribute (Опис точки). Під час вибраного пункту меню Point Attribute натиснути ENTER для переходу у вікно Point Attribute (рис. III.3.24). Це вікно дозволяє вводити атрибутивну інформацію про точку спостережень, на якій встановлено приймач.

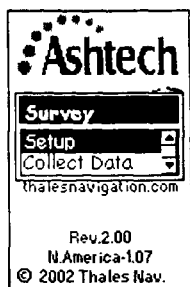


Рис. III.3.22. Вікно Survey.

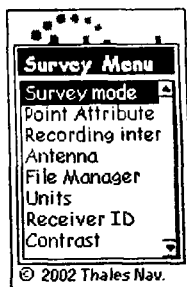


Рис. III.3.23. Меню Survey Menu.

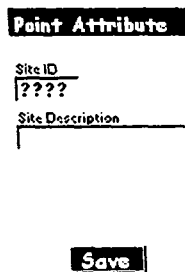


Рис. III.3.24. Вікно Point Attribute.

Інформація включає:

- чотиризначний ідентифікатор пункту. Потрібно присвоїти ідентифікаційний номер кожній точці, що визначається. Номер повинен залишатися однаковим під час багаторазових спостережень на одній точці;
- довільний 20-значний опис кожної точки.

Щоб ввести атрибутивну інформацію про точку, слід виділити поле Point Attribute, натиснути клавішу ENTER. Далі поміняти значення на ті, що необхідні. У кінці вибрати (натиснути) Save (Зберегти), щоб повернутися в меню Survey Menu.

6. У меню Survey Menu слід вибрати пункт Antenna (Антенa). Установити висотні параметри антени для даної точки. Вибрати Slant (Нахилена

висота), якщо потрібно виміряти висоту GPS-антени від центра до точки, що розташована на боковому краю корпусу антени, або Vertical (Прямовисна висота), якщо потрібно виміряти висоту антени по вертикалі від її нижньої частини до центра знака. Ввести вимірні значення висоти антени. Вибрати одиниці вимірювання висоти антени, вибравши пункт Units (Одиниці) у Survey Menu.

7. В Survey Menu потрібно вибрати пункт File Manager (Файловий менеджер). Тут можна звільнитися від старих файлів даних, якщо необхідна додаткова пам'ять для завершення сеансу (сесії) знімання. Під час виділеного пункту File Manager слід натиснути ENTER для відкриття вікна File Manager, рис. III.3.25.

Вікно File Manager дає можливість видалити непотрібні файли даних і тим самим звільнити пам'ять для збору даних у поточному сеансі спостережень. У вікні подано список файлів, що займають пам'ять і клавіші, відповідні командам, які виконують їх вивід. Кожний файл має символ, що характеризує його таким чином:

- > – файл є поточним файлом, у який заносяться дані;
- + – файл ще не був вивантажений із приймача;
- файл був вивантажений із приймача.

Для вибору файлу, який необхідно видалити, слід використовувати стрілки "вверх/вниз". Для вибору Delete (Видалити) або Del.All (Видалити все) використовують праву і ліву стрілки. Під час вибору пункту Delete буде видалений тільки вибраний файл. Під час вибору пункту Del.All видаляться всі файли.

Натисніть клавішу ESC (Відміна) для закінчення роботи із цим вікном і повернення в попереднє меню Survey Menu.

8. В Survey Menu потрібно вибрати пункт Units (Одиниці). Пункт призначений для зміни одиниць вимірів, якщо встановлений варіант не задовольняє.

Під час виділеного пункту Units потрібно натиснути ENTER, щоб відкрити вікно Unit of Measure (Одиниці вимірів), рис. III.3.26.

Вікно Unit of Measure дозволяє вибрати одиниці, у яких вводиться інформація щодо висоти антени. Крім того, вибрані одиниці використовуються таймером спостережень.

Для доступу до вибраного списку одиниць слід натиснути ENTER. Тут вибирають потрібний варіант і знову натискають ENTER. Далі вибирають Save (Зберегти) для повернення в Survey Menu.

9. В Survey Menu потрібно вибрати Receiver ID (Ідентифікатор приймача). Тут міняється ідентифікаційний номер приймача, якщо не задовольняє поточний номер.

Під час виділеного пункту Receiver ID натискають ENTER (Введення) для відкриття вікна Receiver ID (Ідентифікатор приймача), рис. III.3.27.



Рис. III.3.25. Вікно File Manager.



Рис. III.3.26. Вікно Unit of Measure.



Рис. III.3.27. Вікно Receiver ID.

Вікно Receiver ID (Ідентифікатор приймача) дає можливість введення горизонтального ідентифікатора (ID) приймача, який використовується під час формування назви файлу необроблених даних. Кожний такий файл, записаний у цьому приймачі, буде мати чотиризначний ідентифікаційний номер. Цей номер приймача має бути унікальним (єдиним). В іншому випадку виникнуть проблеми під час пост-опрацювання зібраних даних. Для редагування ідентифікатора приймача натискають ENTER. Можна змінити існуючі значення ID на бажані. Після вводу ID потрібно вибрати Save (Зберегти) для збереження та повернення в Survey Menu.

10. В Survey Menu вибирають пункт Contrast (Контраст). Якщо погано відображається текст на дисплеї, то можна змінити контрастність дисплея.

Під час виділеного пункту Contrast натискають ENTER, щоб відкрити вікно Contrast (рис. III.3.28).

Для зміни контрастності дисплея приймача використовують праву і ліву стрілки для налаштування контрастності. Виконавши цю операцію, натискають клавішу ENTER для повернення в Survey Menu.

11. Щоб вийти з Survey Menu і повернутися до вікна Survey ("Знімання"), натискають клавішу ESC (див. рис. III.3.22).

Таким чином, на цьому завершився процес налаштування приладу до спостережень. Далі описується процес збору даних. Для цього:

12. У вікні Survey вибирають пункт Collect Data (процес збору даних), натискають ENTER для відкриття вікна Satellite Status (Статус супутника), рис. III.3.29.

Вікно Satellite Status (Статус супутника) показує супутники, які відслідковує приймач. На схематичному зображенні небесної сфери відображені номери супутників, які доступні для спостереження на даний час. Якщо сигнал супутника захоплений GPS-приймачем, зображення номера цього супутника інвертовано (чорне віконце з білим номером). Шкала під зображенням небесної сфери показує потужність сигналу супутника. Під час приймання сигналів від чотирьох супутників,

що знаходяться вище  $10^\circ$  над горизонтом, автоматично починається процес збору даних. Автоматично буде викликано вікно Survey Status. Можна повернутися у вікно Satellite Status, натиснувши клавішу Nav/Surv (Навігація/Знімання).

У нижній частині вікна Satellite Status знаходиться два індикатора: стану джерела струму (ліворуч) та кількість вільної пам'яті (праворуч). Індикатор вільної пам'яті показує в графічному вигляді процес вільної пам'яті, що залишилася для зберігання даних. Як тільки починається процес зберігання даних, процентне число починає мигати, що означає: процес збору даних почався. Індикатор стану джерела струму графічно показує заряд батареї, що залишився. Якщо зовнішнє джерело струму підключене до приймача, то на дисплеї з'явиться віконце зі значком вилки електричного з'єднання.

Для оцінки впливу перешкод на пункті знімання використовують схему небесної сфери для візуалізації тих супутників, які будуть заблоковані перешкодами. Це допоможе визначити, чи даний пункт сприятливий для GPS-спостережень.

- Далі, щоб відкрити вікно Survey Status, у вікні Satellite Status натискають клавішу Nav/Surv, (рис. III.3.30).

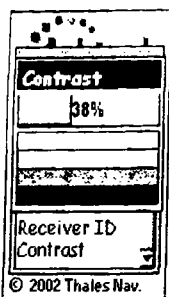


Рис. III.3.28. Вікно Contrast.

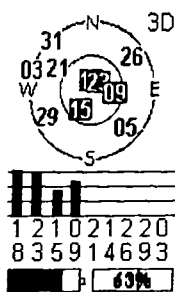


Рис. III.3.29. Вікно Satellite Status.



Рис. III.3.30. Вікно Survey Status.

Це вікно інформує про хід виконання збору даних. Ця інформація допомагає визначити, чи достатнє число даних зібрано для якісного майбутнього пост-опрацювання. У цьому вікні можна спостерігати за такими індикаторами якості спостережень:

- Observation Timer (таймер спостереження). Поле Observation Timer інформує про поточний стан таймера спостережень.

Таймер перевіряє, чи достатньо отриманих супутникових даних для того, щоб після їх опрацювання отримати якісні дані. Для цього таймер враховує число супутників, що захоплені, геометрію супутників (*PDOF*), а також перерви в спостереженнях, викликані наявністю перешкод. Таймер повідомляє, коли буде зібрано достатньо даних для того, щоб забезпечити бажану

точність визначення вектора, що з'єднує два пункти, у яких одночасно виконуються спостереження. Проміжок часу, необхідний для цього, залежить від віддалі між пунктами спостережень. Можливі такі граничні значення:

0 км – відображається у випадках, коли зібраних даних недостатньо для точного визначення вектора;

5 км – відображається в тому випадку, коли зібрано достатньо даних, коли довжина вектора не більша за 5 км;

10 км – коли довжина вектора не більша за 10 км;

15 км – коли довжина вектора не більша за 15 км;

20 км – коли довжина вектора не більша за 20 км.

Тому, по-перше, слід наближено визначити довжини векторів, які необхідно буде визначити під час знімання, а, по-друге, використовуючи в якості орієнтира найдовшу з цих віддалей, зачекати, поки таймер не покаже значення, що відповідає даній віддалі. Коли це відбудеться, спостереження на пункті можна вважати закінченими.

Примітка: наявність перешкод може викликати неточність у роботі таймера. Тому, коли спостереження виконуються в закритій перешкодами місцевості, необхідно зібрати дещо більше даних на даному пункті, щоб гарантувати якісний результат.

- Elapsed Time (Затрачений час). Поле Elapsed Time показує, скільки часу пройшло з моменту початку збереження даних у поточному спостереженні. З досвідом спостережень можна оцінювати, який проміжок часу необхідний для збору даних для різних умов.
- # Sate (Кількість супутників). Поле # Sate показує поточну кількість супутників, які розташовані вище  $10^\circ$  над горизонтом, інформація про які занесена в пам'ять. Якщо для спостережень доступна незначна кількість супутників, тоді потрібна більша кількість даних, щоб успішно виконати спостереження. Цей параметр може бути використаний на пункті спостережень, як індикатор впливу перешкод на процес збору даних у будь-який час знімання.
- PDOP (Коефіцієнт геометричного погіршення точності вимірювання). Поле PDOP відображає значення цього коефіцієнта в будь-якій час. Це значення обчислюється приймачем шляхом аналізу взаємного розташування усіх доступних для спостережень супутників, які розташовані вище  $10^\circ$  над горизонтом. Якщо значення PDOP велике, то потрібно зібрати більше даних для успішного завершення спостережень. Тому цей параметр також може бути використаний, як і параметр # Sate. Крім інформації про параметри знімання вікно Survey Status, так само, як і вікно

Satellite Status, відображає стан джерела струму і кількість пам'яті зайнятої даними.

Таким чином, під час виконання спостережень оператор має слідкувати саме за цими двома вікнами, щоб бути інформованим про хід збору даних.

14. Якщо необхідно змінити якісь дані про параметри знімання, або приймач, потрібно натиснути клавішу Menu (Меню) для доступу до Survey Menu.

Важливо пам'ятати, що Survey Menu (Меню в режимі "Знімання") доступне в будь-який час у процесі збору даних натисненням клавіші "Menu" (Меню). Це те саме меню, яке описане раніше. Усі налаштування Survey Menu (Меню в режимі "Знімання") можуть бути встановлені в будь-який момент у процесі виконання спостережень. Інакше кажучи, дії 3-10, подані вище, можуть, за бажанням, бути виконаними одразу після початку збору даних. Це дозволяє розпочати збір даних ще до введення налаштувань, що скоротить час перебування на точці спостережень.

Слід врахувати, що коли ідентифікатор приймача змінюється під час збору даних, ім'я поточного файлу активних даних буде включати ID приймача, установлений на початку збору даних.

15. Якщо зібраних даних достатньо для виконання пост-опрацювання, приймач вимикають.

Як бачимо, процес виконання спостережень на пункті в статичному режимі складається з 15 підпроцесів (дій).

Примітка: для уникнення можливих пошкоджень слід від'єднати кабель зовнішньої антени від приймача до того, як виймати приймач із рами польового утримувача.

Необхідно дотримуватися вище поданої послідовності дій у кожному сеансі (сесії) статичних спостережень.

За наявності каналу зв'язку, оператор повідомляє на центральний пункт, що він готовий закінчити спостереження, або внести пропозицію про необхідність продовження спостережень.

### *III.3.8. Застосування режиму "стії/йди" для визначення просторових координат під час топографічного знімання місцевості*

На ділянці, що підлягає топографічному зніманию, у залежності від розміру ділянки, вибирають одну або декілька базових станцій, які, зазвичай, є пунктами ДГМ.

Під час вибору положення базових станцій слід розмістити їх на точках з як можна меншим числом перешкод (дерева, будинки, зовнішні геодезичні знаки), що затримують розповсюдження супутникових сигналів до приймача, який не зможе відслідкувати мінімум п'ять супутників під час збору кінематичних даних рухомими (роверними) приймачами. У результаті можлива втрата деяких точок, що спостерігаються в цей проміжок часу роверними приймачами. Чим більш відкрита місцевість, тим успішніше

пройде знімання. Тому слід надати особливу увагу вибору положення бази. Загальні настанови, хід та послідовність виконання робіт на базовому приймачі абсолютно такі самі, як і під час статичного режиму знімання, описані в попередньому параграфі (пункти 1-15).

Різниця тільки в можливості використання на базовій станції ініціалізаційної рамки для ініціалізації (хоча це не обов'язково, оскільки є інші методи ініціалізації).

Під час використання рамки (рис. III.3.31) базова антена центрується і приводиться в горизонтальний стан над маркою (центром) геодезичного пункту. Антена ровера встановлюється зі зміщенням відносно базової антени на рамку ініціалізації (рис. III.3.30).

Ця рамка забезпечує формування точної базової лінії між базою та ровером довжиною 0,2 м.

Після виконання ініціалізації антена роверного приймача переноситься на роверну віху (рис. III.3.32).

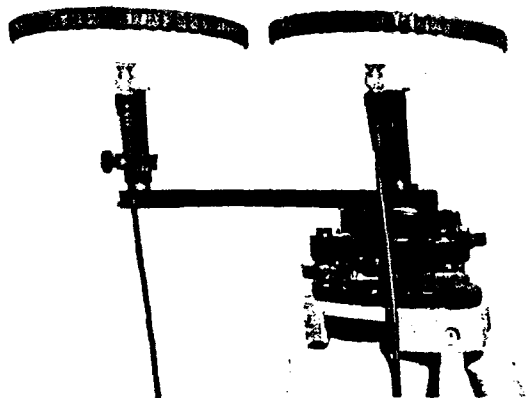


Рис. III.3.30. Антена ProMark-2 із рамкою ініціалізації.



Рис. III.3.31. Рамка ініціалізації.

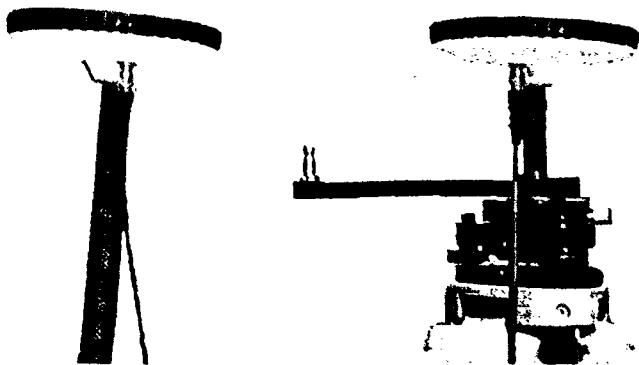


Рис. III.3.32. Антена ровера, перенесена з ініціалізаційної рамки на віху.



Усі подальші дії виконуються точно так само, як описано в пунктах 1-15. Базовий приймач має виконувати вимірювання весь час, як це передбачено в плані польових робіт. Далі детально буде описана робота роверного приймача в режимі "стій/йди" ("stop-and-go").

Для роверного приймача дії 1-3 абсолютно аналогічні діям під час статичного режиму та діям на базовій станції.

4. У меню Survey Menu (Меню в режимі "Знімання") вибирають пункт Survey Mode (Режим "Знімання"). Далі встановлюють режим "стій/йди".

5. В Survey Menu вибирають Point Attribute (Опис точки). Вводять атрибутивну інформацію про точку, на якій буде виконуватися знімання.

Під час виділеного пункту Point Attribute (Опис точки) (рис. III.3.33) Екран Point Attribute містить такі параметри:

- чотиризначний ідентифікатор пункту. Слід присвоїти ідентифікаційний номер кожній точці, що знімається;
- таймер перебування на пункті, який працює за принципом секундоміра;
- довільний 20-значний опис пункту;
- вибіркове встановлення режиму ініціалізації: без ініціалізації, ініціалізація на точці з відомими координатами, ініціалізація на точці з використанням рамки ініціалізації;
- вибіркове встановлення контрольної точки; встановлюють "Yes", якщо точка є контрольною. Ідентифікаційний номер пункту копіюється в таблицю ідентифікаторів пунктів, координати яких відомі.

Процес ініціалізації є дуже важливим кроком для успішного знімання в режимі "стій/йди". Далі поданий приклад, який ілюструє процедуру ініціалізації з використанням рамки ініціалізації.

У вікні Point Attribute (Опис точки) виділяють пункт Initialize (Ініціалізація) і натискають ENTER для переходу у вікно Init. mode (Режим ініціалізації), рис. III.3.34.

Виділяють пункт Bar (Панель) і натискають Save (Зберегти) для відображення вікна Point Attribute, рис. III.3.35.

**Point Attribute**

|                  |              |
|------------------|--------------|
| Site ID          | Time on site |
| 0001             | 10           |
| Site Description |              |
|                  |              |
| Initialize       | Control      |
| <None>           | No           |

**Save**

**Init mode**

<None>

Bar

**Save**

**Point Attribute**

|                  |              |
|------------------|--------------|
| Site ID          | Time on site |
| AS01             | 300          |
| Site Description |              |
|                  |              |
| Initialize       | Control      |
| Bar              | No           |

**Save**

Рис. III.3.33. Вікно Point Attribute.

Рис. III.3.34. Вікно Init. mode.

Рис. III.3.35. Вікно Point Attribute.

Зверніть увагу на те, що значення параметра Time on Site (Час на пункті) встановлений за замовчуванням 300 сек. (5 хвилин).

В Survey Menu далі вибирають пункт Antenna. Тут встановлюють висотні параметри антени. Якщо антена встановлена на віху, тоді її висота буде залишатися постійною. Постійними залишаються також Units (Одиниці вимірів). За необхідності можна змінити Unit у Survey Menu.

Пункти 7, 8, 9, 10, 11 такі самі, як і під час статичного знімання. Після їх виконання процес налаштування обладнання завершиться і тепер можна виконувати спостереження. Далі описується процес збору даних, а також буде показано, яким чином необхідно стежити за виконанням знімання.

Пункт 12 такий самий, як і під час статичного знімання.

Пункт 13. У вікні Satellite Status (Статус супутника) натискають клавішу Nav/Surv (Навігація/Знімання), щоб відкрити вікно Survey Status (Статус знімання), рис. III.3.36.

Вікно Survey Status “стій/йди” інформує про збір даних. У цьому вікні можна спостерігати за наступними індикаторами якості спостережень:

- Remain – поле Remain показує, як довго можна виконувати запис атрибутивної інформації про даний пункт. У полі Remain іде зворотний відлік часу, починаючи зі значення, яке встановлено в полі Time-on-site у меню Point Attribute;
- # Sats (Кількість супутників), які знаходяться на 10° вище від горизонту та інформація яких занесена в пам'ять;
- PDOP (Коефіцієнт геометричного погіршення точності вимірювання).

Крім інформації про параметри знімання, вікно Survey Status “стій/йди” так само, як і вікно Satellite Status (Статус супутника), показує стан джерела струму і кількість пам'яті, зайнятої даними.

4. Клавіша Start виділена і приймач готовий до реєстрації атрибутивної інформації про точку. Натискають клавішу Enter, щоб почати процес збору атрибутивних даних. У полі Remain починається зворотний відлік часу. Коли значення в полі Remain досягне значення 00.00.00, виділиться клавіша Stop і збір атрибутивних даних для цієї точки зупиниться, а ідентифікаційний номер пункту автоматично збільшиться на одиницю.

Увага:

- 1) Процес збору атрибутивних даних на даній точці можна зупинити, натиснувши ENTER під час виділеної клавіші Stop;
- 2) Реєстрація даних починається відразу після вибору пункту Collect Data (Збір даних) і під час цього відслідковується чотири або

### Survey Status Stop-and-go

| Site ID | Remain   |
|---------|----------|
| AS01    | 00:04:30 |

| # Sats | PDOP |
|--------|------|
| 7      | 4.0  |

|              |             |
|--------------|-------------|
| <b>Start</b> | <b>Stop</b> |
|--------------|-------------|

 **100%**

Рис. III.3.36.  
Вікно Survey Status.

більше доступних супутників, що знаходяться на висоті більше 10° над горизонтом. Дані реєструються протягом кожного інтервалу запису. Натискання на клавішу Start або Stop не приводить до перерви процесу реєстрації даних, а тільки дає можливість додати атрибутивну інформацію про точку, на якій накопичуються дані.

Як тільки почалась робота в режимі "стій/йди", для нормальної роботи системи Pro Marc-2 повинна забезпечуватися пряма видимість супутникових сигналів під час усієї сесії спостережень. Якщо будь-який із приймачів, що входить в систему, не може підтримувати безперервний зв'язок, не менше ніж з п'ятьма супутниками, пролунає попереджувальний сигнал кінематичного режиму. Це означає, що сигнал супутника загублений, тобто, знімання потрібно ініціалізувати заново. Дані, зібрані до попереджувального сигналу, можуть бути використані. Перед відновленням знімання необхідно наново виконати процедуру ініціалізації.

Після завершення роботи вимикають приймач. Далі всі дані завантажують в комп'ютер. Окрім роботи з приймачем, оператор безпосередньо на пункті завершує усі записи в польовий журнал. У журналі повинна знаходитися така інформація:

- назва пункту спостережень та його умовне позначення, занесене в реєстраційний файл;
- прізвище оператора;
- серійні номери антени, приймача;
- висота встановлення антени над геодезичним пунктом;
- час початку і закінчення спостережень на пункті;
- номери супутників;
- приблизні координати пункту;
- усі зауваження, що стосуються виконання спостережень, які можуть виявитися корисними в процесі камерального опрацювання результатів вимірювання.

Якщо дані знімання будуть використані для складання топографічного плану, а точки, просторові координати яких визначались, є фактично пікетами знімання тоді необхідно подати зариси певної групи пікетів зі стрілками пікетів, висоти яких можна інтерполювати для побудови горизонталей так, як це робиться під час тахеометричного знімання.

### *III.3.9. Загальні відомості про опрацювання GPS-вимірів*

У процесах опрацювання топографо-геодезичної інформації, зібраної GPS-приймачами, розрізняють:

- попереднє опрацювання;
- кінцеве опрацювання.

Часто в попередньому опрацюванні виділяють так зване первинне опрацювання.

До первинного опрацювання відносять обчислення, що виконуються безпосередньо в процесі вимірювання. Цей етап дозволяє контролювати дані в польових контролерах (приймачах). При цьому контролюються:

- наявність видимості неба (відсутність перешкод);
- наявність необхідного числа супутників;
- допустимість геометричного фактора;
- визначення координат у навігаційному режимі.

Попереднє опрацювання виконується з використанням стандартного програмного забезпечення фірми-виробника супутникових приймачів.

Більшість сучасних програм камерального опрацювання вимірів (пост-опрацювання) розділяються за методами опрацювання на:

- обчислення окремих ліній;
- багатоточкові розв'язки.

Метод обчислення окремих ліній є найбільш розповсюдженим і його в будь-якому випадку доцільно застосовувати під час виконання попереднього опрацювання, навіть коли програмний пакет дає можливість реалізувати багатоточкові розв'язки. Справа в тому, що на цій стадії опрацювання, зазвичай, впливає значна кількість грубих похибок, а методом багатоточкового розв'язку їх виключити складно.

Програмне забезпечення розраховане на опрацювання окремих ліній забезпечує кращий контроль і локалізацію неякісно виміряних ліній.

Як правило, точність таких ліній суттєво гірша, ніж середня точність на даному об'єкті робіт. Іншим методом контролю є контроль по замкнених побудовах: трикутниках, векторних ходах між відомими точками. Якщо сума приростів координат по даному векторному ходу відповідає паспортній точності приладу, то лінії, що увійшли в цю побудову, виміряні якісно.

Загальний алгоритм обчислення методом окремих ліній подано на рис. III.3.37.

Перед обробкою результати супутникових спостережень переписують на комп'ютер. Переписування даних спостережень із приймача на комп'ютер виконується за допомогою відповідного кабелю, який з'єднує комп'ютер із приймачем, або карт пам'яті, які зчитуються комп'ютером. Формат даних спостережень різних форм та різними супутниками суттєво відрізняється. Зроблена спроба стандартизації результатів вимірювання, яка привела до появи формату RINEX (Receiver Independent Exchange) – уніфікованого текстового запису результатів спостережень, який зчитує будь-яке програмне забезпечення усіх фірм-виробників супутникових приймачів. Формат RINEX складається з трьох файлів:

- файл віддалемірних даних;
- файл метеорологічних даних;
- файл навігаційних повідомлень.

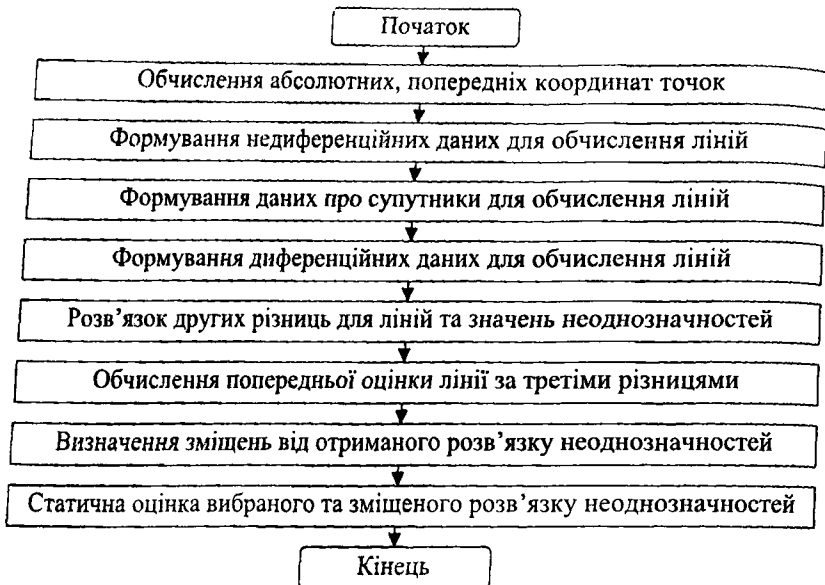


Рис. III.3.37. Загальний алгоритм обчислення окремої лінії.

Кінцеве опрацювання має своєю ціллю отримання готової продукції каталогів координат. Це означає, що під час кінцевих обчислень виконується:

- зрівноваження мереж;
- обчислення координат у національній системі координат (еліпсоїд Красовського);
- обчислення координат у Європейській системі координат;
- виконання супутникових координатних обчислень під час розв'язання різноманітних завдань, наприклад: геодинамічних, які пов'язані з переходом від "статичної" геодезії до "динамічної" геодезії;
- застосування супутникових технологій у прикладній геодезії;
- виконання аерознімання з використанням супутникових технологій, що приводять до виключення прив'язування аерознімків;
- застосування супутникових технологій у морській геодезії;
- застосування супутникових технологій під час різного спеціалізованого знімання.

### III.4. Основні джерела похибок супутникових вимірів і методи послаблення їх впливу

#### III.4.1. Класифікація джерел похибок супутникових вимірів

Під час опрацювання супутникових вимірів виникає необхідність ретельного дослідження впливів усіх можливих джерел похибок, особливостей їхнього виникнення й обґрунтування методів їх обліку. У залежності від характеру впливу зазначених джерел, виникаючі похибки поділяються на дві основні групи:

- *систематичні похибки*, які стосовно до супутникових вимірів отримали назву зсувів;
- *похибки випадкового характеру*, які часто порівнюють із поняттям “шум”.

Для похибок першої групи створюються спеціальні методи їх обліку. Вплив другої групи вдається, у більшості випадків, мінімізувати за рахунок використання великого масиву вимірів. У цьому підрозділі основна увага приділена похибкам систематичного характеру, які викликають зсуви результатів вимірювання.

Виходячи з аналізу вимірювального процесу, характерного для системи GPS, усі джерела систематичних похибок можна ще умовно поділити на три групи:

- 1) похибки, пов'язані з неточними вихідними даними, з яких основними є похибки ефемерид;
- 2) похибки, викликані впливом зовнішнього середовища;
- 3) інструментальні джерела похибок, до яких, як правило, відносять невідоме положення фазового центра антени приймача, невраховані тимчасові паузи під час проходження інформаційних сигналів через апаратуру, а також похибки, пов'язані з роботою пристроїв.

Поряд із вище названими групами похибок необхідно враховувати й окремі фактори, які викликають виникнення похибок, що не характерні для жодної з перерахованих вище груп. Зокрема, до таких похибок можуть бути віднесені похибки, що виникають внаслідок неоптимального взаємного розташування супутників (геометричний фактор). Крім того, цілий ряд похибок може виникати в процесі переходу від однієї координатної системи до іншої (наприклад, від властивої системі GPS глобальної координатної системи WGS-84 до місцевої координатної системи). Також необхідно враховувати вплив джерел похибок, пов'язаних з “штучним зашумленням” випромінюваних супутниками радіосигналів.

#### III.4.2. Джерела похибок, пов'язані з неточними ефемеридами супутників та методи послаблення їх впливу

Під час визначення координат точок на земній поверхні супутниковими методами необхідно поряд із вимірюванням відстаней до супутника

знати також його ефемериди, тобто, місце положення супутника на момент виконання вимірювання. Неточна інформація про ефемериди пов'язана, насамперед, із розбіжностями, які спостерігаються на практиці, між прогнозованою (незбуреною) і реальною (підданою впливу сил, що збурюють) орбітами. До сил, що збурюють, відносять різні фактори як гравітаційного, так і негравітаційного походження (табл. III.4.1.)

Перші з них, викликані притяганням супутника до Землі, Місяця й Сонця, піддаються досить ефективному моделюванню. Одночасно такі збурюючі фактори негравітаційного походження, як, наприклад, сонячний радіаційний тиск, погано піддаються моделюванню через непередбачуваність окремих компонентів, від яких залежить результуючий вплив на супутник.

Проведені до дійсного часу дослідження з кількісної оцінки впливу окремих факторів на ефемериди супутника свідчать про те, що найбільший вплив на відхилення реальної орбіти від розрахункової вносить гравітаційне поле Землі. Зокрема, такі відхилення для тригодинних дуг орбіт досягають 2 км, а для більш тривалих дводобових дуг – до 14 км. З такими значними відхиленнями не можна не рахуватись під час будь-якого виду супутникового вимірювання.

Таблиця III.4.1.

Фактори збурення орбіт супутників

| Збурюючі фактори            | Максимальне збурююче прискорення, $\text{м/с}^2$ | Максимальне збурення за 1 годину, м |
|-----------------------------|--|-------------------------------------|
| Центральне поле Землі       | $5,65 \cdot 10^{-1}$                             | -                                   |
| Друга зональна гармоніка    | $5,3 \cdot 10^{-5}$                              | 300                                 |
| Гравітація Місяця           | $5,5 \cdot 10^{-6}$                              | 40                                  |
| Гравітація Сонця            | $3 \cdot 10^{-6}$                                | 20                                  |
| Четверта зональна гармоніка | $10^{-7}$  | 0,6                                 |
| Сонячна радіація            | $10^{-7}$  | 0,6                                 |
| Гравітаційні аномалії       | $10^{-8}$  | 0,06                                |
| Інші фактори                | $10^{-8}$  | 0,06                                |

Сумарний гравітаційний вплив мас Місяця та Сонця хоча й виявляється істотно меншим (для тригодинних дуг відхилення від незбуреної орбіти оцінюється величинами на рівні від 50 до 150 м), проте під час прогнозування значень ефемерид даний вплив також варто враховувати. Безпосередньо із гравітацією зв'язані різного роду приливні явища, які спостерігаються також на земній поверхні, і які через перерозподіл мас приводять до змін у розрахованому гравітаційному полі Землі, а, отже, і до впливів на орбітальний рух супутника. Виконана оцінка такого впливу свідчить про те, що відхилення супутника від

розрахункової орбіти через вплив даного фактора навіть для дводобових дуг лежать у межах від 0,5 до 2 м. Цим впливом стосовно до GPS-супутників можна знехтувати.

Переходячи до оцінки впливу факторів негравітаційного походження, варто зазначити, що найбільш істотний вплив на неточність знання ефемерид GPS-супутників має сонячний радіаційний тиск. Як показують розрахунки, відхилення супутників від розрахункової траєкторії через вплив прямого сонячного радіаційного тиску лежать у межах від 5-6 м (для тригодинних дуг) і до 100-800 м (для дводобових дуг).

Іншим фактором негравітаційного походження є атмосферне гальмування. Під час оцінки впливу цього фактора варто мати на увазі, що на характерній для GPS-супутників висоті близько 20 тис. км атмосфера є надзвичайно розрідженою і її впливом під час розрахунків орбіт супутників, як правило нехтують.

Узагальнюючи оцінку сумарного впливу всіх перерахованих вище збурюючих факторів, зазначимо, що ці дані використовуються тільки для первинного, наближеного розрахунку реальних орбіт супутників. Що стосується отримання необхідних для наземних спостерігачів значень ефемерид супутників, то на практиці застосовують більш ефективні експериментальні методи, які базуються на використанні опорних станцій. Ці станції встановлені на пунктах з відомими координатами та виконують безперервні високоточні спостереження супутників в автоматичному режимі. Після відповідної обробки на центральній станції обчислюються поправки до раніше розрахованих значень ефемерид, які за допомогою передавальних станцій систематично (три рази на добу, а останнім часом один раз на добу) передаються на відповідні супутники. Значення ефемерид на супутнику коректуються щогодини та залишаються дійсними, принаймні, ще протягом півгодини після закінчення кожної контрольної години. Точність переданих по радіоканалах значень ефемерид характеризується похибкою на рівні близько 20 м, що забезпечує точність геодезичного супутникового диференціального вимірювання на рівні близько  $10^{-6}$  м. Ця точність задовольняє вимоги більшості геодезичних робіт.

Спрощена залежність похибок визначення бази (вектора, що з'єднує два пункти спостереження) від похибок орбіти супутника має вигляд:

$$\frac{db}{b} = \frac{dr}{\rho}, \quad (\text{III.4.1})$$

де  $db$  – похибка бази  $b$ ,  $dr$  – похибка розташування супутника,  $\rho$  – топоцентрична віддаль до супутника (наближено  $\rho = 20000$  км).

Нижче у таблиці III.4.2. подано дані про величини похибок  $db$  залежно від довжин бази та похибок орбіт супутників  $dr$ .



Таблиця III.4.2.

| $b$ , км | $dr$ , м | $db$ , см | Відносні похибки |
|----------|----------|-----------|------------------|
| 10       | 50       | 2,5       | 1:400000         |
|          | 20       | 1,0       | 1:1000000        |
|          | 2        | 0,1       | 1:10000000       |
| 100      | 50       | 25        | 1:400000         |
|          | 20       | 10        | 1:1000000        |
|          | 2        | 1         | 1:10000000       |
| 500      | 50       | 125       | 1:400000         |
|          | 20       | 50        | 1:1000000        |
|          | 2        | 5,0       | 1:10000000       |
|          | 0,2      | 0,5       | 1:100000000      |
| 1000     | 50       | 250       | 1:400000         |
|          | 20       | 100       | 1:1000000        |
|          | 2        | 10        | 1:10000000       |
|          | 0,2      | 1         | 1:100000000      |

### III.4.3. Оцінка впливу зовнішнього середовища на результати супутникового вимірювання

Вплив зовнішнього середовища на результати супутникового вимірювання виявляється як через зміни часу проходження радіосигналів від супутника до приймача, так і через виникнення багатопляховості, викликані відбиттям згаданих радіосигналів від тих чи інших поверхонь, розташованих у безпосередній близькості від приймача.

У свою чергу, зміни в часі поширення радіосигналів пов'язані зі швидкістю поширення електромагнітних хвиль, що в такому середовищі, як атмосфера, відрізняється від швидкості світла у вакуумі, причому зміни швидкості на шляху поширення сигналу стають причиною додаткових тимчасових запізнь, наслідком яких є похибки в значеннях вимірюваних відстаней.

Стосовно до системи GPS радіосигнал велику частину свого шляху проходить у вакуумі, де не виявляються зазначені вище впливи. Але на висотах біля 1000 км і до висоти 50-40 км від земної поверхні знаходиться область іонізованої, розрідженої атмосфери, яка отримала назву *іоносфери*. Для неї характерною рисою є те, що вона вносить дуже істотні запізнення в час, який витрачає сигнал на проходження через таке середовище. Також вона викликає залежність таких запізнь від частоти згаданого сигналу, тобто, іоносфера, на відміну від нейтральної атмосфери є диспергуючим середовищем для радіосигналів.

На висотах менше за 40 км від земної поверхні знаходиться газоподібна атмосфера, яка отримала назву *тропосфери*. У цьому середовищі ~~практично~~ відсутня залежність швидкості радіохвиль від частоти, тобто,

тросфера не диспергує радіохвиль, але починає проявлятися її залежність від метеорологічних факторів (температури, тиску й вологості), які в приземних прошарках атмосфери можуть змінюватися із часом у широких межах.

Поряд з атмосферними впливами, результати супутникового вимірювання піддаються впливу такого фактора, як багатопляховість, що приводить до приймання приймачем декількох ідентичних радіосигналів, які пройшли різний шлях. У результаті їхньої взаємодії виникає результуючий сигнал, який несе в собі дещо спотворену інформацію про величину вимірюваної відстані. Далі розглянемо окремо ці впливи.

#### III.4.4. Вплив іоносфери

Іоносфера – найвіддаленіша від Землі частина атмосфери, яка зазнає впливу різних космічних випромінювань і, перш за все, ультрафіолетового випромінювання Сонця. У результаті такого “опромінення” електрично нейтральні молекули й атоми повітря іонізуються, тобто розпадаються на вільні електрони та електрично заряджені іони. Оскільки енергія Сонячного випромінювання залежить від частоти цього випромінювання, то й степінь іонізації залежить від частоти названого випромінювання, і чим вища частота, тим інтенсивніша природна іонізація.

Виконані дослідження показують, що іонізація частинок повітря існує тільки під час його опромінювання електромагнітними променями з довжиною хвилі коротшою за 0,13 мкм, тобто, коливаннями ультрафіолетового діапазону.

Ці випромінювання Сонця майже повністю витрачаються на іонізацію верхніх прошарків атмосфери, охороняючи тим самим Земну поверхню від шкідливих впливів такої радіації.

Вільні електрони під дією випромінюваних супутником електромагнітних хвиль самі стають джерелом вторинних хвиль. Ці вторинні хвилі, взаємодіючи з первинними, приводять до виникнення результуючих хвиль із дещо іншою швидкістю розповсюдження, яка за величиною може бути як нижчою, так і вищою за швидкість світла у вакуумі.

Оскільки в іоносфері швидкість ЕМХ залежить від частоти, то доводиться вводити поняття фазової та групової швидкості  $V_f$ ,  $V_{gr}$  та фазового і групового показника заломлення  $n_f$  і  $n_{gr}$ . При цьому

$$V_f = \frac{c}{n_f}, \quad (III.4.2)$$

де  $c$  – швидкість світла у вакуумі. Але, для іонізованого газу фазовий показник  $n_f$  можна обрахувати за наступною наближеною формулою:

$$n_f \approx 1 - 40,3 \frac{N_e}{f^2}, \quad (III.4.3)$$

де  $N_e$  – концентрація електронів, що виражена числом вільних електронів в одиниці об'єму ( $1 \text{ м}^3$ );  $f$  – частота радіосигналу, що проходить через іоносферу. Із супутника, крім передавальних гармонічних коливань, передаються також і кодові сигнали з використанням процесу модуляції. При цьому формується група хвиль, для якої

$$V_{gr} = \frac{c}{n_{gr}}, \quad (\text{III.4.4})$$

$$n_{gr} \approx 1 + 40,3 \frac{N_e}{f^2}. \quad (\text{III.4.5})$$

Розв'язавши (III.4.2) та (III.4.4), нехтуючи членом  $40,3 \frac{N_e}{f^2}$ , отримаємо:

$$V_{gr} \cdot V_f \approx c^2. \quad (\text{III.4.6})$$

Отримані результати показують, що в іонізованому середовищі фазовий показник заломлення  $n_f$  завжди менший одиниці, тобто, фазова швидкість у такому середовищі більша за швидкість світла у вакуумі; проходять через іоносферу не повільніше, а швидше ніж у вакуумі.

Що стосується групової швидкості, то вона точно на таку саму величину відрізняється від швидкості світла у вакуумі, але в інший бік, тобто в бік зниження. Саме ця швидкість характерна для кодових сигналів, на основі яких виконують вимірювання псевдовіддалей.

Величина іоносферних запізнень визначається за відхиленням показника заломлення від одиниці.

З урахуванням описаних закономірностей зміни показника заломлення іоносферне запізнення (у часі) описується співвідношенням вигляду:

$$|\delta_{\text{іон}}| = \frac{40,3}{f^2} \int_h N_e(h) dh = \frac{K}{f^2}, \quad (\text{III.4.7})$$

де  $K = 40,3 \int_h N_e(h) dh$ .

У цих формулах  $K$  – коефіцієнт пропорційності, величина якого залежить від концентрації електронів  $N_e$  та від  $h$  – довжини шляху радіохвилі в іоносфері. Це, у свою чергу, приводить до залежності запізнення від широти точки стояння, періоду доби, сезону року та дати в межах 11-літнього циклу сонячної активності.

Іоносферні запізнення перераховують у поправки до псевдовіддалей. Їх значення оцінюються величинами, що знаходяться в межах від 5 до 50 м.

Слід відзначити, що для визначення іоносферних запізнень робились неодноразові спроби створення відповідних моделей, здатних знайти їх величину під час конкретних умов спостережень. Найбільше розповсюдження отримала модель, створена Клобушаром Дж. А. Вихідними поло-

женнями такої моделі є припущення, що вночі рівень іонізації залишається незмінним, а отже і запізнення є незмінними за величиною, а вдень запізнення можна описати функцією косинуса. Не вдаючись у подробиці, зазначимо, що такий метод за даними цілого ряду досліджень для випадку двомірних навігаційних визначень (тобто без висот) приводить до виникнення похибок від 0,5 до 2,7 м, тоді як похибки у висотах приблизно в 6 разів більші і складають від 4 до 16 м.

Такий метод застосовується переважно в навігації під час абсолютних методів визначення координат.

Під час геодезичного використання супутникового вимірювання найбільше поширення отримав метод "компенсації" запізнень, що ґрунтується на використанні двох передавальних частот  $L_1$  та  $L_2$ .

Під час фазового супутникового вимірювання справедливі формули:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{L_1} &= N_{L_1} - \Delta\Phi_{L_1} = f_{L_1} \tau'_{geom} + \frac{K}{f_{L_1}}; \\ \Phi_{L_2} &= N_{L_2} - \Delta\Phi_{L_2} = f_{L_2} \tau'_{geom} + \frac{K}{f_{L_2}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.4.8})$$

У цих формулах  $\tau'_{geom} = \frac{\rho}{c} + (\delta_{L_c} - \delta_{L_n})$  – час проходження радіосигналом геометричної віддалі між супутником та приймачем разом із поправками за похибки годинників на супутнику  $\delta_{L_c}$  і в приймачі  $\delta_{L_n}$ ;  $\rho$  – геометрична віддаль від супутника до приймача;  $\Phi_{L_1}$  і  $\Phi_{L_2}$  – фазові зсуви;  $f_{L_1}$ ,  $f_{L_2}$  – частоти;  $N_{L_1}$ ,  $N_{L_2}$  – числа фазових циклів;  $\Delta\Phi_{L_1}$  і  $\Delta\Phi_{L_2}$  – іоносферні запізнення в псевдовіддалі;  $\frac{K}{f_{L_1}}$ ,  $\frac{K}{f_{L_2}}$  – поправки, що враховують іоносферу;  $c$  – швидкість світла.

Перетворимо останню систему рівнянь. Розв'яжемо рівняння цієї системи відносно невідомого  $K$ , а потім виключимо це невідоме. Маємо:

$$\frac{K}{f_{L_1}} = \Phi_{L_1} - f_{L_1} \cdot \tau'_{geom}; \quad \frac{K}{f_{L_2}} = \Phi_{L_2} - f_{L_2} \cdot \tau'_{geom}.$$

Після простих перетворень виключивши  $K$ , отримаємо:

$$\Phi_{L_1} f_{L_1} - \Phi_{L_2} f_{L_2} = f_{L_1}^2 \tau'_{geom} - f_{L_2}^2 \tau'_{geom}. \quad (\text{III.4.9})$$

Розділивши на  $f_{L_1}$ , будемо мати:

$$\Phi_{L_1} = \Phi_{L_2} \frac{f_{L_2}}{f_{L_1}} + \frac{f_{L_1}^2 - f_{L_2}^2}{f_{L_1}} \tau'_{geom}. \quad (\text{III.4.10})$$

Як бачимо, в останній формулі  $\Phi_{L_1}$  є величиною вільною (незалежною) від іоносферних запізнень.

Особливістю фазового зсуву  $\Phi_{L_1}$ , що визначається за (III.4.10), є те,

що він, визначається за допомогою комбінованої частоти  $f_{L_3} = \frac{f_{L_1}^2 - f_{L_2}^2}{f_{L_1}}$  і є

вільним від впливу іоносфери. Цей, вільний від впливу іоносфери зсув позначимо  $\Phi_{*L_1}$ . Під час практичних розрахунків, зазвичай, вводять поняття

фактора  $R = \frac{f_{L_2}}{f_{L_1}}$ , який для системи GPS має числове значення

$R = \frac{1227,6}{1575,42} = 0,779$ . З урахуванням фактора  $R$  остання формула, розв'язана

відносно  $\tau'_{geom}$ , набуде вигляду:

$$\tau'_{geom} = \frac{\Phi_{L_1} - \Phi_{L_2} \cdot R}{f_{L_1}(1 - R^2)}. \quad (\text{III.4.11})$$

Фазовий зсув, вільний від запізнення іоносфери, можна записати так:

$$\Phi_{*L_1} = f_{L_1} \cdot \tau'_{geom}. \quad (\text{III.4.12})$$

Підставивши в (III.4.12) значення  $\tau'_{geom}$  з (III.4.11), отримаємо для основної частини вільний фазовий зсув:

$$\Phi_{*L_1} = \frac{\Phi_{L_1} - \Phi_{L_2} \cdot R}{1 - R^2}. \quad (\text{III.4.13})$$

А величина іоносферної поправки може бути обрахована за формулою:

$$\Delta\Phi_{ion} = \Phi_{L_1} - \Phi_{*L_1}. \quad (\text{III.4.14})$$

З урахуванням (III.4.13) формула (III.4.14) набуває кінцевого вигляду:

$$\Delta\Phi_{L_1}^{ion} = \frac{R(\Phi_{L_2} - \Phi_{L_1} \cdot R)}{1 - R^2}. \quad (\text{III.4.15})$$

Подані вище математичні співвідношення свідчать про те, що на основі виконання вимірювання на двох частотах з'являється можливість не тільки обчислити практично вільну від впливу іоносфери величину віддалі до супутника, але й визначити значення іоносферної поправки.

Залишковий вплив на результати вимірювання викликаний, головним чином, не досить строгим модельним представленням залежності іоносферної поправки від частоти (III.4.7). В деяких зарубіжних роботах показано, що зміна тотального числа електронів (ТЕС) проходить за складними законами, що особливо проявляється під час магнітної бурі.

Додаткові послаблення впливу вдається досягнути за рахунок диференційних методів вимірювання, коли під час розрахунків використовуються не абсолютні значення іоносферних запізнень, а їх різниці, характерні для траєкторій радіоприймачів, що з'єднують супутник з двома віддаленими на місцевості станціями.

### III.4.5. Вплив тропосфери

Під час виконання супутникового вимірювання поряд з іоносферою необхідно враховувати також вплив тропосфери, яка являє собою найближчу до земної поверхні частину атмосфери і яка стягає висот до 40-50 км.

Відмінна риса тропосфери полягає в тому, що цей компонент атмосфери є нейтральним (тобто, неіонізованим) середовищем. Тому для частот радіодіапазону менше за 15 ГГц таке середовище може розглядатися як середовище, яке не піддається дисперсії, внаслідок чого швидкість поширення радіохвиль у ній не залежить від частоти. Фазова й групова швидкості виявляються однаковими, а тому немає необхідності окремо вивчати вплив тропосфери на фазові і на кодові вимірювання.

Під час створення методів врахування такого впливу не можливо використовувати описані вище принципи вимірювання на двох різних передавальних частотах, оскільки вони спотворюються однаково.

До сьогодення часу для врахування впливу тропосфери запропонована значна кількість різних моделей, які дозволяють оцінити величину тропосферних запізнень під час проходження сигналів від космічних об'єктів до розташованих на земній поверхні пунктів. Стосовно супутникових систем типу GPS найбільше поширення отримала модель Хопфілд. Під час створення такої моделі була обґрунтована доцільність поділу заломлюючих властивостей тропосфери на “суху” і “вологу” компоненти.

$$N_c(h) = N_{c_0} \left( \frac{h_c - h}{h_c} \right)^4; \quad N_{w_0}(h) = N_{w_0} \left( \frac{h_{w_0} - h}{h_{w_0}} \right)^4, \quad (\text{III.4.16})$$

де  $h$  – висота точки стояння над рівнем моря;  $h_c$  і  $h_{w_0}$  – висоти політропного прошарку, до яких температура лінійно пов'язана з висотою для “сухого” та “вологого” компонентів. Наближено  $h_c = 40$  км,  $h_{w_0} = 11$  км.

Формула для підрахунку сумарного тропосферного запізнення в зенітному напрямку має вигляд:

$$\Delta S_{\text{трон}} = \frac{1}{5} 10^{-6} (N_{c_0} h_c + N_{w_0} h_{w_0}). \quad (\text{III.4.17})$$

Під час нахилоного проходження сигналів через тропосферу використовують формулу, яка в розгорнутому вигляді запишеться так:

$$\Delta S_{\text{трон}}(E) = \frac{1}{5} 10^{-6} \left[ \frac{N_{s_0} h_s}{\sqrt{\sin(E^2 + 6,25)}} + \frac{N_{w_0} h_w}{\sqrt{\sin(E^2 + 2,25)}} \right]. \quad (\text{III.4.18})$$

де  $N_{s_0}$  і  $N_{w_0}$  – індекси показника заломлення повітря в точці спостережень відповідно для сухої та вологої компоненти;  $E$  – вертикальний кут між напрямком на супутник та горизонтом.

Поряд із тропосферною моделлю Хопфілда в окремих типах супутникових приймачів використовується модель Састамойнена, яка описується наступним емпіричним виразом:

$$\Delta S_{\text{прийм}} = \frac{0,002277}{\cos z} \left[ P + \left( \frac{1255}{T} + 0,05 \right) e^{-tg^2 z} \right], \quad (\text{III.4.19})$$

де  $z$  – зенітний кут в напрямку на супутник;  $P$ ,  $T$  і  $e$  – тиск, температура і вологість повітря.

Тропосферні моделі інших авторів застосовуються на практиці рідко.

Сумарна тропосферна поправка для зенітного напрямку складає біля 2,3 м. Проте, з наближенням супутника до горизонту це значення значно зростає, а на висоті біля  $10^\circ$  над горизонтом сягає 20 м.

Варто зауважити, що вплив тропосфери на результати супутникового вимірювання істотно послаблюється за рахунок використання диференціальних методів спостережень, під час яких на кінцеві результати впливають не абсолютні значення тропосферних запізнь, а їхні різниці. Накопичений до цього часу досвід супутникового GPS-вимірювання свідчить про те, що метод тропосферного моделювання в поєднанні з диференціальними принципами вимірювання дозволяє досить надійно оцінювати вплив тропосфери на сантиметровому рівні точності. Деякі складності можуть виникати під час моделювання впливу вологості повітря. Для їхнього подолання в тих випадках, коли потрібно реалізувати максимальну точність супутникового вимірювання, рекомендується використовувати спеціальні прилади, які отримали назву радіометрів і які дозволяють визначати з необхідною точністю інтегральне значення вологості на шляху проходження радіосигналу від супутника до приймача.

### III.4.6. Багатошляховість

Під час супутникового вимірювання під багатошляховістю прийнято розуміти таке поширення радіосигналів, під час якого згадані сигнали сягають антени супутникового приймача не тільки за прямим шляхом, який з'єднує супутник із пунктом спостереження, але і за ламаним шляхом, який утвориться за рахунок відбиття від різних об'єктів, що оточують приймач (поверхня землі та води, будівлі і споруди, зовнішні геодезичні сигнали, ін.).

За наявності відбитих радіосигналів на результати радіовіддалемірного вимірювання діє додаткова похибка, яка впливає на кінцеву точність супутникового вимірювання. Багатошляховість може бути причиною істотного послаблення сигналів, які надходять на вхід приймача і порушують нормальну роботу приймача.

Особливості впливу відбитих радіосигналів на результати далекомірного вимірювання досить детально вивчені в процесі створення і дослідження наземних радіовіддалемірних пристроїв. Було встановлено істотне розходження в механізмі впливу відображень на передавальні коливання і коливання, що їх модулюють. У зв'язку з тим, що в супутни-

ковому GPS-вимірюванні використовуються два типи зазначених вище коливань, можна оцінити цей вплив як на фазові вимірювання, які базуються на використанні передавальних коливань, так і на кодові вимірювання, які ґрунтуються на застосуванні сигналів, які їх модулюють.

Оскільки процес впливу багатопроменності безпосередньо на передавальні коливання описується набагато простіше і наочніше, то розглянемо механізм такого впливу на характерні для супутникового вимірювання фазові вимірювання, які відносяться до передавальних коливань.

Припустимо, що відбитий від того чи іншого об'єкта радіосигнал проходить надлишковий шлях  $\Delta\rho$ , в результаті чого він набуває, у порівнянні із прямим сигналом, додатковий фазовий зсув  $\Delta\Psi$ , що в частках фазового циклу може бути оцінений на основі наступного співвідношення:

$$\Delta\Psi = f \frac{\Delta\rho}{v}, \quad (\text{III.4.20})$$

де  $f$  – частота передавальних коливань,  $v$  – швидкість поширення електромагнітних хвиль.

Результуючий сигнал, який виявляється зсунутим по фазі щодо прямого сигналу на величину  $\Delta\Phi$ , оцінюється співвідношенням:

$$\text{tg}(\Delta\Phi) = \frac{k \sin(\Delta\Psi)}{1 + k \cos(\Delta\Psi)}, \quad (\text{III.4.21})$$

де  $k = \frac{E_{\text{св}}}{E_{\text{пр}}}$  – коефіцієнт послаблення відбитого сигналу, наближено рівний

коефіцієнту відбиття відбиваючої поверхні.

Аналіз формули (III.4.20) свідчить про те, що максимальна похибка за багатопроменність за умови, що  $E_{\text{св}} \leq E_{\text{пр}}$ , спостерігається під час протифазності цих сигналів, причому розглянута взаємодія супроводжується не тільки виникненням похибки в результатах супутникових вимірювань, але й послабленням амплітуди результуючого сигналу, що може приводити до неможливості фіксації таких сигналів через їхню малу величину і, як наслідок, до пропуску фазових циклів під час взятті послідовних відліків у процесі орбітального руху супутника. Що стосується кількісної оцінки фазових зсувів, то з урахуванням того, що в системі GPS довжина хвилі передавальних коливань близька до 20 см, максимальна похибка фазового вимірювання може сягати значень близьких до 5 см [24].

Під час виконання псевдодалекомірною (кодового) вимірювання механізм розрахунку похибок через багатопроменність істотно ускладнюється. Не роблячи громіздкого математичного аналізу, зазначимо, що: під час підрахунку похибок у результатах кодового вимірювання відбувається перехід розглянутих вище фазових зсувів, характерних для передавальних коливань, у фазові зсуви модульованих (тобто кодових) сигналів. Різниця ходу в кілька сантиметрів, характерна для передавальних коливань, трансформується в різницю шляху для модульованих коливань, яка



оцінюється десятками метрів. Так, наприклад, фазовий зсув на рівні близько  $90^\circ$ , що набувають сигнали, які містять у собі інформацію про загальнодоступний C/A-код і хвилі, які мають довжину, близьку до 300 м, викликає похибку, що оцінюється величиною, близькою до 75 м. З урахуванням вищевикладеного підвищеної уваги заслуговують заходи, направлені на послаблення впливу багатошляховості, насамперед, на результати кодового вимірювання. Варто зазначити, що за рахунок використання диференціальних методів вимірювання не вдається послабити розглянутий вплив, тому що обставини, які породжують виникнення багатошляховості, характерні для кожного конкретного пункту спостережень.

На основі виконання як теоретичних, так і експериментальних досліджень прийняті наступні рекомендації для послаблення впливу джерел похибок, викликаних багатошляховістю:

- 1) місця положення пунктів спостереження варто вибрати з таким розрахунком, щоб виключити наявність відбиваючих об'єктів поблизу антени системи супутникового приймача;
- 2) під час створення антенних систем для супутникових приймачів варто звертати увагу на необхідність установа додаткових пристроїв, які екранують, перешкоджають променям відбитих радіосигналів на вхід антени (наприклад, установа екранів під антеною, що дозволяє усунути вплив сигналів, відбитих від підстилаючої поверхні);
- 3) на пунктах, які піддаються впливу відбиття, варто передбачати сеанси спостережень більшої тривалості для того, щоб отримати циклічну криву зміни похибок через відбиття. Наступне усереднення дозволяє істотно послабити розглянутий вплив.

Сукупність перерахованих вище заходів дозволяє мінімізувати вплив багатошляховості до рівня, під час якого це джерело похибок не перешкоджає виконанню високоточного супутникового вимірювання.

### III.4.7. Інструментальні джерела похибок

Під час оцінки результуючої точності супутникового вимірювання поряд із похибками, викликаними неточною інформацією про місця положення супутників на момент вимірювання, їхнім взаємним розташуванням і впливом зовнішнього середовища, ми повинні враховувати також і інструментальні джерела похибок, які пов'язані з недосконалістю роботи тих чи інших вузлів, що входять до складу апаратури.

Виконані до цього часу дослідження в цій галузі свідчать про те, що основні джерела інструментальних похибок пов'язані з похибками ходу годинників на супутнику та приймачі, з особливостями роботи передавальної і приймальної антен, із врахуванням часових запізнь в апаратурі передавача і приймача, а також із недосконалістю роботи відлікових

пристроїв, за допомогою яких визначається час (чи фазовий зсув), який відповідає проходженню радіосигналу від супутника до приймача.

Розглянемо характерні риси кожного з перерахованих вище інструментальних джерел похибок, їхній вплив на результуючу точність супутникового вимірювання і методи мінімізації такого впливу.

*Похибки, викликані нестабільністю ходу годинників супутника і приймача.* Похибки, пов'язані з нестабільністю ходу годинників, під час використання однобічного методу далекомірного вимірювання є визначальними у всьому комплексі похибок, характерних для супутникового вимірювання. Роль годинника на супутнику і в приймачі виконують, як уже зазначалося, високостабільні опорні генератори, які є базовою основою для часу і частоти під час реалізації шкали, відомої в літературі як час GPS. Через високі вимоги до стабільності ходу таких годинників на супутниках використовують стабільні атомні генератори. У прийомних пристроях, які знаходяться в розпорядженні споживачів, обмежуються застосуванням більш дешевих і економічних кварцових генераторів.

Незважаючи на всі заходи, спрямовані на підвищення стабільності роботи відзначених генераторів, вони за своїми показниками не відповідають необхідним вимогам, а тому, щоб уникнути істотного зниження точності вимірювання, виконують періодичне коректування показів годинників, а також застосовують спеціальні прийоми, які дозволяють врахувати чи виключити похибки, викликані неточністю показів годинників на супутниках і в приймачах.

Для врахування похибок показів годинників супутникових приймачів застосовують принцип вимірювання псевдовіддалей, який базується на спостереженнях чотирьох супутників.

Розглянутий вище метод врахування впливу зміщення руху годинників на супутнику і приймачі отримав найбільше поширення під час спостережень, які виконані однією станцією, тобто, під час абсолютних визначень.

Під час вирішення геодезичних задач вплив розглянутого вище джерела похибок практично зводиться до нуля за рахунок застосування уже відомого нам методу других різниць.

*Похибки, викликані неточною інформацією про точки відносності.* Під час виконання високоточного вимірювання від супутників до розташованих на поверхні Землі приймачів, дуже важливим фактором є інформація про положення точок, від яких вимірюються віддалі. Щодо супутникового GPS-вимірювання, то такими точками є фазові центри антен супутника та приймача.

Похибка визначення фазового центра та антени, встановленої на супутнику, сприймається як неточність інформації про ефемериди, які визначаються на метровому рівні точності.

Тому споживачі основну увагу приділяють проблемі встановлення фазового центра супутникового приймача. Оскільки в сучасних GPS-

приймачах переважно використовуються мікрополосні антени, які мають симетричну конструкцію щодо осі обертання антенного пристрою. То місцеположення фазового центру в горизонтальній площині, як правило, сполучають зі згаданою віссю обертання. Що стосується фіксації фазового центра в напрямку вертикальної осі, то ця величина, визначається, у більшості випадків, фірмою-виробником приймальної апаратури і вноситься в паспорт приймача. Виробники прагнуть, щоб згадана величина була однаковою для всіх приймачів того самого типу. Фірми-виробники GPS-приймачів гарантують точність визначення і стабільність положення фазового центра на рівні одиниць міліметрів.

Стосовно сучасних приймачів із мікрополосними антенами величина зсуву фазового центра, як правило, не перевищує декількох міліметрів [24].

*Похибки, пов'язані із впливом нестабільності апаратурних часових запізнень і внутрішніх шумів приймача.* Поряд із розглянутими вище джерелами похибок, виникає також необхідність обліку похибок вимірювання, викликаних змінами в часі проходження електричних сигналів в апаратурі споживача. Впливам такого роду піддаються, зокрема, багатоканальні GPS-приймачі, у яких для проходження сигналів від різних супутників відводиться окремий, реально існуючий канал. Часові запізнення в згаданих каналах можуть помітно відрізнятись, що може приводити до появи додаткових похибок у результатах вимірювання.

Для боротьби з зазначеним впливом фірми-виробники вживають заходів по калібруванню і компенсації запізнень у трактах приймальної апаратури споживача. З цією метою в деяких типах приймачів вводиться спеціальний контрольний канал, що дозволяє оперативно оцінювати розбіжності в запізненнях, які виникають у різних робочих каналах.

Весь комплекс заходів дозволяє звести викликаний такого роду джерелами похибок до величини, яка обчислюється декількома міліметрами.

Під час проходження сигналів по електричних ланках приймача спостерігається не тільки їхнє запізнення в часі, але і вплив на них внутрішніх шумів приймача. Останній фактор має важливе практичне значення, оскільки рівень внутрішніх шумів визначає роздільну здатність методів вимірювання. Зокрема, стосовно до GPS-вимірювання через вплив зазначеного фактора потенційна точність обмежується величиною, рівною близько 1% від довжини хвилі, що для  $C/A$ -коду відповідає 3 м, для  $P$ -коду – 30 см, а для фазового вимірювання, які відносяться до передавального колювання – близько 2 мм. Найбільш ефективним засобом послаблення такого роду впливів є використання нової низькошумної елементної бази.

### *III.4.8. Геометричний фактор*

Як уже неодноразово зазначалося, однією з характерних для системи GPS особливостей визначення місцеположення точок на основі використання просторової лінійної засічки полягає в тому, що результуюча

точність визначення координат залежить не тільки від точності далеко-мірного вимірювання, але і від геометрії розташування супутників.

В параграфі III.2.2 вказано, що фактор зниження точності прийнято позначати аббревіатурою *DOP*.

В залежності від того, які параметри повинні бути визначені під час вирішення поставленої задачі, використовують різні модифіковані поняття *DOP*. Найбільш універсальним показником є параметр *GDOP* (геометричний фактор зниження точності з урахуванням похибки визначення часу), що характеризує точність тривимірного позиціонування і часу:

$$GDOP = \frac{\sqrt{m_N^2 + m_E^2 + m_h^2 + m_t^2 c^2}}{m_0}, \quad (\text{III.4.22})$$

де  $m_N$ ,  $m_E$ ,  $m_h$  – середні квадратичні похибки визначення координат за напрямками на північ, на схід і за висотою;  $m_t$  – середня квадратична похибка визначення часу;  $c$  – швидкість електромагнітних хвиль;  $m_0$  – похибка вимірювання віддалі до супутників.

Попередній розрахунок значення геометричного фактора може бути виконаний перед початком польового супутникового вимірювання на основі інформації про розташування супутників на відповідний момент часу і наближеної інформації про координати пункту спостереження, яка міститься в альманасі.

Відмітимо, що фірма Leica (Швейцарія) не рекомендує виконувати високоточні супутникові геодезичні вимірювання для значень *GDOP*, більших 8. І це, безперечно, справедливо, оскільки результуюча похибка вимірювання, яка визначається за формулою

$$m_{рез} = GDOP \cdot m_0. \quad (\text{III.4.23})$$

Якщо  $GDOP > 8$ , то результуюча (тобто загальна) похибка визначення координат збільшується порівняно з  $m_0$ , практично на порядок – в десять разів.

Найбільш ефективним методом послаблення впливу геометричного фактора на точність GPS-вимірювання є вибір сприятливих періодів спостережень, які визначаються під час складання розкладів сесій GPS-вимірювання на стадії планування супутникових спостережень [23].

## РОЗДІЛ IV. ВЕЛИКОМАСШТАБНЕ ТОПОГРАФІЧНЕ ЗНІМАННЯ

### IV.1. Загальні відомості про великомасштабне топографічне знімання

#### IV.1.1. Топографічні плани та карти

*Топографічною картою* називають побудоване в картографічній проекції, спотворене, зменшене, узагальнене зображення значної ділянки земної поверхні, що дозволяє визначати як планове, так і висотне положення її точок. Державні топографічні карти України видаються в масштабах 1:1000000 і більш великих.

*Топографічний план* – подібне зображення на площині в ортогональній проекції у великому масштабі ситуації та рельєфу обмеженої ділянки місцевості, у межах якої кривина рівневої поверхні Землі не враховується.

Під час створення топографічних карт, зазвичай, застосовується конформна проекція еліпсоїда на площині, запропонована Гаусом-Крюгером. Головні властивості конформної проекції:

1. зображення нескінченно малого контуру еліпсоїда на площині є подібним;
2. кутові спотворення відсутні;
3. масштаб зображення в кожній точці залежить тільки від її координат і не залежить від напрямку.

На перехідний період (до введення референтної системи координат України) для обчислення координат пунктів Державної геодезичної мережі (ДГМ) залишається референтна система координат 1942 року (СК-42).

Висоти точок під час складання топографічних карт та планів визначають у Балтійській системі висот 1977 року й відраховуються від нуля Кронштадтського футштока.

Під час використання проекції Гауса-Крюгера земний еліпсоїд розділяють меридіанами на зони. Кожна зона це сфероїдальний двокутник, побудований від одного полюса до другого й обмежений меридіанами з постійною різницею довгот.

Для топографічних карт у масштабах 1:10000 і більш мілких, застосовують шестиградусні зони. Для України основними меридіанами шестиградусних зон є меридіани з довготами 21°, 27°, 33°, 39°. Початком прямокутних координат у кожній зоні є точка перетину осьового меридіана з екватором; значення ординат в цій точці на екваторі приймаються рівним 500 км.

Для топографічних карт масштабів 1:5000 і 1:2000 для ділянок знімання більше 20 км<sup>2</sup> застосовують триградусні зони, і обчислюють прямокутні координати в цих триградусних зонах. Осьовими меридіанами триградусних зон для території України є меридіани з довготами 21°, 24°, ..., 39°.

За основу розграфлення карт масштабів 1:5000 і 1:2000 беруть аркуш карти масштабу 1:100 000, який поділяють на 256 частин.

Номенклатура аркушу карти масштабу 1:5000 складається з номенклатури аркуша карти масштабу 1:100000 (наприклад, М-36-112), а потім далі, у дужках, від 1 до 256 (наприклад, М-36-112-(256)). Номенклатура аркуша карти масштабу 1:2000 складається з номенклатури аркуша карти 1:5000 та однієї з дев'яти букв українського алфавіту (а, б, в, г, д, є, ж, з, і), наприклад, М-36-112-(256-і).

Схема створення номенклатури листів топографічних карт масштабів 1:100000, 1:50000, 1:25000 та 1:10000, а також карт масштабів 1:5000, 1:2000, показана на рис. IV.1.1.

Як створюється номенклатура аркуша карти масштабу 1:1000000 студентам відомо з курсу "Топографія". Нагадаємо, що цей аркуш у нашому прикладі, на рисунку, має свій пояс (буква М латинського алфавіту) і номер колони 36, тому показаний на схемі лист має номенклатуру М-36. Як будуються номенклатури карт більш великих масштабів, зрозуміло зі схеми. У нижньому правому куті кожного прямокутника на схемі вказане число аркушів топографічних карт, на які поділено аркуш більш мілкого масштабу, а в середині прямокутника вказаний масштаб карти та номенклатура останнього аркуша карти цього масштабу.

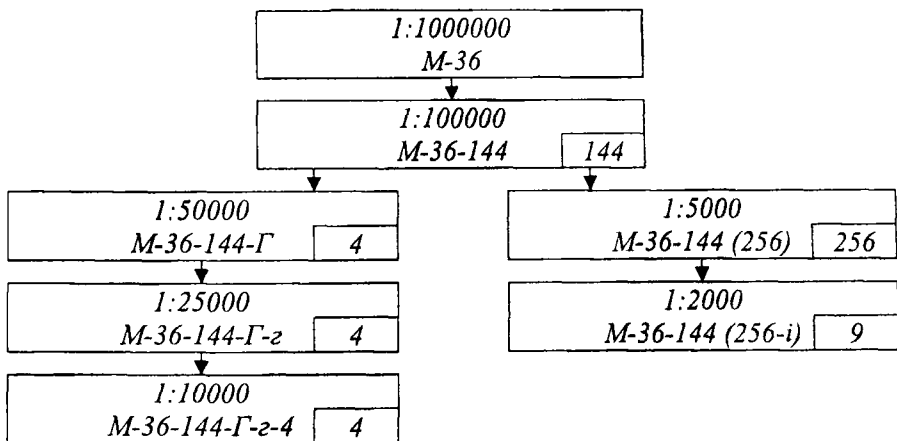


Рис. IV.1.1. Схема створення номенклатури листів топографічних карт.

На всіх топографічних картах обов'язково показують лінійну рамку трапеції, тобто, виходи меридіанів та паралелей через вказане в таблиці IV.1.1 число градусів, мінут та секунд, і сітку плоских прямокутних координат Гауса-Крюгера. Лінії сітки плоских прямокутних координат проводять через 10 см на аркушах карт масштабу 1:10000 та більш великих масштабів; на аркушах топографічних карт масштабу 1:25000 – через 4 см. Таким чином, у масштабах 1:10000 і 1:25000 стороні квадрата карти (10 см,

4 см) на місцевості відповідає 1 км. Тому цю мережу квадратів ще називають *кілометровою мережею (сіткою)*.

Розміри аркушів топографічних карт, показаних на рис. IV.1.1, подано в таблиці IV.1.1.

Таблиця IV.1.1

Розміри аркушів топографічних карт за широтою та довготою

| Масштаби  | Розмір   |            | Позначення<br>(номенклатура) |
|-----------|----------|------------|------------------------------|
|           | широти   | довготи    |                              |
| 1:1000000 | 4°00'00" | 6°00'00,0" | М-36                         |
| 1:100000  | 20'00"   | 30'00,0"   | М-36-144                     |
| 1:50000   | 10'00"   | 15'00,0"   | М-36-144-Г                   |
| 1:25000   | 5'00"    | 7'30,0"    | М-36-144-Г-г                 |
| 1:10000   | 2'30"    | 3'45,0"    | М-36-144-Г-г-4               |
| 1:5000    | 1'15"    | 1'52,5"    | М-36-144-(256)               |
| 1:2000    | 0'25"    | 0'37,5"    | М-36-144-(256-i)             |

Під час складання топографічних планів на забудованій та незабудованій території, якщо ділянки менші за 20 км<sup>2</sup>, а під час меліоративного будівництва навіть більші за 20 км<sup>2</sup>, застосовують прямокутне розграфлення з розмірами рамок для планів масштабу 1:5000 – 40×40 см (на місцевості (2×2 км), а для масштабу 1:2000 із розміром рамок 50×50 см (1×1 км)).

Топографічні плани в масштабах 1:1000, 1:500 завжди складаються тільки в ортогональній проекції з прямокутним розграфленням розмірів рамок 50×50 см. На місцевості це, відповідно, будуть квадрати 0,5×0,5 км та 0,25×0,25 км.

Рамки всіх цих топографічних планів масштабів 1:5000-1:500 не є частинами картографічної сітки меридіанів та паралелей. Таким чином, такі аркуші втрачають усі ознаки карт і дійсно є не картами, а планами.

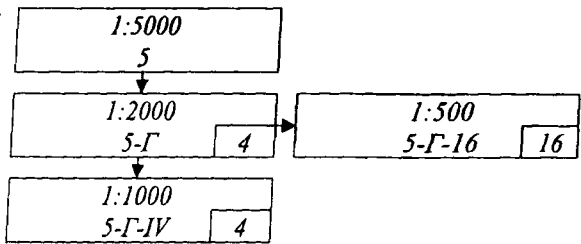


Рис. IV.1.2. Схема створення номенклатури аркушів топографічних планів.

В основу розграфлення під час створення номенклатури топографічних планів беруть аркуші плану масштабу 1:5000 (див. рис. IV.1.2). Номенклатурою плану масштабу 1:5000 є його номер, що позначається арабською цифрою (на рис. цифра 5). Змістовна суть прийнятих позначень на рис. IV.1.2 така ж, як і на рис. IV.1.1.

На основі рис. IV.1.2 не важко здогадатися, що для отримання плану масштабу 1:2000 план масштабу 1:5000 поділяється на 4 частини, які позначаються великими буквами слов'янського алфавіту: А, Б, В, Г. Із плану

масштабу 1:2000 отримують 4 плани масштабу 1:1000, які позначають цифрами римської системи нумерації: I, II, III, IV, або 16 планів масштабу 1:500, які позначають арабськими цифрами.

#### *IV.1.2. Мета та призначення топографічного знімання*

Топографічне знімання – комплекс робіт, що виконується для отримання оригіналу топографічної карти та плану, або топографічної інформації в іншій формі [1].

Метою топографічного знімання (створення планів та карт) є вивчення в топографічному відношенні території всієї держави для:

- правильного використання та розвитку виробничих сил країни;
- економії технічних засобів;
- економії коштів;
- економії часу;
- оборони країни (“Карта – очі армії”).

До великомасштабного топографічного знімання відносяться знімання в масштабах 1:10000, 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500.

Топографічні плани можуть бути представлені:

- у графічному вигляді;
- у вигляді цифрової моделі місцевості (ЦММ) або цифрових моделей рельєфу (ЦМР).

Побудова ЦММ та ЦМР виконується з використанням комп’ютера шляхом:

- перетворення початкової топографічної інформації (журналів польового знімання);
- перетворення картографічного (графічного) зображення в цифрову форму.

Топографічні плани масштабів 1:5000-1:500 створюються:

- шляхом топознімання;
- картоскладанням за матеріалами більшого масштабу (крім масштабу 1:500).

Що підлягає зніманню? Усі об’єкти й контури місцевості та рельєфу. Наприклад, на планах масштабів 1:5000, 1:2000, 1:1000, 1:500 зображаються: пункти тріангуляції, полігонометрії, трилатерації, репери нівелювання, пункти робочої та знімальні основи, закріплені на місцевості. Ці об’єкти наносяться на плани за своїми координатами.

На незабудованих територіях – наносять усі опорні пункти з їх висотами, а на забудованих територіях – не всі, залежно від навантаження плану та його масштабу; наносять стовпи телефонних, телеграфних, електричних мереж; проїжджі частини вулиць з обов’язковим позначенням матеріалу покриття; стічні решітки, каналізаційні люки, тепломережі, інші виходи підземних інженерних мереж; промислові об’єкти: заводи, фабрики, електростанції, шахти, кар’єри, торфорозробки, нафтові вежі, цистерни, склади



корисних копалин, тощо; гідрографія: берегова лінія моря, рік, озер, струмків з позначенням зрізів води та датою їх визначення; гідрографічні об'єкти: канали, канали, греблі, пристані, маяки, навігаційні знаки; об'єкти водозабезпечення: криниці, резервуари, джерела; лінії електропередач та зв'язку: телефон, телеграф, електромережі; ліній підземних комунікацій, рослинність: дерева, кущі і трав'яна рослинність, сади, ягідники, виноградники, технічні культури тощо; кордони: політико-адміністративні, міські, смуги шосейних доріг, ґрунтових доріг, захисних зон, зон санітарної охорони і таке інше.

При цьому розрізняють:

- 1) топоплани та топокарти;
- 2) спеціалізовані топоплани.

На спеціалізованих топопланах зображають, наприклад, тільки контури, або тільки рельєф, чи тільки гідрографію. Спецплани чи карти складаються на основі спеціалізованих інструкцій, які вимагають знімання не всіх, а лише певних контурів, нестандартних перерізів рельєфу, зниження або підвищення вимог стосовно точності.

Призначення топографічних планів залежить від масштабу знімання й подається в інструкціях по топоніманню.

Топографічні плани масштабу 1:2000 використовуються:

- для створення генеральних планів малих міст, селищ міського типу та сільських населених пунктів;
- для проектів детального планування забудови міських промислових районів;
- проектів осушення та зрошення;
- проектів залізниць та автодоріг і таке інше.

Плани масштабу 1:1000 використовуються переважно для складання технічних проектів і робочих рисунків малоповерхової, а плани масштабу 1:500 – для багатоповерхової забудови. Тому під час вибору масштабу знімання виходять із призначення плану чи карти.

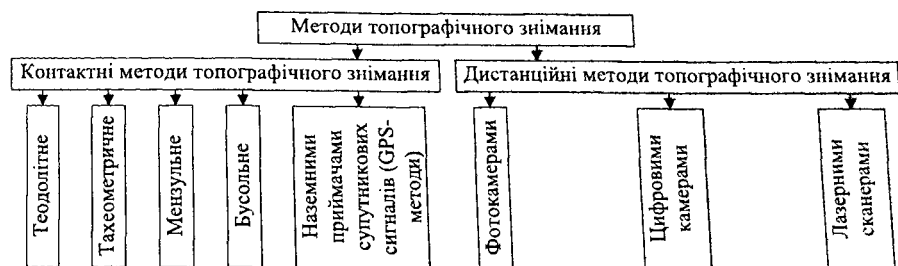
Наприклад, замовник замовляє знімання деякої ділянки для створення генерального плану забудови сільського населеного пункту і просить виконати знімання в масштабі 1:5000. Геодезист, виконавець робіт, користуючись інструкцією, інформує замовника, що в цьому випадку потрібен план масштабу 1:2000. Це, звичайно, дорожче, однак необхідно, інакше не буде вирішена інженерна задача забудови на потрібному технічному рівні.

Більш детально це дуже важливе питання – обґрунтування необхідного масштабу знімання, яким керувались укладачі інструкції, установлюючи той чи інший масштаб знімання, для тих чи інших призначень, ми розглянемо дещо пізніше.

#### *IV.1.3. Методи топографічного знімання. Їх суть*

Як відомо, карта виникла раніше, ніж писемність. Багатовіковий пошук методів топографічного знімання виявився плідним і привів до ство-

рення значної кількості різноманітних способів картографування. Для наочності, спробуємо класифікувати існуючі методи, користуючись нижче наведеними схемами.



На цій схемі показані дві великі групи, на які поділяються усі відомі методи топографічного знімання: *контактні*, тобто, такі, що виконуються приладами, здатними виконувати знімальні виміри торкаючись (контактуючи) з об'єктом картографування (з поверхнею Землі), та *дистанційні*, такі, що дозволяють виконувати знімання, не торкаючись об'єкта, що картографується. Крім того, в схемі коротко названі методи знімання. При цьому в основу назв методів покладені назви найголовніших приладів, якими виконується знімання.

Суть контактних методів – бусольного, теодолітного, тахеометричного, мензульного студентам відома з курсу “Топографія”. Нагадаємо, що бусольне та теодолітне знімання визначає тільки планове положення предметів місцевості, інші, контактні методи дозволяють складати повноцінні карти з зображенням на них ситуації та рельєфу.

Основи супутникових методів викладені в розділі III цього підручника. Зауважимо, що наземні приймачі GPS визначають своє положення на основі інформації з космосу, проте, приймачі GPS контактують з об'єктом, координати якого визначають, і тому відносяться до контактних методів.

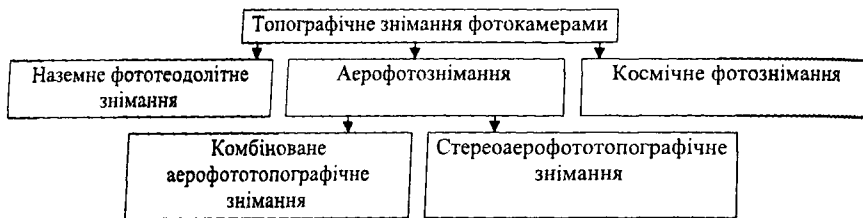
З появою супутникової геодезії вважалося, що її слід застосовувати тільки для створення геодезичних мереж. Однак, надзвичайно швидкий розвиток техніки супутникової геодезії, особливо приймачів GPS, зменшення розмірів та ваги приймачів фактично без втрати їх точності, збільшив застосування супутникової геодезії й для топографічного знімання, оскільки вона починає конкурувати із самими швидкими й точними традиційними методами знімання. Методами космічної геодезії можна створювати як графічні, паперові плани та карти, так і електронні, цифрові плани та карти.

Наземні контактні методи знімання (окрім методу GPS) застосовуються для знімання незначних ділянок, коли методи аерознімання економічно недоцільні. Тільки методи супутникової геодезії (методи GPS),

що також віднесені до контактних, набирають останнім часом все ширшого застосування та конкурують з іншими контактними методами.

Зауважно: слід розрізняти космічні методи фотознімання, які виконуються з космосу, та методи супутникової геодезії – GPS-методи, в основі яких лежить просторове визначення координат.

Що стосується безконтактних методів, то необхідно окремо розглянути кожну із трьох груп таких знімачів.



Наземне фотознімання виконується приладами, що поєднують теодоліт та фотокамеру і мають назву фототеодоліти. При цьому, карти складаються на основі наземних фотознімків.

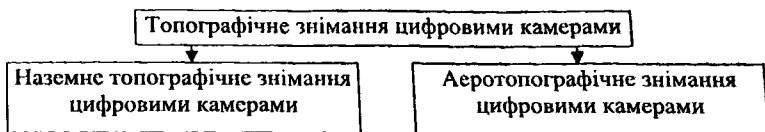
*Стереoaерофототопографічний метод*, який скорочено будемо називати *методом стереознімання*, використовує для складання повноцінних топографічних планів аерофотознімки, виконані фотокамерами (які знаходяться на борту літака або іншого літаючого апарату), та методи фотограмметрії (науки про вимірювання на фотознімках). У результаті отримують карти та плани із зображеними на них ситуацією та рельєфом місцевості.

*Комбінований аерофототопографічний метод*, який будемо скорочено називати *комбінованим методом*, використовує аерофотознімки тільки для складання контурної частини планів, а рельєф місцевості на цих планах знімають і зображають горизонталями наземними методами топографії.

В останньому методі комбінується (поєднується) аерофотознімання й наземне знімання. Найчастіше вживається мензульне знімання, або електронна тахеометрія.

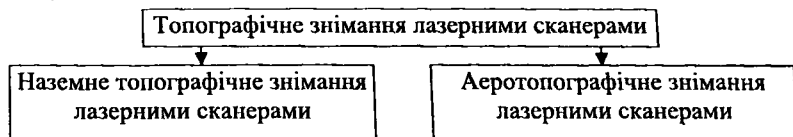
До 2000 року основними методами знімання, які використовувалися для знімання значних територій, тобто, методами державного знімання були: 1) стереознімання; 2) комбіноване знімання. Найбільш широко використовувалось стереознімання. Комбінований метод використовувався в закритих, лісових районах, а також на рівнинній місцевості з високою чагарниковою й трав'яною рослинністю.

Безконтактні методи фотознімання за своїми властивостями здавалися такими, що не можуть бути перевершеними. Але, з появою цифрових камер фотознімання витісняється цифровим топографічним зніманням.



Спочатку цифровими методами опрацьовувалися аерознімки. Але з появою на початку третього тисячоліття цифрової аерокамери цифрові методи топознімання набувають державного значення, а методи фотознімання, непевне, повністю заміняться цифровими методами.

Проте, одним із найновіших топографічних методів є *метод лазерного сканування*.



Цей метод застосовується як самостійний, в наземному варіанті, і реалізується особливими приладами – сканерами. Суть технології полягає у визначенні просторових координат точок поверхні об'єкта з дуже високою швидкістю – тисячі і десятки тисяч вимірів в секунду. Окрім того, лазерне сканування комбінується із цифровим аерозніманням.

#### IV.1.4. Обґрунтування вибору перерізу рельєфу

Найчастіше рельєф зображують на топографічних планах та картах горизонталями.

Людство навчалося зображати схили крутизною до  $45^\circ$ . Тому схили до  $45^\circ$  ще зображаються за допомогою горизонталей; більш круті схили (яри, обриви, зсуви) зображаються умовними знаками.

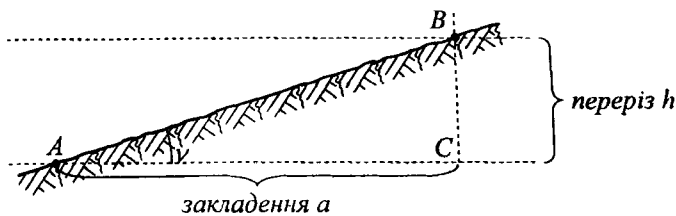


Рис. IV.1.3. До вибору перерізу рельєфу.

На рис. IV.1.3 показано вертикальний розріз рельєфу за лінією  $AB$ . Горизонтальні лінії, що проходять через точки  $A$  та  $B$ , є зображеннями площин перерізу рельєфу. Із трикутника  $ABC$  можемо записати формулу:

$$a = h \cdot \operatorname{ctg} \nu. \quad (\text{IV.1.1})$$

У цій формулі  $a$  – закладення (віддаль між горизонталями на плані);  $h$  – переріз рельєфу;  $\nu$  – вертикальний кут нахилу рельєфу. Для  $\nu = 45^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} \nu = 1$ , і формула (IV.1.1) набуває вигляду:

$$a = h.$$

(IV.1.2)

Тоді, для  $\nu = 45^\circ$  (коли горизонталі будуть найбільш густими) закладення дорівнює перерізу. На рис. IV.1.4 зображені дві горизонталі, накреслені товщиною 0,1 мм, з проміжком між краями горизонталей 0,1 мм. Таким чином, віддаль між осями горизонталей буде 0,2 мм. Ці горизонталі проведені найбільш густо: проміжок менший за 0,1 мм вже майже не розрізняється неозброєним оком людини.

Таким чином, у цьому випадку  $h = a = 0,2$  мм плану. Товщину горизонталі – 0,1 мм (коричнева лінія) та проміжок між горизонталлями – 0,1 мм (білий проміжок) будемо вважати мінімальною двійковою одиницею (дв.од.). Її сумарна товщина – 0,2 мм.

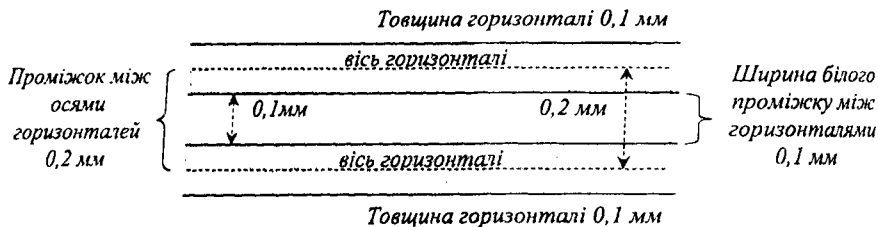


Рис. IV.1.4. Мінімумально можливі віддалі між межуючими горизонталлями.

Як відомо, точністю масштабу знімання називають горизонтальний відрізок на місцевості, якому на плані відповідає 0,1 мм. У таблиці IV.1.2 подано відрізки на місцевості, яким в масштабі плану відповідає 0,2 мм, тобто, отримані теоретично, на основі формул (IV.1.1) та (IV.1.2), мінімумально можливі перерізи рельєфу для великомасштабного знімання.

Таблиця IV.1.2

Теоретично розраховані перерізи рельєфу для планів масштабів 1:5000-1:500

| Масштаб знімання                      | 1:5000     | 1:200        | 1:1000       | 1:500        |
|---------------------------------------|------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 см плану відповідає на місцевості   | 50 м       | 20 м         | 10 м         | 5 м          |
| 1 мм плану відповідає на місцевості   | 5 м        | 2 м          | 1 м          | 0,5 м        |
| 0,1 мм плану відповідає на місцевості | 0,5 м      | 0,2 м        | 0,1 м        | 0,05 м       |
| 0,2 мм плану відповідає на місцевості | <u>1 м</u> | <u>0,4 м</u> | <u>0,2 м</u> | <u>0,1 м</u> |

Підкреслені числа і є розрахованими мінімумальними перерізами.

Проте такі перерізи рельєфу не можуть бути реалізовані: у горбистій місцевості горизонталі будуть накреслені занадто густо і не буде місця на карті чи плані для зображення ситуації масштабними та позамасштабними

умовними знаками; навпаки, на рівнинній місцевості горизонталі будуть зображені дуже рідко або їх взагалі не буде.

Тому на практиці, виходячи з необхідності зображення на планах не тільки рельєфу, але й ситуації, для масштабів 1:5000 на рівнинних ділянках зменшують перерізи рельєфу від розрахованого до 0,5 м. Навпаки, у гірських районах перерізи збільшують до 2-5 м. Для всіх інших масштабів  $h$ , як правило, збільшують до 0,5-2 м.

В результаті отримаємо перерізи рельєфу, що рекомендує діюча інструкція великомасштабного топографічного знімання [5]. Рекомендовані перерізи подані в таблиці IV.1.3.

Таблиця IV.1.3

Рекомендовані чинною інструкцією перерізи рельєфу

| №<br>№ | Характеристика рельєфу<br>та максимально<br>переважаючі кути нахилу | Масштаби знімання          |              |               |
|--------|---|----------------------------|--------------|---------------|
|        |   | 1:5000                     | 1:2000       | 1:1000, 1:500 |
|        |   | Висоти перерізу рельєфу, м |              |               |
| 1      | Рівнинний, з кутами нахилу до 2°                                    | (0,5)<br>1,0               | 0,5<br>(1,0) | 0,5           |
| 2      | Горбистий, з кутами нахилу до 4°                                    | (1,0)<br>2,0               | 0,5*<br>1,0  | 0,5           |
| 3      | Пересічений, з кутами нахилу до 6°                                  | 2,0<br>(5,0)               | (1,0)<br>2,0 | 0,5<br>1,0*   |
| 4      | Гірський та передгір'я, з кутом нахилу понад 6°                     | 2,0*<br>5,0                | 2,0          | 1,0           |

Примітка: Перерізи, відмічені зірочкою, на планах населених пунктів не використовуються. Для планів населених пунктів допускаються перерізи, взяті в дужки, але вони мають бути обґрунтовані проектами на виконання знімання.

#### IV.1.5. Обґрунтування масштабу знімання

Дуже складне питання, яке ще не отримало повного теоретичного розв'язку [4].

Численні фактори, які впливають на вибір масштабу знімання, можна об'єднати в 4 групи:

- 1) виробничі (вид будівництва, розмір ділянки знімання, стадії проектування, способи проектування, розміри й види об'єктів, що проєктуються, наявні топоматеріали, інженерні пошуки, час пошуків);
- 2) природні (характер та розташування території, що підлягає зніманню, наявність контурів, рельєф, пора року);
- 3) технічні (вимоги до графічної точності, висота перерізу, методи знімання, прилади, що використовуються);

4) економічні (терміни знімання, вартість робіт).

Карта є засібом пам'яті інформації. Чим більший масштаб (менша степінь зменшення), тим більшу інформацію містить карта. Вибір масштабу топографічного знімання на основі певного математичного апарату можливий шляхом створення відповідних критеріїв. Одним із таких критеріїв, напевно, досить вдалим, є критерій мінімальної надлишкової інформації (мінімальних затрат на знімання  $\sigma_{\min}$ ). Критерій надлишкової інформації має вигляд:

$$\sigma_{\min} = \min \left( 1 - \frac{R_0}{R_m} \right). \quad (\text{IV.1.3})$$

де  $\sigma_{\min}$  – надлишкова інформація;  $R_0$  – характеристика інформативності топографічної карти або плану, під якою розуміють кількість двійкових одиниць на один гектар (дв.од./га), тобто, достатню для користувача кількість інформації для розрахунку конкретної проектно-планувальної задачі;  $R_m$  – масштабозадаюча інформаційна місткість топографічної карти або плану (дв.од./га), під якою розуміють максимальну кількість інформації, що відповідає максимально можливому завантаженню карти (плану) без втрати її наочності та читабельності (умовний знак не може бути викреслений поверх іншого знаку).

Зміст цього критерію можна пояснити, ввівши поняття інформаційної густини топографічного плану чи карти

$$Q = \frac{R_0}{R_m}. \quad (\text{IV.1.4})$$

Зрозуміло, що для  $Q > 1$  ємність карти (плану) недостатня, не дозволяє розв'язати поставлену задачу, оскільки багато необхідних об'єктів місцевості не будуть відображатися в прийнятому масштабі. Інформаційна густина повинна бути більша за нуль, але не більша за одиницю.

Для  $Q > 1$  рахують, що інформаційна густина *генеративна*, тобто, інформаційна ємність карти (плану) через свою недостатність не дозволяє розв'язати задачі проектувань, оскільки необхідні об'єкти місцевості не зображаються у вибраному масштабі карти (плану).

Значення масштабозадаючої ємності  $R_m$  для певного масштабу, тобто максимальне число дв.од. на один гектар відоме, уже розраховане.

Покажемо суть таких розрахунків спочатку для масштабу 1:500.

Як уже вказувалось, мінімально можливою шириною двійкової одиниці є 0,2 мм (товщина лінії 0,1 м (чорна) та проміжок між лініями також товщиною 0,1 м – світла). Світлий проміжок між лініями (0,1 мм) хоча видимий для ока, проте дуже малий, отже, не дозволяє побудувати навіть крапку мінімального діаметра. Приймемо ширину двійкової одиниці 0,4 мм; 0,2 – чорна частина, 0,2 – біла частина. Один гектар на місцевості буде квадрат зі стороною 100 м. На плані масштабу 1:500 це буде квадрат зі

стороною 20 см = 2000 мм. Площа на місцевості  $P_m = 10000 \text{ м}^2$ . Площа на плані  $200 \times 200 \text{ мм} = 40000 \text{ мм}^2$ . Допустимо, для ширини двійкової одиниці 0,4 мм вона має довжину 200 мм (проведена паралельно північній та південній рамці через увесь квадрат). Тоді площа такої двійкової одиниці буде  $0,4 \times 200 \text{ мм} = 80 \text{ мм}^2$ . Таке припущення означає, що для масштабу 1:500, якщо середні розміри масштабних та позамасштабних умовних знаків однакові, кожний із них у середньому займає на плані площу  $80 \text{ мм}^2$ .

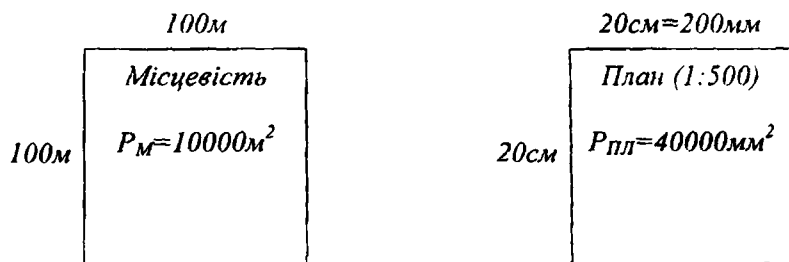


Рис. IV.1.5. До підрахунку  $R_m$  масштабозадаючої ємності плану масштабу 1:500.

Тоді  $R_m$  плану даного масштабу складає:

$$R_m = \frac{40000 \text{ мм}^2}{80 \text{ мм}^2} = 500 \text{ дв.од./га.}$$

На плані одну двійкову одиницю можна зобразити квадратом зі стороною  $a = \sqrt{80 \text{ мм}^2} = 8,94 \text{ мм}$ . На місцевості це буде  $\frac{1 \text{ см}}{5 \text{ м}} = \frac{0,894 \text{ см}}{a_m}$ ;

$a_m = 4,47 \text{ м}$ . Площа такого квадрата місцевості  $\approx 20 \text{ м}^2$ . Як бачимо, це площа житлової забудови  $4 \times 5 \text{ м}$ . Таких забудов на 1 гектар плану масштабу 1:500 може поміститися не більше 500.

Площа в 1 гектар на місцевості має розмір, незалежний від масштабу й рівний  $100 \times 100 \text{ м}$ . На планах у масштабах 1:1000, 1:2000, 1:5000, 1:10000 – 1 гектар представимо квадратами відповідно  $100 \times 100 \text{ мм}$ ,  $50 \times 50 \text{ мм}$ ,  $20 \times 20 \text{ мм}$ ,  $10 \times 10 \text{ мм}$ , тобто, квадрати будуть меншими, порівняно з масштабом 1:500, в 2, 4, 10, 20 разів. Тому значення  $R_m$  відповідно для цих масштабів будуть:

$$1:500 - R_m = 500 \text{ дв.од./га};$$

$$1:1000 - R_m = 250 \text{ дв.од./га};$$

$$1:2000 - R_m = 125 \text{ дв.од./га};$$

$$1:5000 - R_m = 50 \text{ дв.од./га};$$

$$1:10000 - R_m = 25 \text{ дв.од./га}.$$



Насправді, площі масштабних і позамасштабних умовних знаків не однакові; також неоднакова їх кількість на один гектар. Досить, наприклад, прийняти, що ширина двійкової одиниці позамасштабного знаку 0,3 мм. Тоді такий знак для довжини 100 мм (це сторона квадрату площею в 1 гектар плану масштабу 1:1000) матиме площу 30 мм<sup>2</sup>. Число таких знаків на площі в 1 гектар масштабу 1:1000 буде рівний

$$R_m = \frac{10000 \text{ мм}^2}{30 \text{ мм}^2} = 333 \text{ дв.од./га, а не } 250 \text{ дв.од./га.}$$

Більш точні розрахунки, коли враховуються різниці в площах знаків та в кількості масштабних та позамасштабних умовних знаків, елементи генералізації та деякі інші фактори дають наступні значення  $R_m$ , які рекомендуються настановами під час вибору масштабу знімання:

$$1:500 - R_m = 500 \text{ дв.од./га;}$$

$$1:1000 - R_m = 330 \text{ дв.од./га;}$$

$$1:2000 - R_m = 110 \text{ дв.од./га;}$$

$$1:5000 - R_m = 30 \text{ дв.од./га;}$$

$$1:10000 - R_m = 10 \text{ дв.од./га.}$$

Порівнюючи наближені значення  $R_m$  і ті, що рекомендуються, неважко побачити, що вони мають один порядок.

Характеристику інформативності  $R_0$  рекомендується розраховувати за наступною емпіричною формулою:

$$R_0 = KN + 1,2n \left( \frac{\text{дв.од}}{\text{га}} \right), \quad (\text{IV.1.5})$$

де 1,2 – постійна,  $N$  і  $n$  – відповідно середнє число ділянок і предметів місцевості, які необхідно відобразити масштабними і позамасштабними умовними знаками на 1 гектар площі під час розв'язання певної проектно-планувальної задачі;  $K$  – число двійкових одиниць, що залежить від мінімальної площі ділянки  $P_g$  (м<sup>2</sup>), яку потрібно відобразити на плані чи карті, виходячи з інформаційних вимог спеціалістів. Ці вимоги також уже встановлені і складають 3,0; 2,7; 2,5; 2,3 і 1,8 дв.од. відповідно до мінімальних площ на місцевості 1, 5, 10, 20 і 100 м<sup>2</sup>.

Як бачимо, під час розрахунку критерію надлишкової інформації  $\sigma_{\text{min}}$  необхідно знати:

- кількісні дані про середнє число об'єктів  $N$  і  $n$ , які потрібно буде відобразити на одному гектарі;
- площу мінімального з них  $P_g$  (м<sup>2</sup>).

Ці дані можуть бути отримані в управліннях будівництва та архітектури та інших відповідних організаціях. Для цієї ж мети можна використати дані польового обстеження двох-трьох типових ділянок, що характеризують топографічні умови об'єкта знімання.

Без цих даних встановлення необхідного масштабу знімання методом, що описується, стає неможливим.

Подамо приклад обґрунтування масштабу знімання для реконструкції забудованої території (табл. 4.4).

Таблиця IV.1.4

Приклад підрахунків середньої кількості ділянок та предметів місцевості на 1 гектар об'єкта знімання

| Назва ділянок та предметів місцевості                                | Середнє число об'єктів на 1 га |
|--|--------------------------------|
| <b>А. Ділянки, що зображаються в масштабі плану:</b>                 |                                |
| житлові будинки  | 10                             |
| господарські капітальні будови                                       | 5                              |
| адміністративні та інші приміщення                                   | 2                              |
| окремі ділянки (площі, сквери тощо)                                  | 1                              |
| інші об'єкти   | 2                              |
|  | $N = 20$                       |
| <b>Б. Об'єкти, що зображаються позамасштабними умовними знаками:</b> |                                |
| виходи на поверхню мережі інженерного обладнання території           | 6                              |
| стовпи лінії зв'язку, електропередач                                 | 5                              |
| газорежуючі пункти   | 2                              |
| висоти точок   | 5                              |
| інші об'єкти   | 5                              |
|  | $n = 23$                       |

Нехай  $P_{\min} = 20 \text{ м}^2$  (площа капітальної господарської забудови), розрахуємо за IV.1.5 характеристику інформативності  $R_0$ :

$$R_0 = 2,3 \times 20 + 1,2 \times 23 = 73,6 \text{ дв.од/га.}$$

Результати розрахунків надлишкової інформації подано в табл. IV.1.5.

Таблиця IV.1.5

Розрахунок надлишкової інформації в залежності від масштабу знімання

| Масштаби топознімання | Інформаційна ємність $R_m \frac{\text{дв.од.}}{\text{га}}$ | Інформативність $R_0 \frac{\text{дв.од.}}{\text{га}}$ | Інформативна густина $Q = \frac{R_0}{R_m}$ | Надлишковість $\min \sigma = \left(1 - \frac{R_0}{R_m}\right)$ |
|-----------------------|--|---|--|--|
| 1:500                 | 500  | 73,6  | 0,15                                       | 85%  |
| 1:1000                | 330  | 73,6  | 0,22                                       | 78%  |
| 1:2000                | 110  | 73,6  | 0,67                                       | 33%  |
| 1:5000                | 30   | 73,6  | генеративна                                | -  |
| 1:10000               | 10   | 73,6  | генеративна                                | -  |

За мінімумом надлишкової інформації (33%) з таблиці IV.1.5 визначено необхідний масштаб топографічного знімання для реконструкції населеного пункту – 1:2000.

Існують і інші критерії обґрунтованого вибору масштабу знімання. Розглянемо ще один із них.

Критерій допустимої похибки визначення віддалі. Якщо задана допустима середня квадратична похибка вимірювання віддалі за планом  $m_0$ , виражена в метрах, то обґрунтування вибору масштабу знімання можна зробити, виходячи з мінімальних затрат на її виконання на основі умови

$$M_0 \leq M_p, \quad (IV.1.6)$$

де  $M_p$  – знаменник розрахованого масштабу знімання;  $M_0$  – знаменник найближчого стандартного масштабу знімання.

Приблизне, але досить точне співвідношення між середньою квадратичною похибкою (в метрах) вимірювання віддалі за планом  $m_0$  і розрахованим знаменником масштабу  $M_p$ , можна записати так:

$$m_{0(m)} = 0,3_{(мм)} \cdot M_p, \quad (IV.1.7)$$

Формула (IV.1.7) отримана з таких міркувань. Лінія на плані чи карті вимірюється циркулем-вимірником. Квадратична похибка суміщення голок вимірника з кінцями лінії, що вимірюється, дорівнює 0,2 мм.

Тому відрізок на плані вимірюється з абсолютною квадратичною похибкою  $0,2\sqrt{2} \approx 0,3$  мм. Йому відповідає відрізок на місцевості ( $m_0$  – похибка вимірювання лінії в метрах).

Тому

$$M_p = \frac{m_{0(m)}}{0,3 \text{ мм}}. \quad (IV.1.8)$$

Наприклад, в умовах забудованої території з капітальними будинками та густою сіткою виходів на поверхню інженерних підземних комунікацій можна прийняти  $m_0 = 0,15$  м.

Розрахований знаменник масштабу знімання буде:

$$M_p = \frac{0,15_{(м)} \cdot 1000}{0,3 \text{ мм}} = 500.$$

$M_0 = M_p = 500$ . Необхідний масштаб знімання 1:500.

Ще приклад. Необхідно вимірювати лінії на плані з точністю 0,6 м. Тоді

$$M_p = \frac{0,6_{(м)} \cdot 1000}{0,3 \text{ мм}} = 2000.$$

$M_0 = M_p = 2000$ . Необхідний масштаб знімання 1:2000.

Обґрунтування вибору масштабу топографічного знімання можна виконувати і без розрахунків, а на основі рекомендацій Основних положень [14]. Критеріями служать два типи територій, що картографуються:

I тип – територія з багатоповерховою забудовою, територія великого міста;

II тип – територія переважно з малоповерховою забудовою та незабудована територія.

Масштаби топографічних карт та планів, а також масштаби топографічного знімання в залежності від типу території картографування, подано в табл. IV.1.6.

Таблиця IV.1.6

Рекомендовані масштаби знімання в залежності від типу території

| Масштаби топографічних планів або карт | Тип I                      | Тип II |
|--|----------------------------|--------|
| 1:500                                  | 1:500                      | -      |
| 1:1000                                 | -                          | 1:1000 |
| 1:2000                                 | 1:2000                     | -      |
| 1:5000                                 | картоскладання             | 1:5000 |
| 1:10000                                | 1:10000 або картоскладання | -      |

Основні положення дозволяють за необхідності для створення робочих креслень на території II типу плани масштабу 1:1000 збільшувати до масштабу 1:500 і для складання проекту детального планування на території II типу плани масштабу 1:5000 збільшувати до масштабу 1:2000.

Досить вдало можна вибрати масштаб знімання за допомогою наближеної формули, якщо вже заданий переріз рельєфу. Формула має вигляд:

$$M_0 = \frac{h_p (м) \cdot 10^4}{i\%}. \quad (IV.1.9)$$

Тут  $h_p$  – розрахований переріз рельєфу (в метрах);  $i$  – середній ухил місцевості у відсотках;  $i = \operatorname{tg} \nu$ ,  $\nu$  – середній кут нахилу місцевості.

Приклад:

1) Нехай переріз  $h_p = 1$  м,  $\nu_{\text{сеп}} = 6^\circ$ ;  $\operatorname{tg} 6^\circ = i = 0,1 = 10\%$ . Тоді

$$M_0 = \frac{1 \cdot 10^4}{10\%} = 10^3 = 1000; \text{ масштаб } 1:1000;$$

2) Нехай переріз  $h_p = 1$  м,  $\nu_{\text{сеп}} = 3^\circ$ ;  $\operatorname{tg} 3^\circ = i = 0,05 = 5\%$ . Тоді

$$M_0 = \frac{1 \cdot 10^4}{5\%} = 2000; \text{ масштаб } 1:2000.$$

Навпаки, якщо визначений масштаб знімання, то за формулою (IV.1.9) можна визначити необхідний переріз рельєфу. Дійсно, розв'язавши (IV.1.9) відносно  $h_p$  (в метрах), отримаємо:

$$h_p = \frac{i\% \cdot M_0}{10^4}. \quad (IV.1.10)$$

Нехай  $M_0 = 5000$ ;  $\nu = 4^\circ$ ;  $i = \operatorname{tg} 4^\circ = 0,0699 = 7\%$ . Тоді

$$h_p(\text{м}) = \frac{7\% \cdot 5000}{10^4} = 3,5 \text{ м.}$$

Стандартного перерізу  $h_0 = 3,5 \text{ м}$  в таблиці IV.1.3 немає.

Кінцевий переріз вибирається, виходячи з нерівності:

$$h_0 \leq h_p, \quad (\text{IV.1.11})$$

де  $h_p$  – розрахована висота перерізу ( $h_p = 3,5 \text{ м}$ );  $h_0$  – найближчий переріз до розрахованого.

У таблиці IV.1.3, для  $\nu = 4^\circ$  і масштабу 1:5000,  $h_0 = 2 \text{ м}$  – найближчий переріз до розрахованого. Тобто, під час знімання потрібний переріз  $h_0 = 2 \text{ м}$ . Формули (IV.1.9) та (IV.1.10) наближені. Проте, знаходять досить широке застосування під час знімання сільських населених пунктів.

#### IV.1.6. Технічний проект топографо-геодезичних робіт

Технічний проект (програма) визначає призначення, зміст та об'єм робіт, їх кошторисну вартість, термін виконання та інші важливі показники топографо-геодезичних робіт на об'єкті знімання.

Попередньо, до складання проекту, виконується збір та аналіз топографо-геодезичних матеріалів, які дають можливість встановити існуючу топографічну вивченість ділянки робіт, і можуть бути використаними в процесі знімання. Необхідні матеріали отримують у територіальних інспекціях державного геодезичного нагляду ГУГК, в управлінні по справах будівництва та архітектури в обласних та райдержадміністраціях.

Топографо-геодезичні роботи, що виконуються для створення планів масштабів 1:5000-1:500, виконують на основі держзамовлення, замовлень окремих міністерств, відомств, підприємств та організацій різних форм власності.

Роботи виконуються організаціями і суб'єктами підприємницької діяльності, які мають ліцензії на виконання топографо-геодезичних робіт.

Проект складається із трьох частин: 1) текстової; 2) графічної; 3) кошторисної.

У текстовій частині описуються:

- призначення топографо-геодезичних робіт;
- коротка фізико-географічна характеристика ділянки знімання;
- відомості про топографо-геодезичну вивченість;
- обґрунтування вибору масштабу знімання і висоти перерізу рельєфу;
- способи побудови планових та висотних геодезичних мереж, з врахуванням фізико-географічних умов місцевості та наявності відомих геодезичних пунктів;
- організація та терміни виконання робіт, заходи з техніки безпеки та охорони праці і т.п.

Графічна частина проекту включає схеми, матеріали аерознімання, картографічні матеріали, на яких зображена:

- ділянка знімання;
- відомі геодезичні пункти;
- пункти планової та висотної робочої основи знімання;
- номенклатура і розграфлення аркушів карт та планів і таке інше.

Кошторисна частина проекту обґрунтовує необхідні грошові затрати на організацію робіт, на матеріали, виготовлення геодезичних планових та висотних знаків, закладання цих знаків, дослідження приладів, виконання польового геодезичного вимірювання, попереднє та кінцеве опрацювання вимірів, складання технічного звіту, ліквідацію робіт.

Топографо-геодезичні роботи виконують тільки після погодження із замовником і затвердження технічного проекту організаціями, що видають дозвіл на виконання цих робіт.

## IV.2. Робочі (знімальні) мережі великомасштабного топографічного знімання

### IV.2.1. Види геодезичної основи великомасштабного знімання. Розрахунок необхідної щільності робочої основи

Основа великомасштабного топографічного знімання поділяється на:

1. основну (геодезичну),
2. робочу.

Геодезичною основою великомасштабного знімання служить:

- 1) *Державна геодезична мережа (ДГМ) України*, яка складається із планової та висотної мереж, а також мереж спеціального призначення.

Планова державна мережа, як відомо, поділяється на: астрономо-геодезичну мережу 1 класу; геодезичну мережу 2 класу; геодезичні мережі згущення 3 класу.

Висотна державна мережа поділяється на нівелірні мережі I, II, III та IV класів.

До геодезичних мереж спеціального призначення належать:

- просторові геодезичні мережі на геодинамічних полігонах;
  - спеціальні геодезичні мережі для інженерно-геодезичного забезпечення будівництва, гірничої справи та інші мережі.
- 2) *Розрядні мережі згущення*, які поділяються на:
    - мережі полігонометрії, трилатерації, триангуляції 4 класу;
    - мережі полігонометрії, трилатерації й триангуляції 1-2 розрядів;
    - мережі технічного та тригонометричного нівелювання.

Державні мережі – частково, а розрядні мережі згущення – детально описані в розділі II цієї книги.

- 3) *Знімальна геодезична мережа* – планові, висотні й планово-висотні знімальні мережі, або окремі пункти (точки), а також точки фотограмметричного згущення.

#### Густота (щільність) пунктів геодезичної основи великомасштабного знімання.

Щільність пунктів геодезичної основи визначається: а) масштабом знімання; б) перерізом рельєфу; в) цілями знімання.

Для геодезичного забезпечення топографічного знімання встановлюються такі норми щільності пунктів ДГМ:

- для знімання в масштабах 1:25000 і 1:10000 – 1 пункт на 30 км<sup>2</sup> і 1 репер на трапецію масштабу 1:10000.

Середня щільність пунктів державної геодезичної мережі повинна бути доведена під час знімання в масштабі 1:5000 до одного пункту на 20-30

км<sup>2</sup> і одного репера на 10-15 км<sup>2</sup>. Під час знімання в масштабі 1:2000 – один пункт ДГМ на 5-15 км<sup>2</sup> та один репер на 5-7 км<sup>2</sup>. Подальше згущення геодезичної основи виконується за рахунок розрядних мереж згущення та знімальних мереж. Мережі згущення доводяться до щільності: 4 пункти на 1 км<sup>2</sup> в забудованих територіях та 1 пункт на 1 км<sup>2</sup> в незабудованих територіях. У районах меліоративного будівництва щільність повинна бути доведена до 1-2 реперів на 4 км<sup>2</sup>. Для інженерних пошуків та будівництва в містах та промислових майданчиках – 8 пунктів на 1 км<sup>2</sup>. Знімальна основа доводиться до щільності, що забезпечує безпосередньо знімання тим чи іншим методом. Для наочності вимоги до щільності пунктів наведені в таблиці IV.2.1.

Виконаємо розрахунки необхідної щільності пунктів робочої основи.

У наш час, як уже зазначалось, під час знімання значних територій застосовують переважно стереознімання або комбіноване знімання. Під час комбінованого методу знімання рельєфу та дешифрування виконується методом мензульного знімання або оптичної чи електронної тахеометрії. Наземне топографічне знімання ситуації та рельєфу невеликих ділянок також найчастіше виконують електронними тахеометрами. Тому розрахуємо необхідну щільність точок робочої основи для цих методів знімання. Для таких розрахунків слід, перш за все, мати на увазі, що під час мензульного та тахеометричного знімання віддалі визначаються оптичними віддалемірами з відносною помилкою біля 1/300 і довжини ліній до пікетів не повинні бути більшими за 300 м.

Таблиця IV.2.1

Вимоги настанов до щільності основи знімання

| № з/п | Види геодезичної основи   | Масштаби знімання  |                                 |
|-------|---|--|---------------------------------|
|       |   | 1:5000   | 1:2000                          |
| 1     | Державні планові мережі   | 1 пункт на 20-30 км <sup>2</sup>   | 1 пункт на 5-15 км <sup>2</sup> |
| 2     | Державні висотні основи   | 1 репер на 10-15 км <sup>2</sup>   | 1 репер на 5-7 км <sup>2</sup>  |
| 3     | Мережі згущення на забудованій території  | 4 пункти на 1 км <sup>2</sup>  |                                 |
| 4     | Мережі згущення на незабудованій території  | 1 пункт на 1 км <sup>2</sup>   |                                 |
| 5     | Мережі згущення під час інженерних пошуків та будівництва в містах і на промислових майданчиках | 8 пунктів на 1 км <sup>2</sup>   |                                 |
| 6     | Знімальна (робоча) основа   | Доводиться до щільності, що забезпечує виконання знімання запроєктованим методом |                                 |



Електронний тахеометр має можливість вимірювати в декілька разів більші довжини і має точність, вищу в десятки разів.

Тому наперед зрозуміло, що щільність робочої основи для традиційних методів знімання повинна бути значно більшою, ніж для електронної тахеометрії.

Розглянемо випадок, коли робоча основа будується методом аналітичної мережі ідеальної форми. Нехай (на рис. IV.2.1)  $ABC$  – рівносторонній трикутник зі стороною  $S$ , що є елементом цієї ідеальної мережі. Точки  $D, E, F, K$  – перехідні точки, тобто, точки, на яких також буде встановлюватися мензула чи оптичний тахеометр для знімання рельєфу та дешифрування.

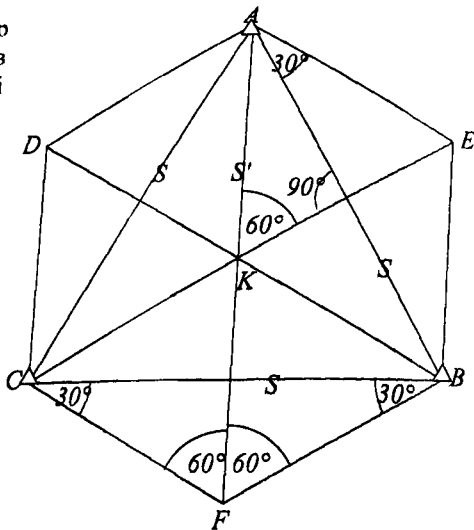


Рис. IV.2.1. Аналітична мережа ідеальної форми.

З рівностороннього трикутника  $AEK$  можемо записати:

$$\frac{S}{S'} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}. \quad (\text{IV.2.1})$$

$$\frac{S}{2S'} = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2S = 2S' \cdot \sqrt{3}. \quad (\text{IV.2.2})$$

$$S = S' \cdot \sqrt{3}.$$

Щоб виконати знімання всієї території необхідно записати:

$$S' = 2x, \quad (\text{IV.2.3})$$

де  $x$  – віддаль (максимальна) від приладу (мензули чи оптичного тахеометра) до рейки.

Припустимо, що лінії відкладають на плані із наближеною точністю 0,2 мм. Максимальну відносну похибку визначення віддалі нитковим віддалеміром приймемо 1/150. У відповідності з графічною й польовою точністю повинно бути:

$$\frac{0,2 \text{ мм}}{x} = \frac{1}{150}. \quad (\text{IV.2.4})$$

На основі (IV.2.4) маємо:  $x = 0,2 \text{ мм} \cdot 150 = 30 \text{ мм} = 3 \text{ см}$ . Тому, у відповідності з (IV.2.3),  $S' = 6 \text{ см}$ , а, враховуючи (IV.2.2),  $S = 6 \text{ см} \cdot \sqrt{3} = 10,32 \text{ см}$ . Оскільки пікети із суміжних станцій повинні перекриватися, приймемо  $S = 10 \text{ см}$ .

Для масштабу 1:5000 –  $S = 500$  м;

для масштабу 1:2000 –  $S = 200$  м.

Таким чином (рис. IV.2.2), якщо будемо будувати мережу у вигляді прямокутних трикутників із катетами  $\approx 10$  см, на плані отримаємо для трапеції масштабу 1:5000 (розмір 40x40 см) – 25 пунктів, а для трапеції масштабу 1:2000 (розмір 50x50 см) – 35 пунктів. Фактичне число пунктів може бути дещо більшим або меншим. Але розрахунок дав число цих пунктів, якщо мережі були б ідеальної форми.

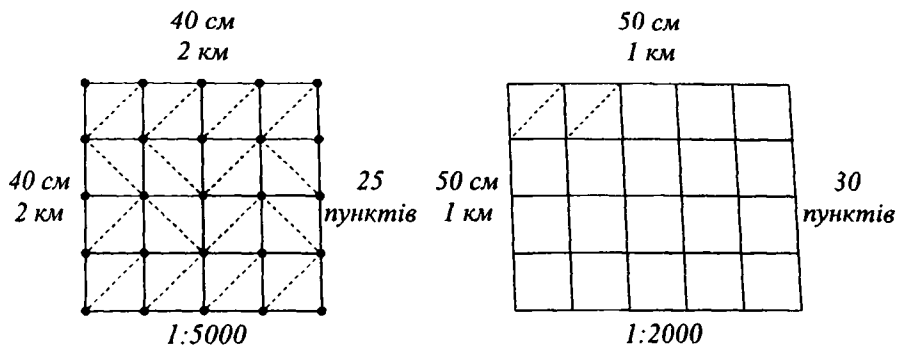


Рис. IV.2.2. До розрахунку щільності пунктів робочої основи.

Якщо ж знімання буде виконуватися електронним тахеометром, то, по-перше, відпаде необхідність у перехідних точках, а по-друге, можна будувати робочу мережу зі сторонами аналітичної мережі, як мінімум в 2 рази більшими: 400-1000 м. Тоді й число необхідних точок зменшиться у два рази і майже повністю відпаде потреба в перехідних точках.

#### IV.2.2. Методи створення знімальної (робочої) основи. Закріплення пунктів мережі на місцевості

Робоча (знімальна) основа створюється у вигляді:

1. Аналітичних мереж. Такі мережі, як і геометричні мережі, будуються у вигляді мережі трикутників. Проте, у геометричних мережах горизонтальні кути не вимірюються, а будуються на мензульному планшеті, тоді як в аналітичних мережах ці кути вимірюються теодолітами 2Т30, 2Т5, 2Т5К або іншими такої ж точності;
2. Теодолітних ходів;
3. Висотно-теодолітних ходів, у яких окрім горизонтальних кутів, вимірюють і вертикальні кути. Останні використовуються для визначення висот пунктів теодолітних ходів методом тригонометричного нівелювання. У таких ходах лінії вимірюють переважно мірною стрічкою. Можна застосовувати світловіддалеміри та оптичні віддалеміри;
4. Тахеометричних ходів;

5. Мензульних ходів;
6. Окремих точок, що визначаються прямими оберненими та комбінованими засічками;
7. Перехідних точок – всячі мензульні та інші ходи. Такі ходи мають 1-2 точки (не більше), а лінії вимірюються переважно мірною стрічкою або світловідалеміром.

Під час побудови знімальних мереж одночасно визначають положення пунктів як у плановому, так і у висотному відношенні. Гранична похибка положення пунктів планової знімальної мережі відносно пунктів державної мережі та розрядних мереж згущення не повинна перевищувати 0,2 та 0,3 мм у масштабі плану відповідно на відкритій і забудованій місцевості та на лісовій або зарослій високими кущами території.

Пункти знімальної мережі закріплюють довготривалими знаками (рис. П.1.14) з таким розрахунком, щоб на ділянці місцевості, що відповідає знімальному планшетові масштабу 1:5000, як правило, було закріплено не менше 3-х пунктів, а в масштабі 1:2000 – 2-х пунктів, включаючи пункти ДГМ та мережі розрядного згущення.

На території населених пунктів та промислових майданчиків пункти робочої основи закріплюють тільки довготривалими знаками.

Якщо робоча мережа є самостійною основою (без мереж більш високої розрядності) тоді не менше однієї п'ятої частини пунктів закріплюють знаками за типом центрів триангуляції та полігонометрії 1 і 2 розрядів (рис. П.1.14). На забудованих територіях населених пунктів застосовують знаки типу чавунного репера (рис. П.1.15).

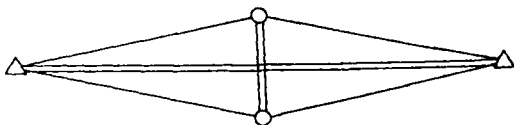
Пункти знімальної мережі нумерують. Номер пункту наносять безпосередньо на знаках або на встановлених сторожках. На забудованих територіях номер ставлять на стовпах ліній електропередач, на близьких будинках та інших предметах місцевості.

#### IV.2.3. Аналітичні мережі (польові роботи)

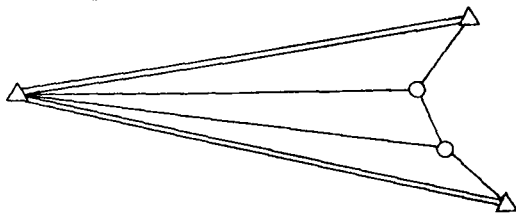
*Аналітичні мережі*, як і триангуляція – мережі трикутників. Як відомо, існує ще одна побудова, що будується у вигляді трикутників, які межують один з одним. У такій мережі кути трикутників не вимірюються, а будуються під час створення робочої основи мензульного знімання. Така мережа називається *геометричною*. Ми розглянемо мережу трикутників, у яких кути вимірюються. Тому часто в геодезичній літературі й в інструкції [?] такі мережі називають робочими (знімальними) мережами, що будуються методом триангуляції. Проте, щоб відрізнити ці мережі від геометричної мережі та від триангуляції, цілком оправдано називати їх *аналітичними мережами*.

Довжини сторін трикутників аналітичної мережі значно коротші ніж у триангуляції (мін – 150 м; мах – 2 км). Кути не менші за 20°. Кути вимірюються двома круговими прийомами теодолітами (точності, не нижчою за 30") з перевстановленням лімба через 90°. Допустима нев'язка трикутника не більша за 1,5". Найчастіше зустрічаються такі аналітичні побудови:

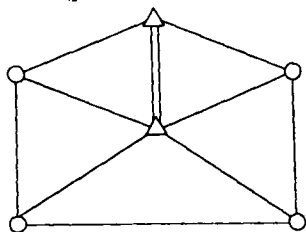
1) геодезичний чотирикутник (рис. IV.2.3, а):



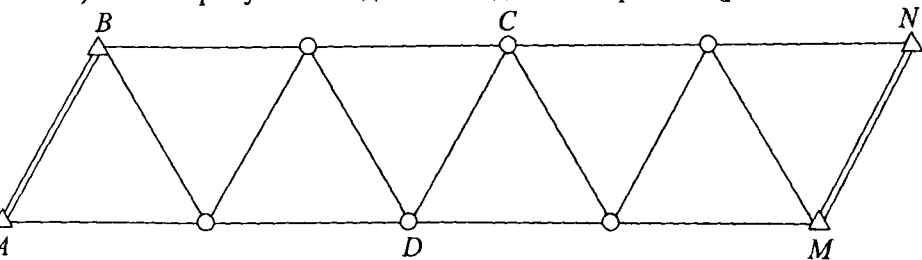
2) вставка в кут (рис. IV.2.3, б):



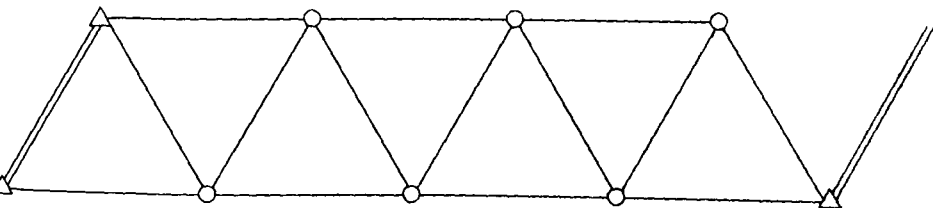
3) центральна система (рис. IV.2.3, в):



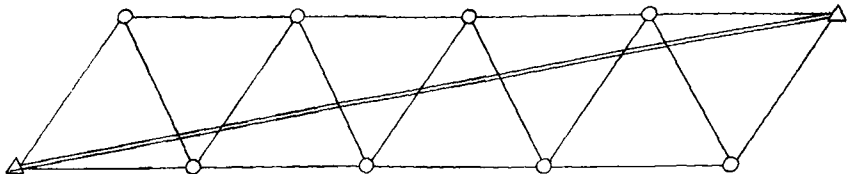
4) ланка трикутників з двома вихідними сторонами (рис. IV.2.3, г):



5) ланка між стороною й пунктом (рис. IV.2.3, д):



б) ланка, побудована на стороні (рис. IV.2.3, е):



#### IV.2.4. Розрахунок точності ланки трикутників аналітичної мережі

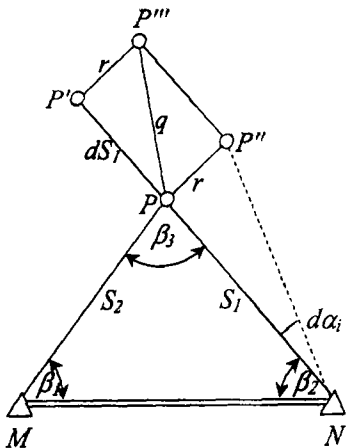


Рис. IV.2.4. До визначення похибки в положенні точки  $P$ , що визначається прямою засічкою.

Нехай під дією похибок  $dS_1$  у довжині сторони  $S$  та в дирекційному куті  $d\alpha_1$  точка  $P$  змістилась в положення  $P''$  на величину  $q$ . Це зміщення можна розкласти на  $dS_1$  — уздовж лінії  $S_1$  й на  $r$  — перпендикулярно до  $S_1$ .

Із трикутника  $P P' P''$ , маємо:

$$q^2 = dS_1^2 + r^2. \quad (IV.2.5)$$

Із трикутника  $N P P''$  (рис. IV.2.4.):

$$r = S_1 \frac{d\alpha_1}{\rho}. \quad (IV.2.6)$$

На основі (IV.2.5), (IV.2.6) запишеться так:

$$q^2 = dS_1^2 + S_1^2 \frac{d\alpha_1^2}{\rho^2}. \quad (IV.2.7)$$

Переходячи від диференціалів до квадратичних похибок, отримаємо:

$$M_P^2 = m_{S_1}^2 + S_1^2 \frac{m_{\alpha_1}^2}{\rho^2}. \quad (IV.2.8)$$

Як відомо, у ланках трикутників сторони визначаються з відносними похибками, що описуються формулою:

$$\left(\frac{m}{S}\right)^2 = \left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{2}{3} \frac{m_P^2}{\rho^2} \{ctg^2 \beta_1 + ctg^2 \beta_3 + ctg \beta_1 ctg \beta_3\}. \quad (IV.2.9)$$

Переходячи до абсолютної похибки та нехтуючи похибкою в базисі  $b$ , отримаємо:

$$m_{S_1}^2 = \frac{2}{3} S_1^2 \frac{m_P^2}{\rho^2} \{ctg^2 \beta_1 + ctg^2 \beta_3 + ctg \beta_1 ctg \beta_3\}. \quad (IV.2.10)$$

Крім того, як відомо

$$m_{\alpha_i} = m_{\beta} \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}. \quad (\text{IV.2.11})$$

Формулі (IV.2.8) можна надати вигляду:

$$M_p^2 = \frac{2}{3} S_1^2 \frac{m_{\beta}^2}{\rho^{n^2}} \{ \text{ctg}^2 \beta_1 + \text{ctg}^2 \beta_3 + \text{ctg} \beta_1 \text{ctg} \beta_3 \} + \frac{2}{3} \frac{m_{\beta}^2}{\rho^{n^2}} S_1^2, \quad (\text{IV.2.12})$$

або

$$M_p^2 = \frac{2}{3} S_1^2 \frac{m_{\beta}^2}{\rho^{n^2}} \{ 1 + \text{ctg}^2 \beta_1 + \text{ctg}^2 \beta_3 + \text{ctg} \beta_1 \text{ctg} \beta_3 \}. \quad (\text{IV.2.13})$$

Припустимо, що аналітична ланка складається з рівносторонніх трикутників:

$$\beta_1 = 60^\circ; \text{ctg} \beta_1 \approx 0,58; \text{ctg}^2 \beta_1 \approx 0,34.$$

Тоді вираз формули (IV.2.13), що в дужках, буде дорівнювати 2. Тому формулі (IV.2.13) можна надати більш простого вигляду:

$$M_p = 1,15 \frac{m_{\beta}}{\rho^n} S. \quad (\text{IV.2.14})$$

Якщо діють переважно випадкові похибки, тоді їх накопичення буде пропорційне до  $\sqrt{n}$ , де  $n$  – число трикутників ланки.

Похибка кінцевої точки ланки визначиться за формулою:

$$M_{p_n} = 1,15 \frac{m_{\beta}}{\rho^n} S \sqrt{n}. \quad (\text{IV.2.15})$$

Розрахуємо максимально допустиме число трикутників у ланці. Як відомо, гранична похибка в розташуванні робочої основи відносно найближчих пунктів геодезичної основи на плані – 0,2 мм. Для масштабу 1:5000 0,2 мм складає 1 м. Підставивши в (IV.2.15) замість  $M_{p_n}$  1 м і розв'язавши цю формулу відносно  $\sqrt{n}$ , отримаємо:

$$\sqrt{n} = \frac{\rho^n}{1,15 \cdot S \cdot m_{\beta}}. \quad (\text{IV.2.16})$$

Нехай сторони мережі рівні 1000 м, а похибка вимірювання кута  $m_{\beta} = 45''$ . Тоді

$$\sqrt{n} = \frac{1 \cdot 206265''}{1,15 \cdot 1000 \cdot 45''} = 3,99,$$

$n = 16$  трикутників.

Для масштабу 1:2000 0,2 мм на плані відповідає 0,4 м, тобто  $M_p = 0,4$  м. Тому для такого масштабу, прийнявши  $S = 500$  м,  $m_{\beta} = 45''$ , отримаємо:

$$\sqrt{n} = \frac{0,4 \cdot 206265''}{1,15 \cdot 500 \cdot 45''} = 3,19$$

$n = 10$  трикутників.

Наші розрахунки зроблені для всякої ланки трикутників. Якщо ланка опирається на дві вихідні сторони, то максимальна похибка буде в середині ланки і число трикутників такої ланки можна збільшити в  $\sqrt{2}$  разів.

Тоді отримаємо: для масштабу 1:5000  $n = 22$  трикутники;  
для масштабу 1:2000  $n = 14$  трикутників.

Інструкція [5] допускає відповідно 20 та 17 трикутників.

Як бачимо, хоча наші розрахунки спрощені, похибки вихідних даних не враховані, але отримане число трикутників ланки майже таке саме, що і допускається інструкцією.

#### IV.2.5. Спрощені способи зрівноваження аналітичних мереж

I. Всяча ланка ув'язуються тільки кути трикутників. Поправки в окремий кут  $V_i = -\frac{f_\beta}{3}$ , де  $f_\beta$  – нев'язка трикутника. Далі розв'язуються трикутники і обчислюються дирекційні кути та довжини сторін. Координати кожної точки мережі обчислюються два рази, з контролем (за двома сторонами трикутника). За кінцеві значення координат беруть середні значення.

II. Ланка між вихідними сторонами:

1. Ув'язуються всі кути.
2. Вибирається середня лінія, наприклад  $CD$  (рис. IV.2.3, г).
3. Координати точок  $C$  і  $D$  обчислюються два рази, як у всякої ланки. Знаходиться середнє з них.
4. У подальшому по кожному з 4-х ходів між точками  $AD$ ,  $BC$ ,  $NC$ ,  $MD$  виконуються обчислення, як у теодолітних ходах.

III. Ланка трикутників між двома пунктами (побудована на вихідній стороні) (рис. IV.2.5):

1. Ув'язуються кути в трикутниках.
2. Вибирають ходову лінію (див рис. IV.2.5), показану пунктирною ломаною лінією і ув'язують кути за ходовою лінією. Якщо, наприклад, число кутів, включаючи межуючі дорівнює  $n$ , а нев'язка  $f_\beta$ , то поправки  $\frac{f_\beta}{n}$  вводяться тільки в ходові кути. До того ж, у ліві кути поправки додаються, а від правих віднімаються.
3. У трикутниках знову з'являються нев'язки. Для ліквідації нев'язок в інші (не ходові кути) вводяться поправки  $\frac{f_\beta}{2n}$ .

Якщо кут  $\beta_{1,3}$  отримав поправку  $\frac{f_\beta}{n}$ , тоді кожний із кутів

$\beta_{1,1}$  та  $\beta_{1,2}$  повинен отримати поправку, рівну  $+\frac{f_\beta}{2n}$ .

4. За кінцево ув'язаними кутами обчислюють дирекційні кути ходових ліній та координати всіх точок, включаючи точку  $N$ . Таким чином, отримують координати  $X'$  та  $Y'$  точки  $N$ . Оскільки координати  $X'$  та  $Y'$  точки  $N$  не співпали з відомими координатами точки  $N$ , то отримуємо рис. IV.2.6.

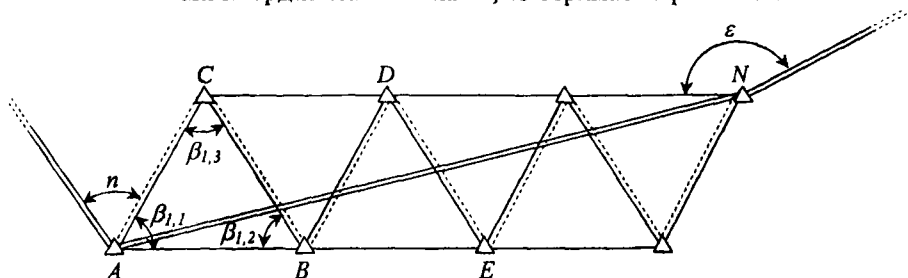


Рис. IV.2.5. До зрівноваження аналітичної мережі, побудованої на стороні  $AN$ .

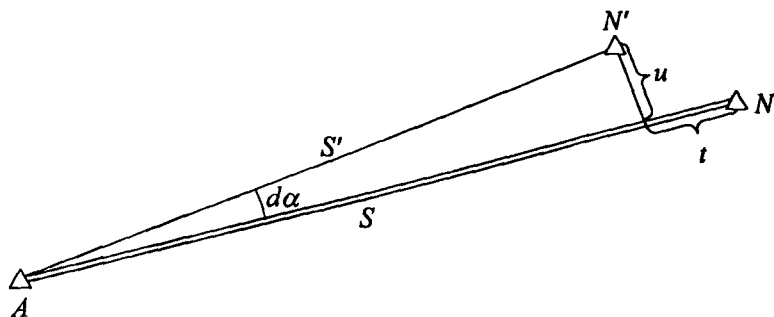


Рис. IV.2.6. Редукування мережі поворотом на  $d\alpha$ , та зміною масштабу на

$$k = \frac{S}{S'}$$

5. Знаходять:

$$S = \sqrt{(X_N - X_A)^2 + (Y_N - Y_A)^2} \quad (\text{IV.2.17})$$

$$S' = \sqrt{(X'_N - X_A)^2 + (Y'_N - Y_A)^2} \quad (\text{IV.2.18})$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y_N - Y_A}{X_N - X_A} \quad (\text{IV.2.19})$$

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{Y'_N - Y_A}{X'_N - X_A} \quad (\text{IV.2.20})$$

Обчислюють:  $d\alpha = \alpha - \alpha'$  (поворот мережі).  
Поздовжній зсув  $t = S - S'$ .



Поперечний зсув  $u = S' \cdot \frac{d\alpha^n}{\rho^n}$ .

Коефіцієнт  $k = \frac{S}{S'}$ .

Усі дирекційні кути ходових сторін змінюють на  $d\alpha$ .

Усі обчислені сторони множаться на коефіцієнт  $k$ .

6. Ще раз обчислюють координати всіх точок за ходовою лінією за виправленими  $\alpha_i$  та  $S_i$ .

Якщо ланка побудована між вихідною стороною та відомим пунктом, тоді ув'язування мережі виконується як і в попередньому випадку.

#### IV.2.6. Розрахунок планової точності та допустимої довжини мензульного ходу

У мензульному ході будуються з певною точністю горизонтальні кути та вимірюються довжини ліній. Тому для розрахунків мензульного ходу можна користуватися формулами, виведеними для кутомірних ходів: полігонометричного або теодолітного. Скористаємося відомою формулою для всякого кутомірного ходу:

$$\frac{M^2}{[S]^2} = \frac{1}{n} \left( \frac{m_s}{S} \right)^2 + \frac{n+1,5}{3} \cdot \frac{m'_\beta{}^2}{\rho'^2}. \quad (\text{IV.2.21})$$

У цій формулі:  $M$  – похибка в положенні кінцевої точки ходу;  $[S]$  – довжина ходу;  $n$  – кількість сторін;  $\frac{m_s}{S}$  – відносна похибка вимірювання сторін;  $m'_\beta$  – абсолютна похибка горизонтальних кутів.

Як видно з (IV.2.21), її перший член зменшується зі збільшенням  $n$ , другий член, навпаки, зростає зі збільшенням  $n$ . Необхідно знайти екстремальне значення  $n$ . Для цього слід (IV.2.21) продиференціювати по  $n$  і прирівняти до нуля. Отримаємо:

$$\frac{\partial \left( \frac{M^2}{[S]^2} \right)}{\partial n} = -\frac{1}{n^2} \left( \frac{m_s}{S} \right)^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{m'_\beta{}^2}{\rho'^2} = 0. \quad (\text{IV.2.22})$$

Розв'яжемо (IV.2.22) відносно  $n$ :

$$\frac{1}{n^2} \left( \frac{m_s}{S} \right)^2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{m'_\beta{}^2}{\rho'^2}; \quad n^2 = \left( \frac{m_s}{S} \right)^2 \cdot 3 \cdot \frac{\rho'^2}{m'_\beta{}^2}; \quad n = \frac{m_s}{S} \cdot \frac{\rho'}{m'_\beta} \cdot \sqrt{3}. \quad (\text{IV.2.23})$$

Довжини ліній вимірюються в мензульному ході нитковим віддалеміром.

Нехай  $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{400}$ . Орієнтування планшета за довгими лініями можна виконати з похибкою  $m'_\beta = 3'$ .

Підставивши в (IV.2.23) ці числові значення, отримаємо:

$$n = \frac{1}{400} \cdot \frac{3438'}{3'} \cdot \sqrt{3} = 4,96 \approx 5 \text{ сторін.}$$

Для  $S = 200$  м;  $[S] = 200 \text{ м} \cdot 5 = 1000$  м інструкція допускає 1000 м для масштабу 1:5000 та 500 м для масштабу 1:2000.

Насправді такі довжини мензульних ходів не можна допускати. Справа в тому, що висячий мензульний хід довжиною  $[S] = 1000$  м (якщо  $n = 5$ ;  $S = 200$  м;  $\frac{m_s}{S} = \frac{1}{400}$ ;  $m'_\beta = 3'$ ) матиме похибку  $M = 1,70$  м при допустимій (для масштабу 1:5000),  $M'_{\text{дон}} = 1,0$  м (0,2 мм плану).

Недопустимим буде й аналогічний хід, прокладений між точками з відомими координатами. Деяко більше половини похибки ходу складає похибка графічної побудови горизонтальних кутів (53%). Це означає, що під час розрахунків допусків мензульних ходів слід обмежувати не тільки довжини ходів, але й число сторін. Розрахунки показують, що максимальна довжина мензульного ходу може бути рівною 600 м (3 лінії по 200 м) і його похибка складатиме 1,08 м, тобто, практично рівна допустимій для масштабу знімання 1:5000.

Аналогічні розрахунки допустимих мензульних ходів із відносною похибкою вимірювання ліній 1:400 під час знімання в масштабі 1:2000, 1:1000 і 1:500 також показали, що подані в інструкції допустимі довжини ходів та кількість ліній у них завищені.

Нижче, у таблиці IV.2.2, подані розраховані допустимі мензульні ходи.

Довжина ходу для масштабу 1:500 розрахована, для випадку, коли вимірювання ліній виконується не нитковим віддалеміром, а мірною стрічкою або рулеткою з відносною похибкою 1:1000 або 1:2000, як цього вимагає інструкція.

Таблиця IV.2.2

Параметри допустимих мензульних ходів під час великомасштабного знімання

| Масштаб знімання | Максимальні довжини ходу, м | Максимальні довжини ліній, м | Максимальна кількість ліній в ході |
|------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------------|
| 1:5000           | 600                         | 200                          | 3                                  |
| 1:2000           | 250                         | 125                          | 2                                  |
| 1:1000           | 100                         | 50                           | 2                                  |
| 1:500            | 50                          | 50                           | 1                                  |

Хід масштабу 1:500 може складатися із двох ліній по 25 м кожна.

Слід зауважити, що в розрахунках допустимої довжини висячих мензульних ходів (саме такі ходи часто використовуються) брались до уваги

тільки похибки вимірювання ліній та похибки побудови горизонтальних кутів. Неминучі, абсолютні, випадкові похибки відкладання ліній за допомогою циркуля-вимірника та поперечного масштабу, які дорівнюють 0,1-0,2 мм плану (граничні – 0,3 мм), практично незалежні від довжин ліній (зазвичай, декілька сантиметрів у даному масштабі плану), не враховувались.

Тому, для компенсації впливу цих похибок, доцільно виконувати вимірювання ліній для мензульних ходів мірною стрічкою або рулеткою не тільки під час знімання в масштабі 1:500, але й у масштабах 1:1000, 1:2000, 1:5000.

Заміна всяких ходів ходами між точками з відомими координатами також підвищує їх точність.

Інструкція дозволяє використовувати під час мензульного знімання геометричну мережу трикутників, але тільки під час знімання в масштабі 1:5000.

#### IV.2.7. Розрахунок точності та допустимої довжини теодолітного ходу

Нехай теодолітний хід прокладено між відомими пунктами. Skorистаємось формулою, виведеною в розділі II:

$$\left(\frac{M}{[S]}\right)^2 = \frac{1}{n} \left(\frac{m_s}{S}\right)^2 + \frac{n+3}{12} \frac{m_{\beta'}^2}{\rho'^2}. \quad (IV.2.24)$$

Найдемо екстремальне значення число сторін ходу  $n$ . Для цього про диференціюємо (IV.2.25) по  $n$  і результат привіряємо до нуля:

$$\frac{\partial \left(\frac{M}{[S]}\right)^2}{\partial n} = \frac{1}{n^2} \left(\frac{m_s}{S}\right)^2 + \frac{1}{12} \frac{m_{\beta'}^2}{\rho'^2} = 0.$$

Після перетворень отримаємо:

$$\frac{1}{n^2} \left(\frac{m_s}{S}\right)^2 = \frac{1}{12} \frac{m_{\beta'}^2}{\rho'^2}; \quad n^2 = \left(\frac{m_s}{S}\right)^2 \cdot 12 \cdot \frac{\rho'^2}{m_{\beta'}^2}.$$

$$n = \frac{m_s}{S} \cdot \frac{\rho'}{m_{\beta'}} \cdot \sqrt{12}. \quad (IV.2.25)$$

$$n = \frac{1}{2000} \cdot \frac{3438'}{0,5'} \cdot \sqrt{12} = 11,9 = 12 \text{ сторін}.$$

Кути вимірюють теодолітом із точністю відліку  $t \leq 30''$  двома прийомками, а труба наводиться на віху з віхоутримувачем. Тому приймемо  $m_{\beta} = 0,5'$ . Нехай лінії вимірюються стрічкою з відносною похибкою 1/2000.

На основі (IV.2.24) розрахуємо, які довжини ходів можна допускати для різних масштабів знімання.

В класичній геодезії нев'язки ходів  $f_{L_{\text{дон}}}$  допускаються в два рази більші за допустимі похибки координат  $M_{\text{дон.кор}}$ , оскільки після зрівноваження ходів похибки координат зменшаться приблизно в два рази. Проте, при цьому значна кількість точок ходу буде мати похибки координат, рівні допустимим, що для паперових карт небажано, а для ЦММ взагалі не слід допускати тому, що на ЦММ вимірювання координат, довжин, виконуються не графічно, а аналітично. В таблиці IV.2.3 наведені розрахунки параметрів ходів для  $M_{\text{дон}} = 2M_{\text{дон.кор}} = f_{L_{\text{дон}}}$  та для  $M_{\text{дон}} = M_{\text{дон.кор}}$ . Останні значення параметрів взяті в дужки.

Зрозуміло, що при цьому математична основа карт буде в двічі точнішою. Сучасні точності вимірювання кутів та ліній дозволяють це реалізувати. Вважаємо, що більш точну математичну основу, а також більш точні плани та карти необхідно мати вже сьогодні.

Таблиця IV.2.3

Допустимі параметри теодолітних ходів для різних масштабів знімання, які прокладаються з відносною похибкою вимірювання ліній 1:2000 та кутів  $m_p = 30''$ .

| Масштаб знімання | Максимальні довжини ходів, м | Довжини сторін, м | Кількість сторін в ході |
|------------------|------------------------------|-------------------|-------------------------|
| 1:5000           | 9000-7500 (4500-3700)        | 750-250 (375-125) | 12/30                   |
| 1:2000           | 4000-3200 (2000-1700)        | 400-100 (200-60)  | 10/30                   |
| 1:1000           | 2000-1700 (1000-850)         | 200-85 (100-40)   | 10/20                   |
| 1:500            | 1000-850 (450-400)           | 125-40 (60-20)    | 8/20                    |

#### IV.2.8. Розрахунок планової точності та допустимої довжини тахеометричного ходу

Для визначення екстремального значення числа сторін  $n$  та  $M_{\text{дон}} = f_{L_{\text{дон}}}$  тахеометричного ходу, скористаємося формулами (IV.2.24) та (IV.2.25).

Проте, необхідно врахувати, що лінії в тахеометричному ході вимірюються оптичними віддалемірами з відносною похибкою

$$\frac{m_s}{S} = \frac{1}{400}, \quad (\text{IV.2.26})$$

а горизонтальні кути вимірюються не грубіше за 1'.

Підставивши в (IV.2.25) ці числові значення, отримаємо:

$$n = \frac{1}{400} \frac{3438'}{1'} \sqrt{12} \approx 30 \text{ сторін.}$$

За такої кількості сторін, якщо їх середня довжина  $S = 100$  м, довжина ходу буде  $[S] = 3000$  м.

Розрахунки за формулою (IV.2.24) показали, що очікувана нев'язка такого ходу  $f_L = 1,99 \text{ м} \approx 2,0 \text{ м}$ , тобто, допустима для масштабу знімання 1:5000.

Такі ж розрахунки показали, що для масштабу знімання 1:2000 довжину тахеометричного ходу можна допустити приблизно 1000 м. Що стосується масштабів 1:1000, 1:500, для них прокладати тахеометричні ходи з відносною похибкою вимірювання ліній 1/400 недоцільно (допустимі ходи дуже короткі).

Для наочності всі розрахунки зведені в таблицю IV.2.4. В цій таблиці в дужках наведені також параметри тахеометричних ходів, в яких очікувані нев'язки в два рази менші за допустимі.

Таблиця IV.2.4

Допустимі периметри тахеометричних ходів, якщо  $m_p = 1'$ ,

а знаменник відносної похибки  $N = 400$ .

| Масштаб знімання | $L_i$ , м                | Доцільне число сторін $n_i$ | Середня довжина сторін $S_i$ , м | Очікувані (допустимі) нев'язки ходу, м |
|------------------|--------------------------|-----------------------------|----------------------------------|--|
| 1:5000           | 2100-3000<br>(1100-1500) | 8/30<br>(8/30)              | 260/100<br>(130/50)              | 2,0 (1,0)                              |
| 1:2000           | 900-1200<br>(450-600)    | 8/30<br>(8/30)              | 100/40<br>(50/20)                | 0,8 (0,4)                              |
| 1:1000           | 400<br>(200)             | 8<br>(8)                    | 50<br>(25)                       | 0,4 (0,2)                              |
| 1:500            | 200<br>(100)             | 8<br>(8)                    | 25<br>(15)                       | 0,2 (0,1)                              |

Оскільки під час знімання в масштабі 1:1000 та 1:500 тахеометричні ходи короткі, то в них лінії слід вимірювати металевою або електронною рулеткою, мірною стрічкою. Інструкція рекомендує вимірювати лінії стрічкою тільки для масштабу знімання 1:500. Розраховані тут допуски стосовно параметрів ходів, дещо відрізняються від указаних в інструкції. Для наочності ці допуски наведені в таблиці IV.2.3.

Зауважимо, що коли  $u > t$ , то під час збільшення  $n$ ,  $L_{дон}$  зменшується; якщо  $u < t$ ,  $L_{дон}$  збільшується. Для теодолітних ходів  $L_{дон}$  зменшується (таблиця IV.2.3), а для тахеометричних  $L_{дон}$  збільшується (таблиця IV.2.4).

В таблиці наведені допустимі довжини ходів за оптимальної і значної кількості сторін. При цьому, якщо  $u > t$ , то під час збільшення  $n$ ,  $L_{дон}$  зменшиться, якщо  $u < t$ ,  $L_{дон}$  збільшиться. В круглі дужки взяті значення параметрів ходів, за яких очікувані нев'язки в два рази менші за допустимі.

## Допустимі параметри тахеометричних ходів електронної тахеометрії.

| Масштаб знімання | Гранична похибка вимірювання кутів $m_{\beta}=20''$ |       |                       | Граничні (очікувані) нев'язки ходів, м |
|------------------|---|-------|-----------------------|--|
|                  | Відносні похибки вимірювання ліній 1:33000          |       |                       |  |
|                  | $L, \text{ м}$                                      | $n$   | $S, \text{ м}$        |  |
| 1:5000           | 18000-12000<br>(9000-6000)                          | 12/30 | 1500/400<br>(750/200) | 2,0 (1,0)                              |
| 1:2000           | 7500-5000<br>(4000-2500)                            | 10/30 | 750/170<br>(400/80)   | 0,8 (0,4)                              |
| 1:1000           | 4000-2500<br>(2000-1300)                            | 10/30 | 400/80<br>(200/40)    | 0,4 (0,2)                              |
| 1:500            | 2000-1300<br>(1000-700)                             | 10/30 | 200/40<br>(100/20)    | 0,2 (0,1)                              |

## IV.2.9. Технічне нівелювання для створення робочої основи топографічного знімання

Технічне нівелювання виконується як робоча висотна основа топографічного знімання з перерізом рельєфу 0,25; 0,5 і 1,0 м.

Допускається технічне нівелювання й для перерізів більше за 1 м. У ходи технічного нівелювання включають пункти теодолітних ходів, аналітичних мереж, а також окремі місцеві предмети, такі, наприклад, як виходи підземних комунікацій.

Для такого нівелювання застосовують нівеліри із ціною поділки рівня не більше 45" на 2 мм та збільшенням труби не менше 20\* типу Н-10 КЛ, а також рейки нівелірні, двосторонні, шашкові типу РН-10 із ціною найменшої поділки 10 мм. Нівелювання виконується із середини в одному напрямку; віддалі від нівеліра до рейок вимірюють віддалемірними нитками труби.

Нормальна довжина плечей технічного, геометричного нівелювання – 120 м.

Під час спокійних зображень допускаються плечі довжиною до 200 м. Нерівність плечей на станції – 10 м. Накопичена нерівність – 50 м. Плечі під час вибору місця встановлення нівеліра та рейок спочатку вимірюють кроками. Рейки встановлюють на башмаки або кілки. Відліки беруться за допомогою тільки середньої нитки сітки ниток.

Порядок відліків рейок: задня чорна, передня чорна, передня червона, задня червона. Розходження перевищень на станції не повинно перевищувати 5 мм.

Розрахуємо допустиму довжину ходу технічного нівелювання. Допустима нев'язка ходу визначається за формулою:

$$f_{\text{доп}} = m_{\text{доп}} = 50 \text{ мм} \sqrt{L \text{ км}} . \quad (\text{IV.2.27})$$

Інструкція [5] допускає похибку у висоті точок робочої основи 1/10 від перерізу рельєфу. Якщо нев'язка ходу 1/5 від перерізу рельєфу, то після ув'язування ходу максимальна похибка у висоті буде в середині ходу й виявиться рівною  $\approx 1/2$  від нев'язки, тобто, 1/10 від перерізу. Тому прийнемо  $m_{h_{\text{доп}}} = 1/5$  від перерізу  $h$ . Для перерізу 1 м = 100 см,  $m_{h_{\text{доп}}} = 1/5 \cdot 100 \text{ см} = 20 \text{ см} = 200 \text{ мм}$ . Розв'яжемо рівняння (IV.2.27) відносно  $L$ . Отримаємо:

$$L(\text{км}) = \frac{m_{h_{\text{доп}}}^2}{(50 \text{ мм})^2} = \frac{(200)^2}{2500} = \frac{40000}{2500} = 16 \text{ км}.$$

Для  $h = 0,5 \text{ м}$   $L = 4 \text{ км}$ ; для  $h = 0,25 \text{ м}$   $L = 1 \text{ км}$ .

Наші розрахунки довжин ходів співпадають з екстремальними допусками інструкції.

#### IV.2.10. Тригонометричне нівелювання для створення висотної знімальної основи

З методами тригонометричного нівелювання студенти знайомі з курсу "Топографія". Саме метод тригонометричного нівелювання застосовують для визначення перевищень та висот під час тахеометричного знімання. У даному випадку ми розглядаємо тригонометричне нівелювання як метод побудови висотних робочих мереж для будь-якого способу топознімання. Кути нахилу місцеві  $\nu$  вимірюють оптичними або електронними тахеометрами. Рекомендується виконувати вимірювання кутів нахилу трьома прийомами при двох положеннях вертикального круга. Коливання значень місця нуля ( $M_0$ ) та кутів нахилу  $\nu$  не повинно перевищувати 15".

Інструкція рекомендує використовувати прилади з точністю відліків вертикального круга 1-2".

Повна формула тригонометричного нівелювання має вигляд:

$$h = S \operatorname{tg} \nu + i - l + f, \quad (\text{IV.2.28})$$

де  $S$  – горизонтальне прокладення довжини лінії;  $\nu$  – кут нахилу;  $i$  – висота тахеометра;  $l$  – довжина рейки (труба наводиться на верх рейки);  $f$  – поправка за сумісний вплив кривини Землі та рефракції.

Допустима нев'язка тригонометричного нівелювання визначається за формулою:

$$f_{h(\text{доп})} = 0,04 \frac{[S]}{\sqrt{n}}. \quad (\text{IV.2.29})$$

В формулі (IV.2.29)  $f_h$  – нев'язка в см;  $[S]$  – довжина ходу в м;  $n$  – число ліній ходу.

Розрахуємо допустиму довжину тригонометричного ходу, виходячи з формули (IV.2.29).

Тригонометричне нівелювання допускається інструкцією для перерізу  $h = 2 \text{ м}$  і більше. Якщо  $h = 2 \text{ м}$ , тоді  $f_{h_{\text{доп}}} = m_{h_{\text{доп}}} = \frac{1}{5} h$ ;  $f_{h_{\text{доп}}} = 40 \text{ см}$ .

Розв'яжемо (IV.2.29) відносно  $[S]$ :

$$[S]_M = \frac{f_h \cdot \sqrt{n}}{0,04} \quad (\text{IV.2.30})$$

Як бачимо з формули (IV.2.30), допустима довжина ходу буде зростати під час збільшення числа сторін ходу. Це закономірно, оскільки нівелювання з короткими сторонами виконується точніше. Інструкція, без обґрунтування, приймає допустиме число сторін 5, проте, допускає збільшення числа сторін в 1,5 разів у гірських районах. Без втрати точності нівелювання число сторін ходу можна збільшити.

Нехай  $n = 9$ . Тоді  $[S]_M = \frac{40 \text{ см} \cdot \sqrt{9}}{0,04} = 3000 \text{ м}$ .

Таким чином, допустима довжина ходу  $\approx 3$  км. Для перерізу рельєфу більше 2 м допустимі довжини ходів, зрозуміло, будуть зростати.

Може виконуватися спеціальне тригонометричне нівелювання, коли перевищення визначаються зі значно більшою точністю, ніж передбачено формулою (IV.2.29).

Тригонометричне нівелювання широко застосовується під час визначення висот перехідних точок, а також окремих точок, планове положення яких визначається прямими й оберненими та комбінованими засічками.

Детально питання визначення координат окремих точок засічками описані в розділі, де розглядаються прив'язування пунктів полігонометрії до пунктів триангуляції або до пунктів полігонометрії старших класів. Там також подані й розрахунки точності визначення планових координат прямими, оберненими та комбінованими однократними та багатократними засічками.

Коротко зупинимось на вживаних методах визначення висот цих точок.

Зазвичай, висоти визначаються методом "на себе", тобто, визначається висота тієї точки, де знаходиться тахеометр, за відомими висотами мінімум трьох найближчих точок, що розташовані навколо шуканої точки. Горизонтальні віддалі  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  від шуканої точки  $A$  до відомих точок 1, 2, 3 визначаються з аналітичного розв'язку трикутників або вимірюють світловіддалемірами (рис. IV.2.7).

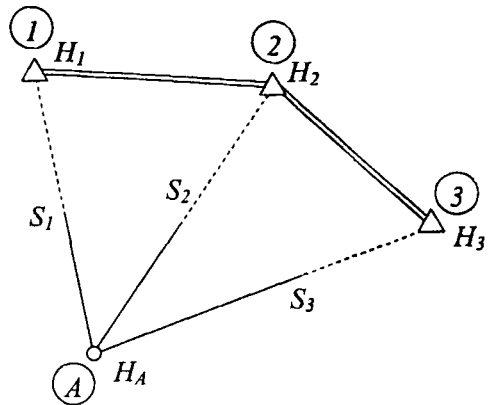


Рис. IV.2.7. До визначення висот окремих точок.



Кути нахилу  $\nu$  вимірюють трьома прийомами (кожний прийом при двох положеннях вертикального круга). Вираховують середнє значення кутів нахилу із трьох вимірів. Нехай ці кути будуть  $\nu_{сер1}$ ,  $\nu_{сер2}$ ,  $\nu_{сер3}$ . Далі, за формулою (IV.2.28) знаходять середні перевищення  $h_{сер1}$ ,  $h_{сер2}$ ,  $h_{сер3}$ . Визначають три значення висоти шуканої точки  $A$ :

$$H_{A_1} = H_1 + h_{сер1}; H_{A_2} = H_2 + h_{сер2}; H_{A_3} = H_3 + h_{сер3}.$$

Знаки перевищень  $h_{серi}$  беруть оберненими до виміряних, оскільки визначається висота  $H_A$  точки  $A$ , а не висоти  $H_i$ . За кінцеву висоту точки  $A$  береться її середнє вагове значення

$$H_A = \frac{H_{A_1}P_1 + H_{A_2}P_2 + H_{A_3}P_3}{P_1 + P_2 + P_3}, \quad (IV.2.31)$$

де  $P_1 = \frac{c}{S_1}$ ;  $P_2 = \frac{c}{S_2}$ ;  $P_3 = \frac{c}{S_3}$ ;  $c$  – довільний коефіцієнт пропорційності.

#### IV.2.11. Вимірювання зенітних віддалей. Вертикальна рефракція

В аналітичних мережах, а також під час тахеометричного знімання для визначення перевищень вимірюють кути нахилу  $\nu$ . У триангуляції, коли виконується тригонометричне нівелювання для визначення висот пунктів триангуляції, вимірюють не кути нахилу  $\nu$ , а зенітні кути  $Z$ . Хоча  $Z$  – це кути, їх часто називають ще й зенітними віддалями. Залежність між кутами нахилу  $\nu$  та зенітними кутами  $Z$  показана на рис. IV.2.8.

Нехай маємо нахилену пряму  $AB$ , початкова точка якої  $A$  співпадає з початком системи прямокутних координат  $ZAY$ . Площина  $ZAY$  – вертикальна. Як видно з рис. IV.2.8:

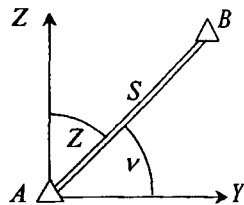


Рис. IV.2.8.  
Залежність між кутами нахилу  $\nu$  та зенітними кутами  $Z$ .

$$Z = 90^\circ - \nu, \quad (IV.2.32)$$

або

$$\nu = 90^\circ - Z. \quad (IV.2.33)$$

Як відомо, для вимірювання кутів нахилу  $\nu$  вводиться поняття “місце нуля” (M0). Під час вимірювання зенітних кутів (віддалей) вводиться поняття “місце зеніта” (MZ). Це відлік вертикального круга тахеометра, коли зорова труба спрямована в зеніт, а бульбашка циліндричного рівня, що скріплений із вертикальним кругом, знаходиться в нуль-пункті. Формула (IV.2.28) набуває вигляду:

$$h = S \operatorname{ctg} Z_e + i - l + f, \quad (IV.2.34)$$

де  $i$  – висота тахеометра;  $l$  – довжина рейки (труба наведена на верх рейки).

Як і в (IV.2.28),  $f$  – поправка за кривину Землі  $k_3$  та рефракцію  $r$ .

$$f = k_3 - r. \quad (IV.2.35)$$

$$k_3 = \frac{1}{2} \frac{S^2}{R_3}. \quad (IV.2.36)$$

$$r = \frac{1}{2} \frac{S^2}{R_c}. \quad (IV.2.37)$$

У формулі (IV.2.36)  $R_3$  – радіус Землі рівний 6371 км. У формулі (IV.2.37)  $R_c$  – радіус кривої розповсюдження світла. Виникає питання, як визначити  $R_c$ ? На жаль, у неоднорідній за густиною атмосфері світло від точки  $B$  (де встановлена візирна ціль) до точки  $A$  (де встановлено тахеометр) розповсюджується не прямолінійно, як це показано на рис. IV.2.8, а по деякій складній кривій, як це показано на рис. IV.2.9. У результаті, достатньо направити трубу по дотичній  $AC$  до кривої  $AB$ , щоб спостерігач бачив в трубі точку  $B$ .

Спостерігач вважає, що труба направлена по хорді  $AB = S$ . Насправді труба направлена по дотичній  $AC$ . Тому вимірюються не теоретичні кути  $\nu_1$  та  $Z_1$ , а спотворені рефракцією кути  $\nu_B$  та  $Z_B$ . Кут  $\delta$  називається частковим кутом вертикальної рефракції. Це кут між дотичною  $AC$  та хордою  $AB$ . Куту  $\delta$  відповідає лінійна рефракція  $r$ . Саме на величину  $r$  спотворюється правильне перевищення  $h$  між точками  $A$  та  $B$ .

Врахування рефракції  $\delta$  або  $r$  виявилось надзвичайно складною справою, оскільки крива розповсюдження світла може бути повернута випуклістю вгору або вниз. Окрім того, у різних частинах кривина кривої різна.

Для визначення  $\delta$  або  $r$  необхідно знати густину повітря в багатьох точках на шляху світла. А оскільки світло розповсюджується часто досить високо над поверхнею землі, то це майже не можливо. Дослідження цього питання виконуються майже 400 років.

Спочатку дослідники великі надії покладали на визначення єдиного коефіцієнта рефракції. Під коефіцієнтом рефракції  $k$  розуміють відношення

$$k = \frac{R_3}{R_c}. \quad (IV.2.38)$$

Дійсно, вплив кривини Землі  $k_3$  на перевищення визначається достатньо точно (за формулою IV.2.36).

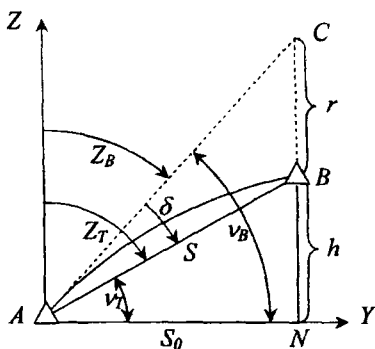


Рис. IV.2.9. Спотворення вертикальної рефракцією виміряних  $\nu_B$  та  $Z_B$ .

Для відомого  $k$  знайдемо  $R_c$ .

$$R_c = \frac{R_3}{k}.$$

Отже

$$r = \frac{1}{2} \frac{S^2}{R_3} = \frac{1}{2} \frac{S^2}{R_3} \cdot k,$$

або

$$r = k \cdot k_3. \quad (\text{IV.2.39})$$

Як бачимо з (IV.2.39), і  $r$  визначалось би просто, якби  $k$  було сталою величиною.

У наш час абсолютно точно доведено, що про єдиний коефіцієнт рефракції протягом доби не може бути мови. Тільки під час нормальної стратифікації температури коефіцієнт  $k$  можна вважати постійним і рівним  $k_n = 0,14$  [27].

Нормальна стратифікація настає вранці, приблизно через годину після сходу Сонця й під час ясної погоди продовжується біля півгодини. Вечері нормальна стратифікація настає десь за 1,5 години до заходу Сонця й також продовжується півгодини. Отже, нормальна стратифікація під час антициклонної, ясної погоди продовжується всього біля 1 години на добу. Під час похмурої погоди ці періоди можуть розширитися й сумарно складатимуть не більше 3-3,5 години. Нормальна стратифікація повітря характеризується нормальними вертикальними градієнтами температури. Під час підйому на 100 м температура падає майже на  $1^\circ\text{C}$ . Спостерігач ці періоди може визначати за майже спокійними зображеннями візирної цілі.

У ці періоди діє нормальна рефракція, яка визначається за формулою

$$\delta_n = 0,198 \frac{P}{T^2} S. \quad (\text{IV.2.40})$$

Тиск  $P$  та температуру  $T$  досить знати наближено. Можна прийняти  $P = 986$  мбар (740 мм.рт.ст.);  $T = 288^\circ\text{K}$  ( $t = 15^\circ\text{C}$ ). Тоді

$$\delta_n = 0,23 \cdot 10^{-2} \cdot S \text{ (м)}. \quad (\text{IV.2.41})$$

При цьому (див. формулу (IV.2.35)).

$$f_{(w)} = k_3 - r_n. \quad (\text{IV.2.42})$$

Перетворимо формулу (IV.2.42).

Оскільки  $\frac{r_n}{S} = \frac{\delta_n''}{\rho''}$ , то:

$$r_n = \frac{\delta_n'' \cdot S}{\rho''}. \quad (\text{IV.2.43})$$

Враховуючи (IV.2.41), запишемо:

$$r_n = \frac{0,23 \cdot 10^{-2} \cdot S^2}{\rho^n}. \quad (\text{IV.2.44})$$

Тому формулі (IV.2.42) можна надати вигляду:

$$f_{(m)} = \frac{1}{2} \frac{S^2}{R_3} - 0,23 \cdot 10^{-2} \frac{S^2}{\rho^n}. \quad (\text{IV.2.45})$$

Підставивши в формулу (IV.2.45) числове значення радіуса Землі  $R_3$  та число секунд в радіані отримаємо:

$$f_{(m)} = (0,78 \cdot 10^{-7} - 0,11 \cdot 10^{-7}) \cdot S^2. \quad (\text{IV.2.46})$$

Або, маємо:

$$f_{(m)} = 0,6749 \cdot 10^{-7} \cdot S^2_{(m)}. \quad (\text{IV.2.47})$$

Отримаємо (для контролю) формулу (IV.2.41) іншим шляхом: із залежності між кутом рефракції  $\delta$  та коефіцієнтом рефракції  $k$  [27].

$$k = \frac{2\delta^n R_3}{\rho^n S}. \quad (\text{IV.2.48})$$

Беручи до уваги, що  $k_n = 0,14$ , знайдемо кутову нормальну рефракції  $\delta_n^n$  з формули (IV.2.48):

$$\delta_n^n = \frac{0,14 \cdot \rho^n \cdot S}{2R_3}. \quad (\text{IV.2.49})$$

Підставляючи числове значення  $\rho^n$  та  $R_3$ , маємо:

$$\delta_n^n = 0,227 \cdot 10^{-2} \cdot S_{(m)}. \quad (\text{IV.2.50})$$

Формули (IV.2.50) та (IV.2.41) фактично не відрізняються. Таким чином, питання врахування нормальної рефракції можна вважати розв'язаним.

Точність визначення  $f_{(m)}$  за формулою (IV.2.47) достатня. Навіть для  $S = 10$  км похибка в  $f_n$  не перевищує 1-2 мм.

Вдень, між ранковими й вечірніми періодами нормальної стратифікації повітря, установлюється термічна турбулентність атмосфери, значні коливання зображень візирної цілі та аномальна рефракція, які визначаються за формулами:

$$\delta_{an} = 8,132 \frac{P}{T^2} S \gamma_{an,ек.сер}, \quad (\text{IV.2.51})$$

$$\gamma_{an,ек.сер} = \frac{2}{S^2} \int_0^S \gamma_{an_i} l dl. \quad (\text{IV.2.52})$$

У формулах (IV.2.51) та (IV.2.52) найскладніше знайти аномальний еквівалентний середній градієнт температури  $\gamma_{an,ек.сер}$ . Для цього, як видно з (IV.2.52), потрібно знати  $\gamma_{an_i}$  в багатьох нескінченно малих відрізках  $dl$ , в точках віддалених від візирної цілі на  $l_i$  (тобто, в точках інтегрування). Про

цей бар'єр вище була мова. Бар'єр вдалося подолати. Відомості зі всієї траси  $S$  про градієнт  $\gamma_{ан.ек.сеп}$  несуть видимі коливання зображень візирної цілі, або, як зараз говорять, діє термічна турбулентність атмосфери.

В наш час доведена теорема [15]: *максимальна амплітуда коливань зображень візирної цілі за час 1-2 секунди дорівнює середній аномальній рефракції за той самий проміжок часу.*

Таким чином, якщо виміряти розмах максимальних коливань зображень (частота цих коливань 1-0,5 Гц), наводячи трубу на максимально верхнє та нижнє розташування візирної цілі, що коливається, і супроводжувати наведення труби двома відліками шкали мікрометра, то різниця цих відліків дає розмах (подвійну амплітуду) коливань  $\sigma''$ . Тоді

$$\delta_{ан.сеп}'' = \frac{\sigma_{max}''}{2}. \quad (IV.2.53)$$

Якщо кутова рефракція  $\delta_{ан.сеп}''$  відома, поправка в перевищення за аномальну рефракцію знаходиться за формулою:

$$r_{ан} = +0,4848 \cdot 10^{-5} \delta_{ан.сеп}'' \cdot S. \quad (IV.2.54)$$

Формула (IV.2.54) отримана на основі формули (IV.2.43) в якій замінені нормальна рефракція  $\delta_n''$  на аномальну  $\delta_{ан}''$  та прийнято до уваги число значення  $\rho''$ .

Поправка  $r_{ан}$  вдень, під час термічної турбулентності (коли вимірюється кут  $\nu$ ) завжди із плюсом. Зауважимо, що знаки поправок за рефракцію вказані для випадку, коли вимірюються кути нахилу  $\nu$ . Для випадку вимірювання зенітних кутів поправки будуть із протилежними знаками. Дійсно, як видно з рис. IV.2.9, коли  $\nu_B > \nu_T$  – поправка в кут нахилу буде з мінусом. Але  $Z_B < Z_T$ , тому поправка за зенітний кут буде з плюсом (кривина кривої повернута випуклістю вверх). Під час аномальної рефракції (нестійка стратифікація, день), кривина повернута випуклістю вниз. Тоді, навпаки,  $\nu_B < \nu_T$ , а  $Z_B > Z_T$ . Змінюються й знаки поправок.

Аномальна рефракція під час нестійкої стратифікації й довжині лінії вивування  $S = 1000$  м може досягти величини (якщо  $\gamma_{ан.ек.сеп} = 1$  град/м)  $\delta_{ан} = 97''$ .  $r_{ан}$  складатиме 0,47 м. Навіть для  $\gamma_{ан.ек.сеп} = 0,5$  град/м  $r_{ан} = 0,24$  м. Для перерізу рельєфу 0,25 м, 0,5 м з такими поправками не можна не рахуватися. Зауважимо, що коли  $S = 1000$  м поправка за нормальну рефракцію складатиме тільки  $r_{ан} = -0,011$  м  $\approx -11$  мм. Вкажемо, що існує простіший метод врахування аномальної рефракції під час коливання зображень візирної цілі. Можна відмовитися від вимірювання розмаху коливань. Достатньо наводити зорову трубу не на середнє розташування візирної цілі, що коливається, а на її максимально верхнє положення за 1-2 сек і брати відліки (якщо труба має обернене зображення – на максимально нижнє розташування цієї ж цілі протягом 1-2 сек). У цьому випадку зенітні

кути будуть вільні від аномальної рефракції. Достатньо ввести поправку  $f_{(m)}$  за формулою (IV.2.47).

Залишається зауважити, що протягом нічного періоду доби, а також в години після сходу Сонця й години до його заходу, як правило, діє інверсія температури, росте температура з висотою. У ці періоди, під час відсутності вітру, коливання зображень також відсутні. Під час вітру (динамічна турбулентність) діють коливання зображень, але вони зовсім інші, ніж під час термічної турбулентності: коливання "ліниві", поривчасті, з малими частотами. Досвідчений спостерігач легко відрізняє ці коливання від термічних.

Під час інверсії існує значна додатня аномальна рефракція, яка складається (додається) з нормальною рефракцією (кривина світлової кривої повернута випуклістю вверх). Для інверсійного періоду поки що не створені кардинальні методи врахування рефракції. Для визначення рефракції в нічні години необхідно виконувати, наприклад, градієнтні вимірювання температури. Тому ми не рекомендуємо виконувати тригонометричне нівелювання під час температурних інверсій. Для цього достатньо використовувати денний період доби.

Зауважимо, що з появою приладів зарядного зв'язку (ПЗЗ), які вбудовані в деякі електронні теодоліти, тахеометри, нівеліри, створені методи автоматизованого врахування вертикальної рефракції [16]. Детальніше про це описано в розділі V.

## IV.3. Комбіноване топографічне знімання

### IV.3.1. Виконання аерофотознімання

Аерофотознімання вважається одним із головних методів складання та оновлення великомасштабних планів та карт. Хоча в наш час спостерігається ріст зацікавленості до космічних знімків високої роздільної здатності, проте, ще недавно, не було сумніву відносно того, що в найближчі роки аерофотознімання залишиться головним методом великомасштабного картографування. Сьогодні можна стверджувати, що більш перспективним є *цифрове аерофотознімання*. Стосовно космічного фотознімання, згідно оцінок американських спеціалістів, станом на 2002 рік, частка космічних даних складала 6%, аерофотознімання – 94%.

Найперша, серійна аерофотознімальна камера С2 вироблялась з 1925 року швейцарською фірмою Wild (тепер це фірма Leica).

Аерофотознімання (АФЗ) – це фотографування земної поверхні з літального апарату (літака, гелікоптера, повітряної кулі, тощо). Якщо АФЗ виконують для отримання топографічних матеріалів, тоді його називають *топографічним аерофотозніманням*. В інших випадках його називають спеціальним АФЗ.

Лінію, що є траєкторією польоту літака під час фотографування називають *маршрутом*. Якщо ця лінія пряма, тоді маємо прямолінійний маршрут; існують також криволінійні та ломані маршрути. Якщо фотографування виконувалося в межах одного маршруту, тоді це одномаршрутне АФЗ. Якщо фотографують певну територію з кількох паралельних маршрутів, тоді маємо багатомаршрутне АФЗ. У залежності від кута нахилу аерофотокамери  $\alpha$  під час знімання розрізняють такі аерознімання:

- горизонтальні (кут нахилу  $\alpha = 0$ );
- планові (кут нахилу  $\alpha$  не перевищує  $\pm 3^\circ$ );
- перспективні (кут нахилу  $|\alpha| > 3^\circ$ ).

Масштаб знімання залежить від висоти літального апарату над землею поверхнею  $H$  та фокусної віддалі аерофотокамери  $f_k$  (рис. IV.3.1).

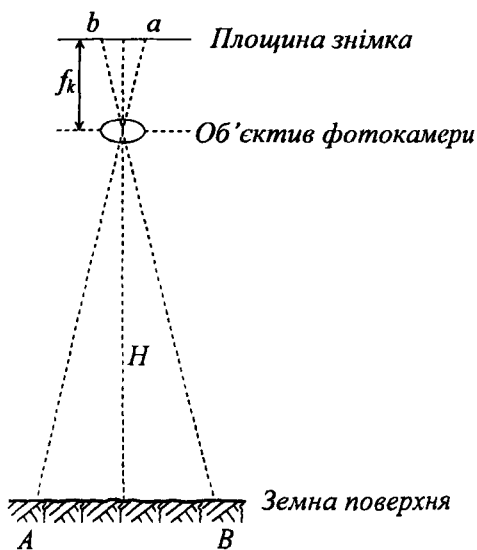


Рис. IV.3.1. До визначення масштабу знімання.

$$\frac{av}{AB} = \frac{f_k}{H} = \frac{f_k}{\frac{H}{M}} = \frac{1}{M} \quad (IV.3.1)$$

У залежності від масштабу аерознімків розрізняють:

- дрібномасштабне АФЗ, масштаб знімків 1:50000 і дрібніший;
- середньомасштабне АФЗ, масштаб знімків знаходиться в межах від 1:50000 до 1:10000;
- великомасштабне АФЗ, масштаб більший від 1:10000.

Аерофотознімання виконують із використанням фотоплівок: чорнобілої, спектральної або кольорової. У наш час для топографічних цілей найчастіше застосовують кольорову плівку, тому-що такі знімки значно інформативніші.

Для виконання АФЗ потрібна аерофотокамера та інша спеціальна апаратура, яка забезпечує всі вимоги до АФЗ.

Аерофотокамера, розріз якої показано на рис. IV.3.2 – це складний автоматичний прилад з дистанційним керуванням. Камера має металевий корпус 1, у який вмонтовано оптичну систему 2, касету 3 для фотоплівки.

Момент фотографування (відкривання затвору) визначається поданим імпульсом від керуючого блоку, так званого командного приладу. У цей час відбувається автоматичне вирівнювання аерофотоплівки в площину з використанням механічної плити або пневматичним способом (вакуум або надув повітря). Затвор (відкривач) пропускає світловий потік від земної поверхні до плівки, тобто, відбувається експонування фотоматеріалу. Автоматично відбувається перемотування фотоплівки. Час відкриття затвору (витримка) дуже короткий 1/70, 1/100, 1/500 або 1/1000 секунди в залежності від чутливості фотоматеріалів. Важливими параметрами фотокамер є кут поля зору та фокусна віддаль  $f_k$ .

Камери поділяють на:

- вузькокутні, довгофокусні (10-20°,  $f = 610-950$  мм);
- нормальнокутні, середньофокусні (50-70°,  $f = 210-300$  мм);
- надширококутні, короткофокусні (110-130°,  $f = 88$  мм і менше).

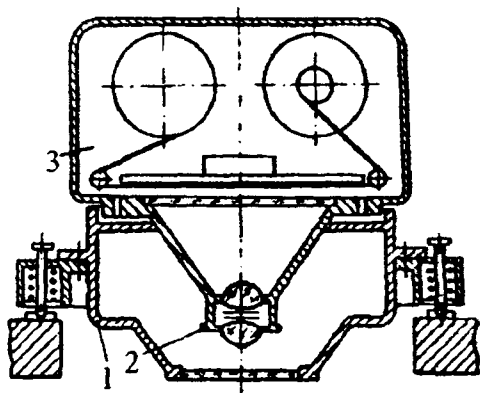


Рис. IV.3.2. Будова аерофотокамери.



Чому аерофотокамера та інша спеціальна апаратура працює автоматично? Політ літака відбувається дуже швидко і людина не завжди встигає вносити відповідні корективи як у траєкторію польоту, так і в роботу камер. Сучасний стан розвитку електроніки, радіотехніки дозволяє повністю автоматизувати процес АФЗ. Фірма Leica, яка створила першу аерокамеру, створила аерофотознімальну систему ASCOT (Aerial Survey Control Tool – дослівно “засіб для контролю за аерофотозніманням”). Ця система складається з декількох складових частин:

- аерокамера RC-30;
- змінні об'єктиви з  $f = 153$  мм та  $f = 303$  мм;
- гіростабілізуюча платформа PAV-30;
- система керування й контролю знімання (власне ASCOT з антеною GPS на літаку);
- наземна опорна станція GPS;
- програмне забезпечення пост-опрацювання.

Камера RC-30, одна з найкращих у світі, має прямий інтерфейс із бортовою навігаційною системою. Діапазон поздовжнього перекриття регулюється від 1% до 99% із кроком 1%. У процесі знімання в негатив можна вдрукувати до 200 символів (наприклад, масштаб, координати центра проєкції кадру, дату, час, поточний номер експозиції, тип плівки, тощо). Змінні об'єктиви для камери RC-30 виготовляються зі швейцарською точністю, яка притаманна всій оптиці фірми Leica. Достатньо сказати, що якщо в 1961 р. дисторсія об'єктива з  $f = 15$  см складала 12 мкм, то сьогодні 2 мкм. У цих об'єктивах досягнута роздільна здатність 110-115 ліній на мм. Крім того, об'єктиви комплектуються світлофільтрами для підвищення контрасту зображення та для виконання спеціальних видів знімання.

Одним із найважливіших елементів є гіростабілізуюча платформа PAV-30, призначена для компенсації кутових коливань носія фотокамери. Сама платформа – складна прецизійна система з гіроскопами, із серводвигунами, датчиками рівня, компенсаторами руху й електронікою. Завдяки платформі кути зносу не перевищують  $0,3^\circ$ , а максимальне відхилення осі фотографування від надира менше  $0,2^\circ$  (маса платформи 34 кг).

На рис. IV.3.3 показано зовнішній вигляд маршруту з використанням гіроплатформи та без неї.

Система ASCOT – засіб для контролю за аерофотозніманням, що дозволяє виконувати АФЗ відповідно з проектом, витримувати навігаційні параметри АФЗ а також фіксувати координати центра аерофотознімка в момент відкриття затвора. Технічні засоби системи показані на рис. IV.3.4. На рис. IV.3.5 показана дія системи разом з GPS.

Саме методом GPS визначаються просторові координати центру проєкції в момент фотографування.

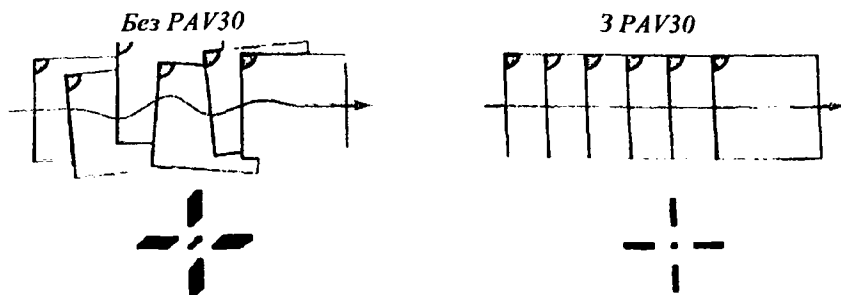


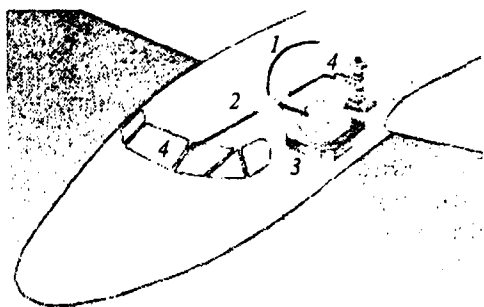
Рис. IV.3.3. Зовнішній вигляд маршруту знімання з використанням гіроплатформи.

До топографічного фото-знімання ставлять певні вимоги стосовно параметрів польоту, які виконує ASCOT, а саме:

- пряmolінійність маршруту;
- горизонтальність траєкторії;
- витримування поздовжнього перекриття: між знімками одного маршруту (найчастіше 60%);
- витримування поперечного перекриття між сусідніми маршрутами (здебільшого 20-40%).

Аерофотокамера, а отже і знімок повинні бути правильно зорієнтовані відносно траєкторії польоту, тобто кут скосу  $K$  (рис.

IV.3.6) не повинен перевищувати  $3^\circ$ , інакше під час накладання знімків виникне так звана "ялінка", що зробить подальше фотограмметричне опрацювання ускладненим і неефективним. Значну частину цих вимог задовольняє гіроплатформа. Для великомасштабного картографування рекомендується в гірській місцевості або на території, забудованій високими будівлями, використовувати камери з  $f_K = 200, 350$  або  $500$  мм. Під час картографування рівнинних територій використовують короткофокусні камери з  $f_K = 70, 100, 140, 150$  мм.



- 1 – GPS-антена;
- 2 – Керуючий комп'ютер
- 3 – Камера Leica RC30 на гіростабілізуючій платформі Leica PAV30
- 4 – Навігаційний пристрій;
- 5 – Дисплей пілота;
- 6 – GPS-приймач.

Рис. IV.3.4. Технічні засоби системи ASCOT.

знімання (звичай, масштаб знімання в 6-10 разів мілкіший, ніж масштаб плану чи карти, складання яких проектується), вираховують за формулою (IV.3.1), висоту фотографування  $H$  над середньою висотою ділянки знімання. Середню висоту на території, що підлягає аерофотозніманню, прийнято позначити  $A_{abc}$ . Знаючи  $H$  та  $A_{abc}$ , знайдемо висоту польоту над рівнем моря  $H_{abc}$ :

$$H_{abc} = H + A_{abc}$$

Оскільки наперед задаються поздовжнім та поперечним перекриттям знімків, тоді можна розрахувати базис фотографування (віддалі між суміжними точками відкриття затвору)

$$B_x = \frac{100 - P_x}{100} \cdot l_x, \quad (IV.3.3)$$

та віддалі між суміжними аерофотознімальними маршрутами

$$B_y = \frac{100 - P_y}{100} \cdot l_y. \quad (IV.3.4)$$

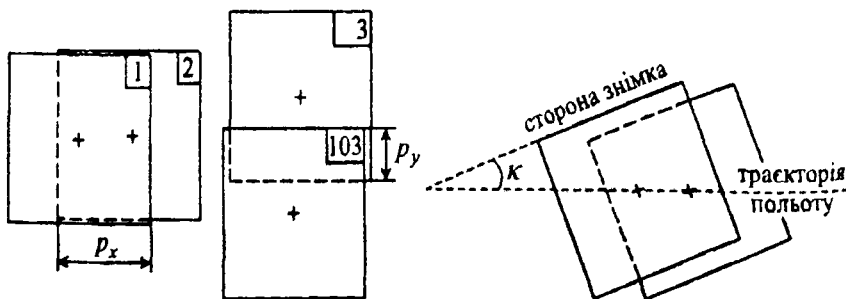


Рис. IV.3.6. Поздовжнє, поперечне перекриття знімків та геометрія "ялинки". (1, 2 – знімки одного маршруту, 3, 103 – знімки двох сусідніх маршрутів,  $\kappa$  – кут "ялинки").

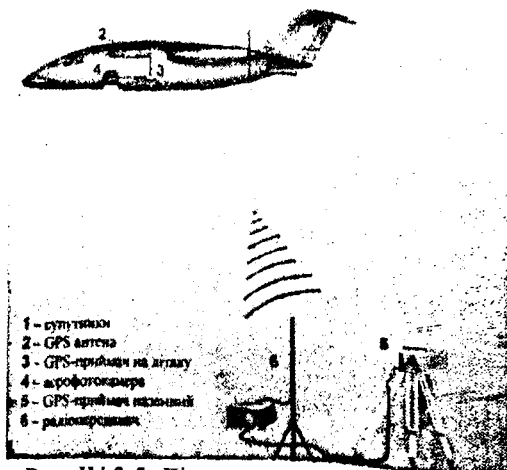


Рис. IV.3.5. Дія системи ASCOT разом з GPS.

Тут  $l_x, l_y$  – розмір кадру, тобто знімка; зазвичай  $l_x = l_y$ . Розміри, найчастіше бувають  $18 \times 18$  см,  $30 \times 30$  см.

Кількість знімків у маршруті  $n$  визначається його довжиною  $d_x$  та базисом  $B_x$ :

$$n = \frac{d_x}{B_x} + 1, \quad (\text{IV.3.5})$$

а кількість маршрутів – розміром ділянки в поперечному до маршрутів напрямку  $d_y$  та віддаллю між маршрутами  $B_y$ :

$$K = \frac{d_y}{B_y} + 1. \quad (\text{IV.3.6})$$

Загальна кількість знімків:

$$N = n \cdot K. \quad (\text{IV.3.7})$$

Звідси можна знайти потребу в аероплівці для АФЗ даної території.

Обчислюють також інтервал фотографування  $\tau$  – час прольоту літака від моменту виконання попереднього знімка до моменту виконання наступного знімка:

$$\tau = \frac{B_x}{v}. \quad (\text{IV.3.8})$$

$v$  – швидкість літака.

Знімання можна виконувати тільки в ясну безхмарну погоду, або коли хмари знаходяться вище висоти  $H$  – висоти літака над середньою висотою даної території.

Якщо під час АФЗ не використовуються GPS-приймачі, тоді пілотування літака та подальше опрацювання матеріалів знімання для складання планів та карт ускладнюється.

Під час знімання забудованих територій (для двох і більше поверхових будинків), для яких основою топографічного плану буде фотоплан, фотографування місцевості необхідно виконувати двічі:

- довгофокусними АФА для виготовлення фотопланів;
- короткофокусними або нормальними камерами для рисування рельєфу;

Знімання довгофокусними камерами виконується в мілкішому масштабі, ніж короткофокусними.

Аерофотознімання рівнинних, незабудованих територій із переважно одноповерховою забудовою можна виконувати в одному масштабі – короткофокусними АФА для виготовлення фотопланів та рисування рельєфу. Детально про вибір масштабів АФЗ описано в інструкції по топозніманню [5].

Напрямки маршрутів під час фотографування повинні бути за напрямком “захід-схід”, хоча допускається й інше орієнтування маршрутів. Знімання міст та заселених районів потрібно виконувати раною весною, після сходу снігу та до того, як розпуститься листя. Такі території реко-

мендується фотографувати на кольорову плівку, а території з різноманітною рослинністю та надмірною вологістю рекомендується фотографувати на спектрозональну аероплівку.

#### IV.3.2. Складання накідного монтажу. Оцінка якості аерофотознімання

Експоновану фотоплівку проявляють, закріплюють і роблять розрізи негативної плівки на окремі знімки. Нумерація знімків виконується в процесі аерофотознімання. Далі виконується контактне друкування, тобто, виготовляються позитивні аерознімки без зміни масштабу (фотопапір та негативні знімки контактують). Позитивні знімки називають *контактними відбитками*. Потім на великих столах (стелажах) контактні відбитки укладають помаршрутно так, щоб точно перекривались ідентичні контури місцевості, що зобразилися на знімках. Оскільки, поздовжнє перекриття більше 60% від  $l_x$  – розміру знімка вздовж маршруту, то частина однієї й тієї ж території зображена на трьох суміжних знімках. Укладені знімки прикріплюють найчастіше спеціальними важелями або канцелярськими кнопками. Уклавши перший маршрут, приступають до укладання наступного маршруту, щоб ідентичні контури місцевості, що зобразилися на знімках перекривалися. Нагадаємо, що поперечне перекриття знімків наближено 30%. Так на стелажах укладають усі знімки на територію, що була покрита аерофотозніманням. Складені та скріплені таким чином знімки називаються *накидним монтажем*. Накідний монтаж фотографують і отримують репродукцію накідного монтажу у декілька разів мілкішому масштабі. Репродукцію монтажу, закріплену на фанері або товстому папері (картоні), часто використовують для знаходження потрібних під час роботи номерів знімків (номери знімків видно на репродукції її накідного монтажу).

Головна мета складання накідного монтажу – оцінка якості виконаного аерофотознімання. Для цього на кожному знімку знаходять центральні точки знімків. Потім визначають прямолінійність маршруту. Для цього центральні точки першого й останнього знімків з'єднують прямою лінією. За умови абсолютної прямолінійності маршруту – центральні точки всіх інших знімків повинні знаходитися на цій прямій. За допомогою міліметрової лінійки вимірюють віддалі між цією лінією й центральними точками на знімках. За цими віддальми судять про непрямолінійність маршруту. Далі визначають витриманість поздовжнього перекриття: порівнюють фактичні значення перекриття  $\Delta l_x$  з розміром  $l_x$ :

$$P_x, \% = \frac{\Delta l_x \cdot 100}{l_x} \quad (\text{IV.3.9})$$

Аналогічно визначають витриманість поперечного перекриття:

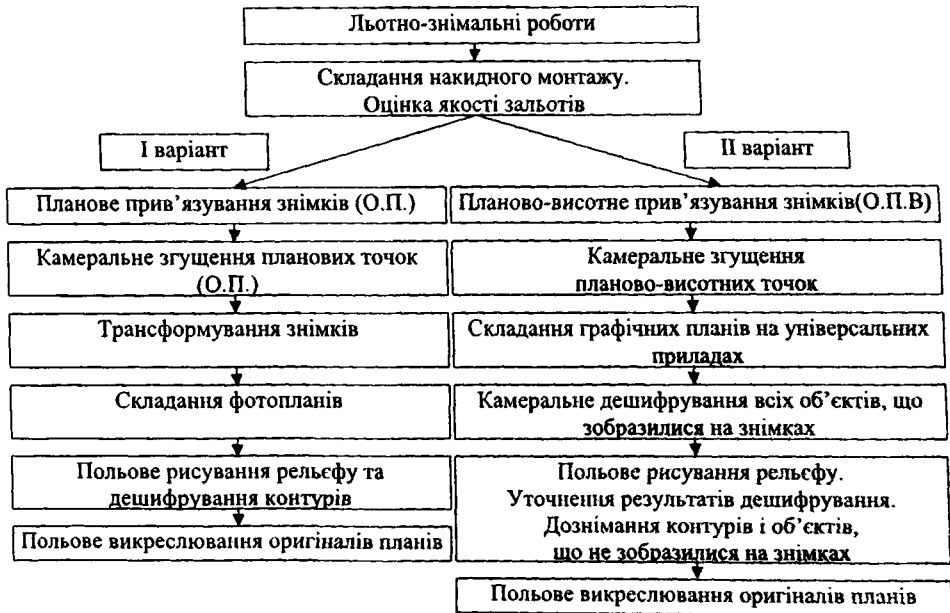
$$P_{y_i} \% = \frac{\Delta l_{y_i} \cdot 100}{l_{y_i}} \quad (IV.3.10)$$

Відхилення  $P_{x_i}$ ,  $P_{y_i}$  від заданого перекриття, наприклад, відповідно від 60% та 30%, також вказує на якість знімання. Якщо є поздовжні перекриття 50% або менше, такі місця називають "фотограмметричними дірками". Подальше опрацювання таких знімків викликає цілий ряд ускладнень. Крім уже згаданих параметрів оцінюють фотографічну якість знімків. Перевіряють правильність вибраної витримки, відсутність на знімках "плям" від тіні хмар, які інколи виникають, якщо знімання виконувалося під час похмурої погоди та хмари виявляються нижче висоти літака, з якого виконується знімання. Якість оцінюється за чотирибальною системою: "відмінно", "добре", "посередньо", "брак". Зрозуміло, що у випадку "брак", необхідно виконувати повторне знімання.

### IV.3.3. Технологічна схема комбінованого методу знімання

У наш час комбінований метод, зазвичай, застосовується тільки в рівнинних, закритих районах під час знімання в масштабах 1:5000 і 1:2000 із перерізом рельєфу 1 м та 0,5 м, та в масштабах 1:1000-1:500 на об'єктах із суцільною багатоповерховою забудовою, для малих перерізів рельєфу. Взагалі комбінований метод усе частіше витісняється стереометодом.

#### Технологічна схема комбінованого методу знімання



Застосовані скорочені позначення: О.П. – опознак плановий; О.П.В. – опознак планово-висотний.

Комбінований метод, у відповідності із діючою інструкцією [5], можна використовувати у двох варіантах: I – варіант та II – варіант. Головна відмінність варіантів: у варіанті I – складається фотоплан, у варіанті II – складається графічний план. У подальшому тексті буде розглянута суть процесів складання фотопланів та графічних планів. Відмітимо, поки що, рекомендації про застосування варіантів:

- 1) під час знімання в масштабі 1:5000 застосовують перший варіант для будь-якого характеру забудови;
- 2) під час знімання в масштабі 1:2000 перший варіант застосовують тільки для розрідженої та малоповерхової забудови;
- 3) на територіях із густою, багатоповерховою забудовою в масштабі 1:2000 знімання виконується із застосуванням II варіанту;
- 4) під час знімання в масштабах 1:1000 і 1:500 II варіант застосовується на територіях як з малоповерховою, так і багатоповерховою забудовами;
- 5) комбінований метод (II варіант) застосовується також під час знімання в масштабах 1:5000, 1:2000 на територіях, покритих суцільною високою рослинністю (ліси, парки, чагарники, очерет).

Рисування рельєфу у відповідності до інструкції може виконуватися мензульним або тахеометричним зніманням. Знімання рельєфу тахеометричним зніманням може виконуватися не на фотопланах, а на окремих знімках.

#### IV.3.4. Прив'язування зніmkів

Окремі аерофотознімки не є ділянками планів, тому що мають спотворення: на одному й тому ж знімку масштаб у різних його частинах різний, не однаковий.

Як відомо, цього на планах не повинно бути.

Назвемо причини спотворення зніmkів:

1. Невертикальність оптичної осі фотокамери в момент експозиції (в момент відкриття затвора). Це видно з рис. IV.3.7, на якому точка  $n$  – точка надиру.

На горизонтальному знімку маємо відрізки  $na$  та  $nb$ . На нахиленому знімку відповідно маємо відрізки  $na'$  та  $nb'$ . При цьому  $nb' < nb$ , а  $na' > na$ .

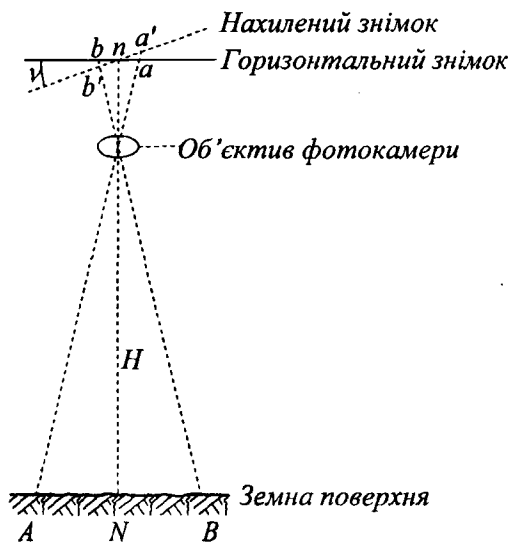


Рис. IV.3.7. Спотворення нахилоного знімка.

Отже, на нахиленому знімку маємо різні масштаби в різних його частинах.

2. Різні висоти літака в моменти експозиції. Ця причина приводить до різних масштабів на межуючих знімках. Висота в маршруті коливається в межах 20-30 м і більше.
3. Рельєф місцевості. На рис. IV.3.8 показано, як рельєф спотворює масштаб знімка.

$A$  та  $B$  – точки на місцевості;  $H-H$  – середня площина;  $A'$ ,  $B'$  – проєкції точок місцевості на середню площину.

Точки  $A$  та  $B$  зобразяться на знімку в точках  $a$ ,  $b$ . Правильне їх положення під час відсутності рельєфу було б у точках  $a'$ ,  $b'$ . Таким чином, похибки через рельєф  $a a'$  і  $b b'$ . Як видно з рисунка, якщо точка знаходиться вище середньої площини, то її зображення віддаляється від

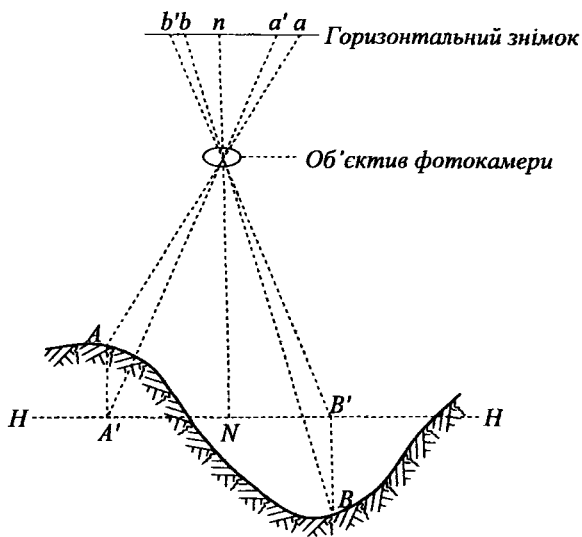


Рис. IV.3.8. Спотворення знімка рельєфом місцевості.

центральної точки  $n$ ; а якщо нижче середньої площини – наближується до центральної точки  $n$ . Саме для виключення спотворень на аерознімках виконують прив'язування знімків. Під прив'язуванням знімків розуміють визначення координат  $X$ ,  $Y$ ,  $H$  деяких точок знімка, розпізнаних на місцевості та на знімку. Такими точками служать чітко виражені на знімку контурні точки, такі як перехрестя доріг, кути, близькі до прямих на межах угідь, основи стовпів, тощо. Ці точки достатньо точно розпізнаються як на знімку, так і на місцевості. На малоконтурних територіях виконують штучне маркування точок та знаходять координати саме цих, маркованих точок. Такі точки скорочено називають “опознаками” – розпізнавальними знаками. Визначають координати точок, тобто виконують прив'язування знімків як польовими, так і камеральними методами.

Густина опознаків залежить від масштабу плану, що складається, перерізу рельєфу, масштабу аерознімків, способів прив'язування опознаків. Розрізняють суцільне та розріджене прив'язування. Щоб можна було виключити спотворення знімків, на знімку повинно бути не менше 4-х точок із відомими координатами (три – необхідних і хоча б одна контрольна).



Складаються проекти прив'язування знімків. На ділянках знімання, довжиною 160-200 см у масштабі плану, що створюється, опознаки розташовуються так, як показано на рис. IV.3.9.

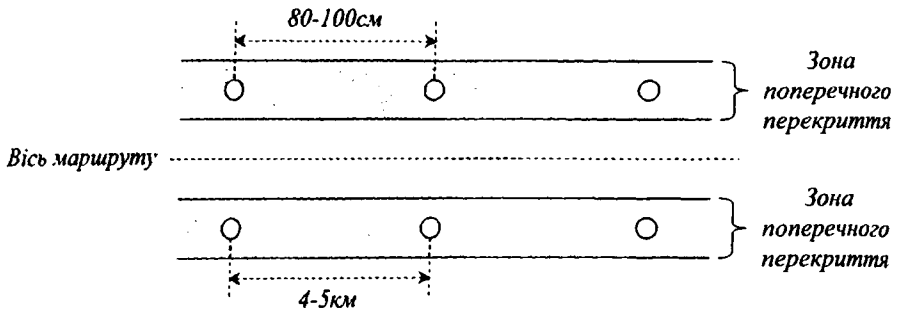


Рис. IV.3.9. Схема положення планових опознаків (О.П.) на маршрутах знімання.

На ділянках меншої довжини кожна секція забезпечується на кінцях парами точок по різні сторони від осі маршруту. Опознаки можуть розташовуватись по кутах трапеції плану, що створюється. Початок і кінець кожного маршруту мають бути забезпечені двома плановими опознаками, один із них має знаходитись за межею ділянки знімання. Межі знімання, що співпадають із напрямком маршрутів, забезпечують додатково плановими точками через 40-50 см, якщо кількість маршрутів більше трьох. Для знімання в масштабі 1:5000 із перерізом рельєфу 2 м і більше та для масштабів аерознімання 1:7000 опознаки розташовуються через 4-5 базисів фотографування. За необхідністю виконується маркування, про що вже була мова.

Проекти прив'язування знімків складаються на картах, що є на дану територію. Запроектовані точки - опознаки наколюються голкою вимірника і позначаються кружками на контактних відбитках, які будуть використовуватися для розпізнавання місцевості. В обов'язковому порядку розпізнаються пункти геодезичної основи, що зобразилися на знімках. На місцевості опознаки закріплюються постійними знаками. Найбільш розповсюдженими є дерев'яні стовпи довжиною 115 см діаметром не менше 15 см із перекладиною в нижній частині. В яму глибиною 100 см закладається бетонний моноліт, що є чотиригранною зрізаною призмою висотою 20 см, нижньою основою 20x20 см, верхньою 15x15 см. На верхній грані моноліту цементується центр (зазвичай, головка цвяха). Стовп ставиться на моноліт, засипається землею й виконується зовнішнє оформлення у вигляді кола радіусом 1 м насипається земля навколо верхнього зрізу стовпа. Стовп виступає над поверхнею землі на 10-15 см. Вихідними пунктами для прив'язування знімків використовуються пункти триангуляції, полігонометрії 1, 2, 3, 4 класів, нівелірні марки та репери I, II, III, IV класів.

Прив'язування виконується побудовами таких геодезичних мереж: триангуляції 1, 2 розрядів; висотно-теодолітні ходи; полігонометрія 4 кл 1, 2 розрядів, трилатерація 4 кл 1, 2 розрядів; прямі, зворотні, комбіновані засічки – дуже ефективні під час прив'язування знімків аналітичні мережі. Для висотного прив'язування використовують технічне та тригонометричне нівелювання.

#### *IV.3.5. Процеси польових робіт під час аеротопографічного знімання*

Перелічимо процеси польових робіт під час аерофототопографічних методів знімання: комбінованих та стереозніманнях.

1. Маркування розпізнавальних знаків (опознаків);
2. Виконання аерофотознімання (АФЗ) розглянуто в параграфі IV.3.1;
3. Планове підготування аерознімків (планове прив'язування);
4. Висотне прив'язування аерознімків (висотне прив'язування).

Висотне та планове прив'язування доцільно об'єднувати, тобто виконувати одночасно. Нагадаємо: якщо координати центра знімка визначаються методом GPS, то необхідність у польовому прив'язуванні знімків відпадає, оскільки відомі координати всіх центрів знімків; виконується тільки камеральне згущення точок.

5. Дешифрування контурів під час стереознімання;
6. Знімання рельєфу та дешифрування контурів під час комбінованого знімання;
7. Польове викреслювання оригіналів планів (можливе викреслювання в офісних, камеральних умовах).

Частина перелічених процесів польових робіт уже називалась в технологічній схемі комбінованого методу знімання.

#### *IV.3.6. Маркування розпізнавальних знаків*

Потреба в маркуванні розпізнавальних знаків виникає не тільки під час знімання малоконтурних територій, але й у забудованих територіях під час великомасштабного знімання, для яких підвищується точність ідентифікації точок на знімку та на місцевості. Діюча інструкція вимагає виконувати ідентифікацію з точністю 0,1 мм. Обов'язково маркуються точки геодезичної основи, якщо вони не зобразяться на знімках, люки підземних комунікацій, вхідні та вихідні орієнтири на осях маршрутів.

Якщо є стінні знаки, то біля них маркуються тимчасові знаки або близькі місцеві предмети. Для маркування використовують дешеві матеріали: пісок, крейду, вапно, марлеві тканини. Обов'язкова умова маркування – контраст між фоном і маркувальним знаком. Інколи створюють штучний фон. На забудованих територіях маркувальні знаки повинні мати форму хреста, що складається з 4-х променів із вільним простором у центрі (квадрата чи кола). Розміри маркованих знаків нижче подаються в масштабі

фотографування: довжина і ширина променя – 0,16 і 0,05 мм відповідно, сторона квадрата або діаметр кола – 0,1 мм.

Якщо хрест темного кольору, ширина променя збільшується в 1,5 рази. Знаки осей маршрутів – стрілки або прямокутники довжиною 0,6 мм, ширина – 0,1-0,15 мм. Якщо аерофотознімання виконується, наприклад, у масштабі 1:10000 (оскільки в 1 см – 100 м, в 1 мм – 10 м), то в 0,6 мм – 6 м. Тому довжина опознака-стрілки на місцевості 6 м, ширина 1 м – 1,5 м, товщина сторони квадрата – 50 см.

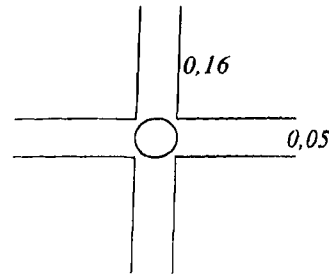


Рис. IV.3.10. Маркувальний знак у вигляді хреста.

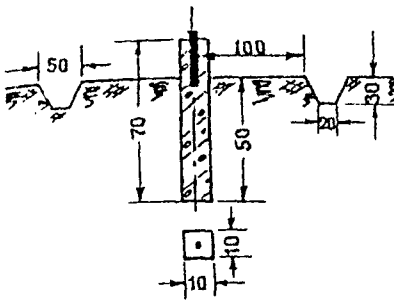
Маркування виконують перед зніманням, за можливістю з мінімальним розривом у часі. На кожному маркований знак заводять спеціальну картку, де вказана номенклатура трапеції, на якій марковано розпізнавальний знак. Марковані точки на знімках не наколюються, оскільки точка на знімку не розпізнана (фактично контуру немає). Проте на лицьовій стороні аерознімка креслять коло червоним кольором діаметром 10 мм з центром у маркованій точці. На звороті знімка олівцем обводять місце цієї точки кружком діаметром 3 мм, а праворуч роблять короткий запис, наприклад: марковано пункт триангуляції, № пункту, форма знаку “хрест”. Виконав (прізвище). Підпис. Дата.

### IV.3.7. Планове підготування аерознімків

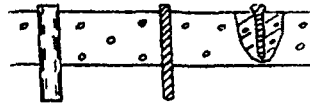
Загальні питання планового підготування аерознімків, тобто визначення координат розпізнавальних знаків, розглянуті в IV.3.4 – прив’язування знімків. Тут опишемо процес безпосереднього підготування великомасштабних аерознімків.

На знімках контурні точки, вибрані як розпізнавальні знаки, обводяться на лицьовій стороні знімка кружком, червоним кольором, діаметром 10 мм; точка чіткого контуру наколюється голкою вимірювача; на звороті олівцем обводять місце цієї точки кружком діаметром 3 мм та роблять короткий запис, як і під час маркування, наприклад, розпізнано знак полігонометрії (№ пункту). Розпізнавання виконав. Прізвище виконавця. Підпис. Дата. Далі на звороті подається зарис розпізнаного пункту (зарис під час маркування не роблять). Зарис має полегшити знаходження цієї точки іншим виконавцем, який, можливо, буде виконувати контрольне визначення координат цього ж опознаку.

Розпізнавальні знаки (опознаки) закріплюються на місцевості центрами тривалого збереження: дерев’яними стовпами (описаними в IV.3.4), бетонними паралелепіпедами, а в місцях з твердим покриттям – металевими трубами, штирями, залізничними костиллями. Такі типи центрів показані на рис. IV.3.11.



Бетонний паралелепіпед



Металева труба, штир, залізничний костиль, які забетоновані (забиті) в тверде покриття



Пень із забитим цвяхом, штирем

Рис. IV.3.11. Типи центрів знімальної основи тривалого збереження.

#### IV.3.8. Висотне підготування аерознімків

Висотне підготування аерознімків полягає у визначенні висот планових опорних точок (опознак планово-висотний О.П.В), або висот чітких контурів – висотні розпізнавальні знаки (опознак висотний О.В.), тобто точок, що зобразилися на знімках, але не були використані в якості планових опознаків О.П. Не важко зрозуміти, що доцільно виконувати сумісне визначення ( $X, Y, H$ ). Як уже зазначалось, може виконуватись повне (суцільне) або розріджене висотне підготування в залежності від масштабу знімання, перерізу, рельєфу, характеру ділянки знімання. Під час суцільного підготування знаки розташовуються в кутах кожної стереопари, у зонах поперечного та потрійного поздовжнього перекриття знімків, як показано на рис. IV.3.12.

Суцільне прив'язування знімків виконують для перерізу рельєфу 0,5 м і 1,0 м. Для перерізу рельєфу 2 м прокладається висотний хід по зовнішньому краю маршруту із забезпеченням кожної стереопари двома висотними знаками. Для перерізу 5 м висотні опознаки вибираються через 2-3 базили фотографування. Взагалі *стереопарою* називають два суміжних фотознімки, що мають частини зображення однієї й тієї ж території.

Як відзначалось, зазвичай, виконують поздовжнє перекриття аерознімків 60%. Проте, під час створення планів найбільших масштабів 1:1000, 1:500 аерофотознімання виконується з 80% поздовжнім перекриттям. Таким чином, кожний знімок має 60% потрійного перекриття, як це видно з наступного рисунка.

По суті на рис. IV.3.12 є дві стереопари:

- стереопара 1-го та 2-го знімків;
- стереопара 2-го та 3-го знімків.

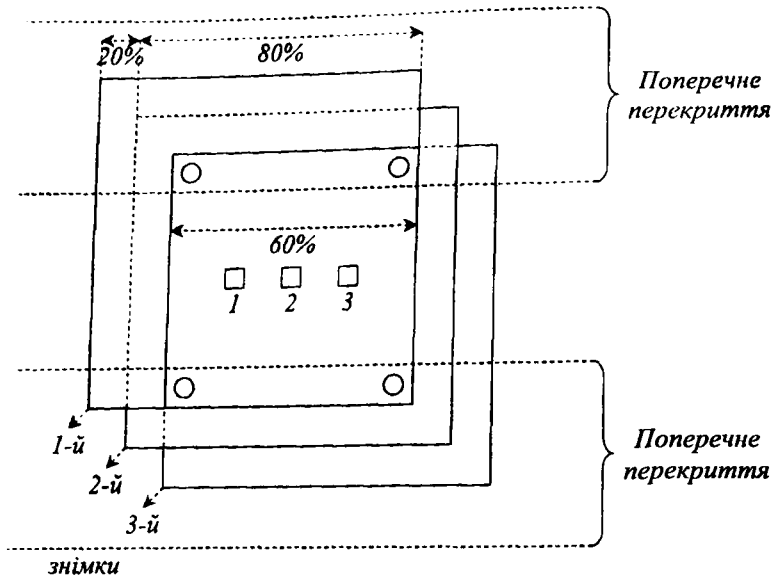


Рис. IV.3.12. Положення висотних опознаків на стереопарі під час поздовжнього перекриття 80% (потрійне перекриття 60%).

Отже, чотири висотні точки, показані на рисунку кружками, є точками висотного прив'язування двох стереопар. Під час розрідженого висотного прив'язування знаки розташовуються попарно по обидві сторони від осі маршруту, у зонах поперечного перекриття знімків, подібно до розміщення планових опознаків за стандартною схемою. Крім того, на кожні дві секції в зоні поперечного перекриття маршрутів на віддалі 3-4 базисів дається один знак.

Висотні опознаки не вибираються на крутих схилах. Якщо висотний опознак -- контур або маркована точка, тоді цю точку позначають наколом, а на звороті знімка точку наколу обводять кружком, підписують її номер, висоту. Положення висотних точок на місцевості можна визначати промірами довжин від трьох контурних точок. Такі висотні точки обводяться на звороті пунктирним кружком і складається схема промірів від контурних точок, вказуються довжини промірів.

Висотні точки закріплюють як тимчасові -- це, зазвичай, дерев'яні кілки, діаметром 5-8 см, забиті в ґрунт на 0,4-0,6 м на рівень із поверхнею землі, а поруч забивають сторожки. Виконується контроль, розпізнавання точок: для розрідженого прив'язування усіх точок; для повного -- 25% точок.

Висоти розпізнавальних знаків визначають для перерізів рельєфу  $h = 0,25$  м; 0,5 м; 1,0 м -- технічним нівелюванням і для перерізів  $h = 2$  м і більше -- тригонометричним нівелюванням.

Нагадаємо принципову відмінність між методами стереознімання та комбінованого знімання. Під час виконання стереознімання рельєф рисується в офісних умовах, наприклад, на універсальних приладах. Під час комбінованого методу знімання рельєф рисується в полі наземними геодезичними методами. Тому у випадку комбінованого методу висотне прив'язування може виконуватись в процесі знімання рельєфу в полі. Під час стереометоду без попереднього висотного підготування аерознімків про камеральне рисування рельєфу не може бути мови. Виняток складає випадок, коли виконується супроводження аерофотознімання GPS-технологіями.

Доцільно також нагадати, що великомасштабне картографування суцільно забудованих територій стереометодом вимагає виконувати фотографування місцевості двічі: довгофокусними АФК – для складання фотоплану; короткофокусними АФК – для рисування рельєфу.

Зрозуміло, що під час комбінованого методу друге знімання не потрібно виконувати, оскільки рельєф знімають наземними методами.

#### *IV.3.9. Камеральне згущення планових та висотних точок. Мета. Суть. Методи*

Метою створення методів камерального згущення планової та висотної основи аерознімання є зменшення об'ємів польових робіт на виконання яких витрачається значна частина кошторису, що виділяється на створення планів та карт.

Як уже зазначалося, на кожний знімок має бути не менше 3-х точок з відомими координатами, щоб виключити спотворення на знімках. Якщо всі точки визначити польовими методами, то зрозуміло, що це вимагає виконання великих об'ємів польових робіт. Тому завдання створення методів камерального прив'язування знімків – одне із найактуальніших у геодезії. У результаті створено ряд методів камерального згущення планових та висотних розпізнавальних знаків.

##### Планові методи

1. Графічна фототріангуляція.
2. Аналітична фототріангуляція.
3. Фотополігонометрія.

Фототріангуляція вимагає вимірювання за знімками горизонтальних кутів. До того ж, під час побудови графічної фототріангуляції горизонтальні кути не вимірюються, а будуються на прозорому папері (на кальці). Під час побудови аналітичної фототріангуляції горизонтальні кути вимірюють на спеціальних приладах – стереометрах. Точність камерального вимірювання кутів за знімками близько 1'.

Взагалі метод фототріангуляції ґрунтується на властивості фото-знімка, як центральної проєкції, що напрямки, проведені із центральної точки знімка на будь-які інші точки – не спотворюються. Завдяки саме такій властивості фотознімків, користуючись знімками, можна вимірювати кути. Якщо вершина кута вибрана на знімку не в центральній точці, а в будь-якій

іншій точці знімка, то напрямки, проведені із цієї (іншої) точки спотворюються й кути  $\beta_1$  будуть не такими, як на місцевості. Не спотворюються тільки напрямки, проведені із центральних точок знімка, та з точок, що розташовані близько біля центрів.

Покажемо, як можна знайти планове положення деякої точки методом фототріангуляції без польових робіт. Нехай, наприклад, відоме положення двох центральних точок суміжних знімків, що перекриваються (рис. IV.3.13), і на обох цих знімках є зображення деякої контурної точки  $A$ , яка є вершиною кута межі поля.

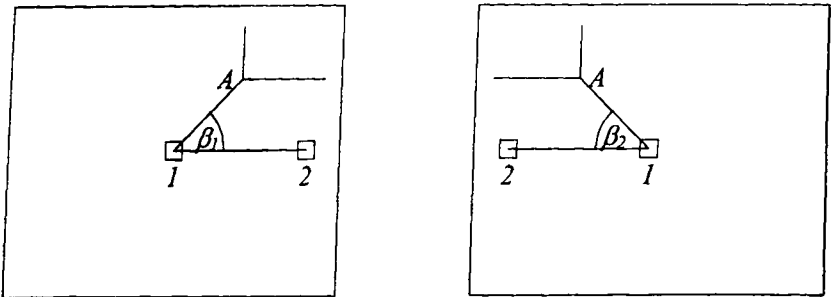


Рис. IV.3.13. Вимірювання або побудова на знімках кутів  $\beta_1$  та  $\beta_2$ .

Побудуємо на кальці або помірємо стереометром кути  $\beta_1$  та  $\beta_2$ . Оскільки відомі координати центральних точок 1 та 2  $X_1, Y_1; X_2, Y_2$  і ці точки нанесені на план, то положення точки  $A$  на плані знайдемо методом звичайної кутової засічки.

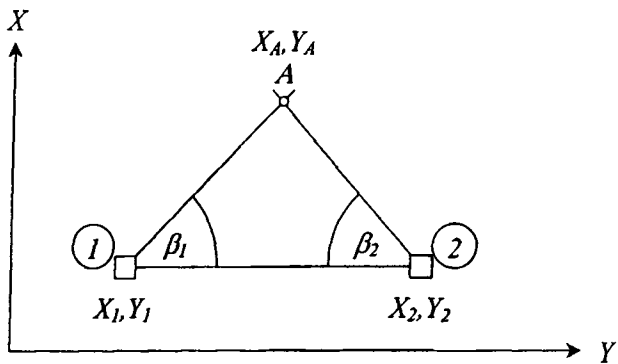


Рис. IV.3.14. Визначення положення точки  $A$  методом фототріангуляції.

Маючи положення точки  $A$  на плані, можемо графічно визначити координати  $X_A, Y_A$  точки  $A$ .

Аналогічно можна знайти положення цілої мережі точок, маючи на плані положення тільки двох точок, координати яких визначались методом польового прив'язування. Аналітична фототріангуляція точніша за графічну й до того ж, вона може врівноважуватися з урахуванням як випадкових, так і систематичних похибок.

Далі розглянемо суть фотополігонометрії, що ґрунтується на визначеннях базисів фотографування  $B_i$  та кутів між напрямками, що виходять із центральних точок на сусідні центральні точки знімків. При цьому висотомірами вимірюються висоти літака  $H_i$ .

Розглянемо рис. IV.3.15.

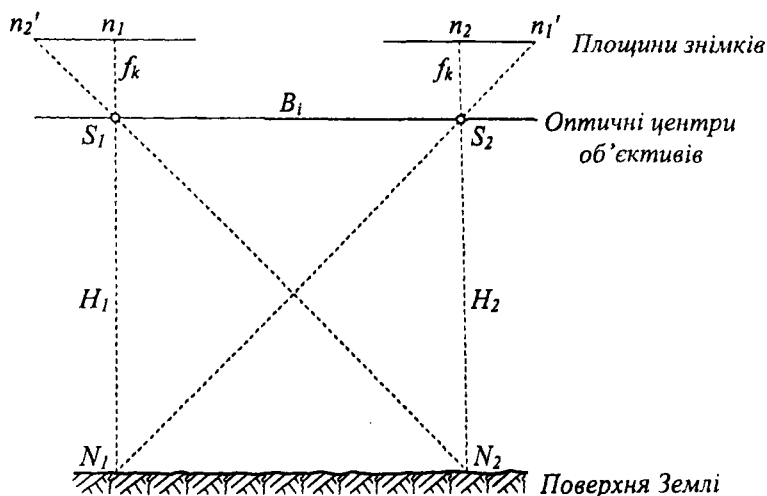


Рис. IV.3.15. До пояснення суті фотополігонометрії.

На цьому рисунку  $f_k$  – фокусна віддаль фотокамери,  $H_1$ ,  $H_2$  – висоти літака або іншого апарата,  $s_1$ ,  $s_2$  – базиси на знімках,  $S_1$ ,  $S_2$  – оптичні центри об'єктива,  $n_1$ ,  $n_2$  – точки надиру на знімках,  $B_i$  – шуканий базис фотографування. З подібності відповідних трикутників можемо записати:

$$\frac{s_1}{f} = \frac{B_i}{H_2}, \quad \frac{s_2}{f} = \frac{B_i}{H_1}. \quad (IV.3.11)$$

Звідси отримаємо  $B_i$  з контролем:

$$B_i = \frac{s_1 \cdot H_2}{f} = \frac{s_2 \cdot H_1}{f}. \quad (IV.3.12)$$

Аналогічно можна визначити всі базиси фотографування, які, фактично, є сторонами фотополігонометрії. Кути визначаються, як і у фототріангуляції. Якщо відомі координати кінцевих точок маршруту, визначених наземними геодезичними методами, тоді знайдемо координати центральних точок усіх знімків маршруту.

#### Висотні методи

Для згущення висот використовуються прилади, які дозволяють будувати стереомоделі місцевості, тобто, дозволяють бачити просторове зображення предметів. Проте, для побудови стереомоделі на кожну



стереопару знімків необхідно мати три точки з відомими координатами  $X, Y, Z$ . Дозволяють створювати стереомоделі такі прилади: стереопланіграфи, стереокомпаратори, мультиплекси. Згущення висотних точок відбувається на основі вимірювання різниці висот та визначення висот не на місцевості, а на стереомоделі. Вивчення цих приладів виходить за межі курсу геодезії. Зауважимо, що під час комбінованого методу знімання висотні камеральні згущення, як правило, не виконуються. Визначення висот під час стереознімання на основі аерофотознімків залишається значно грубішим, ніж безпосереднім вимірюванням на місцевості. Тому діюча інструкція пропонує рисування рельєфу з перерізом 0,25 м на планах масштабів 1:1000, 1:500 (населені пункти, промислові майданчики) виконувати наземними методами.

Окремо коротко зупинимося на камеральному пост-опрацюванні даних АФЗ, якщо знімання виконувалося із застосуванням системи ASCOT – засобом для контролю за аерозніманням. Припустимо, знімання виконане і ми маємо рулон або декілька рулонів з експонованою аероплівкою, GPS-дані із приймача, що розташований на літаку, дані з одної або декількох наземних станцій, часові миті спрацювання затвору камери, кутові дані з гіроплатформи. Далі використовується програмне забезпечення ПЗ, написане провідною канадською фірмою GEOSURV. ПЗ є ланкою зв'язку між зібраними даними АФЗ та фототріангуляцією, яка створюється за умови, що координати всіх центрів знімків визначені GPS-методом. Програмне забезпечення дозволяє виконувати наступне опрацювання:

- конвертування GPS-даних із форматів Rinx, Trimble, Leica Geosystems, Ashtech, Motorola, Novatel (це фірми, що виготовляють приймачі GPS) у внутрішній формат – формат ПЗ;
- обчислення векторів (віддалей від літака до базової станції, якщо одна базова станція, тоді віддаль може бути до 500 км; якщо декілька базових станцій – 20-60 км);
- відновлення траскторії літака, вектор антена-фотокамера;
- конвертування координат з одної системи в іншу, залежно від використаного еліпсоїда;
- зрівноваження фототріангуляційної мережі (блоку) двома методами – OTF (on The Fly – “на льоту”) і CBA (Combined Block Adjustment – комбіноване зрівноваження блока).

Результуюча точність визначення координат центра фотографування < 10 см. Приблизно така сама точність фототріангуляції.

#### *IV.3.10. Редукування фототріангуляційної мережі*

Камеральні фотограметричні методи побудови планових мереж, наприклад, метод фототріангуляції, дозволяє не тільки будувати мережі в наперед заданому масштабі. Цей метод має значно більші можливості будувати мережі в одному, але довільному масштабі. Довільний масштаб, як

правило невідомий. Приведення цього довільного, невідомого масштабу мережі до заданого масштабу, тобто, до масштабу плану, що створюється, називається *редукуванням фототріангуляційної мережі*.

Побудова фото-тріангуляційної мережі в довільному масштабі також виконується методом кутів засічок, як це показано на рис. IV.3.16. Проте, для такої побудови ми вважали координати центральних точок 1 та 2 відомими. Припустимо, що координати цих точок невідомі. Тоді також невідома й віддаль між ними, тобто невідомий базис фотографування  $b$ .

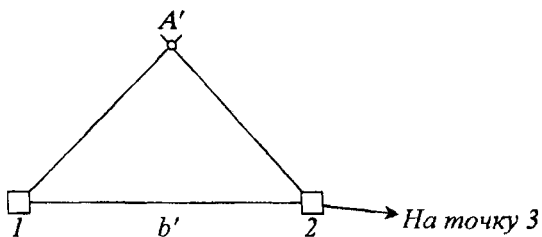


Рис. IV.3.16. Принцип побудови фототріангуляційної мережі в довільному масштабі.

Віддалимо ці дві точки на довільну віддаль  $b'$  та побудуємо в точках 1 та 2 виміряні на знімках кути  $\beta_1$  та  $\beta_2$  (рис. IV.3.16). Тоді на перетині ліній засічки отримаємо точку  $A'$ .

Положення точок  $A'$  у трикутнику  $A'-1-2$  правильне, тобто таке, як і положення цих точок на місцевості, тільки точки зображені в певному, довільному, наразі невідомо-

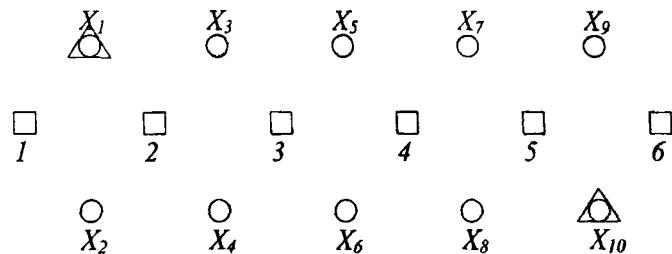


Рис. IV.3.17. Вигляд флототріангуляційної мережі для 6 знімків у маршруті.

му, масштабі. Продовжуючи таку побудову в такому ж довільному масштабі (це можливо завдяки триразовому перекриттю знімків) отримаємо мережу на весь маршрут, яка буде мати, наприклад, такий вигляд.

На рисунку  $X_i$  – точки, координати яких слід визначити в камеральних умовах. Це можна зробити, якщо редукувати цю мережу, тобто привести її до потрібного нам масштабу. Для цього необхідно мати особливий прилад, який називається фоторедуктором. Крім того, необхідно, щоб хоча б дві точки мережі, наприклад  $X_1$  та  $X_{10}$ , показані на рис. IV.3.17 – трикутниками, мали відомі координати, визначені польовими геодезичними методами і були за своїми координатами нанесені на оригінал майбутнього плану.

Фоторедуктор за своєю будовою нагадує фотозбільшувач, тільки значно більших габаритів. Фототріангуляційна мережа довільного масштабу наноситься на прозору кальку та вкладається в касету. На екран фоторедуктора ставлять майбутній план, на якому вже нанесені точки  $X_1$  та  $X_{10}$ .

Коли касета освічується, тоді оптична система редуктора проектує всі точки мережі на екран. Змінюючи масштаб зображення мережі, наближаючи або віддаляючи касету відносно екрану, добиваються, щоб проєкції точок  $X_1$  та  $X_{10}$  співпадали з відповідними точками на плані  $X_1$  та  $X_{10}$ . Якщо зображення цих точок і ці дві точки сумістяться, то й усі інші проєкції точок займуть правильне положення на плані. Необхідно тільки наколоти на плані центри кружків цих точок і мережа буде редукована. Слід зазначити, що аналітичні фототріангуляційні мережі будуються в потрібному масштабі, тому редукування не потребують.

#### IV.3.11. Трансформування знімків

Під трансформуванням фотознімків розуміють виключення спотворень, що мають місце на знімках. У результаті побудови фототріангуляційної мережі на кожному знімку є п'ять точок з відомими координатами – центральна точка знімка та чотири  $X$ -точки (рис. IV.3.17). Наприклад, для знімка 2, крім центру знімка точки 2, відомі ще координати точок  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $X_4$ . Далі, на негативах аерознімків у місцях положення цих розпізнаваних, контурних точок голкою роблять проколи. Потім, для трансформування кожного знімка, його негатив встановлюють у касету фототрансформатора. Цей прилад подібний до фоторедуктора, але більш складний, і його екран має всі степені свободи, тобто, може обертатися як завгодно. На екран встановлюють план із нанесеними на ньому точками. Включається електрична лампа, що просвічує негатив. На екран від отворів у негативі проєктуються яскраві точки. Тоді, використовуючи степені свободи екрану та касети, домагаються накладання точок, що світяться, з відповідними їм точками на плані. Після цього світло вимикається, на план кладеться чутливий фотопapір, на короткий період світло вмикається, відбувається експонування. Фотопapір проявляють та закріплюють. В результаті отримують трансформовані, позитивні фотознімки. Якщо через значні спотворення негативів, викликані рельєфом, не вдається домогтися одночасного накладання всіх точок, що світяться з відповідними точками на плані, то виконують трансформування знімків частинами.

#### IV.3.12. Складання фотопланів

Фотопланами називають контурні (ситуаційні) плани місцевості з фотографічним зображенням ситуації, складені із трансформованих аерознімків. На трансформованих, позитивних аерознімках у місцях, де зобразилися розпізнавальні знаки (опознаки), які на чорно-білих фотознімках виглядають найбільш темними крапками, пробивають круглі отвори діаметром  $\sim 1,0-1,5$  мм. Для цього використовують спеціальний пуансон, робоча частина якого – загострений край (зріз) металевого циліндра такого ж діаметру.

Аерознімки накладають на наклеєний на тверду основу (фанера, картон, алюміній) креслярський папір, з нанесеним на ньому (за своїми координатами) точками планового підготування (основи) знімків. Знімки накладають таким чином, щоб через пробиті в них отвори було видно відповідні точки планової основи. Знімки будуть перекриватися так само, як і під час побудови накидного монтажу. Спочатку накладені знімки, щоб уникнути їх зміщень, закріплюють спеціальними важелями, виготовленими з дешевого важкого металу. Потім гострим ножем роблять непрямолінійні, хвилясті розрізи знімків таким чином, щоб залишалась тільки центральна частина кожного знімка й не були розрізані вздовж прямолінійні контури (границі угідь, дороги і т.п.). Потім, відрізані, периферійні частини знімка забирають, а центральні частини суміжних знімків доторкаються один до одного, без проміжків між ними. Залишається ці центральні частини знімків приклеїти й отримаємо так званий мозаїчний фотоплан. На якісно складеному мозаїчному фотоплані місця, де доторкаються суміжні знімки, мало помітні. Щоб отримати суцільний (не мозаїчний) фотоплан, виконується спеціальне фотографування мозаїчного фотоплану без зміни його масштабу.

Так отримують кінцевий фотоплан, без спотворень властивих аерознімкам, на якому зображена ситуація, але не в умовних позначеннях, а у фотографічному вигляді.

#### *IV.3.13. Складання графічних планів*

Графічні плани складаються за допомогою універсальних приладів. Універсальними називають прилади, які за двома суміжними фотознімками будують стереомодель місцевості і здатні виконувати на цій моделі вимірювання просторових координат  $X$ ,  $Y$ ,  $H$  точок та будувати повноцінні плани з контурами та горизонталями. Під час побудови графічних планів використовують не всі можливості універсальних приладів. Використовують тільки можливість такого приладу будувати контурний план (без горизонталей). Як це зрозуміло, універсальні прилади працюють на принципі стереоскопічного зору, тобто, на властивості бінокулярного зору будувати об'ємне зображення. В універсальний прилад закладають два знімки, що створюють стереопару (мають зображення однієї і тієї ж території на певних частинах обох знімків).

Спостерігач, який бінокулярно (дивлячись одночасно двома очима) бачить об'ємну модель місцевості, переміщає по контурах моделі вимірювальну марку. Переміщення марки складною механічною системою передається олівцю, який на горизонтально встановленому аркуші креслярського паперу креслить графічний план у заданому масштабі.

Зрозуміло, що для складання трапеції графічного плану заданого масштабу на цей план переносяться дані з декількох стереопар. Графічні плани викреслюються спочатку олівцем у відповідності до умовних знаків даного масштабу. Для цього на основі стереомоделі виконується камеральне

дешифрування (розпізнавання) за фотографічним зображенням реальної суті предметів місцевості та контурів.

На основі камерального дешифрування не всі предмети ситуації та контури будуть розпізнані та викреслені в умовних знаках. У подальшому графічний план буде доповнюватися даними польового дешифрування під час знімання рельєфу наземними геодезичними методами.

## IV.4. Знімання рельєфу та дешифрування фотопланів під час комбінованого методу топоznімання

### IV.4.1. Встановлення мензули над точкою

Як вже відзначалося, під час комбінованого методу топографічного знімання, знімання рельєфу часто виконується методами мензульного знімання, яке відоме з курсу "Топографія". Одночасно з рисунням рельєфу виконується польове дешифрування контурів. На мензульну дошку прикріплюється не чистий креслярський папір, а фотоплан або графічний план та захисна "сорочка", якою служить аркуш креслярського паперу або калька.

Мензула для знімання встановлюється на геодезичні пункти та пункти робочої основи, а також на планово-висотні розпізнавальні знаки. Встановлення мензули над точкою виконується за допомогою центрувальної вилки і при цьому виконується спочатку наближене встановлення в послідовності: орієнтування, горизонтування, центрування (все це на око), потім точне встановлення в оберненій послідовності: центрування (вилкою), горизонтування (за допомогою циліндричного рівня, що на лінійці кіпрегеля), орієнтування планшета з контролем (за двома напрямками), користуючись трубою кіпрегеля. Точність прокреслених на планшеті напрямків і побудованих кутів залежить від:

1. Точності орієнтування планшета

$$\varepsilon' \approx \frac{34'}{S}, \quad (\text{IV.4.1})$$

де  $\varepsilon'$  – похибка прокресленого напрямку в кутових мінутах;  $S$  – довжина лінії в сантиметрах на планшеті. Як бачимо, похибка орієнтування обернено пропорційна довжині лінії на планшеті в сантиметрах. За бажанням викреслювати лінії з похибкою, не більшою за  $\varepsilon' = 3-4'$ , довжина лінії на планшеті повинна бути не меншою за  $S = 10$  см. На місцевості, залежно від масштабу знімання, матимемо:

масштаб 1:5000,  $S = 500$  м;

масштаб 1:1000,  $S = 100$  м.

масштаб 1:2000,  $S = 200$  м;

масштаб 1:500,  $S = 50$  м.

2. Точності центрування планшета. Допустиму похибку центрування  $X$  в см з похибкою прокреслених напрямків  $\varepsilon' = 1'$  можна визначити за формулою:

$$X = \frac{S}{\rho'}, \quad (\text{IV.4.2})$$

У формулі (IV.4.2)  $X$  – допустима похибка центрування,  $S$  – довжина лінії (за якою орієнтується планшет) у метрах,  $\rho' = 3438'$ .

Для  $S = 500$  м,  $X = 15$  см; для  $S = 200$  м,  $X = 6$  см.

3. Колімаційної похибки  $c'$  труби кіпрегеля. При цьому:

$$y' = \frac{c'}{\cos v}, \quad (\text{IV.4.3})$$

де  $v$  – кут нахилу візирної осі труби кіпрегеля;  $Y'$  – похибка прокресленого на планшеті в напрямку (в кутових мінутах). Ця похибка виключається, якщо весь час працювати кіпрегелем при одному крузі.

4. Нахилу горизонтальної осі обертання труби кіпрегеля, викликаної неточним приведенням верхньої площини планшета в горизонтальний стан:

$$X' = i' \cdot tg v, \quad (\text{IV.4.4})$$

де  $X'$  – похибка напрямку;  $i'$  – нахил планшета в кутових мінутах;  $v$  – кут нахилу візирної осі труби кіпрегеля в градусах.

#### IV.4.2. Польове та камеральне дешифрування

Дешифрування – розпізнавання предметів за їх фотографічним зображенням на знімках є важливим процесом топографічного знімання. Дешифрування поділяється за:

призначенням на: а) топографічне, б) спеціальне;

виконанням на: а) польове, б) камеральне (офісне), в) комбіноване.

У топографії користуються як польовим, так і камеральним та комбінованим дешифруванням. Під час камерального дешифрування користуються:

1. Геометричною особливістю зображення предметів, їх формою. Хвиляста лінія – річка, ґрунтова дорога; ламана із правильним заокругленням – канал, шосе; круглий предмет – копиця сіна, цистерна, силосна вежа;
2. Розмірами предметів, залежно від масштабу. Необхідно знати масштаб, щоб визначити ширину річки, дороги, довжину моста, розмір будинку. Багато предметів мають однакову форму й розмір. Тоді під час дешифрування може допомогти колір (тональність) зображення;
3. Тональність зображення. Сухі дороги – майже білі; світлі – оголена земля, дахи будівель; водойми – темні, мутні води – сірі. Ґрунт – чим вологіший, тим темніший. Рослинність – темно сіра й чим темніша, тим густіша;
4. Тіні. Розрізняють: власні та падаючі тіні. Різна яскравість випуклих та увігнутих (понижених). Падаючі тіні підняті на північ, понижені – на південь. Форма тіні дозволяє розрізнити сосну, водонапірну вежу, вітряк.
5. Взаємне розташування. Часто сукупність предметів дає можливість дешифрування. Так розташування залізниці й поруч будівлі – залізнична будка, дорога-річка-дорога – брід. Правильне розташування дерев – фруктовий сад.
6. Висота предметів, яка може бути визначена за тіннями, або стереоскопічно. Під час польового дешифрування часто достатньо побачити

предмет, щоб визначити його суть та призначення. Розпізнані на місцевості предмети та контури наносяться на карти та плани у відповідності з умовними знаками даного масштабу. Одночасно з дешифруванням виконується знімання важливих предметів, що не зобразилися на фотознімку. Взагалі комбінація камерального та польового дешифрування дає можливість повністю розпізнати різноманітні предмети та зобразити їх на карті.

#### *IV.4.3. Порядок роботи на станції під час рисування рельєфу й дешифрування фотопланів*

Рисування рельєфу та дешифрування на мензулі виконує бригада з 3-4 працівників: топограф, його помічник, 1-2 реєчники. Робота на окремій станції виконується в такій послідовності:

1. Встановлення мензули над точкою. Мензула може встановлюватися не тільки на завчасно закріплених точках, але й на додаткових точках, які вибираються під час виконання знімання, так званих перехідних точках, які визначаються, як правило, полярним методом. Окрім перехідних точок, користуючись фотопланом, можна встановити мензулу на будь-якому чітко зображеному контурі, тобто, на точці з відомим плановим положенням. Висоту цієї точки найпростіше визначити методом тригонометричного нівелювання, виміривши кути нахилу на три інші точки (для контролю) з відомими висотами. Довжини ліній можна виміряти графічно – на фотоплані. Якщо потрібно встановити планшет у деякій точці, якої немає на графічному плані, тоді планове положення цієї точки найпростіше визначити графічним розв'язком однократної оберненої засічки (розв'язком задачі Потенота), а висотне положення – тригонометричним нівелюванням, як і на фотоплані. Висоти перехідних точок можна також визначати горизонтальним візирним променем зорової труби кіпрегеля;
2. Виміряти висоту горизонтальної осі труби кіпрегеля  $i$  над центром знака. Висоту  $i$  відкласти на рейках. Відповідне місце на рейці перев'язується шнурком. Якщо рейка розсувна, нульова поділка рейки встановлюється на висоті кіпрегеля  $i$ ;
3. Виконується інструктаж реєчників. Реєчникам вказуються місця, у яких слід встановити рейку, а також послідовність її встановлення;
4. Виконується набір пікетів. Вважатимемо, що знімання виконується номограмним кіпрегелем КН, за допомогою якого можна за рейкою визначити горизонтальну віддачу  $S$  та перевищення  $h$  між станцією (точкою встановлення мензули) та пікетом. Для визначення положення окремого пікету виконуються такі дії:
  - 4.1. Лінійка кіпрегеля повертається в горизонтальній площині навколо точки стояння мензули, позначеної на планшеті, й труба наводиться на рейку, встановлену на пікеті.



- 4.2. Відлічується  $S$ . Помічник записує значення  $S$  в журнал знімання.
- 4.3. Основна крива номограми наводиться на нульову поділку рейки, або на перев'язане місце на рейці й визначається перевищення  $h$ . Перевищення голосно повідомляється помічнику. Помічник, знаючи висоту станції  $H_{cm}$ , вираховує висоту пікету  $H_{нк}$  за формулою:

$$H_{нк} = H_{cm} + h. \quad (\text{IV.4.5})$$

- 4.4. Топограф уздовж додаткової лінійки кіпрегеля, скошений край якої доторкається до точки стояння мензули на планшеті, відкладає в масштабі довжину  $S$ , наколює положення пікету. Накол обводиться кружком діаметром 2 мм, а правіше пікету підписує номер пікету та його висоту, наприклад,  $\circ \frac{1.2}{175,20}$  (в чи-

сельнику: 1 – номер станції, 2 – номер пікету, у знаменнику – висота пікету в метрах). Для перерізу рельєфу 1 м і більше, висоти пікетів обчислюються до 0,01 м, а записуються на плані із заокругленням до 0,1 м. Для перерізу рельєфу до 1 м висоти пікетів обчислюються й записуються з точністю до 0,01 м. Для кутів нахилу до  $3^\circ$  висоти пікетів визначаються горизонтальним візирним променем кіпрегеля. Для кутів нахилу більше  $3^\circ$  перевищення визначають нахиленим променем – за допомогою номограми. Під час роботи кіпрегелем КН дозволяється не записувати в польовий журнал вимірювання, що виконуються для визначення положення пікетів.

- 4.5. Набравши необхідну кількість пікетів для зображення рельєфу, топограф виконує інтерполювання висот і будує горизонталі.
- 4.6. Одночасно виконується польове дешифрування фотоплану.

Бригада не повинна залишати точку стояння до того часу, поки олівцем не будуть викреслені горизонталі та виконане дешифрування контурів, сусідніх із точкою встановлення мензули. Повинні бути визначені й записані на плані, крім пікетів, висоти характерних точок рельєфу: вершин, дна котлованів, водорозділів, сідловин, тальвегів. Підписуються також висоти гребель, мостів, шлюзів, колодязів, верху та підшови насипів, інших характерних точок рельєфу. Обчислення висот усіх характерних точок необхідно виконувати в журналі.

Знімання (рисування) рельєфу для першого варіанту комбінованого знімання (на фотоплані) має свої особливості, порівняно зі зніманням на графічному плані та чистій основі; назвемо основні із цих особливостей:

1. Можливість використання так званих безрейкових точок. Оскільки на фотоплані є зображення цілого ряду характерних точок ситуації, що спостерігаються з точки стояння планшету, з'являється можливість визначати висоти цих точок, не посилаючи в ці точки реечника з рейкою, а візуючи безпосередньо

- на ці точки на земній поверхні. Висоти цих точок визначаються за формулою  $H_{нк} = H_{см} + S \cdot \operatorname{tg} \nu + i$ . Як бачимо, достатньо виміряти кут нахилу  $\nu$ ;  $S$  визначається графічно з фотоплану. Нагадаємо, що кіпрегель КН має вертикальний круг із градусними поділками;
2. Можливість встановлення мензули на будь-якій контурній точці. Про це вже була мова. Така можливість значно полегшує процес знімання;
  3. Оскільки на фотоплані видні межі контурів, то рисування рельєфу виконується більш точно, ніж на чистій основі, до того ж, для значно меншої кількості пікетів;
  4. Найголовнішим є те, що виконується тільки знімання рельєфу та дешифрування, а знімання ситуації – не виконується, окрім предметів, що не зобразилися на знімках.

#### *IV.4.4. Основні офіційні вимоги до точності зображення контурів та рельєфу*

Основні вимоги до комбінованого методу знімання задаються інструкцією великомасштабного знімання. Точність планової геодезичної основи має бути не грубіше за 0,1 мм плану даного масштабу. Якщо масштаб знімання 1:2000, тоді 0,1 мм плану відповідає на місцевості 20 см. Отже, похибки планової геодезичної основи (похибки координат  $X$  та  $Y$ ) не повинні перевищувати 20 см. Точність знімальної робочої основи: граничні похибки – 0,2 мм плану на відкритій місцевості, 0,3 мм плану на закритій місцевості. Середні похибки в розташуванні ситуації: чітких контурів – 0,5 мм, у гірських районах та в лісі – 0,7 мм, капітальних споруд – 0,4 мм.

Точність висот точок знімальної мережі – 1/10 перерізу рельєфу. Допустимі похибки зображення рельєфу горизонталями для кутів нахилу  $\nu \leq 2^\circ$  – 1/4 перерізу. Для  $\nu = 2-6^\circ$  – 1/3 перерізу. Для  $\nu > 6^\circ$  слід витримувати кількість горизонталей на згинах рельєфу.

Зауважимо, що допустимі похибки в розташуванні контурів беруться в два рази більшими, ніж середні похибки. Проте, допустимі похибки в розташуванні контурів безпосередньо відносяться до знімання на чистій основі, частково – до знімання на графічних планах, оскільки на фотопланах контури вже є. Під час складання фотопланів також є допуски похибок у розташуванні контурів відносно робочої основи та розпізнавальних знаків (опознаків). За величинами ці допуски такі самі, які подані вище. Нагадаємо також, що знімання рельєфу можна виконувати не тільки за допомогою мензули, а й тахеометрами. Незалежно від методів такого знімання інструкція вимагає певної густоти пікетів, та обмежує віддалі від станції до пікетів (висотних та контурних). Ці вимоги, залежно від масштабу знімання, подано в таблиці IV.4.1.

Допускається також за час знімання зміна орієнтування планшета та тахеометра. Допуск 1,5'.

Таблиця IV.4.

Максимальні допустимі віддалі між пікетами та між станцією й пікетами

| Масштаб знімання | Переріз рельєфу (м) | Максимальні віддалі між пікетами (м) | Максимальні віддалі між станцією й пікетами |                           |           |
|------------------|---------------------|--------------------------------------|---|---------------------------|-----------|
|                  |                     |                                      | Під час знімання рельєфу                    | Під час знімання контурів |           |
|                  |                     |                                      |   | чітких                    | не чітких |
| 1:5000           | 0,5                 | 75                                   | 250   | 150                       | 200       |
|                  | 1,0                 | 100                                  | 350   | 150                       | 200       |
|                  | 2,0                 | 120                                  | 350   | 150                       | 200       |
|                  | 5,0                 | 150                                  | 350   | 150                       | 200       |
| 1:2000           | 0,5                 | 50                                   | 200   | 100                       | 150       |
|                  | 1,0                 | 50                                   | 250   | 100                       | 150       |
|                  | 2,0                 | 60                                   | 250   | 100                       | 150       |
|                  | -                   | -                                    | -   | -                         | -         |
| 1:1000           | 0,5                 | 30                                   | 150   | 80                        | 100       |
|                  | 1,0                 | 40                                   | 200   | 80                        | 100       |
| 1:500            | 0,5                 | 20                                   | 100   | 60                        | 80        |
|                  | 1,0                 | 20                                   | 100   | 60                        | 80        |

#### IV.4.5. Камеральні роботи під час знімання рельєфу на фотопланах (калька висот, викреслювання польового оригіналу, формуляр трапеції)

Під час знімання рельєфу та дешифрування ввечері, або в дощову погоду виконують камеральні роботи. До таких робіт, перш за все, відноситься калька висот. Калька складається на кожному планшеті, частинами, доповнюючи кальку даними щоденних польових робіт.

На кальку наносять пункти геодезичної основи, точки основних висотних і знімальних ходів з їх номерами і висотами, зрізи води та всі пікети.

Перед складанням кальки необхідно перевірити правильність обчислення висот, точок ходів, зрізів води та характерних точок рельєфу (пікетів).

Фотоплани або графічні плани складені на універсальних приладах оформляють в кольорах, що передбачені "Умовними знаками для топографічних планів масштабів 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500". Контури, підписи, зарамкове оформлення викреслюється чорним кольором, рельєф – коричневим, гідрографія – зеленим, водні простори – голубим, площі з твердим покриттям – рожевим. На кожному квадратному дециметрі плану масштабів 1:5000 і 1:2000 повинні бути підписані не менше 10 висот характерних точок. На планах масштабів 1:1000 і 1:500 підписуються висоти всіх пікетів. Якщо топографічні плани створюються для цілей меліорації, будівництва, енергетичних, промислових та інших об'єктів, на територіях яких пройдуть

значні зміни ситуації та рельєфу, і якщо ці плани не будуть використані іншими організаціями, дозволяється польові оригінали оформляти в олівці. Кількість підписаних висот точок на топографічних планах, складених для цілей меліорації може сягати 30 на один квадратний дециметр.

Кожний топографічний план повинен мати формуляр. Формуляр трапеції – це як паспорт особи.

*Формуляр* – це документ, в якому записується всі основні дані вибраної технологічної схеми і точності знімання, наводяться дані про:

- організацію, що виконала знімання;
- розміри рамок трапеції;
- координати вершин (кутів) трапеції;
- схему геодезичної основи;
- координати та висоти геодезичної основи;
- назву об'єкту знімання;
- номенклатуру трапеції;
- масштаб знімання;
- переріз рельєфу;
- метод знімання;
- систему координат;
- систему висот;
- рік виконання;
- адміністративний поділ;
- інші дані.

На формулярі подаються прізвища та посади виконавця та перевіряючого складання формуляру.

#### *IV.4.6. Зведення за рамками суміжних топографічних планів*

Всі елементи змісту топографічних планів повинні бути зведені з відповідними елементами суміжних трапецій по тих сторонах рамки, з якими межують плани такого ж або більшого масштабів, що виконані в тій самій системі координат та висот.

Якщо знімання на суміжних планах виконано в тому самому масштабі, але в іншій системі координат та висот, тоді зведення в плані здійснюється копіюванням на кальку контурів, що розташовані на двох суміжних планшетах; зведення за висотою не виконується, але по цій рамці прокладають нівелірний хід, а позначки, отримані з цього ходу, підписують на кальці висот через 3-5 см і з'єднують червоною тушшю.

За відсутності на суміжних рамках знімання, або знімання виконано в дрібнішому масштабі (не менше 1:2), рамка вважається вільною, але забезпечується в плановому відношенні прокладанням теодолітного ходу, яким координуються значні контури.

Припустимо, на двох суміжних трапеціях дві бригади, незалежно, виконують топознімання. Кожна бригада на суміжній рамці виконує

знімання не тільки до рамки трапеції, але й за межами рамки шириною 1,5-2,0 см. Після закінчення знімання кожний топограф копіює на кальку рельєф і ситуацію шириною 2-3 см від рамки і передає керівнику робіт, який здійснює контроль накладанням смуг кальок одна на одну. Розходження в контурах не повинно перевищувати:

- 1,0 мм основних контурів (межі, залізниці, шосейні та поліпшені дороги, вулиці, берегові лінії, інші чітко окреслені контури, будівлі);
- 1,5 мм – для інших контурів.

Розбіжності за висотою не повинні перевищувати подвійної величини допустимих середніх похибок (тобто, граничних похибок) знімання рельєфу. Для забудованих територій під час знімання в масштабах 1:1000, 1:500 допуски зменшуються у 1,5 рази. Для знімання ділянок лісу, навпаки, допуски збільшуються у 1,5 рази. Розходження в розташуванні контурів та рельєфу усувається переміщенням контурів та горизонталей на половину розходження, але із збереженням вимірних розмірів споруд. За недопустимих розходжень виконують польову інструментальну перевірку і керівництво підрозділу приймає рішення про можливість використання результатів робіт. Якщо нове знімання вважається якісним, то на полях знімального планшета і у формулярі роблять відповідний запис, а матеріали контролю зберігаються разом із формуляром. За правильність зведення за всіма сторонами рамки топографічного плану відповідає виконавець. Матеріали про зведення по рамках підписує топограф-виконавець і керівник робіт.

#### *IV.4.7. Контроль робіт та приймально-здавальні роботи*

Постановою кабінету міністрів України від 24 вересня 2005 р. № 979 затверджено Положення про Державну службу геодезії, картографії та кадастру, скорочено Укргеодезкартографія. Державна геодезична служба діє в складі Міністерства охорони навколишнього природного середовища (скорочено Міністерство природи – Мінприроди). Голова Державної служби геодезії, картографії та кадастру Макаренко Іван Дмитрович. Основним завданням Укргеодезкартографії є реалізація державної політики у сфері топографо-геодезичної, картографічної та кадастрової діяльності.

До складу Укргеодезкартографії входять державні аерогеодезичні підприємства, державні науково-виробничі інститути, геодезичні підприємства. Очолюють підприємства директори підприємств та головні інженери. Підприємства часто поділяються на геодезичні підрозділи. В цих підрозділах є відділи технічного контролю. Контролювати виконання топографо-геодезичних робіт мають повноваження директори та головні інженери підприємств. Проте, найчастіше контроль робіт реалізується працівниками відділів технічного контролю – інспекторами ВТК.

**Види контролю.** Контроль можна поділити на польовий та камеральний. Польовий контроль поділяють на: контроль оглядом, контроль

об'їздом території, на яку створені плани. Але найбільш ефективний приладний, інструментальний контроль.

Під час камерального контролю перевіряють журнали польових робіт, обчислення координат, зрівноваження мереж, планшети планів та карт, тощо.

Контролі оглядом, об'їздом – це попередні контролю. Наприклад, контролююча особа, користуючись планшетом, з новим планом чи картою на дану територію, об'їжджаючи дорогами, зображеними на планшеті, контролює, чи немає пропусків ситуації, правильність дешифрування, тощо.

Під час інструментального контролю контролюючий набирає контрольні пікети в різних частинах планшета з двох-трьох станцій. Обчислюються висоти контрольних пікетів. Висоти цих точок визначаються також за горизонталями, вже викресленими на планшеті. Різниця цих висот  $\Delta h_i = H_i - H_k$  вказує на похибки в рисуванні рельєфу ( $H_i$  – висоти, обчислені за горизонталями,  $H_k$  – висоти обчислені за контрольними пікетами). Різниці  $\Delta h_i$  не повинні перевищувати офіційних допусків, наведених раніше в IV.4.4. Складаються акти контролю в трьох примірниках: один примірник надається виконавцю, другий – контролюючій особі, третій – надається у вищі геодезичні підрозділи.

В акті контролю подається оцінка робіт в чотирибальній системі (відмінно, добре, посередньо, брак).

Під час повторних контролів перш за все перевіряють усунення недоліків в роботі, виявлених попереднім контролем. Після завершення робіт на об'єкті виконавець здає, а замовник чи відповідальні особи підприємств приймають результати знімання. Також обов'язковим є інструментальний контроль та акти приймання робіт. Контрольні пікети наносяться червоним кольором на кальку висот. Всі матеріали комбінованого знімання перевіряє, приймає та підписує керівник робіт. Виконання прийнятно-здавальних робіт завжди передбачається та фінансується кошторисом на виконання організаційно-ліквідаційних робіт (оргліки).

Після закінчення комбінованого знімання здають такі матеріали:

- фотоплан (графічний план);
- формуляр до плану;
- журнали знімання та створення висотної знімальної основи;
- калька висот (для планів масштабів 1:5000 і 1:2000);
- копіювання зведень за рамками;
- акти перевірки та приймання польових робіт.

На весь об'єкт знімання, крім цього, здають:

- схему розміщення планшетів з номенклатурною розграфкою;
- схему гідрографічної мережі зі зрізами води;
- схему шляхів сполучення з написами назв пунктів та віддалей до них;

- список встановлених назв населених пунктів, озер, вулиць, площ, інших об'єктів державною мовою, засвідчений органами місцевої влади;
- пояснювальну записку.

## IV.5. Стереoaерофотограмметричне знімання

### IV.5.1. Загальні відомості про стереoaерофотограмметричне знімання

Комбінований метод, створений у 1926-28 роках проф. М.М.Александровським, дає продуктивність у 1,5-2,0 разів більшу, ніж мензульне знімання.

Проте комбіноване знімання вимагає значних затрат праці і є залежним від фізико-географічних і кліматичних умов місцевості, оскільки значна частина робіт виконується в полі.

Пошуки заміни польових вимірювань на місцевості на вимірювання в офісних (камеральних) умовах привели до створення *стереознімання*.

Ідея стереознімання полягає в тому, що коли зображення місцевості на парі суміжних аеронегативів (стереопарі), що перекриваються, спроектувати на єдиний екран, зберігши при цьому розташування негативів, яке було в момент фотографування, то в перетині однойменних світлових променів отримаємо модель місцевості – просторову фігуру, подібну до місцевості, але зменшену залежно від масштабу знімання. На створеній моделі, а не на місцевості, виконуються вимірювання для визначення просторових координат точок земної поверхні.

Фотограмметрія, яка починається з фотографування об'єктів і продовжується опрацюванням фотознімків на оптично-механічних приладах, називається аналоговою фотограмметриєю.

Перший аналоговий прилад (стереоплотер) для просторових (тривимірних) вимірювань був створений ще в 1901 р.

Прилади, що дозволяють будувати моделі місцевості, виконувати просторові вимірювання на цих моделях (а не в полі) та будувати в камеральних умовах плани із ситуацією й горизонталями, називаються *універсальними приладами*.

Удосконалення цих приладів та методів вимірювання на моделях місцевості привели до появи аналітичної фотограмметрії. Аналітична фотограмметрія також спирається на фотографічні знімки, але весь фотограмметричний процес виконується за технологією електронного опрацювання даних (ЕОД) і, перш за все, аналітичного обчислення координат точок знімка на електронно-обчислювальних машинах (ЕОМ) або комп'ютерах. У наш час, не дивлячись на бурхливий розвиток цифрової фотограмметрії, залишається актуальною аналітична фотограмметрія, оскільки є цілий ряд задач, розв'язок яких із застосуванням аналітичної фотограмметрії єдино можливий. Там де потрібна велика роздільна здатність, поки-що важко обійтись без людського зору та можливостей аналогового та аналітичного опрацювання.



Необхідно зазначити, що універсальні прилади – складні та дорогі, і спочатку ввозилися із-за кордону. Щоб звільнитися від ввезення цих приладів, у колишньому СРСР у 1931-36 роках був створений оригінальний, диференціальний метод стереознімання. Важлива роль у створенні цього методу належить проф. Ф.В.Дробишеву, який сконструював спеціальний прилад – топографічний стереометр. Цей прилад дозволяє рисувати за стереомоделлю тільки рельєф місцевості. Таким чином, процеси отримання карт поділились на:

1. Контурну частину плану отримують складенням фото плану, як в I-му варіанті комбінованого знімання;
2. Рельєф рисується на окремих стереопарах стереометрами Дробишева, а потім горизонталі переносяться на фотоплан.

Саме цей, диференційований метод, дав можливість отримати карту масштабу 1:100000 на всю територію країни (СРСР) уже на початку 1950-тих років. У США на той час таких карт на всю країну ще не було.

II-й варіант – універсальний метод стереознімання, коли контури й рельєф рисуються на універсальних приладах. Універсальний метод весь час вдосконалюється. Справа в тому, що під час виконання аерофотознімання у великих масштабах основним, фактично єдиним джерелом зображень, ще недавно, було аерофотознімання із застосуванням топографічних аерофотокамер. Цифрових аерознімальних систем не було. Між іншим, під час використання цифрових методів для фотограмметричної обробки матеріалів аерознімання, виконаного фотокамерами, потрібно виконувати додаткові процеси фотохімічної обробки аерофільмів та сканування знімків із метою перетворення їх у цифрову форму. Це вимагає суттєвих затрат і робить значно тривалішим технологічний цикл робіт. Тому, не випадково, фірма Leica Geosystem, особливо з отриманням прав на компанії ERDAS і LH Systems, енергійно виконує виробництво обладнання для аналітичної фотограмметрії, базуючись на досвіді колишніх компаній Kern і Wild. Оптика та високоточна механіка цих компаній стали фактично стандартом в усьому світі. Серія станцій для аналітичної фотограмметрії SD 2000/3000 випускаються з 1991 року. Про технічні можливості цих станцій ще буде мова в параграфі IV.5.3.

#### *IV.5.2. Технологічна схема стереофотограмметричного методу знімання*

Нижче подано технологічну схему стереознімання в двох варіантах: диференційного та універсального методів. Технологічні схеми відображають процеси стереознімання без застосування під час аерознімання GPS-технологій, які дозволяють визначати координати центрів проекції кожного знімка. У даному випадку виконується польове планово-висотне прив'язування знімків.

## Стереофотограмметричне топографічне знімання



На технологічній схемі додатковими стрілками об'єднані процеси, які доцільно виконувати одночасно, до того ж, зрозуміло, що ці процеси (польове прив'язування та дешифрування) можна виконувати до складання фотопланів чи графічних планів і цим скоротити термін складання карт або планів.

Різниця двох поданих варіантів стереознімання не тільки у відмінності процесів складання карт, але й у тому, що диференційний метод не потребує складних (універсальних) дорогих приладів. Проте диференційний метод вимагає значної "ручної" праці й не піддається автоматизації. Тому більш поширений універсальний метод.

### IV.5.3. Сучасні станції аналітичної фотограмметрії

Як вже зазначалося, найдосконалішими є станції аналітичної фотограмметрії (по суті універсальні прилади), що випускаються фірмою Leica Geosystems. Ці станції дозволяють значно автоматизувати складання планів та карт методом стереознімання. Такі станції називають аналітичними стереоплотерами. До суттєвих переваг цих станцій перед іншими можна віднести:

- використання досвіду створення попередніх аналітичних фотограмметричних приладів;
- автоматизація процесів фототріангуляційних вимірювань;
- застосування спеціальних ручних коліс та ножних дисків;

- стандартний інтерфейс LMT (Leica Mapping Terminal) між аналітичною частиною станції й прикладним програмним забезпеченням (ПЗ);
- концепція 2-х комп'ютерної станції; один із комп'ютерів із прикладним ПЗ, другий для LMT;
- спільне із цифровими фотограмметричними станціями програмне забезпечення ORIMA і PRO 600, для блокової фототріангуляції та збору даних.

Остання перевага є дуже важливою з точки зору паралельного використання цифрових та аналітичних станцій. Не менш важливим є те, що в цих аналітичних стереоплотах можна використовувати ПЗ інших фірм. Наведемо технічні дані найновішої аналітичної фотограмметричної станції SD 3000.

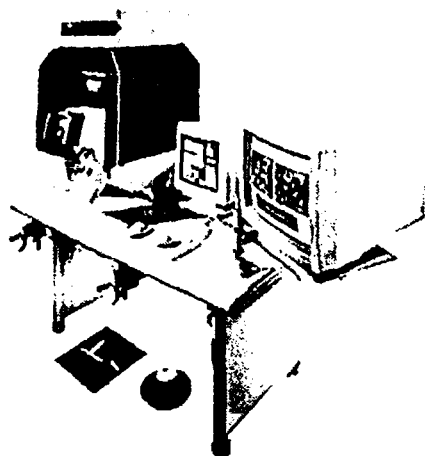


Рис. IV.5.1. Аналітична фотограмметрична станція SD 3000.

Таблиця IV.5.1

Технічні дані стереоплота SD 3000

| Назва параметра              | Значення, матеріал параметра                          |
|------------------------------|---|
| Матеріал зображення          | Плівка, скло, негатив або діапозитив                  |
| Корекція фокуса              | Для скла 0,8-1,6 мм                                   |
| Збільшення оптики            | 3-х, 18-ти кратне                                     |
| Поле зору                    | 60 мм для 3, та 10 мм для 18 кратного збільшення      |
| Вимірювальна марка           | Освічується, настраюється за інтенсивністю і розміром |
| Роздільна здатність          | > 160 ліній/мм для 18 кратного збільшення             |
| Роздільність системи приводу | 1 мкм   |
| Точність системи приводу     | 2 мкм   |
| Швидкість системи приводу    | 60 мм/с   |
| Розміри                      | 854x1057x735 мм                                       |
| Маса                         | 198 кг  |

Кінцева продукція станції: оригінал плану або карти.

## IV.6. Цифрове аерознімання

### IV.6.1. Цифрова аерознімальна система

Як нам уже відомо, аерознімання є основним методом створення та оновлення великомасштабних топографічних планів та карт. Але аерознімання виконувалося топографічними аерофотокамерами. З переходом від паперових, графічних планів та карт до цифрових моделей місцевості (ЦММ) та цифрових моделей рельєфу (ЦМР), з'явилась необхідність виконувати аерознімання не фотокамерами, а цифровими камерами. Проте, цифрових камер, здатних виконувати аерознімання з високою точністю та високою роздільною здатністю, не було. Це стримувало широке застосування цифрової фотограмметрії. Проте, опрацювання матеріалів аерофотознімання цифровими методами вимагало суттєвих виробничих затрат і розтягувало технологічний цикл робіт, оскільки фотознімки, як уже відзначалося, необхідно піддавати фотохімічному опрацюванню й скануванню з метою перетворення їх у цифрову форму. Природним розв'язанням цієї складної задачі могло стати безпосереднє, дистанційне отримання аерознімків цифровими камерами з високою роздільною здатністю й точністю. Цю задачу вдалось розв'язати тільки в кінці ХХ століття. Першою такою цифровою аерознімальною системою, яка базувалася на літаку, стала ADS40, створена компанією LH Systems і була представлена на ХІХ конгресі Міжнародного фотограмметричного товариства в 2000 р. З цього часу, фотограмметрія стає повністю цифровою.

В основі технічного рішення ADS40 лежить концепція трилінійного сканера, уперше запропонована в 1970 році, яку активно використовувала компанія DRL (Німецький аерокосмічний центр) в системі дистанційного зондування, як космічного, так і літакового. Виходячи із цієї концепції, у фокальній площині об'єктива системи паралельно розташовані три лінійки – прилади зарядного зв'язку (ПЗЗ), віддалені одна від другої таким чином, що одна з них забезпечує панхроматичне знімання в напрямку “вперед”, друга – у напрямку точки надира, а третя – у напрямку “назад” (рис. IV.6.1).

Суттєвою особливістю конструкції ADS40 є те, що замість однієї лінійки ПЗЗ використовуються пари лінійок, зміщені одна відносно другої на 0,5 поділок (пікселя). Кількість елементів у лінійці ПЗЗ дорівнює 12000, а в результаті використання здвоєної лінійки зі зміщенням забезпечується результуюча роздільність, ніби під час використання лінійки, що має 24000

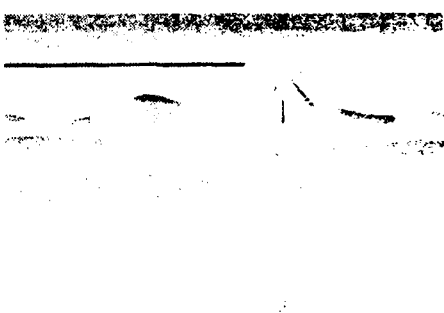


Рис. IV.6.1. До пояснення принципу роботи цифрової камери ADS.

елементів. Крім панхроматичних лінійок, у фокальній площині розташовано чотири поодинокі лінійки по 12000 елементів у кожній для мультиспектрального знімання в чотирьох вузьких зонах спектру: червоного (610-660 нм), зеленого (535-585 нм), синього (430-490 нм) та ближнього інфрачервоного (835-885 нм). На рис. IV.6.2 показано загальний вигляд діючого комплексу в салоні носія (літака або гелікоптера).

У таблиці

IV.6.1 подано основні технічні характеристики системи, які дозволяють оцінити можливості використання системи ADS40 як джерела інформації для цифрової фотограмметрії.

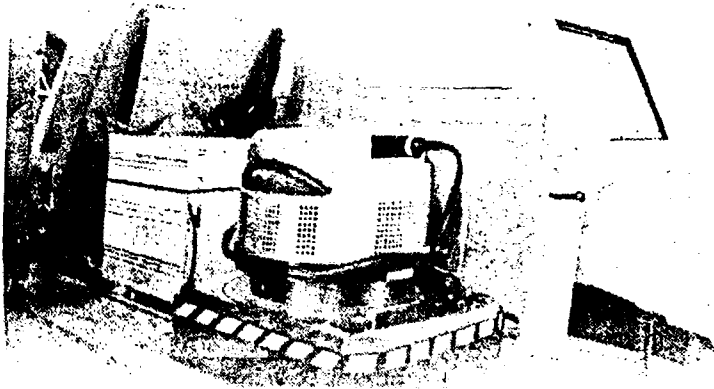


Рис. IV.6.2. Загальний вигляд системи та розташування приладів в салоні носія.

Таблиця IV.6.1

Основні технічні характеристики цифрової аерознімальної системи ADS40.

| №№ | Характеристика   | Значення      |
|----|--|---------------|
| 1  | Кут поля зору (поперек напрямку польоту)   | 64°           |
| 2  | Фокусна віддаль об'єктива  | 62,77 мм      |
| 3  | Розмір пікселя із ПЗЗ-лінійок  | 6,5 мкм       |
| 4  | Час запису інформації із ПЗЗ-лінійок   | 1,2 мсек      |
| 5  | Реєструвальна кількість пікселів для панхроматичної лінійки (йому відповідає розмір пікселя у фокальній площині 3,25 мм) | 2 x 1200      |
| 6  | Радіометрична роздільність   | 8 bit         |
| 7  | Кути стереоспостережень  | 16°, 26°, 42° |

Як бачимо, цифрова аерознімальна система володіє багатьма технічними показниками, необхідними для точного знімання.

#### IV.6.2. Порівняння технічних можливостей фотограмметричної та цифрової камери. Опрацювання цифрових знімків системою ADS40

Цифрова аерознімальна система ADS40 має як позитивні, так і негативні властивості в порівнянні з фотокамерою. Фактором, що обмежує роздільну здатність зображення на місцевості для системи, є інтервал часу (період) між зчитуванням інформації з лінійок, що дорівнює 1,2 мсек. Для швидкості літака 100 м/с забезпечується роздільна здатність на місцевості в напрямку руху літака близько 0,25 м. Така сама роздільна здатність на

місцевості може бути отримана й у поперечному напрямку для висоти літака 2400 м. Ширина смуги захоплення буде складати 3000 м. У таблиці IV.6.2 для порівняння подано характеристики аерознімання, виконані цифровою системою та топографічною фотокамерою.

Таблиця IV.6.2

| Характеристики   | Значення               |         |
|--|------------------------|---------|
|  | ADS40                  | RS30    |
| Масштаб фотографування   | -                      | 1:10000 |
| Розмір пікселя під час сканування                                | Сканування не потрібне | 12 мкм  |
| Роздільна здатність на місцевості, що відповідає розміру пікселя | 0,25 м                 | 0,25 м  |
| Ширина ділянки знімання  | 3000 м                 | 2300 м  |

З поданих даних видно, що знімання цифровою системою за роздільною здатністю однакова з аерофотозніманням, але в масштабі 1:10000. Тільки за умови сканування знімків із розміром пікселя 12 мкм можна говорити про можливість картографування території в масштабі 1:2000 за матеріалами цифрового знімання. Цифрова система забезпечує ширину смуги знімання на 30% більшу.

Таким чином, система ADS40 поєднує в собі роздільну здатність топографічного аерофотоапарата й інформативність засобу дистанційного зондування.

На жаль, слід зазначити, що геометричні властивості зображення, отриманого таким способом, принципово відрізняються від геометрії звичайних аерофотознімків, отриманих за допомогою топографічного фотоапарата, які є центральною проекцією точок знімка. У випадку описаного вище формування зображення кожний рядок, отриманий у результаті зчитування інформації із ПЗЗ-лінійки, є центральною проекцією деякої лінії на поверхні Землі. При цьому значення як лінійних, так і кутових елементів внутрішнього орієнтування для кожного такого рядка відрізняються між собою через зміни кутового орієнтування та переміщення літака в просторі в процесі знімання. Працювати з такими, довільно геометрично спотвореними зображеннями, у тому числі спостерігати їх стереоскопічно, неможливо. По цій причині вихідні зображення (рівень 0) потрапляють під геометричне трансформування з урахуванням значень елементів внутрішнього орієнтування кожного рядка, отриманих за допомогою системи позиціонування та орієнтування POS (Position and Orientation System). Отримані результати такого трансформованого зображення (рівень 1) можна вже спостерігати стереоскопічно, виконувати необхідні вимірювання для цілей фототриангуляції. Після цього можна виконувати всі інші процеси фотограмметричного опрацювання на цифровій фотограмметричній станції (створення цифрової моделі рельєфу (ЦМР), ортофо-

тотрансформування й монтаж ортофотоплану стереознімання) з метою отримання кінцевого продукту – геокодованого зображення або ортофотоплану (рівень 2). Слід зазначити, що через особливості геометричних властивостей зображень, отриманих за допомогою цифрової знімальної системи такого типу, ці зображення можна буде опрацювати тільки з використанням спеціального програмного забезпечення (ПЗ), яке дозволяє врахувати ці особливості. Це є суттєвим недоліком описаної цифрової системи.

#### *IV.6.3. Цифрові аерознімальні комплекси з лазерним скануванням*

В останнє десятиліття в зв'язку з бурхливим розвитком обчислювальної техніки й засобів приймання зображень на основі приладів зарядного зв'язку (ПЗЗ), тобто, комп'ютерного бачення, стало можливим перейти від методів аерофотознімання до методів цифрового знімання. Так, уже на початку 1990 р. значна частина робіт по опрацюванню матеріалів була комп'ютеризована. Матеріали знімання – фотонегативи, оцифровувались за допомогою сканерів. Така технологія й зараз залишається досить розповсюдженою. Проте, послідовне використання фотографічної та оптично-електронної техніки спонукає не тільки до необхідності виконання додаткових процесів, таких як фотохімічна обробка та сканування знімків, що затягує технологічний цикл і збільшує матеріальні затрати, але й спонукає до втрати якості матеріалів знімання. Напевно, саме цим пояснюється те, що в середині 1990 років за кордоном з'явилися дослідні зразки цифрових аерофотокамер, а першим комерційним зразком стала камера ADS40 тільки в 2000 році. Широке впровадження цифрової фотограмметрії вимагає розв'язання цілого ряду супутніх задач. Принциповим, наприклад, виявився вибір типу цифрових камер. Основним недоліком камери ADS40, як уже зазначалося, є те, що вона дає зображення, яке принципово відрізняється від центральної проекції, тобто, дає іншу геометрію зображення. Перетворення таких знімків у центральну проекцію вимагає спеціального обладнання та спеціального програмного забезпечення.

Камера ADS40 працює на ПЗЗ-лінійках. Саме така будова камери проводить до суттєвого спотворення принципу центральної проекції. Цифрові камери, побудовані на ПЗЗ-матрицях, дозволяють зберегти центральну проекцію й ліквідують цей недолік. Але поки що не вдається створити цифрові камери з великоформатними ПЗЗ-матрицями й високою роздільною здатністю та з великим захопленням місцевості. Тому, наприклад, і в Росії також були створені цифрові камери ЦТК-140, ЦМК-70 на ПЗЗ-лінійках. Остання камера ЦМК-70 за своїми характеристиками близька до ADS40. Російські камери мають такий самий головний недолік: спотворюють центральну проекцію.

Технічне розв'язання цього складного питання знайдене в застосуванні так званих інтегральних навігаційних комплексів типу GPS/LMU, які дозволяють, по-перше, з достатньою точністю визначати шість параметрів зовнішнього орієнтування кожного знімка, що дає можливість

без прив'язування знімків суттєво спростити створення фототріангуляційної мережі та, по-друге, одночасно виконувати аерофотографічне та лазерно-локаційне знімання.

Найновіший розв'язок цієї задачі знайдений завдяки поєднанню GPS-INS і цифрової аерофотознімальної системи з лазерним скануванням та їх інтеграція на одному літаючому апараті. Такі системи дістали назву LIDAR і IfSAR. На рис. IV.6.3. показано основні компоненти LIDAR на літаку, що низько летить над поверхнею Землі. Цифрова трилінійна камера при цьому часто спрацьовує; сканер визначає віддалі від датчика до ґрунту. Кружками на рисунку (на ґрунті) показані лазерні плями. Приймачі GPS (на літаку та на поверхні Землі) визначають координати центра проєкції. GPS-дані подаються в референційній системі WGS84. Довжина хвилі така сама, як у більшості лазерів: 1040-1060 нм. Механізм лазера може записати до 5-ти різних відбитків (повертань). Якщо імпульс лазера або частина імпульсу відбивається від даху будівлі або від вершини дерева, датчик запише перше відбиття. Але частина імпульсу може пронизати поверхню дерев і сягати Землі, як це показано на рисунку. У такому разі датчик запише проміжні повернення, які відбилися від поверхні дерев, так і ті, що відбилися від Землі (від ґрунту). У багатьох випадках записується тільки єдине повернення (перше або останнє). Лазери також можуть діяти як безперервні датчики хвилі, які зображають тільки взаємодію між лазером та поверхнею. Використовуються лазери на літакових платформах, що літають на висоті 50-3500 м. Найновіші системи LIDAR мають частоту спрацьовування камери 100 Гц і можуть давати 30 точок на квадратний метр.

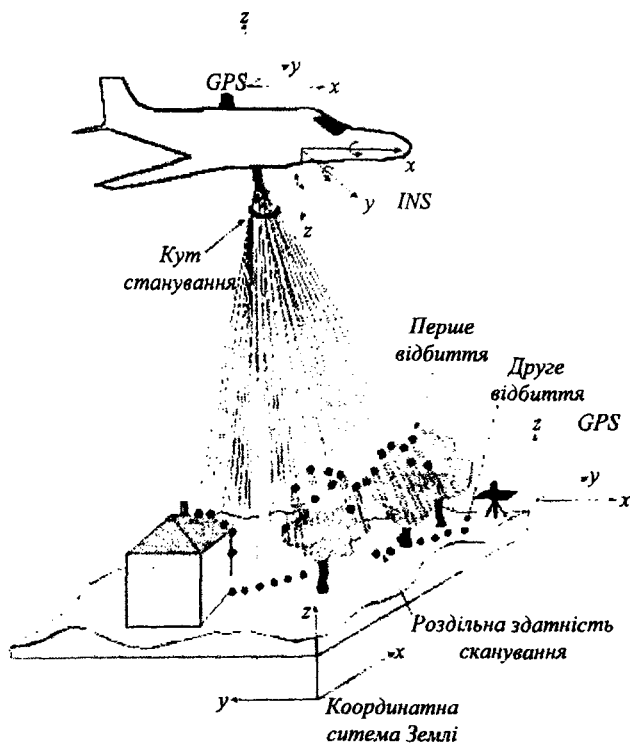


Рис. IV.6.3. Аерознімальний комплекс з лазерним скануванням.



IfSAR – це синтетичний радар, який визначає кількість випроміненої енергії, яка повертається до антени. Може діяти в ряді частот, поданих у таблиці IV.6.3.

| Групи | Довжина хвилі, см | Частота, ГГц |
|-------|-------------------|--------------|
| X     | 3,0               | 9,6          |
| C     | 5,3               | 5,6          |
| L     | 24,0              | 1,3          |
| P     | 68,0              | 0,3          |

Два зображення IfSAR можуть бути об'єднані, щоб використовувати техніку інтерферометрії для генерування (створення) DSM-цифрової моделі рельєфу. Принцип роботи IfSAR показаний на рис. IV.6.4.

На рисунку показані два положення антени в точках  $A_1$  і  $A_2$ . Нехай  $H$  – висота точки  $A_1$  над референц-еліпсоїдом, а  $h$  – висота поверхні Землі (перевищення, яке визначають). Базова лінія  $B$ , тобто віддаль між антеною в положеннях 1 і 2. Похила віддаль від антени  $A_1$  до цілі  $A$  дорівнює  $P$  і є відомою. Кут  $\Theta$  в точці  $A_1$  між вертикаллю й напрямком на ціль  $A$  також відомий – це кут між осями цифрових камер: вертикальною і направленою вперед. Кут  $\alpha$  між базовою лінією і горизонтальним напрямком. Як видно з рисунка:

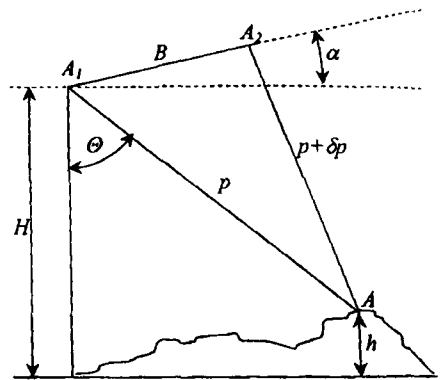


Рис. IV.6.4. Геометрія однопрохідного інтерферометра SAR.

$$h = H - p \cdot \cos \Theta. \quad (IV.6.1)$$

Із трикутника  $AA_1A_2$  можемо записати:

$$(p + \delta_p)^2 = p^2 + B^2 - 2pB \cdot \cos(90^\circ - \Theta + \alpha), \quad (IV.6.2)$$

де  $\delta_p$  – зміна нахиленої віддалі, яка визначається за формулою:

$$\delta_p = \lambda \cdot \frac{\Delta \varphi}{2\pi}, \quad (IV.6.3)$$

де  $\frac{\Delta \varphi}{2\pi} = N$  – кількість хвиль,  $\lambda$  – довжина хвилі, яку випромінює радар,  $\Delta \varphi$  – зміна фази між двома відбитками (від дерева та ґрунту). Ця зміна фази може бути виміряна тільки під час зміни фази в межах від 0 до  $2\pi$ . Визначити  $\Delta \varphi$  (кількість разів по  $2\pi$ ) можливо завдяки супутниковим

даним про розташування антени в пунктах  $A_1$  і  $A_2$ . Проте, проникнення лазера в поверхню дерев може спотворити їх істинну висоту. Таким чином, вимірювання в місцях, покритих деревами, включають більше “шуму” (похибок) вимірювання, ніж в місцях з “дзеркальними” відбиваючими поверхнями. Проникнення сигналу в поверхню дерев різне для різних довжин хвиль, наприклад, групи  $X$  та  $L$ . Це дає можливість визначити степінь “проникнення” сигналу. Якщо дерева, кущі близько розташовані до дороги, тоді це сприяє підвищенню точності побудови цифрової моделі рельєфу DSM. Саме для побудови DSM – цифрової моделі рельєфу та DEM – цифрової моделі місцевості і використовуються комплекси LIDAR і IfSAR. Слід зазначити, що фіксація відбиття хвиль від поверхні дерев та від ґрунту дозволить виконувати цифрове аерознімання в місцевості, закритій рослинністю. До цього часу такі райони знімалися тільки наземними або комбінованими методами.

# РОЗДІЛ V. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПРОЦЕСІВ НАЗЕМНИХ ТОПОГРАФО-ГЕОДЕЗИЧНИХ РОБІТ. ЦИФРОВІ ПЛАНИ ТА КАРТИ

## V.1. Автоматизація процесів топографо-геодезичних робіт

### V.1.1. Основні напрямки та технології автоматизації топографо-геодезичного вимірювання

Серед таких напрямків виділимо:

- 1) автоматизація польових робіт;
- 2) застосування комп'ютерів для математичного опрацювання вимірів;
- 3) застосування автоматизованих та автоматичних графопобудовувачів та координатографів для складання графічних планів на папері, пластиках та інших основах;
- 4) перехід від графічних паперових планів та карт до цифрових моделей місцевості (ЦММ) та цифрових моделей рельєфу (ЦМР) із застосуванням перетворювачів аналогової (безперервної) інформації в цифрову, дискретну, так званих дигітайзерів – оцифровувачів (digit – цифра) та сканерів.

Автоматизація технологічних процесів у будь-якому виробництві є найбільш перспективним, революційним напрямком розвитку галузей народного господарства.

Проте, об'єктивна оцінка показує, що стан автоматизації в різних галузях не однаковий. У той час, коли ряд галузей, особливо машинобудування, хімічне виробництво та деякі інші галузі знаходяться на високому рівні, перш за все завдяки розв'язанню найбільш важливих комплексних задач за допомогою комп'ютера, що дозволяє виділити загальні ланки процесів автоматизації та систематизувати їх на державному рівні, то одночасно існують галузі, у яких домінує ручна, низько кваліфікована та малопродуктивна праця.

Автоматизація технологічних процесів топографічного виробництва не досягла ще тої широти, яка властива високоавтоматизованим галузям виробництва. Особливо це стосується камерального (офісного) виробництва.

Для ілюстрації характеру розподілу затрат та сучасної тенденції автоматизації геодезичного виробництва доцільно навести таблицю за даними США, узяті з роботи [19], де наводиться порівняльний аналіз продуктивності п'яти видів технічних засобів, що застосовуються під час наземного топографічного знімання однієї й тієї ж території послідовно трьома виконавцями (реєчників – два).

## Визначення затрат для існуючих тенденцій автоматизації топографічного знімання

| Тип приладу              | Час у полі,<br>ч/м | Обчислення,<br>ч/м | Креслення,<br>ч/м | Загальний<br>час, ч/м |
|--------------------------|--------------------|--------------------|-------------------|-----------------------|
| Кіпрегель                | 4-50               | -                  | -                 | 4-50                  |
| Теодоліт                 | 2-50               | 0-40               | 5-30              | 8-15                  |
| Тахеометр<br>круговий    | 3-10               | 0-40               | 5-45              | 9-35                  |
| Тахеометр<br>номограмний | 3-40<br>-//-       | 0-20<br>-//-       | 4-05<br>2-15*     | 8-05<br>6-15          |
| Тахеометр<br>електронний | 2-00<br>-//-       | 0-08<br>-//-       | 3-25<br>2-13*     | 5-33<br>4-21          |

\* Викреслювання на автоматичному графопобудовувачі.

Аналізуючи таблицю, неважко зауважити, що подані технології автоматизації малоефективні навіть у порівнянні з неавтоматизованим мензульним зніманням. Нижній рядок таблиці ілюструє межу перспектив у продуктивності праці навіть одним із найбільш автоматизованих приладів – електронного тахеометра.

Хоча час затрат зменшився, проте ефективність від'ємна через велику вартість приладу. У чому тоді зміст автоматизації? Відповідь на ці питання слід шукати у визначенні: що таке автоматизація та яку степінь перспективності мають ті чи інші технічні рішення, направлені на автоматизацію.

*Автоматизація* – це такий розвиток виробництва, під час якого людина звільняється від безпосередньої участі в ланках технологічного процесу. Враховуючи таке визначення, можна сформулювати цілі автоматизації:

1. Підвищення ефективності суспільного виробництва за рахунок зниження долі живої праці та підвищення продуктивності обладнання;
2. Виконання робіт у небезпечних умовах або в місцях, недоступних людині;
3. Підвищення об'єктивності та точності результатів.

Джерелами ефективності автоматизації є:

1. Різке підвищення швидкості виконання технологічних операцій за рахунок ліквідації фізіології ручної праці, притаманної людині-оператору;
2. Поєднання часу виконання технологічних операцій шляхом універсалізації технічних засобів, тобто, об'єднання технічних засобів зі збереженням їх функцій;
3. Підвищення частки чистого часу виконання технологічних процесів за рахунок підготовчих та допоміжних операцій;

4. Заміна технологічного процесу у відповідності з вимогами технічних засобів автоматизації (за умови збереження якості кінцевого продукту).

Таким чином, необхідно ретельно аналізувати технологічні процеси, щоб відшукати технічні засоби для автоматизації всіх операцій. Звернемо увагу на те, що майже половина затрат (див. табл. V.1.1) припадає на викреслювання паперових планів та карт навіть за умови застосування автоматизованих графопобудовувачів. Щоб подолати цю перепону, є лише один шлях, якому немає альтернативи, а саме: для успішного застосування сучасних комп'ютерів та засобів автоматизації необхідно замінити образно-знакові, паперові плани та карти на цифрові карти місцевості (ЦКМ). Питанням цифрових карт відведено в цьому підручнику окремий параграф. Значний успіх у підвищенні ефективності продуктивності праці має універсалізація приладів. У наш час це створення тотальних наземних станцій, а найновіші досягнення – це об'єднання наземних станцій із методами супутникової геодезії.

Одним із засобів підвищення швидкості виконання технологічних циклів є використання транспорту. Беззаперечно застосування транспорту в топографо-геодезичному виробництві необхідно вдосконалювати. Питання автоматизації аерофотознімання розглянуті в розділі IV.

В подальшому ми розглянемо автоматизацію наземних методів визначення висот, планового та просторового положення точок земної поверхні.

### V.1.2. Автоматизація визначення висот

Геометричне нівелювання – поки що неперевершений за точністю метод визначення висот. Проте, метод вимагає значних затрат праці, особливо, якщо необхідно визначити перевищення між значно віддаленими точками. Автоматизація нівелірних робіт починається із застосування компенсатора. Зауважимо, що перший рідинний компенсатор був запропонований конструктором Г.Ю.Стодолкевичем (СРСР) ще в 1945 році. Більше розповсюдження отримали маятникові компенсатори.

Проте, дійсно автоматичними нівелірами стали електронні, цифрові нівеліри, описані в розділі I. Класична форма нівелювання – ходами із застосуванням компенсаторів та спеціальних транспортних засобів дозволяє на 30-40% підвищити продуктивність робіт.

Подібна технологія із застосуванням компенсаторів місця нуля (місця zenіту) та автомашини виявилась ефективною для менших за точністю робіт – під час тригонометричного нівелювання тахеометрами, що дозволило скоротити час ще на 25-50% в порівнянні з геометричним нівелюванням.

Лазерні методи нівелювання підвищують об'єктивність та оперативність реєстрації результатів нівелювання. Проте, застосування позиційних випромінюючих нівелірів не демонструють помітних переваг перед відомими методами. Можна відмітити систему контролю планування

(СКП-1), що ґрунтується на принципі лазерної площини та її використання на ділянках місцевості радіусом до 300 м.

Результати дослідження цієї системи підтверджують похибки системи  $\pm 3$  см для вказаної віддалі. Розширення просторового діапазону під час використання променевих лазерних систем приводить до збільшення впливу рефракції, які можуть бути враховані, наприклад, за коливаннями зображень візирних цілей.

З позицій автономності, незалежності від зовнішніх умов та автоматизації нагадаємо про маятникові висотоміри-автомати. Таким чином, серед існуючих та перспективних геодезичних засобів нівелювання площ, деякі з них, після включення в агрегати комплексних засобів, мають чітко виражені можливості автоматизації та різкого підвищення продуктивності.

### *V.1.3. Автоматизація визначення планового положення точок*

У цьому питанні необхідно окремо розглянути автоматизацію вимірювання кутів та ліній.

#### Автоматизація вимірювання горизонтальних кутів

Вимірювання кутів складається з таких операцій:

1. Встановлення приладу над точкою – центрування;
2. Горизонтування;
3. Наведення візирної труби на ціль;
4. Відлічування горизонтального круга;
5. Опрацювання вимірів;
6. Врахування зовнішніх та інструментальних похибок кутомірних вимірів.

Для кутових вимірів у тій чи іншій мірі автоматизуються всі перераховані операції, окрім встановлення приладу, точніше, встановлення горизонтального круга та аліади в горизонтальний стан, яке і в наш час виконується за допомогою циліндричного рівня. Центрування приладу виконується швидше і точніше завдяки лазерним вискам. Давно існують методи автоматизованого наведення труби на ціль.

Застосовуються кодові, імпульсні або динамічні методи електронних відліків та вимірів кутів. Частіше перевагу віддають останньому. Крім того, динамічний метод дає ще можливість орієнтувати горизонтальний круг відносно заданого напрямку.

Результати кутових вимірів відображаються на дисплеї і можуть бути записані в польовий журнал або в пам'ять приладу, а потім відправлені на зовнішній комп'ютер для подальшого опрацювання.

Автоматично компенсуються інструментальні похибки кутомірних приладів. Для цього, як відомо, у динамічній системі відліків використовуються чотири зчитувачі відліків (чотири маски). Над нульовим діаметром лімба встановлюється одна пара фотодіодів, а зорова труба наводиться на другий напрямок кута. З цим напрямком співпадає друга пара фотодіодів. Розташування обох пар фотодіодів точно не співпадає з напрямками

нульового діаметра та візирної осі труби. Проте, виміри виконуються двома протилежними напрямками обертання круга. Завдяки діаметральному розташуванню чотирьох зчитувачів та обертанню круга під час вимірювання у протилежних напрямках виключаються похибки, викликані не точним розташуванням кругів та зчитувачів, а саме:

- ексцентриситет лімба;
- ексцентриситет аліадади.

Крім того, автоматично вводяться поправки за кривину Землі та нормальну рефракцію (на жаль поправки за аномальну рефракцію не вводяться).

Динамічний прилад має додаткові, вмонтовані системи, що автоматично компенсують вплив нахилу вертикальної осі теодоліта (неточного горизонтування приладу) на значення горизонтальних та вертикальних кутів (раніше ми розглядали пристрої, які автоматично встановлюють МО (місце нуля) рівним нулю).

#### Автоматизація вимірювання ліній

Під час наземного великомасштабного знімання в наш час основним засобом лінійного вимірювання є світловіддалеміри з напівпровідниковими випромінювачами. Як відомо, вимірювання ліній складається з наступних дій:

1. Центрування;
2. Встановлення приладу в робочий стан (горизонтування);
3. Наведення труби на відбивач;
4. Вимірювання ліній, яке, у свою чергу, складається з:
  - отримання оптимального відбитого сигналу;
  - усунення несиметричності вимірювальних каналів;
  - розв'язку багатозначності;
  - виконання внутрішнього калібрування приладу.
5. Вимірювання та врахування параметрів зовнішнього середовища (метеоданих);
6. Опрацювання вимірів.

Друга дія (приведення в робочий стан), аналогічна тій, що і під час кутових вимірювань, ніколи не мала навіть спроб автоматизації. Перша дія – центрування с/в у певній мірі, як і для кутових вимірювань, прискорюється тільки завдяки лазерним центрирам, але залишається ручною.

Спроби автоматизувати наведення труби існують і продовжуються. Але, по-суті, у наш час автоматизація процесу вимірювання повинна починатися якраз із автоматизації саме лінійного вимірювання. Першим приладом, у якому було автоматизовано електро-механічним шляхом розв'язання неоднозначності, був світловіддалемір DI-10, створений у 1968 році фірмою Wild. У подальшому автоматизація пішла шляхом використання електронних пристроїв. У наш час у світловіддалемірах весь процес “вимірювання ліній” автоматизовано, проте різними способами. Автоматизація процесу врахування метеоправки реалізована майже у всіх

останніх моделях. Технічно цей процес розв'язується також по-різному. Процес вимірювання метеопараметрів вдало реалізований тільки у світловіддалемірі ME-3000. Це високоточний прилад, що вимірює віддалі до 3000 м із приладною похибкою 0,2 мм. Виробники цього приладу сконструювали автоматизовану систему по вимірюванню та врахуванню метеопараметрів, яка розташована в середині приладу. Проте, як відомо, щоб забезпечити високу точність вимірювання, недостатньо виміряти метеопараметри в одній точці лінії.

З появою світловіддалемірів із цифровими лічильниками опрацювання результатів стало практично складовою частиною вимірювання ліній. Деякі сучасні світловіддалеміри відображають на дисплеї не тільки багатократно виміряне середнє значення віддалі, але й середні квадратичні похибки (DI-38, 3805, Recota), а деякі виконують вимірювання доти, поки точність вимірювання не буде відповідати наперед заданій середній квадратичній похибці. Тому процес вимірювання затягується і, в залежності від умов видимості, продовжується від 6 до 60 с. На жаль виявляється, що автоматизація тільки лінійного вимірювання, як і тільки кутового вимірювання, мало доцільні, оскільки не виконується принцип універсалізації приладів. Тільки під час конструктивного поєднання лінійного та кутового вимірювання, тобто, по-суті, перехід до планового, а ще краще, до просторового вимірювання, автоматизація стає більш доцільною та ефективною.

#### *V.1.4. Автоматизація визначення просторового положення точок*

Основним методом наземного визначення просторового положення точок є електронна тахеометрія. Взагалі, тахеометричне знімання, як відомо, означає швидко, швидко знімання. Швидкість знімання досягала, перш за все, завдяки заміні мірної стрічки нитковим віддалеміром: одним поглядом на рейку визначались віддалі. Подальшим вдосконаленням була заміна кругового тахеометра номограмним, запропонованого Гамером в 1901 році – більше 100 років тому. Номограмний тахеометр дозволяє без обчислень, користуючись відліками рейки визначати горизонтальні прокладення довжин ліній від тахеометра до рейки  $S$ , а також перевищення  $h$ .

Компенсатори нахилу – наступне важливе вдосконалення тахеометра, яке звільнило спостерігача від необхідності весь час виводити бульбашку рівня, скріпленого з вертикальним кругом, у нуль-пункт.

Компенсатори значно підвищили швидкість виконання топографічного знімання. Але найважливішим сучасним досягненням є електронні тахеометри – прилади, які здатні автоматизувати процеси одночасного вимірювання кутів і віддалей та їх комп'ютерного перетворення на просторові координати  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  пунктів, що спостерігаються.

Детальний опис будови електронних тахеометрів подано в розділі II.

Нагадаємо, що прилади, якими можна виконувати електронне вимірювання горизонтальних та вертикальних кутів і віддалей (нахилених,



горизонтальних, вертикальних) називаються електронними тахеометрами. Використовується два способи поєднання електронних теодолітів з електронними віддалемірами. Перший з них полягає в поєднанні віддалемірної і кутовимірної частин в одну систему вимірювання, що має спільну будову і багато спільних елементів (наприклад, спільна зорова труба, мікропроцесор, фазометр, клавіатура, ресстратор). Такі системи називають *інтегрованими тахеометрами* [31].

Другий спосіб полягає в сполученні окремо сконструйованого віддалеміра з теодолітом (оптичним або електронним). Ці два прилади можуть незалежно виконувати свої призначення. Тоді це – *модульний тахеометр*. У цих двох частинах (модулях) спільними частинами є тільки відбивач, візирні марки, штатив, інші деталі. У нових, інтегрованих тахеометрах застосовують фазові віддалеміри, а для кутового вимірювання – один із методів електронного вимірювання кута: кодовий, імпульсний, частіше – динамічний.

Інтегровані тахеометри з високоточним вимірюванням кутів та ліній, автоматичним введенням інструментальних та інших поправок, здатні на пунктах спостережень виконувати широку програму опрацювання даних, включаючи визначення просторових координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  отримали назву *тотальні станції* (Electronic total stations).

Окрім вимірювання кутів, ліній та координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  ці станції здатні виконувати ряд програм завдяки внутрішньому програмному забезпеченню, а саме:

- визначення недоступної віддалі;
- визначення недоступної висоти;
- винесення в натуру точок за їх координатами;
- визначення дирекційного кута. За координатами точки стояння і точки орієнтування автоматично вираховується дирекційний кут на точку орієнтування і горизонтальний круг приладу може бути встановлений за обчисленим дирекційним кутом;
- обернена засічка: за кутовими і лінійними вимірами на дві точки з відомими координатами обчислює координати точки стояння і дирекційного кута на точку, що буде спостерігатись наступною.

Особливо відзначимо компактні тотальні станції фірми Sokkia (Японія). Все керування приладом (SET-6E, SET-6F) виконується за допомогою тільки декількох клавіш. Найновіші моделі з цієї серії – електронні тотальні станції SET500 та SET600. Вага цих приладів з акумулятором – 5 кг. Середня квадратична похибка вимірювання кута одним прийомом –  $5''$  ( $1,5$  МГон). Максимальна віддаль 4200 м. Точність визначення віддалі  $\pm (3+2 \cdot 10^{-6} D)$ , ( $D$  – віддаль в км).

Останнім часом, як уже зазначалось, деякі фірми почали випускати *тотальні електронні нівелірні станції*, якими можна не тільки точно вимірювати перевищення, але й віддалі та горизонтальні кути. Інакше кажучи,

такі станції здатні визначати просторові координати точок. До таких станцій можна віднести Dini 10T. Точність одного кілометра подвійного ходу – 0,3 мм. Лінії визначаються з похибками:

$$m_D = 0,5 D \times 0,001 \text{ м для інварних рейок};$$

$$m_D = 1,0 D \times 0,001 \text{ м для інших рейок}.$$

Так, для  $D = 100 \text{ м}$ ,  $m_D = 5 \text{ см}$  (для інвару);

$$m_D = 10 \text{ см (для інших рейок)}.$$

Горизонтальні кути вимірюються з похибками 6-7". Горизонтальні кути, як і перевищення, відображаються на дисплеї. Стандартні мінімальні величини:

- вимірювання перевищень – 0,01 мм;
- вимірювання віддалей – 1 мм;
- кутових вимірювань – 5".

Тотальний нівелір Dini 10T випущений до 150-річчя оптичної фірми Karl Zeiss. Подальше вдосконалення тотальної нівелірної станції – Dini 11T.

Дуже важливо, що деякі тотальні станції, наприклад, TM 3000 V фірми Leica (Швейцарія) відображають на дисплеї структурні характеристики турбулентності атмосфери  $C_n^2$ , а цифрові нівеліри SDL 30 фірми Sokkia (Японія) та Dini 22 фірми Zeiss-Trimble (Німеччина) відповідно, видають на дисплей квадратичні похибки  $m_{кс}$  відліку рейки, які пов'язані переважно з турбулентністю атмосфери, що викликає коливання зображень візирної цілі (поділок рейки). У наш час ці дані можна використати для визначення поправок за кутову аномальну вертикальну рефракцію  $\delta_{ан}''$  у виміряні вертикальні кути, а також поправок за лінійну вертикальну рефракцію  $r$  (мм) у відліки рейок або у виміряні на станції перевищення  $h$ .

У роботах [15,16] показано, що під час термічної турбулентності (яка діє у світлий період доби) існують залежності між  $C_n^2$  та аномальним вертикальним градієнтом показника заломлення повітря  $\frac{dn}{dz}$ , а також між  $m_{кс}$  та  $r$ . Виявилось, що

$$\left( \frac{dn}{dz} \right)_{ан} = C_n^2,$$

тому

$$\delta_{ан}'' = \frac{1}{2} \rho^n \left( \frac{dn}{dz} \right)_{ан} \cdot 10^{-6} \cdot L. \quad (\text{V.1.1})$$

Одночасно, лінійна рефракція  $r$  може бути визначена за формулою:

$$r = \frac{m_{кс} \sqrt{L}}{2}. \quad (\text{V.1.2})$$

У цих формулах  $L$  – довжина лінії в метрах.

Таким чином, щоб автоматизувати процес врахування кугової та лінійної вертикальних рефракцій, достатньо у внутрішній або зовнішній комп'ютер включити програму розв'язання простих формул.

Точність врахування рефракції для  $L = 100$  м оцінюється в  $0,7''$  ( $0,3$  мм) і до того ж ці (залишкові) похибки вже не систематичні, а випадкові.

### *V.1.5. Автоматизовані динамічні топографічні системи*

Під динамічними топографічними системами розуміють системи, що використовують візирні цілі, розташовані на транспортних засобах, які весь час перебувають у русі. Планове положення візирної цілі визначаються різними способами (переважно лінійними, кутовими або комбінованими засічками), а висоти вимірюють або тригонометричним нівелюванням, або використовуючи лазерну горизонтальну площину [4].

Однією з найбільш відомих таких систем є автоматизована топографічна операційна система (АТОС), призначена для топографічного знімання в масштабі 1:2000 із перерізом рельєфу 0,5 м.

Польовий комплект АТОС встановлено на автомобілі ГАЗ-66 і включає в себе:

1. Висотомір на базі опорної лазерної площини;
2. Чотири геодезичних радіовіддалеміри (два ведучих, два ведених), для визначення планового положення пікетів знімання;
3. Автоматизований реєстратор геодезичної інформації.

Висотомір складається з трьох частин: 1) випромінювача горизонтальної лазерної площини. Випромінювач встановлюють на точках знімальної (робочої) мережі; 2) приймальної рейки, установленної на кузові всюдиходу; 3) блоку підсилення, також розміщеного на кузові.

Висота випромінювача може змінюватися в межах від 1 до 4,5 м з допомогою перевізної металевої піраміди.

Фотоприймальна рейка складається з 60 фотоелементів, оздоблених лінзами кругового огляду і закріплених через 5 см на робочій частині рейки довжиною 3 м. Точність визначення висот близько 7 см. Віддаль – 600 м. Чотири радіовіддалеміри РДГВ (радіовіддалемір геодезичний, високоточний) дають можливість визначати планове положення пікетів способом оберненої лінійної засічки (віддалі 20-3000 м). У процесі знімання відомі станції знаходяться на двох точках робочої основи, ведучі – на транспорті. Транспорт рухається по дузі. Створи радіовіддалемірів повинні перетинатися під кутом, близьким до  $90^\circ$ .

Пікети набираються по концентричних дугах на віддалі 15-30 м один від одного. Середня квадратична похибка визначення в русі планового положення пікету – 0,5 м.

Реєстратор польової інформації (РІП 01) – магнітофон, що записує дані на компакт-касету. На одну касету записується 600-650 пікетів.

Камеральний комплекс складається з технічних засобів опрацювання інформації на базі експедиції або обчислювального центру. Технічними

засобами є: мінікомп'ютер, автоматичний координатограф, пристрої вводу-виводу інформації. Склад польової бригади – 5 осіб (водій, оператор висотоміра, оператор радіовіддалеміра, 2 оператори ведених станцій).

#### V.1.6. Автоматизовані лазерно-паралактичні топографічні системи

Такі системи також використовують принцип створення лазерної площини, але в іншому варіанті. Випромінювач має лазерний передавач з головкою, що повертається, та радіопередавач. Лазерний передавач формує два пучки променів: горизонтальний і нахилений до горизонту під деяким постійним кутом. Приймальний пристрій виконано у вигляді фотоприймача з об'єктивом кругового огляду, розміщеного зверху телескопічної штанги, на якій також закріплені радіоприймач і обчислювальний пристрій. Передавальний (випромінюючий) пристрій встановлюють на точках геодезичної основи, а приймальний – на пікетах.

Висоту пікетів визначають фіксацією фотоприймачем країв горизонтального променя, а віддаль – паралактичним методом, використовуючи відомий вертикальний кут (постійний) та вимірне перевищення  $h$  між горизонтальним і нахиленим пучками променя над пікетом.

Оскільки  $h_i = S_i \cdot \operatorname{tg} \nu$ , то вимірявши  $h$ , для відомого  $\operatorname{tg} \nu$  знайдемо:

$$S_i = \frac{h_i}{c}, \text{ де } c = \operatorname{tg} \nu.$$

Інформація про кут обертання головки відносно початкового напрямку передається радіопередавачем і приймається радіоприймачем приймального пристрою. Описаний метод можливий тільки на відкритій, рівнинній місцевості. Більш універсальним є спосіб електронної тахеометрії.

#### V.1.7. Електронна тахеометрія

Як відомо, тахеометрія призначена для визначення положення пунктів на основі вимірів горизонтального кута  $\alpha$ , вертикального (зенітного) кута  $z$  та нахиленої віддалі  $S$  до призми, що рухається або знаходиться в нерухомому стані.

Кути  $z$ ,  $\alpha$  та нахилена віддаль  $S$  вимірюються автоматично.

На сучасних штангах призм-відбивачів світла додатково кріпляться:

1. Сенсори-пристрої для відшукування й автоматичного наведення труби тахеометра на рухоме або нерухоме призму;
2. Радіомодуль (або лазерний модуль) з графічним дисплеєм і клавіатурою (подібною на ту, що в тахеометрі) для дистанційного керування тахеометром (із точки стояння призми);
3. Комп'ютер із системою електронного опрацювання даних та пам'яттю, дисплеєм, клавіатурою, бібліотекою програм вимірів.

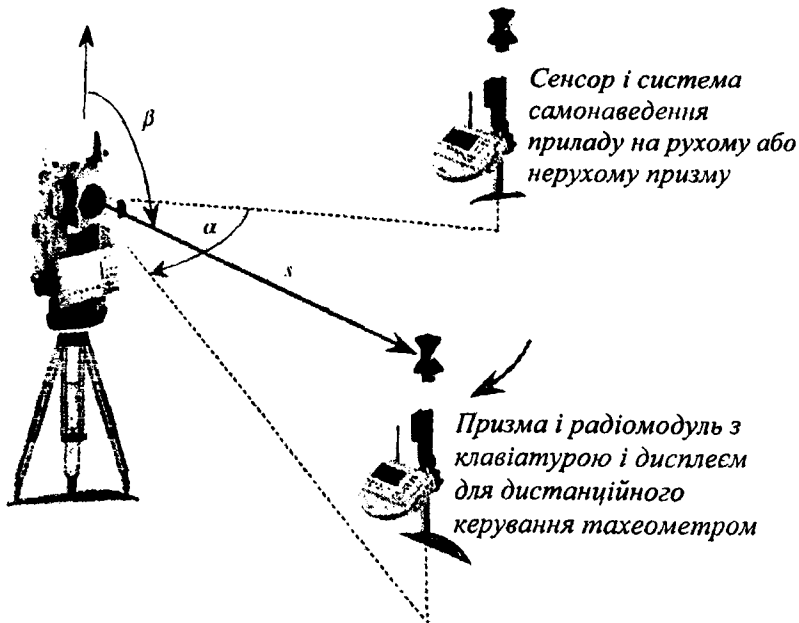


Рис. V.1.1. Принцип вимірювання кутів  $\alpha$  та  $z$ , нахиленої віддалі  $S$  на рухомому або нерухомому призму.

Середні похибки вимірювання сучасними тахеометрами, наприклад, фірми Leica TPS 1100:

- середня похибка вимірювання кутів  $m_{\alpha z} = 1,5''$ ;
- середня похибка вимірювання віддалі  $S$ ,  $m_S = 2 + 2S$  (мм);
- максимальна віддаль – 3 км;
- час вимірювання – 1 секунда;
- графічне відображення – 8 ліній по 32 знаки,
- вага – 4,7 кг.

Зрозуміло, що за такої точності вимірювання тахеометр може використовуватися не тільки для топографічного знімання, але і для розв'язання багатьох задач інженерної геодезії та геодинаміки.

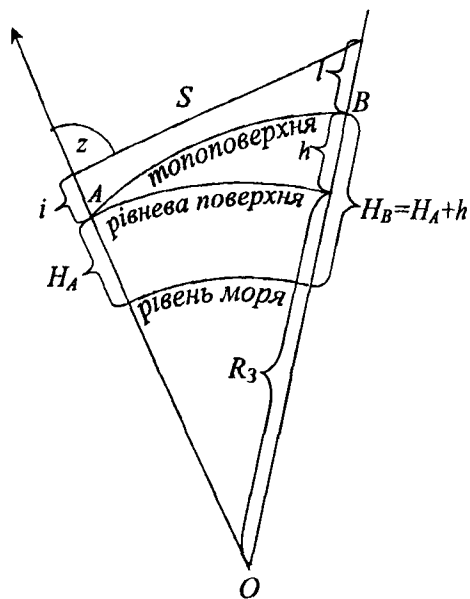


Рис. V.1.2. До виведення формули тригонометричного нівелювання.

На завершення подамо формули, за якими визначається перевищення  $h$ . Ця формула дещо інша, ніж в класичній тахеометрії і враховує безпосереднє вимірювання тахеометром нахиленої віддалі [30]. Безпосередньо з рисунка V.1.2 маємо:

$$h = \sqrt{(R_3 + i)^2 + S^2} + 2(R_3 + i) \cdot S \cos Z - R_3 - l. \quad (V.1.3)$$

Ця формула не враховує кривини Землі і рефракції. Проте, поправки можуть бути введені окремо.

### V.1.8. Автоматичні координатографи

Автоматичні координатографи (АК) є системами, що складаються з:

1. координатографа;
2. обчислювальної машини (ОМ), комп'ютера;
3. робочих пристроїв та приладів;
4. допоміжного обладнання.

Координатограф складається зі стола, на якому розташовують план чи карту та обвідного, рухомого пристрою (курсору), що, переміщуючись, вказує точки або лінії, які слід наносити. Робочими приладами є креслярські пера, гравірувальні різці та різні головки. У нових моделях координатографів широко використовуються світлові головки, що можуть гравірувати на пластиках або креслити на фотоплівках та інших основах. Переміщення креслярського пера реалізується автоматично і керується комп'ютером. До допоміжного обладнання можна віднести пульт керування, пристрій введення та виведення інформації. Інформація для АК може подаватися безпосередньо з великої ЕОМ або через проміжні носії: магнітні стрічки, диски і т.д. АК використовуються під час виготовлення оригіналів карт та планів на папері, пластиках та інших основах, а також для отримання графічної інформації у вигляді різних проектів, схем, робочих креслень та інших документів.

Існує більше 100 різних систем автоматичних координатографів. Детальне описування їх не має змісту. Описи та рекомендації доцільного використання координатографів, зазвичай, подаються у відповідних інструкціях.

### V.1.9. Перетворювачі аналогової інформації в цифрову

До перетворювачів аналогової (безперервної) інформації в цифрову (дискретну) відносять прилади, що дозволяють перетворювати графічне зображення карт, планів, аерофото- та наземних знімків в цифрову форму у вигляді координат точок, що складають елементи карти, плану, фотознімка. Якщо ці перетворювачі дозволяють додавати цифрові коди для ідентифікації елементів плану, карти, фотознімка, то такі перетворювачі називають дігітайзерами. Ця назва походить від англійського слова digit (цифра). У літературі зустрічаються й інші назви даних приладів: дігіметр, цифрувач.

Дігїтайзер, як і координатограф, це також креслярський стіл, по якому рухається обвідний пристрій. Цей рух у вигляді плоских координат точок фіксується на спеціальному дисплеї механічним, електричним або іншим способом.

Перетворювачі дуже широко використовуються для:

- складання топографічних карт за картами більш великого масштабу;
- перетворення фотознімків із центральної проєкції в ортогональну проєкцію;
- складання цифрових карт за графічними картами;
- створення банків топографічних даних.

Розрізняють три види дїгїталізації:

а) точкова; в) лінійна; с) поверхнева.

Поверхнева дїгїталізація ще називається растровим скануванням.

Ці види дїгїталізації подані на рис. V.1.3. Перетворювачі класифікуються за рядом ознак. Однією із вдалих класифікацій слід вважати способи координування вихідних даних. За цією ознакою перетворювачі можна класифікувати на: 1) слідкуючі (обвідні); 2) електронно-променеві (дисплеї); 3) сканери; 4) оптично читаючі машини. Більшість перетворювачів відносяться до обвідних. Лінії відслідковуються і точки координуються через заданий інтервал.

Дисплеєм називається електронний пристрій, призначений для введення графічної інформації на електронно-променеву трубку (ЕПТ) та виведення інформації після перетворення.

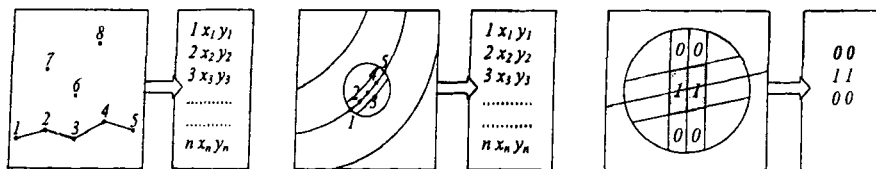


Рис. V.1.3. Види дїгїталізації

Примітка. Під час площинної дїгїталізації пікселями записується ступінь почорніння (сірості) або кольору кожного елементу образу. На рис. V.1.3 показано в колі фрагмент поверхні з найпростішим однобітовим запасом: 1 – відповідає чорному пікселю; 0 – навпаки, пікселю білому.

Якщо зображеннями на екрані можна керувати (виправляти, витирати, пересувати), то дисплей – інтерактивний; у протилежному випадку – пасивний. Сканери призначені для площинного перетворення. У сканери вмонтовано матриці пікселів, які здатні перетворювати центральні проєкції в ортогональні, графічні в цифрові. Сканери складні електронно-оптичні системи. Кольоровий сканер “Дельта” може опрацьовувати знімки розміром до 470x320 мм і рулонні фільми шириною до 320 мм. Сканер має 3175 пікселів розміром 8  $\mu$ m.

Оптичні зчитуючі машини дозволяють читати сторінки з текстом або символами.

#### *V.1.10. Наземні лазерні сканери*

Наземні лазерні сканери є найсучаснішим, оперативним, швидким та високопродуктивним засобом просторового знімання не тільки точок земної поверхні, але й, що дуже важливо, просторового знімання споруд, пам'ятників та інших культурних надбань людства. Наземні лазерні сканери дозволяють отримати найбільш точну та найбільш повну інформацію про просторові об'єкти. Суть технології у швидкому визначенні одним візуванням просторових координат багатьох точок поверхні об'єкта.

Процес реалізується завдяки вимірюванню віддалей до всіх точок об'єкта, положення яких визначається за допомогою імпульсного лазерного віддалеміра, що працює без відбивача. Вимірювання виконуються з дуже великою швидкістю – тисячі, інколи десятки тисяч вимірів за секунду.

На шляху до об'єкта імпульси лазерного віддалеміра проходять через систему, що складається із двох дзеркал, які можуть повертатися. Одне дзеркало відповідає за вертикальне зміщення променя, друге – за горизонтальне. Дзеркала сканера керуються прецизійними (точними) сервомоторами. У кінцевому результаті саме ці мотори визначають точність напрямку променя лазера на об'єкт, знімання якого виконується. Знаючи кут повороту дзеркала в момент спостереження та виміряну віддаль, процесор вираховує координати кожної точки. Керування роботою лазерного сканера виконується портативним комп'ютером за допомогою спеціальних програм. Найбільш вдалими програмами керування роботою сканерів вважається комплекс програм "Cyclone"; найбільш досконалими наземними сканерами в наш час вважаються сканери HDS 3000 фірми Leica. Назвати цей сканер найкращим в своєму класі дозволяє цілий ряд його властивостей, а саме:

- область сканування з однієї точки –  $360^\circ$  (по горизонту та  $270^\circ$  по вертикалі);
- точність визначення просторових координат точки  $\pm 6$  мм для віддалі 50 м;
- діаметр лазерної плями менше 6 мм на відділі 50 м;
- спеціальна цифрова фотокамера з можливістю автоматичного калібрування;
- вибірковість області сканування;
- гнучка система енергозабезпечення із заміною батарей в режимі "not-swap" (без зупинки).

На рис. V.1.4 подано загальний вигляд наземного сканера HDS 3000. У таблиці V.1.2 подано його технічні характеристики.



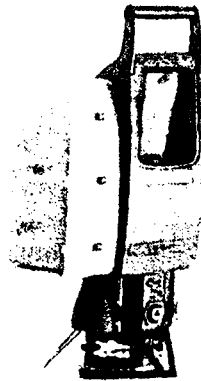


Рис. V.1.4. Наземний сканер HDS 3000.

Таблиця V.1.2

Технічні характеристики сканера HDS 3000

| Характеристики                              | Величини   |
|---|--|
| Точність визначення положення точки         | 6 мм на 50 м   |
| Точність вимірювання віддалі                | 4 мм   |
| Кутова точність, мікро радіани              | 60 ( $\approx 12''$ )  |
| Тип лазера                                  | імпульсний   |
| Максимальна віддаль                         | 100 м  |
| Частота сканування (точок в секунду)        | 1800   |
| Вибірковість по вертикалі (горизонталі), мм | 1,2 між точками для $S = 50$ м   |
| Максимум точок по вертикалі (горизонталі)   | 5000/20000   |
| Поле зору по вертикалі (горизонталі)        | $270^\circ/360^\circ$  |
| Відео пошук                                 | вмонтована цифрова камера  |
| Відео наведення                             | визначається користувачем<br>одне фото $24 \times 24$<br>$1024 \times 1024$ пікселів |
| Час роботи акумулятора (години)             | до 6   |
| Розмір сканера, мм                          | $265 \times 370 \times 510$  |
| Маса, кг                                    | 16   |

Комплекс "Cyclone" об'єднує ряд програм. Серед них відзначимо Cyclone MODEL. Ця програма володіє унікальним набором функцій для створення тримірних моделей об'єктів на основі множини визначених точок, що дістали назву "хмари точок" і за допомогою яких можна отримати тривимірні моделі складних промислових об'єктів, знімання яких традиційними способами зайняла б неймовірно велику кількість часу. Також в

наборі засобів Cyclone MODEL є можливість побудови нерегулярних мереж трикутників, що відображають поверхню складних об'єктів. Такий підхід дозволяє отримати просторові моделі рельєфу у вигляді звичного для нас фотоплану. Тобто, програма дозволяє вибрати з "хмари" точок необхідні фрагменти та очистити даний об'єкт знімання від непотрібних деталей, спростити опрацювання та підвищити точність.

На завершення опису сканерів ще раз зазначимо, що сканування застосовується в різних галузях діяльності людини в архітектурі й археології, у промисловому, цивільному та транспортному будівництві, в машинобудуванні, в нафтово-газовій та інших галузях.

## V.2. Цифрові плани та карти

### V.2.1. Загальні відомості про цифрові моделі місцевості

*Цифрові моделі місцевості* (ЦММ) створюються як за результатами наземного знімання, без фотограмметричних матеріалів, так і на основі матеріалів, отриманих в результаті наземного фототеодолітного або аерофотознімання. Знімання значних територій, як відомо, виконується переважно методами аерознімання. Технології створення ЦММ без фотограмметричних матеріалів, переважно на основі електронної тахеометрії значно відрізняються від технологій створення цифрових планів та карт на основі фотограмметричних матеріалів. Тому в цьому підрозділі описані основні технологічні процеси створення ЦММ з використанням фотограмметричних матеріалів і без них [4].

Під цифровою моделлю місцевості (ЦММ) розуміють множину, елементами якої є топографо-геодезична інформація про місцевість і правила користування моделлю. Цифрова модель місцевості (ЦММ) є об'єднанням моделі поверхні Землі (МПЗ) і моделі інженерного призначення (МІП).

МПЗ – це множина, елементами якої є топографо-геодезична інформація про місцевість у тому чи іншому вигляді (Ім) і правила користування моделлю (Пм), які дозволяють однозначно й із заданою точністю отримувати необхідні характеристики місцевості.

$$\text{МПЗ}=(\text{Ім},\text{Пм}). \quad (\text{V.2.1})$$

МПЗ включає в себе сукупність моделей ситуації та рельєфу, а також відповідну проекцію.

Модель ситуації (МС) – множина, елементами якої є інформація про ситуацію (Іс) та правила користування цією моделлю (Пс).

$$\text{МС}=(\text{Іс},\text{Пс}). \quad (\text{V.2.2})$$

Модель рельєфу (МР) – множина, елементами якої є інформація про рельєф місцевості (Ір) і правила користування цією моделлю (Пр), які дозволяють однозначно й із заданою точністю отримувати необхідні характеристики рельєфу місцевості.

Цифрові моделі місцевості (ЦММ) не тільки призначені замінити образно-знакові моделі місцевості у вигляді різних паперових, графічних планів та карт, але й накопичувати топографо-геодезичну інформацію в інформаційно-пошукових системах (ІПС), щоб розв'язувати за їх допомогою цілий ряд інженерних задач.

Саме тому ЦММ є об'єднанням моделі поверхні Землі (МПЗ) і моделі інженерного призначення (МІП).

Дамо визначення цій останній моделі. МІП – множина, елементами якої є інженерна інформація про місцевість (Іі) і правила користування цією інформацією (Пі), необхідною для безпосереднього розв'язання цілого ряду інженерних задач та задач народного господарства.

Багато тисячоліть графічні плани та карти, які з'явилися раніше писемності, служили людям і задовольняли їх потреби. Дійсно, паперові карти на обмеженому аркуші паперу несуть надзвичайно великий об'єм інформації, завдяки не тільки накресленим графічним знакам та символам, але й асоціативно-образним сприйняттям користувача знакових комбінацій та розміщень в умовно-тривимірному просторі карти.

Виникає питання: що трапилось, чому виникла необхідність замінити графічні плани та карти цифровими?

Численні спроби дати повний математичний опис картографічної інформації, навіть з урахуванням найостанніших досягнень в області інформації з її комбінаторними моделями, виявились невдалими. Одним із недоліків математичного опису інформації карт є дуже різноманітні просторово-логічні відношення (ПЛВ) об'єктів місцевості у вигляді їх сполук: перетинів, сусідства, входжень, різновидностей за рельєфом, орієнтування за сторонами світу й т.д. Вони не мають на картах безпосереднього ні умовно-знакового, ні текстового позначення, але формуються в нашій свідомості. Існує ще більш глибока аналітична інформація карт. Так, за характером рельєфу, видах рослинності, міграції рік визначають відповідні геоморфологічні структури земної поверхні, прогнозують місце залягання корисних копалин, розташування підземних вод і таке інше.

Цей вид картографічної інформації, пов'язаний з абстрактно-аналітичним мисленням людини, і є результатом не тільки сприйняття комплексних систем образно-знакової інформації, але й визначений рівнем підготовки карт у відповідній області наукових знань, наприклад, геоморфології, геоботаніці й т.п. Математичне формулювання цієї частини образно-знакової інформації є найскладнішою проблемою, розв'язання якої хоча й можливе, але, напевно, тільки в далекому майбутньому.

Одночасно сучасний розвиток науки й техніки, пов'язаний з надзвичайно швидким отриманням і опрацюванням великих масивів інформації про Землю та простір навколо неї, настирливо диктує необхідність пошуку шляхів представлення інформації про місцевість у формі, зручній для швидкого опрацювання її на сучасних комп'ютерах. Це стосується, в першу чергу, карт та планів, що використовуються в науково-дослідних, проектних, пошукових роботах, пов'язаних із будівництвом великих інженерних споруд, транспортних комунікацій, нафто- та газопроводів, каналів, ліній електропередач, автоматизованих інформаційно-пошукових систем, а також різних засобів управління й систем навігації.

Головний недолік використання паперової картографічної інформації полягає в тому, що введення такої інформації в комп'ютер займає вкрай багато часу, у сотні разів більше, ніж опрацювання цієї інформації машиною, що є серйозним бар'єром розвитку автоматизованих високоефективних технологій. Для подолання цього бар'єру є лише один шлях, якому немає альтернативи, а саме: для успішного застосування сучасних комп'ютерів та засобів автоматизації необхідно замінити образно-знакові карти та плани на

цифрові (ЦКМ, ЦПМ), які задовольняють вимогу прямого введення й опрацювання топографічної інформації на сучасних комп'ютерах. Інформація, яка отримується в результаті топографічного знімання, фотограмметричного опрацювання космічних та аерознімків, або береться з існуючих графічних карт та планів, перетворюється в цифрову (двійкову) систему числення й після відповідного опрацювання на комп'ютері формується в цифрові карти та плани.

Слід також відзначити, що від вирішення цієї проблеми залежить також розвиток засобів автоматизації складання та оновлення традиційних карт та планів, які залишаються необхідними в багатьох галузях діяльності людини. До того ж у наш час у багатьох країнах світу цифрові карти й плани в основному створюються за традиційними графічними оригіналами. Це пов'язано з тим, що багато країн уже мають високоточні плани та карти. Це по-перше. По-друге: оновлення застарілих або створення нових карт іншого масштабу та призначення набагато ефективніше здійснювати автоматизованим шляхом цифрової картографічної інформації. Виявилось найдоцільніше мати наперед заготовлену цифрову картографічну інформацію, так званий банк картографічних даних (БКД). Маючи такий банк можна швидко створити ЦКМ або ЦПМ будь-якого масштабу, призначення й задовольнити вимоги якого завгодно споживача.

Останнім часом загальний банк картографічних даних (БКД) країни називають *національною інфраструктурою геопросторових даних*.

Крім того, слід відзначити, що потреби в цифрових планах та картах з часом збільшуються.

### *V.2.2. Вимоги до цифрових карт та планів*

Незалежно від того, якими методами та технічними засобами створюються карти та плани, вони повинні задовольняти наступні головні вимоги.

За змістом, проєкцією, системою координат та висот, точністю та розграфленням (номенклатурою) цифрові карти та плани повинні повністю відповідати вимогам, які ставляться до традиційних образно-знакових карт та планів. Адекватне співвідношення властивостей образно-знакових та цифрових карт місцевості продиктовано тим, що сучасна картографічна інформація за всіма своїми параметрами, крім форми відображення, задовольняє науково-технічний прогрес відповідних областей науки й техніки і не виникає необхідності в створенні особливих вимог до ЦКМ та ЦПМ. До числа основних вимог слід віднести також строге дотримання *єдиної системи класифікації й кодування інформації (ЄСККІ)* про місцевість усіма виробниками цифрових планів та карт.

Ці дві вимоги до ЦКМ та ЦПМ у ряді країн зведені до ступеня державного стандарту, що дозволяє за більш короткі терміни створити єдиний національний банк картографічних даних (БКД), тобто створити єдину національну інфраструктуру геопросторових даних країни. Заува-

жимо, що чим більш великомасштабною буде базова цифрова інформація, тим ширші будуть можливості БКД, тим більше буде користувачів і тим дешевше будуть коштувати цифрові плани та карти.

Необхідним під час створення цифрових планів та карт є врахування можливостей візуалізації їх змісту в адаптованих (дещо спрощених) або стандартних умовних знаках та кольорах традиційних карт з використанням програмно-технічного комплексу (кольорових графічних дисплеїв, графопобудовувачів та других картографічних приладів). Це дасть можливість автоматизувати процес картографічної генералізації, редагування та контролю якості цифрових планів та карт.

### *V.2.3. Поняття про кодування топографо-геодезичної інформації (ТГІ)*

Опрацювання топографо-геодезичної інформації (ТГІ), необхідне для введення в комп'ютер, починається з кодування ТГІ. У відповідності з теорією інформації, система кодування повинна бути економна. Економність визначається числом елементарних сигналів, необхідних на передачі повідомлення. Чим менше елементарних сигналів у коді, тим економніше кодування.

Система кодування елементів знімання повинна задовольняти наступні вимоги:

1. Однозначність – кожному елементу знімання відповідає одне кодове позначення, яке не повинно бути початком іншого, більш довгого, кодового позначення;
2. Ефективність – довжина кодового позначення обернено пропорційна частоті появи даного об'єкту знімання;
3. Логіка зв'язку з назвою об'єкту – скоріше запам'ятовується код;
4. Функціонування інженерно пошукової системи (ІПС) та банку даних – за будь-якою ознакою виконується сортування кодів;
5. Повноті передачі якісних ознак об'єкту знімання. Наприклад, використовуючи буквено-цифровий код;
6. Контроль кодування вихідної ТГІ, як візуально, так і машинним способом, наприклад, завдяки чергуванню букв та цифр;
7. Розвитку та вдосконаленню системи – можливість додавати нові коди, замінюючи старі.

Окремо кодуються три масиви інформації:

1. Загальна інформація (на весь об'єкт знімання);
2. Метричний і синтаксичний масив інформації. Метрична інформація кодується переважно числами. Її доповнює синтаксична інформація (синтаксис – від грецького – побудова, устрій, зв'язок);
3. Семантичний і структурний масив інформації (семантика – від грецького – означальний, змістовний). Цей масив інформації вказує на зміст та структуру об'єктів, що підлягають зніманню.

У таблиці V.2.1 подано кодування класів елементів знімання початковими літерами. Головним виглядом кодового позначення елементів

знімання прийняті скорочення слів із пропусками голосних (залишаються три-чотири приголосні). Наприклад, лінії зв'язку класифіковані на телефонні – ТЛФ, телебачення – ТЛБ, кабельні – КБЛ, що узгоджується із прийнятими в “Умовних знаках” скороченнями: водокачка – ВДКЧ; водосховище – ВДСХ і т.п.

Таблиця V.2.1

Кодування класів елементів топографічного знімання (введенні в Росії)\*

| №№ | Класи елементів знімання                         | Умовні позначення класів | Коди |
|----|--|--------------------------|------|
| 1  | Опорні пункти                                    | Обоснование              | О    |
| 2  | Споруди, будівлі, їх частини                     | Дома                     | Д    |
| 3  | Скульптури, місця захоронення                    | Захоронения              | З    |
| 4  | Об'єкти промислового і комунального господарства | Хозобъекты               | Х    |
| 5  | Об'єкти зв'язку                                  | Связь                    | С    |
| 6  | Залізниці і споруди біля них                     | Железные дороги          | Ж    |
| 7  | Шосейні та ґрунтові дороги                       | Шосейные дороги          | Ш    |
| 8  | Гідрографія, гідротехнічні об'єкти               | Гидрография              | Г    |
| 9  | Об'єкти водопостачання                           | Водоснабжение            | В    |
| 10 | Мости та переправи                               | Мосты                    | М    |
| 11 | Рельєф   | Рельеф                   | Р    |
| 12 | Рослинність                                      | Насаждения               | Н    |
| 13 | Ґрунти і мікроформи Земної поверхні              | Поверхность              | П    |
| 14 | Болота та солончаки                              | Болота                   | Б    |
| 15 | Межі   | Контуры границ           | К    |
| 16 | Огорожі  | Изгороди                 | И    |
| 17 | Водний транспорт                                 | Водный транспорт         | Т    |

\* Із незначними змінами може бути прийнятий і в Україні.

Якщо назва елементів складаються з двох слів, то застосовують скорочений запис із початкових букв: державна мережа – ДМ, робоча мережа – РМ. Об'єкти, що часто зустрічаються, повинні мати короткі кодові позначення порівняно з тими, що зустрічаються рідше, наприклад, на забудованих територіях ліхтарі зустрічаються частіше, ніж фонтани, тому їх коди відповідно Ф і ФНТ.

Матеріал об'єкту знімання кодується цифрами 1, 2, ... відповідно до їх наявної частоти.

У наш час на забудованій території найчастіше зустрічаються залізобетонні конструкції (код № 1), потім – кам'яні (2), металеві (3), дерев'яні (4), мішані (5). Коди трубопроводів відповідають їх частоті та розташуванню: підземні – 1, наземні – 2, надземні – 3. Схема створення коду будинків така: стан (житловий – Ж, нежитловий – Н, розвалений – Р, що будується – Б). Якщо вказується матеріальний стан будинку, тоді, наприклад, Ж1 (житло-

вий, залізобетонний). Коли потрібні характеристики кількості поверхів та розташування пікетів біля споруди, тоді додається буква, що вказує розташування пікету (кут – К, стіна – С), а кількість поверхів вказується двома цифрами. Так, код семантичної (змістової) характеристики п'яти-поверхового житлового будинку із залізобетонних конструкцій буде таким: Ж1К05 або Ж1С05. Така послідовність букв і цифр дає можливість кодування і контролю кодувань.

Під час створення систем умовних знаків для їх машинного відтворення (репродукування) необхідно також врахувати прийняту економність: чим частіше зустрічається елемент, тим простіше повинно бути викреслювання умовного знаку, що зображає даний елемент.

Кодується також масив вихідних даних, до яких відносяться каталоги координат та висот основи, пікетів, записані, наприклад, на магнітні носії. Вихідними можуть бути, якщо потрібно, координати точок горизонталей.

| Приклади |                      | Прийняті зображення | Стилізовані зображення (для комп'ютера) |
|----------|----------------------|---------------------|---|
| 1        | Комунальний колодязь | ⊕                   | □                                       |
| 2        | Дерево               | ⊕ †                 | △ △                                     |
| 3        | Ліхтар               | ⊕                   | ⌈                                       |
| 4        | Навіс                | ⌈                   | ⌈                                       |
| 5        | Дім, що будується    | ⊗                   | ⊗                                       |

#### V.2.4. Алгоритми опрацювання польової інформації

У результаті топографічного знімання (наприклад, електронного тахеометричного) у журналах або машинних носіях створюється три масиви інформації.

Загальна інформація  $I_0$  на всю ділянку знімання:

$$I_0 = [I_0^1, I_0^2, I_0^3, I_0^4, C], \quad (V.2.3)$$

де  $I_0^1$  – код об'єкта, залежний від інженерно-пошукової системи (ІПС);  $I_0^2$  – код масштабу знімання;  $I_0^3$  – код методу знімання;  $I_0^4$  та  $C$  – відповідно код та постійна (константа) приладу, яким виконувалося знімання.

Метрична інформація для  $m$  станцій:

$$I_M = [(\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{11}; (\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{12}; \dots; (\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{1i}; (\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{21}; (\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{22}; \dots; (\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{2i}; \dots; (\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{m1}; (\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{m2}; \dots; (\beta, \sigma \cup h, DUS, (i-v))_{mp}] \quad (V.2.4)$$





### V.2.5. Алгоритми формування моделі ситуації (МС)

Нагадаємо: МС – це множина, елементами якої є інформація про елементи ситуації (Ic) і про правила її опрацювання (Pc), що дозволяють з необхідною точністю відобразити ситуацію місцевості. Таким чином, складовими частинами МС є:

$$Ic = [X, Y]; Pc = [N_{Pk}, N_c, K \cap Pk],$$

де Pk – правила декодування коду елемента знімання і порядку з'єднання пікетів.

Потім для кожного контуру разом із його кодом комп'ютер формує ланку координат пікетів за відповідними номерами.

Для прискорення пошуку потрібних пікетів використані пікети витираються з пам'яті комп'ютера. Процес побудови МС продовжується до тих пір, поки не будуть вибрані всі пікети. Масивів ситуації «C» з кодами «K» буде стільки, скільки є контурів ситуації на ділянці знімання. Координати пікетів у середині масивів «C» будуть розташовані в порядку їх з'єднання:

$$\begin{aligned} \langle\langle C \rangle\rangle = & [K_1, (X, Y)_{11}, (X, Y)_{12}, \dots, (X, Y)_{1i}, \\ & K_2, (X, Y)_{21}, (X, Y)_{22}, \dots, (X, Y)_{2r}, \\ & \dots, \\ & K_g, (X, Y)_{g1}, (X, Y)_{g2}, \dots, (X, Y)_{qi}. \end{aligned} \quad (V.2.9)$$

Для кінцевого формування моделі ситуації необхідно додати об'єднані масиви з бібліотеки умовних знаків, відповідно до умови (V.2.10):

$$Pc = K \cap Pd, \quad (V.2.10)$$

де Pd – правила декодування множини кодів.

У кінцевому стані модель ситуації має такий вигляд:

$$\begin{aligned} MC = & \{[(X, Y)_{11}, P_1], [(X, Y)_{12}, P_1], \dots, [(X, Y)_{1i}, P_1]; \\ & [(X, Y)_{21}, P_2], [(X, Y)_{22}, P_2], \dots, [(X, Y)_{2r}, P_2]; \\ & \dots, \\ & [(X, Y)_{g1}, P_g], [(X, Y)_{g2}, P_g], \dots, [(X, Y)_{gi}, P_g]\} \end{aligned} \quad (V.2.11)$$

де  $P \in P_g$  – сукупність команд по відтворенню певного типу умовного знаку.

Наостанку, зауважимо, що під час відтворення моделей ситуації (МС) масив (V.2.11) поділяють на три підмасиви:

- масштабних умовних знаків (МС)<sub>м</sub>
- немасштабних умовних знаків (МС)<sub>н</sub>;
- лінійних умовних знаків (МС)<sub>л</sub>.

Така суть побудови цифрової моделі ситуації (ЦМС).

### V.2.6. Алгоритм формування модулі рельєфу (МР)

Розглядаючи модель рельєфу як частину тривимірного простору ( $R^3$ ), можна уточнити поняття МР з точки зору топології. Модель рельєфу в

метричному просторі представляє собою множину  $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$  точок  $t_i \in R^3$ , що характеризується метрикою  $P(t_j, t_k)$ , яка обчислюється за формулою:

$$P(t_j, t_k) = \sqrt{(X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2 + (H_k - H_j)^2}, \quad (V.2.12)$$

де  $X, Y, H$  – координати тих точок, індекси яких співпадають з індексами координат і задовольняють умову:  $F[X_i, Y_i, H_i(X_i, Y_i)] = 0$ .

Таким чином, тип моделі рельєфу залежить від виду функції  $H_i(X_i, Y_i)$ . Тому моделі рельєфу можуть бути суттєво відмінними (різними). Можуть використовуватися поліноми будь-якого степеня, мультікватричні рівняння, сплайни й інші види функції. Вибір оптимального виду функції  $H_i(X_i, Y_i)$  – складна проблема, з якою студенти познайомляться на старших курсах. Модель рельєфу, що формується у відповідності з (V.2.12), коли використовує різні види функцій  $H_i(X_i, Y_i)$ , є структурно-функціональною моделлю рельєфу (СФМР). Точніше СФМР є частково-функціональною моделлю, розділеною структурними лініями на земній поверхні.

Вихідними даними (СФМР) є масиви координат і висот точок, що знаходяться вздовж структурних і ортографічних ліній, а також у середині ділянки в довільній послідовності. Така модель напевне має деякі переваги порівняно з моделями, що використовують одну функціональну залежність  $H_i(X_i, Y_i)$ .

Проте, для більш повного розуміння суті створення моделі рельєфу, розглянемо це питання на прикладі апроксимації рельєфу мультікватричними функціями.

Вихідне рівняння поверхні має вигляд:

$$H_i = H_{cep} + \sum_{j=1}^n C_j \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + D}, \quad (V.2.13)$$

де  $H_{cep} = \frac{\sum H_j}{n}$ ;  $D$  – коефіцієнт, що залежить від типу рельєфу;  $C_j$  – невідомі коефіцієнти. Для знаходження коефіцієнтів  $C_j$  за  $n$  опорними точками з відомими висотами розв'язується система із  $n$  рівнянь з  $n$  невідомими коефіцієнтами:

$$\left. \begin{aligned} A_{11}C_1 + A_{12}C_2 + \dots + A_{1n}C_n - \Delta H_1 &= 0 \\ A_{21}C_1 + A_{22}C_2 + \dots + A_{2n}C_n - \Delta H_2 &= 0 \\ &\dots \\ A_{n1}C_1 + A_{n2}C_2 + \dots + A_{nn}C_n - \Delta H_n &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (V.2.14)$$

де  $A_{11} = 0$ ;  $A_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + D}$ ;  $A_{ij} = A_{ji}$ ;  $C_1, C_2, \dots, C_n$  – невідомі

коефіцієнти;  $\Delta H_i = H_i - \frac{\sum H_j}{n}$ ;  $i$  – опорна точка, для якої будується поверхня за іншими опорними точками.

Розв'язавши систему (V.2.14) відносно невідомих коефіцієнтів, отримаємо апроксимуючу поверхню для будь-якої  $k$ -тої точки, що визначається через координати та висоти опорних  $j$ -вих точок:

$$H_k = H_{cep} + \sum_{j=1}^n C_j \sqrt{(X_j - X_k)^2 + (Y_j - Y_k)^2 + D}. \quad (V.2.15)$$

Але, для визначення положення точок горизонталі  $H_k$  необхідно обчислити координати  $[X_k, Y_k]$ , де  $X_k \in H_k$  і  $Y_k \in H_k$ . В явному вигляді це зробити неможливо. Тому задаються мережею точок з відомими координатами, знаходять висоти вузлових точок мережі і, інтерполюючи між вузлами, знаходять розташування горизонталей. Таке спрощення неминуче викличе деяку втрату точності та інших недоліків зображення рельєфу.

Створення ЦКМ за картографічними даними (без фотознімків) можна розділити на чотири основні етапи:

- редакційні роботи, які виконуються на всіх технологічних етапах редакторами центральних організацій;
- перетворення вихідної картографічної інформації в цифрову форму.

Дуже важливою роботою ще до оцифрування вихідного картографічного матеріалу (ВКМ) є виготовлення кваліфікованими спеціалістами оригіналів службової інформації (ОСІ) та відомостей кодування (ВК).

Під час складання ОСІ виділяють наступні сукупності об'єктів карти – сегменти:

сегмент 1 – елементи математичної та планово-висотної основи;

сегмент 2 – рельєф суші. Зазвичай, розрізняють підсегменти, призначені для оцифрування горизонталей і форми рельєфу, що не виражаються в горизонталях;

сегмент 3 – гідрографія і гідротехнічні споруди;

сегмент 4 – населені пункти;

сегмент 5 – промислові, сільськогосподарські та соціально-культурні об'єкти;

сегмент 6 – дорожня мережа та дорожні споруди;

сегмент 7 – рослинне покриття та ґрунти;

сегмент 8 – межі, огорожі, окремі явища природи.

Відомості кодування (ВК) призначені для числового запису кодів семантичної інформації про об'єкти з метою її оцифрування і подальшого опрацювання сумісно з метричною інформацією.

Подальшими, ще двома технологічними процесами створення ЦММ є:

- опрацювання даних і формування ЦММ на комп'ютері;
- складання оригіналів (паперових) карт за допомогою автоматичних графопобудовувачів.

Зі всіх чотирьох етапів створення ЦММ досі недостатньо висвітлена суть і значення редакційних робіт, про які було тільки зазначено, що такі роботи виконуються редакторами: виконуються на всіх етапах створення цифрових карт. Значення цих робіт важко переоцінити. Редагування повинне забезпечити: високу якість цифрової карти місцевості (ЦКМ); економічність технології складання карти; правильне розуміння і чітке виконання усіма виконавцями створення ЦКМ вимог редакційно-технічних вказівок; єдиний підхід до вибору об'єктів місцевості і їх відповідну підготовку до оцифрування.

У редакційних вказівках центральних організацій подаються:

- коротка характеристика запланованих робіт і району створення ЦКМ;
- характеристика картографічних і довідкових матеріалів, рекомендації по їх використанню;
- порядок зведення ЦКМ, що створюються різними організаціями.

Ці вказівки є керівним документом для безпосереднього виконавця, що виконує роботи по створенню цифрових карт. Щоб задовольнити редакційні вказівки, підприємство, що безпосередньо виконує складання цифрових карт, має встановити: сучасність вихідних картографічних матеріалів; повноту і детальність відображення елементів місцевості цими матеріалами; наявність зведення із сусідніми організаціями по всіх об'єктах місцевості, що готуються до оцифрування; наявність даних для заповнення формуляра ЦКМ; об'єкти місцевості, характерні і типові для даного району.

Зі всього сказаного зрозуміло, що редактори ЦКМ повинні мати високу кваліфікаційну підготовку і від їх діяльності залежить якість і детальність ЦКМ.

### *V.2.7. Диференційні перетворення або ортофототрансформування*

У подальшому будуть висвітлені питання створення ЦММ з використанням фотограмметричних матеріалів [10].

Для розуміння всіх процесів створення ЦММ (ЦКМ) на основі фотознімків необхідно, перш за все, пояснити різницю між звичайним трансформуванням знімків (за декількома опознаками) і диференційним перетворенням знімків (ортофототрансформуванням).

В основі диференційного методу трансформування фотознімків лежить теорія спотворень одного знімка центральної проекції. Нехай спотворення фотознімка-оригінала задане координатами деформованої сітки. На рисунку V.2.1 поверхня сфотографованого об'єкта представлена координатами  $Z$  деякої сітки точних квадратів (такі сітки прийнято називати квадратними растрами). В розумінні карти, як ортогональної проекції

(проекції прямими, нормальними до площини  $XU$ ) квадратні растри – неспотворене зображення. Інакше кажучи, у площині  $XU$  ми маємо сітку точних квадратів, яка і є ортогональною, неспотвореною проекцією сфотографованого об'єкта. Проте, на знімку, як центральній проекції, під впливом рельєфу на об'єкті (різних  $Z_i$ ), ми отримали спотворені вже не квадрати, а чотирикутники. Ці спотворення (тобто, координати вершин спотворених квадратів) можна обчислити за відомими формулами фотограмметрії, які дозволяють за координатами точок об'єкта знайти координати точок знімка, або, навпаки, за координатами точок знімка знайти координати точок об'єкта. З цими формулами студенти познайомляться під час вивчення фотограмметрії. Поки що нам достатньо знати, що існують такі формули і виводяться вони в теорії спотворення одного знімка.

Нас цікавить тільки результат обчислень, тобто, вигляд цих спотворених уже не квадратів, а чотирикутників. Цей результат схематично представлений на рис. V.2.2,а. Поряд з цим рисунком подано неспотворену ортогональну проекцію об'єкта – точні квадрати (рис. V.2.2,б).

Як бачимо з цих рисунків, чотирикутники (центральна проекція), що були на знімку-оригіналі, перетворилися на ортогональні проекції – правильні квадрати карти. Отже, завдання трансформування полягає в перенесенні фотографічного змісту деякого чотирикутника (наприклад, 1'-2'-3'-4') в квадрат (1-2-3-4). Звичайно, аналогічно слід перетворити всі чотирикутники, що створені на знімку-оригіналі.

Це вже не просте трансформування знімка на основі п'яти точок із відомими координатами. Мова йде про “перетворення”, а не про “трансформування”. Перетворення – поняття вищого порядку. Під ним розуміють утворення зображення (на основі оригіналу) зі зміненими геометричними характе-

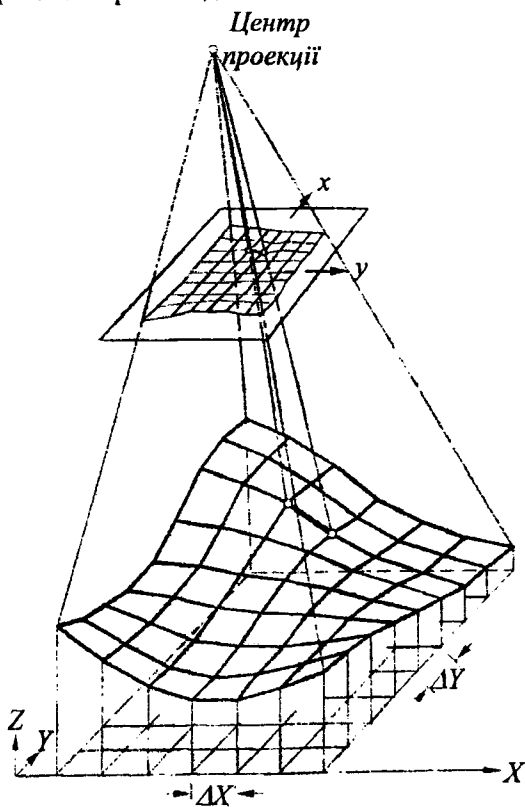


Рис. V.2.1. Взаємозв'язок між сіткою квадратів ( $\Delta X = \Delta Y$ ) у площині  $XU$  і відповідною створеною сіткою квадратів на знімку.

ристиками. Таке перетворення може бути виконаним аналітично. Нехай всі операції в чотирикутнику мають лінійний напрямок вздовж сторін сітки, тоді фотографічні перетворення чотирикутника можна записати у вигляді математичної залежності, використовуючи білінійну трансформацію та її вісім параметрів  $a_k$ :

$$\left. \begin{aligned} x &= a_{01} + a_{11}X + a_{21}Y + a_{31}XY; \\ y &= a_{02} + a_{12}X + a_{22}Y + a_{32}XY; \end{aligned} \right\} \quad (V.2.16)$$

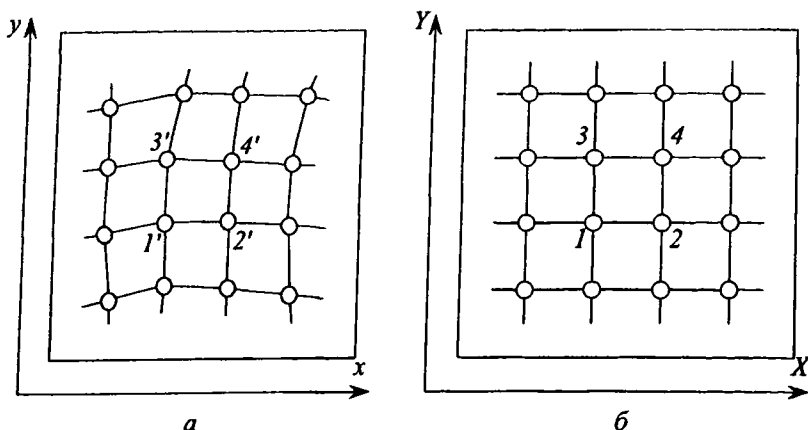


Рис. V.2.2. Сітка квадратів на знімку (центральна проекція) і на карті (ортогональна проекція).

Вісім параметрів  $a_k$  можна знайти за відомими координатами  $x, y$  чотирьох точок чотирикутника і координатами  $X, Y$  п'яти точок (п'ята – контрольна) ортогонального квадрата. Рівнянь V.2.16 при п'яти точках можна скласти 10. З їх розв'язання знайдемо (із контролем) 8 параметрів  $a_k$ . Можна аналітично розв'язати і обернену задачу: за координатами  $x, y$  точок знімка та параметрів  $a_k$  знайти координати  $X, Y$  точок карти.

Проте, нас більше цікавить прилад, здатний розв'язувати саме цю, обернену задачу.

Інструментальна (приладна) реалізація перетворення, відома як білінійна трансформація, може виконуватись по різному. Один зі способів – це оптичне перетворення із цифровим керуванням, яке використано в приладах фірми Wild-Avioplan 0R1 та Zeiss Orthocomp Z2. Коротко викладемо принцип такого перетворення. Цифрове керування можливе, якщо відомі координати вершин чотирикутників та квадратів  $x_i, y_i$  та  $X_i, Y_i$ . В процесі перетворення обчислення координат та інших необхідних даних виконує процесор приладу-перетворювача. Звернемось до рис. V.2.3.а,б.

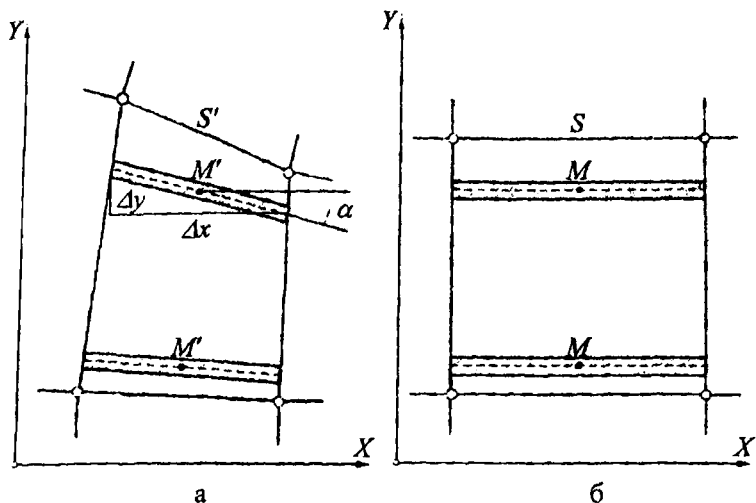


Рис. V.2.3. Диференційне перетворення з лінійними елементами.

У площині  $XU$  (ортофотознімок) у напрямку осі  $U$  рухається вузька щілина довжиною  $S$ , що дорівнює стороні елементарного квадрата сітки. Під час цього безперервного руху щілини відповідний лінійний елемент у площині  $xu$  проектується на площину  $XU$ , причому керування лінійним елементом відбувається наступним чином:

- два зміщення центральної точки ( $M' \rightarrow M$ ) на  $\Delta x$  та  $\Delta y$ ;
- поворот на кут  $\alpha = \arctg(\Delta x / \Delta y)$ ;

- zmіна масштабу ( $S' \rightarrow S$ ); масштабний коефіцієнт  $\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}{S}$ .

Перетворивши один чотирикутник, аналогічно перетворюють наступний. Врешті, відбувається перетворення цілої смуги.

Взаємодію процесу перетворення пояснимо на приладі Wild-Avioplan 0R1, принципова схема якого подана на рис. V.2.4. Серцевиною приладу є процесор (про який уже йшла мова), який, крім деякої додаткової інформації, з магнітної стрічки одержує координати  $x$ ,  $y$  кутових точок деформованої сітки квадратів та обчислює відповідні координати  $X$ ,  $Y$ .

Процесор повертає барабан у напрямку осі  $y$ . Барабан розташований під стаціонарною (нерухомою) щілиною. Одночасно процесор зміщує барабан (в напрямку  $x$ ). На барабані натягнута світлочутлива плівка, на якій і формується зображення. Ціна поділки повороту барабану в напрямку осі  $y$  мала і складає  $10 \mu\text{m}$ . Відповідно процесор обчислює та встановлює й інші величини (див. рис. V.2.4, знизу вгору), а саме:

- кут  $\alpha$  під час повороту призми Дове;



- масштабний коефіцієнт для зміни фокусної відстані “гумових лінз” (зум-оптики);
- дві децентрації для переміщення каретки зі знімком.

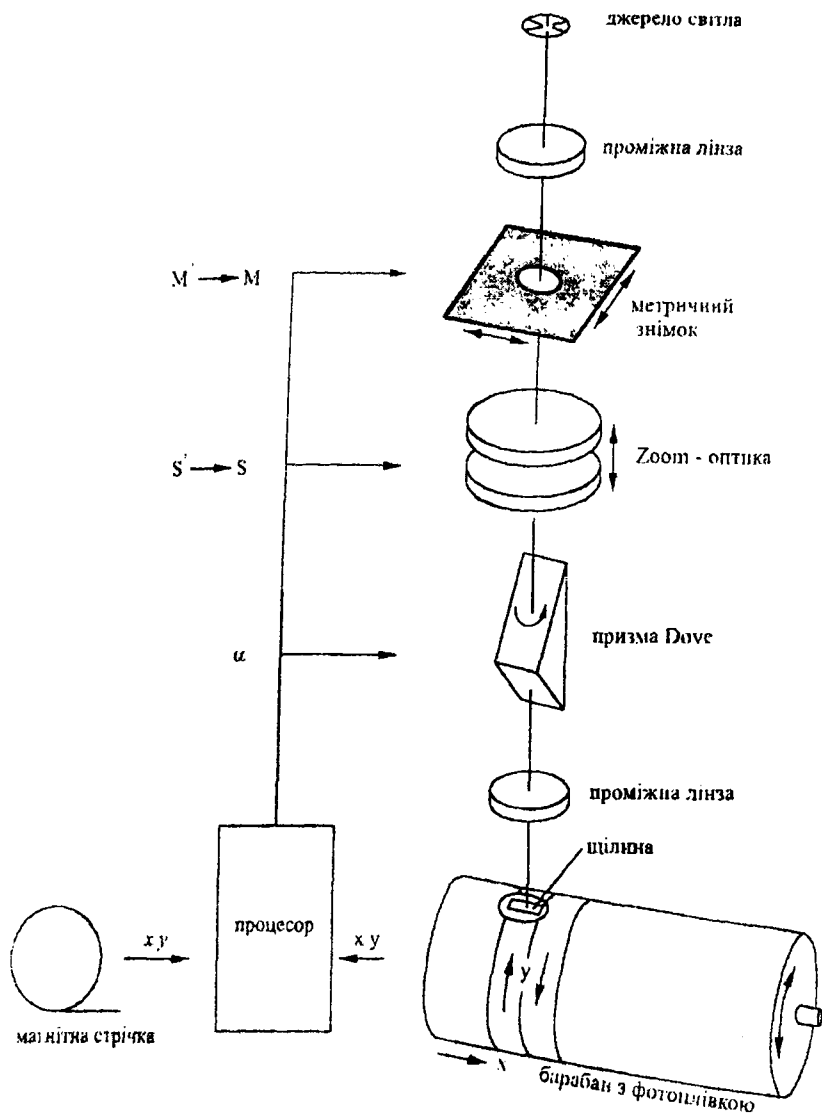


Рис. V.2.4. Цифрове керування диференційним перетворенням з лінійними елементами.

У цей час джерело світла разом з проміжними лінзами та іншими оптичними елементами будуть проєкцію фрагмента знімка на барабані з

фотоплівкою; при цьому крізь щілину освітлюється лише необхідний лінійний елемент. Так отримують ортофотознімок. Зауважимо, що описаний прилад, по-суті є барабанним сканером. Проте, ортофотознімок має значні недоліки, він не є цифровим зображенням, оскільки в середині кожного з елементарних квадратів знімка (сторона квадрата на знімку, наприклад, 5 або 10 мм) можуть знаходитися будинки, дерева, інші високі предмети, зображення яких на ортофотознімку буде зміщеним відносно їх дійсного розташування. Проте, диференційне перетворення фотознімків дає уявлення, як створюються ортофотоплани та ортофотокарти, а також про те, як фотограмметрія поступово розвивалась стосовно знешкодження деформацій аерознімка, що притаманні йому, як центральній проекції. Подальший крок цього розвитку – цифрова фотограмметрія.

### *V.2.8. Поняття про цифрову фотограмметрію та цифровий фотограмметричний знімок*

Як уже зазначалося, фотограмметрія, що починається з фотографування об'єктів і продовжується фотограмметричним опрацюванням знімків на оптично-механічних приладах, називається аналоговою фотограмметрією.

Фотограмметрія, яка теж спирається на фотографічні знімки, але весь фотограмметричний процес опрацювання виконується аналітично із застосуванням ЕОД (електронного опрацювання даних), включаючи ЕОМ (електронно-обчислювальні машини) та комп'ютери, називається аналітичною.

Третій рівень – цифрова фотограмметрія. У цифровій фотограмметрії силу освітленості в площині знімка (освітленість виходить від предмета, знімання якого виконується), утримує не фотографія, а електронно-технічні засоби (ЕТЗ). Тобто, у цифровій фотограмметрії фотознімок замінено цифровим знімком і все фотограмметричне опрацювання виконують електронно-технічні засоби (ЕТЗ), включаючи зорове сприйняття та розпізнавання зображення, яке також виконується не оком людини, а реалізується за допомогою комп'ютера. В цьому контексті вживають термін “комп'ютерне бачення” (англ.: computer-vision – “розпізнавання образу”, “розпізнавання знімка”). Таким чином, цифрова фотограмметрія – це фотограмметрія комп'ютерного бачення. Англійською мовою цифрова фотограмметрія часто називається “softcopy photogrammetry”, що можна перекласти як “не яскрава, сіра фотограмметрія”. Мається на увазі, що комп'ютер сприймає градації степені почорніння. Деталі зображення, що є на чорно-білому знімку змінюються в межах від білого до чорного кольору, проходячи через сірі відтінки різної степені почорніння. Найбільш поширені сучасні електронні приймачі степені почорніння – сенсори (світлочутливі елементи) розрізняють 256 ( $=2^8$  біт комбінацій) градацій (відтінків) почорніння, який ще називають сірою шкалою. Чорний колір має код 0, білий – 255. Така кількість градацій почорніння значно перевищує здатність людського ока, проте

легко зчитується комп'ютером. Цифрова фотограмметрія може розпочинатись з фотознімка, отриманого звичайною фотокамерою. При цьому цифрова фотограмметрія може сягати точності аналітичної фотограмметрії, або ще вищої, але час затрачений на створення ЦММ або ЦМР, буде значним, оскільки вже втрапився час на фотографування об'єкта та створення фотознімка. Тепер цей знімок слід перетворити в цифровий. Якщо ж потрібна висока точність і від знімання до виготовлення кінцевої продукції необхідно витратити якомога менше часу, тоді цифрову фотограмметрію слід розпочинати з фотографування об'єкта цифровою камерою, тобто безпосередньо отримати цифровий знімок. Перевага цифрової фотограмметрії – беззаперечна, і з нею не може конкурувати ні аналогова, ні аналітична фотограмметрія. Надамо визначення цифрового знімка. Для цифрового знімка краще підходила б назва “оцифрований знімок”. Цифровий знімок складається з двовимірної матриці  $G$  з елементами зображення  $g_{ij}$ .

Оскільки кожний елемент матриці відповідає деякій поверхні (хоча й малій), то говорять не про точку знімка, а про елемент зображення. Замість двох слів “елементи зображення” вживають одне штучно утворене слово – піксель (pixel). Англійське словосполучення походить від двох слів: picture element (картинний елемент, або елемент картини).

Елементи зображення (пікселі)  $g_{ij}$  – це носії інформації про степінь почорніння або колір. Градацію степеней почорніння називають глибиною зображень. Вона залежить від приладу, на якому записувалось зображення, та від можливостей комп'ютера. Зрозуміло, що у відповідності з найбільш поширеними сучасними світлочутливими елементами (сенсорами) і глибина зображень також має 256 градацій степені почорніння, якщо маємо чорно-біле зображення.

Кольорові зображення містять три зони спектру, які об'єднані трьома однаковими за розміром матрицями. При цьому часто говорять про кубічне зображення, яке складається із трьох шарів. Кольорові знімки найбільш широко застосовуються в дистанційному зондуванні, особливо спектрозональні знімки з більш ніж трьома зонами спектру. На цифровому знімку, який використовується для фотограмметричних завдань, необхідно встановити зв'язок між позицією пікселя (який має розміри  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ) та координатною системою зображення.

На рис. V.2.5 прийнято систему координат знімка  $XU$ , яка на  $\frac{1}{2}$  розміру пікселя розташована поза матрицею зображення і повернута на кут в  $100^\circ$  ( $90^\circ$ ) за годинниковою стрілкою, порівняно зі звичайною системою координат знімка. Враховуючи, що розміри пікселів  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ , під час зсуву системи координат на  $\frac{1}{2}\Delta X$ , та на  $\frac{1}{2}\Delta Y$ , виявляється, що добутки  $\Delta X \cdot i$  та  $\Delta Y \cdot j$  проходять через центри пікселів. Таким чином, ці добутки роблять пікселі ідентифікованими, тобто, вони визначають координати центральної точки кожного пікселя  $g_{ij}$ .

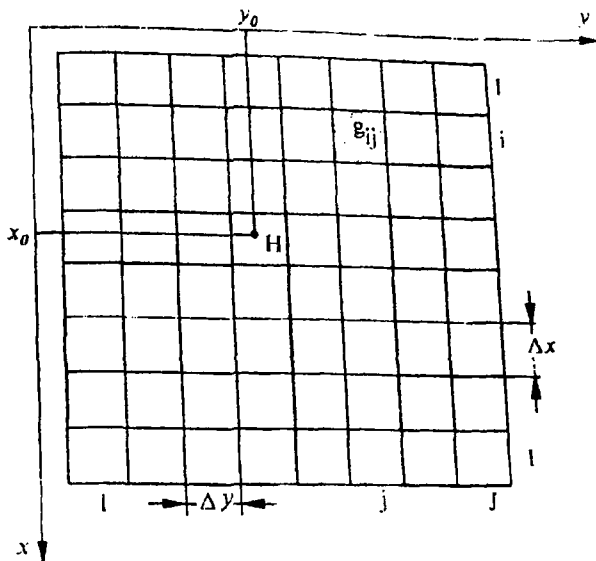


Рис. V.2.5. Визначення цифрового фотограмметричного знімка.

У цифровій фотограмметрії традиційне вимірювання координат знімка замінюють ідентифікацією окремих пікселів. Цю ідентифікацію бажано автоматизувати. Для фотограмметричного опрацювання цифрового знімка необхідно внутрішнє орієнтування. На рис. V.2.5 задано положення головної точки цифрового знімка  $H$  в координатній системі  $X_H, Y_H$ . Враховуючи малі розміри пікселів, достатньо знати лише піксель, у якому знаходиться головна точка. Не важко зрозуміти, що для обраної системи координат, індекси  $i$  та  $j$  є координатами центральних точок пікселів. При цьому, за умови квадратних елементів зображення, фокусну віддаль камери  $f$  можна записати в одиницях  $\Delta X$  або  $\Delta Y$ . Задаючи таким, дещо незвичним, способом масштаб цифрового зображення ( $1/M = f/H$ ), ми зберігаємо справедливість відомих у фотограмметрії рівнянь зв'язку координат точок знімка та об'єкта.

### V.2.9. Сканування фотознімків

По суті справи, диференційне перетворення або ортофототрансформування зображень також є скануванням. Проте, розміри квадратів – “елементів зображення” при цьому були значні і виражались в одиницях-десятках міліметрів. В цифровій фотограмметрії мова йде про сканування малих елементів зображень – пікселів, розміри яких складають тисячні долі міліметра (мікрони). Проте, принципова суть сканування така ж, як і продемонстрована на рис. V.2.4.

Нагадаємо, що скануванням або дигіталізацією називають процес перетворення звичайного фотознімка в цифрову форму. Щоб не втратити жодної інформації, яку несе фотознімок, потрібно інтервал сканування узгодити з роздільною здатністю знімка. Роздільну здатність ( $PЗ$ ) задають у кількості ліній на один міліметр (лін/мм), тобто, роздільна здатність означає, скільки штрихів та проміжків між ними можна розрізнити на відрізку в 1 мм. Теоретичні розрахунки з врахуванням тільки дифракції дають навіть 250 лін/мм.

Насправді, на практиці, враховуючи інші недоліки лінз – “зернистість” фотознімка, контрастність – ці можливості значно менші, приблизно  $PЗ = 100$  лін/мм. Кутова роздільна здатність ( $KРЗ$ ) =  $35''$ . Фактична середня монокулярна гострота зору людини становить  $30''$ . В геодезії критичний кут зору, звичайно, беруть  $60''$ . Згідно з теоремою про сканування можна отримати наступний інтервал сканування:

$$\Delta D[\text{мм}] < 1/(2 \cdot PЗ)$$

На практиці чисельник беруть рівним 0,7, тобто:

$$\Delta D[\text{мм}] = 0,7/(2 \cdot PЗ)$$

Для знімка низької контрастності роздільна здатність становить 50 лін/мм. Тоді  $\Delta D = 0,7/(2 \cdot 50) = 0,007$  мм = 7  $\mu\text{м}$ . Розмір пікселів менше за 7  $\mu\text{м}$  у наш час вже існує. Проте інтервал сканування не можна порівнювати із сенсорною величиною (світлочутливого) елемента сканера. Тільки під час ідеального сканування інтервал сканування та величина сенсорного елемента ідентичні. Тільки тоді маємо ідеальну схему сканування, показану на рис. V.2.5. У деяких сканерах інтервал сканування дуже малий, а розмір сенсора значно більший. Тоді буде перекриття пікселів з певним розтяганням вихідної інформації.

Зі зменшенням пікселів зростає співвідношення сигнал-шум, тобто присутні спотворення і згасання корисного сигналу. Строге розв’язання цієї неузгодженості виконане далеко не у всіх сучасних сканерах. В залежності від розташування детекторів – світлочутливих сенсорів розрізняють три різні конструкції сканерів:

1. Один детектор, який проходить над знімком по рядках (послідовно). Відомі фірми Hell, Optronics, Scitex.
2. Ряд детекторів по рядках рухаються над знімком. В одному ряді розміщені 2048 детекторів. Найменша величина пікселя – 7,5 мм. Точність визначення позиції – 1 мм. За цим принципом працюють Photoscan PS1, фірми Zeiss та Intergraph.
3. Квадратна матриця детекторів записує частину знімка. Ці частини знімка можна об’єднати за допомогою сітки регулярних хрестів. В західній літературі сітку хрестів називають “reseau”, що в перекладі із французької означає “сітка” (рис. V.2.6).

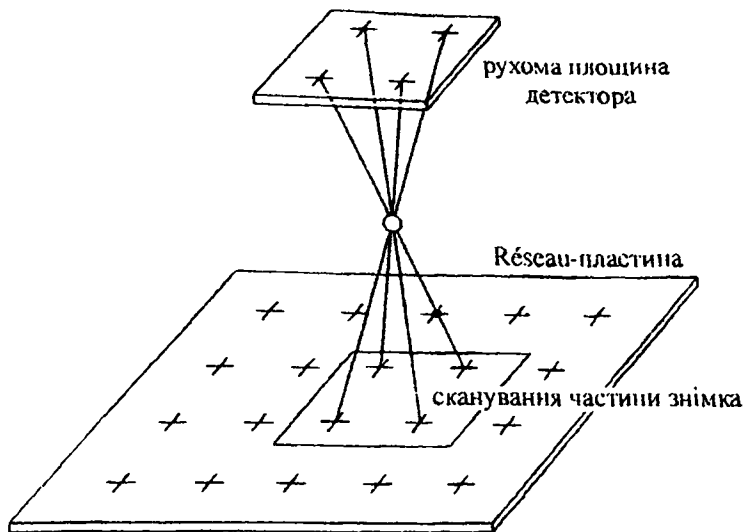


Рис. V.2.6. Принцип сканування за допомогою сітки регулярних хрестів "reseau".

За даним принципом працює сканер RS1 фірми Rollei та сканер VX фірми Vexel. Є дві технології використання "сітки". Перша: на фотознімок зверху накладають сітку з награвійованими хрестами, а після цього виконують сканування. Друга: наявність сітки в фокальній площині фотокамери або в площинах знімка.

### V.2.10. Цифрові фотокамери

Цифрові камери, як і звичайні камери, складаються із власне камери, об'єктива, затвору, блоку запису та передавання зображення до комп'ютера. У площині знімка цифрової камери, якою знімають просторові тривимірні об'єкти, встановлене плоске двомірне поле детекторів, яке власне і є блоком запису зображення. В завантажених станах ці детектори подають спочатку аналогові (безперервні) сигнали, які пізніше зчитуються комп'ютером через певний інтервал. Як наслідок відбувається аналого-цифрове перетворення – квантування. Таким чином, під квантуванням слід розуміти перетворення аналогових сигналів у цифрові. У цифрових фотограмметричних камерах використовуються переважно CCD-сенсори (Charge Coupled Device) – прилад зі світлочутливими елементами (українською мовою ПЗЗ – прилад із зарядним зв'язком). У порівнянні з оптичними фотокамерами CCD-сенсорні цифрові камери є дуже маленькі за розмірами і відносно стабільні. Їх називають CCD-камерами. У сучасному серійному виробництві знаходяться цифрові камери, чутлива ділянка яких містить 500x500, рідше 1000x1000 чутливих елементів зображення (пікселів). Вже в 1991 р.

існували камери з 2000x2000 пікселями та з'являються цифрові камери з 4000x4000 елементами зображення. А у 2000 р. обсяг інформації в 1 гігабайт вже не вважається дуже великим (1 гігабайт = 1024 мегабайт). Зауважимо, що відеокамери (професійні чи аматорські) також обладнані CCD-сенсорами. Камери підпорядковані прийнятим стандартам. В Америці стандарт 30 знімків за секунду; у Європі 25 знімків за секунду. Професійні сучасні камери здатні робити 60 кадрів за секунду. Проте, у деяких камерах є можливість збільшити частоту до 200 Гц. Цифрові камери знаходять широке застосування, не тільки під час знімання місцевості для складання карт, але й, наприклад, для визначення турбулентності атмосфери, аномальної рефракції, інших явищ. Відомо, наприклад, що для розміру пікселів 9 мкм і об'єктиві з фокусною віддаллю 400 мм та роздільною здатністю камери близько 0,05 від розміру чутливого елемента, можливо досягти точність вимірювання коливань зображень предмета 0,01 мм на віддалі 20 м.

Знімки, отримані цифровою камерою, також трансформуються. Проте, зміст такого трансформування дещо інший. Отримання цифрового ортофотозображення (трансформованого) полягає в тому, щоб із цифрового знімка, заданого в системі координат цифрової фотограмметричної камери, перейти до деякої топоцентричної системи координат матриці зображення в площині  $X'Y'$ , причому, тут мова йде не про систему координат об'єкта, а про систему координат у площині  $X'Y'$  (координат матриці зображень).

Цифрові (трансформовані) ортофотознімки мають переваги в порівнянні зі звичайними знімками:

- суттєво вища геометрична точність;
- такий знімок можна коректувати;
- покращується можливість монтажу декількох цифрових трансформованих зображень, які можна ідеально підібрати за рівнем сірого тону в місцях з'єднань;
- підсилення контурів за допомогою відповідної фільтрації;
- цифровий знімок можна розглядати як власну інформаційну систему в геоінформаційній системі; головне: можливість комп'ютерного опрацювання цифрових ортофотозображень.

#### *V.2.11. Цифрові фотограмметричні станції*

Цифровими фотограмметричними станціями називають інтегровані або модульні комплекси приладів, призначених для вирішення фотограмметричних задач на базі цифрових знімків. Загалом, програмне забезпечення для розв'язання фотограмметричних задач можна встановити на кожному комп'ютері. Проте, периферійне обладнання повинно бути досить різнобічним та нараховувати повний набір основних технічних засобів, а саме:

- пристрій для одержання зображень, який утворює цифрові знімки від сканера, CCD-камери або інші засобів;
- графічний екран (монітор) з 1024x768 пікселями і більше;
- диск (зовнішня пам'ять) для збереження зображень (наприклад, 10000x10000 пікселів);
- глибини зображення 8 байт і більше (8 байт для кожного основного кольору – червоного, зеленого, синього);
- швидкодіючий процесор (12,5 мільйонів операцій за секунду (MIPS) і більше);
- оперативна пам'ять (1 Гбайт і більше).

Таким вимогам відповідають потужні PC (Personal Computer) і цифрові станції (WorkStations). Для різногалузевого застосування цифрового опрацювання зображень створені системи електронного опрацювання даних (ЕОД). Для геоінформаційних систем (ГІС) також створені системи ЕОД. Проте, топографо-картографічні задачі розв'язують цифрові фотограмметричні станції. Виробники таких станцій – фірми, що є не тільки за кордоном, але й в Україні.

Фотограмметричним станціям властиве стереоспостереження цифрових зображень. У даний час існує чотири різні методи отримання стереозображень:

- стереоскопами (лінзовими або дзеркальними);
- кольоровими окулярами (метод анагліфів);
- окулярами із затвором – рідким кристалом;
- поляризаційними окулярами; зауважимо що в даний час *поляризаційна техніка* також працює на основі оптичних властивостей.

Нижче подамо деякі технічні характеристики цифрових фотограмметричних станцій деяких відомих фірм.

Intergraph (Huntsville, США) пропонує систему Imagestation: екран 1664x1248 пікселів; глибина зображення 24 біт. Стереоскопія: за допомогою затворів – рідких кристалів та інфрачервоного управління з частотою 120 або 60 Гц на один знімок. Комп'ютер: 14 MIPS – швидкодія процесора, 32-256 Мбайт оперативна пам'ять; 1Гбайт дискова пам'ять.

Leica (Heerbrugg, Швейцарія) пропонує DVP (Digital Video Plotter). Програмне забезпечення Laval University (Quebec, Канада). Екран: 800x600 або 1024x768 пікселів; глибина зображення 8 біт. Стереоскопія: половини зображень з двох знімків зі стереоскопом. Комп'ютер будь-який PC.

Zeiss (Німеччина) недавно представила цифрову фотограмметричну робочу станцію Phodis ST (рис. V.2.7.).

Основні характеристики стереоплотера Phodis ST: одержання інформації зі сканованого Photo-Scan PS1. Стереоскопія: розділення зображень шляхом використання затвору – рідкого кристалу; “мишка” з нерухомою позиційною маркою та рухомою картиною (moving-image-fixed-cursor). Комп'ютер: Silicon Graphic Workstation (обчислювач SGI з 64 Мбайт



оперативної пам'яті, 2 Гбайт дискової пам'яті та 85 MIPS). За допомогою програмного пакету *Torosurf* можна автоматично будувати цифрові моделі поверхні, а за допомогою *Phodis OP* – цифрові ортофото.

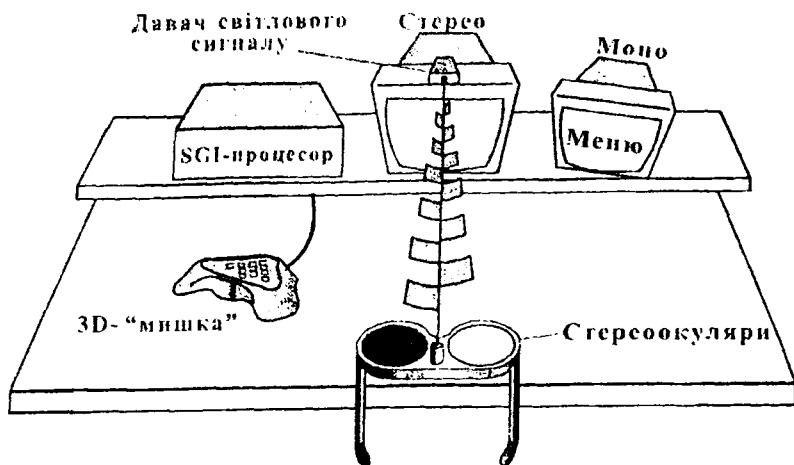


Рис. V.2.7. Цифровий стереоплоттер Phodis ST фірми Zeiss.

Науково-виробниче підприємство “Геосистема” (Вінниця, Україна) пропонує цифрову фотограмметричну станцію “Дельта” та аналітичну фотограмметричну станцію “Стереоанаграф”. ЦФС “Дельта” забезпечує повну технологічну ланку фотограмметричного опрацювання: триангуляцію, орієнтування, векторизацію (дігіталізацію) у моно і стереорежимі; створення, оформлення та роздрук електронних карт і мозаїчних ортофотокарт; інтерполяцію та побудову горизонталей. Працює із чорно-білими та кольоровими растрами розміром до 4 Гб. “Дельта” базується на стандартному Intel сумісному комп’ютері із системою Windows 98/ME/2000/XP. Аналітична фотограмметрична станція “Стереоанаграф” є високоточним стереоплоттером, що використовується для фототриангуляції і стереоскладання, створення та редагування багатошарових цифрових карт, працює з аерознімками та космічними знімками, чорно-білими та кольоровими до 300x300 мм. Програма для створення та оновлення електронних карт “Digitals” дозволяє складати, редагувати і розмножувати топокарти у відповідності з вимогами до умовних знаків; створювати спеціальні та кадастрові плани і топооснови для ГІС. Керівний комп’ютер Intel/Windows. Роздільна здатність – 1 мм. Приладна середня квадратична похибка – 3 мм. Маса АФС – 250 кг. Габаритні розміри в мм – 1600x1400x1000 (див. рис. V.2.8).

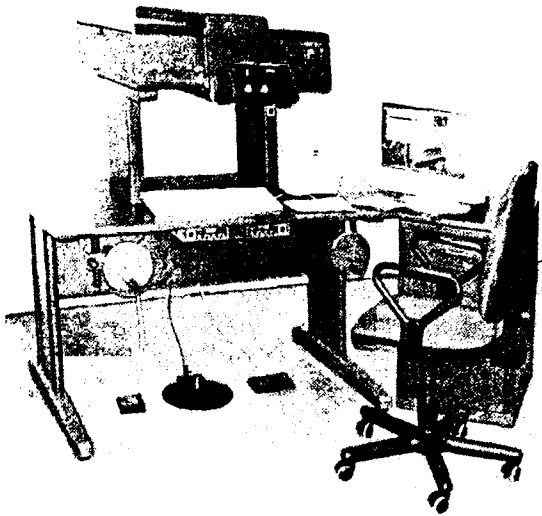


Рис. V.2.8. Аналітична фотограмметрична станція “Стереонаграф”.

“Геосистема” також пропонує три види сканерів:

- кольоровий сканер “Дельта” для знімків розміром  $470 \times 320$  мм та рулонних фільмів шириною до 320 мм, мінімальний розмір пікселя – 8  $\mu\text{м}$ , роздільна здатність – 1  $\mu\text{м}$ , ПЗС-лінійка – кольорова SONY  $3 \times 5300 \times 8$ , освітлювач – потужний світлодіод. Сканування чорно-білого знімка розміром  $230 \times 230$  мм із роздільною здатністю 16  $\mu\text{м}$  і 256 градаціями відбувається за 6 хвилин;
- планшетний сканер “Planscan” для сканування чорно-білих і кольорових картографічних матеріалів розміром до  $800 \times 600$  мм на носії будь-якої товщини та твердості. Сканер має 600 dpi (розмір пікселя 40  $\mu\text{м}$ );
- проєкційний картографічний сканер “Proscan” (максимальний розмір носія –  $800 \times 600$  мм, спеціально призначений для планшетів на дуже деформованому носії). Має 400 dpi (розмір пікселя – 60  $\mu\text{м}$ ). Вихідні дані сканера в форматі True Color (24 біт) або з 256 градаціями сірої шкали (8 біт). Час сканування відповідно 8 та 5 хвилин.

## Літаратура

1. Баканова Б.Б. Крупномасштабные топографические съемки. – М.: Недра, 1983. – 181 с.
2. Генике А.А. Побединский Г.Г. Глобальные спутниковые системы определения местоположения и их применение в геодезии. – М.: Картгеоцентр, 2004. – 350 с.
3. Геодезія. Частина I (під редакцією д.т.н. проф. С.Г.Могильного і д.т.н. проф. С.П.Войтенко). – Чернігів: 2002. – 407 с.
4. Геодезія. Топографические съемки (под редакцией В.П.Савиных и В.Р.Яценко). – М.: Недра, 1991. – 315 с.
5. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500. – Київ: 1999. – 155 с.
6. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. – М.: Недра, 1990. – 167 с.
7. Инженерная геодезия (под редакцией П.С.Закатова). – М.: Недра, 1976. – 582 с.
8. Инженерная геодезия: учебник для вузов / Б.Б.Клюшин, М.Н.Киселев, Д.Ш.Михелев [и др.] (под редакцией Д.Ш.Михелев). – М.: Высшая школа, 2000. – 464 с.
9. Костецька Я.М. Геодезичні прилади. Частина II. Електронні геодезичні прилади. – Львів: 2000 – 320 с.
10. Краус Карл. Фотограмметрія (переклад з німецької мови З.Кузик). – Львівське астрономо-геодезичне товариство, 2001. – 428 с.
11. Левчук Г.П., Новак В.Е., Конусов В.Г. Прикладная геодезия. – М.: Недра, 1981.
12. Мориц Г. Фигура Земли. Теоретическая геодезия и внутреннее строение Земли (перевод с английского под редакцией академика АН Украины Я.С.Яцкива). – Киев: 1944. – 239 с.
13. Моторный А.Д. Новые системы звеньев полигонометрии. – Издательство Львовского государственного университета, 1955. – 36 с.
14. Основные положения по выбору масштаба и высоты сечения рельефа топографических съемок населенных мест. /ГУГК СССР. – М.: 1980.
15. Островский А.Л., Мороз А.И. Теория и практика флукуационного метода определения рефракции // Известия вузов Геодезия и аэрофотосъемка. – 2000. – №3. – С 11-29.
16. Островський А., Островська О., Новосад В., Кіселик О. Порівняльні дослідження точності автоматизованого визначення та врахування аномальної вертикальної рефракції // Геодинаміка №1 (4). – Львів: 2004 –С. 17-24.
17. Островский А.Л., Маслич Д.М., Гребенюк В.Г. Геодезическое прибороведение. Львов: Издательство при ЛГУ издательского объединения “Вища школа”. – 1983. – 206 с.

18. Практикум по курсу прикладной геодезии (под редакцией Н.Н.Лебедева). – М.: Недра, 1980.
19. Технические средства автоматизации полевых процессов наземных крупномасштабных съемок. – ЦНИИГАиК. Обзорная информация. Вып. 75. – М.: 1983. – 42 с.
20. Топографо-геодезична та картографічна діяльність (законодавчі та нормативні акти). Частина I. Головне управління геодезії, картографії та кадастру. – Київ: 2000. – 405 с.
21. Тревого И.С., Шевчук П.М. Городская полигонометрия. – М.: Недра, 1986. – 197 с.
22. Третяк К.Р., Шушкова Т.М. До питання тривалості GPS-вимірів при побудові державних мереж 1-го та 2-го класів. Геодезія, картографія і аерофотознімання. Міжвідомчий науково-технічний збірник. № 61. НУ “Львівська політехніка”. – 2001. – С. 124-132.
23. Третяк К.Р., Романишин І.Б. До питання попереднього розрахунку точності навігаційних GPS-вимірів. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів: 2004. – С. 149-157.
24. Третяк К.Р., Глотов В.М. Оцінка впливу додаткового відбиття GPS-сигналів на точність визначення місцеположення. Геодезія, картографія і аерофотознімання. Міжвідомчий науково-технічний збірник. № 65. НУ “Львівська політехніка”. – 2004. – С. 72-76.
25. Третяк К.Р., Романишин І.Б. Методика оптимального проектування мережі перманентних станцій України. Вісник геодезії та картографії. №4(35). – Київ: 2004. – С. 149-157.
26. Третяк К.Р., Романишин І.Б. Оптимальна модель мережі перманентних станцій України. Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. – Львів: 2005. – С. 169-180.
27. Учет атмосферных влияний на астрономо-геодезические измерения. А.Л.Островский, П.М.Джуман, Ф.Д.Заблоцкий, Н.И.Кравцов. – М.: Недра, 1990. – 235 с.
28. Чеботарев А.С. Геодезия, часть II. Издательство геодезической и картографической литературы. – 1949. – 623 с.
29. Шевченко Т.Г., Мороз О.І., Тревого І.С. Геодезичні прилади. – Львів: Видавництво НУ “Львівська політехніка”. 2006. – 459 с.
30. Edward Osada. Geodezja. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wroclawskiej. Wroclaw. 2001. – 223 с.
31. Michal Galda, Edward Kujawski, Stefan Przewlocki. Geodezja I miernictwo budowlane. – Warszawa-Wroclaw. 2000. – 402 с.

Навчальне видання

Островський Аполінарій Львович  
Мороз Олександр Іванович  
Тарнавський Володимир Левкович

# ГЕОДЕЗІЯ

Частина друга

*За загальною редакцією  
заслуженого діяча науки і техніки України,  
доктора технічних наук,  
професора Островського А.Л.*

Здано у видавництво 12.06.07. Підписано до друку 16.08.07.

Формат 70×100/16. Папір офсетний. Гарнітура Times.

Друк офсетний. Умови. друк. арк. 41,1. Обл.-вид. арк. 9,35.

Наклад 500 прим.

Друк ТзОВ «Простір-М»  
79000, м. Львів, вул. Чайковського, 27