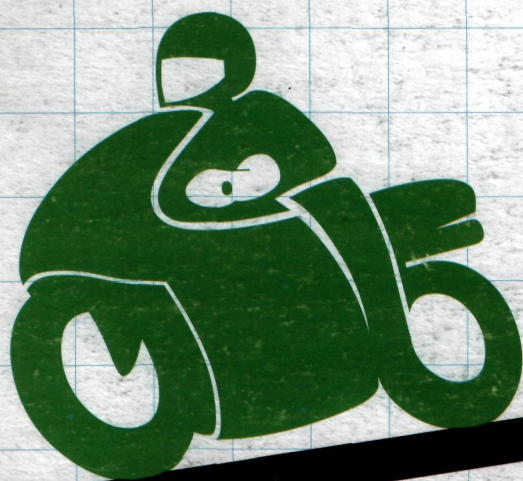


АЛГЕБРА У ТАБЛИЦЯХ 7-9 КЛАСИ



А

В



Країна мрій

Роєва Т.Г.
Синельник Л.Я.
Кононенко С.А.

Т.Г. Роева, Л.Я. Синельник, С.А. Кононенко

АЛГЕБРА У ТАБЛИЦЯХ

**7-9
класи**

Навчальний посібник

*Схвалено комісією з математики
Науково-методичної ради
Міністерства освіти і науки України*

Харків
2003

УДК 373.167.1:512+512 (075.3)

ББК 22.14 я 721

Р 62

Роева Т. Г., Синельник Л.Я., Кононенко С.А. Алгебра у таблицях. 7-9 класи:
Навч. посібник. – 2-ге вид., випр. і допов. – Х.: Країна мрій™, 2003. – 136 с.

Посібник містить основні теоретичні питання курсу алгебри 7-9 класів, включаючи тему «Елементи прикладної математики». Розглянуті розв'язання типових задач кожної теми. Підібрані тренувальні вправи, самостійні і контрольні роботи до всіх розділів. Самостійні та контрольні роботи мають три рівні складності. До більшості задач надані відповіді.

Посібник адресований учням та вчителям загальноосвітніх шкіл, абітурієнтам.

*Схвалено комісією з математики Науково-методичної ради
Міністерства освіти і науки України
(Протокол засідання комісії з математики № 5 від 14 жовтня 2003 р.)*

Навчальне видання
Роева Тетяна Григорівна
Синельник Лідія Яковлівна
Кононенко Світлана Андріївна
Алгебра у таблицях
7–9 класи

Редактор Вацурова Н.В.

Комп'ютерна верстка Цовма І.М.

Дизайн обкладинки Терлецький О.В.

Коректор Ольховська М.А.

Підписано до друку 15.09.2003 р. Формат 60x90/8.

Папір офсет. Друк офсет.

Видавець Халімон Є.В.

Реєстр. свід. ДК № 961 від 19.06.2002.

61146, м. Харків, а/с 2656, тел. 58-50-70.

ISBN 966-8542-01-0

© Роева Т. Г., 2003.

© Синельник Л.Я., 2003.

© Кононенко С.А., 2003.

© Терлецький О. В.,

худож. оформл., 2003.

© Країна мрій™, 2003.

7 КЛАС

Рівняння

Многочлени

Системи рівнянь з двома

змінними

ЦЕ ВЖЕ ПОТРІБНО ЗНАТИ


МНОЖИНИ ЧИСЕЛ

Означення	Приклади
N — множина натуральних чисел (що вживаються при лічбі).	1, 2, 3...28.
Z — множина цілих чисел (нуль, натуральні числа і протилежні їм від'ємні числа).	-23, 0, 17.
Q — множина раціональних чисел (які можна у вигляді $\frac{m}{n}$, де m — ціле, n — натуральне число).	-10, 25, $1\frac{1}{3}$; 2; 7,5; 13.

ОСНОВНІ АРИФМЕТИЧНІ ДІЇ

Дії	Властивості		
	Переставна	Сполучна	Розподільна
<u>Додавання</u> : $a + b = c$ (a, b — доданки; c — сума).	$a + b = b + a$	$a + (b + c) = (a + b) + c$	—
<u>Віднімання</u> : $a - b = c$ (a — зменшуване, b — від'ємне, c — різниця).	$a - b = -(b - a)$	$a - (b - c) = a - b + c$ $(a - b) - c = a - b - c$	—
<u>Множення</u> : $a \cdot b = c$ (a, b — співмножники, c — добуток).	$a \cdot b = b \cdot a$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(a + b) \cdot c = ac + bc$; $(a - b) \cdot c = ac - bc$.
<u>Ділення</u> : $a : b = c$ (a — ділене; b — дільник; c — частка).	$\frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{b}{a}}$	ділення числа на добуток: $c : (ab) = (c : a) : b = (c : b) a$; ділення добутку на число: $(ab) : c = (a : c) a = (b : c) a$.	ділення суми (різниці) на число: $\frac{(a \pm b)}{c} = \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$.


ВЛАСТИВОСТІ 0 ТА 1

$a + 0 = a$; $a - 0 = a$; $0 - a = -a$; $a + (-a) = 0$; $a - a = 0$; (a та $-a$ протилежні числа). $a \cdot \frac{1}{a} = 1$; (a та $\frac{1}{a}$ — обернені).	$ab = 0$, якщо $a = 0$, або $b = 0$, або $a = b = 0$; $\frac{a}{b} = 0$ тільки при $a = 0, b \neq 0$.
 Вважають, що 0 ділиться на будь-яке число, але ділити на нуль не можна!	

ОЗНАКИ ПОДІЛЬНОСТІ

Ознаки	Приклади
На 2 — діляться числа, остання цифра яких: 0, 2, 4, 6, 8 — це парні числа, їх записують $n = 2k$, k — натуральне. Непарні числа не діляться на 2. Їх записують: $n = 2k + 1$, k — ціле невід'ємне.	258 : 2, оскільки 8 : 2; 344 : 2, оскільки 4 : 2.
На 3 — діляться числа, сума цифр яких ділиться на 3.	456 : 3; 4+5+6=15; 15 : 3.
На 4 — діляться числа, число з двох останніх цифр якого ділиться на 4.	12316 : 4; (16 : 4).
На 5 — діляться числа, остання цифра яких 0 або 5.	105 : 5; 30 : 5.
На 8 — діляться числа, у яких число, виражене трьома останніми цифрами даного числа, ділиться на 8.	-1256 : 8; (256 : 8).
На 9 — діляться числа, сума цифр у запису яких ділиться на 9.	351 : 9; 3+5+1=9, (9 : 9).
На 11 — діляться числа, суми цифр на парних і непарних місцях яких дають різницю, яка ділиться на 11.	1727 : 11, оскільки 7 + 7 = 14; 1 + 2 = 3; 14 - 3 = 11; (11 : 11).

ПРОСТІ І СКЛАДЕНІ ЧИСЛА

Означення	Приклади
Прості числа діляться лише самі на себе і на 1, тобто мають лише два дільники.	17, (17 : 1 і 17 : 17).
Складені числа мають більше ніж два дільники.	18, (18 : 1; 18 : 2; 18 : 3; 18 : 6; 18 : 9; 18 : 18). 18 має шість дільників: 1, 2, 3, 6, 9, 18
 <p>1 — не є ні простим, ні складеним числом.</p>	

ЗВИЧАЙНІ ДРОБИ

Правила	Приклади
ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ ДРОБУ	
Значення дроби не зміниться, якщо чисельник і знаменник дроби помножити або поділити на одне і те саме число (вираз), яке не дорівнює нулю.	$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$; $\frac{22}{33} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \dots$; $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.
Скоротити дріб — означає поділити чисельник і знаменник дроби на спільний дільник.	$\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$; $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$. 7 — спільний дільник чисел 21 і 28.
ПОРІВНЯННЯ ДРОБІВ	
З двох дробів з однаковими знаменниками більший той дріб, чисельник якого більший.	$\frac{2}{17} < \frac{11}{17}$, оскільки 2 < 11.
Якщо знаменники різні, то треба дроби звести до спільного знаменника і порівняти їх як дроби з рівними знаменниками.	$\frac{2}{7} < \frac{3}{8}$; $\frac{2}{7} = \frac{16}{56}$; $\frac{3}{8} = \frac{21}{56}$; $\frac{16}{56} < \frac{21}{56}$, тобто $\frac{2}{7} < \frac{3}{8}$.
З двох дробів з рівними чисельниками той дріб більший, у якого знаменник менший.	$\frac{13}{17} < \frac{13}{15}$, оскільки 15 < 17.

ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ

Якщо знаменники рівні, то чисельники додаються (віднімаються), а знаменник зберігається.	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$.
Якщо знаменники різні, то спочатку дроби зводять до спільного знаменника і додають (віднімають) їх як дроби з рівними знаменниками.	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{cb}{db} = \frac{ad \pm cb}{bd}$.
При додаванні (відніманні) мішаних чисел можна додати (відняти) їх цілі і дробові частини.	$3\frac{1}{8} + 2\frac{5}{6} = 3 + 2 + \frac{1}{8} + \frac{5}{6} = 5 + \frac{3+20}{24} = 5\frac{23}{24}$.

МНОЖЕННЯ ДРОБІВ

При множенні дробів помножують чисельники і знаменники.	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.
При множенні мішаних чисел їх спочатку перетворюють у неправильні дроби, а потім помножують їх.	$2\frac{2}{15} \cdot 7\frac{3}{8} = \frac{32}{15} \cdot \frac{59}{8} = \frac{32^4 \cdot 59}{15 \cdot 8_1} =$ $= \frac{236}{15} = 16\frac{6}{15} = 16\frac{2}{5} = 16,4$.
Якщо в добутку один із множників — ціле число, то його подають у вигляді дроби із знаменником 1.	$\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 2,7 \cdot 3\frac{1}{7} = \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{1} \cdot \frac{27}{10} \cdot \frac{22}{7} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 11}{1 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 7} =$ $= \frac{36 \cdot 11}{35} = \frac{396}{35} = 11\frac{11}{35}$.

ДІЛЕННЯ ДРОБІВ

При діленні двох дробів ділення замінюють множенням першого дроби на обернений другий дріб.	$3\frac{3}{5} : 2\frac{1}{4} = \frac{18}{5} : \frac{9}{4} = \frac{18}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 1} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} = 1,6$.
$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$.	

ПІДНЕСЕННЯ ДРОБУ ДО СТЕПЕНЯ

При піднесенні дроби до степеня підносять чисельник і знаменник цього дроби до даного степеня.	$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}; \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.
При піднесенні мішаного числа до степеня спочатку перетворюють його у неправильний дріб, а потім підносять до степеня.	$\left(1\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{12}{4}\right)^2 = \frac{144}{16} = \frac{9}{16}$.

ПРОПОРЦІЇ

<p>Означення. Пропорція — це рівність двох відношень. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ або $a:b = c:d$ ($a, b, c, d \neq 0$)</p> <p>Члени пропорції: a, d — крайні члени, b, c — середні члени.</p>	
Властивості	Приклади
Основна властивість пропорції: добуток крайніх членів пропорції дорівнює добутку її середніх членів.	$ad = bc$.
Кожний член пропорції є четвертим пропорційним членом по відношенню до трьох інших.	$a = \frac{bc}{d}; b = \frac{ad}{c}; c = \frac{ad}{b}; d = \frac{bc}{a}$.

ВІДСОТКИ

Означення. Відсоток – це сота частина деякого числа (яке береться за одиницю).

$$1\% \text{ від числа } a \text{ – це } \frac{1}{100} a.$$

Знаходження відсотка від числа

$$p\% \text{ від числа } a = \frac{p}{100} a.$$

Знайти 15% від 180.

Розв'язання: $\frac{15}{100} \cdot 180 = \frac{15 \cdot 180}{100} = 27.$

Відповідь: 27.

Знаходження числа за його відсотком

Якщо $p\%$ від будь-якого числа дорівнює b , то все число дорівнює:

$$b : \frac{p}{100} = \frac{b \cdot 100}{p}.$$

Знайти число, 22% якого дорівнює 33.

Розв'язання. Шукане число — x — це розв'язок рівняння:

$$\frac{22}{100} : x = 33 ; x = 33 : \frac{22}{100} ; x = \frac{33 \cdot 100}{22} ; x = 150.$$

Відповідь: 150.

Знаходження відсоткового відношення двох чисел

Число a складає від числа b

$$\frac{a}{b} \cdot 100\%.$$

Скільки відсотків складає число 24 від числа 120?

Розв'язання. Шукане число відсотків — x .

$$\frac{x}{100} \cdot 120 = 24 ; x = \frac{24 \cdot 100}{120} ; x = 20(\%).$$

Відповідь: 20%.

Зміна числа, що виражена у відсотках

Число a збільшилось на $p\%$: $a + \frac{p\%}{100\%} a = a \left(1 + \frac{p\%}{100\%} \right)$;

Число a зменшилось на $p\%$: $a - \frac{p\%}{100\%} a = a \left(1 - \frac{p\%}{100\%} \right)$.

Вартість товару $a = 120$ грн збільшилась на 5%. Нова вартість товару:

$$120 + \frac{5}{100} \cdot 120 = 120 \left(1 + \frac{1}{20} \right) = \frac{120 \cdot 21}{20} = 126 \text{ (грн).}$$

Відповідь: 126 грн.

КООРДИНАТНА ПРЯМА


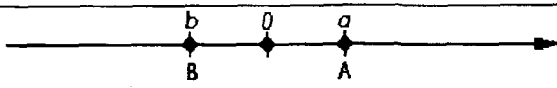
На координатній прямій зображується множина всіх дійсних чисел.

0 – початок координат.

Числа, які позначені на координатній прямій справа від точки 0, називають додатними, а зліва – від'ємними.



МОДУЛЬ ЧИСЛА

Означення	Приклади
Модулем додатного числа називається те саме число.	$ 33 = 33.$
Модулем від'ємного числа називається протилежне йому число.	$ -5 = 5 .$
Модуль нуля дорівнює нулю.	$ 0 = 0 .$
$ a = \begin{cases} a, & a > 0 \\ 0, & a = 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} = \begin{cases} a, & a > 0 \\ -a, & a \leq 0 \end{cases} = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a \leq 0. \end{cases}$	
ГЕОМЕТРИЧНИЙ ЗМІСТ МОДУЛЯ	
На координатній прямій модуль – це відстань від початку координат до точки, що зображує дане число.	 $ a = OA; b = OB.$
Модуль різниці двох чисел a і b – це відстань між двома точками a і b на координатній прямій.	 $ a - b = AB.$
ВЛАСТИВОСТІ МОДУЛЯ	
Модуль будь-якого числа – невід'ємне число. $ a \geq 0.$	$ 3 \geq 0.$
Модулі протилежних чисел рівні. $ -a = a .$	$ -12 = 12 .$
Величина числа не перевищує величину його модуля. $a \leq a .$	$4 \leq 4 .$
Модуль добутку дорівнює добутку модулів співмножників. $ a \cdot b = a \cdot b ; a^n = a ^n; a^{2k} = a^{2k}.$	$ 5 \cdot 3 = 5 \cdot 3 .$
Модуль дробу дорівнює модулю чисельника, поділеному на модуль знаменника (якщо знаменник не дорівнює нулю). $\left \frac{a}{b} \right = \frac{ a }{ b } (b \neq 0).$	$\left \frac{2}{3} \right = \frac{ 2 }{ 3 }.$
ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ	
Правила	Приклади
При додаванні двох чисел з однаковими знаками їх модулі додаються, а перед сумою ставиться їх спільний знак.	$13 + 21 = 34; -17 + (-33) = -50.$
При додаванні двох чисел з різними знаками від більшого модуля віднімають менший і ставлять знак того числа, у якого більший модуль.	$-13 + 21 = 8; 20 - 37 = -17.$
Віднімання двох чисел з різними знаками замінюється додаванням зменшуваного і числа, протилежного від'ємнику.	$28 - 11 = 17; 19 - (-5) = 19 + 5 = 24; -35 + 20 = -15.$
МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ	
При множенні двох чисел їх модулі помножують, а знак ставлять за вказаною схемою: <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> $++ = +; +- = -; -+ = -; -- = +$ </div>	$7 \cdot (-2) = -14; -9 \cdot (-7) = 63; -13 \cdot 5 = -65.$
При діленні двох чисел модуль першого числа (діленого) ділять на модуль другого числа (дільника), а знак ставлять за схемою множення.	$-25 : (-5) = 5; -120 : 3 = -40; 48 : (-4) = -12.$

ПОДІБНІ ДОДАНКИ

Означення	Приклади
Подібними доданками називають доданки, які рівні, або які відрізняються лише коефіцієнтами.	$11a - 2b + 4a - 12a + c - 7b =$ $= (11 + 4 - 12)a + (-2 - 7)b + c =$ $= 3a - 9b + c.$
Звести подібні доданки — означає додати їх коефіцієнти, а буквену частину залишити незмінною.	

ДУЖКИ

ПРАВИЛА РОЗКРИТТЯ ДУЖОК	
Дужки у виразах вводяться для зміни звичайного порядку дій:	
1) піднесення до степеня (справа наліво);	$13 + (7 - 3)^2 = 13 + 4^2 = 13 + 16 = 29;$
2) множення або ділення (зліва направо);	$(113 + 17) : (123 - 121) = 130 : 2 = 65;$
3) додавання або віднімання (зліва направо).	$(200 - 28) - (17 + 53) = 172 - 70 = 102.$
ПРАВИЛА РОЗКРИТТЯ ДУЖОК	
Якщо перед дужками стоїть знак «+», то знаки у дужках не змінюються.	$\dots + (a + b) = \dots + a + b.$
Якщо перед дужками стоїть знак «-», то знаки у дужках змінюються на протилежні.	$\dots - (a + b) = \dots - a - b.$

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ОБЧИСЛИТИ.

а) $\left(26,7 - 13\frac{1}{5}\right) : 1,8 + 0,125 \cdot \left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) + 22 \cdot \frac{3}{5,5};$

в) $\left(\frac{41}{18} - \frac{17}{36}\right) \cdot \frac{18}{65} + \left(\frac{8}{7} - \frac{23}{49}\right) : \frac{99}{49} + \frac{7}{6};$

б) $\left(4\frac{1}{8} - 0,004 \cdot 300\right) : 29,25 + \left(4\frac{1}{5} - 3\frac{1}{2}\right) : 70;$

г) $\frac{1,01 \cdot 0,2 - 0,004}{\left(\frac{5}{13} - \frac{13}{21}\right) \cdot 18 \cdot 0,125}.$

2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

а) $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}\right) = 3x + 2\frac{1}{4};$ б) $\frac{5}{6}(3 - 2x) = x - \frac{3}{2};$ в) $3(1 - 2x) + 4(3x - 1) = 7;$

г) $3 - \frac{3}{5}x = 10 - \frac{2}{5}x;$ д) $0,4\left(\frac{2}{3}x - 0,3\right) = \frac{1}{3}x - 0,1.$

3. ЗНАЙТИ x З ПРОПОРЦІЇ.

а) $\frac{9(108 : 75 + 0,56)}{5x} = \frac{0,25 : \frac{5}{6} - \frac{4}{25}}{\frac{33}{2} - \frac{124}{9}};$

г) $\frac{\frac{23}{3} + \frac{39}{2} : 4,5}{\frac{3}{5} : 0,1 + 4,2} = \frac{2x}{\frac{21}{6} + \frac{61}{2}};$

б) $x : \left(2\frac{1}{2} \cdot 0,4 + 2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3}\right) = \left(1\frac{1}{3} + \frac{3}{4}\right) : \left(2 - \frac{3}{4}\right);$

д) $\frac{x}{\frac{0,1 : 0,005}{90} + \frac{2}{9}} = \frac{14 + \frac{7}{4}}{\frac{25}{2} - \frac{184}{5}}.$

в) $\left(2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} - 1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}\right) : x = \left(2\frac{1}{2} - 1\frac{2}{3}\right) : \left(2\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}\right);$

4. ОБЧИСЛИТИ.

- а) 4 % від 75; б) 25% від 340; в) $18\frac{1}{3}\%$ від 330; г) 160% від 82,85; д) 7% від 18,4.

5. ЗНАЙТИ ЧИСЛО, ЯКЩО:

- а) 8% його дорівнює 24; в) 45% його дорівнює 225; д) 750 % його дорівнює 450;
 б) 140% його дорівнює 182; г) 3, 5% його дорівнює 21; е) 110 % його дорівнює 165.

6. ЗНАЙТИ ЧИСЛО.

- а) 5% його складають 23% від 15, 5; в) 5,5% його складають 17% від 11; д) 3,5% його складають 18% від 7.
 б) 4,5% його складають 12% від 45; г) 6,5% його складають 34% від 32,5;

7. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

- а) Кава при смаженні втрачає 12% своєї маси. Скільки свіжої кави треба узяти, щоб отримати 14,8 кг смаженої кави?
 б) З чайного листа отримують 4, 2% чаю. Скільки треба узяти чайного листа, щоб отримати 46,2 кг чаю?
 в) На скільки відсотків збільшиться добуток двох чисел, якщо одне з них збільшити на 20% , а друге – на 30%?
 г) На скільки відсотків зміниться дріб, якщо його чисельник зменшити на 20%, а знаменник збільшити на 60%?
 д) На скільки відсотків зміниться добуток двох чисел, якщо одне число збільшити, а інше зменшити на 30%?
 е) Перше число складає 60% другого. Скільки відсотків першого числа складає друге?

НАСТАНОВНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

В – I		В – II	
1. ОБЧИСЛИТИ.			
а) $13\frac{1}{7} - 9\frac{1}{2}$;	б) $5\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{11}$;	а) $15\frac{1}{5} - 11\frac{1}{2}$;	б) $7\frac{1}{5} \cdot 2\frac{1}{12}$;
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.			
а) $x + 0,7 = 0,53$;	г) $0,83 - y = 1$;	а) $x + 0,81 = 0,7$;	г) $0,95 - y = 2$;
б) $0,083 \cdot x = 83$;	д) $\frac{y}{15} = -\frac{1}{3}$;	б) $0,073x = 7,3$;	д) $\frac{y}{18} = -\frac{1}{2}$;
в) $2x + 3x = 20$;	е) $(x - 3) : 2 = 11$;	в) $3x + 4x = 14$;	е) $(x - 4) : 3 = 8$;
3. ЗНАЙТИ.			
а) 23% від числа 15;		а) 32% від числа 17;	
б) який відсоток складає число 25 від числа 400 ?		б) який відсоток складає число 38 від числа 200 ?	
4. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.			
а) У двох вагонах потягу 60 пасажирів. Скільки пасажирів у кожному вагоні, якщо у першому вагоні на 12 пасажирів більше, ніж у другому?		а) У двох сьомих класах 50 учнів. Скільки серед них хлопчиків і скільки дівчаток, якщо дівчаток на 8 більше, ніж хлопчиків?	

РІВНЯННЯ

§1. РІВНЯННЯ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ.

ВИРАЗИ ТА ЇХ ПЕРЕТВОРЕННЯ

РІВНЯННЯ ТА ЙОГО РОЗВ'ЯЗКИ

Означення	Приклади
<u>Рівняння</u> – це рівність, яка містить змінну.	$3(x-4) = 24$, при $x = 12$ $3(12-4) = 24$
<u>Розв'язок рівняння</u> – це значення змінної, при якому рівняння перетворюється у правильну рівність.	$3 \cdot 8 = 24$ $24 = 24$ $x = 12$ – розв'язок рівняння.
<u>Розв'язати рівняння</u> – це означає знайти його розв'язки або довести, що їх немає.	$3(x-4) = 24$, $x = 12$.
<u>Рівносильні рівняння</u> – це рівняння, які мають одні і ті самі розв'язки.	$3x = 36$ і $3(x-4) = 24$; їх розв'язок $x = 12$.

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ РІВНЯНЬ

У будь-якій частині рівняння можна звести подібні доданки. Якщо з однієї частини рівняння перенести доданки в іншу частину і при цьому змінити знаки доданків на протилежні, отримаємо рівняння, рівносильне даному.	$3x - 4 + 5x = 36$ $3x + 5x = 36 + 4$ $8x = 4 + 36$ $8x = 40$.
При діленні (множенні) обох частин рівняння на одне і те саме число, отримаємо рівняння, рівносильне даному.	поділимо обидві частини рівняння $8x = 40$ на 8: $x = 5$ — це рівняння рівносильне $8x = 40$, їх розв'язок 5.

ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ

Означення	Приклади
Рівняння виду $ax = b$, де x — змінна, a і b — деякі числа, називається <u>лінійним рівнянням</u> . Розв'язок: $x = \frac{b}{a}$.	$4 - 5x = 6 - 2(x + 2)$, використовуючи властивості рівнянь: $4 - 5x = 6 - 2x - 4$, $-5x + 2x = 6 - 4 - 4$, $-3x = -2$, $x = \frac{-2}{-3}$, $x = \frac{2}{3}$.
Розв'язування лінійних рівнянь	
$ax + b = 0$; $ax = -b$.	$5x + 4 = 0$; $5x = -4$.
$a \neq 0$; $x = -\frac{b}{a}$ — єдиний розв'язок.	$x = -\frac{4}{5}$ — розв'язок.
$a = 0$; $0x = -b$ — немає розв'язків.	$0x = -10$ немає розв'язків -10 на 0 поділити неможливо.
$a = 0$; $b = 0$. $0 \cdot x = 0$ — нескінченна множина розв'язків.	$7x = 7x$, $7x - 7x = 0$, $0x = 0$, x — будь-яке число.

ВИДИ ВИРАЗІВ

Означення	Приклади
<u>Вираз</u> – це правило, що задає сукупність дій, які треба виконувати над значеннями змінних і сталих в певному порядку, щоб отримати значення цього виразу.	$\frac{11}{20} - \frac{1}{2} + 1\frac{1}{4} - 8^2$; $3x - 18y + 6$; $\frac{11(y-2)}{13y}$; $(a+b)c - ab$.
<u>Числовий вираз</u> – це вираз, що складається з чисел за допомогою знаків дій та дужок.	$(21-13)^2 - \frac{1}{5}$.
<u>Вираз із змінними</u> – це вираз, що складається із чисел і змінних за допомогою знаків дій і дужок.	$1,5x^2 - (28y - 127) : 3$.
Підставляючи у вираз значення змінних, отримаємо <u>числовий вираз</u> . Знайшовши значення цього числового виразу, отримаємо значення <u>виразу із змінною</u> .	якщо $x = 2$; $y = 5,5$, то $1,5x^2 - (28y - 127) : 3 =$ $= 1,5 \cdot 2^2 - (28 \cdot 5,5 - 127) \cdot 3 =$ $= 1,5 \cdot 4 - (154 - 127) \cdot 3 =$ $= 6 - 27 : 3 = 6 - 9 = -3$.

ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ

Означення	Приклади
<u>Тотожність</u> – це рівність, справедлива при всіх допустимих значеннях змінних, які входять до неї.	$3a - 4 + 5a = 8a - 4$.
<u>Тотожне перетворення виразу</u> – це заміна одного виразу іншим, тотожно рівним йому.	$3x - 4 = x + 2$ і $2x = 6$ – тотожні рівності.

ВІДОМІ ТОТОЖНОСТІ

Означення	Приклади
$a + b = b + a$; $ab = ba$ переставна властивість.	$17 + 13 = 13 + 17$; $5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$.
$(a + b) + c = a + (b + c)$; $(ab)c = a(bc)$ сполучна властивість.	$(17 + 13) + 33 = 17 + (13 + 33)$; $(2 \cdot 8) \cdot 4 = 2 \cdot (8 \cdot 4)$.
$a(b + c) = ab + ac$ розподільна властивість.	$7 \cdot (11 + 13) = 7 \cdot 11 + 7 \cdot 13$.

УЧНІВСЬКА СТОРІНКА

1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		$3x - 2(8 - 5x) = 12x.$				
Розв'язання. Розкриємо дужки. Перенесемо доданки і змінимо їх знаки на протилежні, зведемо подібні доданки.		$3x - 16 + 10x = 12x;$ $3x + 10x - 12x = 16; \quad x = 16.$				
Відповідь: 16.						
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		$\frac{2x-3}{4} + \frac{x+2}{2} = \frac{3x+3}{4}.$				
Розв'язання. Домножимо ліву і праву частини на 4 – спільний знаменник: Виконаємо вже відомі перетворення, а саме поділимо чисельники на знаменники:		$\frac{4 \cdot (2x-3)}{4} + \frac{4 \cdot (x+2)}{2} = \frac{4 \cdot (3x+3)}{4};$ $2x - 3 + 2(x + 2) = 3x + 3;$ $2x - 3 + 2x + 4 = 3x + 3;$ $2x + 2x - 3x = 3 - 4 + 3; \quad x = 2.$				
Відповідь: 2.						
3. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.	1. $\frac{4x-1}{2} - \frac{6x+2}{3} = -\frac{1}{6}.$	2. $3x + 2 + 4(2x - 1) = 11x - 2.$				
Розв'язання.	$3(4x - 1) - 2(6x + 2) = -1;$ $12x - 3 - 12x - 4 = -1;$ $-7 = -1, \text{ що неможливо}$	$3x + 2 + 8x - 4 = 11x - 2;$ $11x - 2 = 11x - 2;$ $0 \cdot x = 0.$				
	Відповідь: немає розв'язків.	Відповідь: будь-яке число.				
4. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.	Автомобіль проїхав за три дні 2299 км, причому за другий день він проїхав на 48 км більше, ніж за перший, а за третій – на 31 км більше, ніж за другий день. Скільки кілометрів проїжджав автомобіль кожного дня?					
Розв'язання. I спосіб.	Нехай у перший день автомобіль проїхав x км, тоді у другий – $(x + 48)$ км, а в третій день $(x + 48 + 31) = (x + 79)$. Разом за три дні за умовою – 2299 км.					
Складемо рівняння і розв'яжемо його:	$x + 1x + 48 + x + 79 = 2299;$ $3x + 127 = 2299;$ $3x = 2172; \quad x = 724.$ У перший день автомобіль проїхав 724 км, у другий день – $724 + 48 = 772$ (км), у третій день – $772 + 31 = 803$ (км).					
Відповідь: 724 км, 772 км, 803 км.						
Спосіб оформлення задачі таблицею						
Розв'язання. II спосіб.	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 60%; border-right: 1px solid black; padding: 5px;"> I день – ? x км II день – ? $(x + 48)$ км III день – ? $(x + 48 + 31)$ км </td> <td style="width: 40%; padding: 5px; vertical-align: middle;"> } 2299 км. </td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"> $x + x + 48 + x + 48 + 31 = 2299,$ $3x = 2172;$ $x = 724.$ </td> <td style="padding: 5px;"> I день – 724 км; II день – $724 + 48 = 772$ (км); III день – $772 + 31 = 803$ (км). </td> </tr> </table>		I день – ? x км II день – ? $(x + 48)$ км III день – ? $(x + 48 + 31)$ км	} 2299 км.	$x + x + 48 + x + 48 + 31 = 2299,$ $3x = 2172;$ $x = 724.$	I день – 724 км; II день – $724 + 48 = 772$ (км); III день – $772 + 31 = 803$ (км).
I день – ? x км II день – ? $(x + 48)$ км III день – ? $(x + 48 + 31)$ км	} 2299 км.					
$x + x + 48 + x + 48 + 31 = 2299,$ $3x = 2172;$ $x = 724.$	I день – 724 км; II день – $724 + 48 = 772$ (км); III день – $772 + 31 = 803$ (км).					
Відповідь: 724 км, 772 км, 803 км.						

6. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.	За два дні турист пройшов 27,2 км, причому за другий день він пройшов 70% того, що було пройдено за перший день. Скільки кілометрів пройшов турист у перший день?						
Розв'язання. I спосіб. Складемо рівняння і розв'яжемо його:	Нехай у перший день пройдено x км, тоді у другий 70% від x , тобто $0,7x$ (км), а за два дні 27,2 км. $x + 0,7x = 27,2$; $1,7x = 27,2$; $x = 16$. У перший день турист пройшов 16 км.						
Відповідь: 16 км.							
Розв'язання. II спосіб. Складемо рівняння і розв'яжемо його:	<table style="border: none;"> <tr> <td style="border: none;">I день - ?</td> <td rowspan="2" style="border: none;">} 27,2 км. 70% = 0,7</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">II день - ? 70%</td> </tr> </table> <table style="border: none;"> <tr> <td style="border: none;">I день - x км</td> <td rowspan="2" style="border: none;">} 27,2 км.</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">II день - $0,7x$ км</td> </tr> </table> $x + 0,7x = 27,2$; $x = 16$.	I день - ?	} 27,2 км. 70% = 0,7	II день - ? 70%	I день - x км	} 27,2 км.	II день - $0,7x$ км
I день - ?	} 27,2 км. 70% = 0,7						
II день - ? 70%							
I день - x км	} 27,2 км.						
II день - $0,7x$ км							
Відповідь: 16 км.							



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ОБЧИСЛИТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.

- а) $5x + 7$, якщо $x = -4$; в) $2,7y + 2,8$, якщо $x = -2$; д) $2a + 3b$, якщо $a = \frac{1}{5}$, $b = -\frac{1}{9}$;
б) $0,4x + 1,3$, якщо $x = 2$; г) $-1,7 - 0,8y$, якщо $y = -1$; е) $3a - 5b$, якщо $a = \frac{1}{16}$, $b = \frac{1}{20}$.

2. ОБЧИСЛИТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.

- а) $a^2 + 5^3$, якщо $a = -3$; г) $(2x)^2 - y^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$, якщо $x = 4$, $y = \frac{1}{2}$;
б) $x^2 + y^2 + 7$, якщо $x = 1,3$, $y = 2$; д) $-2a - 3b$, якщо $a = \frac{3}{8}$, $b = \frac{2}{9}$.
в) $a^3 - b^2 + \frac{3}{4}$, якщо $a = 3$, $b = \frac{1}{2}$;

3. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.

- а) $-19a + 5b - 2b - 21a$; е) $-1,6(7,5xy - 5) + 12,5(0,2xy - 0,4)$;
б) $2(3a - 4) - 8a$; ж) $3,2(2,5 - 1,25xy) + 0,2(20xy - 5)$;
в) $-2(4a + 3) + 5a$; з) $5a - (4a - (3a - 2))$;
г) $a - (b - (a + d))$; і) $10 - 9\left(a - \frac{2}{3}\right) + 5a - 16$;
д) $z - (y + (z + t))$; к) $6a - (5a - (4a - 3))$;
е) $-0,2(5,5x - 1,5y) + 4(3,5x - 0,25y)$; л) $10 - (-5(a - 3) + a)$.

4. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ ПРИ ЗАДАНИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННИХ.

- а) $-(ab + 4ac + 3bc) - 3(2ab - ac - bc)$, при $a = 1,2$, $b = -2,4$, $c = -1,8$.
б) $(5x + 2y)z + (3x - 2z)y - (5z - y)x$, при $x = 7$, $y = -5$, $z = -2$.
в) $(2xy - 5xz)^2 - (xy + 3yz)^4 + (5xz - 4yz)^2$, при $x = -0,8$, $y = 0,6$, $z = -1,4$.
г) $(a - b)c - (4a - c)b + (4b - 7c)a$, при $a = -2,4$, $b = 1,5$, $c = -1,2$.
д) $(7x - 4y)z - (5x + 4z)y + (5y - 3z)x$, при $x = 3,2$, $y = -2,5$, $z = -1,5$.

5. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

- а) $2x+3=0$; г) $\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=2$; є) $5x-(x+3)=5$; і) $11-2(x-4,5)=6-4$;
 б) $\frac{3}{5}-\frac{x}{2}=0,2$; д) $2x=\frac{1}{4}$; ж) $11x+5=5x-12-4-x$; к) $|x|=0$; м) $|x|-3=7$.
 в) $\frac{1}{3}x+4=0$; е) $0,5+2x=1,5+3x$; з) $7-2(x-4,5)=6-4x$; л) $|x|=4$;

6. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

- а) $\frac{3x}{0,2}=\frac{2\frac{1}{2}}{3\frac{1}{3}}$; д) $\frac{2}{3}(x+3)=\frac{6+2x}{3}$; з) $|x+4|=-11$
 б) $6-\frac{x-1}{2}=\frac{3-x}{2}+\frac{x-2}{3}$; е) $\frac{3x-11}{4}-\frac{3-5x}{8}=\frac{x+6}{2}$; і) $|x|+1,2=0$;
 в) $\frac{3}{4}x+\frac{25}{4}+\frac{4}{3}x=0$; є) $|x+4|=2$; к) $|x|+11,7=5,3$.
 г) $\frac{x-3}{6}+x=\frac{2x-1}{3}-\frac{4-x}{2}$; ж) $|x-3|=0$;

7. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

- а) $\frac{x}{2}+\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{20}+\frac{x}{30}+\frac{x}{42}=6$; б) $5-3(x-2(x-2(x-2)))=2$; в) $|8,9-x|+0,5=0,7$;
 г) $|3x-2|-27=1$; д) $|x-1,7|+12=2x$; е) $|x-4|=x+2$; є) $|2x-8|=12-4x$.

8. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

- а) У двох класах разом 69 учнів, причому в першому з них на 5 учнів більше, ніж у другому. Скільки учнів у кожному класі?
 б) В магазині за два дні продано 12 т 8 ц картоплі. У перший день продано у 3 рази більше, ніж у другий. Скільки картоплі продано у перший і у другий день?
 в) 3 трьох ділянок зібрано 2128 ц картоплі: з першої зібрано втричі більше, ніж з другої, а з третьої – в 4 рази більше, ніж з другої. Скільки картоплі зібрано з кожної ділянки?
 г) Два автомобілі виїхали одночасно назустріч один одному з двох міст, відстань між якими 400 км. Рухаючись рівномірно, вони зустрілись через 4 год. Знайти швидкість кожного автомобіля, якщо один з них їхав швидше за іншого на 14 км/год.

9. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

- а) За два дні зорано 80 га ріллі, причому за перший день зорано на 18 га більше, ніж за другий день. Скільки гектарів землі зорано в другий день?
 б) Дріт довжиною 135 м розрізали на дві частини так, що одна з них вдвічі коротша за іншу. Знайти довжину кожної частини.
 в) Двоє працівників виготовили разом 74 деталі. Перший виготовляв за день на 2 деталі більше, ніж другий, і працював 7 днів, а другий – 8 днів. Скільки деталей в день виготовляв кожний працівник?
 г) У трьох кошиках 54 кг яблук. В першому кошику на 12 кг яблук менше, ніж у другому, а в третьому в 2 рази більше, ніж у першому. Скільки кілограмів яблук у кожному кошику?
 д) Одно число у 3 рази більше другого. Якщо друге збільшити у 5 разів, то воно стане більше першого на 7. Знайти суму цих чисел.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-1)

ТЕМА. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ

В – I	7 балів	В – II	В – III	9 балів	В – IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.					
а) $5x - 12 = 4x - 8$; б) $\frac{2}{3}x = 18$; в) $7 - 2(x + 3) = 9 - 6x$.	а) $3y - 8 = 2y - 5$; б) $\frac{3}{4}x = 27$; в) $13 - 3(x + 1) = 4 - 5x$.	а) $0,5x + 8 = 2$; б) $0,4(x - 1) - 3(0,2x + 1) = -8$; в) $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2}x$.	а) $0,3x - 5 = 11$; б) $8(0,9y + 5) - 7(0,6y + 11) = 11(y - 3)$; в) $\frac{1}{2}y - \frac{1}{3} = 2 - \frac{1}{3}y$.		
2. ПРИ ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ ЗМІННОЇ ВИРАЗИ Є РІВНІ?					
$2x - 5$ і $3x - 7$.	$2 + 3x$ і $4x - 7$.	$11(3y - 7)$ і $13y - 2$.	$13(2x - 8)$ і $200 - 20x$.		

В – V	12 балів	В – VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $0,9x + 1 = 0,2x + 6$; б) $0,8(3x - 5) - 0,3(5x + 4) = 0,8x + 2,8$.	а) $1,3 - 2 = 2,6x + 11$; б) $0,3(7x - 8) - 0,8(0,5 + 6) = 0,8x + 1,6$.	
2. ЗНАЙТИ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ.		
$\frac{1}{5}x - 0,5 = 7 - \frac{1}{2}x$;	$0,4 - \frac{1}{5}y = 3 - \frac{1}{2}y$.	
3. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ЗМІННОЇ:		
Якщо значення виразу $3(2y - 3)$ на 1 більше їх суми.	Якщо значення виразу $5(7y + 0,4)$ більше значення виразу $16(y + 1)$ в 2 рази.	

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-2)

ТЕМА. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ НА СКЛАДАННЯ РІВНЯНЬ

РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
В – I	7 балів	В – II
В трьох цехах 1800 робітників. В першому цеху робітників у 1,2 раза більше, ніж у другому, а в третьому – на 100 чоловік більше, ніж у першому. Скільки робітників в кожному цеху?	Для підводного полювання купили ласти, маску і трубку. Ласти дорожчі за маску на 12 грн і дорожчі за трубку у 2 рази. Скільки коштує кожна річ, якщо за все заплатили 98 грн?	
В – III	9 балів	В – IV
Турист за три дні пройшов 98 км. В перший день він пройшов на 10 км менше, ніж у другий день, а в третій день – 0,7 відстані, яку пройшов у другий день. Скільки кілометрів пройшов турист за кожний з трьох днів?	Микола старший за Василя на 4 роки, а Василь старший за Петра у 1,5 рази. Скільки років кожному, якщо усім разом 36?	
В – V	12 балів	В – VI
В магазині продали дині за 3 дні. В перший день було продано на 20% менше, ніж у другий, а в третій день на 2 ц менше, ніж у перший день. Скільки динь було продано у кожний день, якщо всього було продано 18 т динь?	За три робочих дні токар виготовив 208 деталей. В перший день він виконав норму, в другий день перевиконав норму на 15%, а в третій день виготовив на 10 деталей більше, ніж у другий день. Скільки деталей виготовив токар за кожний з трьох днів?	

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-1-1)

ТЕМА. РОЗВ'ЯЗАННЯ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ ТА ЗАДАЧ НА СКЛАДАННЯ РІВНЯНЬ

В - I	7 балів	В - II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $6x - 10,2 = 4x - 2,2$; б) $15 - (3x - 3) = 5 - 4x$; в) $5(x - 6) - 2(x + 7) = x + 6$.	а) $8x - 15,3 = 6x - 3,3$; б) $18 - (6x + 5) = 4 - 7x$; в) $x + 49 = 6(x - 5) + 2(x - 6)$.	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
За книгу, ручку і лінійку заплатили 8,3 грн. Скільки коштує кожна річ, якщо ручка на 45 коп. дорожча за лінійку, а книга в 5 разів дорожча за ручку?	Будильник, жіночий та чоловічий наручні годинники разом коштують 169 грн. Скільки коштує кожний годинник окремо, якщо жіночий у 3 рази дорожчий за будильник, а чоловічий годинник на 15 грн дорожчий за жіночий?	

В - III	9 балів	В - IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $2x - \frac{4}{7} = 0$; в) $4(x + 7) - 7(9 - x) = x - 5$.	б) $2(x + 0,5) + 1 = 9$;	а) $3x - \frac{6}{11} = 0$; в) $7(x - 4) - 2(5 - x) = 18 + x$.
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Периметр трикутника ABC дорівнює 60 см. Сторона AB більша, ніж сторона AC на 5 см, а сторона BC більша, ніж сторона AB на 5 см. Знайти сторони цього трикутника.	За ручку, фарби і олівці заплатили 12,25 грн. Скільки коштує кожна річ, якщо фарби у 8 разів дорожчі за ручку, а ручка на 1,2 грн дешевша, ніж олівці?	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
При якому значенні змінної y сума значень виразів $3y - 1$ і $4y + 12$ на 50 більше значення виразу $5y - 19$?	При якому значенні змінної p сума значень виразів $5p - 2$ і $3p - 12$ на 12 більше значення виразу $4p + 10$?	

В - V	12 балів	В - VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.
а) $-(2x + 0,1) = 3(0,5 - x)$; б) $19x - (3x - 4) = 4(5x - 1)$; в) $2,5(3x + 16) - 5(2,2x + 3,4) = 1,5x - 13$.	а) $2(2,5x - 1) = -(1,8 - 4x)$; б) $10x - (2x - 4) = 4(3x - 2)$; в) $1,6(25 - 4,5x) - 3(2,6x - 12) = 6 - 5x$.	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Периметр трикутника ABC дорівнює 22 см. Сторона AB удвічі менша, ніж сторона BC і на 2 см менша, ніж сторона AC . Знайти сторони цього трикутника.	На трьох полицях 65 книг, причому на другій полиці книг в 1,5 раза менше, ніж на першій, але на 5 книг більше, ніж на третій полиці. Скільки книг на кожній полиці?	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
При якому значенні змінної z сума значень виразів $5z - 35$ і $2z + 11$ удвічі менше значення виразу $30z + 48$?	При якому значенні змінної t різниця значень виразів $15t - 32,5$ і $11t - 28,5$ в чотири рази менше значення виразу $12t + 40$?	
4. ЗНАЙТИ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ.		
$ x + 2 = 5$.	$5 - x = 3$.	

§2. ЦІЛІ ВИРАЗИ

СТЕПІНЬ З НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ. ОДНОЧЛЕНИ

Означення	Приклади
$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ n разів $n \in N, n \geq 2$ $a^1 = a$	$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$; $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = 25$; $7^1 = 7$; $0^n = 0$; $1^n = 1$; $n \in N$; 0^0 – не визначено.

ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНІВ

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^5 \cdot 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$	$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (a \neq 0)$	$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$	$a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n} (a \neq 0)$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$(2^5)^3 = 2^{15}$	$a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m$
$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 3)^4 = 2^4 \cdot 3^4 = 16 \cdot 81 = 1296$	$a^n \cdot b^n = (ab)^n$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$	$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n (b \neq 0)$
Корисні зауваження		
Будь-який степінь числа $a > 0$ є число додатне.	$5^{11} > 0$; $(1,2)^7 > 0$.	
При піднесенні до парного степеня від'ємного числа в результаті отримуємо додатне, до непарного степеня – від'ємне.	$(-3)^4 = (-3)(-3)(-3)(-3) = 3^4 = 81$; $(-3)^4 > 0$ $(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$; $(-3)^3 < 0$.	
Степені з від'ємними показниками визначені тільки для $a > 0$.	$0^{-3} = \frac{1}{0^3}$ – не визначено. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} > 0$.	
ЗРУЧНІ СПОСОБИ ОБЧИСЛЮВАНЬ ЗІ СТЕПЕНЯМИ		
а) $33^2 = (11 \cdot 3)^2 = 11^2 \cdot 3^2 = 121 \cdot 9 = 1089$;	в) $\frac{7,5^3}{2,5^3} = \left(\frac{7,5}{2,5}\right)^3 = 3^3 = 9$;	
б) $4^{2,5} = 4^2 \cdot 4^{\frac{1}{2}} = 16 \cdot \sqrt{4} = 16 \cdot 2 = 32$;	г) $4^3 \cdot \left(1\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 = \left(4 \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{2}{7}\right)^3 = 2^3 = 8$.	

УЧНІВСЬКА СТОРІНКА



1. ОБЧИСЛИТИ.	$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^5$
Розв'язання.	$-\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^5 = -\left(\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3 \cdot 4}{4 \cdot 3}\right)^5 = -1^3 \cdot 1^5 = -1.$
Відповідь: $-1.$	
2. ОБЧИСЛИТИ.	$\frac{(-2)^5 \cdot 7^7 \cdot 26^5 \cdot 2^{10}}{14^6 \cdot 13^4 \cdot 8^4}$
Розв'язання.	$\frac{(-2)^5 \cdot 7^7 \cdot (2 \cdot 13)^5 \cdot 2^{10}}{(2 \cdot 7)^6 \cdot 13^4 \cdot (2^3)^4} = \frac{(-2)^5 \cdot 7^7 \cdot 2^5 \cdot 2^{10} \cdot 13^5}{2^6 \cdot 7^6 \cdot 13^4 \cdot 2^{12}} = \frac{-2^{5+5+10} \cdot 7^7 \cdot 13^5}{2^{6+12} \cdot 7^6 \cdot 13^4} = \frac{-2^{20} \cdot 7^7 \cdot 13^5}{2^{18} \cdot 7^6 \cdot 13^4} =$ $= \frac{-2^2 \cdot 7 \cdot 13}{1 \cdot 1 \cdot 1} = -4 \cdot 7 \cdot 13 = -364.$
Відповідь: $-364.$	

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ЗАПИСАТИ У ВИГЛЯДІ СТЕПЕНЯ.

а) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$; в) $\left(\frac{1}{5}\right)^{30k} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{30}$; д) $(-2)^{11} \cdot (-3)^{11}$; е) $\left(\left(\frac{1}{9}\right)^9\right)^3$; з) $3^{10} \cdot 0,1^{10}$.

б) $(0,3)^{15} : (0,3)^5$; г) $(a^4)^2$; е) $3^{11} \cdot 2^{11}$; ж) $((-0,4)^7)^2$;

2. ЗАПИСАТИ У ВИГЛЯДІ СТЕПЕНЯ.

а) $7^{13} \cdot 49$; б) $5^{11} \cdot 125$; в) $8^2 \cdot 4^{10}$; г) $9^5 \cdot 27^4$; д) $16^7 \cdot 64^5$; е) $25^4 \cdot 125^5$.

3. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.

а) $x^2 - 7x$, якщо $x = -2$; в) $-x^2 - 4x$, якщо $x = -2$;
 б) $2x^2 + x$, якщо $x = -5$; г) $-x^2 + 5x$, якщо $x = 4$.

4. ЗАПИСАТИ У ВИГЛЯДІ ВИРАЗУ.

- а) квадрат суми чисел a і b ; г) подвоєний квадрат різниці $3a$ і $5b$;
 б) суму куба числа a і квадрата числа b ; д) різницю кубів чисел $2a$ і $7b$;
 в) подвоєний квадрат суми чисел a і b ; е) суму кубів чисел $2a$ і $11b$.

5. ОБЧИСЛИТИ.

а) $(238 - 43,07 \cdot 4)^0 + 5 \cdot \frac{1}{3}$; в) $\frac{9^5 \cdot 5^2}{3^9 \cdot 5^{10}}$; д) $0,4^{10} \cdot 2,5^{12}$;

б) $17,83^0 \cdot 6,4 + \frac{1}{7} \cdot 2,8$; г) $4^5 \cdot 2,5^5$; е) $\left(\frac{1}{9}\right)^6 \cdot 81^4$.

6. ПОРІВНЯТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗІВ.

а) 10^7 і $2^8 \cdot 5^7$; б) 6^{12} і $2^{13} \cdot 3^{11}$; в) 25^{25} і $2^{50} \cdot 3^{50}$; г) 63^{30} і $3^{60} \cdot 5^{30}$.

7. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.

а) $11^{n+5} : 11^n$; б) $10^{n+1} \cdot 10^5 : 10^n$; в) $(-1)^n \cdot (-1)^n$;

г) $(-1)^{2n} : (-1)^3$; д) $\left((-1)^{2n} \cdot (-1)^{3n}\right)^0$; е) $2^{4k-1} \cdot 2^{5k-3} : 2^k$.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-2-1)

ТЕМА. СТЕПІНЬ З НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ

В - I	7 балів	В - II	В - III	9 балів	В - IV
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.					
а) $3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 3^4$; б) $\frac{6}{25} \cdot 0,2^3 + (-1)^3$.	а) $7 \cdot 3^2 + 3 \cdot 7^2$; б) $\frac{6}{225} \cdot 1,5^2 + (-1)^3$.	а) $5 \cdot 3^3 - 2 \cdot 5^2$; б) $\frac{3}{4} \cdot 0,5^2 + (-1)^3 \cdot \left(\frac{7}{12}\right)^2$.	а) $5 \cdot 3^3 + 3 \cdot 5^2$; б) $\frac{5}{18} \cdot 0,3^2 + (-2)^3$.		
2. ПРЕДСТАВИТИ У ВИГЛЯДІ СТЕПЕНЯ.					
а) $x^7 \cdot x^{13}$; б) $(-n)^{10} \cdot (-n)^5$; в) $(-a)^6 \cdot (-a)^5 \cdot a^2$; г) $c^{24} \cdot c^8$; д) $a^{10} : (a^3 \cdot a^2)$.	а) $x^6 \cdot x^{11}$; б) $(-p)^9 \cdot (-p)^3$; в) $(-b)^8 \cdot (-b)^5 \cdot b^7$; г) $a^{16} : a^8$; д) $a^{16} : (a^5 \cdot a^7)$.	а) $y^{12} \cdot y^3$; б) $(-a)^6 \cdot (-a)^3$; в) $(-m)^2 \cdot (-m)^4 \cdot (-m)^3$; г) $(0,3x)^{12} : (0,3x)^{10}$; д) $m^{10} : (m^2 \cdot m^4)$.	а) $25^3 \cdot x^6$; б) $(-x)^6 \cdot (-x)^3$; в) $(-a)^4 \cdot (-a)^3 \cdot a^2$; г) $(0,5x)^7 : (0,5x)^5$; д) $x^{12} : (x^3 \cdot x^2)$.		
3. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.					
а) $\frac{y^{18}}{y^7 \cdot y \cdot y^4}$; б) $\frac{b^7 \cdot b}{b^3 \cdot b^2}$.	а) $\frac{x^{20}}{x^6 \cdot x^3 \cdot x^4}$; б) $\frac{a^9 \cdot a^{23}}{a^{16} \cdot a}$.	а) $\frac{(a^3)^5 \cdot c^6}{a^{10} \cdot c^4}$; б) $\frac{7^6 \cdot 2^5}{14^4}$.	а) $\frac{(c^2)^4 \cdot d^7}{c^{10} \cdot d^5}$; б) $\frac{3^5 \cdot 7^6}{21^5}$.		

В - V	12 балів	В - VI
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.		
а) $7 \cdot 5^2 + 5 \cdot 7^2$; б) $\frac{31}{625} \cdot 25^2 + (-1)^7$.	а) $13 \cdot 2^2 + 2 \cdot 13^2$; б) $\frac{11}{225} \cdot 1,5^2 + (-1)^5$.	
2. ПОДАТИ У ВИГЛЯДІ СТЕПЕНЯ.		
а) $x^2 \cdot x^{n+1}$; б) $(-a)^7 \cdot a^4$; в) $(-x)^n \cdot (-x)^{n+1}$; г) $x^{2n} : x^n$; д) $b^{48} : (b^{29} \cdot b^{17})$.	а) $a^3 \cdot a^{n-1}$; б) $(-b)^9 \cdot b^6$; в) $(-b)^k \cdot (-b)^{k-1}$; г) $a^{3n} : a^{2n}$; д) $c^{60} : (c^{22} \cdot c^{18})$.	
3. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.		
а) $\frac{a^8 \cdot a^8}{a^{n+2} \cdot a^5}$; б) $\frac{(-2)^9 \cdot (-2)^{11}}{2^{16}}$.	а) $\frac{b^7 \cdot b^{n-2}}{b^n \cdot b^8}$; б) $\frac{(-3)^7 \cdot (-3)^{13}}{3^{15}}$.	

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-2-2)

В - I	7 балів	В - II	В - III	9 балів	В - IV
1. ЗАПИСАТИ ВИРАЗ У ВИГЛЯДІ ДОБУТКУ.					
а) $(cy)^7$; б) $(5ax)^4$; в) $(-3abc)^4$.	а) $(bx)^8$; б) $(2ab)^5$; в) $(-6cxy)^7$.	а) $(ab)^8$; б) $(10,2y)^6$; в) $(-\frac{2}{3}z)^5$.	а) $(ac)^{10}$; б) $(1-0,2a)^4$; в) $(-\frac{2}{3}x^2)^7$.		
2. ПОДАТИ У ВИГЛЯДІ СТЕПЕНЯ.					
а) $(x^3)^4$; б) $(x^5)^2$; в) $(-x^4)^5$.	а) $(y^4)^5$; б) $(y^9)^2$; в) $((-y)^5)^4$.	а) $(x^6)^2$; б) $(-x^2)^5$; в) $(-x^4)^6$.	а) $(a^{12})^6$; б) $(-a^5)^6$; в) $((-a)^4)^5$.		
3. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.					
а) $(c^4)^5 \cdot (c^3)^2$; б) $(\frac{2}{3}a^5)^4 \cdot (3a^2)^5$.	а) $(c^5)^7 \cdot (c^4)^8$; б) $(\frac{1}{4}a^5)^3 \cdot (2a^2)^7$.	а) $(a^3)^2 \cdot (a^4)^3$; б) $(0,2a^3)^4 \cdot (5a^4)^3$.	а) $(x^2)^3 \cdot (x^4)^3$; б) $(\frac{1}{2}a^6)^3 \cdot (2a^2)^5$.		
4. ОБЧИСЛИТИ.					
$\frac{4^5 \cdot 8^4}{2^{20}}$.	а) $5^7 \cdot 2^7$; б) $0,4^9 \cdot 2,5^9$.	$\frac{5^4 \cdot 10^4}{5^7}$.	а) $1,25^4 \cdot 8^4$; б) $0,25^4 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^4$.		

В – V	12 балів	В – VI
1. ЗАПИСАТИ ВИРАЗ У ВИГЛЯДІ ДОБУТКУ.		
а) $(cn)^6$; б) $(3xy)^4$; в) $(-6bcy)^n$.	а) $(by)^7$; б) $(2ax)^6$; в) $(-5abc)^m$.	
2. ПОДАТИ У ВИГЛЯДІ СТЕПЕНЯ.		
а) $(x^n)^5$; б) $(-x^5)^8$; в) $((-1)^4)^{n+1}$.	а) $(c^6)^n$; б) $(-c^3)^5$; в) $((-c)^{n+1})^n$.	
3. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.		
а) $\frac{(y^3)^4 \cdot (y^6)^3}{(y^4)^7}$; б) $(0,25p^9)^4 \cdot (-2p^2)^8$.	а) $\frac{(a^4)^7 \cdot (a^2)^5}{(a^3)^{12}}$; б) $(0,048a^8)^2 \cdot (-10a^5)^3$.	
4. ОБЧИСЛИТИ.		
а) $2^n \cdot 0,5^{n+1}$; б) $5^8 \cdot 2^{10}$.	а) $0,5^{n+1} \cdot 2^{n-1}$; б) $0,25^7 \cdot 4^9$.	

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-2-1)

В – I	7 балів	В – II	В – III	9 балів	В – IV
1. ОБЧИСЛИТИ.					
$10^2 \cdot (-0,2)$.	$-2^3 \cdot 0,5$.	$(-3\frac{1}{3})^3 \cdot 0,027$.	$(-2\frac{1}{2})^3 \cdot 0,064$.		
2. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.					
$a^2b^3 \cdot (ab^2)^5 : ab^5$.	$(x^3y^4)^5 \cdot (xy^3)^4 : x^2y^8$.	$x^6y^5 \cdot (x^2y^3)^4 : (x^5y)^2$.	$b^2c^3 \cdot (bc^2)^3 : (b^2c^3)$.		
3. ОБЧИСЛИТИ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНЯ.					
а) $\frac{40^4}{5^2 \cdot 2^{11}}$; б) $0,2^6 \cdot 5^6$.	а) $\frac{28^5}{4^5 \cdot 7^4}$; б) $2,5^6 \cdot 4^6$.	а) $\frac{10^7}{2^{12} \cdot 5^6}$; б) $0,125^5 \cdot 8^5$.	а) $\frac{24^3}{8^2 \cdot 3^3}$; б) $(\frac{1}{4})^7 \cdot 40^7$.		
4. ОБЧИСЛИТИ $a+b$; $a-b$; $a \cdot b$; $a : b$, ЯКЩО:					
$a = 4,2 \cdot 10^3$; $b = 2,1 \cdot 10^2$.	$a = 6,4 \cdot 10^4$; $b = 1,6 \cdot 10^3$.	$a = 6 \cdot 10^{n+1}$; $b = 3 \cdot 10^n$ n — натуральне число.	$a = 8 \cdot 10^{n-2}$; $b = 4 \cdot 10^{n+1}$ n — натуральне число.		

В – V	12 балів	В – VI
1. ОБЧИСЛИТИ.		
$\left(\frac{-5^4}{(-5)^4}\right)^6$	$\left(\frac{(-3)^6}{-3^6}\right)^5$	
2. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.		
а) $(b^2b^3)^4 \cdot (by^4)^3 \cdot (b^5y)$; б) $\frac{(-p^3)^5}{(-p^2)^7}$.	а) $(-ab^5c^4)^3 \cdot a^7b^9c^9 \cdot (-a^4bc^3)^2$; б) $\frac{(-a^9)^7}{(-a^5)^{12}}$.	
3. ОБЧИСЛИТИ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ ВЛАСТИВОСТІ СТЕПЕНЯ.		
а) $\frac{3^{11} \cdot 2^{13}}{6^{10}}$; б) $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 1,5^7$.	а) $\frac{56^{11}}{7^{10} \cdot 8^{10}}$; б) $\left(1\frac{1}{4}\right)^9 \cdot 0,8^9$.	
4. СПРОСТИТИ.		
а) $(-1)^n \cdot (-1)^n \cdot (-1)^n \cdot (-1)^n$; б) $\frac{3^n \cdot 7^{n+1}}{21^n}$.	а) $(-1)^{2n} : (-1) : (-1)$; б) $\frac{15^n}{3^{n+1} \cdot 5^n}$.	
n — натуральне число.	n — натуральне число.	

**КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-2-2)****ТЕМА. СТЕПІНЬ З НАТУРАЛЬНИМ ПОКАЗНИКОМ**

В – I	7 балів	В – II
1. ЗАПИСАТИ ПРОПУЩЕНІ ПОКАЗНИКИ В ПРАВИЙ ЧАСТИНІ РІВНОСТІ.		
а) $a^m a^l = a^p$; б) $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$; в) $(a^n)^m = a^p$; г) $a^n b^n = (ab)^p$.	а) $b^m b^n = b^p$; б) $b^p b^q = b^{p+m}$; в) $(b^x)^m = b^p$; г) $b^x c^x = (bc)^p$.	
2. ОБЧИСЛИТИ.		
а) $-10^2 \cdot 0,2$; б) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$; в) $1^7 + (-1)^7$.	а) $-2^4 \cdot 0,5$; б) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2$; в) $(-1)^9 + 1^9$.	
3. ВИКОНАТИ ДІЮ.		
а) $(-0,1a^4 b^3)^2$; б) $(m^3 n^2)^2 \cdot (2m)^3$.	а) $(-0,2a^3 b^5)^3$; б) $(5x^2)^2 \cdot (x \cdot x^5)^4$.	

В – III	9 балів	В – IV
1. ОБЧИСЛИТИ.		
а) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 + \left(1\frac{1}{9}\right)^2$; б) $\left(5\frac{1}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^5$; в) $\left(1 - \frac{4}{27} \cdot (-3)^2\right)^3$.	а) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 + \left(1\frac{1}{4}\right)^2$; б) $\left(2\frac{1}{7}\right)^5 \cdot \left(\frac{7}{15}\right)^5$; в) $\left(2 + \frac{5}{16} \cdot (-2)^3\right)^4$.	
2. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.		
а) $2b^9 \cdot \frac{1}{4}b^5$; б) $(2b^{17})^3$; в) $(-5a^4)^2$; г) $3a^3 b^2 \cdot (-2ab^3)$.	а) $3a^7 \cdot \frac{1}{27}a^5$; б) $(3a^{13})^3$; в) $(-2a^3)^2$; г) $5a^3 b \cdot (-7ab^4)$.	
3. ВИКОНАТИ ДІЮ.		
а) $\left(-1\frac{2}{7}a^3 b^2 c^5\right)^2$; б) $-(-2a^4)^2 \cdot 2a^6$; в) $xy^5 (x^2 y^3)^4 (x^5 y^6)^6$.	а) $\left(-1\frac{1}{3}ab^4 c^3\right)^3$; б) $-(-3b^2)^3 3b^3$; в) $b^2 b^3 (b^2 c)^4 (b^3 c^2)$.	

В – V	12 балів	В – VI
1. ОБЧИСЛИТИ.		
а) $2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 - 1 \cdot 4^2$; б) $\frac{(-3^4)^6}{(-3)^4}$; в) $\left(1 - \frac{4}{27} \cdot (-3)^2\right)^3$.	а) $1,5^3 - 2 \cdot 1,5^2$; б) $\left(\frac{(-2)^6}{-2^6}\right)^6$; в) $\left(2 + \frac{5}{16} \cdot (-2)^3\right)^4$.	
2. ПРЕДСТАВИТИ У ВИГЛЯДІ КВАДРАТА, ЯКЩО МОЖЛИВО.		
а) $-225x^8y^6$; б) $4,84p^{22}q^{12}$; в) $4^9c^{10}d^{16}$; г) $5\frac{1}{16}c^{40}n^{42}$.	а) $-121a^{10}b^4$; б) $1,96m^{14}n^2$; в) $9^7x^{24}y^{30}$; г) $1\frac{11}{25}a^{16}n^{50}$.	
3. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.		
а) $-\frac{1}{2}a^3b(-a^2b^4)4b^3a$; в) $(-10ab^3)^3 \cdot (0,1a^3b^2)^3$; б) $2\frac{1}{4}c^3d\left(-\frac{2}{3}cd^2\right)^2$; г) $(-8cx^5y^4)^3 \cdot (0,25c^3y^2)$; д) $(ab^5c^4)^3 \cdot a^7bc^9(-a^4bc^3)^2$.	а) $(-2a^2b^3)^3(-0,5ab^4)^3$; в) $8a^2b\left(-\frac{1}{4}ab^6\right)\left(-\frac{1}{2}b^5c^3\right)$; б) $3\frac{3}{8}c^3d^2\left(-\frac{2}{3}c^2d^2\right)^3$; г) $\left(\frac{5}{8}c^4m^3n\right)^2 \cdot (-1,6c^6m)$; д) $(b^2y^3)^4 \cdot (by^4)^3(b^5y)$.	
4. ВСТАВИТИ ПРОПУЩЕНІ ОДНОЧЛЕНИ ТАК, ЩОБ ОТРИМАТИ ТОТОЖНІСТЬ.		
$(?)^5 \cdot (?)^2 = -972x^{12}$.	$(?)^2 (?)^3 = -1600a^9$.	

ОДНОЧЛЕНИ ТА ДІЇ НАД НИМИ

Означення	Приклади
<u>Одночленом</u> називається добуток чисел, змінних та їх натуральних степенів, а також самі числа, змінні та їх степені. Число 0 називається нульовим одночленом.	0 ; $3a^2xy^3$; $\frac{12}{13}ab^3$; m ; x^6 — одночлени.
<u>Степенем одночлена</u> називається сума показників змінних, які входять до одночлена. Якщо одночленом є число, що не дорівнює нулю, то його степінь вважається рівною нулю. Число 0 степеня не має.	$3a^5b^2c^3$ — одночлен десятого степеня ($5 + 2 + 3 = 10$); $5ax^3$ — одночлен четвертого степеня ($1 + 3 = 4$); 7 — одночлен нульового степеня ($7x^0$).
Якщо в запис одночлена входить змінна x в степені $k(x^k)$, то кажуть, що цей одночлен має по x (або відносно x) степінь k .	$5ax^3$ — одночлен третього степеня відносно змінної x .
Одночлен записаний в <u>стандартному виді</u> , якщо його перший множник є числом, коефіцієнтом одночлена, а далі стоять змінні в деяких степенях, які розташовані за алфавітом (латинським або грецьким).	$4a^2b^3y^3$; $6a^5b^2c^6$; $-3xy^3z^4$; $4\alpha^2b^3j^3$ — одночлени у стандартному виді.
<u>Одночлени називаються подібними</u> , якщо вони рівні між собою або відрізняються лише своїми коефіцієнтами.	$4a^5b^2$; -1 ; $3a^5b^2$; $\frac{2}{3}a^5b^2$ — подібні одночлени.
Дії над одночленами	
Додавання і віднімання	$3a^3 + ab + b^2 + 5a^3 - 3ab = 8a^3 - 2ab + b^2$.
Множення	$(4a^3b^2c) \cdot (-2a^4bd) = -8a^7b^3cd$.
Піднесення до степеня	$(2x^2y)^3 = 2^3 \cdot (x^2)^3 y^3 = 8x^6y^3$.
Ділення	$\frac{(18a^6b^4c)}{(3a^3b^2c)} = \frac{18a^6b^4c}{3a^3b^2c} = 6a^3b^2$.



УЧНІВСЬКА СТОРІНКА

1. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.	$(4a^2b)^5(16ab^3)^4(-2^4a^3b^7)^3$.
Розв'язання.	$(4a^2b)^5(16ab^3)^4(-2^4a^3b^7)^3 =$ $= 4^5(a^2)^5b^516^4a^4(b^3)^4(-2^4)^3(a^3)^3(b^7)^3 =$ $= (2^2)^5a^{10}b^5(2^4)^4a^4b^{12}(-1)^3(2^4)^3a^9b^{21} = -2^{38}a^{23}b^{38}$.
Відповідь:	$-2^{38}a^{23}b^{38}$.
2. ВПИСАТИ ПРОПУЩЕНІ ОДНОЧЛЕНИ ТАК, ЩОБ ОТРИМАТИ ТОТОЖНІСТЬ.	$(?)^6 \cdot (?)^6 = -64x^{15}$.
Розв'язання.	$-64x^{15} = -2^6x^{12}x^3 = 2^6(x^2)^6(-x)^3 = (2x^2)^6(-x)^3$.
Відповідь:	$-64x^{15} = (2x^2)^6 \cdot (-x)^3$ – тотожність.
3. ПОДАТИ, ЯКЩО МОЖЛИВО, У ВИГЛЯДІ КВАДРАТА ОДНОЧЛЕНА.	$5\frac{1}{16}c^{40}n^{42}$.
Розв'язання.	$\frac{81}{16}(c^{20})^2(n^{21})^2 = \left(\frac{9}{4}\right)^2(c^{20})^2(n^{21})^2 = \left(\frac{9}{4}c^{20}n^{21}\right)^2 = \left(2\frac{1}{4}c^{20}n^{21}\right)^2$.
Відповідь:	$\left(2\frac{1}{4}c^{20}n^{21}\right)^2$.
4. ПОДАТИ, ЯКЩО МОЖЛИВО, У ВИГЛЯДІ КВАДРАТА ОДНОЧЛЕНА.	$-9a^6b^{14}$.
Розв'язання.	$-3^2(a^3)^2(b^7)^2 = -(3a^3b^7)^2$ – цей вираз є протилежним квадрату одночлена.
Відповідь:	подати у вигляді квадрата одночлена неможливо.



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

8. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.

- а) $-5a^2b^4 \cdot 4a^3b^5$; д) $-8a^{19}b \cdot a^{21}b^9$; з) $(-3x^2y^5)^4 \cdot (-a^2b^6c^3)^6$; м) $\left(-\frac{2}{7}ab^4\right)^2 \cdot \left(-3\frac{1}{2}a^3b\right)$;
б) $7a^{11}b^3 \cdot (-5a^{14}b^7)$; е) $(-2a^5b^4)^3 \cdot (-5a^7b^2)^3$; и) $(-2x^3y^4)^4 \cdot (-a^3b^5)^7$; н) $\left(-\frac{4}{5}a^2b^3c\right)^2 \cdot \left(1\frac{1}{5}a^3b\right)$;
в) $-0.3a^5b^{11} \cdot 0.2ab^{14}$; є) $(-2a^3b^5)^5 \cdot (3a^4b^7)^3$; к) $(-0.1ab^2c)^2 \cdot (100by^2)$; о) $\left(-1\frac{3}{5}x^3y^2c\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}x^2c^2\right)^3$;
г) $9a^8b^7 \cdot a^{11}b^2$; ж) $(a^{13}b^4) \cdot (-a^7b^2c)^5$; п) $\left(\frac{5}{8}c^4a^3b\right)^2 \cdot (-1.6c^6a)$;

9. ЗВЕСТИ ОДНОЧЛЕНИ ДО СТАНДАРТНОГО ВИДУ.

- а) $0.45a^2bc^5 \cdot 1\frac{1}{9}a^7b^6c$; д) $-6p^4n^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}n^2p^2\right)$; з) $0.54b^5c^7k^2 \cdot 1\frac{23}{27}b^2c^2k^5$;
б) $(-4a^3b^4)^2 \cdot 0.25ab^7$; е) $(0.4x^{10}y^2) \cdot (-2xy^4)^4$; и) $(-8x^4y^2)^3 \cdot \frac{1}{128}x^5y$;
в) $0.24b^3x^4y \cdot 1\frac{1}{24}bx^3y^7$; є) $(-3a^2b^4)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}a^3b^4\right)^2$; к) $-0.48b^6c^8x^3 \cdot 1\frac{7}{18}b^9c^2x$;
г) $(-9b^4c^3)^2 \cdot \frac{1}{9}bc^5x$; ж) $(5x^4y^5)^2 \cdot (-0.2x^2y^7)^2$; л) $(-9a^5b^3)^3 \cdot \frac{1}{81}a^2bc$.

10. ПОДАТИ, ЯКЩО МОЖЛИВО, У ВИГЛЯДІ КВАДРАТА ОДНОЧЛЕНА.

- а) $36x^2y^2$; г) $0,49x^{10}y^6$; є) $0,25c^{10}x^6$; і) $-25x^2y^4$;
 б) $49a^4b^2$; д) $-100a^2b^6$; ж) $1,69m^6n^8$; к) $20,25a^{100}b^{20}$;
 в) $256c^{10}q^8$; е) $289a^{10}c^8$; з) $25^3x^9y^{15}$; л) $4^9c^{10}d^{16}$.

11. ПОДАТИ, ЯКЩО МОЖЛИВО, У ВИГЛЯДІ КУБА ОДНОЧЛЕНА.

- а) $-125a^{27}b^3$; г) $(-2x^6y^7)^6$; д) $-3a^2b^5 \cdot 9a^4b^4$; є) $-1000a^{15}b^{21}$;
 б) $(-a^3b^5c^7)^6$; в) $8a^{21}b^{15}$; е) $-16x^{16}y^{20}$; ж) $-8a^{15}b^2 \left(-\frac{1}{64}a^3b^2\right)^2$; з) $-\frac{8}{125}x^3y^6 \cdot \left(\frac{1}{2}c^2x^2\right)^3$.

12. ВПИСАТИ ПРОПУЩЕНІ ОДНОЧЛЕНИ ТАК, ЩОБ УТВОРИЛАСЬ ТОТОЖНІСТЬ.

- а) $(\dots)^3 \cdot (\dots)^4 = -81a^{11}b^{13}$; б) $(\dots)^4 \cdot (\dots)^3 = -432x^{10}$.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-2-3)

ТЕМА. ОДНОЧЛЕН

В – I	8 балів	В – II	В – III	10 балів	В – IV
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ОДНОЧЛЕНА ПРИ ДАНИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННИХ.					
$5x^2y$, при $x = -1$ $y = 2$.	$3ab^2$, при $a = 2$ $b = -1$.	$2x^2y^3$, при $x = -0,5$ $y = -2$.	$3a^3b^2$, при $a = -3$ $b = -\frac{2}{3}$.		
2. ЗАПИСАТИ ОДНОЧЛЕНИ В СТАНДАРТНОМУ ВИДІ.					
а) $4a^5 \cdot (-0,5a)$; б) $-bc^8 \cdot 2c^5b^7$.	а) $-4b \cdot 0,25b^6$; б) $-3a^2b \cdot (-b^{10}a^{13})$.	а) $-9y \cdot \left(-\frac{2}{3}xy^4\right)$; б) $-0,4x^2y^5 \cdot 5y^3x^{12}$.	а) $21x^3y^2 \cdot \left(-\frac{4}{7}xy\right)$; б) $-0,25ab^4 \cdot (-8ba^3)$.		
3. СПРОСТИТИ.					
а) $(3a^2b^4)^3$; б) $-3a^3 \cdot (-ab^5)^4$.	а) $(5x^2y)^2$; б) $2b^2(-a^2b)^3$.	а) $(-0,3ab^6)^3$; б) $(-a^7b^3)^2 \cdot 5a^2b^9$.	а) $(-0,2xy^3)^3$; б) $8x^5y^2 \cdot (-x^5y^4)^4$.		
4. ВСТАВИТИ ПРОПУЩЕНІ ПОКАЗНИКИ В ПРАВИЙ ЧАСТИНІ РІВНОСТІ.					
а) $6a^5b^3 = 3ab^2 \cdot (?)$; б) $(?)^2 = 25x^6y^4$.	а) $12x^7y^4 = 4x^6y^2 \cdot (?)$; б) $(?)^2 = 81a^4b^6$.	а) $72a^4b^{10} = 2a^2b^4 \cdot (?)$; б) $3(?)^2 = 48x^{24}y^4$.	а) $35x^{12}y^{16} = 5xy^3 \cdot (?)$; б) $2(?)^2 = 50a^{14}b^{28}$.		

В – V	12 балів	В – VI
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ОДНОЧЛЕНА ПРИ ДАНИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННИХ.		
$-120x^3y$, при $x = -\frac{1}{2}$; $y = -0,1$.		$-400a^2b$, при $a = -\frac{1}{2}$; $b = -0,1$.
2. ЗАПИСАТИ ОДНОЧЛЕНИ В СТАНДАРТНОМУ ВИДІ.		
а) $\frac{3}{2}ab^2 \cdot (-0,6a^3b)$; б) $-12a^2bc \cdot (-0,1ab^3c) \cdot 5c^2$.		а) $\frac{1}{4}x^4y \cdot (-1,4x^4y^8)$; б) $8x^4y \cdot (-0,4xy^5z) \cdot (-5xz^3)$.
3. СПРОСТИТИ.		
а) $(3xy^7)^4 \cdot \left(-\frac{1}{81}xy^3\right)$; б) $(-a^3b^2)^3 \cdot (-0,6ab^4)^2$.		а) $\left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^3 \cdot 81a^5b^4$; б) $-(-ab^6)^4 \cdot (-0,4a^2b)^3$.
5. ЗНАЮЧИ, ЩО $2a^2b = x$, ВИРАЗИТИ ДАНИЙ ВИРАЗ ЧЕРЕЗ x.		
а) $8a^6b^3$; б) $24a^4b^2$.		а) $8a^6b^3$; б) $12a^4b^2$.

МНОГОЧЛЕНИ

§3. МНОГОЧЛЕНИ. ДІЇ З МНОГОЧЛЕНАМИ

ВИДИ МНОГОЧЛЕНІВ

Означення	Приклади
Многочленом називається алгебраїчна сума декількох одночленів.	$5xy^2 - 3yp^3 + 4xy.$
Многочлен, який складається з двох членів, називається <u>двочленом</u> .	$x^2 + a; ax + 3.5c^4.$
Многочлен, який складається з трьох членів, називається <u>тричленом</u> .	$x + 5xy^3 + 6.$
Одночлен вважається окремим випадком многочлена.	$15d^2m^7n + 0.$
Якщо всі члени многочлена записані у стандартному виді і виконане зведення подібних доданків, то отриманий многочлен стандартного виду.	$3a \cdot 5b + 3ab - b = 15ab + 3ab - b = 18ab - b.$

ДІЇ З МНОГОЧЛЕНАМИ

ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ МНОГОЧЛЕНІВ	
При додаванні і відніманні многочленів користуються правилом відкриття дужок.	$(2ab - 5c) + (3a^2b + 3c) = 2ab - 5c + 3a^2b + 3c =$ $= 3a^2b + 2ab - 2c;$ $(2ab - 5c) - (3a^2b + 3c) = 2ab - 5c - 3a^2b - 3c =$ $= -3a^2b + 2ab - 8c.$
МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ МНОГОЧЛЕНІВ	
Щоб помножити одночлен на многочлен, кожний член многочлена помножують на одночлен і результати додають.	$6x(x^3 - 2) = 6x \cdot x^3 - 6x \cdot 2 = 6x^4 - 12x..$
Щоб помножити многочлен на многочлен, помножують кожний член першого многочлена на кожний член другого многочлена і отримані результати додають.	$(2a - b) \cdot (3a - 4b) = 6a^2 - 8ab - 3ab + 4b^2 =$ $= 6a^2 - 11ab + 4b^2.$
Щоб поділити многочлен на одночлен, потрібно розділити на цей одночлен кожний член многочлена і отримані частки додати.	$\frac{12a + b}{3} = \frac{12a}{3} + \frac{b}{3} = 4a + \frac{b}{3}.$

§ 4. ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

<p>Квадрат суми</p> $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
<p>Квадрат різниці</p> $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
<p>Різниця квадратів</p> $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
<p>Куб суми</p> $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
<p>Куб різниці</p> $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
<p>Сума кубів</p> $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
<p>Різниця кубів</p> $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

§ 5. РОЗКЛАДАННЯ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖНИКИ

Розкладання многочлена на множники — це перетворення алгебраїчної суми одночленів у добуток. Існує три основні способи.

ВИНЕСЕННЯ СПІЛЬНОГО МНОЖНИКА ЗА ДУЖКИ:

- а) знайти спільний множник;
 б) поділити на нього кожний член многочлена і отриману суму взяти в дужки;
 в) записати добуток спільного множника на отриману суму.

$$18a^5b^2 - 14a^4b^3 = 2a^4b^2(9a - 7b).$$

Якщо при винесенні за дужки спільний множник виноситься зі знаком «мінус», то знаки доданків у дужках змінюються на протилежні.

$$-ay + by + cy = -y(a - b - c).$$

СПОСІБ ГРУПУВАННЯ:

- а) об'єднати члени многочлена в такі групи, які мають спільний множник;
 б) винести цей спільний множник за дужки.

$$2a + bc + 2b + ac = (2a + 2b) + (bc + ac) = \\ = 2(a + b) + c(b + a) = (a + b)(2 + c).$$

ВИКОРИСТАННЯ ФОРМУЛ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

Для того, щоб розкласти многочлен на множники, використовують відомі формули.

$$25x^2 - 4y^2 = (5x - 2y)(5x + 2y).$$

$$x^2 + 16xy + 64y^2 = (x + 8y)(x + 8y) = (x + 8y)^2.$$

РОЗКЛАСТИ МНОГОЧЛЕН НА МНОЖНИКИ

1) $9a^2y + 18aby + 9b^2y$.	
Розв'язання. 1. Виділимо спільний множник $9y$ і винесемо його за дужки. 2. Застосуємо формулу квадрата суми чисел a і b .	$9a^2y + 18aby + 9b^2y = 9y(a^2 + 2ab + b^2) = 9y(a + b)^2.$
Відповідь: $9y(a + b)^2$.	
2) $a^2(x - y) + (y - x)$.	
Розв'язання. 1. Виділимо спільний множник. Для цього змінимо знак виразу $(y - x)$. 2. Винесемо $(x - y)$ за дужки. 3. Застосуємо формулу різниці квадратів для $(a^2 - 1)$.	$a^2(x - y) + (y - x) = a^2(x - y) - (x - y) = (x - y)(a^2 - 1) = (x - y)(a + 1)(a - 1).$
Відповідь: $(x - y)(a + 1)(a - 1)$.	
3) $-36x^4 + 4x^3 - \frac{1}{9}x^2$.	
Розв'язання. 1. Винесемо $-x^2$ за дужки. 2. Застосуємо формулу квадрата різниці.	$-36x^4 + 4x^3 - \frac{1}{9}x^2 = -x^2\left(36x^2 - 4x + \frac{1}{9}\right) = -x^2\left(6x - \frac{1}{3}\right)^2.$
Відповідь: $-x^2\left(6x - \frac{1}{3}\right)^2$.	
4) $4(a + b)^2 - 9(a - b)^2$.	
Розв'язання. 1. Застосуємо формулу різниці квадратів. 2. Спростимо вираз в дужках.	$4(a + b)^2 - 9(a - b)^2 = (2(a + b))^2 - (3(a - b))^2 = (2(a + b) - 3(a - b))(2(a + b) + 3(a - b)) = (2a + 2b - 3a + 3b)(2a + 2b + 3a - 3b) = (5b - a)(5a - b).$
Відповідь: $(5b - a)(5a - b)$.	
5) $4m^2 - 20mn + 25n^2 - 36$.	
Розв'язання. 1. Застосуємо формулу квадрата різниці. 2. Застосуємо формулу різниці квадратів.	$4m^2 - 20mn + 25n^2 - 36 = (4m^2 - 20mn + 25n^2) - 36 = (2m - 5n)^2 - 36 = (2m - 5n)^2 - 6^2 = (2m - 5n - 6)(2m - 5n + 6).$
Відповідь: $(2m - 5n - 6)(2m - 5n + 6)$.	
6) $(3a + 5)^3 - 8$.	
Розв'язання. 1. Застосуємо формулу різниці кубів. 2. Спростимо вираз в дужках.	$(3a + 5)^3 - 8 = (3a + 5)^3 - 2^3 = (3a + 5 - 2)((3a + 5)^2 + 2(3a + 5) + 2^2) = (3a - 7)(9a^2 + 30a + 25 + 6a + 10 + 4) = (3a - 7)(9a^2 + 36a + 39).$
Відповідь: $(3a - 7)(9a^2 + 36a + 39)$.	

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ЗНАЙТИ АЛГЕБРАЇЧНУ РІЗНИЦЮ МНОГОЧЛЕНІВ.

- а) a та $x-c$; г) $-a$ та $x-c$; е) $-a^2$ та $2ay+y^2$; і) $0,1x^2-0,02y^2$ та $-0,17x^2$;
б) a та $-x+c$; д) a^2 та $-2ay-y^2$; ж) $-a^2$ та $2ay-y^2$; к) $a^3-0,12b^3$ та $0,39a^3-b^3$;
в) a та $-x-c$; е) a^2 та $-2ay-y^2$; з) $0,1x^2+0,002y^2$ та $0,17x^2-0,08y^2$; л) $a^3+0,12b^3$ та $0,39a^3+b^3$.

2. ВИКОНАТИ МНОЖЕННЯ.

- а) $(3a-5y+6c)(-3)$; г) $xyb(x^2+2y^2+3b^2)$; е) $\left(-2\frac{1}{22}b^4y^5\right)\left(-2\frac{4}{9}b^6y+2\frac{1}{5}b^3y^2-11by^5\right)$.
б) $-6x(5y-2x)$; д) $\left(\frac{1}{2}a^3b^2-\frac{3}{4}ab^4\right)\frac{4}{3}a^3b$;
в) $(5x=4y)2b$; е) $\left(\frac{2}{3}a^2b^4+\frac{1}{2}a^3b\right)\frac{3}{2}ab^3$;

3. СПРОСТИТИ.

- а) $(x^3-3x+4)5x-(2x^2+5x-8)3x$; г) $(x-y-a)(x-y)$;
б) $10a^2-(a-2b)4a+2b(3b-4a)-6b^2$; д) $(x-a)(x-b)(x-c)$;
в) $8a^2(b-3)-4aaa-5a^2a+(a^3+4b)$; е) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^2-1)$.

4. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

- а) $(3x-1)(2x+7)-(x+1)(6x-5)=16$; д) $(x+1)(x+2)-(x-3)(x+4)=6$
б) $3x^2-(3x+2)(x-1)=8$; е) $7(2x-5)-(5(7x-2)-2(5x-7))=72$
в) $(3x-2)(2x+3)-(6x^2-85)=99$; е) $(2x-25)-3x+(8x+5(6-x))=7$
г) $(3y+1)(4y-5)-(6y-11)(2y-7)=24$; ж) $3(2x-5)-2((3x+4)-(4x-5))+2(x-1)-3(2x-3)=2$.

5. ВИНЕСТИ СПІЛЬНИЙ МНОЖНИК ЗА ДУЖКИ.

- а) $2m+2n$; г) $6x^4-24x^2$; е) $21xy-14xc+70ax$; і) $x(1-y)-y(y-1)$.
б) $15y-15$; д) $-10a-15b$; ж) $a(x+y)+c(x+y)$;
в) x^8-y^7 ; е) $a^4+a^6-a^8$; з) $(y-5)+a(y-5)$;

6. ВИНЕСТИ СПІЛЬНИЙ МНОЖНИК ЗА ДУЖКИ.

- а) $2a(x-1)-3(x-1)+c(x-1)$; в) $(a^2+b^2)-a^2(b^2+a^2)$;
б) $5x(a+b-c)-4y(a+b-c)-3z(a+b-c)$; г) $(x+y)^3-x(x+y)^2$.

7. ВИНЕСТИ СПІЛЬНИЙ МНОЖНИК ЗА ДУЖКИ.

- а) $(6x^2-5y)+(5y-6x^2)7x-(6x^2-5y)4y$; в) $(4a-7x)5a+8x(7x-4a)-(4a-7x)$.
б) $(x^2-x-1)(y+2)+(1+x-x^2)(y+12)$;

8. РОЗКЛАСТИ МНОГОЧЛЕНИ НА МНОЖНИКИ.

- а) $a+b+c(a+b)$; б) $(x+y)^2+x+y$; в) $x+2a(x-y)-y$; г) x^2-y^2+x+y .

9. РОЗКЛАСТИ МНОГОЧЛЕН НА МНОЖНИКИ.

- а) $18a^2 - 27ab + 14ac - 21bc$; в) $48xa^2 + 32xy^2 - 15ya^2 - 10y^3$;
 б) $-28ac + 35c^2 - 10cx + 8ax$; г) $-24ax - 15c^2 + 40ac + 9cx$.

10. ОБЧИСЛИТИ.

- а) $139 \cdot 15 + 18 \cdot 139 + 15 \cdot 261 + 18 \cdot 261$; б) $125 \cdot 48 - 31 \cdot 82 - 31 \cdot 43 + 125 \cdot 83$.

**11. РОЗКЛАСТИ МНОГОЧЛЕН НА МНОЖНИКИ,
ВИКОРИСТОВУЮЧИ ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ.**

- а) $c^2a^2 - 16$; в) $81a^2 - x^6$; д) $1 - b^8$; є) $4 - 100a^8$.
 б) $a^4 - 16$; г) $100y^{10} - 4x^2$; е) $x^2y^4 - 49$;

**12. РОЗКЛАСТИ МНОГОЧЛЕН НА МНОЖНИКИ,
ВИКОРИСТОВУЮЧИ ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ.**

- а) $x^4 + 2x^2y + y^2$; в) $25a^4 + 10a^2b + b^2$; д) $-x^2 - 2x - 1$; є) $x^4 + 2x^2y^4 + y^8$;
 б) $4y^4 - 12y^2 + y^2$; г) $1 - (x^2 + y^2)^2$; е) $4a - a^2 - 4$; ж) $x^6y^2 - (x - y)^2$.

**13. РОЗКЛАСТИ МНОГОЧЛЕН НА МНОЖНИКИ,
ВИКОРИСТОВУЮЧИ ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ.**

- а) $(5c + a)^2 - 9(a - c)^2$; в) $(2p - 3)^3 + 1$; д) $x^2 - 1 + 2xy + y^2$; є) $x - y - x^2 + y^2$;
 б) $(a + b)^2 + 2(a + b)(a - b) + (a - b)^2$; г) $1 - a^2 - 2ab - b^2$; е) $(a^2 + 2a + 1)^2 - 25$; ж) $y^5 - y^3 + y^2 - 1$.



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-5-1)

ТЕМА. ДІЇ З МНОГОЧЛЕНАМИ

В - I	9 балів	В - II
1. ВИКОНАТИ ДІЇ З МНОГОЧЛЕНАМИ.		
а) $(3x + 8) + (2x - 5)$; б) $(6a - 2b) - (5a + 3b)$; в) $3k(k - 9)$; г) $x^7(-2x^3 + 3x^2 - 7x - 5)$; д) $(10a - 5) : 5$.	а) $(13x + 12b) + (15x - 7b)$; б) $(17a - 11) - (3a + 15)$; в) $7a(a + 8)$; г) $x^4(-3x^5 - 2x^5 + 7x - 2)$; д) $(9x -) : 3$.	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
$(7x - 9) + (2x - 8) = 1$.	$(12x + 5) + (7 - 3x) = 3$.	

В - III	12 балів	В - IV
1. ВИКОНАТИ ДІЇ З МНОГОЧЛЕНАМИ.		
а) $(0,1c - 0,4c^2) - (0,11c - 0,5c^2)$; б) $\left(2\frac{3}{5}b - \frac{3}{4}b^2\right) + \left(\frac{1}{4}b^2 - 1\frac{3}{8}b\right)$; в) $-3x^2y(5x + 6y + 7z)$; г) $(6x^3 - 12x^2) : 6x$.	а) $(0,1x^2 + 0,02y^2) - (0,17x^2 - 0,08y^2)$; б) $\left(\frac{7}{8}a^3 - \frac{5}{6}b^2\right) - \left(-\frac{7}{12}b^2 + \frac{5}{12}a^3\right)$; в) $-3xy^2(2x - 3y + 6z)$; г) $(9a^2 - 12a^4) : 3a$.	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
$11y - ((9y - 5) - (6y + 3)) = 8$.	$17y - ((7y + 8) + (18y + 4)) = 20$.	

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-5-2)

В - I	9 балів	В - II
1. ВИКОНАТИ МНОЖЕННЯ МНОГОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН.		
а) $(a+b)(c-d)$; б) $(5a+3)(2a-5)$; в) $(5b-4c)(3b-2c)$; г) $(x-5)(x^2+3x+2)$.		а) $(a-b)(c-d)$; б) $(2b+7)(5b-4)$; в) $(2x-3y)(8x+5y)$; г) $(a+1)(a^3-a^2+1)$.
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
$3y(y+1) = 7 + (y-1)(3y-5)$.		$4x(x-1) = 9 + (2x+5)(2x-3)$.

В - III	12 балів	В - IV
1. ВИКОНАТИ МНОЖЕННЯ.		
а) $(5ab^2 + 4b^3)(3ab^3 - 4a^2)$; б) $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y + \frac{1}{4}z\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}z\right)$.		а) $(8a^2 - 3ab)(3a^2 - 7ab)$; б) $\left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}c\right)\left(\frac{1}{3}b - \frac{1}{2}a - \frac{1}{4}c\right)$.
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
$3(x+1)(x+2) - (3x-4)(x+2) = -28$.		$2(3x-1)(2x+5) - 6(2x-1)(x+2) = 48$.
3. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ПРИ x^2.		
$\left(x - \frac{1}{4}\right)(4x-2) + (1-x)(2x+5)x$.		$\frac{1}{2}x(x-5)(2x-1) + x^3(x^2-4)$.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-5-3)

ТЕМА. ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ

В - I	9 балів	В - II
1. ВИКОНАТИ ДІЇ.		
а) $(m+n)(m-n)$; б) $(a+3)(a-3)$; в) $(2a+3b)(2a-3b)$; г) $(3x+2y)^2$; д) $(m+n)^3$.		а) $(x-y)(x+y)$; б) $(x+4)(x-4)$; в) $(7x-4y)(7x+4y)$; г) $(6a-4b)^2$; д) $(c-b)^3$.
2. ОБЧИСЛИТИ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ ФОРМУЛИ СКОРОЧЕНОГО МНОЖЕННЯ.		
а) $63 \cdot 57$; б) 99^2 .		а) $48 \cdot 52$; б) 72^2 .
3. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
$(x-1)(x+1) = x^2 - 2(x-3)$.		$3(x+5) - x^2 = (2-x)(2+x)$.

В - III	12 балів	В - IV
1. ВИКОНАТИ ДІЇ.		
а) $\left(2d - \frac{1}{2}a\right)\left(2d + \frac{1}{2}a\right)$; в) $\left(\frac{x}{2} - \frac{y}{3}\right)^2$; б) $(0,1a + 0,2b)(0,2b - 0,1a)$; г) $(4a^2b + 5a^3b^2)^2$; д) $(2a+3)(4a^2-6a+9)$.		а) $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y\right)$; в) $\left(\frac{a}{4} + \frac{b}{3}\right)^2$; б) $(0,3x + 0,1y)(0,1y - 0,3x)$; г) $(7x^4y^3 - 3x^2y)^2$; д) $(3a-4)(9a^2+12a+16)$.
2. ДОВЕСТИ, ЩО:		
$a^3 + 3ab(a+b) + b^3 = (a+b)^3$.		$a^3 - 3ab(a-b) - b^3 = (a-b)^3$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-5-1)

ТЕМА. ДІЇ З МНОГОЧЛЕНАМИ

В – I	7 балів	В – II
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ, СПРОСТИВШИ ЙОГО.		
$(5m - 7bc + 2) + (3m + 7bc + 2)$, при $m = -2$.		$(2x + 3xy - 1) + (x - 3xy - 1)$, при $x = -2$.
2. ВИКОНАТИ ДІЇ.		
$2(x - 3) + 12x(5 - x) + 12x^2$.		$3(x + 1) - 6x(3 - 2x) - 12x^2$.
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Один з кутів трикутника на 45° більше другого і на 18° менше, ніж третій. Знайти кути трикутника.		Одна з сторін трикутника на 38 см менше другої і на 45 см більше третьої. Периметр трикутника 410 см. Знайти сторони трикутника.
4. РОЗКЛАСТИ МНОГОЧЛЕН НА МНОЖНИКИ.		
а) $6a + 12$; б) $y^4 - y^2$.		а) $ax - ay$; б) $4a^4 - a^2$.

В – III	9 балів	В – IV
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ, СПОЧАТКУ СПРОСТИВШИ ЙОГО, ЯКЩО:		
$a = -\frac{1}{7}; b = -2$		$a = \frac{1}{2}; b = -\frac{2}{3}$
$(2a + b)(2a - b) - 2a(a + b)^2 +$ $+ 3b(b - a) + 3ab - 4a^2$		$3b^2 - (a - b)^2 + 4(a + b)(a - b) +$ $+ 2(a + b)^2 - (4a^2 + 3b)$
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Трос довжиною 274 м розрізали на чотири частини так, що перша частина в чотири рази довша, ніж друга, а третя на 17 м коротша, ніж перша, четверта на 85 м довша, ніж третя. Знайти довжину кожної частини.		Трос довжиною 772 м розрізали на чотири частини так, що друга в 6 раз довша, ніж перша, а третя на 83 м довша, ніж друга, четверта — на 97 м коротша третьої. Знайти довжину кожної частини.
3. ПОДАТИ У ВИГЛЯДІ ДОБУТКУ.		
а) $(m + n) - b^2(m + n)$; б) $10x^2 + 10xy + 5x + 5y$.		а) $a^2(x - y) - (x - y)$; б) $35ax + 24xy - 20ay - 42x^2$.

В – V	12 балів	В – VI
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ, СПОЧАТКУ СПРОСТИВШИ ЙОГО.		
$a(x + 5) - b(x + 5)$, якщо $x = 4, a = \frac{2}{3}, b = \frac{1}{3}$.		$x(p - q) + 4(p - q) + (p - q)$, якщо $x = 3, p = 0,05, q = 2,5$.
2. ПОДАТИ МНОГОЧЛЕН У СТАНДАРТНОМУ ВИДІ.		
а) $(-6x^2 - 7xy - y^2)(-3xy)$; б) $(2,3ab + a^2 - ab + b^2) - (3,2ab + 2b^2)$.		а) $(8x^3 - 4x^2y^2 - 3xy^2 + 5y^2)(-2x^2y)$; б) $12a^2b - (a^2b + 1,2a^2 - b^2) + (7,2a^2 - 11a^2b)$.
3. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
$3(2a^2 - 1) - 5a(a - 3) + 6a(3a - 4) = 85 + 19a^2 + 8a$.		$4c(c + 2) - 2(2c^2 - 1) = 36 - 9(3c - 4)$.

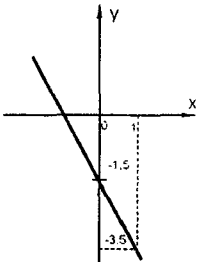
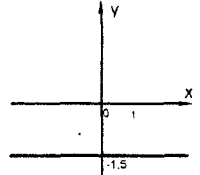
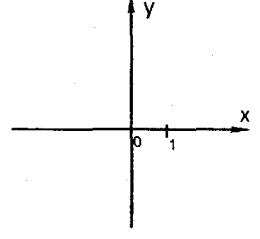
СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ З ДВОМА ЗМІННИМИ

§ 6. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ З ДВОМА ЗМІННИМИ

Означення	Приклади
<p>Лінійним рівнянням з двома змінними x і y називається рівняння виду: $ax+by+c=0$, де x і y — змінні, a, b, c — деякі числа.</p>	<p>$3x+4y+5=0$ — лінійне рівняння.</p>
<p>Розв'язком рівняння з двома змінними називається будь-яка пара чисел $(x; y)$, яка перетворює рівняння на тотожність. Розв'язати рівняння з двома змінними — означає знайти всі пари чисел $(x; y)$, які є його розв'язком.</p>	<p>$x+2y=5$ — лінійне рівняння. Пара $(1; 2)$ — розв'язок рівняння, тобто при $x=1; y=2$, отримуємо $1+2 \cdot 2=5$; $5=5$ — правильну рівність, пара $(2; 1)$ — не є розв'язком, оскільки при $x=2; y=1$ отримуємо $2+2 \cdot 1=5$. $4=5$ не є тотожністю, тобто пара $(2; 1)$ не є розв'язком рівняння $x+2y=5$.</p>
<p>Множина точок, координати яких задовольняють рівняння $ax+by+c=0$, називається його графіком. Графіком рівняння $ax+by+c=0$, де a, b, c — деякі числа, є пряма.</p>	<p>1) Якщо коефіцієнт b при y не дорівнює нулю, то y можна виразити через x: $ax+by+c=0, by=-ax+c, y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ — це лінійне рівняння. 2) Якщо $b=0$, то $ax+by+c=0$ набуває вигляду: $ax+0y+c=0, ax+c=0$, при $a \neq 0, x=-\frac{c}{a}$ і графіком рівняння буде пряма, паралельна осі ординат, що перетинає вісь абсцис в точці $x=-\frac{c}{a}$. 3) При $a=0$ маємо: $0x+by+c=0, by+c=0, y=-\frac{c}{b}$ — це пряма, паралельна осі абсцис, що перетинає вісь ординат в точці $y=-\frac{c}{b}$. 4) Якщо $a=0$ і $b=0$, то рівняння набуває вигляду $0x+0y+c=0$, тоді при $c=0$ рівність правильна при всіх x і y, при $c \neq 0$ — неправильна при будь-яких x та y, тобто при $a=b=c=0$ в цьому випадку графіком лінійного рівняння $ax+by+c=0$ є вся координатна площина.</p>



УЧНІВСЬКА СТОРІНКА

1. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.	$4x + 2y + 3 = 0$.
Розв'язання. 	Оскільки $a \neq 0; b \neq 0; c \neq 0$, то графіком рівняння є пряма, яку можна побудувати за допомогою двох точок: $x = 0, x = 1, y = -1,5$; та $y = -3,5$.
2. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.	$0x + 2y + 3 = 0$.
Розв'язання. 	Оскільки $a = 0$, то $2y = -3, y = -\frac{3}{2}$ — це пряма, паралельна осі абсцис, що проходить через точку з координатами $\left(0; -\frac{3}{2}\right)$.
3. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.	$x + 0y + 0 = 0$.
Розв'язання. 	Оскільки $b = 0$ і $c = 0$, то $x = 0$ — це пряма, перпендикулярна осі абсцис, і є віссю ординат.



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ВСТАНОВИТИ, РОЗВ'ЯЗКАМИ ЯКИХ З ЦИХ РІВНЯНЬ СЛУЖИТЬ ПАРА ЧИСЕЛ $(0; 1)$.

а) $x - 3y = -3$; б) $y - 3x = -3$; в) $y + 3x = -3$.

2. СКІЛЬКИ РОЗВ'ЯЗКІВ МАЄ РІВНЯННЯ?

а) $0,002x + 0,0006y = 5000$; в) $0x - 7y = 4$; д) $0x - 0y = 0$;
 б) $3x + 0y = 0$; г) $0x + 0y = 23$; е) $3x - 11y + 10 = 0$?

3. ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ РІВНЯНЬ.

а) $2x + y - 1 = 0$; в) $2x + 2y + 1 = 0$; д) $1825y = 0$;
 б) $x + 2y + 1 = 0$; г) $y + 1 = 0$; е) $1861x = 0$.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-6-1)

ТЕМА. ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ З ДВОМА ЗМІННИМИ І ЙОГО ГРАФІК

В – I	7 балів	В – II
1. СКЛАСТИ ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ З ДВОМА ЗМІННИМИ, ЩО МАЮТЬ РОЗВ'ЯЗОК:		
$(5; -1)$.		$(3; 2)$.
2. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.		
$3x - 4y = 6$.		$2x + 5y = -10$.

В – III	9 балів	В – IV
1. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.		
$2x + y = 7$;		$y - 3x = 5$;
ЧИ НАЛЕЖИТЬ ГРАФІКУ ЦЬОГО РІВНЯННЯ ТОЧКА?		
б) $A(-100; -207)$;		б) $M(-20; 55)$;
ЧИ Є РОЗВ'ЯЗКАМИ ЦЬОГО РІВНЯННЯ ПАРА ЧИСЕЛ?		
в) $(0; 7)$ і $(-20; -13)$.		в) $(0; 5)$ і $(10; 35)$.
2. СКІЛЬКИ РОЗВ'ЯЗКІВ МАЄ РІВНЯННЯ?		
$2x + 0y = 0$.		$0x + 0y = 10$.

В – V	12 балів	В – VI
1. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.		
$\frac{1}{2}x - y = 10$.		$-2x + 3y = 6$.
2. ЗНАЙТИ АБСЦИСУ ТОЧКИ К, ЯКЩО:		
Графік рівняння $2y - 3x = 7$ проходить через точку K , ордината якої дорівнює 5.		Графік рівняння $5x - 2y = -11$ проходить через точку K , ордината якої дорівнює 3.
3. СКІЛЬКИ РОЗВ'ЯЗКІВ МАЄ РІВНЯННЯ.		
а) $0y - 0x = 0$; б) $0x - 7y = 4$.		а) $5x + 0y = 0$; б) $0x - 0y = -3$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (30 хвилин) (К-6-1)

ТЕМА. ЛІНІЙНЕ РІВНЯННЯ З ДВОМА ЗМІННИМИ І ЙОГО ГРАФІК

В – I	7 балів	В – II
1. СКЛАСТИ РІВНЯННЯ, РОЗВ'ЯЗКОМ ЯКОГО БУЛА Б ПАРА ЧИСЕЛ.		
$(0; -3)$.		$(0; 2)$.
2. ЗНАЙТИ ТРИ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ.		
$x + 2y = 1$.		$2x - y = 3$.
3. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.		
$2x + 3y = 0$.		$x - y + 2 = 0$.
4. ЧИ НАЛЕЖАТЬ ЦІ ТОЧКИ ГРАФІКУ РІВНЯННЯ?		
$3x + 4y = 12$ $A(0; 3); B(5; -1); C(-4; 6); D(4; 0); T\left(10; -\frac{1}{2}\right)$.		$2x - 3y = 1$ $M\left(0; -\frac{1}{3}\right); D(4; 1); K\left(\frac{1}{2}; 0\right); H\left(5; \frac{1}{3}\right); F(5; 3)$.

В – III	9 балів	В – IV
1. ЯКІ З ПАР ЧИСЕЛ Є РОЗВ'ЯЗКОМ РІВНЯННЯ?		
$5y - 2x = 26.$ $(5; 2); (-3; 4); (8; 0); (-5, 5; 3).$	$7x - 3y = 15.$ $(3; 2); (-3; 2); (0; -5); (1, 5; -1, 5).$	
2. ВІДОМО, ЩО ПАРА ЧИСЕЛ Є РОЗВ'ЯЗКОМ РІВНЯННЯ. ЗНАЙТИ y.		
$(4; y). 3x + 4y = 20.$	$(-3; y). 5x - 3y = 12.$	
3. ЗНАЙТИ ТРИ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ.		
$(y + 2x = 7).$	$x + 3y = 5.$	
4. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.		
$3x + 2y = 6.$	$5x + 2y = 4.$	

В – V	12 балів	В – VI
1. ПРИ ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ a ПАРА ЧИСЕЛ Є РОЗВ'ЯЗКОМ РІВНЯННЯ?		
$(1; -3)$ а) $2x - 7y = a$; б) $6x - ay = 4.$	$(-1; 3)$ а) $5x - 3y = a$; б) $3x - ay = 6.$	
2. ПРИ ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ a ГРАФІК РІВНЯННЯ ПРОХОДИТЬ ЧЕРЕЗ ПОЧАТОК КООРДИНАТ?		
$3x - 7y = a.$	$6x + 7y = a + 4.$	
3. ЯКІ З ТОЧОК НАЛЕЖАТЬ ГРАФІКУ РІВНЯННЯ?		
$3x + 5y = 15.$ $A(5; 0); B(0; -3); C(1; 1).$	$4x - 5y = 30.$ $A(1; 4); B(0; -6); C(5; -2).$	
4. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК РІВНЯННЯ.		
$x + 3y = 5.$	$4x + 3y = 12.$	

§ 7. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ З ДВОМА ЗМІННИМИ

Означення	Приклади
<p>Системою рівнянь називаються два або декілька рівнянь, у яких потрібно знайти всі спільні розв'язки.</p> <p>Рівняння системи записуються стовпчиком і об'єднуються фігурною дужкою.</p> <p>Система рівнянь називається <u>лінійною</u>, якщо всі рівняння, що входять до системи, є лінійними.</p> <p>Систему двох лінійних рівнянь з двома змінними записують у такому вигляді:</p> $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 3y = 9, \\ 3x + 2y = 7. \end{cases}$ <p>Розв'язками такої системи рівнянь є множина упорядкованих пар чисел $(x; y)$.</p> <p>Пара чисел $(3; -1)$ є розв'язком системи</p> $\begin{cases} 2x - 3y = 9, \\ 3x + 2y = 7. \end{cases}$
<p>Розв'язати систему рівнянь — означає знайти всі її розв'язки або довести, що розв'язків немає.</p> <p>Якщо система має скінченне число розв'язків, то вона називається <u>визначеною</u>.</p> <p>Якщо система має нескінченну множину розв'язків, то система називається <u>невизначеною</u>.</p> <p>Дві системи називаються <u>рівносильними</u>, якщо вони мають однакову множину розв'язків.</p>	
<p>Якщо система із n лінійних рівнянь містить n невідомих, то можливі такі три випадки:</p> <ul style="list-style-type: none"> – система не має розв'язків; – система має тільки один розв'язок; – система має нескінченно багато розв'язків. <p>Система $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$</p> <p>Не має розв'язків, якщо $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$.</p> <p>Має єдиний розв'язок, якщо $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$.</p> <p>Має нескінченне число розв'язків, якщо $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$.</p>	<p>1) $\begin{cases} 3x - 4y = 15, \\ 6x - 8y = 11. \end{cases}$</p> <p>$\frac{3}{6} = \frac{-4}{-8} \neq \frac{15}{11}$ — розв'язків немає;</p> <p>2) $\begin{cases} 3x - 4y = 13, \\ x + y = 9. \end{cases}$</p> <p>$\frac{3}{1} \neq -\frac{4}{1}$, єдиний розв'язок $(7; 2)$;</p> <p>3) $\begin{cases} 3x - 4y = 15, \\ 6x - 8y = 30. \end{cases}$</p> <p>$\frac{3}{6} = \frac{-4}{-8} = \frac{15}{30}$, нескінченно багато розв'язків.</p>

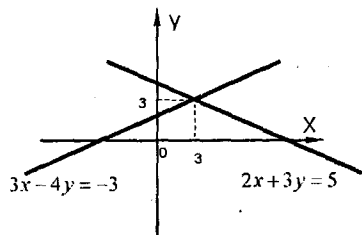


Типи систем	Приклади	
1) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Жодної точки,} \\ \text{жодної точки.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0x + 0y = 1, \\ 0x + 0y = 2. \end{array} \right.$	Система не має розв'язків.
2) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Вся площина,} \\ \text{жодної точки.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0x + 0y = 0, \\ 0x + 0y = -1. \end{array} \right.$	Система не має розв'язків.
3) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Вся площина,} \\ \text{вся площина.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0x + 0y = 0, \\ 0x + 0y = 0. \end{array} \right.$	Будь-яка пара чисел – розв'язок системи
4) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Жодної точки,} \\ \text{пряма.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0x + 0y = 6, \\ 2x + 3y = 5. \end{array} \right.$	Система не має розв'язків.
5) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Вся площина,} \\ \text{пряма.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} 0x + 0y = 0, \\ 2x + 7y = 5. \end{array} \right.$	Розв'язок системи – координати будь-якої точки прямої.
6) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Дві прямі, що} \\ \text{перетинаються.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 0, \\ x + 3y = 4. \end{array} \right.$	Єдиний розв'язок – координати точки перетину прямої.
7) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Дві паралельні} \\ \text{прямі.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 0, \\ x + y = 1. \end{array} \right.$	Система не має розв'язків.
8) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Дві прямі, які} \\ \text{співпадають.} \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 0, \\ 2x + 2y = 0. \end{array} \right.$	Координати будь-якої точки прямої є розв'язком системи.
СПОСОБИ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ		
Спосіб підстановки		
Розв'язати систему рівнянь:	$\left\{ \begin{array}{l} x + 3y = 15, \\ 3x - 4y = 6. \end{array} \right.$	
Розв'язання. Виразимо з першого рівняння змінну $x = 15 - 3y$ і підставимо в друге рівняння, а друге рівняння системи залишимо без змін, отримаємо систему, рівносильну даній. Розв'яжемо друге рівняння системи:	$\left\{ \begin{array}{l} x = 15 - 3y, \\ 3(15 - 3y) - 4y = 6. \end{array} \right.$ $45 - 9y - 4y = 6;$ $-13y = 6 - 45;$ $-13y = -39;$ $y = 3.$	
Підставимо отримане значення змінної y в перше рівняння системи:	$\left\{ \begin{array}{l} x = 15 - 3 \cdot 3, \\ y = 3. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 6, \\ y = 3. \end{array} \right.$	
Відповідь: $(6; 3)$.		

Графічний спосіб

Для розв'язання системи графічним способом будують графіки всіх рівнянь, які входять в систему. Координати точок перетину є розв'язком цієї системи.

Графічний спосіб є зручним для знайдення числа розв'язків системи (тобто скільки точок перетину графіків, стільки й розв'язків має система), але незручний при обчисленні координат точок (тобто значення координат можна отримати лише наближені).



Розв'язати систему рівнянь.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 15, \\ 3x - 4y = -3. \end{cases}$$

Побудуємо графіки обох рівнянь:

1) $2x + 3y = 15$

$3y = 15 - 2x$; $y = 5 - \frac{2}{3}x$ — це пряма, яка проходить через точки з координатами $(0; 5)$; $(3; 3)$;

2) $3x - 4y = -3$

$4y = 3x + 3$, $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$, це пряма, яка проходить через точки з координатами $(-1; 0)$; $(3; 3)$;

3) графіки цих функцій перетинаються в точці з координатами $(3; 3)$.

Відповідь: $(3; 3)$.

Спосіб додавання

Способом додавання зручно розв'язувати системи, у яких коефіцієнти при одній із змінних – протилежні числа.

Розв'язати систему рівнянь.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 15, \\ x - 2y = -3. \end{cases}$$

Розв'язання.

Коефіцієнти при змінній y – протилежні числа, тому додамо почленно обидва рівняння системи:

$2x + 2y + x - 2y = 15 - 3$, спростимо це рівняння: $3x = 12$, отримаємо $x = 4$.

Повернемось в систему $\begin{cases} x = 4, \\ x - 2y = -3. \end{cases}$ Підставимо значення

$x = 4$ у друге рівняння системи і розв'яжемо його.

$$\begin{cases} x = 4, \\ 4 - 2y = -3; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4, \\ 2y = 7; \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4, \\ y = 3,5. \end{cases}$$

Відповідь: $(4; 3,5)$.

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.

а) $\begin{cases} 2x + 11y = -2, \\ x - 3y = -1. \end{cases}$

г) $\begin{cases} 5x + 4y = 3, \\ 3x - 2y = -7. \end{cases}$

є) $\begin{cases} 3x + y = -2, \\ 2x + 3y = 1. \end{cases}$

б) $\begin{cases} 3x - y = 2, \\ 2x + 3y = 5. \end{cases}$

д) $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ 3y - 2x = 4. \end{cases}$

ж) $\begin{cases} 7x - 2y = 1, \\ 5x + 3y = 14. \end{cases}$

в) $\begin{cases} 5x - 14y + 75 = 38,5, \\ 9x + 16y = 57,9. \end{cases}$

е) $\begin{cases} 8x + 15y = 84, \\ 5x + 8y - 57 = 10(x - y). \end{cases}$

з) $\begin{cases} 3y - 6x - 25 = 5x + 8y, \\ 8x + 25y = 110. \end{cases}$

2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.

$$\begin{array}{l}
 \text{а) } \begin{cases} 2x + y - z = 6, \\ 3x - y + 2z = 5, \\ 4x + 2y - 5z = 9. \end{cases} \\
 \text{б) } \begin{cases} 2x + y + 3z = 13, \\ x + y + z = 6, \\ 3x + y + z = 8. \end{cases} \\
 \text{в) } \begin{cases} 2x + y + z = 7, \\ x + 2y + z = 8, \\ x + y + 2z = 9. \end{cases}
 \end{array}$$

3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ СКЛАДАННЯМ СИСТЕМИ.

- а) Скорий потяг за годину проходить 60 км, а пасажирський — 40 км. Визначити відстань між двома містами, якщо відомо, що скорий потяг проходить цю відстань на 1 год. 15 хв. швидше, ніж пасажирський.
- б) Відстань між двома станціями пасажирський потяг проходить на 45 хв швидше, ніж товарний. Визначити цю відстань, якщо відомо, що швидкість пасажирського потягу дорівнює 48 км/год, а швидкість товарного — 36 км/год.

4. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

- а) Від двох пристаней, відстань між якими 250 км, вийшли назустріч одна одному «Ракета» на підводних крилах зі швидкістю 50 км/год і теплохід із швидкістю 30 км/год. Теплохід вийшов на 3 год раніше, ніж «Ракета». Через скільки годин після виходу «Ракети» вони зустрінуться?
- б) Якщо основу прямокутника зменшити на 3 м, а висоту збільшити на 3 м, то площа прямокутника збільшиться на 9 м². Якщо ж основу прямокутника збільшити на 2 м, а висоту зменшити на 4 м, то площа прямокутника зменшиться на 44 м². Знайти площу цього прямокутника.



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-7-1)

ТЕМА. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ З ДВОМА ЗМІННИМИ

В – I		7 балів		В – II	
РОЗВ'ЯЗАТИ СПОСОБОМ ПІДСТАНОВКИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.					
а) $\begin{cases} 5x + y = 2, \\ 7x + 3y = 2. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 4x - 7y = 33, \\ 2x + 5y = 25. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 3y + 2x = 8, \\ y - 3x = 21. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 5y - 2x = 48, \\ 2y + 3x = 23. \end{cases}$		

В – III		9 балів		В – IV	
РОЗВ'ЯЗАТИ СПОСОБОМ ПІДСТАНОВКИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.					
а) $\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 2x = 17. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 11x - y = 21, \\ 8x + 11y = 27. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 3y - x = 12, \\ 3x = 2. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 29x - 22y = 15, \\ 17x + y = 19. \end{cases}$		

В – V		12 балів		В – VI	
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СПОСОБОМ ПІДСТАНОВКИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.					
а) $\begin{cases} 4x - 3y = -3, \\ 5x - y = 32. \end{cases}$	б) $\begin{cases} -6x + 5y = 2, \\ 8x - 3y = 1. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 6y - 7x = 10, \\ y + 3x = -15. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 4x - 3y = -1, \\ 10x - 4y = 1. \end{cases}$		
2. ЧИ МАЄ РОЗВ'ЯЗКИ СИСТЕМА РІВНЯНЬ? ПОЯСНИТИ ВІДПОВІДЬ.					
$\begin{cases} 5x - 6y = 7, \\ 15x - 18y = 20. \end{cases}$		$\begin{cases} 7x + 3y = 23, \\ 14x + 6y = 45. \end{cases}$			

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-7-2)

В - I	7 балів	В - II	В - III	9 балів	В - IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ ГРАФІЧНО СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.					
$\begin{cases} 3x + y = 1, \\ 2x - 3y = -14. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - y = 4, \\ 2x + 3y = 10. \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + 2y = -1, \\ 2x - 3y = -8. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + y = 13, \\ 2x - 3y - 5 = 0. \end{cases}$		
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СПОСОБОМ ДОДАВАННЯ.					
$\begin{cases} 6x - 7y = 19, \\ 5x + 7y = 25. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + 8y = 15,5, \\ 5x - 8y = 4,5. \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 4y = 16, \\ 4x + 4y = -4. \end{cases}$	$\begin{cases} 4x + 7y + 15 = 0, \\ 15x - 7y + 29 = 0. \end{cases}$		

В - V	12 балів	В - VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ ГРАФІЧНО СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.		
$\begin{cases} 2x - 7y = 14, \\ 3x + 2y = -14. \end{cases}$	$\begin{cases} -2x + 5y = 7, \\ 3x - 2y = 6. \end{cases}$	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СПОСОБОМ ДОДАВАННЯ.		
$\begin{cases} 0,6x - 2y = 8, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 5,1. \end{cases}$	$\begin{cases} 0,8x - 3y = 7, \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = 4. \end{cases}$	

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-7-1)

В - I	7 балів	В - II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ УСІМА МОЖЛИВИМИ СПОСОБАМИ.		
$\begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = -2. \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 9, \\ x - y = -1. \end{cases}$	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.		
а) $\begin{cases} 2x - y = 7, \\ y = 5 - x. \end{cases}$	б) $\begin{cases} 3y - 5 = -x, \\ 13y - 2x = -28. \end{cases}$	а) $\begin{cases} y - 3x = -7, \\ y = 7 - x. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2y + x = 0, \\ 15y - 2x = 19. \end{cases}$
3. ЗНАЙТИ ДОБУТОК ЧИСЕЛ, ЯКЩО:		3. ЗНАЙТИ ЧИСЛА, ЯКЩО:
сума чисел дорівнює 1,3, а їх різниця дорівнює 7,1.		різниця чисел дорівнює $5\frac{1}{3}$, а їх сума дорівнює $6\frac{2}{3}$.

В - III	9 балів	В - IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ СПОСОБОМ ПІДСТАНОВКИ.		
а) $\begin{cases} x + 7y = 9, \\ 5x + 3y = 7; \end{cases}$	б) $\begin{cases} 2x + y = 11, \\ 3x - y = 4. \end{cases}$	а) $\begin{cases} y - 7x = 9, \\ 5y + 3x = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y - 3x = 7, \\ 2x + 3y = 23. \end{cases}$
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ ГРАФІЧНИМ СПОСОБОМ.		
$\begin{cases} 2x + y = 13, \\ 3x - y = 4. \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + y = 17, \\ 3x - y = 7. \end{cases}$	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ СПОСОБОМ ДОДАВАННЯ.		
$\begin{cases} 3x + 5y = 21, \\ 5x - 3y = 1. \end{cases}$	$\begin{cases} 5x + 3y = 21, \\ 5x - 3y = 1. \end{cases}$	
4. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ ОДНИМ ІЗ СПОСОБІВ.		
$\begin{cases} 5x - y = 11, \\ 7x + 2y = 12. \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 2x + 7y = 34. \end{cases}$	
5. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ		
Різниця двох чисел дорівнює 13,22, а їх сума – 39,8. Знайти ці числа.		Сума двох чисел дорівнює 134,1, а їх різниця – 12,7. Знайти ці числа.

В – V		12 балів		В – VI	
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.					
а) графічним способом:	$\begin{cases} 2x + y = 6, \\ x - 2y = -2. \end{cases}$	а) графічним способом:	$\begin{cases} 3x - y = 2, \\ x + 2y = 10. \end{cases}$		
б) способом підстановки:	$\begin{cases} 4x + y = -7, \\ x + 4y = 2. \end{cases}$	б) способом підстановки:	$\begin{cases} 3x + 5y = 21, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$		
в) способом додавання:	$\begin{cases} 2x - 5y = -9, \\ 5x - y = 12. \end{cases}$	в) способом додавання:	$\begin{cases} 3y - x = -17, \\ 5x + 3y = -5. \end{cases}$		
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ ОДНИМ ІЗ СПОСОБІВ.					
а) $\begin{cases} 3x - y = 7, \\ 2x - 3y = 1. \end{cases}$	б) $\begin{cases} \frac{3x + y + 3}{5} + \frac{3x - y - 3}{4} = 7, \\ \frac{3x + y + 3}{5} - \frac{3x - y - 3}{4} = 3. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 4x - 3y = -4, \\ 4y - 10x = 3. \end{cases}$	б) $\begin{cases} \frac{x + y + 4}{5} + \frac{x - y - 4}{7} = 9, \\ \frac{x + y + 4}{5} - \frac{x - y - 4}{7} = 1. \end{cases}$		
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.					
За кавун масою 7 кг і диню масою 5 кг заплатили 3 грн і 75 к. Скільки коштує 1 кг кавуна і 1 кг дині, якщо кавун масою 8 кг на 40 к. дорожчий, ніж диня масою 4 кг?			З 14 м тканини можна пошити 4 чоловічих і 2 дитячих пальта. Скільки метрів тканини потрібно для того, щоб пошити одне чоловіче і одне дитяче пальта, якщо з 15 м тієї ж тканини можна пошити 2 чоловічих і 6 дитячих пальт?		

ВІДПОВІДІ

Тренувальні вправи

1. а) 12; б) 0,11; в) 2; г) 146,25. 2. а) $\frac{14}{27}$; б) $-\frac{2}{3}$; в) $1\frac{1}{3}$; г) -35; д) -0,3. 3. а) -19,6; б) 16,2; в) 13;

г) $19\frac{3}{7}$; д) 16,5. 4. а) 3; б) 85; в) 60,5; г) 132,56; д) 1,288. 5. а) 300; б) 130; в) 500; г) 600; д) 60.

6. а) 71,3; б) 120; в) 340; г) 1700; д) 36. 7. а) $16\frac{9}{11}$ кг; б) 1100 кг; в) 56%; г) 50%; д) 9%.

§1. 1. а) -13; б) 2,1; в) 2,6; г) -0,9; д) $\frac{1}{15}$; е) $-\frac{1}{16}$. 2. а) 134; б) 12,69; в) 27,5; г) $63\frac{5}{8}$; д) $-1\frac{5}{12}$.

3. а) $3b-40a$; б) $-2a-8$; в) $-3a-6$; г) $2a-b+d$; д) $-y-t$; е) $12,9x-0,7y$; є) $-9,5xy-13$; ж) 7; з) $4a-2$; і) $-4a$; к) $5a-3$; л) $4a-25$. 4. а) 22,36; б) -140; в) 16,8; г) -172,8; д) -62.

5. а) $-\frac{3}{2}$; б) $\frac{4}{5}$; в) -12; г) 12; д) $\neq\frac{1}{8}$; е) -1; є) 2; ж) -3; з) -5; і) 3; к) 0; л) 4; м) 10; -10.

6. а) 0,1; б) 17; в) -3; г) немає розв'язків; д) будь-яке число; е) 7; ж) -2; б) з), і), к) немає розв'язків.

7. а) 7; б) 1; в) 8,7; 9,1; г) 10; 8 $\frac{2}{3}$; д) 10; 3; 3 $\frac{13}{30}$; е) 1; є) 2; 3 $\frac{1}{3}$. 8. а) 32 і 37 учнів. б) 32 кг; 96 кг.

в) 341 ц; 1364 ц; 1023 ц. г) 57 км/год; 43 км/год. 9. а) 49 га; 31 га. б) 45 м; 90 м. в) 12 дет.; 14 дет. г) 10,5 кг; 22,5 кг; 21 кг. д) 14.

§2. 8. а) $-20a^5b^9$; б) $-35a^{25}b^{10}$; в) $-0,06a^6b^{25}$; г) $9a^{19}b^{25}$; д) $-8a^{40}b^{10}$; е) $1000a^{36}b^{18}$; є) $-864a^{27}b^{46}$;

з) $81a^{12}b^{36}c^{18}x^8y^{20}$; і) $-16a^{21}b^{35}x^{12}y^{16}$; к) $a^2b^5c^2y^2$; л) $-\frac{5}{8}a^7b^2c^{14}$; м) $-\frac{2}{7}a^5b^9$; н) $\frac{96}{125}a^7b^7c^2$;

о) $-\frac{64}{675}x^{12}y^4c^8$. 9. а) $5a^9b^7c^6$; б) $4a^7b^{15}$; в) $0,25b^4x^7y^8$; г) $9b^9c^{11}x$; д) $2p^6n^5$; е) $6,4x^4y^{18}$;

є) $-6\frac{3}{4}a^{12}b^{20}$; ж) $x^{12}y^{24}$; з) $b^7c^9k^7$; і) $4x^{17}y^7$; к) $-\frac{2}{3}b^{15}c^{10}x^4$; л) $-9a^{17}b^{10}c$. 10. а) $(6xy)^2$; б) $(7a^2b)^2$;

в) $(16c^5q^4)^2$; г) $(0,7x^5y^3)^2$; д) представити неможливо; е) $(17a^5c^4)^2$; є) $(0,5c^5x^3)^2$; ж) $(1,3m^3n^4)^2$;

з) представити неможливо; і) представити неможливо; к) $(4,5a^{50}b^{10})^2$; л) $(2^9c^5d^8)^2$. 11. а) $(-5a^9b)^3$;

б) $(-a^6b^{10}c^{14})^3$; в) $(2a^7b^5)^3$; г) $(4x^{12}y^{17})^3$; д) $(-3a^2b^3)^3$; е) неможливо; є) $(-10a^5b^7)^3$; ж) $\left(-\frac{1}{8}a^7b^2\right)^3$;

з) $\left(-\frac{1}{5}x^3y^2c^2\right)^3$. 12. а) $(ab^3)^3 \cdot (3a^2b)^4$; б) $(2x)^4 \cdot (3x^2)^3$.

§5. 1. з) $0,82y^2-0,07x^2$; і) $0,27x^2-0,02y^2$; к) $0,61a^3+0,88b^3$; л) $0,61a^3-0,88b^3$. 2. д) $\frac{2}{3}a^6b^3-a^4b^5$;

е) $a^3b^7+\frac{3}{4}a^4b^4$; є) $5b^{10}y^6+\frac{9}{11}b^7y^7+22,5b^5y^{10}$. 3. б) $6a^2$; в) $-10a^3+8a^2b-24a^2-4b$. 4. а) 1; б) -1,2;

в) 4; г) $-\frac{48}{53}$; д) -4; е) 3; є) 1; ж) 7. 5. є) $7x(3y-2c+10a)$; ж) $(x+y)(a+c)$; з) $(y-5)(1+a)$;

і) $(1-y)(x+y)$. 6. а) $(x-1)(2a-3+c)$; б) $(a+b-c)(5x-4y-3z)$; г) $(x+y)^2(1-x)$.

7. а) $(6x^2-5y)(1-7x-4y)$; б) $10(1+x-x^2)$; в) $(4a-7x)(5a-8x-1)$. 9. а) $(2a-3b)(9a+7)$;

б) $(4a-5c)(2x-7c)$; в) $(3a^2+2y^2)(16x-5y)$; г) $(5c-3x)(8a-3c)$. 10. а) 13200; б) 12500.

13. а) $4(4c-a)^2$; б) a^2 ; в) $2(p-1)(4p^2-14p+13)$; г) $(1-a-b)(1+a+b)$; д) $(x+y-1)(x+y+1)$;
 е) $(a^2+2a-4)(a^2+2a+6)$; є) $(y-x)(y+x-1)$; ж) $(y+1)^2(y-1)(y^2-y+1)$.

§6. 2. Множина.

§7. 1. а) $(-1;0)$; б) $(1;1)$; в) $(-1;2)$; г) $(1;2)$; д) $(-1;1)$; е) $(1;3)$. 2. а) $(1,1;3)$; б) $(3;4)$; в) $(-5;6)$.
 3. а) $(1;5;1)$; б) $(1;2;3)$; в) $(1;2;3)$. 4. а) 138 км. б) 108 км. в) 2 год. г) 48 м^2 .

Самостійні роботи

С-1-1. В-І. 1. а) 4; б) 27; в) 2. 2. **В-II. 1.** а) 3; б) 36; в) -3. 2. 9. **В-III. 1.** а) -12; б) -4,6; в) 3. 2. $3\frac{3}{4}$.

В-IV. 1. а) $53\frac{1}{3}$; б) 0; в) $3\frac{3}{5}$. 2. $50\frac{2}{3}$. **В-V. 1.** а) $7\frac{1}{7}$; б) 80. 2. $10\frac{5}{7}$. 3. $\frac{19}{12}$. **В-VI. 1.** а) -10; б) $\frac{92}{29}$.

2. $8\frac{2}{3}$. 3. $9\frac{1}{3}$.

С-1-2. В-І. 600; 500; 700 робітників. **В-II.** 44 грн; 32 грн; 22 грн. **В-III.** 30; 40; 28. **В-IV.** 16; 12; 8.
В-V. 52 ц; 65 ц; 63 ц. **В-VI.** 60 дет.; 69 дет.; 79 дет.

С-2-2. В-III. 1. а) 420; б) 30. 2. а) x^{n+3} ; в) $(-x)^{2n+3}$; г) x^n . 3. а) a^{14-n} . **В-IV. 1.** а) 390; б) -0,89.

2. а) a^{n+2} ; в) $(-b)^{2k-1}$; г) a^n . 3. а) b .

С-5-1. В-І. 2. 2. **В-II. 2.** -1. **В-III. 2.** 0. **В-IV. 2.** -4.

С-5-2. В-І. 2. 2. **В-II. 2.** 1. **В-III. 2.** 6. **В-IV. 2.** $5\frac{3}{4}$.

С-5-3. В-І. 2. а) 3591; б) 9801. 3. 2,5. **В-II. 2.** а) 2496; б) 5184. 3. $-\frac{11}{3}$.

С-7-1. В-І. 1. а) $(0,5;-0,5)$; б) $(1;10)$. **В-II. 1.** а) $(-5;6)$; б) $(1;10)$. **В-III. 1.** а) $(8,5;4)$; б) $(2;1)$.

В-IV. 1. а) $(\frac{2}{3}; 4\frac{2}{9})$; б) $(2;-1)$. **В-V. 1.** а) $(9;13)$; б) $(2;1)$; 2. ні. **В-VI. 1.** а) $(9;13)$; б) $(\frac{1}{2}; 15)$; 2. ні.

С-7-2. В-І. 2. $(4;\frac{5}{7})$. **В-II. 2.** $(2,5;\frac{11}{16})$. **В-III. 2.** $(1,5;-2)$. **В-IV. 2.** $(-2\frac{6}{19}; 3\frac{62}{133})$. **В-V. 2.** $(15;\frac{1}{2})$. **В-VI. 2.** $(20;3)$.

Контрольні роботи

Настановна контрольна робота

В-І. 1. а) $3\frac{9}{14}$; б) -9,5. 2. а) -0,17; б) 1000; в) 4; г) -0,17; д) -5; е) 25. 3. а) 3,45; б) $111\frac{2}{3}$.

4. 36 і 24 чоловіки. **В-II. 1.** а) 3,7; б) -12,6. 2. а) -0,11; б) 100; в) 2; г) -1,05; д) -9; е) 28.

3. а) 5,44; б) 62. 4. 21 хлопчик і 29 дівчаток.

К-1-1. В-І. 1. а) 4; б) -13; в) 25. 2. 0,8 грн; 1,25 грн; 6,25 грн. **В-II. 1.** а) 6; б) -9; в) $12\frac{1}{7}$. 2. 22 грн,

66 грн, 81 грн. **В-III. 1.** а) $\frac{2}{7}$; б) 3,5; в) 3. 2. 15 см; 20 см; 25 см. 3. 10. **В-IV. 1.** а) $\frac{2}{11}$; б) 1,5; в) 7.

2. 0,65 грн; 5,2 грн; 6,4 грн. 3. 9. **В-V. 1.** а) 1,6; б) 2; в) 7,2. 2. 5 см, 7 см; 10 см. 3. $-2\frac{14}{53}$; 4 ± 3 .

В-VI. 1. а) 0,2; б) 4; в) 7. 2. 30; 20 та 15 книг. 3. $3\frac{8}{11}$; 4 ± 2 .

К-2-1. В-І. 1. -20. 2. a^6b^8 . 3. а) 50; б) 1. 4. а) 4410; б) 3990; в) 88200; г) 20. **В-II. 1.** -4. 2. $x^{17}y^{24}$.

3. а) 7; б) 10^6 . 4. а) 65600; б) 62400; в) $10,24 \cdot 10^7$; г) 40. **B-III. 1.** -1. 2. $x^4 y^{15}$. 3. а) $\frac{5}{32}$; б) 10^6 .

4. а) $63 \cdot 10^n$; б) $57 \cdot 10^n$; в) $18 \cdot 10^{2n+1}$; г) 20. **B-IV. 1.** -1. 2. $b^3 c^6$. 3. а) 8; б) 10^7 . 4. а) $84 \cdot 10^{n+1}$;
б) $76 \cdot 10^{n+1}$; в) $32 \cdot 10^{2n+3}$; г) 20. **B-V. 1.** 1. 2. а) $b^{28} y^{13}$; б) p . 3. а) 8; б) 1. 4. а) $(-1)^{4n}$; б) 7.

B-VI. 1. -1. 2. а) $-a^{18} b^{26} c^{27}$; б) $-a^3$. 3. а) 56; б) 1. 4. а) $(-1)^{2n-2}$; б) 3^{-n} .

K-2-2. B-I. 2. а) -20; б) $-2\frac{10}{27}$. 3. а) $0,01a^8 b^6$; б) $8m^9 n^4$. **B-II. 2.** а) -8; б) $-6\frac{1}{4}$; в) 0. 3. а) $-0,008a^9 b^{15}$;

б) $25x^{28}$. **B-III. 1.** а) $\frac{76}{81}$; б) 1; в) $-\frac{1}{27}$. 2. а) $\frac{1}{2}b^{14}$; б) $8b^{51}$; в) $25a^8$; г) $-6a^4 b^5$. 3. а) $\frac{81}{49}a^6 b^4 c^{10}$;

б) $-8a^{14}$; в) $x^{39} y^{53}$. **B-IV. 1.** а) $2\frac{3}{6}$; б) 1; в) $\frac{1}{16}$. 2. а) $\frac{1}{9}a^{12}$; б) $27a^{39}$; в) $4a^{12}$; г) $-35a^4 b^5$. 3. а) $-\frac{64}{27}a^3 b^{12} c^9$;

б) $81b^9$; в) $b^{16} c^6$. **B-V. 1.** а) 0,14; б) 3^{20} ; в) $-\frac{1}{27}$. 2. а) неможливо; б) $(2,2p^{11}q^6)$; в) $(2^9 c^5 d^8)^2$;

г) $\left(\frac{9}{4}c^{20}n^{21}\right)^2$. 3. а) $2a^6 b^8$; б) $c^5 d^5$; в) $-a^{12} b^{15}$; г) $-16c^6 x^{15} y^{14}$; д) $a^{18} b^{18} c^{27}$.

4. $(-3x^2)^5 \cdot (2x)^2$. **B-VI. 1.** а) -3,5; б) 1; в) $\frac{1}{16}$. 2. а) неможливо; б) $(1,4m^7 n)^2$; в) $(3^7 x^{12} y^{15})^2$; г) $\left(\frac{6}{5}a^8 n^{25}\right)^2$.

3. а) $a^9 b^{21}$; б) $-c^9 d^8$; в) $a^3 b^{12} c^3$; г) $-\frac{5}{8}c^{14} m^7 n^4$; д) $b^{16} y^{25}$. 4. $(-4a)^3 \cdot (5a^3)^2$.

K-5-1. B-I. 1. -12. 2. $2x^2 + 18$. 3. $69^\circ, 24^\circ, 87^\circ$. **B-II. 1.** -8. 2. $3x^2 + 3$. 3. 139 см; 177 см; 94 см.

B-III. 2. 84 м, 21 м, 67 м, 102 м. 3. б) $5(x+y)(2x+1)$. **B-IV. 2.** 37 м, 222 м, 305 м, 208 м.

3. б) $(5a-6x)(7x-4y)$. **B-V. 1.** 9. 2. б) $a^2 - 1,9ab - b^2$. 3. $-2\frac{9}{32}$. 4. а) $(x^2 + y^2)(7+6a)$;

б) $(4a^8 + b^6)(4a^8 - b^6)$; в) $(0,3x^n - 1)(0,3x^n + 1)$. **B-VI. 1.** -19,6. 2. б) $6a^2 + b^2$. 3. 2. 4. а) $(m-n+z)(2a-b+1)$;

б) $(8b^{32} - c^4)(8b^{32} + c^4)$; в) $(y^n - 1,2)(y^n + 1,2)$.

K-6-1. B-I. 4. A; B; D. **B-II. 4.** M. **B-III. 1.** (-3;4); (-5,5;3). 2. 2. **B-IV. 1.** (3;2); (0;-5); (1,5;-1,5). 2. -9.

B-V. 1. а) 23; б) $-\frac{2}{3}$. 2. 0. 3. A. **B-VI. 1.** а) -14; б) -3. 2. -4. 3. B; C.

K-6-2. B-I. 1. а) (3;5). 2. а) (4;1); б) (1;2). 3. (4,2;-2,9). **B-II. 1.** (4;5). 2. а) (3,5;3,5). 3. $\left(6;\frac{2}{3}\right)$.

B-III. 1. а) $\left(\frac{19}{16};\frac{11}{16}\right)$; б) (3;5). 3. (2;3). 4. (2;-1). 5. 5(26,51;-13,29). **B-IV. 1.** а) (-1;2); б) $\left(\frac{2}{11};7\frac{6}{11}\right)$.

3. $\left(2,2;3\frac{1}{3}\right)$. 4. (3;4). 5. (73,4;60,7). **B-V. 1.** б) (-2;1); в) (3;3). 2. а) $\left(2\frac{6}{7};1\frac{4}{7}\right)$; б) (5,5;5,5). 3. 0,25 грн., 0,4 грн.

B-VI. 1. б) (2;3); в) (2;-5). 2. а) $\left(\frac{1}{2};2\right)$; б) (26,5;-5,5). 3. 2,7 м, 1,6 м.

- ▶ Рациональні вирази 47**
- ▶ Квадратні корені.
Дійсні числа 58**
- ▶ Квадратні рівняння.
Розв'язування задач
за допомогою
квадратних рівнянь 65**
- ▶ Функції 75**

§1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

ДРОБОВІ РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

Розрізняють цілі і дробові раціональні вирази. В <u>цілому</u> виразі немає ділення на змінну. В <u>дробовому</u> виразі є ділення на вираз, в який входить змінна.	
Правило	Приклади
Значення змінних, при яких можливі всі математичні дії, записані в раціональному виразі, називаються <u>допустимими значеннями змінних</u> .	$\frac{4}{x-8}$ — у цього раціонального дробу при $x=8$ в знаменнику отримуємо $x-8=8-8=0$, тому допустимими значеннями даного дробу є всі числа, крім $x=8$.
Щоб знайти допустимі значення раціонального дробу, треба прирівняти знаменник до нуля, знайти розв'язки отриманого рівняння, і з усіх чисел виключити розв'язки отриманого рішення.	Знайти допустимі значення виразу: $\frac{x}{3x-x^2}$; Прирівняємо знаменник до нуля і розв'яжемо це рівняння: $3x-x^2=0$, винесемо x за дужки $x(3-x)=0$, добуток дорівнює нулю, якщо хоча б один із множників дорівнює нулю, тобто $x=0$, або $3-x=0$. Допустимими значеннями змінної є всі числа, крім $x=0$ або $x=3$. Відповідь: x — будь-яке число, крім 0 та 3.

ДІЇ З РАЦІОНАЛЬНИМИ ДРОБАМИ

Правило	Приклади
СКОРОЧЕННЯ ДРОБІВ	
<p><u>Скоротити дріб</u> — це означає поділити чисельник і знаменник дробу на спільний множник. Ця дія обумовлена основною властивістю дробу.</p> <p>Для того, щоб скоротити дріб, треба:</p> <p>а) розкласти чисельник і знаменник дробу на множники;</p> <p>б) виділити спільний множник в чисельнику і знаменнику дробу;</p> <p>в) розділити чисельник і знаменник дробу на спільний множник.</p>	<p>Скоротити дріб: $\frac{3x-18x^2}{15x^2-90x^3}$,</p> <p>а) розкладемо чисельник і знаменник дробу на множники, для цього винесемо за дужки спільний множник: $\frac{3x(1-6x)}{15x^2(1-6x)}$;</p> <p>б) виберемо спільний множник в чисельнику і знаменнику — це $3x(1-6x)$;</p> <p>в) скоротимо дріб на $3x(1-6x)$. Відповідь: $\frac{1}{5x}$.</p>
ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ	
Сума (різниця) двох дробів з однаковими знаменниками дорівнює дробу з тим самим знаменником і чисельником, який дорівнює сумі (різниці) чисельників вихідних дробів.	$\frac{3a-4}{a-1} + \frac{7-4a}{a-1} = \frac{3a-4+7-4a}{a-1} = \frac{3-a}{a-1};$ $\frac{3a-4}{a-1} - \frac{7-4a}{a-1} = \frac{3a-4-(7-4a)}{a-1} =$ $= \frac{3a-4-7+4a}{a-1} = \frac{7a-11}{a-1}.$

При додаванні (відніманні) двох раціональних дробів з різними знаменниками треба звести дробі до спільного знаменника та виконати додавання (віднімання) дробів з однаковими знаменниками.	$\frac{5}{x-1} + \frac{4}{x+1} = \frac{5(x+1)}{x-1} + \frac{4(x-1)}{x+1} = \frac{5x+5+4x-4}{(x-1)(x+1)} = \frac{9x+1}{x^2-1}$ $\frac{1}{c} - \frac{3a}{c^2+3ac} = \frac{1(c+3a)}{c} - \frac{3a}{c(c+3a)} = \frac{c+3a-3a}{c(c+3a)} = \frac{1}{c+3a}$
МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ ДРОБІВ	
Добуток двох раціональних дробів дорівнює дробу, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник дорівнює добутку знаменників дробів, що помножуються.	$\frac{x-1}{x+1} \cdot \frac{4x+1}{x-1} = \frac{(x-1)(4x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-1)4(x+1)}{(x+1)(x-1)} = 4$
Частка від ділення двох раціональних дробів дорівнює добутку дробу, діленого на дріб, обернений дільнику.	$\frac{x}{a^2-4} : \frac{3x^2}{5a-10} = \frac{x(5a-10)}{(a^2-4)3x^2}$ $= \frac{5x(a-2)}{(a-2)(a+2)3x^2} = \frac{5}{3x(a+2)}$
Зручніше перед множенням або діленням раціональних дробів розкласти, якщо це можливо, їх чисельники і знаменники на множники.	
ПІДНЕСЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ДРОБІВ ДО СТЕПЕНЯ	
Степінь раціонального дробу дорівнює дробу, у якого чисельник є степенем чисельника, а знаменник – степенем знаменника.	$\left(\frac{x^2-9}{xy+3y}\right)^3 = \left(\frac{(x-3)(x+3)}{y(x+3)}\right)^3 = \left(\frac{x-3}{y}\right)^3 = \frac{(x-3)^3}{y^3}$ $\left(\frac{5ac^2}{3x^3}\right)^4 = \frac{(5ac^2)^4}{(3x^3)^4} = \frac{5^4 a^4 c^8}{3^4 x^{12}} = \frac{625a^4 c^8}{81x^{12}}$

СТЕПІНЬ З ЦІЛИМ ПОКАЗНИКОМ

Множина цілих чисел (Z) – це множина, що складається з натуральних чисел, числа нуля і чисел протилежних натуральним.

Тому поняття степеня a^n , де n – натуральне число, можна розширити, якщо розглянути випадки $n=0$ і n – ціле від'ємне число.

Означення	Приклади
Якщо $a \neq 0$ і n – ціле від'ємне число, то $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125};$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^3} = 5^3 = 125.$
$a^0 = 1.$	$(1,25)^0 = 1; (-17)^0 = 1.$

Корисно запам'ятати

0^0 – не визначено.	$0^{-3} = \frac{1}{0^3}$ – не визначено
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, (a \neq 0; b \neq 0).$	$\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{2}\right)^3; \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = 2^3 = 8$

Властивості степеня з цілим показником

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$5^5 \cdot 5^{-7} = 5^{5-7} = 5^{-2}$	$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (a \neq 0)$	$3^{-7} : 3^5 = 3^{-7-5} = 3^{-12}$	$a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n} (a \neq 0)$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$(3^{-2})^3 = 3^{-6}; (3^2)^{-3} = 3^{-6}$	$a^{mn} = (a^m)^n = (a^n)^m;$
$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 3)^{-3} = 2^{-3} \cdot 3^{-3}$	$a^n \cdot b^n = (ab)^n$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n (b \neq 0)$

УЧНІВСЬКА СТОРІНКА



<p>1. ВИКОНАТИ ДІЇ. Рекомендація. Подібні завдання краще робити за діями — зменшується можливість помилки!</p>	$\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{x+y} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\right) : \frac{(x+y)^2}{x^2 y^2}$
Розв'язання.	<p>1) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy},$</p> <p>2) $\frac{2}{x+y} \cdot \frac{x+y}{xy} = \frac{2(x+y)}{(x+y)xy} = \frac{2}{xy},$</p> <p>3) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{xy} = \frac{y^2 + x^2 + 2xy}{x^2 y^2} = \frac{(x+y)^2}{x^2 y^2},$</p> <p>4) $\frac{(x+y)^2}{x^2 y^2} : \frac{(x+y)^2}{x^2 y^2} = 1.$</p>
Відповідь: 1.	
2. ДОВЕСТИ ТОТОЖНІСТЬ.	$\frac{a - \frac{x^2}{a}}{x - \frac{a^2}{x}} = -\frac{x}{a}$
Доведення. Спростимо ліву частину рівняння:	$\frac{a - \frac{x^2}{a}}{x - \frac{a^2}{x}} = \left(a - \frac{x^2}{a}\right) : \left(x - \frac{a^2}{x}\right)$
чисельник:	1) $a - \frac{x^2}{a} = \frac{a^2 - x^2}{a},$
знаменник:	2) $x - \frac{a^2}{x} = \frac{x^2 - a^2}{x},$
	3) $\frac{a^2 - x^2}{a} : \frac{x^2 - a^2}{x} = \frac{a^2 - x^2}{a} \cdot \frac{x}{x^2 - a^2} = \frac{(a^2 - x^2)x}{-a(a^2 - x^2)} = -\frac{x}{a},$
тотожність доведена:	4) $-\frac{x}{a} = -\frac{x}{a}.$

3. СКОРОТИТИ ДРІБ.	$\frac{ax + ay - bx - by}{ax - ay - bx + by}$
Розкладемо чисельник і знаменник дробу на множники способом групування:	$\frac{ax + ay - bx - by}{ax - ay - bx + by} = \frac{a(x+y) - b(x+y)}{a(x-y) - b(x-y)} = \frac{(x+y)(a-b)}{(x-y)(a-b)} = \frac{x+y}{x-y}$
Відповідь: $\frac{x+y}{x-y}$.	
4. СКОРОТИТИ ДРІБ.	$\frac{a^2b + ab^2}{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)}$
Для того, щоб розкласти на множники, в чисельнику винесемо спільний множник за дужки, а в знаменнику застосуємо формулу суми кубів і винесемо спільний множник за дужки, тоді отримаємо:	$\begin{aligned} \frac{a^2b + ab^2}{a^3 + b^3 + 3ab(a+b)} &= \frac{ab(a+b)}{(a+b)(a^2 - ab + b^2) + 3ab(a+b)} = \\ &= \frac{ab(a+b)}{(a+b)(a^2 - ab + b^2 + 3ab)} = \frac{ab}{a^2 + 2ab + b^2} = \frac{ab}{(a+b)^2} \end{aligned}$
Відповідь: $\frac{ab}{(a+b)^2}$.	
5. СКОРОТИТИ ДРІБ.	$\frac{a^2 + 3a + 2}{a^2 + 6a + 5}$
Для того, щоб розкласти чисельник і знаменник дробу на множники, застосуємо спосіб групування.	Для цього представимо $a^2 + 3a + 2$ як $a^2 + a + 2a + 2$, аналогічно представимо знаменник: $a^2 + 6a + 5 = a^2 + a + 5a + 5$, отримаємо: $\frac{a^2 + 3a + 2}{a^2 + 6a + 5} = \frac{a^2 + a + 2a + 2}{a^2 + a + 5a + 5} = \frac{a(a+1) + 2(a+1)}{a(a+1) + 5(a+1)} = \frac{(a+1)(a+2)}{(a+1)(a+5)} = \frac{a+2}{a+5}$
Відповідь: $\frac{a+2}{a+5}$.	
6. СПРОСТИТИ АЛГЕБРАІЧНИЙ ВИРАЗ.	$\frac{a^6 - 64}{a^4 - 4a^2 + 16} - \frac{a^4 - 16}{a^2 + 4}$
Застосуємо формулу різниці кубів і різниці квадратів в чисельниках дробів:	$\begin{aligned} \frac{a^6 - 64}{a^4 - 4a^2 + 16} - \frac{a^4 - 16}{a^2 + 4} &= \frac{(a^2)^3 - 4^3}{a^4 - 4a^2 + 16} - \frac{(a^2)^2 - 4^2}{a^2 + 4} = \\ &= \frac{(a^2 + 4)(a^4 - 4a^2 + 16)}{a^4 - 4a^2 + 16} - \frac{(a^2 - 4)(a^2 + 4)}{a^2 + 4} = \\ &= a^2 + 4 - (a^2 - 4) = a^2 + 4 - a^2 + 4 = 8. \end{aligned}$
Відповідь: 8.	
7. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.	$\frac{x^3 + y^3}{x+y} : (x^2 - y^2) + \frac{2y}{x+y} - \frac{xy}{x^2 - y^2}$
Іноколи для перетворення алгебраїчних виразів застосовують спосіб послідовних перетворень або одночасно декількох перетворень. Кажуть: «Спростимо "панцюжком"». Користуючись цим методом, треба бути дуже уважним.	$\begin{aligned} &\frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{x+y} \cdot \frac{1}{(x-y)(x+y)} + \\ &+ \frac{2y(x-y) - xy}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 - xy + y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{2xy - 2y^2 - xy}{(x-y)(x+y)} = \\ &= \frac{x^2 - xy + y^2 + xy - 2y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2 - y^2}{x^2 - y^2} = 1. \end{aligned}$
Відповідь: 1.	

8. ВИКОНАТИ ДІЇ	$\frac{3^{-2}a^{-1}b}{27^{-1}x}$;
Використаємо означення степеня з від'ємним показником:	$\frac{3^{-2}a^{-1}b}{27^{-1}x} = \frac{27b}{3^2ax} = \frac{3^3b}{3^2ax} = \frac{3b}{ax}$.
Відповідь:	$\frac{3b}{ax}$.
9. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.	$\left(\frac{2}{3}a^{-2}(b^3)^{-3}\right)^4$.
	$\left(\frac{2}{3}a^{-2}(b^3)^{-3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}a^{-8}b^{-36} = \frac{2^4}{3^4a^8b^{36}}$.
10. ПОДАТИ ВИРАЗ У ВИГЛЯДІ ДРОБУ.	$(5a^{-1}+b^{-2}) \cdot (5a^{-1}-b^{-2})$.
Використаємо формулу різниці квадратів і означення степеня з від'ємним показником:	$(5a^{-1}+b^{-2}) \cdot (5a^{-1}-b^{-2}) =$ $= (5a^{-1})^2 - (b^{-2})^2 = \left(\frac{5}{a}\right)^2 - \left(\frac{1}{b^2}\right)^2 =$ $= \frac{25}{a^2} - \frac{1}{b^4} = \frac{25b^4 - a^2}{a^2b^4}$.
Відповідь:	$\frac{25b^4 - a^2}{a^2b^4}$.

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ВИКОНАТИ ДІЇ.

а) $\frac{2a+3b}{p} + \frac{3b-2a}{p}$; б) $\frac{2b-1}{m} + \frac{3b-4}{m}$; в) $\frac{x}{6y} - \frac{2x}{6y} + \frac{3x-2}{6y}$; г) $\frac{a}{x-1} + \frac{3}{x-1} - \frac{a}{x-1}$.

2. ЗНАЙТИ СУМУ І РІЗНИЦЮ ДРОБІВ.

а) $\frac{4-x}{a}$ та $\frac{x-1}{a}$; б) $\frac{2b-1}{a}$ та $\frac{3b-4}{a}$; в) $\frac{b}{b-1}$ та $\frac{1}{b-1}$; г) $\frac{a}{a^2-1}$ та $\frac{1}{a^2-1}$.

3. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.

а) $\frac{ax}{a-b} + \frac{xb}{b-a}$; б) $\frac{a^2}{a-1} + \frac{2a-1}{1-a}$; в) $\frac{a^3}{2-a} + \frac{8}{a-2}$; г) $\frac{x^2}{x-5} - \frac{25}{x-5}$.

4. ВИКОНАТИ ДІЇ.

а) $\frac{3}{2x-2} + \frac{7}{4x-4}$; б) $\frac{8}{5m+5} - \frac{3}{10m+10}$; в) $\frac{5b}{ax+ay} - \frac{2a}{5x+5y}$.

5. СКОРОТИТИ ДРІБ.

а) $\frac{7ac}{28a^3c^2}$; б) $\frac{a^2+5a}{a^2-25}$; в) $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$; г) $\frac{2x^3-2y^3}{3x-3y}$;
 д) $\frac{6a^2-6b^2}{a^2-2ab+b^2}$; е) $\frac{a^4-x^4}{a^3-x^3}$; є) $\frac{x^4-16y^4}{x^2+4y^2}$; ж) $\frac{5x^2-10xy+5y^2}{2x^2-4xy+2y^2}$.

6. ВИКОНАТИ ДІЇ.

а) $\frac{a^2+4a+2}{a} - a - \frac{2}{a}$; б) $\frac{m^2-4m+5}{m-1} - \frac{2}{m-1} - m$; в) $\left(\frac{x+1}{1-x} - \frac{1-x}{1+x} - \frac{4x^2}{x^2-1}\right) : \left(-2\left(\frac{1}{x} - \frac{1-x}{x^2} - 1\right)\right)$;
 г) $\frac{3a^2+12a+13}{3a+6} - a - \frac{1}{3(a+2)}$; д) $\frac{3m^2-2m-1}{m} - 3m + \frac{1}{m}$; е) $\frac{24x}{4x^2-9} + \frac{2x-3}{2x+3} + \frac{2x+3}{2x-3}$.

7. СКОРОТИТИ ДРІБ.

а) $\frac{5a^3 + a^2b + 5ab^2 + b^3}{5ab + b^2}$; в) $\frac{ac - bc + ad - bd}{ac + bc + ad + bd}$; д) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 8x + 7}$;
 б) $\frac{(m+n)^3}{2m^2n + mn^2 + m^3}$; г) $\frac{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab}{a^2 - b^2 + c^2 + 2ac}$; е) $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 4x + 4}$.

8. ВИКОНАТИ МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ ДРОБІВ.

а) $\frac{16x^2}{7y} \cdot \frac{21y^2}{20x}$; в) $\frac{18m^3n^2}{7p} : (9n^2)$; д) $\frac{x^2y}{2c} : \left(-\frac{x^3y^2}{7c^3}\right)$;
 б) $\frac{46c^3}{15d^3} : \frac{23}{5cd^4}$; г) $\left(\frac{3a}{b}\right)^2 \cdot \frac{4b}{9a}$;

9. ОБЧИСЛИТИ:

а) $8^{-3} : 4^3$; б) $10^0 \cdot 10^{-3} : 10^{-2}$; в) $32 \cdot (2^{-4})^3$; г) $8^{-1} \cdot 4^3$; д) $4^5 \cdot 16^{-2}$; е) $(5^m)^2 \cdot (5^{-2})^m$; є) $5^m \cdot 5^{m+1} \cdot 5^{1-m} : 5^0$.

10. СПРОСТИТИ ВИРАЗ:

а) $1,5ab^{-3} \cdot 6a^{-2}b$; г) $0,2a^{-2}b^4 \cdot 5a^3b^{-3}$; д) $(0,25x^{-4}y^{-3})^2 \cdot \left(\frac{x^{-3}}{4y^2}\right)^{-3}$;
 б) $\frac{3}{4}m^{-2}n^4 \cdot 8m^3n^{-2}$; в) $\frac{1}{27}a^{-1}b^{-5} \cdot 81a^2b^4$; е) $\left(\frac{a^{-3}b^4}{9}\right) \cdot \left(\frac{3}{a^{-2}b^3}\right)^{-3}$.

11. ЗАПИСАТИ У ВИГЛЯДІ ВИРАЗУ.

а) $\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{-3} \cdot 81^2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-4}}{225}$; в) $\frac{\left(\frac{1}{12}\right)^2 \cdot 4^8 \cdot \left(\frac{3}{16}\right)^2 - 0,1^{-2}}{15 \cdot 0,5^{-1}}$; д) $\frac{\left(\frac{7}{16}\right)^2 \cdot 56^4 \cdot \left(\frac{1}{49}\right)^2 - 160}{\left(\frac{1}{13}\right)^{-1}}$;
 б) $\frac{\left(-\frac{1}{18}\right)^5 \cdot 64 \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{-4} + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}$; г) $\frac{\left(\frac{1}{15}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{75}\right)^{-4} \cdot \frac{1}{125} + 0,2^{-2}}{17,5}$; е) $\frac{\left(\frac{1}{14}\right)^6 \cdot 42^8 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^4 - 180}{\left(\frac{3}{2}\right)^{-4}}$.

12. ВИКОНАТИ ДІЇ.

а) $\frac{x^2 - y^2}{6x^2y^2} : \frac{x+y}{3xy}$; б) $\frac{4p^2 - 9q^2}{p^2q^2} : \frac{2ap + 3aq}{2pq}$; в) $\frac{a^2 - b^2}{a^2} \cdot \frac{a^4}{(a+b)^2}$.

13. ВИКОНАТИ ДІЇ.

а) $\frac{am^2 - an^2}{m^2 + 2mn + n^2} : \frac{am^2 - 2amn + an^2}{3m + 3n}$; в)* $\frac{a^2 - 5a + 6}{a^2 + 7a + 12} \cdot \frac{a^2 + 3a}{a^2 - 4a + 4}$;
 б) $\frac{3a^2 + 3ab + 3b^2}{4a + 4b} \cdot \frac{2a^2 - 2b^2}{9a^3 - 9b^3}$; г)* $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 3x - 10} : \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 9x + 14}$.

ВПРАВИ НА ВСІ ДІЇ З ДРОБАМИ

14. ВИКОНАТИ ДІЇ.

а) $\left(\frac{a}{a+1} + 1\right) : \left(1 - \frac{3a^2}{1-a^2}\right)$; г) $\left(\frac{x+4y}{2y} - \frac{6y}{4y-x}\right) : \left(1 - \frac{x^2 - 2xy + 4y^2}{x^2 - 4y^2}\right)$;
 б) $\left(\frac{2m+1}{2m-1} - \frac{2m-1}{2m+1}\right) : \frac{4m}{10m-5}$; д) $(m^2 - 1) \cdot \left(\frac{1}{m-1} - \frac{1}{m+1} + 1\right)$;
 в) $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) : \left(\frac{a-b}{a+b} + \frac{a+b}{a-b}\right)$; е) $\left(a+1 - \frac{1}{1-a}\right) : \left(a - \frac{a^2}{a-1}\right)$.

15. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ:

а) $(-x)^{-1} = \frac{1}{5}$; б) $(2x+1)^{-1} = \frac{4}{5}$; в) $(3x^{-1}+2)^{-1} = \frac{3}{7}$; г) $(5-(2x)^{-1})^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$; д) $x^{-2} = \frac{4}{9}$.

16. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ:

а) $x^{-1} > 0$; б) $(x+1)^{-1} < 0$; в) $(3-2x)^{-1} < 0$; г) $(4x-2)^{-1} > 0$.

17. СПРОСТИТИ ВИРАЗ І ЗНАЙТИ ЙОГО ЧИСЛОВЕ ЗНАЧЕННЯ ПРИ ДАНИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННИХ, ЯКІ ДО НЬОГО ВХОДЯТЬ.

а) $x^2 - \frac{x^3 - 4xy^2}{x(x-2y) + y^2} \cdot \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x-2y}$,

при $x = -\frac{1}{2}$; $y = -5$;

г) $(3b^{-2} - 2a^{-1}) \left(\frac{b^{-2}}{3-1} + \frac{1}{a^{-1}a} \right) \left(4a^{-2} + \frac{b^{-4}}{3^{-2}} \right)$,

при $a = 2$; $b = -3$.

б) $\frac{a^2 + ab + b^2}{a^3 + 2a^2b + ab^2} + \frac{b-a}{(a+b)^2} \cdot \frac{a}{a-b} - \frac{a}{a^2 + ab}$,

при $a = -1\frac{1}{3}$; $b = -\frac{3}{4}$;

д) $\left(b^{-2} + \frac{a^{-3}}{2^{-1}} \right) \left(\frac{1}{a^{-1}a^3} - b^{-2} \right) \left(b^{-4} + \frac{4}{a^6} \right)$,

при $a = -1$; $b = 1$.

в) $\left(\frac{3}{a-b} - \frac{3a}{b^2 - a^2} \right) : \frac{6a + 3b}{a^2 + 2ab + b^2}$,

при $a = 3\frac{1}{4}$; $b = -0,75$.

е) $\left(\left(\frac{a^{-12}}{2^{-2}} - \frac{81}{b^4} \right) : \left(\frac{2}{a^6} + 9b^{-2} \right) \right) : \left(2a^{-6} - \frac{9}{b^2} \right)$,

при $a = 3$; $b = 2$.

18. ДОВЕСТИ ТОТОЖНІСТЬ.

а) $\left(\frac{1}{p-2q} + \frac{6q}{4q^2 - p^2} - \frac{2}{p+2q} \right) : \left(\frac{p^2 + 4q^2}{p^2 - 4q^2} + 1 \right) = -\frac{1}{2p}$; в) $\left(a - \frac{4ab}{a+b} + b \right) : \left(\frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2 - b^2} \right) = a - b$;

б) $\left(\frac{a^2}{a^2 - b^2} - \frac{a^2b}{a^2 + b^2} \left(\frac{a}{ab + b^2} + \frac{b}{a^2 + ab} \right) \right) : \frac{b}{a-b} = \frac{a}{a+b}$; г) $\left(\frac{x^2 - y^2}{xy} - \frac{1}{x+y} \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right) \right) : \frac{x-y}{x} = \frac{x}{x+y}$.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-1)

ТЕМА. СКОРОЧЕННЯ ДРОБІВ. СУМА І РІЗНИЦЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ДРОБІВ

В - I	7 балів	В - II	В - III	9 балів	В - IV
1. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННОЇ ДРІБ ВТРАЧАЄ ЗМІСТ?					
$\frac{5-x}{x-3}$	$\frac{x^2+1}{3+x}$	а) $\frac{x^5}{2x+1}$; б) $\frac{12a}{x^2+x}$	а) $\frac{2x+7}{3x-1}$; б) $\frac{3-4c}{c-c^2}$		
2. ЗНАЙТИ СУМУ І РІЗНИЦЮ РАЦІОНАЛЬНИХ ДРОБІВ.					
а) $\frac{2a}{a-7}$ та $\frac{a-4}{a-7}$;	а) $\frac{y-2}{x+13}$ та $\frac{3-5y}{13+x}$;	а) $\frac{7}{x^2+x}$ та $\frac{13}{x+1}$;	а) $\frac{a}{y-y^2}$ та $\frac{b}{y(1-y)}$;		
б) $\frac{a-b}{x-4}$ та $\frac{a+b}{4-x}$;	б) $\frac{x+y}{7-2x}$ та $\frac{x-4}{2x-7}$;	б) $\frac{y-3}{y^2-16}$ та $\frac{5-y}{16-y^2}$;	б) $\frac{1+a}{18-2a^2}$ та $\frac{1-a}{a^2-9}$;		
3. СКОРОТИТИ ДРІБ.					
а) $\frac{3xy}{18x^6y}$;	а) $\frac{15x^2y^{10}}{18x^3y^5}$;	а) $\frac{3a^2c \cdot 9c^6}{3^5ac^{10}}$;	а) $\frac{16x^5y \cdot 4y^3c}{2^5y^6cx}$;		
б) $\frac{x^2-25}{2x-10}$;	б) $\frac{b+3}{3b^2-27}$;	б) $\frac{x^3+27}{9-3x+x^2}$;	б) $\frac{16+4y+y^2}{y^3-64}$;		

В - V		12 балів		В - VI	
1. ЗНАЙТИ ДОПУСТИМИ ЗНАЧЕННЯ ЗМІННИХ.					
а) $\frac{x+11}{3x^2-9x}$;	б) $\frac{8-3x^2}{y^2+6}$;	а) $\frac{15-y}{25y^2-9}$;	б) $\frac{1.2y^2-15}{29+3y^2}$;		
2. ПРЕДСТАВИТИ У ВИГЛЯДІ ДРОБУ.					
а) $\frac{a-b}{x^4-9} + \frac{b+a}{9-x^4}$;	б) $\frac{3c}{c^3-c} - \frac{3c+1}{c^2+c}$;	а) $\frac{x+y}{1.69-x^2} - \frac{x-y}{x^2-1.69}$;	б) $\frac{a^2}{a^2+a} + \frac{2}{a^5-a^3}$;		
3. СКОРОТИТИ ДРІБ.					
а) $\frac{x^7-x^5}{x^7-x^9}$;	б) $\frac{2-2b^2}{4b^2-8b+4}$;	а) $\frac{a^3-a^5}{a^3-a}$;	б) $\frac{2b^2-8b+8}{16-4b^2}$;		
в) $\frac{x^3-3x^2+2x-6}{x^3-27}$;			в) $\frac{x^3-8}{x^3-2x^2-x+2}$;		



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-2) ТЕМА. МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ ДРОБІВ

В - I		7 балів		В - II		В - III		9 балів		В - IV	
ВИКОНАТИ МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ.											
а) $\frac{30x}{y} \cdot \frac{y}{15x}$;	а) $\frac{5xy}{2c} : \frac{xy^3}{c}$;	а) $\frac{25y^6}{11x^3} \cdot 44x^{10}$;	а) $\left(\frac{3a}{b}\right)^2 \cdot \frac{4b}{9a}$;								
б) $\frac{-a^2b}{12c} : \left(\frac{ab}{6c}\right)^2$;	б) $2a^2b^3 \cdot \left(-\frac{3x^2y}{8ba^3}\right)$;	б) $\frac{2a^6b^2}{3c^5} \cdot \frac{9b^3c^3}{8a^4} : \frac{3a^2b^5}{4c^2}$;	б) $\frac{3x^3y^5}{4a^3} \cdot \frac{8ya^3}{9x^6} : \frac{2y^6a^2}{3x^3}$;								
в) $\frac{2xy-y^2}{2} : \frac{y}{9x}$;	в) $\frac{c^3-c^2b}{b} \cdot \frac{b^2}{c}$;	в) $\frac{x^2}{x^2-y^2} \cdot \frac{x+y}{x}$;	в) $\frac{a^2}{a^2-b^2} \cdot \frac{a-b}{a}$;								
г) $\frac{x^2-y^2}{6xy} : \frac{x+y}{12x^2y}$;	г) $\frac{a^2-25}{a^2-3a} : \frac{a+5}{a^2-9}$;	г) $\frac{8ab-8b^2}{a^2+ab} : \frac{4b^3}{a^3-ab^2}$;	г) $\frac{a^2+b^2}{x^3+x^2y} : \frac{a^4-b^4}{x^2-y^2}$;								



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-3)

ТЕМА: СТЕПІНЬ З ЦІЛИМ ПОКАЗНИКОМ

В-I		7 балів		В-II		В-III		9 балів		В-IV		
1. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.												
а) $(3a^3b^4)^0$;	а) $(10^4)^{-3} \cdot 10^{12}$;	а) $a^n : a^{n-2}$;	а) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2} \cdot \frac{a^2}{b^2}$;									
б) $2^{10} : 2^{15} \cdot 2^5$;	б) $(3a^2b^{-3})^0$;	б) $(a^{n-1})^{-4}$;	б) $x^n \cdot x^{2n} : x^{5n}$;									
в) $a^{-m} : a^0$;	в) $2x^{-4} : x^{-7}$;	в) $(31,7^{-3}b^4)^0$;	в) $(59b^{n+1} : b^{n-1})^0$;									
2. ОБЧИСЛИТИ.												
а) $2^{-5} \cdot 2^4$	а) $5^3 \cdot 5^{-7} \cdot 5^2$	а) $\left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot (1.5)^3$;	б) $(3^1)^{-2}$;	а) $3^{-14} : 3^{-16}$;								
				б) $(2^{-3})^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 2^8$;								
В-V		12 балів				В-VI						
1. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.												
а) $a^{-13m} : a^0$;	б) $10^{-3} \cdot 10^{2n+3} : 10^{-2n}$;	а) $2x^{-4} : x^{-7}$;		б) $(-5ab^{-2}c^3)^{-2}$;								
в) $(121a^2b^4)^0$;		в) $(a^4a^7 : a^{12}a^3)^3$;										г) $x^{2n} \cdot x^{3n} : x^{6n}$;
2. ОБЧИСЛИТИ.												
а) $7^{-5} : 7^{-3}$;				б) $5^{-7} \cdot (5^{-2})^{-3}$;		а) $\left(6-3 \cdot \left(\frac{5}{11}\right)^0\right)^2$;						б) $\left(1-(1-2^{-1})^{-1}\right)^{-1}$;

В - V		12 балів		В - VI	
ВИКОНАТИ МНОЖЕННЯ І ДІЛЕННЯ.					
а) $\frac{5a^2b}{3c} \cdot \frac{4b^2c}{15a^2} \cdot \frac{9c^2}{16b^2}$;		б) $\left(3\frac{1}{3}a^5c\right)^2 : \left(\frac{5a^3c}{3x}\right)^2$;		а) $\frac{21c^3x^5}{16a^4b^5} \cdot \frac{8a^3b^3}{14c^2x^6} \cdot \frac{3a^3b^2}{7c^3}$;	
в) $\frac{a^2-2ab}{a^2+3ab} \cdot \frac{a^2b+3ab^2}{a^3-2a^2b}$;		г) $\frac{a^2+b^2}{5-5x} : \frac{a^4-b^4}{1-2x+x^2}$;		б) $\frac{m^3n^2}{8p} : \left(-1\frac{1}{2}mn\right)^3$;	
				в) $\frac{x^2-25}{x^3-6x} \cdot \frac{x^2-6}{x^2+5x}$;	
				г) $\frac{6y^3}{y^3-c^3} : \frac{2y^2}{y^2+cy+c^2}$;	

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-4)

ТЕМА. ПЕРЕТВОРЕННЯ АЛГЕБРАІЧНИХ ВИРАЗІВ

В - I		В - II		В - III		В - IV	
1. СПРОСТИТИ ВИРАЗИ.							
$\frac{c-d}{c} \cdot \left(\frac{c}{c-d} \cdot \frac{c}{d}\right)$;		$\left(\frac{m}{n} - \frac{m}{n+m}\right) \cdot \frac{n+m}{m}$;		$\frac{c-d}{c+d} : \frac{c^2+cd}{2c^2-2d^2}$;		$\left(\frac{c-4}{c+4} \cdot \frac{c+4}{c-4}\right) : \frac{1}{c^2-16}$;	
2. ВИКОНАТИ ДІЇ.							
$\left(\frac{a}{a+1} + 1\right) : \left(\frac{-3a^2}{1-a^2} + 1\right)$;		$\left(\frac{a+3}{a-3} + \frac{a-3}{a+3}\right) : \frac{2}{a^2-9}$;		$\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y}{x}\right) : \frac{x^2-xy+y^2}{y^3x}$;		$\left(1 + \frac{a}{x} - \frac{a^2}{x^2}\right) : \frac{1}{x^2}$;	

В - V		В - VI	
1. СПРОСТИТИ ВИРАЗИ.			
$\left(\frac{m-4}{m+4} - \frac{m+4}{m-4}\right) : \frac{32m}{m^2-16}$;		$\left(\frac{-4x-5y}{2x^2y} + \frac{3}{xy}\right) : \frac{2x-5y}{4x^2y^2}$;	
2. ВИКОНАТИ ДІЇ.			
$\left(3a-1 - \frac{3a-1}{x}\right) : \frac{x}{2x-2} - 2a$;		$\left(\frac{1+x}{1-2x+x^2} + \frac{1}{x-1}\right) : \frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1}$;	

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-1-1)

ТЕМА. СКОРОЧЕННЯ ДРОБІВ. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ

В - I		8 балів		В - II		В - III		10 балів		В - IV	
1. СКОРОТИТИ ДРОБІВ.											
а) $\frac{2x^4y^3}{10x^2y^2}$;			а) $\frac{14x^5y^3}{49x^3y^5}$;			а) $\frac{5x^4-10x^3}{10x^5}$;			а) $\frac{25y^4-4}{25y^2+10}$;		
б) $\frac{3x^2+9x}{3x}$;			б) $\frac{3x^2-12x}{6x}$;			б) $\frac{a^2+4a+4}{4-a^2}$;			б) $\frac{9-a^2}{a^2+6a+9}$;		
2. ВИКОНАТИ ДІЇ.											
а) $\frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1}$;			а) $\frac{3x}{x+3} + \frac{3x}{x-3}$;			а) $\frac{3x-1}{x^2+2x} - \frac{3}{x+2} + \frac{5}{x}$;			а) $\frac{x+3}{x^2+x} - \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x}$;		
б) $\frac{3}{x-3} - \frac{x+15}{x^2-9} - \frac{1}{x}$;			б) $\frac{3}{x-5} - \frac{2}{x} + \frac{x-35}{x^2-25}$;			б) $6y + \frac{12y}{6y-1} - 1$;			б) $2y - \frac{4y^2}{2y-1} - 1$;		
в) $\frac{x-2}{x+3} - \frac{x-1}{x}$;			в) $a-3b + \frac{6ab}{a-3b}$;			в) $\frac{x^2}{x^3-4x} - \frac{1}{4+2x}$;			в) $\frac{x^2}{x^3-x} + \frac{1}{2-2x}$;		
3. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x МАЄ ЗМІСТ ВИРАЗ?											
$\frac{1}{x-4}$;			$\frac{2}{x-3}$;			$\frac{3x+1}{3x-1}$;			$\frac{4x+1}{4x-1}$;		
4. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ ПРИ ЗАДАНИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННИХ.											
$\frac{a^2-b}{a} - a$, при $a=2; b=-4$.			$\frac{x-6y^2}{2y} + 3y$, при $x=12; y=-3$.			$5a + \frac{3c-10a^2}{2a}$, при $a=-3,5; c=14$.			$3x - \frac{y+15x^2}{5x}$, при $x=-0,8; y=1,6$.		

В - V		12 балів		В - VI	
1. СКОРОТИТИ ДРІБ.					
а) $\frac{x^2 + 2xy + x}{2x + xy + y}$;		б) $\frac{y^4 - 16}{3y^2 + 12}$;		а) $\frac{3x^2 + xy + x}{y^2 + 3xy + y}$;	
				б) $\frac{4x^3 + 36}{x^6 - 81}$;	
2. ВИКОНАТИ ДІЇ.					
а) $\frac{2a-20}{a^2-4} + \frac{4}{a-2} - \frac{6}{a}$;			б) $\frac{2x^2-c^2}{x^3+c^3} - \frac{x-c}{x^2-xc+c^2}$;		
а) $\frac{9x+7}{x^2-49} + \frac{5}{7-x} - \frac{2}{x}$;			б) $\frac{x+y}{x^2-xy+y^2} - \frac{1}{x+y}$;		
3. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.					
$\frac{1}{(x-y)(x+y)} + \frac{1}{(1-x)(1-y)} + \frac{1}{(y-x)(y-1)}$;			$\frac{1}{(y-x)(y+2)} + \frac{1}{(x+2)(x-y)} + \frac{1}{(x+2)(y+2)}$;		
4. ЗНАЙТИ ДОПУСТИМИ ЗНАЧЕННЯ ЗМІННОЇ.					
а) $\frac{1}{x-4} - \frac{x+1}{4x-1}$;		б) $\frac{x+3}{x^2-9} + \frac{1}{x}$;		а) $\frac{2}{x-3} - \frac{3x+1}{3x-1}$;	
				б) $\frac{x-5}{x^2-25} - \frac{1}{x}$;	

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-1-2)

ТЕМА. ПЕРЕТВОРЕННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ ВИРАЗІВ

В - I		7 балів		В - II	
1. ЗНАЙТИ ДОБУТОК І ЧАСТКУ ДРОБІВ.					
а) $\frac{a^2b^2}{c^6} \cdot \frac{c^4}{a^3b}$;		б) $\frac{2x^2+3x}{x+2} \cdot \frac{x^2-4}{2x+3}$;		а) $\frac{ab^2}{c^4} \cdot \frac{c^4}{ab}$;	
				б) $\frac{x^2+3x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x+3}$;	
2. СПРОСТИТИ ВИРАЗИ.					
а) $\frac{a^2b^3}{k^4} : \frac{a^4b^2}{k}$;		б) $\frac{4x^2-4x+1}{x+1} : \frac{2x-1}{x^2-1}$;		а) $\frac{ab^3}{m^2} : \frac{a^2b}{m}$;	
				б) $\frac{x^2+4x+4}{x-3} : \frac{x+2}{x^2-9}$;	
3. ВИКОНАТИ ДІЇ.					
а) $\left(\frac{a-1}{a+1} - \frac{a+1}{a-1}\right) \cdot \frac{1-a^2}{4a}$;			б) $\frac{a^{-3}a^2}{a^{-5}}$;		
а) $\left(\frac{b+1}{b-1} + \frac{b-1}{b+1}\right) \cdot \frac{b^2-1}{b^2+1}$;			б) $\frac{2^{-1}a^{-2}b^{-3}}{4^{-2}a^0}$;		

В - III		9 балів		В - IV	
1. ЗНАЙТИ ДОБУТОК І ЧАСТКУ ДРОБІВ.					
а) $\frac{-10y^2}{9a} \cdot \left(\frac{-9b}{10y^3}\right)$;		б) $m \cdot \frac{ab}{2mx^3}$;		а) $\frac{12xy^4}{5a^4b} \cdot \left(\frac{-5a^3b}{4xy^4}\right)$;	
				б) $\frac{4xy^2}{3am^2} \cdot (-6a^2m^2)$;	
2. СПРОСТИТИ ВИРАЗИ.					
а) $\frac{a^2-4a}{36a^2-1} : \frac{a^4-64a}{36a^2-12a+1}$;		а) $\frac{x^2-9y^2}{16x^2-9y^2} : \frac{x^2+6xy+9y^2}{16x^2-24xy+9y^2}$;			
б) $\frac{3(x+y)}{4y^3(x^2+y^2)} : \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$;		б) $\frac{a^2-b^2}{3a+3b} \cdot \frac{3a^3}{3b-5a}$;			
3. ВИКОНАТИ ДІЇ.					
а) $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) : \frac{ab}{a^3+b^3}$;			б) $\left(\frac{x^{-1}+1}{x^{-1}-1}\right)^{-1}$;		
а) $\left(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2}\right) : \frac{2x}{x^3+8}$;			б) $(a^{-1}+b^{-1}) \cdot (a+b)^{-1}$;		
б) $\left(2a + \frac{1-a^2}{1+a}\right) : \frac{a^2+2a+1}{1-a} + \frac{2a}{a+1}$;			б) $\left(\frac{1-b^2}{1-b} - 2b\right) : \frac{b^2-2b+1}{b+1} - \frac{2b}{b-1}$;		

В – V	12 балів	В – VI
1. ВИКОНАТИ ДІЇ.		
а) $\frac{9a^2-4}{a^2-1} - \frac{a+1}{6a-4}$; б) $\frac{35c^4n^5}{39a^7x^2} : \frac{49c^3n^5}{26a^5x^3} \cdot \frac{7k^3a}{4x^2}$; в) $\frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-ab+b^2} : \frac{5a-5b}{a^3+b^3}$; г) $(8a^3+1) \cdot \frac{m}{4a^2-2a+1}$.	а) $\frac{5y-10}{y+1} \cdot \frac{y^2-1}{y^2-4}$; б) $\frac{3x^3y^3}{8ab^4} : \frac{27y^4b}{6xa} \cdot \frac{18ay^4}{4x^2a}$; в) $\frac{4x-4}{5x+5} : \frac{x^2-2x+1}{x^2+2x+1}$; г) $\frac{3a}{1+2x+4x^2} \cdot (1-8x^3)$.	
2. СПРОСТИТИ ВИРАЗИ.		
а) $\left(\frac{2y}{(b-x)^2} + \frac{y}{b^2-x^2} \right) \cdot \frac{(x-b)^2}{y} : \frac{2x}{b+x}$; б) $\left(\frac{10}{3} x^{-6} y^{n-2} z^2 \right) : \frac{6^{-1}}{5^{-1} x^4 y^2 z^{-3}}$.	а) $\left(\frac{3y}{b^2-y^2} + \frac{y}{(y-b)^2} \right) \cdot \frac{(b-y)^2}{2y} + \frac{3y}{b+y}$; б) $\frac{1}{12a^{n-1}b^{-3}c^{-4}} : \left(\frac{5}{6} a^{-n} b^{n+1} c^6 \right)$.	
3. ДОВЕСТИ ТОТОЖНІСТЬ.		
$\left(\frac{8+a^3}{x^2-y^2} : \frac{4-2a+a^2}{x-y} \right) : \left(x + \frac{xy+y^2}{x+y} \right) = \frac{a+2}{(x+y)^2}$.	$\left(\frac{b^2}{a^3-ab^2} + \frac{1}{a+b} \right) : \left(\frac{a-b}{a^2+ab} - \frac{a}{b^2+ab} \right) = \frac{b}{b-a}$.	

§2. КВАДРАТНІ КОРЕНІ. ДІЙСНІ ЧИСЛА

КВАДРАТНІ КОРЕНІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Означення	Приклади
Квадратним коренем з числа a називають число, квадрат якого дорівнює a .	$x^2 = 25$, $x_1 = 5; x_2 = -5$ — квадратні корені.
Арифметичним квадратним коренем з числа a називається невід'ємне число, квадрат якого дорівнює a . Арифметичний квадратний корінь з числа a позначається знаком \sqrt{a} ; a називається підкореневим виразом. Дія, за допомогою якої знаходиться арифметичний квадратний корінь, називається здобуттям квадратного кореня. Рівність $\sqrt{a} = b$ є правильною, якщо 1) $b \geq 0$; 2) $b^2 = a$.	$\sqrt{25} = 5$; 5 — арифметичний квадратний корінь. $\sqrt{81} = 9$.
При $a < 0$ \sqrt{a} не має змісту, бо квадрат будь-якого числа невід'ємний.	$\sqrt{-25}$ не має змісту.
При будь-якому a , якщо \sqrt{a} має зміст, правильна рівність: $(\sqrt{a})^2 = a$.	$(\sqrt{9})^2 = 9$; $(\sqrt{7})^2 = 7$.

ВЛАСТИВОСТІ АРИФМЕТИЧНОГО КВАДРАТНОГО КОРЕНЯ	
Якщо $a \geq 0, b \geq 0$, то $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.	$\sqrt{4 \cdot 1} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{1} = 2 \cdot 1 = 2$; $\sqrt{16 \cdot x} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{x} = 4\sqrt{x}$.
Якщо $a \geq 0, b > 0$, то $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.	$\sqrt{\frac{36}{16}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{16}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$.
Для будь-якого значення a правильна рівність: $\sqrt{a^2} = a $.	$\sqrt{(-3)^2} = -3 = 3$; $\sqrt{4y^2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{y^2} = 2 y $.
Внесення множника з-під знака кореня.	$\sqrt{125} = \sqrt{3 \cdot 25} = 5\sqrt{3}$.
Внесення множника під знак кореня.	$10\sqrt{2} = \sqrt{100 \cdot 2} = \sqrt{200}$.
РІВНЯННЯ $x = a^2$	
Якщо $a < 0$, то рівняння розв'язків не має; Якщо $a = 0$, то рівняння має один розв'язок $x = 0$;	$x^2 = -25$, розв'язків немає; $x^2 = 0, x = 0$;
Якщо $a > 0$, то рівняння має два розв'язки: $x_1 = \sqrt{a}; x_2 = -\sqrt{a}$.	$x^2 = 144$; $x_1 = 12; x_2 = -12$; $x^2 = 7$; $x_1 = \sqrt{7}; x_2 = -\sqrt{7}$.

ДІЙСНІ ЧИСЛА

<p>Числа, які можна записати у вигляді дроби $\frac{m}{n}$, де m — ціле число, n — натуральне, називаються <u>раціональними</u>. Це всі цілі і дробові числа (додатні і від'ємні). Наприклад, $\frac{7}{13}$; $-\frac{3}{10}$. Всі інші числа носять назву <u>ірраціональних</u> $\sqrt{5}$, $\sqrt{11}$. Раціональні та ірраціональні числа складають множину <u>дійсних</u> чисел.</p>	
<p>N — множина натуральних чисел; Q — множина раціональних чисел; Z — множина цілих чисел; R — множина дійсних чисел.</p>	
Означення	Приклади
<p>Квадратний корінь з раціонального числа може бути:</p> <p>а) цілим числом;</p>	$\sqrt{64} = 8; \sqrt{4} = 2;$
<p>б) десятковим дробом;</p>	$\sqrt{0,36} = 0,6; \sqrt{0,0025} = 0,05;$
<p>в) нескінченним неперіодичним десятковим дробом або нескінченним періодичним десятковим дробом.</p>	$\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7} = 0,57142857\dots$ $\sqrt{\frac{81}{121}} = \frac{9}{11} = 0,818181\dots$
<p>У всіх випадках, описаних вище, квадратний корінь є раціональним числом.</p>	
<p>г) нескінченним неперіодичним десятковим дробом (в цьому випадку квадратні корені є ірраціональними числами).</p>	$\sqrt{2} = 1,4142\dots$ $\sqrt{7} = 2,645751\dots$

УЧНІВСЬКА СТОРІНКА



1. ЗНАЙТИ КОРЕНІ.	1) $\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$.	2) $\sqrt{x^2-2x+1}$, $x > 1$.	
Розв'язання	$\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}-\sqrt{2} =$ $= \sqrt{3}-\sqrt{2}$, оскільки $\sqrt{3} > \sqrt{2}$.	$\sqrt{x^2-2x+1} = \sqrt{(x-1)^2} =$ $= x-1 = x-1$, оскільки $(x-1) > 0$, якщо $x > 1$.	
	Відповідь: $\sqrt{3}-\sqrt{2}$.	Відповідь: $x-1$.	
2. СПРОСТИТИ.	$\sqrt{(3-m)^2}$.		
Розв'язання.	$\sqrt{(3-m)^2} = 3-m = \begin{cases} 3-m, & \text{якщо } 3-m > 0, m < 3 \\ m-3, & \text{якщо } m-3 > 0, m > 3 \\ 0, & \text{якщо } m-3 = 0, m = 3. \end{cases}$		
Відповідь:	$\begin{cases} 3-m, & \text{якщо } m < 3 \\ m-3, & \text{якщо } m > 3 \\ 0, & \text{якщо } m = 3. \end{cases}$		
3. РОЗКЛАСТИ НА МНОЖНИКИ.	1) $t^2 - 36$.	2) $9c^2 - 1$.	3) $x - 16$.
Розв'язання.	$t^2 - 36 = (t-6)(t+6)$.	$9c^2 - 1 = (3c-1)(3c+1)$.	$x - 16 = (\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)$.
	Відповідь: $(t-6)(t+6)$.	Відповідь: $(3c-1)(3c+1)$.	Відповідь: $(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)$.

4. РОЗКЛАСТИ НА МНОЖНИКИ.	1) $y^2 - 5$.	2) $\sqrt{21} - \sqrt{3}$.	3) $\sqrt{55} - \sqrt{5}$.
Розв'язання.	$y^2 - 5 = (y - \sqrt{5})(y + \sqrt{5})$.	$\sqrt{21} - \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 7} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{3} = \sqrt{3}(\sqrt{7} - 1)$.	$\sqrt{55} - \sqrt{5} = \sqrt{11 \cdot 5} - \sqrt{5} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{11} - 1)$.
	Відповідь: $(y - \sqrt{5})(y + \sqrt{5})$.	Відповідь: $\sqrt{3}(\sqrt{7} - 1)$.	Відповідь: $\sqrt{5}(\sqrt{11} - 1)$.
5. СПРОСТИТИ ВИРАЗ.	$\sqrt{(x-a)^2 + 4ax}$.		
Розв'язання.	$\sqrt{(x-a)^2 + 4ax} = \sqrt{(x^2 - 2ax + a^2) + 4ax} = \sqrt{x^2 + 2ax + a^2} = \sqrt{(x+a)^2} = x+a $.		
Відповідь: $ x+a $.			
6. СКОРОТИТИ ДРІБ.	$\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$.		
Розв'язання.	$\frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x})^2-1} = \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$.		
Відповідь: $\frac{1}{\sqrt{x}+1}$.			
7. ПОРІВНЯТИ.	$2\sqrt{5} ? 4\sqrt{2}$.		
Розв'язання. Внесемо множник під знак кореня:	$2\sqrt{5} ? 4\sqrt{2}; \sqrt{4 \cdot 5} ? \sqrt{16 \cdot 2};$ $\sqrt{20} < \sqrt{32}$, отже $2\sqrt{5} < 4\sqrt{2}$.		
Відповідь: $2\sqrt{5} < 4\sqrt{2}$.			
8. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.	1) $x^2 = 36$.	2) $x^2 = 15$.	
Розв'язання.	$x^2 = 36; x_1 = 6; x_2 = -6$.	$x^2 = 15; x_1 = \sqrt{15}; x_2 = -\sqrt{15}$.	
	Відповідь: 6; -6.	Відповідь: $\sqrt{15}; -\sqrt{15}$.	
	3) $4x^2 = 36$.	4) $3x^2 = 36$.	5) $3\sqrt{x} = 18$.
	$4x^2 = 36; x^2 = 9$ $x_1 = 3; x_2 = -3$.	$3x^2 = 36;$ $x^2 = 12;$ $x_1 = \sqrt{12}; x_2 = -\sqrt{12};$ $x_1 = \sqrt{4 \cdot 3}; x_2 = -\sqrt{4 \cdot 3};$ $x_1 = 2\sqrt{3}; x_2 = -2\sqrt{3}$.	$3\sqrt{x} = 18;$ $\sqrt{x} = 6;$ $(\sqrt{x})^2 = 6^2;$ $x = 36$.
	Відповідь: 3; -3.	Відповідь: $2\sqrt{3}; -2\sqrt{3}$.	Відповідь: 36.

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ КОРЕНЯ.

а) $\sqrt{36}$; б) $\sqrt{0,64}$; в) $\sqrt{\frac{1}{9}}$; г) $\sqrt{2500}$; д) $\sqrt{0,01}$; е) $\sqrt{0}$; є) $\sqrt{400}$; ж) $\sqrt{10000}$.

з) $\sqrt{\frac{81}{16}}$; и) $\sqrt{\frac{1}{0,49}}$; к) $10\sqrt{0,04}$; л) $-\sqrt{\frac{4,9}{12,1}}$; м) $(\sqrt{21,2})^2$;

н) $\sqrt{1,69}$; о) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$; п) $\sqrt{4\frac{25}{36}}$; р) $\sqrt{(-7)^2}$; с) $(-\sqrt{0})^2$.

2. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.

а) $\sqrt{49 \cdot 64}$; г) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$; є) $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{0,004}$; и) $\sqrt{0,16} \cdot \sqrt{0,04}$; м) $\frac{\sqrt{490}}{\sqrt{810}}$.

б) $\sqrt{1\frac{17}{64} \cdot 16}$; д) $\sqrt{4 \cdot 25 \cdot 36}$; ж) $\sqrt{0,9} \cdot \sqrt{0,9} + \sqrt{9}$; к) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$;

в) $\sqrt{5^2 \cdot 0,9 \cdot 0,4}$; е) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{32}}{\sqrt{2}}$; з) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{3}$; л) $(\sqrt{50} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$; н) $\frac{\sqrt{12,1}}{\sqrt{10}}$.

3. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНЬ ВИРАЗУ.

а) \sqrt{x} ; б) $\sqrt{-x^2}$; в) $\sqrt{-x}$.

4. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

а) $x^2 = 9$; б) $x^2 - 18 = 0$; в) $\sqrt{x} = 7$; г) $x^2 = -16$.

д) $x^2 = 169$; е) $3 \cdot x^2 = 21$; є) $x^2 = 7$; ж) $2\sqrt{x} = 18$; з) $\sqrt{x+2} = 1$.

5. ВИНЕСТИ МНОЖНИК З-ПІД ЗНАКУ КОРЕНЯ.

а) $\sqrt{72}$; б) $\sqrt{156}$; в) $\sqrt{36 \cdot 7}$; г) $\sqrt{27a^3}$

д) $\sqrt{196 \cdot 50}$; е) $\sqrt{128x}$; є) $\sqrt{18a^2}$; ж) $\sqrt{-25c^3}$

6. ВНЕСТИ МНОЖНИК ПІД ЗНАК КОРЕНЯ.

а) $2\sqrt{5}$; б) $\frac{1}{3}\sqrt{9}$; в) $-3\sqrt{7}$; г) $x\sqrt{11}$, якщо $x > 0$.

д) $\frac{3}{5}\sqrt{75}$; е) $-\frac{2}{5}\sqrt{85}$; ж) $2a\sqrt{3}$, якщо $a > 0$; з) $x\sqrt{5}$, якщо $x < 0$.

7. ОБЧИСЛИТИ.

а) $(7 - \sqrt{5})(7 + \sqrt{5})$; в) $\sqrt{7^4}$; д) $\sqrt{(-2)^8}$; є) $(-\sqrt{7})^4$;

б) $(2 + \sqrt{3})^2$; г) $\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}$; е) $\sqrt{3^4 \cdot 2^{10}}$; ж) $\sqrt{13^2 - 12^2}$;

8. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.

а) $(2\sqrt{5} - 5\sqrt{3}) \cdot (2\sqrt{5} + 5\sqrt{3})$; в) $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$; д) $\sqrt{(-7)^4}$; є) $\sqrt{72,5^2 - 71,5^2}$; з) $(-\sqrt{8})^4$.

б) $(2\sqrt{5} - 1)^2$; г) $\sqrt{5^6}$; е) $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^8} \cdot 4^6$; ж) $\frac{1}{3\sqrt{2}-2} - \frac{1}{3\sqrt{2}+2}$;

9. СПРОСТИТИ.

а) $\sqrt{b^2}$, якщо $b > 0$; б) $-7\sqrt{a^4}$; в) $\sqrt{a^6}$, якщо $a < 0$; г) $\sqrt{(a-3)^2}$, якщо $a \geq 3$; д) $\sqrt{a^2 + 6a^2 + 9}$, якщо $a \geq -3$.

10. СПРОСТИТИ.

а) $\sqrt{a^2}$, якщо $a < 0$; б) $-\frac{1}{3}\sqrt{b^{12}}$; в) $\sqrt{b^{18}}$, якщо $b < 0$; г) $\sqrt{(a-5)^2}$, якщо $a < 5$; д) $\sqrt{b^4 + 10b^2 + 25}$, якщо $b < -5$.

11. ЯКІ З ДАНИХ ЧИСЕЛ Є РАЦІОНАЛЬНИМИ І ЯКІ — ІРРАЦІОНАЛЬНИМИ?

а) $\sqrt{9}$; $\sqrt{11}$; $\sqrt{8}$; $-\sqrt{6}$; $-\sqrt{81}$; $\sqrt{0}$; $\sqrt{\frac{121}{169}}$.

б) $\sqrt{3}$; $\sqrt{128}$; $-\sqrt{71}$; $-\sqrt{196}$; $\sqrt{1}$; $\sqrt[3]{\frac{33}{64}}$.

12. ЯКИЙ З ДАНИХ ДЕСЯТКОВИХ ДРОБІВ МОЖЕ БУТИ ВИРАЖЕНИЙ

У ВИГЛЯДІ ДРОБУ $\frac{m}{n}$, $m \in Z, n \in N$?

а) 0,03003000300003... б) 0,1313313331... в) 0,777777... г) 2,070070007...
 д) 0,4040040004... е) 0,2515515551... є) 0,3546546546... ж) 8,393393339...

13. ПОДАТИ У ВИГЛЯДІ НЕСКІНЧЕННОГО ДЕСЯТКОВОГО ДРОБУ.

а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{4}{7}$; в) 1,7; г) $-\frac{5}{6}$.

д) $\frac{2}{9}$; е) $\frac{3}{8}$; є) $-3\frac{2}{7}$.

14. ПОРІВНЯТИ.

а) 2,17 і 2,171717...; б) 1,(43) і 1,43.

в) $\sqrt{5}$ і 3; г) $\sqrt{3}$ і 1,8.

15. НАВЕСТИ ПРИКЛАД ДВОХ ІРРАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ:

а) добуток яких є раціональним числом; б) сума яких є раціональним числом.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-2-1)

ТЕМА. КВАДРАТНІ КОРЕНІ

В – I	6 балів	В – II	В – III	9 балів	В – IV
1. ОБЧИСЛИТИ.					
а) $\sqrt{36 \cdot 121 \cdot 0,25}$;	а) $\sqrt{25 \cdot 144 \cdot 0,36}$;	а) $\sqrt{0,09 \cdot 144 \cdot 0,81}$;	а) $\sqrt{1,96 \cdot 0,16 \cdot 25}$;		
б) $\sqrt{1\frac{25}{144}}$;	б) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$;	б) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{192}}$;	б) $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{27}}$;		
в) $(\sqrt{17}+3) \cdot (\sqrt{17}-3)$.	в) $(\sqrt{8}+2)(\sqrt{8}-2)$.	в) $\sqrt{123^2 - 122^2}$.	в) $\sqrt{85^2 - 84^2}$.		
2. ВИНЕСТИ МНОЖНИК З-ПІД ЗНАКА КОРЕНЯ.					
$\sqrt{108}$.	$\sqrt{128}$.	$\sqrt{32a^3}$.	$\sqrt{27c^3}$.		
3. ВНЕСТИ МНОЖНИК ПІД ЗНАК КОРЕНЯ.					
$\frac{2}{3}\sqrt{18}$.	$\frac{3}{4}\sqrt{32}$.	$x\sqrt{12}$, якщо $x > 0$.	$a\sqrt{7}$, якщо $a > 0$.		
4. ПОРІВНЯТИ.					
$2\sqrt{5}$ та $4\sqrt{2}$.			$3\sqrt{7}$ та $5\sqrt{3}$.		



В - V		12 балів		В - VI	
1. ОБЧИСЛИТИ.					
а) $\sqrt{12^4 \cdot 10^2}$; б) $\frac{\sqrt{363}}{\sqrt{12}}$; в) $\sqrt{98,5^2 - 97,5^2}$.			а) $\sqrt{3^6 \cdot 2^4}$; б) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{147}}$; в) $\sqrt{25,5^2 - 24,5^2}$.		
2. ВИНЕСТИ МНОЖНИК З-ПІД ЗНАКА КОРЕНЯ.					
$\sqrt{-125y^3}$.			$\sqrt{-27a^3}$.		
3. ВНЕСТИ МНОЖНИК ПІД ЗНАК КОРЕНЯ.					
$y\sqrt{24}$, якщо $y < 0$.			$z\sqrt{6}$, якщо $z < 0$.		
4. ПОРІВНЯТИ.					
$2\sqrt{5}$ та $4\sqrt{2}$.		$3\sqrt{7}$ та $5\sqrt{3}$.		$\frac{1}{3}\sqrt{90}$ та $\frac{1}{5}\sqrt{300}$.	
				$\frac{1}{4}\sqrt{112}$ та $\frac{1}{2}\sqrt{32}$.	

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-2-2)

ТЕМА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВПРАВ

В - I		7 балів		В - II		В - III		9 балів		В - IV		В - V		12 балів		В - VI	
1. СКОРОТИТИ ДРІБ.																	
$\frac{a-4}{\sqrt{a}-2}$.		$\frac{x-9}{\sqrt{x}+3}$.		$\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$.		$\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.		$\frac{2\sqrt{5}+6}{\sqrt{5}+3}$.		$\frac{3\sqrt{2}-9}{\sqrt{2}-3}$.							
2. ПЕРЕТВОРИТИ ВИРАЗ.																	
$\sqrt{x^{10}}$, якщо $x < 0$.		$\sqrt{y^6}$, якщо $y < 0$.		$\sqrt{(x-2)^2}$, якщо $x \geq 2$.		$\sqrt{(y+3)^2}$, якщо $y \geq -3$.		$\sqrt{(a-2)^2}$.		$\sqrt{(a+4)^2}$.							
3. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.																	
а) $x^2 = 121$; б) $x^2 = 5$; в) $\sqrt{x} = 12$.		а) $y^2 = 144$; б) $y^2 = 19$; в) $\sqrt{y} = 11$.		а) $x^2 = 12$; б) $3 \cdot x^2 = 27$; в) $\sqrt{x} = 1,2$; г) $\sqrt{x^2} = \frac{5}{7}$.		а) $y^2 = 18$; б) $5y^2 = 20$; в) $\sqrt{y} = \frac{3}{8}$; г) $\sqrt{y^2} = 2,1$.		а) $x^2 - 8 = 0$; б) $4x^2 = 81$; в) $\sqrt{x-1} = 4$; г) $\sqrt{(y+3)^2} = 6$.		а) $y^2 - 32 = 0$; б) $9y^2 = 49$; в) $\sqrt{y+1} = 6$; г) $\sqrt{(x-2)^2} = 5$.							

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-2-2)

ТЕМА. КВАДРАТНІ КОРЕНІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

В - I		8 балів		В - II		В - III		9 балів		В - IV	
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.											
а) $\frac{1}{3}\sqrt{0,09} + 0,25\sqrt{144}$; б) $4\sqrt{1\frac{9}{16}} - 3$.		а) $\frac{1}{7}\sqrt{1,96} - 0,2\sqrt{81}$; б) $5 + 3\sqrt{2\frac{7}{9}}$.		а) $(\sqrt{3} - \sqrt{12}) \cdot \sqrt{3}$; б) $(12\sqrt{45} - 6\sqrt{20}) : 3\sqrt{5}$; в) $(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2 \cdot (7 - 2\sqrt{10})$.		а) $(\sqrt{2} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$; б) $(4\sqrt{75} + 2\sqrt{12}) : 2\sqrt{3}$; в) $(\sqrt{3} - \sqrt{7})^2 \cdot (10 + 2\sqrt{21})$.					
2. СПРОСТИТИ.											
а) $12\sqrt{3} - 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$; б) $x^2\sqrt{81x^2}$, якщо $x \geq 0$.		а) $11\sqrt{2} - 2\sqrt{50} + \sqrt{98}$; б) $y^4\sqrt{18y^2}$, якщо $y \geq 0$.		$(\sqrt{16ab} - \sqrt{121ab}) -$ $-(5\sqrt{9ab} - 3\sqrt{36ab})$		$(\sqrt{25cd} + \sqrt{81cd}) -$ $-(2\sqrt{144cd} + 9\sqrt{4cd})$					
3. ПОРІВНЯТИ.											
$2\sqrt{11}$ та $3\sqrt{5}$.		$5\sqrt{2}$ та $4\sqrt{3}$.		$\frac{1}{2}\sqrt{10}$ та $3\sqrt{\frac{1}{3}}$.		$6\sqrt{\frac{1}{3}}$ та $\frac{1}{2}\sqrt{44}$.					
4. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.											
а) $x^2 = 0,64$; в) $\sqrt{x} = 13$; б) $x^2 = 39$; г) $\sqrt{x^2} = 7$.		а) $y^2 = 0,16$; в) $\sqrt{y} = 15$; б) $y^2 = 41$; г) $\sqrt{y^2} = 6$.		а) $3x^2 = 2,43$; г) $\sqrt{x^2} - 2,7 = 0$; б) $x^2 - 48 = 0$; в) $(\sqrt{x} - 4)(\sqrt{x} + 3) = 0$;		а) $4y^2 = 3,24$; г) $3,2 - \sqrt{y^2} = 0$; б) $y^2 - 80 = 0$; в) $(5 - \sqrt{y})(\sqrt{y} + 2) = 0$;					

В – V	12 балів	В – VI
1. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.		
а) $\sqrt{8} + \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{1}{32}}$;		а) $\sqrt{\frac{1}{72}} + \sqrt{32} - \sqrt{\frac{1}{18}}$;
б) $(3\sqrt{5} - 4\sqrt{2})^2 + 24\sqrt{10}$;		б) $(2\sqrt{3} + 5\sqrt{2})^2 - 20\sqrt{6}$;
в) $\sqrt{(\sqrt{17} - 5)^2} + \sqrt{(\sqrt{17} + 16)^2}$.		в) $\sqrt{(\sqrt{11} + 7)^2} - \sqrt{(2 - \sqrt{11})^2}$.
2. СПРОСТИТИ.		
$8\sqrt{\frac{a}{16}} - 3\sqrt{\frac{a}{9}}$.		$27\sqrt{\frac{c}{81}} - 5\sqrt{\frac{c}{25}}$.
3. ПОРІВНЯТИ.		
$\frac{1}{2}\sqrt{56}$ та $9\sqrt{\frac{1}{6}}$.		$3\sqrt{\frac{1}{2}}$ та $\frac{1}{4}\sqrt{80}$.
4. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $3x^2 - \frac{1}{3} = 0$; в) $\sqrt{x-5} - 2,1 = 0$;		а) $\frac{12}{25} - 3y^2 = 0$; в) $1,7 - \sqrt{0,8+y} = 0$;
б) $2\frac{13}{16} - x^2 = 0$; г) $\sqrt{(x-7)^2} = 2$.		б) $y^2 - 1\frac{11}{64} = 0$; г) $\sqrt{(y+1)^2} = 4$.

§3. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ КВАДРАТНИХ РІВНЯНЬ

КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

Означення	Приклади
Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де x – змінна; a, b, c – деякі числа, причому $a \neq 0$, називають <u>квадратним рівнянням</u> ; a – перший коефіцієнт, b – другий, c – вільний член.	$2x^2 + 3x - 1 = 0$; $x^2 - 2x + 4 = 0$.
Якщо в цьому рівнянні хоча б один з коефіцієнтів дорівнює нулю, то дане рівняння називають <u>неповним квадратним рівнянням</u> . Неповні квадратні рівняння бувають трьох видів: 1) $ax^2 = 0$; 2) $ax^2 + bx = 0$; 3) $ax^2 + c = 0$.	
1) $ax^2 = 0$ при $b = 0, c = 0$; $x^2 = 0$; $x = 0$ рівняння має тільки один розв'язок.	$5x^2 = 0$; $x = 0$. Відповідь: 0.
2) При $c = 0, ax^2 + bx = 0$; $x(ax + b) = 0$; $x_1 = 0$ або $(ax + b) = 0; x_2 = -\frac{b}{a}$ рівняння завжди має два розв'язки.	$4x^2 + 3x = 0$; $x(4x + 3) = 0$; $x = 0$ або $4x + 3 = 0$; $x = -\frac{3}{4}$. Відповідь: $0, -\frac{3}{4}$.
3) При $b = 0, ax^2 + c = 0$; $x^2 = -\frac{c}{a}$, оскільки $c \neq 0$, то $-\frac{c}{a} \neq 0$, тоді: а) якщо $-\frac{c}{a} > 0$, то рівняння має два розв'язки $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$; $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$; б) якщо $-\frac{c}{a} < 0$, то рівняння не має розв'язків.	$9x^2 - 4 = 0$; $x^2 = \frac{4}{9}$; $x_1 = \frac{2}{3}; x_2 = -\frac{2}{3}$. Відповідь: $\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}$. $16x^2 + 9 = 0$; $x^2 = -\frac{9}{16}$ немає розв'язків. Відповідь: немає розв'язків.
Якщо $a = 1$, то квадратне рівняння називають <u>зведеним</u> .	$x^2 - x + 30 = 0$.

Повні квадратні рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, розв'язуємо за формулою:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ де } D = b^2 - 4ac \text{ називають дискримінантом даного квадратного рівняння.}$$

Якщо $D < 0$, то рівняння не має дійсних розв'язків.

$$2x^2 + 5x + 6 = 0;$$

$$D = 25 - 48 = -23;$$

$D < 0$, отже, рівняння не має дійсних розв'язків.

Якщо $D = 0$, то рівняння має два однакові розв'язки:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}.$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0;$$

$$D = 16 - 16 = 0, D = 0,$$

отже, рівняння має два однакові розв'язки:

$$x_1 = x_2 = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}.$$

Відповідь: $-0,5$.

Якщо $D > 0$, то рівняння має два різні розв'язки:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}.$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 0;$$

$$D = 9 - 8 = 1;$$

$$x_1 = \frac{-3 + 1}{4} = -\frac{1}{2}; x_2 = \frac{-3 - 1}{4} = -1.$$

Відповідь: $-0,5; -1$.

Для квадратного рівняння $ax^2 + 2kx + c = 0$, другий коефіцієнт якого — парне число, формулу розв'язків зручно записати так:

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}, \text{ де } D_1 = k^2 - ac.$$

$$3x^2 + 8x - 3 = 0;$$

$$D_1 = 16 + 9 = 25;$$

$$x_1 = \frac{-4 + 5}{3} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{-4 - 5}{3} = -3.$$

Відповідь: $\frac{1}{3}, -3$.

Теорема Вієта.

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}, x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

у зведеному квадратному рівнянні $x^2 + bx + c = 0$

$$x_1 + x_2 = -b; x_1 \cdot x_2 = c.$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$x_1 + x_2 = 5;$$

$$x_1 \cdot x_2 = 6;$$

$$x_1 = 3; x_2 = 2.$$

Відповідь: $2; 3$.

Рівняння виду $ax^4 + bx^2 + c = 0$, де $a \neq 0$, $b \neq 0$ називається бікватратним рівнянням.

$$2x^4 + 3x^2 + 4 = 0.$$

Формула розкладу квадратного тричлена на множники:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2).$$

$$2x^2 - x - 3 = 2(x - x_1)(x - x_2);$$

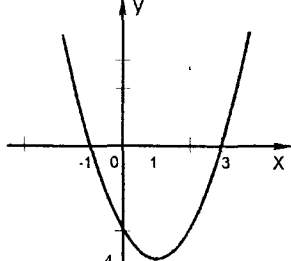
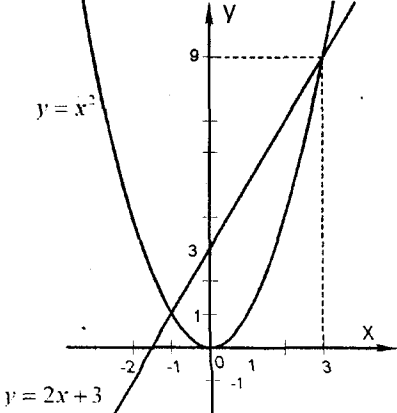
$$2x^2 - x - 3 = 0;$$

$$x_1 = 1,5; x_2 = -1.$$

$$2x^2 - x - 3 = 2(x - 1,5)(x + 1).$$



<p>1. ЗНАЙТИ ВСІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ.</p>	<p>1) $11x^2 - 99 = 0$.</p>	<p>2) $x^2 - 4x = 0$.</p>	<p>3) $4x^2 - 3x - 1 = 0$.</p>
<p>Розв'язання.</p>	<p>Перетворимо дане рівняння. Знайдемо невідомий множник. $11x^2 = 99$; $x^2 = 99 : 11$; $x^2 = 9$; $x_1 = \sqrt{9}$; $x_2 = -\sqrt{9}$; $x_1 = 3$; $x_2 = -3$.</p>	<p>Винесемо спільний множник за дужки. $x(x - 4) = 0$ $x = 0$; або $x - 4 = 0$; $x = 4$.</p>	<p>$D = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-1) = 9 + 16 = 25$, $D > 0$, отже, рівняння має два різні розв'язки: $x_1 = \frac{-(-3) + \sqrt{25}}{8}$; $x_2 = \frac{-(-3) - \sqrt{25}}{8}$; $x_1 = \frac{3+5}{8}$; $x_2 = \frac{3-5}{8}$; $x_1 = 1$; $x_2 = -\frac{1}{4}$;</p>
	<p>Відповідь: -3; 3.</p>	<p>Відповідь: 0, 4.</p>	<p>Відповідь: $-\frac{1}{4}$; 1.</p>
<p>2. ЗНАЙТИ ВСІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ.</p>	<p>1) $x^2 + 7x + 10 = 0$;</p>	<p>2) $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = 0$.</p>	
<p>Розв'язання. I спосіб.</p>	<p>$D = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 49 - 40 = 9$, $D > 0$, отже, рівняння має два різні розв'язки: $x_1 = \frac{-7 + \sqrt{9}}{2}$; $x_2 = \frac{-7 - \sqrt{9}}{2}$; $x_1 = \frac{-7+3}{2}$; $x_2 = \frac{-7-3}{2}$; $x_1 = -2$; $x_2 = -5$</p>	<p>$D = (-3)^2 - 4 \cdot \frac{1}{4} \cdot 9 = 9 - 9 = 0$, $D = 0$, отже, рівняння має два однакові розв'язки: $x_1 = x_2 = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$;</p>	
<p>II спосіб.</p>	<p>За теоремою Вієта: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -7; & x_1 = -2; \\ x_1 \cdot x_2 = 10; & x_2 = -5; \end{cases}$</p>	<p>За формулою скороченого множення маємо: $\frac{1}{4}x^2 - 3x + 9 = \left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2$, отже, маємо рівняння: $\left(\frac{1}{2}x - 3\right)^2 = 0$; $\frac{1}{2}x - 3 = 0$; $\frac{1}{2}x = 3$; $x = 3 \cdot \frac{1}{2}$; $x = 6$.</p>	
	<p>Відповідь: -2; -5.</p>	<p>Відповідь: 6.</p>	
<p>3. РОЗКЛАСТИ КВАДРАТНИЙ ТРИЧЛЕН НА МНОЖНИКИ.</p>	<p>1) $y^2 - 3y + 2 = (y - y_1)(y - y_2)$.</p>	<p>2) $4x^2 - 19x + 12 = 4(x - x_1)(x - x_2)$.</p>	
<p>Розв'язання.</p>	<p>$y^2 - 3y + 2 = 0$; За теоремою Вієта: $y_1 = 2$; $y_2 = 1$, отже $y^2 - 3y + 2 = (y - 2)(y - 1)$.</p>	<p>$4x^2 - 19x + 12 = 0$; $D = (-19)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 12 = 361 - 192 = 169$; $x_1 = \frac{-(-19) + \sqrt{169}}{2 \cdot 4}$; $x_2 = \frac{-(-19) - \sqrt{169}}{2 \cdot 4}$; $x_1 = \frac{19+13}{8}$; $x_2 = \frac{19-13}{8}$; $x_1 = 4$; $x_2 = \frac{3}{4}$; $4x^2 - 19x + 12 = 4(x - 4)\left(x - \frac{3}{4}\right) = (x - 4)(4x - 3)$.</p>	
	<p>Відповідь: $(y - 2)(y - 1)$.</p>	<p>Відповідь: $(x - 4)(4x - 3)$.</p>	

4. СКОРОТИ-ТИ ДРІБ.	1) $\frac{x^2 - 7x - 8}{x + 1}$.	2) $\frac{2x^2 + x - 6}{2x^2 - 3x}$.						
Розв'язання.	<p>Розкладемо чисельник на множники: $x^2 - 7x - 8 = (x - x_1)(x - x_2)$; $x^2 - 7x - 8 = 0$. За теоремою Вієта: $x_1 = 8$; $x_2 = -1$; $x^2 - 7x - 8 = (x - 8)(x + 1)$, тоді: $\frac{x^2 - 7x - 8}{x + 1} =$ $= \frac{(x - 8)(x + 1)}{x + 1} = x - 8$.</p>	<p>Розкладемо чисельник на множники: $2x^2 + x - 6 = 2(x - x_1)(x - x_2)$; $2x^2 + x - 6 = 0$; $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 1 + 48 = 49$; $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2 \cdot 2}$; $x_2 = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2 \cdot 2}$; $x_1 = \frac{-1 + 7}{4}$; $x_2 = \frac{-1 - 7}{4}$; $x_1 = \frac{3}{2}$; $x_2 = -2$, тобто $2x^2 + x - 6 = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)(x + 2) = (2x - 3)(x + 2)$; тоді: $\frac{2x^2 + x - 6}{2x^2 - 3x} = \frac{(2x - 3)(x + 2)}{x(2x - 3)} = \frac{x + 2}{x}$.</p>						
	Відповідь: $x - 8$.	Відповідь: $\frac{x + 2}{x}$.						
5. РОЗВ'ЯЗАТИ ГРАФІЧНО КВАДРАТНЕ РІВНЯННЯ (ДВОМА СПОСОБАМИ).		$x^2 - 2x - 3 = 0$.						
I спосіб. Побудуємо графік функції	Розв'язками цього рівняння будуть абсиси точок перетину графіка функції $y = x^2 - 2x - 3$ з віссю Ox . $y = x^2 - 2x - 3$ – парабола. Область визначення функції: всі числа.							
Знайдемо координати вершини параболи:	$x_0 = -\frac{b}{2a}$; $x_0 = -\frac{-2}{2} = 1$;							
	$y_0 = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$; $(1; -4)$ – вершина параболи. $a = 1 > 0$, вітки параболи направлені вгору. Абсиси точок, в яких парабола перетинає вісь Ox , є розв'язками рівняння $x_1 = -1$; $x_2 = 3$;							
II спосіб. 	Розв'язками цього рівняння будуть абсиси точок перетину графіків функцій: $y = x^2$ та $y = 2x + 3$. Побудуємо графіки функцій: $y = x^2$ – парабола; $y = 2x + 3$ – пряма. <table border="1" data-bbox="824 1541 1126 1617"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> Графіки перетинаються в точках $(-1; 1)$ та $(3; 9)$, а абсиси цих точок і будуть розв'язками рівняння. $x_1 = -1$; $x_2 = 3$.		x	0	-2	y		
x	0	-2						
y								
Відповідь: -1 ; 3 .								

6. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.	$(x^2 + 3)^2 - 14(x^2 + 3) + 24 = 0.$
Розв'язання. Введемо нову змінну: тоді отримаємо рівняння: за теоремою Вієта маємо: спростимо:	$y = x^2 + 3,$ $y^2 - 14y + 24 = 0;$ $y_1 = 12; y_2 = 2,$ отримаємо: $x^2 + 3 = 12; x^2 + 3 = 2,$ $x^2 = 9; x^2 = -1$ — немає розв'язків. $x_1 = \sqrt{9}; x_2 = -\sqrt{9};$ $x_1 = 3 \quad x_2 = -3.$

Відповідь: -3; 3.

7. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.	Із міста А до міста В вирушив пішохід. Відстань АВ дорівнює 10 км. Через 30 хв після нього з міста А до міста В вирушив велосипедист, швидкість якого на 6 км більше швидкості пішохода. Велосипедист, обігнавши пішохода і дійшовши до міста В, повернувся знову до міста А в той же час, коли пішохід прийшов до міста В. Визначити швидкість пішохода.
------------------------------	---

Розв'язання.	<p>Нехай пішохід рухався зі швидкістю x км/год, тоді відстань в 10 км він пройшов за $\frac{10}{x}$ год. Велосипедист їхав зі швидкістю $(x + 6)$ км/год і проїхав відстань 20 км від А до В і назад за $\frac{20}{x + 6}$ год. За умовою задачі, пішохід вийшов на 30 хв раніше, тобто він витратив на проходження шляху на $\frac{1}{2}$ год. більше, ніж велосипедист. Складемо рівняння $\frac{10}{x} - \frac{20}{x + 6} = \frac{1}{2};$</p> $\frac{10}{x} - \frac{20}{x + 6} - \frac{1}{2} = 0;$ $\frac{10 \cdot 2(x + 6) - 20 \cdot 2x - x(x + 6)}{2x(x + 6)} = 0; \frac{20x + 120 - 40x - x^2 - 6x}{2x(x + 6)} = 0;$ $\frac{-x^2 - 26x + 120}{2x(x + 6)} = 0; \frac{x^2 + 26x - 120}{-2x(x + 6)} = 0;$ $\begin{cases} x^2 + 26x - 120 = 0, \\ -2x(x + 6) \neq 0; \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x = 4; \\ x = -30, \end{cases} \\ \begin{cases} x \neq 0; \\ x \neq -6 \end{cases} \end{cases}$ <p>$x = -30$ не задовольняє умову задачі (швидкість не може бути від'ємною) отже, швидкість пішохода 4 км/год.</p>
--------------	---

Відповідь: 4 км/год.

Для розв'язання цієї задачі можна скласти рівняння за допомогою такої таблиці:

	Відстань, км	Швидкість, км/год	Час, год.
Пішохід	10	x	$\frac{10}{x}$
Велосипедист	20	$x + 6$	$\frac{20}{x + 6}$

8. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.	$\frac{2}{1-x} + \frac{x}{x+1} = \frac{2x}{1-x^2}$.	
Розв'язання. Запишемо у вигляді:	$\frac{2}{1-x} + \frac{x}{x+1} - \frac{2x}{1-x^2} = 0;$	дріб дорівнює нулю, коли чисельник — нуль, а знаменник відмінний від нуля. Маємо: $\begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \\ x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases}$ $x = -1$ — сторонній розв'язок.
зведемо до спільного знаменника	$\frac{2(1+x) + x(1-x) - 2x}{1-x^2} = 0;$	
спростимо:	$\frac{2 + 2x + x - x^2 - 2x}{1-x^2} = 0;$	
	$\frac{-x^2 + x + 2}{1-x^2} = 0; \quad \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = 0;$	
Відповідь: 2.		
9. ЗНАЙТИ ВСІ РОЗВ'ЯЗКИ РІВНЯННЯ.	$2x^2 + 3x + 12 = 0.$	
Розв'язання.	$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 9 - 96 = -87, D < 0,$ отже, рівняння розв'язків не має.	
Відповідь: немає розв'язків.		
10. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ ВИДІЛЕННЯМ КВАДРАТА ДВОЧЛЕНА.	$x^2 - 10x + 16 = 0.$	
Розв'язання. Виділимо квадрат двочлена:	$x^2 - 10x + 16 = (x^2 - 2 \cdot 5x + 25) - 25 + 16 = (x-5)^2 - 9;$ $(x-5)^2 - 9 = 0; \quad (x-5)^2 = 9;$ $x_1 - 5 = 3; \quad x_2 - 5 = -3;$ $x_1 = 8; \quad x_2 = 2.$	
Відповідь: 8; 2.		

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. (УСНО) ПРИ ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ ЗМІННОЇ ЗНАЧЕННЯ ДРОБУ ДОРІВНЮЄ НУЛЮ?

а) $\frac{x^2 - 4}{x}$; б) $\frac{(x-4)^2}{x+4}$; в) $\frac{x^2 - 9}{x-3}$; г) $\frac{x^2 - 5}{x+7}$; д) $\frac{x^2 + 16}{3}$.

2. ПРИ ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ ЗМІННОЇ ДРІБ НЕ МАЄ ЗМІСТУ?

а) $\frac{2}{x^2}$; б) $\frac{x+3}{x^2 - 81}$; в) $\frac{5}{(x+2)^2}$; г) $\frac{x+2}{x^2 + 9}$.

3. ЯКІ З ДАНИХ РІВНЯНЬ:

— повні квадратні рівняння?

— не мають дійсних розв'язків?

— неповні квадратні рівняння?

— мають рівні розв'язки?

— мають розв'язки: $x_1 = \sqrt{11}$; $x_2 = -\sqrt{11}$?

а) $11x^2 = 121$; б) $x^2 - 3x = 0$; в) $x^2 = 8x - 16$; г) $x^2 - 3x = -11$.

4. ЯКІ З ДАНИХ РІВНЯНЬ:

— можна представити у вигляді $(x-7)^2 = 0$?

— мають дискримінант, рівний нулю?

— мають розв'язки — цілі числа?

— мають ірраціональні розв'язки?

а) $3x^2 = 9$; б) $x^2 = 14x - 49$; в) $3x^2 - 2x + 5 = 0$; г) $x^2 - 225 = 0$.

5. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕПОВНІ РІВНЯННЯ.

а) $3x^2 = 7$;

в) $1 - 9x^2 = 0$;

д) $x^2 - 5x = 0$;

е) $27x = x^2$;

б) $2x^2 + 32 = 0$;

г) $x^2 - 0,36 = 0$;

е) $6y^2 - 7y = 0$;

6. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕПОВНІ РІВНЯННЯ.

а) $5x^2 = 8$;

г) $10x^2 - 14,4 = 0$;

е) $6x^2 - 1,8x = 0$;

б) $3y^2 + 75 = 0$;

д) $5(1 - x^2) = 6(3 - x^2) - 13$;

ж) $\frac{1}{6}y + \frac{1}{3}y^2 = 0$;

в) $\frac{3}{7}x^2 - \frac{7}{3} = 0$;

е) $y^2 + 11y = 0$;

з) $\frac{2}{3}x(x+6) = \frac{1}{5}x(5x-10)$.

7. РОЗВ'ЯЗАТИ ПОВНЕ РІВНЯННЯ.

а) $2y^2 - 5y + 2 = 0$; б) $4y^2 - 4y + 1 = 0$; в) $3y^2 + 9y + 10 = 0$; г) $5x^2 - 22x + 24 = 0$.

д) $3x^2 - 10x + 3 = 0$; е) $9x^2 - 6x + 1 = 0$; є) $7x^2 + 7x + 5 = 0$; ж) $3x^2 + 6x - 45 = 0$.

8. РОЗВ'ЯЗАТИ НАВЕДЕНЕ РІВНЯННЯ.

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$; б) $-x^2 - 2x + 8 = 0$; в) $x^2 - 14x + 45 = 0$; г) $x^2 + 8x - 33 = 0$.

д) $x^2 + 5x + 6 = 0$; е) $-x^2 + 3x + 28 = 0$; є) $x^2 + 12x + 35 = 0$; ж) $-x^2 + 4x - 21 = 0$.

9. СКЛАСТИ КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ ЗА ЇХ РОЗВ'ЯЗКАМИ.

а) $x_1 = 1$; $x_2 = -2$; б) $x_1 = -1$; $x_2 = -4$; в) $x_1 = \sqrt{3}$; $x_2 = -\sqrt{3}$.

г) $x_1 = 5$; $x_2 = -3$; д) $x_1 = -3$; $x_2 = -6$; е) $x_1 = 1 + \sqrt{6}$; $x_2 = 1 - \sqrt{6}$; є) $x_1 = \frac{3 - \sqrt{7}}{2}$; $x_2 = \frac{3 + \sqrt{7}}{2}$.

10. РОЗКЛАСТИ НА МНОЖНИКИ КВАДРАТНИЙ ТРИЧЛЕН, ЯКЩО ЦЕ МОЖЛИВО.

а) $x^2 + 5x - 6$; б) $y^2 - 6y + 9$; в) $x^2 + 4x + 1$; г) $3x^2 - 2x - 1$.

д) $y^2 - 2y - 15$; е) $4y^2 - 4y + 1$; є) $x^2 + x + 1$; ж) $-5x^2 + 3x + 2$; з) $9x^2 - 10x + 2$.

11. СКОРОТИТИ ДРІБ.

а) $\frac{5y+10}{y^2-2y-8}$; б) $\frac{x^2-25}{x^2-8x+15}$.

в) $\frac{x^2-5x-36}{x^2-81}$; г) $\frac{a^2-a-6}{a^2+4a+4}$.

12. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ, УВІВШИ НОВУ ЗМІННУ.

а) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$; б) $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$; в) $(x^2 + 3x)^2 - 7(x^2 + 3x) + 10 = 0$; г) $\sqrt{x} + x = 6$.

д) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$;

е) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0$;

є) $x - \sqrt{x} = 12$;

ж) $7x^4 - 21x^2 - 28 = 0$;

з) $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$;

і) $x + \sqrt{x-1} = 7$.

13. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

а) $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$;

в) $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$;

д) $\frac{x^2-25}{x+1} = 0$;

е) $\frac{x}{6} - \frac{x}{2x-4} = \frac{x-5}{3x-6}$.

б) $x^4 - 9x^2 = 0$;

г) $4x+3 = \frac{10}{x}$;

е) $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1$;

14. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

а) $x^3 + 3x^2 + x + 3 = 0$; г) $x + \frac{1}{x} = 2,5$; е) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 0$; і) $\frac{2(y+7)}{y+1} - \frac{y+11}{y^2-1} = 4 - \frac{y-1}{y+1}$.

б) $x^4 + 64x^2 = 0$; д) $\frac{4}{x} + 5 = \frac{1}{x^2}$; ж) $\frac{x^2 + 3x - 28}{(x-4)(x+7)} = 0$;

в) $(x-3)(x^2 - 6x) + 8(x-3) = 0$; е) $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} = -1$; з) $\frac{x}{x-10} - \frac{32}{x^2 - 16x + 60} = \frac{8}{x-6}$;

15. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ ВИДІЛЕННЯМ КВАДРАТА ДВОЧЛЕНА.

а) $x^2 + 2x - 8 = 0$; б) $4x^2 - 4x - 3 = 0$.

в) $x^2 - 2x - 2 = 0$; г) $9x^2 + 6x - 8 = 0$.

16. РОЗВ'ЯЗАТИ ГРАФІЧНО КВАДРАТНЕ РІВНЯННЯ (ДВОМА СПОСОБАМИ).

а) $x^2 - x - 2 = 0$; б) $x^2 + 6x + 9 = 0$; в) $x^2 - x + 1 = 0$.

г) $x^2 - 3x - 4 = 0$; д) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$; е) $x^2 - x + \frac{3}{4} = 0$.

17. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

- а) Від аркуша паперу, що має форму квадрата, з одного боку відрізали смужку завширшки 1 см, після чого площа частини аркуша, яка залишилась, стала дорівнювати 56 см². Визначити початкові розміри аркуша.
- б) Два мікроавтобуси вирушають з міста Києва до міста Львова. Швидкість першого на 10 км/год більше швидкості другого. Тому перший мікроавтобус прибуває на місце на годину раніше, ніж другий. Визначити швидкість кожного мікроавтобуса, якщо відомо, що відстань від Києва до Львова 560 км.
- в) Для будівництва залізниці було виділено дві бригади працівників. Отримане завдання вони повинні були виконати за 6 днів. Перша бригада може виконати все завдання на 5 днів раніше другої. За скільки днів кожна бригада окремо може виконати завдання?

18. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

- а) Від сталюгого листа, що має форму квадрата, відрізали з однієї сторони смугу завширшки 10 см, а з другої, суміжної сторони, – 15 см. Після цього вийшов лист сталі прямокутної форми з площею 0,225 м². Знайти початкову площу листа сталі.
- б) Мікроавтобус виїхав з міста А до міста В, відстань між якими 234 км. Через годину назустріч йому з міста В виїхав легковий автомобіль, швидкість якого на 12 км/год більше, ніж у мікроавтобуса. Знайти їх швидкості, якщо відомо, що вони зустрілись на відстані 108 км від міста В.
- в) Одне з двох підприємств може виконати замовлення на 4 дні раніше, ніж друге. За який час може виконати це замовлення кожне підприємство, якщо відомо, що при спільній роботі вони виконають за 24 дні в 5 разів більше замовлень.



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-3-1)

ТЕМА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КВАДРАТНИХ РІВНЯНЬ

В - I	6 балів	В - II	В - III	9 балів	В - IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.					
а) $x^2 - 9 = 0$; б) $5x^2 - 45x = 0$; в) $x^2 + 3x - 18 = 0$.	а) $x^2 - 16 = 0$; б) $3x^2 - 27x = 0$; в) $x^2 - 3x - 18 = 0$.	а) $3x^2 - 27 = 0$; б) $5x^2 + 45x = 0$;	в) $x^2 + x - 12 = 0$; г) $2x^2 + x - 3 = 0$.	а) $9x^2 - 81 = 0$; б) $3x^2 + 27x = 0$;	в) $x^2 - x - 12 = 0$; г) $2x^2 - x - 3 = 0$.
В - V 12 балів В - VI					
а) $x^4 - 16 = 0$; б) $4x^3 - 4x = 0$;	в) $x^2 + x - 56 = 0$; г) $-5x^2 + 4x + 33 = 0$.	а) $x^4 - 81 = 0$; б) $5x^3 - 20x = 0$;	в) $x^2 - x - 56 = 0$; г) $-3x^2 + 4x + 39 = 0$.		
2. ПРИ ЯКИХ ДОДАТНИХ ЗНАЧЕННЯХ g					
В ДАНОМУ РІВНЯННІ ОБИДВА РОЗВ'ЯЗКИ РІВНІ МІЖ СОБОЮ?					
$x^2 - 12x + g = 0$.			$x^2 - 6x + g = 0$.		

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-3-2)

ТЕМА. ТЕОРЕМА ВІЄТА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ УВЕДЕННЯМ НОВОЇ ЗМІННОЇ

В - I	6 балів	В - II	В - III	9 балів	В - IV
1. НЕ РОЗВ'ЯЗУЮЧИ РІВНЯННЯ, ЗНАЙТИ СУМУ І ДОБУТОК РОЗВ'ЯЗКІВ.					
$x^2 + 3x - 10 = 0.$	$x^2 - 5x + 3 = 0.$	а) $x^2 + 5x - 14 = 0;$ б) $20x^2 - 7x - 6 = 0.$	а) $x^2 - 5x - 14 = 0;$ б) $20x^2 + 7x - 6 = 0.$		
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.					
$x^4 - 17x^2 + 16 = 0.$	$x^4 - 26x^2 + 25 = 0.$	а) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0;$ б) $(x^2 + 1)^2 - 7(x^2 + 1) + 10 = 0.$	а) $x^4 - 11x^2 + 18 = 0;$ б) $(x^2 - 2)^2 - 9(x^2 - 2) + 14 = 0.$		
3. РОЗКЛАСТИ НА МНОЖНИКИ.					
$x^2 - x - 12.$	$x^2 + 3x - 10.$				

В - V	12 балів	В - VI
1. НЕ РОЗВ'ЯЗУЮЧИ РІВНЯННЯ, ЗНАЙТИ СУМУ І ДОБУТОК РОЗВ'ЯЗКІВ.		
а) $x^2 - 3x - 12 = 0;$ в) $7x^2 - 49 = 0;$ б) $15x^2 + 7x - 20 = 0;$ г) $5x^2 + 3x = 0.$	а) $x^2 + 3x - 12 = 0;$ в) $5x^2 - 40 = 0;$ б) $15x^2 - 7x - 20 = 0;$ г) $4x^2 - 3x = 0.$	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $x^4 - x^2 - 2 = 0;$ б) $(2x^2 - 3)^2 - 4(2x^2 - 3) - 5 = 0.$	а) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0;$ б) $(4x^2 - 5)^2 - 10(4x^2 - 5) - 11 = 0.$	

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-3-3)

ТЕМА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

В - I	6 балів	В - II	В - III	11 балів	В - IV
Добуток двох послідовних чисел дорівнює 462. Знайти ці числа.	Садову ділянку, що має форму прямокутника, необхідно обгородити. Довжина ділянки на 25 м більша за ширину, а площа її дорівнює 600 м ² . Знайти довжину огорожі.	Знайти два натуральних числа, якщо відомо, що перше на 8 менше від потроєного другого, а їх добуток дорівнює 91.	Знайти два натуральних числа, якщо відомо, що друге на 3 більше, ніж подвоєне перше, а їх добуток дорівнює 189.		

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-3-1)

ТЕМА. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

В - I	6 балів	В - II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $4x^2 = 6,25;$ б) $2x^2 - 5x = 0;$	в) $x^2 - x - 90 = 0;$ г) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0.$	а) $9x^2 = 12,25;$ б) $5x^2 + 7x = 0;$
		в) $x^2 + x - 90 = 0;$ г) $x^4 + 8x^2 - 9 = 0.$

В - III	9 балів	В - IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $\frac{2}{7}x^2 - 3,5 = 0;$ б) $11x = 7x^2;$ в) $4x^2 - x - 3 = 0;$ г) $x^4 + x^2 - 72 = 0.$	а) $\frac{1}{8}x^2 - 8 = 0;$ б) $3x^2 = 7x;$ в) $4x^2 + x - 3 = 0;$ г) $x^4 - 2x^2 - 48 = 0.$	
2. ЗНАЙТИ КОЕФІЦІЄНТ n ТА ДРУГИЙ РОЗВ'ЯЗОК РІВНЯННЯ, ЯКЩО ОДИН З РОЗВ'ЯЗКІВ ДОРІВНЮЄ 1.		
$x^2 + nx + 5 = 0.$	$x^2 - nx + 5 = 0.$	

В - V	12 балів	В - VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $4 - 9(x - 3)^2 = 0;$ б) $2(x - 5)^2 = 9(x - 5);$ в) $\frac{1}{2}x^2 + 2\frac{1}{2}x - 3 = 0;$ г) $(x - 3)^4 - 13(x - 3)^2 + 36 = 0.$	а) $9 - 25(x - 2)^2 = 0;$ б) $3(x - 1)^2 = 2x - 2;$ в) $\frac{1}{2}x^2 - 2\frac{1}{2}x + 3 = 0;$ г) $(x + 1)^4 - (x + 1)^2 - 12 = 0.$	
2. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ k :		
добуток		сума
розв'язків квадратного рівняння дорівнює нулю?		
$x^2 + 3x + (k^2 + 2k - 15) = 0.$	$x^2 - (k^2 + 6k - 7)x - 5 = 0.$	



КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-3-2)

ТЕМА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

В - I	6 балів	В - II	В - III	11 балів	В - IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.					
<p>Моторний човен проплив по річці 18 км за течією і 14 км проти течії, витративши на весь шлях 3 год 15 хв. Знайти швидкість течії, якщо власна швидкість човна 10 км/год.</p>	<p>Моторний човен проплив 6 км за течією та 4 км проти течії, витративши на весь шлях 1 годину. Знайти швидкість човна, якщо швидкість течії річки дорівнює 2 км/год.</p>	<p>Під час збирання врожаю два комбайни працювали разом 3 дні, і крім того, перший сам працював ще 4,5 дня. За скільки днів кожним комбайном окремо можна було б зібрати увесь урожай, якщо перший сам виконав би цю роботу на 2 дні раніше, ніж сам другий?</p>	<p>Перший робітник, працюючи один, може виконати всю роботу на 5 днів раніше, ніж другий. Якщо перший робітник буде працювати в два рази швидше, а другий в 3 рази повільніше, то, працюючи разом, вони зможуть виконати цю роботу за 4,5 дня. За скільки днів може виконати цю роботу кожний робітник, працюючи окремо?</p>		
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНЕ РІВНЯННЯ.					
$\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 - 5\left(\frac{x-1}{x}\right) + 4 = 0$	$\left(\frac{y+2}{y}\right)^2 - 4\left(\frac{y+2}{y}\right) + 3 = 0$	$\left(\frac{x^2+6}{x}\right)^2 + 2\left(\frac{x^2+6}{x}\right) = 35$	$\left(\frac{x^2-6}{x}\right)^2 - 5 = 4\left(\frac{x^2-6}{x}\right)$		

§4. ФУНКЦІЇ

ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ГРАФІКИ

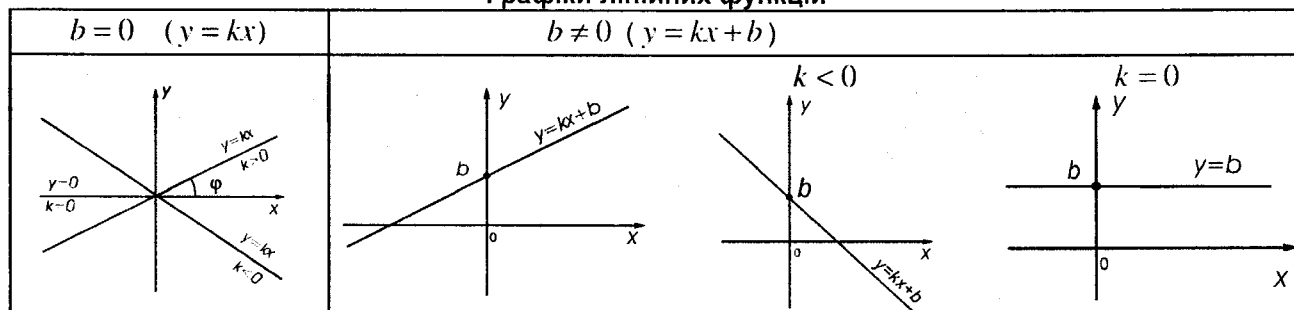
<p>Означення. Залежність змінної y від змінної x називається <u>функцією</u>, якщо кожному значенню x відповідає єдине значення y.</p>													
<p>Функція позначається або однією буквою f (або) $f(x)$, або рівністю $y = f(x)$, де x – незалежна змінна або аргумент, y – залежна змінна або значення функції $f(x_0)$ – значення функції f в точці x_0.</p>													
<p>Область визначення і множина значень функції</p>													
<p><u>Область визначення функції</u> (D) – множина тих значень, які може приймати аргумент.</p>													
<p><u>Множина значень функції</u> (E) – це множина тих значень, які може приймати сама функція при всіх значеннях аргумента із області визначення. Наприклад: $f(x) = \frac{2}{x-1}$.</p>													
<p>Область визначення $(0,0)$: $x-1 \neq 0$; $x \neq 1$, x – будь-яке число, крім $x = 1$.</p>													
<p>ГРАФІК ФУНКЦІЇ</p>													
<p>Означення. <u>Графіком функції</u> $y = f(x)$ називається множина точок площини з координатами $(x; y)$, де перша координата x «пробігає» всю область визначення функції $f(x)$, а друга координата – це відповідне значення функції f в точці x.</p>													
<p>СПОСОБИ ЗАДАННЯ ФУНКЦІЇ</p>													
<p>1. <u>Аналітичний спосіб</u>: функція задається за допомогою математичної формули.</p>	$y = x^2$; $y = 5x - 8$; $y = \frac{10}{x}$.												
<p>2. <u>Табличний спосіб</u>: функція задається за допомогою таблиці.</p>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>10</td> </tr> </table>	x	1	2	3	4	5	y	2	4	6	8	10
x	1	2	3	4	5								
y	2	4	6	8	10								
<p>3. <u>Описовий спосіб</u>: функція задається словесним описом.</p>	<p>Функція Дирихле: $f(x) = 1$ для раціональних x, $f(x) = 0$ для ірраціональних x.</p>												
<p>4. <u>Графічний спосіб</u>: функція задається за допомогою графіка.</p>													

ЛІНІЙНА ФУНКЦІЯ ТА ЇЇ ГРАФІК

Лінійною функцією називають функцію виду $y = kx + b$, де k і b — деякі числа, x — незалежна змінна.

Властивості	Значення змінних
1. Область визначення.	x — будь-яке дійсне число $x \in R$.
2. Множина значень.	1) при $k \neq 0$; y — будь-яке дійсне число, $y \in R$; 2) при $k = 0$; $y = b$.
3. Точки перетину з осями координат.	1) при $k \neq 0$, $x = -\frac{b}{k}$; $y = 0$ — точка перетину з віссю Ox ; 2) $k = 0$, тоді $y = b$ — пряма, паралельна осі Ox перетинає Oy в точці $(0; b)$ і збігається з віссю Ox при $b = 0$; 3) $y = b$, $x = 0$ — точка перетину з віссю Oy , тобто $(0; b)$.
4. Зростання і спадання.	1) при $k > 0$ функція зростає на всій області визначення; 2) при $k < 0$ функція спадає на всій області визначення; 3) при $k = 0$ функція стала.
5. Графіком лінійної функції є пряма. k — кутовий коефіцієнт прямої	1) при $b = 0$ ($y = kx$) — пряма, що проходить через початок координат. 2) при $b \neq 0$ ($y = kx + b$) — пряма, що не проходить через початок координат (яку отримали з прямої $y = kx$ за допомогою паралельного перенесення вздовж осі Oy на b одиниць).

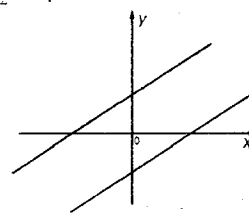
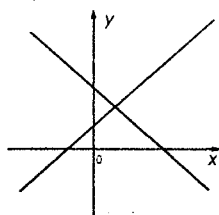
Графіки лінійних функцій



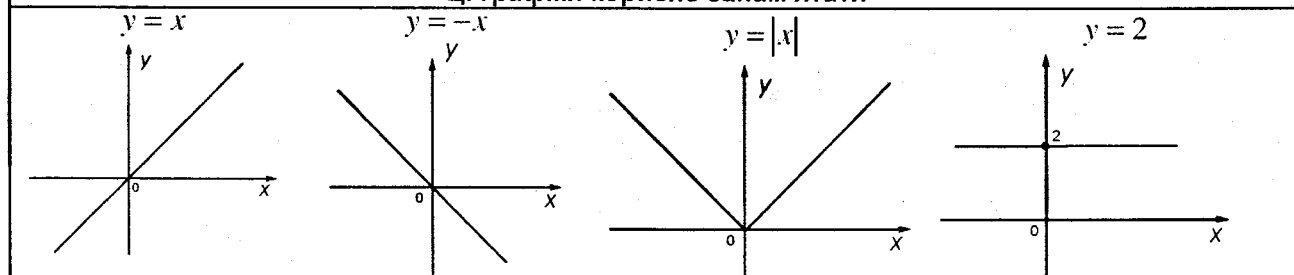
Взаємне розташування графіків лінійних функцій

Якщо $k_1 \neq k_2$, графіки функцій $y = k_1x + b_1$ та $y = k_2x + b_2$ перетинаються в одній точці.

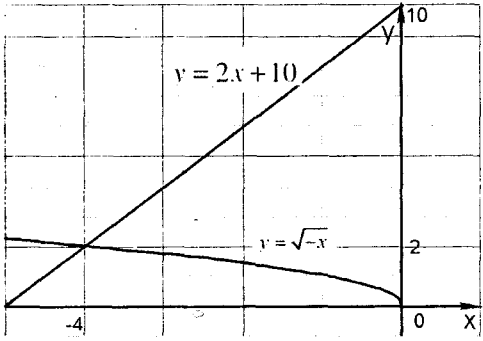
Якщо $k_1 = k_2$, $b_1 \neq b_2$, графіки функцій $y = k_1x + b_1$ та $y = k_2x + b_2$ паралельні.



Ці графіки корисно запам'ятати





<p>1. ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ З ОСЯМИ КООРДИНАТ.</p>	$y = \frac{-24}{x} + 1.$										
<p>Розв'язання. Для того, щоб знайти точку перетину графіка з віссю Ox, необхідно розв'язати рівняння: $y = 0$, тобто $\frac{-24}{x} + 1 = 0$; $\frac{-24+x}{x} = 0$, якщо $\begin{cases} x \neq 0, \\ -24+x=0; \end{cases}$ $\begin{cases} x \neq 0, \\ x=24. \end{cases}$</p>	<p>Графік перетинає вісь Ox в точці $(24;0)$. З віссю Oy графік перетинається за умови, що абсциса точки перетину $x = 0$, але область визначення цієї функції виключає це значення, тому графік даної функції не перетинає вісь Oy.</p>										
<p>Відповідь: $(24;0)$.</p>											
<p>2. ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ З ОСЯМИ КООРДИНАТ.</p>	$y = \frac{3x}{5x+1} - 2.$										
<p>Розв'язання. Для того, щоб знайти точку перетину з віссю Ox, розв'яжемо рівняння: $\frac{3x}{5x+1} - 2 = 0$; $\frac{3x-10x-2}{5x+1} = 0$; $\frac{-7x-2}{5x+1} = 0$, тобто $\begin{cases} -7x-2=0; \\ 5x+1 \neq 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{-2}{7}; \\ x \neq -\frac{1}{5}. \end{cases}$ $\left(-\frac{2}{7}; 0\right)$ – точка перетину графіка з віссю Ox.</p>	<p>Для того, щоб знайти точку перетину графіка з віссю Oy, треба знайти значення функції y при $x = 0$. При $x = 0$ $y = \frac{3 \cdot 0}{5 \cdot 0 + 1} - 2 = \frac{0}{1} - 2 = -2$. Точка перетину графіка з віссю Oy: $(0; -2)$.</p>										
<p>Відповідь: $\left(-\frac{2}{7}; 0\right); (0; -2)$.</p>											
<p>3. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ ГРАФІЧНО.</p>	$\sqrt{-x} = 2x + 10.$										
<p>Розв'язання.</p> 	<p>Для того, щоб розв'язати це рівняння графічно, потрібно побудувати графіки функції $y = \sqrt{-x}$ та $y = 2x + 10$. Абсциса точки перетину цих графіків є розв'язком даного рівняння. Розглянемо функцію $y = \sqrt{-x}$ і побудуємо її графік. Областю визначення цієї функції є множина значень $x \leq 0$. Складемо таблицю:</p> <table border="1" data-bbox="782 1558 1282 1655"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>-1</td> <td>-4</td> <td>-9</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>+1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> </tbody> </table> <p>Графіком функції $y = 2x + 10$ є пряма, що проходить через точки $(0;10)$; $(-4;2)$. Графіки перетинаються в точці $(-4; 2)$. Розв'язок рівняння $x = -4$.</p>	x	0	-1	-4	-9	y	0	+1	2	3
x	0	-1	-4	-9							
y	0	+1	2	3							
<p>Відповідь: -4.</p>											

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

- а) Автомобіль, рухаючись із швидкістю 72 км/год, проходить за t годин відстань S км. Виразити формулою залежність S від t .
- б) Площа прямокутника із сторонами 12 см і x см дорівнює S см². Виразити формулою залежність S від x .
- в) k — кількість деталей, які виготовляє робітник за t годин. Виразити формулою залежність k від t , якщо за 1 годину робітник виготовляє 6 деталей.
- г) 1 кг цукерок коштує a грн. Виразити формулою залежність вартості p цукерок (в гривнях) від їх маси m (в кілограмах).
- д) Довжина ребра куба a см. Виразити формулою залежність площі поверхні куба S см² від a см.

2. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ.

- а) $y = x^2 + 4x - 3$; б) $y = \frac{1}{x+5}$; в) $y = \frac{3x+1}{5}$; г) $y = -x^2 - 3x$; д) $y = x^3 - x^2 + 1$; е) $y = \frac{4x}{2x+7}$;
е) $y = \frac{x+5}{12}$; ж) $y = x^4 - 1$; з) $y = \frac{15}{x+9}$; і) $y = \frac{4x+1}{99}$; к) $y = \frac{10-x}{2x+8}$; л) $y = \frac{2x+1}{13}$.

3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

- а) Кожної секунди до басейну вливається 0,9 м³ води. Скільки м³ води буде в басейні через x секунд, якщо зараз в ньому 105 м³ води? Задати формулою залежність об'єму води V від часу його заповнення x .
- б) Маса одного цвяха 6 г, маса порожнього ящика 500 г. Яка маса m (в грамах) ящика, в якому x цвяхів? Задати формулою залежність m від x .
- в) Довжина прямокутника x см, а ширина на 7 см менша. Задати формулою залежність периметра P прямокутника від довжини x .
- г) В балоні 1,6 кг рідинного пропану. Газова плита кожної години витрачає 0,1 кг пропану. Задати формулою залежність маси m (в кілограмах), яка залишилась в балоні через t годин роботи плити, від часу t .

4. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.

- а) $y = 2x$; б) $y = 6$; в) $y = 4x + 1$; г) $y = 2x - 3$; д) $y = -x + 6$; е) $y = 3$; є) $y = -4$.

5. НЕ ВИКОНУЮЧИ ПОБУДОВИ ГРАФІКА, ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ З ОСЯМИ КООРДИНАТ ГРАФІКА ФУНКЦІЇ.

- а) $y = 9 - 3x$; б) $y = 5x + 2$; в) $y = 7x - 56$; г) $y = 2x - 1$; д) $y = -4x + 1$; е) $y = 6x - 48$.

6. ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ.

- а) $y = 2x + 1$ та $y = 7x - 9$; б) $y = x - 1$ та $y = 2x - 11$; в) $y = 4x - 3$ та $y = 2x + 5$;
г) $y = -3x + 6$ та $y = 5x - 2$; д) $y = 4x + 3$ та $y = 3x - 5$; е) $y = 2x + 4$ та $y = 7x - 1$.

7. НАПИСАТИ РІВНЯННЯ ПРЯМОЇ, ЯКА ПРОХОДИТЬ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ $A(x; y)$ І ПАРАЛЕЛЬНА ЗАДАНИЙ ПРЯМІЙ.

- а) $A(2; 11)$ і паралельна прямій $y = -4x - 1$; г) $A(2; 5)$ і паралельна прямій $y = 2x - 1$;
б) $A(2; 16)$ і паралельна прямій $y = 5x + 2$; д) $A(2; 1)$ і паралельна прямій $y = -2x + 1$;
в) $A(1; 4)$ і паралельна прямій $y = 2x$; е) $A(2; 10)$ і паралельна прямій $y = 3x + 2$.

8. ГРАФІК ЛІНІЙНОЇ ФУНКЦІЇ $y = kx + b$ ПЕРЕТИНАЄ ОСІ КООРДИНАТ В ТОЧКАХ A І B , ЯКІ ЗАДАНІ СВОЇМИ КООРДИНАТАМИ. ЗНАЙТИ k ТА b .

- а) $A(2; 0); B(0; 2)$; б) $A(-2; 0); B(0; 2)$; в) $A(1; 0); B(0; -1)$; г) $A(-1; 0); B(0; 2)$; д) $A(-1; 0); B(0; 3)$.

9. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = -7x$. ЗНАЙТИ ЗА ГРАФІКОМ: (складність 1)

- а) значення y , відповідне x , який дорівнює $-1; 0; 1; 5$;
б) значення x , при якому значення y дорівнює $-5; 2; 5$;
в) множину значень x , при яких значення змінної y додатні, від'ємні.

10. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.

Побудувати графік залежності вартості тканини y (в гривнях) від її кількості x (в метрах), знаючи, що 5 м тканини коштують 120 грн. Визначити за графіком:

а) скільки коштує 8 м тканини?; б) скільки метрів тканини можна купити на 168 грн?

11. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

а) Сплав складається з трьох металів, вміст яких в ньому пропорційний числам 10,6; 14; 25,4. Скільки кожного металу міститься в 96 кг сплаву?

б) Шнур розрізали на три частини, довжини яких пропорційні числам 5, 7, 13, причому довжина більшого відрізка шнура перевищує довжину меншого на 2,88 см. Знайти довжину кожної частини шнура.

в) Площі двох прямокутників рівні. Як відноситься основа першого прямокутника до основи другого, якщо їх висоти відносяться як 1 : 4?

12. ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ.

а) $y = \frac{2}{x}$; б) $y = -\frac{8}{x}$; в) $y = \frac{2}{x} + 1$; г) $y = -\frac{8}{x} - 1$; д) $y = \frac{(12-x)}{x}$; е) $y = \frac{(2x-1)}{x}$.

13. ЧИ НАЛЕЖАТЬ ТОЧКИ ЗАДАНИМ ГРАФІКАМ?

а) $y = -\frac{6}{x}$; А(-6;1); В(0;0); С(2;3); Д(2;-3); М(-3;2);

б) $y = \frac{24}{x}$; А(-24;-1); В(-12;2); С(-1;24); Д(2;12); К(24;24).

14. ВІДОМО, ЩО ЗАДАНА ТОЧКА НАЛЕЖИТЬ ГРАФІКУ ФУНКЦІЇ $y = \frac{k}{x}$; ЗАДАТИ ФУНКЦІЮ ФОРМУЛОЮ.

а) (12;-2); б) (6;-1); в) (-8;1); г) (16;1); д) (-8;3); е) (0;60).

15. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

а) Основою прямокутного паралелепіпеда служить квадрат. Висоту паралелепіпеда збільшили в 9 разів. Як треба змінити сторону квадрата, щоб об'єм паралелепіпеда залишився тим самим?

б) Два прямокутних паралелепіпеди мають однакові об'єми. Площа основи першого 5 м², а площа основи другого 25 дм². Як відносяться висоти цих паралелепіпедів?

в) Основою прямокутного паралелепіпеда служить квадрат. Висоту паралелепіпеда збільшили в 16 разів. Як треба змінити сторону квадрата, щоб об'єм паралелепіпеда залишився тим самим?

16. ПОБУДУВАТИ НА МІЛІМЕТРОВОМУ ПАПЕРІ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = x^2$ І ЗНАЙТИ:

а) значення функції при $x = 0,8$; $-1,8$; -27 ; б) значення x , при якому значення функції дорівнює 8; 5,5.

17. ВИЗНАЧИТИ, ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ $y = x^2$:

а) менше 9; б) більше 0.

18. ЧИ ПРОХОДИТЬ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = x^2$ ЧЕРЕЗ ТОЧКИ А(-0,9;0,81); В(10,9;118,81)?**19. ПОБУДУВАТИ НА МІЛІМЕТРОВОМУ ПАПЕРІ ГРАФІК $y = x^3$ І ЗНАЙТИ: (складність 2)**

а) значення функції при $x = -21$; $-0,6$; $0,5$; б) значення x , при якому значення функції дорівнює 5; -3 .

20. ЧИ ПРОХОДИТЬ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = x^3$ ЧЕРЕЗ ТОЧКИ К(-0,4;-64); М(7,5;421,875)?**21. ВИЗНАЧИТИ, ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ: $y = x^3$:**

а) менше 1; б) більше 8.

22. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

а) Площа квадрата обчислюється за формулою $S = a^2$, де a – сторона квадрата. Задати формулою залежність a від S .

б) Шлях тіла, що падає в безповітряному просторі, обчислюється за формулою $S = gt^2$, де t – час падіння, g – прискорення сили тяжіння ($g \approx 10$ м/с²). Задати формулою залежність t від S . Знайти t , якщо $S = 4500$ м.

23. РОЗТАШУВАТИ ЧИСЛА $\sqrt{144}$; $\sqrt{146}$; $\sqrt{0,01}$; $\sqrt{2\frac{4}{7}}$ В ПОРЯДКУ СПАДАННЯ.

24. ПРИ ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ a ТОЧКА $M(-2;3)$ НАЛЕЖИТЬ ГРАФІКУ ФУНКЦІЇ?

а) $y = a\sqrt{-x}$; б) $y = \sqrt{ax}$; в) $y = \sqrt{x-a}$; г) $y = a^3\sqrt{x}$.

25. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЙ.

а) $y = \sqrt{-x}$; б) $y = -\sqrt{x}$; в) $y = 2\sqrt{x}$; г) $y = \sqrt{2x}$; д) $y = \sqrt{x^2}$.

26. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ ГРАФІЧНО.

а) $\sqrt{x} = 3$; б) $\sqrt{x} = 6-x$; в) $\sqrt{x} = \frac{1}{x}$; г) $\sqrt{x} = x^2$.

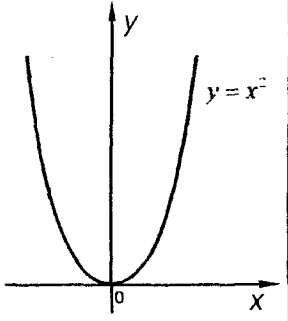
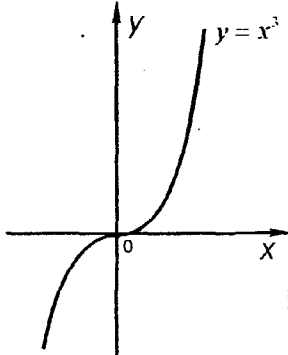
ПРЯМА ПРОПОРЦІЙНІСТЬ

<p>Означення. Функція $y = kx$ при $k \neq 0$ називається <u>прямою пропорційністю</u>. k — кутовий коефіцієнт. Ця функція є окремим випадком лінійної функції $y = kx + b$, при $b = 0$. Тому її графіком є пряма, яка проходить через початок координат.</p>	
1. Якщо $k > 0$, то графік функції $y = kx$ розташований в I і III координатних кутах.	2. При $k < 0$ графік функції розташований в II і IV координатних кутах.
Характерна точка $(0;0)$.	
<p>$k > 0$</p>	<p>$k < 0$</p>

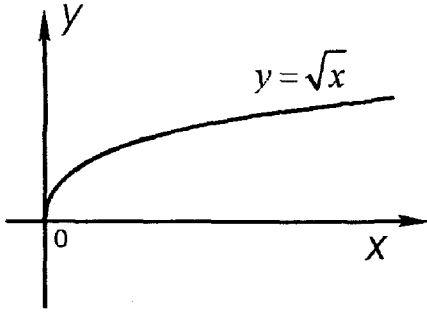
ОБЕРНЕНА ПРОПОРЦІЙНІСТЬ

Означення	Графіки
<p><u>Оберненою пропорційністю</u> називається функція, яку можна задати формулою $y = \frac{k}{x}$, де k — число, що не дорівнює нулю.</p> <p>Число k називається <u>коефіцієнтом пропорційності</u>.</p>	<p>графік $y = \frac{k}{x}$.</p>
<p><u>Графіком оберненої пропорційності</u> є крива, яка називається <u>гіперболою</u>.</p> <p>Гіпербола складається з двох окремих частин, які симетричні відносно початку координат, і проходить через точки $(1; k)$ та $(-1; -k)$.</p>	
<p>Властивості функції $y = \frac{k}{x}$</p>	<p>Значення змінних</p>
1. Область визначення оберненої пропорційності:	x — будь-яке число, крім нуля ($x \neq 0$)
2. Область значень оберненої пропорційності:	y — будь-яке число, крім нуля ($y \neq 0$).
3. При $k > 0$ графік функції розташований в I та III координатних чвертях.	Якщо $k > 0$, то $x > 0$ відповідає $y > 0$; $x < 0$ відповідає $y < 0$;
4. При $k < 0$ графік функції розташований в II та IV чвертях.	Якщо $k < 0$, то $x > 0$ відповідає $y < 0$; $x < 0$ відповідає $y > 0$.

ФУНКЦІЇ $y = x^2$; $y = x^3$. ЇХ ГРАФІКИ І ВЛАСТИВОСТІ

<p>Графік функції $y = x^2$ є параболою. <u>Парабола</u> складається з двох віток, які симетричні відносно осі ординат.</p>	
<p>Деякі властивості функції $y = x^2$</p>	
<p>1. Будь-якому x можна знайти відповідне значення y, причому $y \geq 0$, при $x = 0$; $y = 0$.</p>	<p>Точка з координатами $(0;0)$ називається вершиною параболи.</p>
<p>2. Протилежним значенням x відповідає одне й те ж саме значення y: $(-x)^2 = x^2 = y$ $x_1 = -5$; $y_1 = (-5)^2 = 25$. $x_2 = 5$; $y_2 = 5^2 = 25$, тому графік має симетрію відносно осі Oy.</p>	
<p>Графіком функції $y = x^3$ є кубічна параболою. Кубічна параболою має симетрію відносно початку координат.</p>	
<p>Деякі властивості функції $y = x^3$</p>	
<p>1. Будь-якому значенню x відповідає значення y, причому $y \in R$ (множині дійсних чисел) при $x = 0$; $y = 0$; якщо $x > 0$, то $y > 0$; якщо $x < 0$, то $y < 0$.</p>	<p>Графік розташований в I і III координатних кутах.</p>
<p>2. Протилежним значенням x відповідають протилежні значення y: $(-x)^3 = -x^3$ $x_1 = -5$; $y_1 = (-5)^3 = -125$. $x_2 = 5$; $y_2 = 5^3 = 125$. тому графік має симетрію відносно початку координат.</p>	

ФУНКЦІЯ $y = \sqrt{x}$

<p><u>Область визначення функції $y = \sqrt{x}$</u> – множина невід'ємних дійсних чисел: $x \geq 0$ (тому що корінь можна добути тільки з невід'ємного числа).</p>	
<p>Якщо $x = 0$, то $y = 0$, тому графік функції $y = \sqrt{x}$ проходить через <u>початок координат</u>. Якщо $x > 0$, то $y > 0$, тому графік функції розташований в <u>першій координатній чверті</u>. Більшому значенню аргумента відповідає більше значення функції, дійсно: $x_1 = 4$, то $y_1 = \sqrt{4} = 2$; $x_2 = 9$, то $y_2 = \sqrt{9} = 3$, тобто $x_2 > x_1$ та $y_2 > y_1$. Таким чином, функція $y = \sqrt{x}$ є <u>зростаючою</u>.</p>	 <p>Графіки функцій $y = \sqrt{x}$ та $y = x^2$ при $x \geq 0$ симетричні відносно прямої $y = x$.</p>



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-4-1)

ТЕМА. ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ГРАФІКИ

В - I	7 балів	В - II	В - III	9 балів	В - IV
1. ФУНКЦІЯ ЗАДАНА ФОРМУЛОЮ:					
$y = 2x - 3.$	$y = 3x + 2.$	$y = -x + 3.$	$y = 7 - 3x.$		
ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ y, ЯКЩО:					
$x = 4.$	$x = 8.$	$x = 4.$	$x = 1.$		
2. НЕ ВИКОНУЮЧИ ПОБУДОВИ ГРАФІКІВ, ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ.					
$y = 3x + \frac{1}{2}$ та $y = -5x.$	$y = -7x$ та $y = 0,5 - 2x.$	$y = 0,8x - 7$ та $y = 2,6 - 4x.$	$y = \frac{1}{3}x - 4$ та $y = -9x + 3.$		
3. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ.					
$y = \frac{1}{x+8}.$	$y = \frac{5}{3-x}.$	$y = \frac{4}{2x+0,3}.$	$y = \frac{5}{2-0,3x}.$		

В - V	12 балів	В - VI
1. ФУНКЦІЯ ЗАДАНА ФОРМУЛОЮ:		
$y = \frac{1}{3}x - 6.$		$y = \frac{1}{2}x + 4.$
а) знайти значення функції, якщо значення аргумента дорівнює:		
6		-8
б) знайти значення аргумента, при якому значення функції дорівнює:		
2		-0,5
2. ПРИ ДІЛЕННІ ЧИСЛА m НА 7 НЕПОВНА ЧАСТКА ДОРІВНЮЄ g, А ЗАЛИШОК ДОРІВНЮЄ 4 :		2. ПРИ ДІЛЕННІ ЧИСЛА m НА n НЕПОВНА ЧАСТКА ДОРІВНЮЄ 5, А ЗАЛИШОК ДОРІВНЮЄ 4 :
а) задати формулою залежність m від g ;		а) задати формулою залежність m від n ;
б) задати формулою залежність g від m .		б) задати формулою залежність n від m .
3. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ.		
$y = \frac{9}{x^2 - 25} + \frac{1}{x}.$		$y = \frac{4}{9 - x^2} - \frac{1}{2x}.$



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-4-2)

ТЕМА. ЛІНІЙНА ФУНКЦІЯ. ПРЯМА ПРОПОРЦІЙНІСТЬ

В - I	7 балів	В - II	В - III	9 балів	В - IV
1. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.					
$y = 2x - 1.$	$y = x + 3.$	$y = -4x + 6.$	$y = 7 - 2x.$		
2. НЕ ВИКОНУЮЧИ ПОБУДОВИ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ, ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ЇХ ПЕРЕТИНУ.					
$y = -x + 4$ та $y = 4x - 8.$	$y = 6x - 11$ та $y = 8 - 10x.$	$y = 3(x - 1) + 2$ та $y = -3x - 1.$	$y = 2(x + 3) - 5$ та $y = 3x - 8.$		
3. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.					
$y = 2x.$	$y = -x.$	$y = -\frac{1}{2}x.$	$y = 0,3x.$		
ЧИ НАЛЕЖИТЬ ЦЬОМУ ГРАФІКУ ТОЧКА?					
$A(400; 200).$	$B(-40; -40).$	$C(40; -20).$	$D(7; 21).$		

В – V	12 балів	В – VI
1. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЙ.		
$y = 7 - 0.5(x+1).$		$y = 5 - 0.2(x-4).$
2. ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ ГРАФІКА ФУНКЦІЙ З ОСЯМИ КООРДИНАТ.		
$y = 2\frac{3}{8} - \frac{2}{3}x.$		$y = \frac{1}{5}x - 3\frac{2}{7}.$
3. ГРАФІК ПРЯМОЇ ПРОПОРЦІЙНОСТІ ПРОХОДИТЬ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ В, ЧИ ПРОХОДИТЬ ЦЕЙ ГРАФІК ЧЕРЕЗ ТОЧКУ А, ЯКЩО:		
$B(-11; 22); A(1.5; -3).$		$B(2; -16); A(-0.5; 4).$

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-4-1)

В – I	В – II	В – III	В – IV
1. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ЗАДАНИХ ФУНКЦІЙ.			
а) $y = x^2 - 3x;$ б) $y = \sqrt{x}.$	а) $y = \frac{2}{x};$ б) $y = \sqrt{x^2}.$	а) $y = x^3 - 7;$ б) $y = \frac{1}{2x-3}.$	а) $y = \sqrt{(-x)^4};$ б) $y = 2x^4 + 3x^2 + 1.$
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ГРАФІКИ РІВНЯНЬ.			
$x^2 = 4.$	$\sqrt{x} = 1.$	$x^2 = 3 - 2x.$	$\sqrt{x} = x^3.$
3. СЕРЕД ПЕРЕЛІЧЕНИХ ФУНКЦІЙ ВКАЗАТИ ТІ ГРАФІКИ, ЯКІ ПАРАЛЕЛЬНІ ГРАФІКУ ФУНКЦІЙ $y = -3x.$			
а) $y = 2x - 3;$ б) $y = -2x;$ в) $y = -3x + 8.$	а) $y = -3x + 1;$ б) $y = 2x - 9;$ в) $y = 5x.$	а) $y = 10x - 14;$ б) $y = -3x + 1;$ в) $y = 0.2x - 4.$	а) $y = 0.8x - 1;$ б) $y = 5 - 3x;$ в) $y = 4x - 9.1.$
4. НЕ ВИКОНУЮЧИ ПОБУДОВИ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ, ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ЇХ ПЕРЕТИНУ.			
$y = 17x - 3$ та $y = -2x.$	$y = -3x$ та $y = 12x - 30.$	$y = \frac{x}{3}$ та $y = 2 - 11x.$	$y = 2x - 3$ та $y = \frac{x}{5}.$
5. ЧИ НАЛЕЖИТЬ ГРАФІКУ ФУНКЦІЙ $y = \sqrt{x}$ ТОЧКА:			
$A(9; 3).$	$B(100; -10).$	$C(25; -5).$	$D(-49; 7).$

В – V	В – VI
1. ОБЧИСЛИТИ ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЙ.	
$y = \frac{3t+2}{6t-1},$ при $t = \frac{1}{3}.$	$y = \frac{2t+1}{4t-1},$ при $t = \frac{1}{2}.$
2. ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ ГРАФІКА ФУНКЦІЙ З ОСЯМИ КООРДИНАТ.	
$y = 1.8 - 3.6x.$	$y = -4.2x + 2.1.$
3. В ОДНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ.	
а) $y = -\frac{3}{4}x - 2;$ б) $y = 0;$ в) $y = -1.5x.$	а) $y = \frac{2}{3}x - 3;$ б) $y = 2.5;$ в) $y = -0.5x.$
4. РОЗВ'ЯЗАТИ ГРАФІЧНО РІВНЯННЯ.	
а) $x^2 = 5x;$ б) $\sqrt{x} = x.$	а) $x^2 = \sqrt{x};$ б) $\frac{1}{x} = x^2.$
5. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.	
Задати формулою лінійну функцію, графік якої паралельний прямій $y = 2x + 11$ і перетинається з графіком функції $y = x - 3$ в точці, що лежить на осі ординат.	Задати формулою лінійну функцію, графік якої паралельний прямій $y = -x + 8$ і перетинається з графіком функції $y = 5x + 1$ в точці, що лежить на осі ординат.

ВІДПОВІДІ

Тренувальні вправи

- §1. 5. а) $\frac{1}{4a^2c}$; б) $\frac{a}{a-5}$; в) $\frac{x-y}{x+y}$; г) $\frac{2}{3}(x^2+xy+y^2)$; д) $\frac{6a+6b}{a-b}$; е) a^3+x^3 ; є) x^2-4y^2 ; з) $\frac{5}{2}$. 6. а) 4;
 б) -3; в) $2\left(\frac{x}{1-x}\right)^3$; г) 2; д) -2; е) $\frac{2}{2x-3}$. 7. а) $\frac{a^2+b^2}{b}$; б) $\frac{m+n}{n}$; в) $\frac{a-b}{a+b}$; г) $\frac{a+b+c}{a-b-c}$; д) $\frac{x+1}{x+7}$; е) $\frac{x+3}{x+2}$.
 8. а) $\frac{x-y}{2xy}$; б) $\frac{4p-6q}{ap}$; в) $\frac{a^2(a-b)}{a+b}$. 10. а) $3m+3n$; б) $\frac{(a+b)^2}{b(a^2+ab+b^2)}$; в) $\frac{a-2}{a-4}$; г) $\frac{x^2-6x-7}{x^2+x-20}$.
 11. а) $\frac{1-a}{1-2a}$; б) $\frac{10}{2m+1}$; в) $\frac{2ab}{a^2+b^2}$; г) $2y$; д) m^2+1 ; е) $-a$. 12. а) $5\frac{1}{4}$; б) $\frac{6}{5}$; в) $\frac{5}{8}$. §2. 2. г) -1; е) 4. 8. а) -55;
 є) 12; ж) $\frac{1}{4}$. §3. 6. д) 0; з) 0; 18. 11. а) $\frac{5}{y-4}$; б) $\frac{x-5}{x-3}$; в) $\frac{a-3}{a+2}$. 12. г) 4; є) 2; і) 5. 13. а) $\pm 1; 3$; д) ± 5 ; е) -1; 2;
 є) 5. 14. в) 2; 3; 4; д) -1; $\frac{1}{5}$; і) 4; 5. 17. а) 8 см; б) 80 і 90 км/год. 18. в) 8; 12. §4. 5. а) (0; 9); (3; 0);
 б) (0; 2); $\left(-\frac{2}{5}; 0\right)$; в) (0; -56); (8; 0); г) (0; -1); $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$; д) (0; 1); $\left(\frac{1}{4}; 0\right)$; е) (0; -48); (8; 0). 6. а) (2; 5);
 б) (10; 9); в) (4; 13); г) (1; 3); д) (-8; 29); е) (1; 6). 7. а) $y = -4x + 19$; б) $y = 5x + 6$; в) $y = 2x + 2$;
 г) $y = 2x + 1$; д) $y = -2x + 5$; е) $y = 3x + 4$. 8. а) $k = -1; b = 2$; б) $k = 1; b = 2$; в) $k = -1; b = -1$;
 г) $k = 2; b = 2$; д) $k = 3; b = 3$. 11. 20. 352 кг, 26, 88 кг, 48, 768 кг. 12. 1, 8 м; 2, 52 м; 4, 68 м. 13. 4 : 1.
 16. а) $y = \frac{24}{x}$; б) $y = \frac{-6}{x}$; в) $y = \frac{-8}{x}$; г) $y = \frac{16}{x}$; д) $y = \frac{-24}{x}$; е) $y = \frac{60}{x}$. 17. а) зменшити у 3 рази; б) 5 : 1;
 в) зменшити в 4 рази. 26. а) $\frac{3}{12}$; б) -4, 5; в) -11; г) $\frac{3}{\sqrt{-2}}$.

Самостійні роботи

- C-1-1. В-1. 1. 3. В-II. 1. -3. В-III. 1. а)** $-\frac{1}{2}$; б) 0; -1. 3. б) $x+3$. **В-IV. 1. а)** $\frac{1}{3}$; б) 0; 1. 3. б) $\frac{1}{y-4}$.
В-V. 1. а) $x \neq 0; x \neq 3$; б) x - будь-яке число. 3. б) $\frac{b+1}{2}$; в) $\frac{x^2+2}{x^2+3x+9}$. **В-VI. 1. а)** $x \neq \pm \frac{3}{5}$; б) x - будь-яке число.
 2. а) $\frac{2y}{1,69-x^2}$. 3. а) $-a^2$; б) $\frac{2-b}{2+b}$; в) $\frac{x^2+2x+4}{x^2-1}$. **C-1-2. В-1. 1. г)** $12x^2-12xy$. **В-II. 1. г)** $\frac{a^2-2a-15}{a}$.
В-III. 1. г) $\frac{2(a+b)^2}{b^2}$. **В-IV. 1. г)** $\frac{x-y}{x^2(a^2-b^2)}$. **В-V. 1. в)** $\frac{b}{a}$; г) $\frac{1-x}{5(a^2-b^2)}$. **В-VI. 1. в)** $\frac{x-5}{x^2}$; г) $\frac{3y}{y-c}$. **C-1-3. В-1. 1. $\frac{c}{d}$** .
 2. $\frac{1-a}{1-2a}$. **В-II. 1. $\frac{m}{n}$** . 2. a^2+9 . **В-III. 1. $\frac{2c-2d}{c^2+cd}$** . 2. $\frac{y^2(x+y)}{x}$. **В-IV. 1. c^2-16** . 2. x^2+ax-a^2 . **В-V. 1. $\frac{2-m}{2m}$** .
 2. $\frac{1-7a}{2}$. **В-VI. 1. $2y$** ; 2. $\frac{4}{x^2-1}$. **C-2-1. В-III. 1. б)** $\frac{5}{8}$. **В-IV. 1. б)** $\frac{7}{3}$. **В-V. 1. б)** $\frac{11}{2}$; в) 14. **В-VI. 1. б)** $\frac{4}{7}$; в) $5\sqrt{2}$.
C-2-2. В-V. 3. г) -9; 3. **В-VI. 3. г)** -3; 7. **C-3-3. §1. 21; 22. В-II. 15 і 40. В-III. 7 і 13. В-IV. 9 і 21.**
C-4-1. В-1. 2. $\left(-\frac{1}{16}; \frac{5}{16}\right)$. 3. $x \neq -8$. **В-II. 2.** (-0, 1; 0, 7). 3. $x \neq 3$. **В-III. 2.** (2; -5, 4). 3. $x \neq -0, 15$. **В-IV. 2.** $\left(\frac{3}{4}; -3\frac{3}{4}\right)$.
 3. $x \neq 6\frac{2}{3}$. **В-V. 2. а)** $m = 7q + 4$; б) $q = \frac{m-4}{7}$. 3. $x \neq 0; x \neq \pm 5$. **В-VI. 2. а)** $m = 5n + 4$; б) $n = \frac{m-4}{5}$.

3. $x \neq \pm 3; x \neq 0$. **C-4-2. B-I. 2.** (2, 4; 1, 6). **B-II. 2.** $\left(1\frac{3}{16}; 3\frac{7}{8}\right)$. **B-III. 2.** (0; -1). **B-IV. 2.** (9; 19).

B-V. 2. $\left(0; 2\frac{3}{8}\right); \left(3\frac{9}{16}; 0\right)$. **B-VI. 2.** $\left(0; -3\frac{2}{7}\right); \left(16\frac{3}{7}; 0\right)$.

Контрольні роботи

K-1-1. B-I. 1. a) $\frac{xy}{5}$; б) $x+3$. **2. a)** $\frac{2x}{x^2-1}$; б) $\frac{x-3}{x(x+3)}$; в) $\frac{3-4x}{x^2+3x}$. **3.** $x \neq 4$. **4. 2.** **B-II. 1. a)** $\frac{2x^2}{7y^2}$; б) $\frac{x-4}{2}$.

2. a) $\frac{6x^2}{x^2-9}$; б) $\frac{2x-10}{x^2+5x}$; в) $\frac{a^2+9b^2}{a-3a}$. **3.** $x \neq 3$. **4. -2.** **B-III. 1. a)** $\frac{x-2}{2x^2}$; б) $\frac{a+2}{2-a}$. **2. a)** $\frac{5x+9}{x^2+2x}$; б) $\frac{6y^2+1}{6y-1}$;

в) $\frac{1}{x^2-4}$. **3.** $x \neq \frac{1}{3}$. **4. -6.** **B-IV. 1. a)** $\frac{5y-2}{2}$; б) $\frac{3-a}{a+3}$. **2. a)** $\frac{2x+5}{x^2+x}$; б) $\frac{1-4y}{2y}$; в) $\frac{1}{2x+2}$. **3.** $x \neq \frac{1}{4}$. **4. -0, 4.**

B-V. 1. $\frac{y^2-4}{3}$. **2. a)** $\frac{-12}{a^2+12a}$; б) $\frac{x^2}{x^3+c^3}$. **3.** $\frac{1+x}{(x^2-y^2)(1-y)}$. **4. a)** $x \neq 4; x \neq \frac{1}{4}$; б) $x \neq \pm 3; x \neq 0$. **B-VI. 1. a)** $\frac{x}{y}$;

б) $\frac{4}{x^3-9}$. **2. a)** $\frac{2x-14}{x^2+7x}$; б) $\frac{3xy}{x^3+y^3}$. **3. 0.** **4. a)** $x \neq 3; x \neq \frac{1}{3}$; б) $x \neq \pm 5; x \neq 0$. **K-1-2. B-I. 1. 6)** x^2-2x . **2. 6)** $x-1$.

3. $-\frac{1}{2a}$. **B-II. 1. 6)** x^2+x . **2. 6)** x^2+5x+6 . **3.** $\frac{1}{b^2+1}$. **B-III. 2. a)** $\frac{6a-1}{(6a+1)(a^2+4a+16)}$; б) $\frac{3}{4xy^3-4y^4}$.

3. a) $\frac{a^3+b^3}{ab}$; б) 1. **B-IV. 2. a)** $\frac{4x^2-15xy+9y^2}{4x^2+15xy+9y^2}$; б) $\frac{a^4-a^3b}{3b-5a}$. **3. a)** $\frac{4x^2-8x+8}{x-2}$; б) $\frac{1+3b}{1-b}$. **B-V. 1. a)** $\frac{3a+2}{2a-2}$;

б) $\frac{5c}{6ax}$; в) $\frac{a^2-b^2}{5}$; г) $2am+m$. **2.** $\frac{3b+x}{2x}$. **B-VI. 1. a)** $\frac{5y-5}{y+2}$; б) $\frac{3x^2y^2}{8b^5}$; в) $\frac{2x+2}{5x-5}$; г) $3a-6ax$. **2.** $\frac{2+3y}{b+y}$.

K-2-1. B-III. 1. 6) 8; в) 9. **2.** $-4\sqrt{ab}$. **B-IV. 1. 6)** 12. **2.** $-28\sqrt{cd}$. **B-V. 1. a)** $\frac{19}{18}\sqrt{2}$; б) 77; в) 21. **2.** \sqrt{a} . **B-VI. 1. a)** $\frac{47}{12}\sqrt{2}$;

б) 62; в) 9. **2.** $2\sqrt{c}$. **K-3-1. B-III. 2.** -6, 5. **B-IV. 2.** 6, 5. **B-V. 2.** -5, 3. **B-VI. 2.** -7, 1. **K-3-2. B-I. 1.** 2 км/год. **2.** $\frac{1}{3}$.

B-II. 1. 10 км/год. **2. 1.** **B-III. 1.** 10 і 12 дн. **2.** $\pm 1; \pm 6$. **B-IV. 1.** 10 і 15 днів. **2.** -3; -1; 2; 6.

K-4-1. B-I. 1. a) будь-яке число; б) $x \geq 0$. **4.** $\left(\frac{3}{19}; -\frac{6}{19}\right)$. **5.** так. **B-II. 1. a)** $x \neq 0$; б) будь-яке число. **4.** $\left(-3\frac{1}{3}; 10\right)$.

5. ні. **B-III. 1. a)** x - будь-яке число; б) $x \neq \frac{3}{2}$. **4.** $\left(\frac{3}{17}; \frac{1}{17}\right)$. **5.** ні. **B-IV. 1. a)** x - будь-яке число; б) будь-яке число.

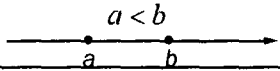
4. $\left(1\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$. **5.** ні. **B-V. 1. 3. 2.** (0; 1, 8); (0, 5; 0). **4. a)** 0; 5; б) 0; 1. **5.** $y = 2x - 3$. **B-VI. 1. 2. 2.** (0; 2, 1)(0, 5; 0).

4. a) 0; 1; б) 1. **5.** $y = -x - \frac{1}{5}$.

- ▶ Нерівності 87**
- ▶ Системи нерівностей 96**
з однією змінною
- ▶ Квадратична функція 100**
- ▶ Квадратні нерівності 107**
- ▶ Рівняння, які 112**
зводяться до квадратних.
Системи рівнянь
- ▶ Числові послідовності 119**
- ▶ Елементи прикладної 128**
математики

§1. НЕРІВНОСТІ

ВИДИ ЧИСЛОВИХ НЕРІВНОСТЕЙ

Означення	Приклади
Якщо a менше b або a більше b , то записують так: $a < b$ або $a > b$. Такий вираз називається <u>нерівністю</u> .	$7 < 10$; $-8 < -5$; $13 > 4$; $6,3 > -10,2$
Число a більше числа b , якщо різниця $a - b$ – додатне число, число a менше b , якщо різниця $a - b$ – від'ємне число.	$a - b = 7,02$, то $a > b$; $a - b = -9,5$, то $a < b$.
На координатній прямій більше число зображується точкою, що розташована справа, а менше – точкою, яка лежить зліва.	
Знаки $>$, $<$ називаються знаками строгих нерівностей.	$a < b$; $b > a$.
Знаки \geq , \leq – знаки нестрогих нерівностей.	$a \leq b$; $b \geq a$.
\geq – знак більше або дорівнює (не менше).	$5 \geq 5$; $-17,5 \geq -131,1$.
\leq – знак менше або дорівнює (не більше).	$5 \leq 5$; $-17,5 \leq 0,13$.
$a > b$ та $c > d$ – нерівності одного знака.	$15 > 4,3$; $-9 > -17$.
$a > b$ та $c < d$ – нерівності протилежних знаків.	$6,2 > -8$; $2 < 10,2$.

ВЛАСТИВОСТІ ЧИСЛОВИХ НЕРІВНОСТЕЙ

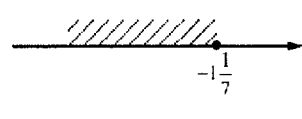
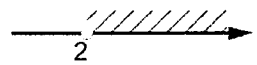
1. Якщо $a > b$, то $b < a$; якщо $a < b$, то $b > a$.	$13 > 5$, то $5 < 13$; $-12,9 < 4$, то $4 > -12,9$.
2. Якщо $a > b$ та $b > c$, то $a > c$ (властивість транзитивності).	$17 > 8$; $8 > 15$, то $17 > 15$.
3. Якщо $a > b$, то $a + c > b + c$.	$14 > 9$, то $14 + 8 > 9 + 8$.
4. Якщо $a > b$ та c – додатне число ($c > 0$), то $ac > bc$. Ця властивість має такий зміст: якщо обидві частини правильної нерівності помножити на одне й те саме додатне число, то отримаємо правильну нерівність.	$7,2 > -5$; $4 > 0$, то $7,2 \cdot 4 > -5 \cdot 4$, тобто $28,8 > -20$.
5. Якщо $a < b$ і c – від'ємне число ($c < 0$), то $ac > bc$. Ця властивість має такий зміст: якщо обидві частини правильної нерівності помножити на одне й те саме від'ємне число і змінити знак початкової нерівності на протилежний, то отримаємо правильну нерівність.	$6,9 > 3,5$; $6,9(-2)$ і $3,5(-2)$; $-2 < 0$, то $-13,8 < -7$.
6. Якщо $a > b$ і $c > d$, то $a + c > b + d$. Якщо почленно скласти дві правильні нерівності одного знака, то отримаємо правильну нерівність.	$+ 7,0 > 3$ $+ -1,7 < 3$ $4,3 > -7$ $-1,3 < 0$. $11,3 > -4$ $-2,0 < 3$
7. Якщо a, b, c, d – додатні числа, причому $a > b$ і $c > d$, то $ac > bd$. Якщо почленно перемножити правильні нерівності одного знака, ліві і праві частини яких додатні числа, то отримаємо правильну нерівність.	$18 > 15$; $\frac{3}{8} > \frac{1}{5}$, то $18 \cdot \frac{3}{8} > 15 \cdot \frac{1}{5}$; $\frac{18 \cdot 3}{8} > \frac{15 \cdot 1}{5}$; $6 \frac{3}{4} > 3$.
8. Якщо $a > b$ і $c < d$, то $a - c > b - d$	$12 > 7$; $5 > 9$; $12 - 5 > 7 - 9$, то $7 > -2$.
9. Якщо $a > b > 0$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$	$8 > 4$, то $\frac{1}{8} < \frac{1}{4}$.
10. Якщо $a > b > 0$, то для будь-якого натурального числа n виконується нерівність $a^n > b^n$	$6 > 5$, то, $6^2 > 5^2$, тобто $36 > 25$.

ЧИСЛОВІ ПРОМІЖКИ

Вид проміжку	Геометричне зображення	Позначення	Записати за допомогою нерівностей
Інтервал		$(a; b)$	$a < x < b.$
Відрізок		$[a; b]$	$a \leq x \leq b.$
Півінтервал		$(a; b]$	$a < x \leq b.$
Півінтервал		$[a; b)$	$a \leq x < b.$
Промінь		$[a; +\infty)$	$x \geq a.$
Промінь		$(-\infty; b]$	$x \leq b.$
Відкритий промінь		$(a; +\infty)$	$x > a.$
Відкритий промінь		$(-\infty; b)$	$x < b.$

На практиці не завжди використовують терміни «інтервал», «відрізок», «півінтервал», «промінь», а замінюють їх спільною назвою «числовий проміжок».

ЛІНІЙНІ НЕРІВНОСТІ

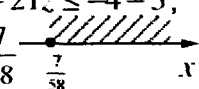
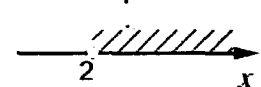
Означення	
Лінійною називається нерівність виду $ax > b$ (або, відповідно, $ax < b, ax \geq b, ax \leq b$), де $a \neq 0$, і $b \neq 0$ – числа.	
Розв'язками нерівності з однією змінною називається множина таких значень змінної, яка перетворює її на правильну числову нерівність.	
<p>1. Якщо $a > 0$, то розв'язок нерівності $ax > b$ має вигляд $x > \frac{b}{a}$.</p> <p>2. Якщо $a < 0$, то розв'язок нерівності $ax \geq b$ має вигляд $x \leq \frac{b}{a}$.</p> <p>3. Якщо $a = 0$, то нерівність $ax > b$ набуває вигляду $0x > b$, тобто вона не має розв'язку при $b \geq 0$ і правильна при будь-яких x, якщо $b < 0$.</p>	
При розв'язуванні нерівностей використовуються такі властивості.	
Властивості	Приклади
1. Якщо з однієї частини нерівності перенести в іншу доданок з протилежним знаком, то утвориться нерівність, рівносильна даній.	$4(y-1)+7 \leq 1-3(y+2); 4y-4+7 \leq 1-3y-6;$ $4y+3y \leq 1-6+4-7.$
2. Якщо обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме додатне число, то утвориться нерівність, рівносильна даній.	$7y \leq -8;$ $y \leq -\frac{8}{7}.$  $(-\infty; -1\frac{1}{7}]$.
3. Якщо обидві частини нерівності помножити або поділити на одне й те саме від'ємне число, змінивши при цьому знак нерівності на протилежний, то отримаємо рівносильну даній нерівність.	$-3x+8 < 2x-2, -3x-2x < -8-2,$ $-5x < -10,$  $x > 2,$ $(2; +\infty)$

ОЦІНКА СУМИ, РІЗНИЦІ, ДОБУТКУ, ЧАСТКИ

1. $a \leq x \leq b$ $c \leq y \leq d$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $a+c \leq x+y \leq b+d$	3. $a \leq x \leq b$ $c \leq y \leq d$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $ac \leq xy \leq bd$	$(a > 0);$ $(c > 0).$
2. $a \leq x \leq b$ $c \leq y \leq d$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $a-d \leq x-y \leq b-c$	4. $a \leq x \leq b$ $c \leq y \leq d$ <hr style="width: 80%; margin: 0 auto;"/> $\frac{a}{d} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{b}{c}$	$(a > 0);$ $(c > 0).$

УЧНІВСЬКА СТОРІНКА



1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.	1) $\frac{3z+1}{2} - 6z \leq \frac{5z-2}{3} + \frac{7z}{2}$	2) $\frac{3x-2}{x-2} > 3$
Розв'язання.	$\left(\frac{3z+1}{2} - 6z\right) \cdot 6 \leq \left(\frac{5z-2}{3} + \frac{7z}{2}\right) \cdot 6;$ $(3z+1)3 - 36z \leq (5z-2)2 + 21z;$ $9z+3-36z \leq 10z-4+21z;$ $9z-36z-10z-21z \leq -4-3;$ $-58z \leq -7; z \geq \frac{7}{58}$ 	$\frac{3x-2}{x-2} - 3 > 0; \frac{3x-2-3x+6}{x-2} > 0; \frac{4}{x-2} > 0.$ Оскільки чисельник дробу $4 > 0$, то нерівність $\frac{4}{x-2} > 0$ правильна при $x-2 > 0; x > 2$. 
	Відповідь: $\left(\frac{7}{58}; +\infty\right)$	Відповідь: $(2; +\infty)$
2. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.	1. $ 1-3x < 2$	2. $ 4x-1 > 1$
Розв'язання.	$-2 < 1-3x < 2;$ $-3 < -3x < 1; -\frac{1}{3} < x < 1.$	$4x-1 < -1; \text{ або } 4x-1 > 1; 4x > 2$ $4x < 0; x < 0; (-\infty; 0) \cup x > \frac{1}{2}; \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$
	Відповідь: $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$	Відповідь: $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$
ДОВЕДЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ		
Довести нерівність можна на підставі правила: якщо $a > b$, то $a-b > 0$ і якщо $a < b$, то $a-b < 0$.		
1. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ.	$x^2 + y^2 \geq 2xy$	
Доведення. Знайдемо різницю лівої та правої частин нерівності:	$(x^2 + y^2) - 2xy = x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2$. $(x-y)^2 \geq 0$ при будь-яких x та y , значить $x^2 + y^2 \geq 2xy$ при будь-яких x та y .	
Вираз $\frac{a+b}{2}$ називають середнім арифметичним чисел a та b , а вираз \sqrt{ab} — середнім геометричним.		
2. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ.	Середнє арифметичне двох додатних чисел не менше їх середнього геометричного. $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$.	
Доведення. Знайдемо різницю лівої та правої частин нерівності:	$\frac{x+y}{2} - \sqrt{xy} = \frac{x+y-2\sqrt{xy}}{2} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{2} \geq 0$ при будь-яких $x \geq 0$ та $y \geq 0$, тобто, при $x > 0$ та $y > 0$ $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$, при $x = y$ $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$.	

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ВИКОРИСТОВУЮЧИ ВЛАСТИВОСТІ НЕРІВНОСТЕЙ, ЗАПИСАТИ ПРАВИЛЬНУ НЕРІВНІСТЬ, ЯКА УТВОРИТЬСЯ, ЯКЩО:

а) до обох частин нерівності $19 > -8$ додати число -6 ; число $3,2$; число 10 ;

б) від обох частин нерівності $15 > -8$ відняти число 3 , число 13 , число -7 ;

в) обидві частини нерівності $-12 < 24$ помножити на 2 ; -5 ; на $-\frac{1}{3}$;

г) обидві частини нерівності $15 > -12$ поділити на 3 ; на -3 ; на -1 .

2. ВІДОМО, ЩО $a > b$. ПОРІВНЯТИ І ЗАПИСАТИ У ВИГЛЯДІ НЕРІВНОСТІ.

а) $-15a$ та $-15b$; б) $4,3a$ та $4,3b$; в) $0,12a$ та $0,12b$.

3. ЯКИЙ ЗНАК ЧИСЛА a , ЯКЩО ВІДОМО, ЩО:

а) $4a < 3a$; б) $9a > 5a$; в) $-6a < 2a$; г) $-11a > -4a$.

4. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ ВСІХ ЗНАЧЕННЯХ x ПРАВИЛЬНА НЕРІВНІСТЬ:

а) $x^4 + 2 > 0$; б) $(x-3)^2 \geq 0$; в) $x^2 - 2x + 1 \geq 0$.

5. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.

Відомо, що a, b, c та d – додатні числа, причому $a > b, d < b, c > a$. Розташувати у порядку зростання числа

$\frac{1}{a}; \frac{1}{b}; \frac{1}{c}; \frac{1}{d}$.

6. ДОДАТИ ПОЧЛЕННО НЕРІВНОСТІ.

а) $5 < 7$ та $13 < 19$; б) $16 > 8$ та $-3 > -12$.

7. ПЕРЕМНОЖИТИ ПОЧЛЕННО НЕРІВНОСТІ.

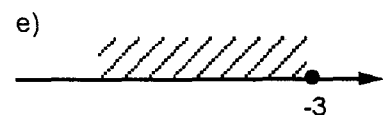
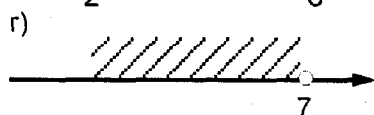
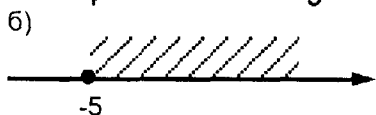
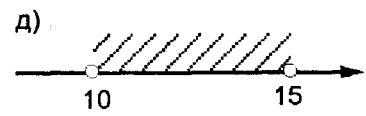
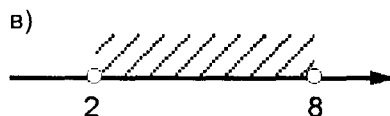
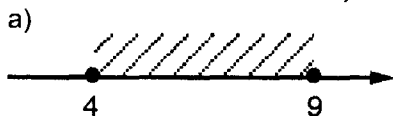
а) $13 > 6$ та $7 > 2$; б) $4 < 12$ та $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$.

8. ЗОБРАЗИТИ НА КООРДИНАТНІЙ ПРЯМІЙ ПРОМІЖОК.

а) $[-3; 6]$; в) $(-8; 0]$; д) $(-\infty; 3]$; ж) $(-12; -4)$.

б) $(-5; 5)$; г) $[0; 4)$; е) $[-4; +\infty)$.

9. ЗАПИСАТИ ПРОМІЖКИ, ЗОБРАЖЕНІ НА РИСУНКУ.



10. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $4x - 3 < 0$; д) $3x - 8x \geq 4$; з) $7 + 6y < 2(5y - 8)$;

б) $-5x < 15$; е) $3a + 12 < a - 13$; и) $19 - 7x \leq 20 - 3(x - 5)$.

в) $-2(4a + 1) < 3 - 10a$; є) $4 - 3y > -4(2y + 2)$;

г) $3(2x + 1) - 6 \leq 2 - 3(1 - 2x)$; ж) $-5(1 + 4x) - 2x \geq 1 + 2(3 - x)$.

11. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $0,2(z - 2) - 0,4(2z - 1) > 0,3(3 - z) - 0,5(z - 1)$; б) $\frac{2x - 1}{5} - 4 < 2x - \frac{3x + 5}{5}$;

в) $\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right) - \left(-x - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{3}x - \frac{3}{4}\right) > \frac{5}{6}$.

12. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

- а) $\frac{4(z-3)}{5} - \frac{z+3}{2} < \frac{3z+2}{4} + \frac{2(z-5)}{3}$; д) $|x-1| + |1-x^2| \leq 0$;
 б) $\frac{3}{8}(2x-1) - \frac{7}{8} - \frac{1}{6}(2-2x) \geq 1\frac{2}{3}$; е) $|3x-2| > 7$;
 в) $(1-2x)^2 - (2x+1)(2x-1) \leq 6(1-x)$; є) $\frac{x}{x+3} < 1$.
 г) $|2x-1| < 1$;

13. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ БУДЬ-ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННОЇ ПРАВИЛЬНА НЕРІВНІСТЬ.

- а) $(a+1)(a-4) > (a+2)(a-5)$; в) $4c^2 - cd + d^2 > 3cd$;
 б) $(x-3)(x+4) < (2x-1)(x+1)$; г) $(x+5)^2 x(x+10)$.

14. ДОВЕСТИ, ЩО СУММА БУДЬ-ЯКОГО ДОДАТНОГО ЧИСЛА І ЧИСЛА, ЙОМУ ОБЕРНЕНОГО, НЕ МЕНШЕ, НІЖ 2.

15. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.

Дани чотири послідовних, натуральних числа. Порівняти прибуток крайніх і середніх членів даної послідовності.

16. ДОВЕСТИ НЕРІВНОСТІ.

- а) $\frac{a^2+1}{2} \geq a$; б) $\frac{a}{a^2+1} \leq \frac{1}{2}$; в) $a + \frac{1}{a} \geq 2$; г) $9a + \frac{1}{a} \geq 6$.

17. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ БУДЬ-ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ ЗМІННОЇ:

- а) $x^2 + 2x + 7 > 0$; б) $t^2 - 2t + 9 > 0$.

18. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ $a > 0, b > 0$ ТА $c > 0$ $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$.

19. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ.

$(x+y+z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 9$, якщо $x > 0, y > 0, z > 0$.

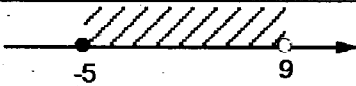
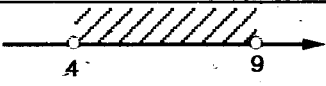
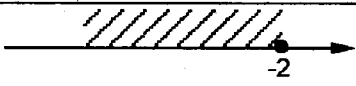

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-1)

ТЕМА. НЕРІВНОСТІ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

В - I		7 балів		В - II	
1. ДОДАТИ ПОЧЛЕННО НЕРІВНОСТІ.					
а) $12 > -5$ і $9 > 7$;		б) $-2,5 < -0,7$ і $-3 < -2$.		а) $13 > 6$ і $7 > 2$;	
				б) $-4,2 < -0,8$ і $-7 < -6$.	
2. ПОМНОЖИТИ ПОЧЛЕННО НЕРІВНОСТІ.					
а) $5 > 2$ і $4 > 3$;		б) $1 < 7$ і $10 < 15$.		а) $3 > 1$ і $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$;	
				б) $8 < 10$ і $12 < 15$.	
3. ЗОБРАЗИТИ НА КООРДИНАТНІЙ ПРЯМІЙ ПРОМІЖОК.					
а) $[-4; 7]$;	в) $[4; 12]$;	д) $(-\infty; -8]$;	а) $[3; 8]$;	в) $[7; 13]$;	д) $(6; +\infty)$;
б) $(-3; 7]$;	г) $(7; 10]$;	е) $(4; +\infty)$.	б) $(-2; 5]$;	г) $(-9; 0]$;	е) $(12; +\infty)$.
4. ОЦІНИТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ, ЗНАЮЧИ ЩО:					
$6 < b < 8; 10 < a < 16$;			$6 < x < 7; 3 < y < 4$;		
а) $a+b$; б) ab .			а) $x+y$; б) xy .		
5. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.					
а) $4x < 20$; б) $-3x \leq -9$;			а) $3x < 18$; б) $-5x \leq -10$;		
в) $4a - 11 < a + 13$.			в) $6 - 4x < 7 - 6x$.		



В – III	9 балів	В – IV
ЗОБРАЗИТИ НА КООРДИНАТНІЙ ПРЯМІЙ МНОЖИНУ ЧИСЕЛ, ЯКІ Б ЗАДОВОЛЬНЯЛИ НЕРІВНІСТЬ (АБО ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ), І ЗАПИСАТИ ЇЇ У ВИГЛЯДІ ПРОМІЖКУ.		
а) $b \geq 3$; б) $b < -0,4$; в) $4 < m \leq 7$; г) $\frac{1}{2} \leq x < \frac{2}{3}$.	а) $y \leq \sqrt{2}$; б) $y > -4,2$; в) $-3 \leq x < \frac{1}{2}$; г) $5 < y \leq 8$.	
2. ВИКОРИСТОВУЮЧИ ВЛАСТИВОСТІ НЕРІВНОСТЕЙ, ЗАПИСАТИ ПРАВИЛЬНУ НЕРІВНІСТЬ, ЯКА УТВОРИТЬСЯ, ЯКЩО:		
а) до обох частин нерівності $13 > -9$ додати число $-6; 3; 5$;	а) від обох частин нерівності $7 > -3$ відняти число $2; -4$;	
б) обидві частини нерівності $-9 < 17$ помножити на $2; -2$.	б) обидві частини нерівності $12 > -4$ поділити на $2; -2$.	
3. ОЦІНИТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ, ЗНАЮЧИ ЩО:		
$8 < a < 10$ та $1 < b < 2$,	$7 < x < 8$ та $2 < y < 3$,	
а) $a - b$; б) $a : b$; в) $\frac{1}{4}a + b$.	а) $\frac{1}{2}x + y$; б) $x - y$; в) $x : y$.	
4. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНОСТІ.		
а) $2,5x < 7,5$; в) $5x - 2(x - 4) \geq 9x + 23$;	а) $1,5x < 3$; в) $6x - 3(x - 1) \leq 2 + 5x$;	
б) $-2x < -10,2$; г) $ x - 5 \leq 1$.	б) $-2a < -6,8$; г) $ x - 8 \leq 2$.	
5. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x МАЄ ЗМІСТ ВИРАЗ?		
$\sqrt{3x - 2}$.	$\sqrt{0,8x - 4}$.	

В – V	12 балів	В – VI	
ЗОБРАЗИТИ НА КООРДИНАТНІЙ ПРЯМІЙ МНОЖИНУ ЧИСЕЛ, ЩО ЗАДОВОЛЬНЯЮТЬ ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ І ЗАПИСАТИ ЇЇ У ВИГЛЯДІ ПРОМІЖКУ.			
а) $m \leq \sqrt{6}$;	в) $-3 \leq a \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$;	а) $a \geq -\sqrt{1,6}$;	в) $-1 \leq a \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $n > 27$;	г) $\frac{8}{9} \leq x \leq \frac{9}{10}$.	б) $x < -8,5$;	г) $\frac{7}{8} \leq x \leq \frac{8}{9}$.
2. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ a ВИКОНУЄТЬСЯ НЕРІВНІСТЬ?			
$(2a^2 + 3)(7a - 14) \geq 0$.		$(a^2 + 6)(3a - 21) \geq 0$.	
3. ЗАПИСАТИ ПРОМІЖКИ, ЗОБРАЖЕНІ НА РИСУНКУ.			
а) 	а) 		
б) 	б) 		
4. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.			
а) $-2(3x + 1) + 4 < (7 + 8x)$;		а) $8 - 11x < -3(x + 2) - 2,5(2x - 4)$;	
б) $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{x-3}{4}$; в) $\frac{14-2x}{(8-x)^2} < 0$.		б) $\frac{c+1}{3} - \frac{c+2}{6} \leq \frac{c+3}{2}$; в) $\frac{24-2x}{(x-5)^2} > 0$.	
5. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННОЇ МАЄ ЗМІСТ ВИРАЗ?			
$\sqrt{\sqrt{x} - 1}$.		$\sqrt{1 - \sqrt{x}}$.	

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-2)
ТЕМА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ



В - I	7 балів	В - II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.		
а) $7 + 6x < 2(5x - 8)$; б) $3x + 5 \geq 9x - (5 - 2x)$;	а) $10x + 9 > -3(2 - 5x)$; б) $6 - 3x \leq 19 - (x - 7)$;	
в) $4(2 - 3m) + 3(4 - 2m) \geq 0$; г) $\frac{8x+1}{3} < \frac{7x-5}{4}$.	в) $2(3 - 2x) + 3(2 - x) \leq 0$; г) $\frac{7x-4}{5} > \frac{4x+3}{2}$.	
2. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННОЇ МАЄ ЗМІСТ ВИРАЗ?		
а) $\sqrt{3x-5}$; б) $\sqrt{1-2y}$; в) $\sqrt{\frac{12-x}{6}}$.	а) $\sqrt{5x-4}$; б) $\sqrt{2-3y}$; в) $\sqrt{\frac{1}{8-x}}$.	

В - III	9 балів	В - IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.		
а) $3 + 5x \geq 9x - (15 - 2x)$; г) $2x - \frac{x+1}{2} \leq \frac{x-1}{3}$;	а) $1 - x \leq 6x - (3x - 1)$; г) $x - \frac{2x+3}{2} \leq \frac{x-1}{4}$;	
б) $5 - 4(2 - 3x) \leq 5(2x + 1) - 3$; д) $ x - 4 \geq 3$.	б) $3(2x + 1) - 6 \leq 2x - 3(1 - 3x)$; д) $ x + 1 \geq 1$.	
в) $(12x - 1)(3x + 1) < 1 + (6x + 2)^2$;	в) $(4y - 1)^2 > (2y + 3)(8y - 1)$;	
2. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННОЇ ВИРАЗ БУДЕ ВИЗНАЧЕНИМ?		
$\frac{4-x}{\sqrt{3x-1}}$.	$\frac{2-x}{\sqrt{5x-4}}$.	

В - V	12 балів	В - VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.		
а) $5.6(y - 3) - 2.8(3y - 2) < 0$;	а) $7.4(x - 4) - 3.7(3x - 4) > 0$;	
б) $\frac{1.2x - 3}{2} < 4.5$;	б) $\frac{2 + 1.5x}{4} < 0.5$;	
в) $(3x + 1)^2 + (1 - 3x)(1 + 3x) < 2(1 + x)$;	в) $(4x + 1)^2 - 8x < 7 + 2x(8x - 3)$;	
г) $\frac{2.5a - 7}{4} - a > \frac{0.5a + 1}{3} + 8$;	г) $\frac{0.9 - 1.2a}{4} - 2 < \frac{1 - 5a}{8} + 0.8a$;	
д) $ 5 - 4x < 2$.	д) $ 16 - x > 100$.	
2. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ a ВИКОНУЄТЬСЯ НЕРІВНІСТЬ?		
$(a^2 + 6)(3a - 7) \geq 0$.	$(2a^2 + 3)(7a - 4) \leq 0$.	


САМОСТІЙНА РОБОТА (С-1-3)
ТЕМА. ДОВЕДЕННЯ НЕРІВНОСТЕЙ



В - I	7 балів	В - II
1. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ БУДЬ-ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ ЗМІННОЇ ПРАВИЛЬНА НЕРІВНІСТЬ.		
а) $(x + 5)(x - 7) < (x + 4)(x - 5) - x$;	а) $(2x - 3)(x - 3) > (x - 1)(x - 8)$;	
б) $(x - 2)^2 > x(x - 4)$.	б) $(3x + 8)^2 > 3x(x + 16)$.	
2. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ.		
$a^2 - ab + b^2 \geq ab$.	$2bc \leq b^2 + c^2$.	
3. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ БУДЬ-ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ ЗМІННОЇ ЗНАЧЕННЯ ДРОБУ НЕВІД'ЄМНЕ.		
$\frac{a^2 + ba + 9}{a^2 + 1}$.	$\frac{a^2 - 10a + 25}{a^2 + 5}$.	

В – III	9 балів	В – IV
1. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ.		
а) $5y^2 + 3 \geq 20y - 17$; в) $\frac{a}{1+a^2} \leq \frac{1}{2}$.	а) $6x^2 + 5 \geq 12x - 1$; в) $\frac{b^2 + 4}{4b} > 1$, при $b > 0$.	
б) $a^2 + a \leq 10a^2 - 5a + 1$;	б) $a^2 - a \leq 50a^2 - 15a + 1$;	
2. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ БУДЬ-ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ ЗМІННОЇ ПРАВИЛЬНА НЕРІВНІСТЬ.		
$2x^2 + 5y^2 + 2xy + 1 > 0$.	$x^2 + 6x + y^2 - 4y + 15 > 0$.	

В – V	12 балів	В – VI
1. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ.		
а) $x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2$ ($x > 0, y > 0$);	а) $10x^2 + 10xy + 5y^2 + 1 > 0$;	
б) $2a^2 + b^2 + c^2 \geq 2a(b+c)$; в) $a^2 + 3 > 2a$.	б) $a^2 + b^2 \geq 2(a+b-1)$;	в) $p^2 + 8 > 2p$.
2. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ БУДЬ-ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x ТА y МАЄ МІСЦЕ НЕРІВНІСТЬ.		
$5x^2 - 2xy + y^2 + 16x + 16,5 > 0$.	$10x^2 + 5y^2 + 2xy + 3 > 0$.	

 **КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-1-1)**
ТЕМА. НЕРІВНОСТІ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ.
ЛІНІЙНІ НЕРІВНОСТІ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

В – I	7 балів	В – II
1. ЗАПИСАТИ У ВИГЛЯДІ ПРОМІЖКУ МНОЖИНУ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕРІВНОСТІ І ЗОБРАЗИТИ ЇЇ НА КООРДИНАТНІЙ ПРЯМІЙ.		
а) $-4 < x \leq 2$; б) $x \leq -5$; в) $x > 6$.	а) $-1 \leq x \leq 0$; б) $y > 2$; в) $y \leq -4$.	
2. ОЦІНИТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ, ЗНАЮЧИ, ЩО:		
$3 < x < 5$ та $2 < y < 6$,	$4 < a < 7$ та $5 < b < 8$,	
а) $x + y$; б) $x - y$; в) xy ; г) $\frac{x}{y}$.	а) $a + b$; б) $a - b$; в) ab ; г) $\frac{a}{b}$.	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.		
а) $-\frac{1}{5}y > 4,3$; б) $3(x-2) - 2x \leq 4x + 1$;	а) $-\frac{1}{6}x < 6,5$; б) $-2(3x+1) + 1 \leq -(7+8x)$;	
в) $\frac{5x-10}{3} < \frac{3x+7}{2}$.	в) $\frac{a-1}{3} - a > \frac{a+1}{2}$.	
4. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ.		
$4b^2 - 3b \geq 9(b-1)$.	$2b > 2(b-4) - a^2$.	
5. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ ЗМІННОЇ МАЄ ЗМІСТ ВИРАЗ?		
$\frac{1}{\sqrt{6-12x}}$.	$\frac{1}{\sqrt{2-8x}}$.	

В – III	9 балів	В – IV
1. ЗАПИСАТИ У ВИГЛЯДІ ПРОМІЖКІВ МНОЖИНУ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕРІВНОСТІ ТА ЗОБРАЗИТИ ЇЇ НА КООРДИНАТНІЙ ПРЯМІЙ.		
а) $-2 \leq x \leq 2$; б) $x \leq \sqrt{2}$; в) $x > -\sqrt{5}$.	а) $-3 \leq x \leq 3$; б) $x \geq -\sqrt{3}$; в) $y < -\sqrt{2}$.	
2. ОЦІНИТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ, ЗНАЮЧИ, ЩО:		
$3 < x < 1, 2 < y < 5$,	$2 < x < 5, 4 < y < 7$,	
а) $x + y$; б) $x - y$; в) xy ; г) $\frac{x}{y}$.	а) $x + y$; б) $x - y$; в) xy ; г) $\frac{x}{y}$.	

3. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $(2x+1)^2 - 5x < x + 4x^2$;

б) $x + \frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} > \frac{13x-1}{15}$;

в) $|2x+7| \leq 17$.

а) $(1-2x)^2 - 6x > 2x(1+2x)$;

б) $x - \frac{7+x}{4} + \frac{8-11x}{12} > \frac{x-5}{3}$;

в) $|3x-8| > 19$.

4. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ.

$(a^3 - b^3)(a - b) \geq 3ab(a - b)^2$.

$(a^2 - b^2) \geq 4ab(a - b)^2$.

5. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x ВИЗНАЧЕНИЙ ВИРАЗ?

$3\sqrt{5-2x} + \sqrt{x}$.

$2\sqrt{9-4x} - 3\sqrt{x}$.

В - V

12 балів

В - VI

1. ЗАПИСАТИ У ВИГЛЯДІ ПРОМІЖКІВ МНОЖИНУ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕРІВНОСТІ ТА ЗОБРАЗИТИ ЇЇ НА КООРДИНАТНІЙ ПРЯМІЙ.

а) $-\sqrt{3} < a < 2$; б) $y \geq \frac{3}{2}$; в) $x < -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

а) $-1 \leq b \leq \sqrt{2}$; б) $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$; в) $y < -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

2. ОЦІНИТИ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ, ЗНАЮЧИ, ЩО:

$2 < x < 6$ та $1 < y < 4$,

$4 < x < 8$ та $12 < y < 14$,

а) $x + y$; б) $x - y$; в) xy ; г) $\frac{x}{y}$.

а) $x + y$; б) $x - y$; в) xy ; г) $\frac{x}{y}$.

3. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $(0,6x-1) - 0,2(3x+1) < 5x-4$;

б) $\frac{1-2a}{4} - \frac{1-5a}{3} < 2$;

в) $|2x-48| \leq 12$.

а) $\frac{2}{3}(6x+4) - \frac{1}{6}(12x-5) \leq 4-6x$;

б) $\frac{5-x}{3} - \frac{1-x}{2} > 1$;

в) $|y+105| \leq 6$.

4. ДОВЕСТИ НЕРІВНІСТЬ, ЯКЩО $a \geq 0$ і $b \geq 0$.

$a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$.

$(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$.

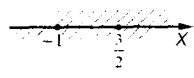
5. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x ВИЗНАЧЕНИЙ ВИРАЗ?

$\frac{3-x}{2\sqrt{5x-4}}$.

$\frac{3+x}{12\sqrt{2x-9}}$.

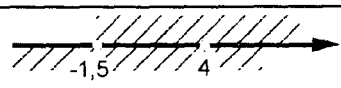
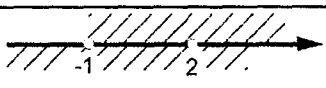
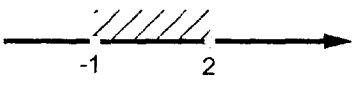
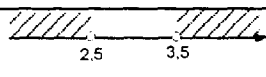
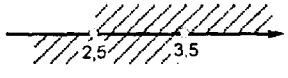
§2. СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

Означення	Приклади
Якщо необхідно знайти спільні розв'язки двох чи більше нерівностей з однією змінною, це значить, що треба розв'язати <u>систему</u> двох чи більше нерівностей з однією змінною.	$\begin{cases} 4x+4 \geq 0; \\ 6-4x \geq 0; \end{cases} \begin{cases} 4x \geq -4; \\ -4x \geq -6; \end{cases} \begin{cases} x \geq -1; \\ x \geq \frac{3}{2}; \end{cases}$  <p>Значення $x \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$ є розв'язком нерівності $4x+4 \geq 0$ та $6-4x \geq 0$.</p> <p>Відповідь: $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$.</p>
<u>Розв'язками системи</u> називаються такі значення змінної, які є розв'язками одразу всіх нерівностей, що входять до даної системи.	
Розв'язати систему нерівностей з однією змінною – значить знайти всі її розв'язки або довести, що їх немає.	



УЧНІВСЬКА СТОРІНКА

1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.	$\begin{cases} x-1 < 2+3x; \\ 5x-7 < x+9. \end{cases}$
Розв'язання.	$\begin{cases} -2x < 3; \\ 4x < 16. \end{cases} \text{ звідси } \begin{cases} x > -1.5; \\ x < 4. \end{cases}$ 
Відповідь: $(-1.5; 4)$.	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ.	$-3 < 2x-1 < 3.$
Розв'язання. Розв'язанням подвійної нерівності є розв'язування системи двох нерівностей.	$\begin{cases} 2x-1 > -3; \\ 2x-1 < 3; \end{cases} \begin{cases} 2x > -2; \\ 2x < 4; \end{cases} \begin{cases} x > -1; \\ x < 2; \end{cases}$  <p>або</p> $\begin{cases} -3 < 2x-1 < 3; \\ -2 < 2x < 4; \\ -1 < x < 2. \end{cases}$ 
Відповідь: $(-1; 2)$.	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.	$\frac{5-2y}{2y-7} > 0.$
Розв'язування цієї нерівності можна звести до розв'язування двох систем.	$1. \begin{cases} 5-2y > 0; \\ 2y-7 > 0; \end{cases} \begin{cases} -2y > -5; \\ 2y > 7; \end{cases} \begin{cases} y < 2.5; \\ y > 3.5; \end{cases}$  <p>Розв'язків немає.</p> $2. \begin{cases} 5-2y < 0; \\ 2y-7 < 0; \end{cases} \begin{cases} -2y < -5; \\ 2y < 7; \end{cases} \begin{cases} y > 2.5; \\ y < 3.5; \end{cases}$ 
Відповідь: $(2.5; 3.5)$.	

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.

а) $\begin{cases} x > 15. \\ x > 11; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x < 2. \\ x < 7; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > 6. \\ x < -2.5; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x \geq -2. \\ x \leq 3; \end{cases}$ д) $\begin{cases} x \geq 5. \\ x < 16; \end{cases}$
 е) $\begin{cases} 2x-14 > 0. \\ 5x < 10; \end{cases}$ є) $\begin{cases} 3x-15 < 0. \\ 2x > 0; \end{cases}$ ж) $\begin{cases} 7y \geq 49. \\ 4y+16 \leq 0; \end{cases}$ з) $\begin{cases} 1-2x < 3. \\ 3x+2 < 1; \end{cases}$ и) $\begin{cases} 3-4x > 5. \\ 2+9x < 1. \end{cases}$

2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.

а) $\begin{cases} 0.7x+4.9 > 0. \\ 5.4 \geq 2.7x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x-3 < 2x+10. \\ 7-2x > x+11; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 25-6x < 4+x. \\ 3x+7.7 > 1+4x; \end{cases}$
 г) $\begin{cases} 3+3.1x \geq 6-0.9x. \\ 2-x \geq 3.52x; \end{cases}$ д) $\begin{cases} 3(2-3x)-2(3-2x) > x. \\ 6 < x^2-x(x-8); \end{cases}$ є) $\begin{cases} 3-2a < 13. \\ a-1 > 0. \\ 5a-3.5 < 0. \end{cases}$

3. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ І ВКАЗАТИ ВСІ ЦІЛІ ЧИСЛА, ЯКІ Є ЇЇ РОЗВ'ЯЗКАМИ.

а) $\begin{cases} 12-6x \leq 0. \\ 3x+1 < 25-x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 6-4b > 0. \\ 3b-1 > 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 12a-37 > 0. \\ a \leq 7. \end{cases}$

4. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.

а) $\begin{cases} 17-5(x+0.6) < 3x. \\ 2(3.5-x)+(2x-2.4) > x-2.6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 0.7(5a+1)-0.5(1+a) < 3a. \\ 2a-(a-1.7) > 6.7; \end{cases}$
 в) $\begin{cases} 2x-\frac{x-1}{3} > x. \\ x-1 < 3-\frac{x+1}{2}; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 3a-\frac{1+5a}{4} < a. \\ \frac{a-1}{5}-a-1 < 0; \end{cases}$ д) $\begin{cases} x-4 < 8. \\ 2x+5 < 13. \\ 3-x > 1. \end{cases}$

5. РОЗВ'ЯЗАТИ ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ.

а) $1 < 1-2x < 3$; в) $-1 < 2+5x \leq 3$; д) $1 < \frac{2x-1}{2} \leq 2$;
 б) $-5 < 3+2x < -1$; г) $-4 < 2-4x < -2$; є) $0 < 5(x-3)-2(x-7)+7(2x+6) < 9$.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-2-1)

ТЕМА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

В - I	7 балів	В - II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.		
а) $\begin{cases} 4x-3 < 2x+10. \\ 7-2x > x+11; \end{cases}$	б) $\begin{cases} 10-6x < 8x-40. \\ 4x-1 < 5x-3. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 5x+5 < 45-3x. \\ -3x+8 < 10-x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5m-7 > -14+3m. \\ -4m+5 < 29+2m. \end{cases}$
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ І ВКАЗАТИ ВСІ ЦІЛІ ЧИСЛА, ЯКІ Є ЇЇ РОЗВ'ЯЗКАМИ.		
$\begin{cases} 3+2x < 13. \\ 5x > 17. \end{cases}$	$\begin{cases} 12-6a \leq 0. \\ 3a+4 \leq 28-a. \end{cases}$	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ.		
$-9x \leq 3x \leq 18.$	$-15 < 5x < 45.$	

В - III	9 балів	В - IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.		
а) $\begin{cases} 3x+3 < 4x+10. \\ -2x+5 > x+10; \end{cases}$	б) $\begin{cases} -2(3a+1) < 7-3a. \\ 1-2a > 4a-1. \end{cases}$	а) $\begin{cases} -5x+1 > -8x-8. \\ 4x+1 < x+6; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 7a+3 \geq 5(a-4)+1. \\ 4a+1 \leq 43-3(7+a). \end{cases}$
2. ЗНАЙТИ ЦІЛІ РОЗВ'ЯЗКИ СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ.		
$\begin{cases} 2-6x > 14. \\ 1 < 21+5x. \end{cases}$	$\begin{cases} 3-4x < 15. \\ 1-2x > 0. \end{cases}$	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ.		
а) $-4 \leq 2x+3 \leq 4$; б) $0.5 < \frac{5y-2}{4} \leq 0.8$.	а) $-1.6 \leq 2x-1 \leq 5.4$; б) $1.7 < \frac{4y-3}{5} < 2$.	

В - V	12 балів	В - VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.		
а) $\begin{cases} 2(x+8) < -4(x+11), \\ \frac{1}{2}(8x-20) < 7(x-7)+9; \end{cases}$ б) $\begin{cases} -3(-2x-1) < 2\left(x-8\frac{1}{2}\right), \\ x(x+1) \geq (x-2)(x+2)-6; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 6-x > 0, \\ x+2 \geq 0, \\ 3x-6 < 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{3} < 2, \\ \frac{13x-1}{2} > 0. \end{cases}$	а) $\begin{cases} (x-3)(x-4) < (x+5)(x-7), \\ 9x-2 \geq 11x-5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3(2x-4) < 2(3x-2)+4x, \\ (x+2)(x-5) > (x+3)(x-6); \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x-1 \geq 2, \\ x-0.5 \leq 4.5, \\ 4x+4 > 0; \end{cases}$ г) $\begin{cases} \frac{3x+1}{2} < -1, \\ \frac{x}{2}-1 < x. \end{cases}$	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ І ВКАЗАТЬ ЦІЛІ РОЗВ'ЯЗКИ.		
$0 < \frac{1-5x}{2} + \frac{4x-1}{3} \leq \frac{4}{9}.$	$0 \leq \frac{x+1}{4} - \frac{2x-3}{5} \leq 2.$	



КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-2-1)

ТЕМА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

В - I	7 балів	В - II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.		
а) $\begin{cases} 6-2x > 3(x-5), \\ 1-x < 2x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 0,7x-2,1 < 0, \\ \frac{2}{3}x > 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x > 6, \\ x > 5, \\ x > -3. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 10-3x < 8(x-7), \\ x-20 < 19-2x; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{5}{6}x-10 \leq 0, \\ 3x \leq 1\frac{1}{3}; \end{cases}$ в) $\begin{cases} y < -1, \\ y < -5, \\ y < 4. \end{cases}$	
2. ЗНАЙТИ ЦІЛІ РОЗВ'ЯЗКИ СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ.		
$\begin{cases} 6-4b > 0, \\ 3b-1 > 0. \end{cases}$	$\begin{cases} 3-18x < 0, \\ 0,2-0,1x > 0. \end{cases}$	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ.		
$-9 < 3-4x < -1.$	$-3 < 2+3x < -1.$	
4. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x МАЄ ЗМІСТ ВИРАЗ?		
$\sqrt{5x-15} + \sqrt{7+14x}.$	$\sqrt{2-9x} - \sqrt{x+4}.$	

В – III	9 балів	В – IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.		
а) $\begin{cases} 7x+5 \leq 5x+1, \\ 3x-4 > 7x+8; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5,8(1-x)-1,8(6-x) < 5, \\ 8-4(2-5x) > -(5x+6); \end{cases}$ в) $\begin{cases} y-4 < 8, \\ 2y+5 < 18, \\ 3-y > 1. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 5y+6 > y-2, \\ 2y-7 \leq 8y+5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3,3-3(1,2-5a) > 0,6(10a+1), \\ 1,6-4,5(4a-1) < 2a+26,1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2z-1 < z+3, \\ 5z-1 > 6-2z, \\ z-5 < 0. \end{cases}$	
2. ЗНАЙТИ ДОДАТНІ ЗНАЧЕННЯ y, ЩО ЗАДОВЛЯЮТЬ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.		
$\begin{cases} 15(y-4)-14(y-3) < y(y-9)-y^2, \\ \frac{5-y}{3}-y > 14-\frac{2-y}{6}. \end{cases}$	$\begin{cases} (2y-1)(3y+2)-6y(y-4) < 48, \\ \frac{y-1}{8}-\frac{6y+1}{4}-1 < 0. \end{cases}$	
3. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.		
При яких значеннях b вираз $\frac{2b-4}{3}$ належить числовому проміжку $(-1; 2)$?	При яких значеннях b значення дробу $\frac{b-5}{2}$ належить числовому проміжку $(0; 5)$?	
4. ЗНАЙТИ МНОЖИНУ ДОПУСТИМИХ ЗНАЧЕНЬ ЗМІННОЇ У ВИРАЗІ.		
$\frac{\sqrt{2x-10}}{7}-\sqrt{x}.$	$\frac{2}{\sqrt{3x-9}}+2\sqrt{x}.$	

В – V	12 балів	В – VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ НЕРІВНОСТЕЙ.		
а) $\begin{cases} 1,8y+4,7 < 2(3,5+y)-1,6, \\ 3(1-5y)+2y < 5(1-y)+2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3(1-x)-1 \geq 2(x-4)+x-2, \\ 2(x-1) \geq 8-3x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x-5 > x-3, \\ 2x+4 < 3x+5, \\ 7-2x > x-2. \end{cases}$	а) $\begin{cases} 5(x-1)(x+1)-2x+3 > (1+5x)x+8, \\ 3(x-2)^2+4x \leq 8x-1+3x^2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} (x+3)(x^2-3x+9)+3x > 4x+2+x^3, \\ 1,5(x-2)+3(1-x) \leq 2,5x+3; \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x-1 > 3-5x, \\ 3x+2 > 3-4x, \\ -3+5x < 2x+5. \end{cases}$	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ПОДВІЙНУ НЕРІВНІСТЬ І ВКАЗАТИ ДВА БУДЬ-ЯКИХ ЧИСЛА, ЩО Є ЇЇ РОЗВ'ЯЗКАМИ.		
$-2 \leq \frac{3x-1}{6}-\frac{2-x}{3} < 1.$	$-2 < \frac{5x-4}{10}-\frac{3x-1}{5} \leq 3.$	
3. ЗНАЙТИ ДОПУСТИМІ ЗНАЧЕННЯ ЗМІННОЇ У ВИРАЗІ.		
$\sqrt{\frac{8}{3x-2}}+12\sqrt{x}.$	$\sqrt{\frac{1-5x}{x^2+4}}-3\sqrt{x-4}.$	
4. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.		
а) $\frac{7-y}{8+y} > 0$; б) $(y-5)(y+7) < 0$.	а) $\frac{2-x}{4+x} > 0$; б) $(x+3)(x-2) < 0$.	

§3. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ

КВАДРАТНИЙ ТРИЧЛЕН ТА ЙОГО РОЗВ'ЯЗКИ

Вираз $2x^2 - 5x + 3$ є многочленом другого ступеня з однією змінною.
Такі многочлени називають квадратними тричленами.

Означення	Приклади
<p>Коренем квадратного тричлена називається значення змінної, при якому значення цього тричлена дорівнює нулю. Для того, щоб знайти розв'язки квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, треба розв'язати квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$.</p>	<p>Знайти розв'язки тричлена: $2x^2 - 5x + 3$ Розв'яжемо рівняння: $2x^2 - 5x + 3 = 0$ $D = 25 - 24 = 1$ $x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{4}; x = \frac{5 \pm 1}{4}; x_1 = 1; x_2 = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$. Тобто квадратний тричлен має два розв'язки: 1 та $1\frac{1}{2}$.</p>
<p>Якщо x_1 і x_2 — корені квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, то $ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$.</p>	<p>$2x^2 - 5x + 3 = 2(x - 1) \cdot (x - 1,5) = (x - 1) \cdot (2x - 3)$, $-2x^2 + 5x + 7 = -2\left(x - \frac{7}{2}\right) \cdot (x + 1) = (7 - 2x) \cdot (x + 1)$. $-2x^2 + 5x + 7 = 0; 2x^2 - 5x - 7 = 0$, $D = 25 + 56 = 81 = 9^2$ $x = \frac{5 \pm 9}{4}; x_1 = -1, x_2 = \frac{7}{2}$.</p>
<p><u>Квадратичною функцією</u> називається функція, яку можна задати формулою $y = ax^2 + bx + c$, де x — незалежна змінна, a, b, c — деякі числа, причому $a \neq 0$.</p>	<p>Приклади квадратичної функції: $y = x^2, y = -x^2, y = x^2 + 2, y = (x - 4)^2$. Їх графіки — рівні параболи, тільки по-різному розташовані на координатній площині.</p>
<p>Графіки функцій $y = ax^2 + bx + c$ і $y = ax^2 -$ параболи, їх можна сумістити паралельним перенесенням, оскільки функцію $y = ax^2 + bx + c$ можна представити у вигляді $y = a(x + m)^2 - n$.</p>	<p>Функцію $y = 2x^2 - 4x + 10$ можна записати так: $y = 2(x - 1)^2 + 8$. $-\frac{1}{4}x^2 - x - 1 = -\frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) =$ $= -\frac{1}{4}(x + 2)^2$.</p>
<p>Отже, графіком функції $y = ax^2 + bx + c$ є парабола, яку можна отримати із графіка функції $y = ax^2$ за допомогою двох паралельних перенесень — зсуву вздовж осі x і зсуву вздовж осі y. Звідси отримуємо, що графіком функції $y = ax^2 + bx + c$ є парабола, вершиною якої є точка (m, n), де $m = -\frac{b}{2a}, n = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$. Віссю симетрії параболи є пряма $x = m$, паралельна осі y. При $a > 0$ вітки параболи направлені вгору, а при $a < 0$ — вниз.</p>	
<p>1. Функція $y = f(x)$ парна або непарна, якщо її область визначення симетрична відносно нуля і для кожного значення x із області визначення $f(-x) = f(x)$. 2. Якщо графік функції симетричний відносно осі y, то функція є <u>парною</u>. Якщо графік функції симетричний відносно початку координат, то функція є <u>непарною</u>.</p>	

ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ

ПОБУДОВА ГРАФІКА ФУНКЦІЇ $y = mf(x)$

$y = mf(x)$, де $m > 0, m \neq 1$, якщо заданий графік функції $y = f(x)$.

Ординати точок графіка функції $y = mf(x)$ утворюються множенням на m відповідних ординат точок графіка функції $y = f(x)$. Таке перетворення графіка функції $y = f(x)$ називається розтягненням від осі x з коефіцієнтом m , якщо $m > 1$, і стягненням до осі x , якщо $0 < m < 1$.

$y = -f(x)$, якщо заданий графік функції $y = f(x)$.

При одному й тому ж значенні x ординати точок графіка функції $y = f(x)$ і функції $y = -f(x)$ відрізняються лише знаком. Тобто графік функції $y = -f(x)$ можна отримати із графіка $y = f(x)$ перетворенням симетрії останнього відносно осі x .

$y = mf(x)$, де $m < 0, m \neq -1$, якщо заданий графік функції $y = f(x)$.

Оскільки $mf(x) = -|m|f(x)$, то графік функції $y = mf(x)$ можна отримати за допомогою розтягнення (стягнення) графіка функції $y = f(x)$ від осі x з коефіцієнтом $|m|$ і наступним перетворенням симетрії відносно x .

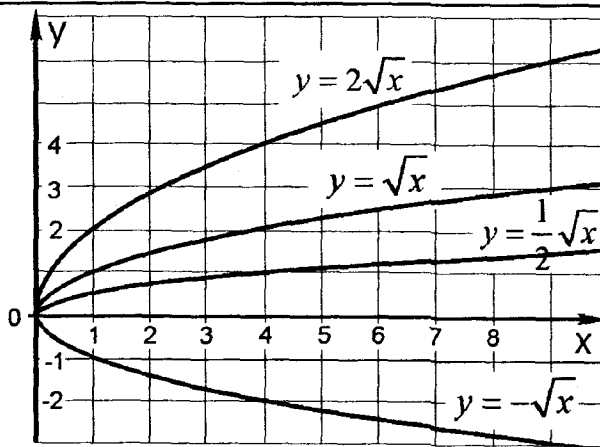
$$y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, y = \frac{1}{2}\sqrt{x}, y = -\sqrt{x}.$$

1) Побудуємо графік функції $y = \sqrt{x}$;

2) Збільшимо ординату кожної точки цього графіка в 2 рази, отримаємо $y = 2\sqrt{x}$;

3) Якщо ординату кожної точки зменшимо в 2 рази, то отримаємо $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$;

4) $y = -\sqrt{x}$ — симетричний графіку \sqrt{x} відносно осі x .



1) Для того, щоб побудувати графік функції $y = f(x) + n$, треба графік функції $y = f(x)$ перенести на n одиниць у напрямку осі y (вгору), якщо $n > 0$, або в протилежному напрямку (вниз), якщо $n < 0$.

2) Для того, щоб отримати графік функції $y = f(x - m)$, достатньо графік функції $y = f(x)$ перенести на m одиниць в напрямку осі x (вправо), якщо $m > 0$, або на $-m$ одиниць в протилежному напрямку (вліво), якщо $m < 0$.



УЧНІВСЬКА СТОРІНКА

Для того, щоб побудувати графік квадратичної функції, потрібно:

- 1) знайти координати вершин параболи і позначити її на координатній площині;
- 2) побудувати ще декілька точок, що належать параболі;
- 3) поєднати відмічені точки плавною лінією.

ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.

$$y = x^2 - 2x - 8.$$

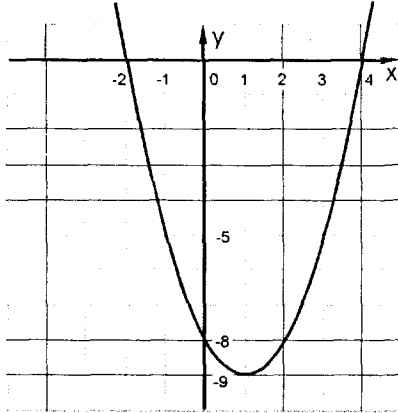
Знайдемо координати вершини параболи.

$$m = x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1;$$

$$n = y = 1^2 - 2 \cdot 1 - 8 = -9.$$

(1; -9) – вершина параболи.

Знайдемо координати точок перетину графіка з віссю x , тобто знайдемо нулі функції.



$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$D = 1 + 8 = 9,$$

$$x = 1 \pm 3;$$

$$x_1 = 4; x_2 = -2.$$

(4; 0) (-2; 0) – координати точок перетину з віссю x .

$x = 0; y = -8.$ (0; -8) – точка перетину графіка з віссю y .

$$x_1 = 3; y_1 = 3^2 - 2 \cdot 3 - 8 = -5$$

$$x_2 = -1; y_2 = (-1)^2 - 2 \cdot (-1) - 8 = -5$$

$x = 1$ – вісь симетрії.

Сформулюємо властивості функції $y = x^2 - 2x - 8$.

1. $D(y) = (-\infty; +\infty); E(y) = [-9; +\infty);$

2. Якщо $x = 0$, то $y = -8$; (0; -8), графік перетинає вісь y в цій точці.

3. $y > 0$, якщо $x \in (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$; $y < 0$, якщо $x \in (-2; 4)$.

4. Протилежним значенням аргумента відповідають рівні значення функції. Графік функції симетричний відносно прямої $x = 1$.

5. Функція спадає на проміжку $(-\infty; 1]$ та зростає на проміжку $[1; +\infty)$.

6. Найменшого значення, що дорівнює -9 , функція набуває при $x = 1$.

7. Найбільшого значення функція не має.



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ВЕРШИНИ ПАРАБОЛИ.

а) $y = x^2 - 2x - 3$; б) $y = -x^2 + 4x - 3$.

2. ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ.

а) $y = x^2 - 2x + 5$; б) $y = x^2 - 5x + 6$.

3. ЗНАЙТИ ЗА ГРАФІКОМ:

а) нулі функції; б) проміжки зростання і спадання функції;

в) значення y при $x = 1$ і значення x при $y = 4$;

г) чи проходять графіки $y = x^2 - 2x + 5$ і $y = x^2 - 5x + 6$ через точки $A(-3; 14)$ і $B(3; 14)$?

4. КОРИСТУЮЧИСЬ ШАБЛОНОМ $y = x^2$, ПОБУДУВАТИ В ОДНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ.

а) $y = -x^2 + 2$; б) $y = (x + 4)^2$; в) $y = x^2 - 6$; г) $y = (x - 2)^2$.

5. ЯКЕ ВЗАЄМНЕ РОЗТАШУВАННЯ ГРАФІКІВ?

- а) $y = 3x$ та $y = -3x$; в) $y = x^2$ та $y = -x^2$; д) $y = \sqrt{x}$ та $y = -\sqrt{x}$;
 б) $\frac{1}{2}x$ та $-\frac{1}{2}x$; г) $y = x + 4$ та $y = -(x + 4)$; е) $y = x^3$ та $y = -x^3$.

6. ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ.

- а) $y = x^2$ та $y = -x^2$; б) $y = \sqrt{x}$ та $y = -\sqrt{x}$.

7. ЯК МОЖНА ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ?

- а) $y = 2x^2$; б) $y = -2x^2$; в) $y = 0,5x^2$; г) $y = -0,5x^2$.

8. ЯК ТРЕБА ПЕРЕТВОРИТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = x^2$, ЩОБ ОТРИМАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ:

- а) $y = x^2 - 4$; б) $y = -x^2 + 3$; в) $y = -x^2 - 2$; г) $y = 2 - x^2$; д) $y = 2,5 + x^2$?

9. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = x^2 - 3$. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНЬ. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ ВІД'ЄМНІ?**10. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = 4 - x^2$. ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ТОЧОК ПЕРЕТИНУ ГРАФІКА З ОСЯМИ КООРДИНАТ. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЇ.****11. ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ. ВКАЗАТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ І ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНЬ.**

- а) $y = 2x^2 + 1$; в) $y = (x + 2)^2$; д) $y = -(x - 2)^2$; е) $y = \frac{x^2 - 6}{2}$.

- б) $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$; г) $y = 2(x + 2)^2$; е) $y = -3(x + 3)^2$;

12. ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ В ОДНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ.

- а) $y = x^2$; $y = x^2 + 4$; $y = x^2 - 3$; б) $y = \sqrt{x}$; $y = \sqrt{x} + 2$; $y = \sqrt{x} - 4$.

13. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.

- а) $y = (x - 2)^2 + 3$; б) $y = -(x - 3)^2 + 5$; в) $y = 2(x - 2)^2 + 3$; г) $y = -3(x - 1)^2 + 3$.

14. ДАНА ФУНКЦІЯ $y = 6 - 5x - x^2$. НЕ ВИКОНУЮЧИ ПОБУДОВИ ГРАФІКА, ЗНАЙТИ:

- а) координати точок перетину графіка з віссю абсцис;
 б) координати точок перетину графіка з віссю ординат; в) найбільше значення функції.

15. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.

Параболу $y = 4x^2$ зсунули вправо на 3 одиниці і вниз на 6 одиниць. Задати формулою функцію, графік якої отримали внаслідок таких перетворень.

16. ПОБУДУВАТИ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ І СФОРМУЛЮВАТИ ЇХ ВЛАСТИВОСТІ.

- а) $y = x^2 - 2x - 3$; б) $y = x^2 + 2x - 3$.

17. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЙ.

- а) $y = x^2 + 2x$; б) $y = 6x - x^2$.

18. ВИЗНАЧИТИ.

При яких значеннях k графіки функцій $y = 2x^2$ і $y = 4x + k$

- а) не мають спільних точок; в) мають дві спільні точки;
 б) мають одну спільну точку; г) мають більше двох спільних точок?

19. ВИЗНАЧИТИ.

При яких значеннях m і n вершиною параболи $y = x^2 - mx + n$ є точка:

- а) $A(2;0)$; б) $B(-2;-1)$; в) $C(2;1)$.

20. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.

- а) $y = -x(x + 5)$; б) $y = (x - 2) \cdot (x + 4)$; в) $y = (2x - 1) \cdot (x + 3)$.

ЗНАЙТИ:

- вісь симетрії параболи; - проміжки монотонності функції;
 - проміжки знакопостійності функції; - область значень функції.

21. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.

$$y = |2x^2 - 8x + 6|.$$

**САМОСТІЙНА РОБОТА (С-3-1)****ТЕМА. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ**

В – I		1 – 7 балів		В – II	
1. НА ЯКОМУ РИСУНКУ ЗОБРАЖЕНИЙ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = x^2$?					
a)	в)	а)	в)		
б)	г)	б)	г)		
2. ЗНАЙТИ КООРДИНАТИ ВЕРШИНИ ПАРАБОЛИ.					
$y = 3x^2 - 12x + 2.$			$y = 4x^2 - 8x + 1.$		
3. ЗНАЙТИ РОЗВ'ЯЗКИ КВАДРАТНОГО ТРИЧЛЕНА.					
$2x^2 + x - 6.$			$2x^2 + x - 3.$		
4. КОРИСТУЮЧИСЬ ШАБЛОНОМ ПАРАБОЛИ $y = x^2$, ПОБУДУВАТИ В ОДНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ ГРАФІКИ ФУНКЦІЙ.					
а) $y = -x^2$;	б) $y = x^2 - 2$;	а) $y = -x^2 + 2$;	в) $y = x^2 - 6$;		
в) $y = (x-3)^2$;	г) $y = (x-3)^2 - 4$.	б) $y = (x+4)^2$;	г) $y = (x-3)^2 + 3$.		
5. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.					
$y = x^2 + 4x + 2.$			$y = -x^2 - 6x + 3.$		
ЗНАЙТИ ЗА ГРАФІКОМ:					
а) нулі функції; б) проміжки, в яких $y > 0$, $y < 0$; в) проміжки зростання і спадання функції.					

В – III		8 – 9 балів		В – IV	
1. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.					
$y = -x^2 - x + 2.$			$y = -x^2 + x + 6.$		
ЗНАЙТИ ЗА ГРАФІКОМ:					
а) нулі функції, проміжки, в яких $y > 0$, $y < 0$; в) проміжки зростання і спадання функції;					
б) точки перетину графіка з осями координат; г) найменше і найбільше значення функції.					
2. РОЗКЛАСТИ НА МНОЖНИКИ КВАДРАТНИЙ ТРИЧЛЕН.					
$10x^2 - 11x - 6.$			$6x^2 - 13x - 6.$		
3. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.					
Параболу $y = -2x^2$ зсунули вправо на 2 одиниці і вниз на 3 одиниці. Задати формулою функцію, графік якої утворився в результаті таких перетворень.			Параболу $y = 3x^2$ зсунули вліво на 4 одиниці і вгору на 6 одиниць. Задати формулою функцію, графік якої утворився в результаті таких перетворень.		
4. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНЬ ФУНКЦІЇ.					
$y = -x^2 + 4x - 3$, де $x \in [0; 5]$.			$y = x^2 + 6x + 5$, де $x \in [-6; 2]$.		

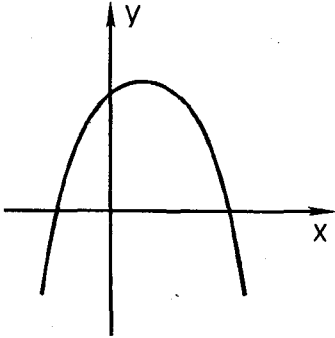
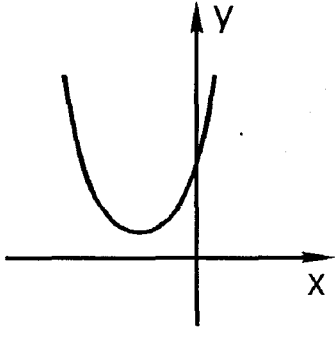
В - V	10 - 12 балів	В - VI
1. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ $y = f(x)$. ЗНАЙТИ $f(-2), f(0), f(3)$.		
$f(x) = \begin{cases} -2x-1, & \text{якщо } -4 \leq x \leq -1, \\ x^2, & \text{якщо } -1 < x \leq 1, \\ 3x-2, & \text{якщо } 1 < x \leq 4. \end{cases}$		$f(x) = \begin{cases} 3x+2, & \text{якщо } -3 \leq x < -1, \\ -x^2, & \text{якщо } -1 \leq x \leq 1, \\ 2x-1, & \text{якщо } 1 < x \leq 4. \end{cases}$
2. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ ТА ОПИСАТИ ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ.		
$y = (2x-7) \cdot (x+1).$		$y = (2-x) \cdot (x+6).$
3. ВИЗНАЧИТИ.		
При яких значеннях b і c вершиною параболи $y = x^2 + bx + c$ є точка $(6; -12)$?		При якому значенні a віссю симетрії параболи $y = ax^2 - 16x + 1$ є пряма $x = 4$.

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-3-1)

ТЕМА. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ


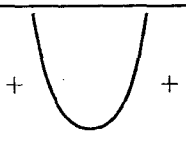
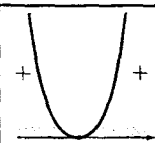
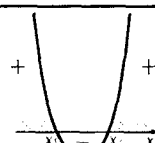
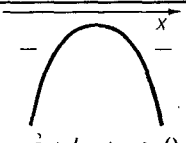
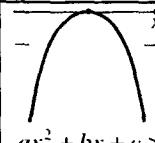
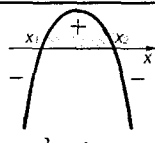
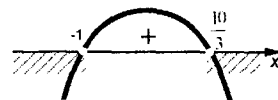
В - I	7 балів	В - II
1. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.		
а) $y = -2x + 4$; б) $y = 3x - 3$.		а) $y = -3x + 3$; б) $y = 2x - 4$.
ВИЗНАЧИТИ:		
- при яких значеннях x значення y дорівнює нулю, більше нуля, менше нуля;		
- чи є функція зростаючою або спадною?		
2. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.		
$y = x^2 - 6x + 5.$		$y = x^2 - 8x + 13.$
ЗНАЙТИ ЗА ДОПОМОГОЮ ГРАФІКА:		
а) значення y при $x = 0,5$;		а) значення y при $x = 1,5$;
б) значення x , при якому $y = -1$;		б) значення x , при якому $y = 2$;
в) нулі функції; проміжки, в яких $y > 0$, $y < 0$;		в) нулі функції; проміжки, в яких $y > 0$, $y < 0$;
г) проміжки, в яких функція зростає, спадає.		г) проміжки, в яких функція зростає, спадає.
3. НЕ ВИКОНУЮЧИ ПОБУДОВИ, ВИЗНАЧИТИ.		
Чи перетинаються парабола $y = \frac{1}{4}x^2$ і пряма $y = 5x - 6$? Якщо точки перетину існують, знайти їх координати.		Чи перетинаються парабола $y = \frac{1}{5}x^2$ і пряма $y = 20 - 3x$? Якщо точки перетину існують, знайти їх координати.
4. СКОРОТИТИ ДРІБ.		
$\frac{5a^2 + 19a - 4}{1 - 25a^2}$.		$\frac{7b^2 + 11b - 6}{9 - 49b^2}$.

В - III	9 балів	В - IV
1. РОЗКЛАСТИ НА МНОЖНИКИ КВАДРАТНИЙ ТРИЧЛЕН.		
а) $x^2 - 12x + 35$;	б) $7y^2 + 19y - 6$.	а) $x^2 - 18x + 45$;
		б) $9x^2 + 25x - 6$.
2. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.		
$y = (2x+1)(3-x).$		$y = (x-1)(x+5).$
Знайти за графіком проміжки, в яких $y > 0$ і $y < 0$; проміжки зростання і спадання функції, нулі функції, найбільше і найменше значення функції.		
3. ВИЗНАЧИТИ, ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ b ТА c ВЕРШИНОЮ ПАРАБОЛИ $y = x^2 + bx + c$ Є ТОЧКА.		
$A(-2; -1).$		$B(2; 1).$
4. СКОРОТИТИ ДРІБ.		
$\frac{m^2 - 11m + 10}{20 + 8m - m^2}$.		$\frac{3a^2 - 16a - 12}{10 - 13a - 3a^2}$.
5. ЗНАЙТИ НАЙМЕНШУ ВІДСТАНЬ МІЖ ЛІНІЯМИ.		
$y = -x^2$ та $y = 1.$		$y = x^2$ та $y = -2.$

В – V	12 балів	В – VI
1. СКОРОТИТИ ДРІБ.		
$\frac{2x^2 + x - 3}{x^2 - 2x + 1}$	$\frac{3x^2 - 2x - 5}{x^2 + 2x + 1}$	
2. ПОБУДУВАТИ ГРАФІК ФУНКЦІЇ.		
$y = 4 x - x^2 - 3.$	$y = 2x^2 - 6 x .$	
Користуючись графіком, знайти проміжки монотонності даної функції.		
3. ЗНАЙТИ, НЕ ВИКОНУЮЧИ ПОБУДОВИ ГРАФІКА ФУНКЦІЇ.		
$f(x) = 4 + 3x - x^2.$	$f(x) = x^2 - 4x - 5.$	
а) координати точки перетину графіка з віссю абсцис; б) координати точки перетину графіка з віссю ординат; в) координати точок перетину графіка з прямою $y = 2x - 5$; г) найбільше значення функції.		
4. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.		
Користуючись графіком функції $y = ax^2 + bx + c$, зображеним на рисунку, визначити знаки a, b, c та дискриминанта квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$. Відповідь пояснити.		
		

§4. КВАДРАТНІ НЕРІВНОСТІ

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КВАДРАТНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

Означення		Приклади	
Нерівність виду $ax^2 + bx + c > 0$ ($ax^2 + bx + c < 0$), де a, b, c – деякі числа, $a \neq 0$ і x – змінна, називається <u>квадратною</u> .		а) $-3x^2 + x - 5 < 0$; б) $x(x+4) \leq 3$, бо $x^2 + 4x - 3 \leq 0$.	
Для розв'язування квадратних нерівностей використовують ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$, тобто параболу.	 $x \in (-\infty; -1] \cup \left[\frac{10}{3}; +\infty\right)$	$3x^2 - 7x - 10 \geq 0$ $y = 3x^2 - 7x - 10$ графік – парабола, вітки направлені вгору, вісь Ox перетинає в точках $x_1 = -1; x_2 = \frac{10}{3}$.	
Розв'язування будь-якої квадратної нерівності можна звести до одного з шести випадків таблиці.			
	$D < 0$	$D = 0$	$D > 0$
$a > 0$	 $ax^2 + bx + c > 0$: x – будь-яке число; $(ax^2 + bx + c < 0)$: розв'язків немає.	 $ax^2 + bx + c > 0$: $x \in (-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$; $(ax^2 + bx + c < 0)$: розв'язків немає.	 $ax^2 + bx + c > 0$: $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$; $(ax^2 + bx + c < 0)$: $x \in (x_1; x_2)$.
$a < 0$	 $ax^2 + bx + c > 0$: розв'язків немає; $(ax^2 + bx + c < 0)$: x – будь-яке число.	 $ax^2 + bx + c > 0$: розв'язків немає; $(ax^2 + bx + c < 0)$: $x \in (-\infty; x_0) \cup (x_0; +\infty)$.	 $ax^2 + bx + c > 0$: $x \in (x_1; x_2)$; $(ax^2 + bx + c < 0)$: $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$.
Розв'язками нерівності $ax^2 + bx + c > 0$ є значення x , для яких точки параболи розташовані над віссю Ox . Розв'язками нерівності $ax^2 + bx + c < 0$ є значення x , для яких точки параболи розташовані під віссю Ox .			
Алгоритм розв'язування квадратних нерівностей виду $ax^2 + bx + c > 0$.			
Розв'язати нерівність	$-3x^2 + 7x + 10 \leq 0$.		
1) Визначаємо напрямок віток параболи, яка відповідає функції $y = ax^2 + bx + c$. 2) Знаходимо розв'язки квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$ (розв'язуємо рівняння $ax^2 + bx + c = 0$). 3) Будуємо ескіз графіка функції $y = ax^2 + bx + c$. 4) Вибираємо значення змінної, які відповідають розв'язкам нерівності. 5) Записуємо відповідь.	$3x^2 - 7x - 10 \leq 0$ 1) $a = -3$; вітки направлені вниз. 2) $3x^2 - 7x - 10 = 0$; $D = 169$; $x_1 = -1$; $x_2 = \frac{10}{3}$. 3)  4) $x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$. 5) Відповідь: $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$.		

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ МЕТОДОМ ІНТЕРВАЛІВ

Якщо ліва частина нерівності є добутком, а права частина – 0, тобто $f(x) > 0$ ($f(x) < 0$) та $f(x) = (x-a)(x-b)\dots(x-c)$, де a, b, c – деякі числа, то такі нерівності розв'язують методом інтервалів.

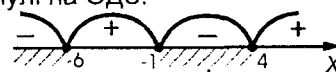
Алгоритм розв'язування нерівностей методом інтервалів

- 1) Знайти область визначення функції $y = f(x)$.
- 2) Знайти нулі функції $y = f(x)$ ($f(x) = 0$).
- 3) Нанести нулі на область визначення.
- 4) Визначити знаки функції $f(x)$ в кожному інтервалі, на які розбивається область визначення нулями функції.
- 5) Записати відповідь.

Розв'язати нерівність.

$$(x+6)(x+1)(x-4) < 0.$$

- 1) ОДЗ: $x \in \mathbb{R}$.
- 2) Нулі функції: $(x+6)(x+1)(x-4) = 0$;
 $x_1 = -6$; $x_2 = -1$; $x_3 = 4$.
- 3) Нанесемо нулі на ОДЗ:



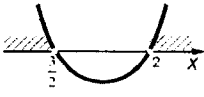

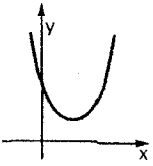
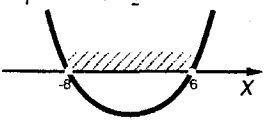
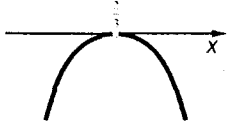
Відповідь: $(-\infty; -6) \cup (-1; 4)$

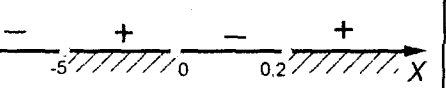

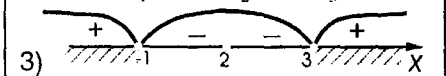


Якщо всі множники функції $y = f(x)$ виду $(x-a)$, тобто лінійні, то знаки на проміжках із ОДЗ можна переміжати справа наліво з «+» на «-».



УЧНІВСЬКА СТОРІНКА

1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.	1) $2x^2 - 7x + 6 > 0$.	2) $-x^2 + 2x + 15 < 0$.	
Розв'язання.	$2x^2 - 7x + 6 = 0, a > 0, D > 0$ $D = 49 - 48 = 1,$ $x = \frac{7 \pm 1}{4}; x_1 = \frac{3}{2}; x_2 = 2.$ 	$-x^2 + 2x + 15 = 0, a < 0, D > 0$ $x^2 - 2x - 15 = 0, D_1 = 1 + 15 = 16.$ За теоремою Вієта: $x_1 = -3; x_2 = 5.$ 	
	Відповідь: $x \in (-\infty; 1\frac{1}{2}) \cup (2; +\infty)$.	Відповідь: $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$.	
	При розглянутому способі розв'язування нерівності не визначають координати вершин параболи. Важливо лише знати, куди напрямлені вітки параболи – вгору чи вниз, і які абсциси точок її перетину з віссю x .		
2. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.	1) $x^2 - 3x + 4 > 0$.	2) $x^2 + 2x - 48 < 0$.	3) $-9x^2 + 12x - 4 < 0$.
Розв'язання.	$a > 0, D < 0.$ $x^2 - 3x + 4 = 0,$ $D = 9 - 16 = -7 < 0,$ тобто рівняння не має розв'язків. Покажемо схематично розташування параболи на координатній площині: 	$a > 0, D > 0.$ $x^2 + 2x - 48 = 0,$ За теоремою Вієта: $x_1 = -8; x_2 = 6.$ 	$a < 0, D = 0.$ $-9x^2 + 12x - 4 = 0,$ $9x^2 - 12x + 4 = 0,$ $(3x - 2)^2 = 0; x = \frac{2}{3}.$ 
	Відповідь: x – будь-яке число.	Відповідь: $x \in (-8; 6)$.	Відповідь: $(-\infty; \frac{2}{3}) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$.

3. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.	$x(0,2-x)(x+5) < 0$.	
Розв'язання. Множник $(0,2-x)$ не є лінійним, тоді: $(0,2-x) = -(x-0,2)$.	$-x(x-0,2)(x+5) < 0, x(x-0,2)(x+5) > 0$. 1) ОДЗ: $x \in R$. 2) Нулі функції: $x_1 = -5; x_2 = 0; x_3 = 0,2$.	
Відповідь: $(-5; 0) \cup (0, 2; +\infty)$.		
4. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ. Такі нерівності розв'язують методом інтервалів.	$\frac{4-x}{x+8} < 0$.	
Розв'язання. Перетворимо нерівність. Знаки цього дробу співпадають із знаками добутку	1) ОДЗ: $x \neq -8$, оскільки $x+8 \neq 0$, то $x \in (-\infty; -8) \cup (-8; +\infty)$. 2) Нулі: $4-x=0; x=4$. $-\frac{x-4}{x+8} < 0, \frac{x-4}{x+8} > 0$, 3) $(x-4)(x+8) > 0$.	
Відповідь: $(-\infty; -8) \cup (4; +\infty)$.		
5. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.	$(x+1)(3-x)(x-2)^2 < 0$.	
Розв'язання. Знаки даної нерівності співпадають зі знаками нерівності	$-(x+1)(x-3)(x-2)^2 < 0$ $(x+1)(x-3)(x-2)^2 > 0$. $(x+1)(x-3) > 0$,	1) ОДЗ: $x \in R$. 2) Нулі: $x_1 = -1; x_2 = 2; x_3 = 3$.  3)
Відповідь: $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.		

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $x^2 - 9 < 0$; в) $6x^2 - 5x + 1 > 0$; д) $x^2 - 6x + 8 > 0$; е) $x^2 - 3x - 10 < 0$;

б) $2x - x^2 > 0$; г) $x^2 - 10x + 9 \leq 0$; е) $2x^2 - 7x + 5 \leq 0$;

2. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ.

а) $y = \sqrt{2x^2 - x + 1}$; б) $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 2}$; в) $y = \sqrt{3 - 2x - x^2}$.

3. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $x^2 \leq 9$; в) $4x^2 \geq x$; д) $x^2 + 2x + 12 < 0$; е) $2x(3x-1) > 2x^2 - 13x + 3$.

б) $x^2 > 7$; г) $-4x \leq 8x^2$; е) $3x(2x-1) < 2x^2 - 10x + 2$;

4. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ.

а) $y = \sqrt{3x - x^2}$; в) $y = \frac{7}{\sqrt{6x - 3x^2}}$; д) $y = \sqrt{9 - 2x + \frac{1}{9}x^2}$;

б) $y = \sqrt{x^2 - 18x + 72}$; г) $y = \frac{5}{\sqrt{2x^2 + 5x + 2}}$; е) $y = \frac{\sqrt{6 - 5x - x^2}}{x^2}$.

5. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $7x(x-4) > 2x^2 + 8x - 7$; в) $(x+2) \cdot (x-3)^2 \leq 0$; д) $y^2 - \frac{3y-1}{2} \geq y-1$;

б) $\frac{x^2 - 14x + 48}{2(x-7)^2} < 0$; г) $(x-1) \cdot (x+2)^2 \geq 0$; е) $\frac{y^2 + 10y}{10} + 20 < \frac{2y+5}{2}$.

6. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ.

а) $y = \frac{\sqrt{6-5x-x^2}}{x+3}$; б) $y = \frac{\sqrt{2+x-x^2}}{x-1}$; в) $y = \frac{\sqrt{3x^2-x-14}}{2x+5}$.

7. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ БУДЬ-ЯКОМУ ЗНАЧЕННІ b ПРАВИЛЬНА НЕРІВНІСТЬ.

а) $7b^2 - 4b + 1 > 0$; б) $8b < b^2 + 17$; в) $2b^2 - b + 1 > 0$; г) $b - 3b^2 - 1 < 0$; д) $b^2 + b + 1 > 0$.

8. ЗНАЙТИ ЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРА a , ПРИ ЯКИХ РІВНЯННЯ $4x^2 + ax + a - 4 = 0$ МАЄ ДВА РІЗНІ РОЗВ'ЯЗКИ.

9. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $(x-2)(x-5) > 0$; в) $(x+3)(x-7) < 0$; д) $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{9}\right) \leq 0$;

б) $(x-5)(x+8) > 0$; г) $(x-2,5)(x+4,3) \geq 0$; е) $x(x-2)(3-x) < 0$.

10. ЗНАЙТИ МНОЖИНУ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕРІВНОСТІ.

а) $(2x-3)(x+5) < 0$; б) $\frac{x-4}{x+5} < 0$; в) $(x+5)(x+17)(4x-6) > 0$.

11. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ.

а) $y = \sqrt{(x-5)(x-2)}$; б) $y = \sqrt{(x-7)(x+12)(x-4)}$.

12. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $(x^2 - 4)(x+7) \leq 0$; в) $(x^2 + 1)(x+6)(x-5) \leq 0$; д) $(x-1)(5-x)(4x+20) > 0$.

б) $(x^2 + 4)(x+4)(x-8) \leq 0$; г) $x(8-x)(4x+9) < 0$;

13. ЗНАЙТИ МНОЖИНУ РОЗВ'ЯЗКІВ НЕРІВНОСТІ.

а) $(4x^2 - 9)(25 - x^2)(3x^2 + 2) > 0$; б) $\frac{2x+10}{x-8} < 0$; в) $\frac{7x}{4x-10} \leq 0$; г) $\frac{(x-1)(x^2-36)}{x^2+6} \leq 0$; д) $\frac{x^2-16}{x+9} \geq 0$.

14. ЗНАЙТИ ОБЛАСТЬ ВИЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ.

а) $y = \sqrt{x(x^2 - 25)}$; б) $y = \sqrt{(x^2 - 16)x}$; в) $y = \sqrt{\frac{x^2 - 25}{x-1}}$.

15. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ.

а) $(x+9)(x-5)^2(x-18) > 0$; г) $(x^4 - 16x^2)(-x^2 - 5) \leq 0$; е) $x^3 - 5x^2 + 6x \geq 0$;

б) $\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16} \geq 0$; д) $(x^2 + 4x + 3)^2 \leq (x^2 - 5x - 3)^2$; ж) $\frac{x^4 - 10x^2 + 9}{4x + 12} \leq 0$; з) $\frac{(x^2 - 2x - 3)}{|x-1|} \leq 0$;

в) $\frac{(x-2)(x+2)^2(x+3)}{x-1} \leq 0$; е) $\frac{(x-4)(x-3)(3x-7-x^2)}{x^2+x-2} > 0$; і) $\frac{x^2 - 13x + 30}{x^2 + 7x + 10} < 0$.

16. ЗНАЙТИ ЦІЛІ РОЗВ'ЯЗКИ НЕРІВНОСТІ.

а) $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x + 1} \leq 0$; б) $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 + 2x + 1} \leq 0$.



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-4-1)


ТЕМА. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕРІВНОСТЕЙ

В - I		7 балів		В - II	
1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНОСТІ.					
а) $x^2 - 16 < 0$;		в) $-2x^2 + 7x - 5 \leq 0$.		а) $x^2 - 25 < 0$;	
б) $x^2 - 10x + 21 > 0$;				в) $-5x^2 + 8x + 4 \leq 0$.	
				б) $x^2 + 2x - 48 > 0$;	
2. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ МЕТОД ІНТЕРВАЛІВ.					
а) $(x-4)(x+10) < 0$;		б) $2x(x-12)(8+x) > 0$;		а) $(x+9)(x-2) < 0$;	
в) $(7-x)(x+2)(x-13) \leq 0$;		г) $\frac{x+5}{x-6} > 0$.		б) $4x(5+x)(x-12,5) > 0$;	
				в) $(6-x)(x-10)(x+9) \leq 0$;	
				г) $\frac{x-4}{x+7} > 0$.	

В – III	9 балів	В – IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНОСТІ.		
а) $4x(x+2) < 5$; в) $-0,3x - 0,6x^2 < 0$;	а) $4x(x-1) > 8$; в) $3x^2 + 2x < 0$;	
б) $(x-3)^2 > 9 - x^2$; г) $\frac{x-2}{x+2} \geq 0$.	б) $4 - x^2 > (2+x)^2$; г) $\frac{x+1}{x-1} \leq 0$.	
2. ДОВЕСТИ, ЩО ПРИ БУДЬ-ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ x ПРАВИЛЬНА НЕРІВНІСТЬ.		
$4x^2 + 12x + 9 \geq 0$.	$-6y^2 + 11y - 10 < 0$.	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНІСТЬ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ МЕТОД ІНТЕРВАЛІВ.		
а) $(x+1)(x-2)(x+3)^2 \leq 0$; г) $-\frac{3x-6}{x+4} > 0$.	а) $(x+2)(x-1)(x-3)^2 \leq 0$; г) $-\frac{x+4}{2x-10} < 0$.	
б) $(2x-3)(x+2) > x^2$;	б) $(2x+1)(x-4) < x^2 + 4$;	
в) $(9x^2 - 4)(16 - x^2)(3x^2 + 1) > 0$;	в) $(25 - x^2)(4x^2 - 16)(5x^2 + 2) \leq 0$;	
В – V	12 балів	В – VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНОСТІ.		
а) $(x+2)(2-x) < 3x^2 - 8$;	а) $2x^2 - 6 < (3-x)(x+3)$;	
б) $\frac{2x^2+x}{2} > \frac{x}{3} + \frac{1}{6}$; в) $\frac{x^2+x}{x+2} \leq \frac{6}{x+2}$.	б) $\frac{2x^2+x}{2} < \frac{3x}{5} + \frac{3}{10}$; в) $\frac{x^2+2x}{x+1} \leq \frac{2x+9}{x+1}$.	
2. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ a РІВНЯННЯ НЕ МАЄ РОЗВ'ЯЗКІВ?		
$x^2 - (a-2)x = 2a - 1$.	$x^2 + (a+2)x = a^2 - 1$.	
3. РОЗВ'ЯЗАТИ НЕРІВНОСТІ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ МЕТОД ІНТЕРВАЛІВ.		
а) $(x-4)(x+7)(2x-5)(x+2) \leq 0$;	а) $(x-2)(3x-6)(x+4)(x-7) \geq 0$;	
б) $(25 - x^2)(x^2 - 6x + 5) \geq 0$;	б) $(16 - x^2)(x^2 - 3x + 2) \geq 0$;	
в) $(x-3)^2(x-1)(x+8)(x-6) < 0$;	в) $(x+6)(x+1)(x-2)^2(x-3) \leq 0$;	
г) $\frac{x^2+6x+9}{5+4x-x^2} \geq 0$.	г) $\frac{x^2+8x+7}{4x^2+4x+1} < 0$.	

§5. РІВНЯННЯ, ЯКІ ЗВОДЯТЬСЯ ДО КВАДРАТНИХ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ

ЦІЛЕ РІВНЯННЯ ТА ЙОГО РОЗВ'ЯЗКИ

Правила	Приклади
Рівняння називається <u>цілим</u> , якщо у нього ліва і права частини є цілими виразами.	$(3x+7)(3x-7)-5=3x(3x+1)$.
Будь-яке рівняння можна замінити рівносильним йому рівнянням, ліва частина якого — многочлен стандартного виду, а права — нуль.	$\left(\frac{x^2}{16}-\frac{x}{8}=\frac{x+1}{3}\right) \Leftrightarrow (3x^2-22x-16=0)$
Якщо рівняння з однією змінною записано у вигляді $P(x)=0$, де $P(x)$ — многочлен стандартного виду, то степінь цього многочлена називають степенем рівняння.	Рівняння $x^2-2x^3+1=0$ є рівнянням третього степеня.
 Деякі рівняння третього або більш високого степеня легко розв'язати за допомогою розкладання многочлена на множники.	Розв'язати рівняння. $x^3-8x^2-x+8=0, x^3(x-8)-(x-8)=0,$ $(x-8)(x-1)(x+1)=0$. Рівняння має три розв'язки: $x_1=-8; x_2=1; x_3=8$.



УЧНІВСЬКА СТОРІНКА

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ РОЗКЛАДАННЯ НА МНОЖНИКИ І ВВЕДЕННЯ ДОПОМІЖНОЇ ЗМІННОЇ

Рівняння, степінь яких вище двох, іноді розв'язуються введенням деякої змінної або за допомогою розкладання на множники.		
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.	$16x^3-32x^2-x+2=0$.	
Розв'язання. Розкладемо ліву частину рівняння на множники.	$(16x^3-32x^2)-(x-2)=0;$ $16x^2(x-2)-(x-2)=0;$ $(x-2)(16x^2-1)=0;$ $(x-2)(4x-1)(4x+1)=0,$	$x-2=0$ або $4x-1=0$ або $4x+1=0;$ $x=2$ або $4x=1;$ або $4x=-1;$ $x=\frac{1}{4};$ $x=-\frac{1}{4}.$
Відповідь: $-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}; 2$.		
2. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.	$(x^2+2x)(x^2+2x-2)=3$.	
Розв'язання. Позначимо x^2+2x через y : Тоді рівняння зведеться до рівняння зі змінною y :	$x^2+2x=y;$ $y=y(y-2)=3; y^2-2y-3=0$, за теоремою Вієта: $y_1=-1, y_2=3$. Звідси $x^2+2x=-1$, або $x^2+2x=3$ $x^2+2x+1=0,$ або $x^2+2x-3=0$ $(x+1)^2=0, x=-1; x_1=-3; x_2=1$ (за теоремою Вієта).	
Відповідь: $-3; -1; 1$.		

Метод введення нової змінної дозволяє легко розв'язувати рівняння четвертого степеня, які мають вид $ax^4 + bx^2 + c = 0$. Рівняння виду $ax^4 + bx^2 + c = 0$, де $a \neq 0$, що є квадратними відносно x^2 , називають бікватратними рівняннями.

3 РОЗВ'ЯЗАТИ БІКВАДРАТНЕ РІВНЯННЯ.	$4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$.
Розв'язання. Введемо нову змінну, позначивши x^2 через y : Отримаємо квадратне рівняння з змінною y :	$x^2 = y$. $4y^2 - 5y + 1 = 0$. Розв'язавши його, знайдемо, що $y_1 = \frac{1}{2}$ і $y_2 = 2$. Отже, $x^2 = \frac{1}{2}$ або $x^2 = 2$, тоді $x_1 = -\sqrt{\frac{1}{2}}$, $x_2 = \sqrt{\frac{1}{2}}$ і $x_3 = \sqrt{2}$; $x_4 = -\sqrt{2}$.

Відповідь: $-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2}$.

4 РОЗВ'ЯЗАТИ БІКВАДРАТНЕ РІВНЯННЯ.	$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.
Розв'язання. За теоремою Вієта.	Нехай $x^2 = y$, отримаємо $y^2 - 3y - 4 = 0$. $y_1 = -1; y_2 = 4$, тоді $x^2 = -1$ — розв'язків немає, $x^2 = 4; x_1 = -2; x_2 = 2$.
Відповідь: $-2; 2$.	

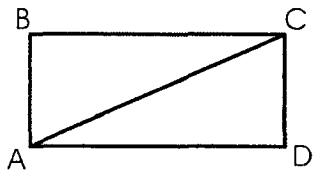
СИСТЕМИ РІВНЯНЬ З ДВОМА ЗМІННИМИ

Розв'язком системи рівнянь з двома змінними є пара значень змінних, які перетворюють кожне рівняння системи у правильну числову рівність. Систему рівнянь можна розв'язати трьома способами.

1. Графічний спосіб. 2. Спосіб підстановки. 3. Спосіб додавання.

1. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ СПОСОБОМ ПІДСТАНОВКИ.	1) $\begin{cases} xy + y^2 = -2, \\ x - 2y = 7. \end{cases}$	2) $\begin{cases} x - y = 1, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{6}. \end{cases}$
Розв'язання.	$\begin{cases} (7 + 2y)y + y^2 = -2, \\ x = 7 + 2y. \end{cases}$ $\begin{cases} 2y^2 + 7y + y^2 = -2, \\ x = 7 + 2y. \end{cases}$ $3y^2 + 7y + 2 = 0$, $D = 49 - 24 = 25 = 5^2$, $y = \frac{-7 \pm 5}{3}; y_1 = -4; y_2 = -\frac{2}{3}$. $x_1 = 2 \cdot (-4) + 7 = -1$, $x_2 = 2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) + 7 = 5\frac{2}{3}$.	$\begin{cases} x = 1 + y, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{1+y} = \frac{1}{6}. \end{cases}$ Підставимо виражене значення x у друге рівняння системи $\frac{1^{6(1+y)}}{y} - \frac{1^{6y}}{1+y} = \frac{1^{6(1+y)}}{6}$; ОДЗ: $y \neq 0; y \neq -1$ $6y + 6 - 6y = y(1+y); y(1+y) - 6 = 0$; $y^2 + y - 6 = 0. D = 1 + 24 = 25 = 5^2$; $y = \frac{-1 \pm 5}{2}; y_1 = -3; y_2 = 2$; $x = 1 + y; x_1 = -2; x_2 = 3$
	Відповідь: $(-1; -4); \left(5\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$.	Відповідь: $(-2; -3); (3; 2)$.

2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ СПОСОБОМ ДОДАВАННЯ.	$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14, \\ x^2 + 2y^2 = 18. \end{cases}$
	$2x^2 = 32, x^2 = 16, x_1 = -4, x_2 = 4$. Знаходимо y : $(-4)^2 - 2y^2 = 14; -2y^2 = -2; y^2 = 1; y_1 = -1; y_2 = +1$.
Відповідь: $(-4; -\sqrt{2}); (4; \sqrt{2})$.	

3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.	Діагональ прямокутника дорівнює 10 см, а його периметр дорівнює 28 см. Знайти сторони прямокутника.
Розв'язання.  Підставимо виражене значення x у друге рівняння:	Нехай $AB = x$ см, $BC = y$ см. Периметр дорівнює $2(x + y)$ см, а за умовою 28 см. Отримаємо перше рівняння системи: $2(x + y) = 28$ або $(x + y) = 14$. $AC = 10$ см за умовою, тоді за теоремою Піфагора: $x^2 + y^2 = 10^2$ — отримаємо друге рівняння системи. Маємо систему: $\begin{cases} x + y = 14, \\ x^2 + y^2 = 100; \end{cases}$ $\begin{cases} x = 14 - y, \\ (14 - y)^2 + y^2 = 100; \end{cases}$ $196 - 28y + y^2 + y^2 - 100 = 0; 2y^2 - 28y + 96 = 0$ або $y^2 - 14y + 48 = 0$ $D = 49 - 48 = 1; y = 7 \pm 1; y_1 = 8; y_2 = 6;$ $x = 14 - y; x_1 = 14 - 8 = 6; x_2 = 14 - 6 = 8.$
Відповідь: 6 см і 8 см.	
4. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.	Із пункту M в пункт N , відстань між якими дорівнює 18 км, одночасно вийшли двоє туристів. Один з них прибув у пункт N на 54 хв пізніше, ніж другий. Знайти швидкість кожного туриста, якщо відомо, що швидкість одного з них на 1 км/год менша, ніж швидкість другого.
Розв'язання.	Нехай швидкість одного з них x км/год, а другого — y км/год, оскільки швидкість одного з них на 1 км/год менша, то отримаємо перше рівняння: $y - x = 1$. Другий турист прибув до пункту N на 54 хв пізніше, — отримаємо друге рівняння: $\frac{18}{x} - \frac{18}{y} = \frac{9}{10}$, оскільки $\frac{54}{60}$ год. = $\frac{9}{10}$ год. Розв'язавши систему: $\begin{cases} y - x = 1, \\ \frac{18}{x} - \frac{18}{y} = \frac{9}{10}. \end{cases}$ отримаємо: $y = 5$ км/год, а $x = 4$ км/год.
Відповідь: 5 км/год та 4 км/год.	



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. ВИЗНАЧИТИ СТЕПІНЬ РІВНЯННЯ.

а) $3x^8 + x^{13} - 11 = 0$; б) $5x^2(x+1) - 5x^3 - 4 = 0$; в) $3x - 2 = 0$.

2. СКІЛЬКИ РОЗВ'ЯЗКІВ МАЄ РІВНЯННЯ?

а) $x^2 - 5x + 15 = 0$; б) $2x + 12 = 0$; в) $\left(\frac{2x-1}{5} - 1\right)_{x=0}$.

3. РОЗВ'ЯЗАТИ ГРАФІЧНО РІВНЯННЯ $x^2 = -0,4x + 3$.

4. ВИЗНАЧИТИ СТЕПІНЬ РІВНЯННЯ.

а) $x^5(1 - 2x^2) - 2x^7 = x^4 - 3$; б) $(x^3 - 1)(2x^2 - 1) - 2x^5 - 1 = 0$; в) $(x - 2)(x - 3) = 0$.

5. ЗА ДОПОМОГОЮ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ $y = \frac{12}{x}$ ТА $y = x^2 + 1$, ЗОБРАЖЕНИХ НА РИСУНКУ 1,

РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ $\frac{12}{x} = x^2 + 1$.

6. ЗА ДОПОМОГОЮ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ $y = \frac{6}{x}$ ТА $y = 0,5x^2 - 8$, ЗОБРАЖЕНИХ НА РИСУНКУ 2,

РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ $\frac{6}{x} = 0,5x^2 - 8$.

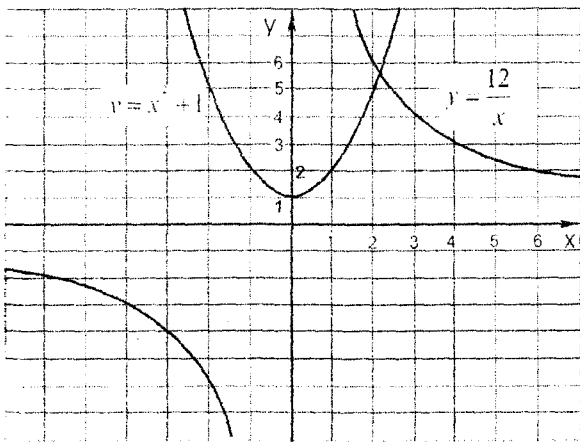


Рис. 1

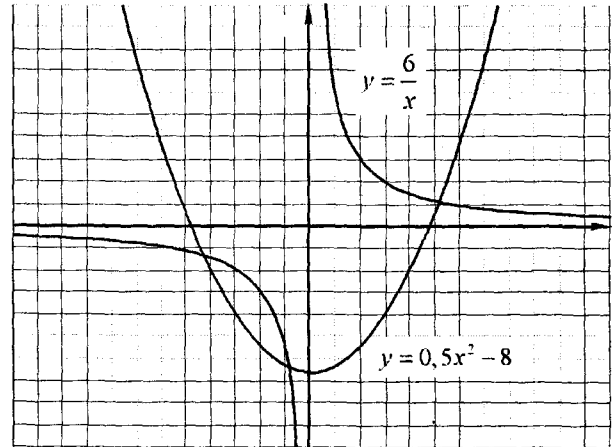


Рис. 2

7. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

а) $x^3 + 14x = 0$; б) $10x^2 - (5x + 1)(2x - 3) = 4$; в) $\frac{3x^2 + 3}{5} - \frac{2 - 4x}{10} = 2$; г) $(6 - x)(x + 6) - (x - 11)x = 36$.

8. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

а) $y^3 - 16y = 0$; б) $(x - 6)(x + 12) = 0$; в) $0,7x^4 - x^3 = 0$; г) $\frac{1 - 3y}{11} - \frac{3 - y}{5} = 0$.

9. РОЗВ'ЯЗАТИ ГРАФІЧНО РІВНЯННЯ $\frac{3}{x} = x^2 + 2$.

10. ВИЗНАЧИТИ СТЕПІНЬ РІВНЯННЯ.

а) $(2x - 1)(x^3 + 4)(x^2 - 1) = 0$; б) $(x^2 + 6)(x - 5) - x(x + 1)(x^5 + 1) = 0$; в) $(5x^4 - 1)^3 (5x^2 - 2) = 0$.

11. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.

а) $(x - 7)(x + 7) + (x - 2)^2 = 11x + 30 - (x + 5)^2$;

б) $\frac{x(2-x)}{2} + \frac{3(x-3)^2}{2} = 2\frac{1}{2} - \frac{2(4-x)^2}{3}$; в) $x = \frac{(3-x)^2}{9} - \frac{x(x-12)}{18} + \frac{(3-x)(x-2)}{36}$.

12. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ b РІВНЯННЯ НЕ МАЄ РОЗВ'ЯЗКІВ?

а) $6x^2 + bx + 4 = 0$; б) $x^2 + 8x + b = 0$.

13. ПРИ ЯКИХ ЗНАЧЕННЯХ t РІВНЯННЯ МАЄ ДВА РОЗВ'ЯЗКИ?

а) $2x^2 + 4x + t = 0$; б) $6x^2 + tx + 6 = 0$.

14. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ УВЕДЕННЯ НОВОЇ ЗМІННОЇ.

а) $(x^2 - 7)^2 - 4(x^2 - 7) - 45 = 0$; б) $(x^2 - 10)^2 - 3(x^2 - 10) + 4 = 0$.

15. РОЗВ'ЯЗАТИ БІКВАДРАТНЕ РІВНЯННЯ.

а) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$; б) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; в) $x^4 + 5x^2 - 6 = 0$; г) $x^4 + 9x^2 + 8 = 0$.

16. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ ГРАФІЧНО.

а) $\begin{cases} xy = 8, \\ y = x + 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = -x^2 + 3, \\ y = x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} xy = 12, \\ y = x + 1; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y = x^2, \\ y = 0,3x + 2. \end{cases}$

17. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.

а) $\begin{cases} 3x + y = -1, \\ x^2 - xy = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y = -1, \\ x^2 + y^2 = 1; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - y = 3, \\ xy = -2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 - y^2 = 4. \end{cases}$

18. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

а) Різниця двох чисел дорівнює 5, а їх добуток дорівнює 84. Знайти ці числа.

б) Сума двох чисел дорівнює 25, а їх добуток дорівнює 144. Знайти ці числа.

19. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ УВЕДЕННЯ НОВОЇ ЗМІННОЇ.

а) $(x^2 + 2x)(x^2 + 2x - 2) = 3$; в) $(x^2 + x + 6)(x^2 + x - 4) = 114$; д) $x^3 - 13x + 12 = 0$.

б) $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 7) = 65$; г) $x^5 + x^4 - 3x^2 - 3x^2 - 4x - 4 = 0$;

20. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ ГРАФІЧНО.

а) $\begin{cases} y = -x^2 + 8, \\ y = x^2 + 4; \end{cases}$ б) $\begin{cases} yx = 12, \\ x^2 + y^2 = 49; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y = -x^2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 = 16, \\ y = x. \end{cases}$

21. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.

а) $\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 4, \\ 3x + y = 10; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = 6; \end{cases}$ д) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ x - y = 5; \end{cases}$ е) $\begin{cases} yx = 8, \\ x^2 + y^2 = 20; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^2 - y = 8, \\ x + y = 4; \end{cases}$ г) $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 41, \\ 2x^2 + y^2 = 59; \end{cases}$ е) $\begin{cases} y = -x^3, \\ y = -x. \end{cases}$

22. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

а) Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 20 см. Знайти його катети, якщо відомо, що один з них на 4 см більше, ніж другий.

б) Прямокутна ділянка землі площею 3250 м² обгороджена, довжина загорожі дорівнює 230 м. Знайти довжину і ширину ділянки.

в) З двох міст, відстань між якими 1260 км, одночасно назустріч один одному виходять два потяги і зустрічаються через 12 год. На весь шлях один з потягів витрачає на 7 год більше, ніж другий. Знайти швидкість кожного потягу.

23. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ, ВИКОРИСТОВУЮЧИ ВВЕДЕННЯ НОВОЇ ЗМІННОЇ.

а) $(x^2 - 2x)^2 - 3x^2 + 6x - 4 = 0$; б) $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x-3)(x-2) - 1 = 0$; в) $\frac{x^2 - 3}{x} + \frac{x}{x^2 - 3} = 2\frac{1}{2}$.

24. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ ГРАФІЧНО.

а) $\begin{cases} y = |x|, \\ y = x^2 - 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 16, \\ |y| = 1 - x; \end{cases}$ в) $\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25, \\ y = x^2. \end{cases}$

25. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.

а) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9, \\ xy = 20; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 1, \\ x^2 + xy - 4y^2 = 2; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^3 - y^3 = 9, \\ x + y = 3. \end{cases}$

26. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

а) З двох пунктів, відстань між якими дорівнює 18 км, вийшли одночасно назустріч одна одній дві групи туристів і зустрілись через 2 год. Визначити, з якою швидкістю йшла кожна група, якщо відомо, що на проходження усього шляху одна з них витратила на 54 хв більше, ніж друга.

б) Добуток двох чисел на 29 більше їх суми. Якщо до першого числа додати подвоєне друге число, то отримаємо 19. Знайти ці числа.

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-5-1)

ТЕМА. РІВНЯННЯ, ЩО ЗВОДЯТЬСЯ ДО КВАДРАТНИХ. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ



В – I	7 балів	В – II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $x^3 - 9x = 0$; б) $(12x+1)(3x-1) - (6x+2)^2 = 10$; в) $x^4 + 7x^2 - 44 = 0$; г) $x^4 + 16x^2 = 0$.		а) $x^3 - 25x = 0$; б) $(8x+1)(2x-3) - (4x-2)^2 = 1$; в) $y^4 - 5y^2 + 4 = 0$; г) $x^4 + 25x^2 = 0$.
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.		
$\begin{cases} x = y - 2, \\ xy - y = 10. \end{cases}$		$\begin{cases} x^2 + 2y = 6, \\ y = x - 1. \end{cases}$
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Знайти сторони прямокутника, якщо відомо, що його периметр дорівнює 30 см, а площа дорівнює 50 см^2 .		Діагональ прямокутника дорівнює 17 см, а його периметр дорівнює 46 см. Знайти сторони прямокутника.
В – III	9 балів	В – IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $2x^4 - 5x^2 - 12 = 0$; б) $3y^3 - 2y^2 - y = 0$; в) $(x^2 + x)^2 - 5(x^2 + x) + 6 = 0$.		а) $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$; б) $2y^4 - 5y^3 + 3y^2 = 0$; в) $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$.
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.		
а) $\begin{cases} x - 4y = 10, \\ xy + 7y^2 = 1; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$		а) $\begin{cases} x - 2y = 9, \\ y^2 - xy = 14; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ x + 2y = 14. \end{cases}$
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Периметр прямокутника дорівнює 30 см, а сума площ квадратів, побудованих на двох його суміжних сторонах, дорівнює 113 см^2 . Знайти сторони прямокутника.		Прямокутна ділянка землі площею 1600 м^2 обгороджена, довжина загорожі 200 м. Знайти сторони цієї ділянки.
В – V	12 балів	В – VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $y^3 - 7y^2 + 9y - 63 = 0$; б) $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8 = 0$; в) $x^3 - 7x + 6 = 0$.		а) $y^3 + 5y^2 - 81y - 405 = 0$; б) $(x^2 - 6x)^2 - 10(x^2 - 6x) + 21 = 0$; в) $x^3 - 43x + 42 = 0$.
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.		
а) $\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 5, \\ x + y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + y = 1, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -2,5. \end{cases}$		а) $\begin{cases} x^2 - xy - y^2 = 5, \\ x - y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{20}, \\ x + 2y = 14. \end{cases}$
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
З пункту А до пункту В, відстань між якими 360 км, одночасно вирушили два автомобілі. Через 3 год з'ясувалось, що перший з них проїхав відстань на 30 км більшу, ніж другий. Знайти швидкість кожного автомобіля, якщо відомо, що на весь шлях перший автомобіль витратив на півгодини менше, ніж другий.		Два фермери, працюючи разом, можуть виконати роботу за 2 год 40 хв. Скільки часу потрібно кожному фермеру окремо, якщо відомо, що перший з них може виконати всю роботу на 4 год швидше, ніж другий?



КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-5-1)

ТЕМА. РІВНЯННЯ, ЯКІ ЗВОДЯТЬСЯ ДО КВАДРАТНИХ. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ

В – I	7 балів	В – II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
$x^4 - 4x^2 - 45 = 0.$		$x^4 - 13x^2 + 36 = 0.$
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.		
$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - y = 1. \end{cases}$		$\begin{cases} x - 3y = 2, \\ xy - 4y = 8. \end{cases}$
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Периметр прямокутника дорівнює 28 см, а його площа 40 см ² . Знайти сторони прямокутника.		Одна із сторін прямокутника на 2 см більше другої. Знайти сторони прямокутника, якщо його площа дорівнює 120 см ² .

В – III	9 балів	В – IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
а) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0;$ б) $(x^2 - x - 4)^2 - 12x^2 + 12x + 59 = 0.$		а) $3x^4 - 4x^2 + 1 = 0;$ б) $(x^2 - x - 4)^2 - 10x^2 + 10x + 56 = 0.$
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.		
$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 16, \\ x + y = -2; \end{cases}$		$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = 4, \\ x - y = 4; \end{cases}$
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Одна друкарка може надрукувати рукопис на 3 год швидше другої. При сумісній роботі їм потрібно затратити 6 год 40 хв. Скільки часу потрібно кожній друкарці, щоб надрукувати рукопис?		Два фермери, працюючи разом, можуть виконати роботи за 4 год 48 хв. Скільки часу потрібно кожному фермеру окремо для виконання цієї роботи, якщо відомо, що перший з них може виконати її на 4 год швидше, ніж другий?

В – V	12 балів	В – VI
1. РОЗВ'ЯЗАТИ РІВНЯННЯ.		
$(x^2 + x - 4)^2 - 10x^2 - 10x + 5 = 0.$		$(x^2 + x - 3)^2 - 12x^2 - 12x + 63 = 0.$
2. РОЗВ'ЯЗАТИ СИСТЕМУ РІВНЯНЬ.		
$\begin{cases} x + y + xy = 5, \\ x^2 + y^2 + xy = 7. \end{cases}$		$\begin{cases} x - y - xy = -1, \\ x^2 + y^2 - xy = 3. \end{cases}$
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.		
Електропоїзд затримався в дорозі на 4 хв і ліквідував запізнення на перегоні у 20 км, проїхавши його зі швидкістю на 10 км/год більшою, ніж була за розкладом. Знайти швидкість електропоїзду на цьому перегоні за розкладом.		Два автомобілі виїхали з пунктів А і В назустріч один одному. Через 1 год вони зустрілись і, не зупиняючись, продовжили рух з тією ж самою швидкістю. Перший прибув у пункт В на 27 хв пізніше, ніж другий в пункт А. Визначити швидкість кожного автомобіля, якщо відстань між А і В дорівнює 90 км.

§6. ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ

АРИФМЕТИЧНА ПРОГРЕСІЯ

Означення	Приклади
Числова послідовність задана, якщо будь-якому натуральному числу n поставлене у відповідність деяке число a_n .	3; 10; 11; 13; 16; 20;... 4; 7; 10; 13; 16;...
Послідовність задають за допомогою формули n -го члена, тоді неважко обчислити будь-який його член.	Послідовність (a_n) задана формулою $a_n = n^3, n \in N, 1; 8; 27; 64; \dots$
Послідовності бувають <u>скінченні</u> і <u>нескінченні</u> . Послідовність (a_n) називається <u>зростаючою</u> (<u>спадною</u>), якщо для будь-якого номера n правдива нерівність: $a_{n+1} > a_n$ ($a_{n+1} < a_n$), a_n — <u>попередній</u> член, a_{n+1} — <u>наступний</u> член послідовності.	2; 4; 6; 8; 10; 12;... — зростаюча. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}; \dots$ — спадна.
Числова послідовність (a_n) , кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, до якого додане одне і те саме число, називається <u>арифметичною прогресією</u> . Це число позначають буквою d і називають <u>різницею арифметичної прогресії</u> .	1; 3; 5; 7; 9 — арифметична прогресія $a_1 = 1; d = 2$. 30; 25; 20; 15; 10; 5;... $a_1 = 30; d = -5$.
Перші члени арифметичної прогресії будуть: $a_1; a_1 + d; a_1 + 2d; a_1 + 3d; \dots$	-50; -40; -30; -20;... $a_1 = -50; d = 10$.
Формула n -го члена арифметичної прогресії: $a_n = a_1 + d(n-1), n \in N$.	$a_6 = -50 + 10(6-1) = -50 + 10 \cdot 5 = 0; a_6 = 0$.
Для арифметичної прогресії кожний її член, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному сусідніх з ним членів, тобто: $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, \text{ де } n \geq 2, n \in N$. Сума двох членів скінченної арифметичної прогресії, рівновіддалених від її кінців, дорівнює сумі крайніх членів. Формула суми перших n членів арифметичної прогресії: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$, або $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n, n \in N$.	4; 7; 10; 13; 16;... $a_1 = 4; d = 3$. $S_5 = \frac{4+16}{2} \cdot 5 = 50$ або $S_5 = \frac{2 \cdot 4 + 3(5-1)}{2} \cdot 5 = 50$.



РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Написати 4 перших члени послідовності, заданою формулою n -го члена. Знайти a_8 .

Розв'язання.

а) $a_n = 2n - 1$;

$a_1 = 1; a_2 = 3; a_3 = 5; a_4 = 7; a_8 = 15$;

б) $a_n = (-1)^{n+1}$

$a_1 = -1; a_2 = 1; a_3 = -1; a_4 = 1; a_8 = -1$;

в) $a_n = \frac{n}{2^n}$;

$a_1 = \frac{1}{2}; a_2 = \frac{2}{2^2} = \frac{1}{2}; a_3 = \frac{3}{2^3} = \frac{3}{8}; a_4 = \frac{4}{2^4} = \frac{1}{4}; a_8 = \frac{8}{2^8} = \frac{1}{32}$.

Відповідь: а) 1, 3, 5, 7... $a_8 = 15$; б) 1; -1; 1; -1; ... $a_8 = 1$; в) $\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{8}; \frac{1}{4}; \dots a_8 = \frac{1}{32}$.

2. Знайти 16-й член арифметичної прогресії (a_n) , в якій перший член дорівнює 5, різниця дорівнює 2.

Розв'язання.

$a_n = a_1 + d(n-1); n = 16; a_1 = 5; d = 2; a_{16} = 5 + 2(16-1); a_{16} = 35$. Відповідь: 35.

3. Знайти перший член арифметичної прогресії (a_n) , в якій $a_{27} = 291, d = 11$.

Розв'язання.

$a_n = a_1 + d(n-1); a_1 = a_n - d(n-1); n = 27; a_{27} = 291; d = 11$;

$a_1 = 291 - 11(27-1); a_1 = 291 - 286; a_1 = 5$. Відповідь: 5.

4. Знайти різницю арифметичної прогресії (a_n) , в якій $a_1 = 28; a_{21} = -52$.

Розв'язання.

$a_n = a_1 + d(n-1); d(n-1) = a_n - a_1; d = \frac{a_n - a_1}{n-1}$;

$n = 21, a_{21} = -52; a_1 = 28; d = \frac{-52 - 28}{21-1} = \frac{-80}{20} = -4$. Відповідь: -4.

5. Знайти номер члена арифметичної прогресії (a_n) , який дорівнює 46, якщо $a_1 = 32, d = 0,4$.

Розв'язання.

$a_n = a_1 + d(n-1); n-1 = \frac{a_n - a_1}{d}; n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1$.

$a_n = 46, a_1 = 32; d = 0,4; n = \frac{46 - 32}{0,4} + 1 = \frac{14}{0,4} + 1 = 35 + 1 = 36$. Відповідь: 36.

6. Знайти перший член і різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо: $\begin{cases} a_5 + a_1 = 24 \\ a_9 + a_3 = 54. \end{cases}$

Розв'язання.

$a_n = a_1 + d(n-1)$;

$a_5 = a_1 + 4d$,

$a_9 = a_1 + 8d$, отже,

$a_3 = a_1 + 2d$

$a_5 + a_1 = 2a_1 + 4d$

$a_9 + a_3 = 2a_1 + 10d$,

отримаємо систему: $\begin{cases} 2a_1 + 4d = 24, \\ 2a_1 + 10d = 54; \end{cases} \begin{cases} a_1 + 2d = 12, \\ a_1 + 5d = 27; \end{cases} \begin{cases} 3d = 15, \\ a_1 = 12 - 2d; \end{cases} \begin{cases} d = 5, \\ a_1 = 2. \end{cases}$ Відповідь: $a = 2; d = 5$.

7. Знайти суму всіх натуральних чисел от 20 до 90 включно.

Розв'язання.

$$S = 20 + 21 + 22 + 23 + \dots + 89 + 90. S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n;$$

$$n = a_n - a_1 + 1 \quad n = 90 - 20 + 1 = 71; \quad S = \frac{20 + 90}{2} \cdot 71 = 7100. \text{ Відповідь: } 7100.$$

8. Знайти x , якщо $1 + 4 + 7 + \dots + x = 51$.

Розв'язання.

$$1 + 4 + 7 + \dots + x = 51;$$

$1 + 4 + 7 + \dots$ — зростаюча арифметична прогресія (a_n) , де $d = 3; a_1 = 1$.

У нашому рівнянні $a_n = x, S_n = 51$.

$$a_n = a_1 + d(n-1),$$

$$x = 1 + 3(n-1);$$

$$x = 3n - 2.$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n; \text{ Підставляємо відомі значення:}$$

$$51 = \frac{1+x}{2} \cdot n; \quad 102 = (1+x)n; \quad n = \frac{102}{1+x}$$

$$x = 3 \cdot \frac{102}{1+x} - 2; \quad x + x^2 = 306 - 2 - 2x, \quad x \neq -1.$$

$$x^2 + 3x - 304 = 0$$

$x_1 = 16; x_2 = -19$ — не задовольняють умову задачі, $a_n > 0$.

Отже, $a_n = 16$. Відповідь: 16.

ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

1. НАПИСАТИ 4 ПЕРШИХ ЧЛЕНІ ПОСЛІДОВНОСТІ, ЗАДАНОЮ ФОРМУЛОЮ СПІЛЬНОГО ЧЛЕНА. ЗНАЙТИ a_{10} .

а) $a_n = 3n + 1$; в) $a_n = (-2)^n$; д) $a_n = n^3 + 1$; ж) $a_n = \frac{2^n}{n}$.

б) $a_n = n^2 - 2$; г) $a_n = 3(n+1)$; е) $a_n = (-1)^{2n-1}$;

2. У ДАНИХ ПОСЛІДОВНОСТЯХ ЗАПИСАТИ ФОРМУЛУ СПІЛЬНОГО ЧЛЕНА.

а) 2; 4; 6; 8; ... б) 1; 3; 5; 7; ... в) 1; 4; 9; 16; 25; ... г) $2; \frac{3}{2}; \frac{4}{3}; \frac{5}{4}; \dots$ д) $\frac{1}{1 \cdot 2}; \frac{1}{2 \cdot 3}; \frac{1}{3 \cdot 4}; \dots$ е) $\frac{2}{1 \cdot 3}; \frac{4}{3 \cdot 5}; \frac{6}{5 \cdot 7}; \dots$

3. ЗАПИСАТИ ПЕРШІ 5 ЧЛЕНІВ ПОСЛІДОВНОСТІ.

ЗАПИСАТИ ФОРМУЛУ СПІЛЬНОГО ЧЛЕНА КОЖНОЇ З ЦИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ.

а) непарних чисел; в) парних чисел;

б) чисел, кратних 5; г) чисел, які при діленні на 4 дають залишок 3.

4. ЗНАЙТИ a_{17} АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (a_n) , В ЯКІЙ:

а) $a_1 = 3; d = 5$; б) $a_1 = -1; d = 2$.

5. ЗНАЙТИ a_{21} АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (a_n) , В ЯКІЙ:

а) $a_1 = 0.3; d = 0.5$; б) $a_1 = 45; d = -9$.

6. ЗНАЙТИ ПЕРШИЙ ЧЛЕН АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ, В ЯКІЙ:

а) $a_{93} = 461; d = 5$; б) $a_{101} = 293; d = 3$.

7. ЗНАЙТИ РІЗНИЦЮ АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ, В ЯКІЙ:

а) $a_1 = 6; a_{131} = 526$; б) $a_1 = -18; a_{39} = 58$; в) $a_{11} = -2; a_{16} = 2$.

8. ЗНАЙТИ НОМЕР ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (a_n) , ЯКИЙ ДОРІВНЮЄ:

а) 312, якщо $a_1 = 8, d = 4$; б) 33.8, якщо $a_1 = -2.6, d = 0.56$.

9. ЗНАЙТИ ПЕРШИЙ ЧЛЕН І РІЗНИЦЮ АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (a_n) , ЯКЩО:

а)
$$\begin{cases} a_4 + a_7 = 42 \\ a_5 - a_1 = 16; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} a_9 + a_6 = 58 \\ a_4 + a_1 = 18. \end{cases}$$

10. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ:

- а) знайти 5 чисел, які треба помістити між числами 1 і 25 так, щоб отримати арифметичну прогресію;
 б) між числами 7 і 35 помістити 6 чисел, які утворили б з даними числами арифметичну прогресію.

11. ЗНАЙТИ СУМУ ПЕРШИХ 20 ЧЛЕНІВ АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (a_n) , ЯКЩО:

- а) $a_1 = 10; a_{12} = 32$; б) $a_1 = 9; a_{11} = 24$; в) $a_1 = \frac{3}{4}; a_{26} = 3\frac{7}{8}$.

12. ЗНАЙТИ:

- а) суму всіх натуральних чисел від 20 до 50 включно;
 б) всіх парних натуральних чисел від 20 до 120; в) знайти x , якщо:
 1) $2 + 4 + 6 + \dots + x = 42$; 2) $(x+1) + (x+4) + (x+7) + \dots + (x+28) = 155$.

13. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

Сума 5 членів арифметичної прогресії (a_n) з різницею -4 дорівнює 20. Який буде перший член цієї прогресії?

**САМОСТІЙНА РОБОТА (С-6-1)****ТЕМА. ПОСЛІДОВНОСТІ. АРИФМЕТИЧНА ПРОГРЕСІЯ**

В - I	6 балів	В - II	В - III	11 балів	В - IV
1. НАПИСАТИ 4 ПЕРШИХ ЧЛЕНІ ПОСЛІДОВНОСТІ, ЗАДАНОЮ ФОРМУЛОЮ.					
$a_n = 2^n$.	$a_n = 3^n$.	а) $a_n = 2n^3$; б) $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2n}$.		а) $a_n = 2n^2$; б) $a_n = \frac{2^n - 1}{3n + 1}$.	
2. В АРИФМЕТИЧНІЙ ПРОГРЕСІЇ (a_n) ЗНАЙТИ a_{21}, ЯКЩО:					
$a_1 = 4, d = 5$.	$a_1 = 5, d = 4$.	$a_1 = 0,1, d = 0,3$.		$a_1 = 0,3, d = 0,1$.	
3. ЗНАЙТИ ПЕРШИЙ ЧЛЕН АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (a_n), В ЯКІЙ:					
$a_{26} = 57, d = 3$.	$a_{01} = 14, d = 2$.	$a_{36} = 1,5, d = 0,4$.		$a_{41} = 2,3, d = 0,5$.	
4. ЗНАЙТИ:					
різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо:			перший член і різницю арифметичної прогресії (a_n) , якщо:		
$a_1 = 96, a_{37} = 6$.	$a_1 = 24, a_{46} = 87$.	$\begin{cases} a_5 + a_{10} = 74 \\ a_4 + a_7 = 58. \end{cases}$		$\begin{cases} a_5 + a_8 = 82 \\ a_3 + a_9 = 76. \end{cases}$	

**КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-6-1)**

В - I	6 балів	В - II	В - III	11 балів	В - IV
1. НАПИСАТИ 4 ПЕРШИХ ЧЛЕНІ ПОСЛІДОВНОСТІ, ЗАДАНОЮ ФОРМУЛОЮ:					
$a_n = 5n - 1$.	$a_n = 5n + 2$.	а) $a_n = (-3)^{n-1}$; б) $a_n = \frac{2^n}{3n}$.		а) $a_n = (-2)^{n+1}$; б) $a_n = \frac{2n}{3^n}$.	
2. ЗНАЙТИ 25 -й ЧЛЕН АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (a_n), ЯКЩО:					
$a_1 = 10, d = 4$.	$a_1 = 15, d = 3$.	$a_1 = 60, d = -3$.		$a_1 = 45, d = -5$.	
3. ЗНАЙТИ НОМЕР ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (a_n), ЯКИЙ ДОРІВНЮЄ:					
294, якщо: $a_1 = 102, d = 4$.	316, якщо: $a_1 = 211, d = 15$.	17,2, якщо: $a_1 = 5,3, d = 0,7$.		39, якщо: $a_1 = 6,5, d = 1,3$.	
4. ЗНАЙТИ:					
суму шести членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо:			суму 18 перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо:		
$a_1 = 11; d = -4$.	$a_1 = 14; d = -5$.	$a_1 = 7; a_{26} = 62$.		$a_1 = 11; a_{16} = 47$.	

ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЯ.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНОВАНИХ ЗАДАЧ

<p>Числова послідовність (b_n), кожний член якої, починаючи з другого, дорівнює попередньому, помноженому на одне й те саме число, називається <u>геометричною прогресією</u>. Це число позначають q і називають <u>знаменником геометричної прогресії</u>.</p>	$\frac{1}{3}; 1; 3; 9; 27; \dots$ $2; 4; 8; 16; 32; 64; \dots \quad b_1 = 2, q = 2.$ $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots \quad b_1 = 1, q = \frac{1}{2}.$
<p>Першими членами геометричної прогресії будуть: $b_1; b_1q; b_1q^2; b_1q^3; \dots$ Формула n-го члена геометричної прогресії: $b_n = b_1q^{n-1}, \quad n \in N.$</p>	$\frac{1}{16}; \frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 4; \dots$ $b_1 = \frac{1}{16}; q = 2; b_{10} = \frac{1}{16} \cdot 2^{10-1} = \frac{1}{16} \cdot 2^9 = 32.$
<p>Послідовність (b_n) є геометричною прогресією тоді і тільки тоді, коли кожний її член, починаючи з другого, дорівнює середньому геометричному сусідніх з ним членів, тобто: $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, \quad n \geq 2, n \in N$</p>	$3, 9, 27, 81, 243; \dots$ $b_3^2 = b_2 \cdot b_4$ тобто $27^2 = 9 \cdot 81$ $729 = 729$
<p>Формула суми n перших членів геометричної прогресії: $S_n = \frac{b_nq - b_1}{q - 1}$ або $S_n = \frac{b_1 - b_nq}{1 - q}$ $S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q},$ $n \in N, q \neq 1 \quad n \in N, q \neq 1$</p>	<p>1) $3, 9, 27, 81, 243, \dots \quad q = 3$ $S_4 = \frac{b_4q - b_1}{q - 1}; S_4 = \frac{81 \cdot 3 - 3}{3 - 1} = \frac{240}{2} = 120$</p> <p>2) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots \quad q = \frac{1}{2}$ $S_5 = \frac{b_1(1 - q^5)}{1 - q}; S_5 = \frac{1 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^5\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{32}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{31}{32}}{\frac{1}{2}} = \frac{31 \cdot 2}{32} = \frac{31}{16} = 1 \frac{15}{16}.$</p>
<p>Якщо (b_n) – нескінченно спадна геометрична прогресія ($q < 1$), то її сума обчислюється за формулою:</p> $S = \frac{b_1}{1 - q}$	$\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \frac{1}{16}; \dots \quad b_1 = \frac{1}{2}; q = \frac{1}{2}$ $S = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1.$



РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

1. Знайти знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо:	
а) $b_4 = 20, b_5 = 30$.	б) $b_{442} = 25, b_{441} = 30$.
Розв'язання. $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}; q = \frac{b_5}{b_4}; q = \frac{30}{20}; q = \frac{3}{2}$.	Розв'язання. $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}; q = \frac{b_{442}}{b_{441}}; q = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}; q = \frac{5}{6}$.
Відповідь: $\frac{3}{2}$.	Відповідь: $q = \frac{5}{6}$.
2. Обчислити п'ятий член геометричної прогресії (b_n) .	
а) 2; 6; 18; ...	б) $5\frac{1}{3}; 3\frac{1}{5}; 1\frac{23}{25}; \dots$
Розв'язання. 2; 6; 18; ... $b_1 = 2, q = 3$; $b_5 = b_1 \cdot q^{5-1} = b_1 q^4$; $b_5 = 2 \cdot 3^4 = 2 \cdot 81 = 162$.	Розв'язання. $b_1 = 5\frac{1}{3}; q = 3\frac{1}{5}; 5\frac{1}{3} = \frac{16}{3}; 3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$; $b_5 = b_1 \cdot q^4; b_5 = 5\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{16}{5}\right)^4 = \frac{16}{3} \cdot \frac{81}{625} = \frac{16 \cdot 27}{625} = \frac{432}{625}$.
Відповідь: 162.	Відповідь: $\frac{432}{625}$.
3. Знайти перший член геометричної прогресії (b_n) , в якій:	
а) $b_6 = 486, q = 3$.	б) $b_9 = \frac{4}{9}; q = -\frac{1}{3}$.
Розв'язання. $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$; $b_1 = \frac{b_n}{q^{n-1}}; b_1 = \frac{b_6}{q^5}; b_1 = \frac{486}{3^5} = \frac{486}{243} = 2$.	Розв'язання. $b_1 = \frac{b_n}{q^n}; b_1 = \frac{\frac{4}{9}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^9} = \frac{\frac{4}{9}}{\left(\frac{1}{3}\right)^9} = \frac{4 \cdot 3^8}{3^2} = 4 \cdot 3^6 = 4 \cdot 729 = 2916$.
Відповідь: 2.	Відповідь: 2916.
4. Знайти суму членів геометричної прогресії (b_n) , в якій: $b_1 = 1, q = \frac{2}{3}, n = 4$.	
Розв'язання. $S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}; S_4 = \frac{b_1(1-q^4)}{1-q}; S_4 = \frac{1 \cdot \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^4\right)}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1 - \frac{16}{81}}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{65}{81}}{\frac{1}{3}} = \frac{65}{81} \cdot \frac{3}{1} = \frac{65}{27} = 2\frac{11}{27}$.	
Відповідь: $2\frac{11}{27}$.	
5. Знайти суму n членів геометричної прогресії (b_n) , в якій:	
а) $b_1 = 3, b_8 = 384, n = 8$	б) $b_1 = 8, b_6 = \frac{1}{4}, n = 7$.
Розв'язання. $b_8 = b_1 \cdot q^7$; $q^7 = \frac{b_8}{b_1}; q^7 = \frac{384}{3}; q^7 = 128; q = 2$; $S_8 = \frac{b_1 \cdot q - b_1}{q - 1}; S_8 = \frac{384 \cdot 2 - 3}{2 - 1} = \frac{765}{1} = 765$.	Розв'язання. $b_6 = b_1 q^5; q^5 = \frac{b_6}{b_1}; q^5 = \frac{\frac{1}{4}}{8} = \frac{1}{32}; q = \frac{1}{2}$; $S_7 = \frac{b_1(1-q^7)}{1-q}; S_7 = \frac{8 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^7\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8 \cdot \left(1 - \frac{1}{128}\right)}{\frac{1}{2}} = \frac{8 \cdot 127 \cdot 2}{128} = \frac{2^4 \cdot 127}{2^7} = \frac{127}{2^3} = \frac{127}{8} = 15\frac{7}{8}$.
Відповідь: 2; 765.	Відповідь: $\frac{1}{2}; 15\frac{7}{8}$.

6. Визначити перший і останній члени геометричної прогресії, в якій: $S_{11} = 2047$. $q = 2$, $n = 11$.

Розв'язання. $S_{11} = \frac{b_1 (q^{11} - 1)}{q - 1}$; $b_1 = \frac{S_{11} (q - 1)}{q^{11} - 1}$; $b_1 = \frac{2047(2 - 1)}{2^{11} - 1} = \frac{2047}{2048 - 1} = \frac{2047}{2047} = 1$
 $b_{11} = 1$; $b_{11} = b_1 \cdot q^{10}$; $b_{11} = 1 \cdot 2^{10} = 1024$.

Відповідь: 1; 1024.

7. Між числами 27 і 729 розмістити два числа, які б утворили разом з даними геометричну прогресію.

Розв'язання. $b_1; b_2; b_3; b_4; \dots$ $b_1 = 27$; $b_4 = 729$; $b_4 = b_1 \cdot q^3$; $q^3 = \frac{729}{27} = 27$; $q = 3$
 $b_2 = 27 \cdot 3 = 81$; $b_3 = 81 \cdot 3 = 243$.

Відповідь: 81, 243.

8. Написати геометричну прогресію (b_n) , в якій $b_5 - b_1 = 15$, $b_4 - b_2 = 6$.

Розв'язання.

1. $\begin{cases} b_5 - b_1 = 15, \\ b_4 - b_2 = 6; \end{cases}$	5. $\begin{cases} b_1 = \frac{15}{q^4 - 1}, \\ \frac{15q(q^2 - 1)}{(q^2 - 1)(q^2 + 1)} = 6; \end{cases}$	8. $\begin{cases} b_1 = \frac{15}{q^4 - 1}, \\ 2q^2 - 5q + 2 = 0; \end{cases}$	11. $\begin{cases} b_1 = \frac{15}{q^4 - 1}, \\ q = \frac{1}{2}; \end{cases}$
2. $\begin{cases} b_1 q^4 - b_1 = 15, \\ b_1 q^3 - b_1 q = 6; \end{cases}$	6. $\begin{cases} b_1 = \frac{15}{q^4 - 1}, \\ \frac{5q}{q^2 + 1} = 2; \end{cases}$	9. $\begin{cases} b_1 = \frac{15}{q^4 - 1}, \\ q = 2; \end{cases}$	12. $\begin{cases} b_1 = -16, \\ q = \frac{1}{2}. \end{cases}$
3. $\begin{cases} b_1 (q^4 - 1) = 15, \\ b_1 q (q^2 - 1) = 6; \end{cases}$	7. $\begin{cases} b_1 = \frac{15}{q^4 - 1}, \\ 5q = 2(q^2 + 1); \end{cases}$	10. $\begin{cases} b_1 = 1, \\ q = 2; \end{cases}$	$-16; -8; -4; -2; -1; \dots$ $1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots$
4. $\begin{cases} b_1 = \frac{15}{q^4 - 1}, \\ \frac{15q}{q^2 - 1} (q^2 - 1) = 6; \end{cases}$			

Відповідь: $-16; -8; -4; -2; -1; \dots$ $1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots$

9. Сума перших трьох членів арифметичної прогресії дорівнює 12. Якщо до третього члена додати 2, то дані числа утворюють геометричну прогресію. Знайти ці числа.

Розв'язання. $a_1; a_2; a_3; \dots$
 $a_1; a_2; a_3 + 2; \dots$

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 12, \\ a_2^2 = a_1 (a_3 + 2); \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 12, \\ a_2^2 = a_1 (a_3 + 2); \end{cases} \quad \begin{cases} 3a_1 + 3d = 12, \\ a_2^2 = a_1 (a_3 + 2); \end{cases} \quad \begin{cases} a_1 + d = 4, \\ a_2^2 = a_1 (a_3 + 2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 = 4, \\ 16 = (a_2 - d)(a_2 + d + 2); \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 4, \\ 16 = (4 - d)(6 + d); \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 4, \\ d^2 + 2d - 8 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 4, \\ d = -4; \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 4, \\ d = 2; \end{cases}$$

$a_1 = 8; \quad a_1 = 2;$
 $a_3 = 0; \quad a_3 = 6;$
 $8; 4; 0; \dots$ або $2; 4; 6; \dots$

Відповідь: 8; 4; 0 або 2; 4; 6.



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

14. ЗНАЙТИ ЗНАМЕННИК ГЕОМЕТРИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ (b_n) , ЯКЩО:

а) $b_1 = 9$; $b_2 = 12$; б) $b_4 = 32$; $b_6 = 28$.

в) $b_4 = 20$; $b_5 = 50$; г) $b_7 = -30$; $b_9 = -90$.

15. ОБЧИСЛИТИ П'ЯТИЙ ЧЛЕН ГЕОМЕТРИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ.

а) 5; 10; 20; ...; б) 6; 3; 1,5; ...

в) 1300; 130; 13; ...; г) $5\frac{5}{8}$; $-3\frac{3}{4}$; $2\frac{1}{2}$; ...

16. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.

а) знайти перший член геометричної прогресії (b_n) , в якій: $b_5 = 162$; $q = 3$;

б) знайти суму n членів геометричної прогресії (b_n) , в якій: $b_1 = 5$, $q = 2$, $n = 7$.

в) знайти знаменник і суму n членів геометричної прогресії (b_n) , в якій:

$b_1 = 2$, $b_6 = 486$, $n = 6$;

г) визначити перший і останній член геометричної прогресії, в якій:

$S_7 = 508$, $q = 2$, $n = 7$.

17. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.

а) знайти перший член геометричної прогресії (b_n) , в якій: $b_8 = -1\frac{1}{3}$; $q = -\frac{1}{3}$;

б) знайти суму n членів геометричної прогресії (b_n) , в якій: $b_1 = -20\frac{1}{4}$, $q = -\frac{1}{3}$.

в) знайти знаменник і суму n членів геометричної прогресії (b_n) , в якій:

$b_1 = 74\frac{2}{3}$, $b_6 = 2\frac{1}{3}$, $n = 5$.

г) визначити перший і останній член геометричної прогресії, в якій:

$S_5 = 70\frac{1}{3}$, $q = \frac{2}{3}$, $n = 5$.

18. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.

а) Між числами 4 і 108 розмістити два числа, які б утворили разом з даними геометричну прогресію.

б) Між числами 40 і 2,5 розмістити три числа, які б утворили разом з даними геометричну прогресію.

19. НАПИСАТИ ГЕОМЕТРИЧНУ ПРОГРЕСІЮ, В ЯКІЙ:

а) $b_5 - b_1 = 160$; $b_4 - b_2 = 48$.

б) $b_5 + b_2 - b_4 = 66$; $b_6 + b_3 - b_5 = -132$.

20. ЗНАЙТИ ЧИСЛА, ЯКЩО:

а) сума перших трьох членів арифметичної прогресії дорівнює 6. Якщо до третього члена додати 1, то дані числа утворять геометричну прогресію;

б) три числа, сума яких дорівнює 13, складають геометричну прогресію. Якщо до них додати відповідно 3, 9, 11, то отримані числа складуть арифметичну прогресію.

21. ЗНАЙТИ ЧИСЛА, ЯКЩО:

а) сума перших трьох членів арифметичної прогресії дорівнює 24. Якщо до третього члена додати 18, то дані числа утворять геометричну прогресію;

б) чотири числа складають геометричну прогресію. Якщо від них відняти відповідно 2, 1, 7, 27, то нові числа утворять арифметичну прогресію.

22. ЗНАЙТИ СУМУ НЕСКІНЧЕННО СПАДНОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ.

а) $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$; б) $16; 4; 1; \dots$; в) $\frac{2}{3}; \frac{1}{2}; \frac{3}{8}; \dots$

г) $6\frac{2}{3}; 1\frac{1}{3}; \frac{4}{15}; \dots$; д) $3\sqrt{2}; \sqrt{2}; \frac{\sqrt{2}}{3}; \dots$; е) $\sqrt{\frac{3}{2}}; \sqrt{\frac{2}{3}}; \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}; \dots$

23. ЗНАЙТИ СУМУ.

а) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{8}{27} + \dots$

б) $8 - 2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{8} + \dots$

САМОСТІЙНА РОБОТА (С-6-2)

ТЕМА. ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЯ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНОВАНИХ ЗАДАЧ



В – I	6 балів	В – II	В – III	11 балів	В – IV
1. ЗНАЙТИ ЗНАМЕННИК ГЕОМЕТРИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ, ЯКЩО:					
$b_7 = -2,8; b_8 = 5,6.$	$b_{11} = 3,1; b_{12} = -9,3.$	$b_n = \sqrt{3}; b_{n+1} = 3.$	$b_{n-1} = 7; b_n = \sqrt{7}.$		
2. ЗНАЙТИ ПЕРШИЙ ЧЛЕН ГЕОМЕТРИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ, ЯКЩО:					
$b_7 = 1024; q = 2.$	$b_6 = 729; q = 3.$	$b_6 = -\frac{1}{128}; q = \frac{1}{2}.$	$b_5 = \frac{1}{162}; q = -\frac{1}{3}.$		
3. ЗНАЙТИ СУМУ n ПЕРШИХ ЧЛЕНІВ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ.					
$b_1 = 7; q = 3; n = 5.$	$b_1 = 4; q = 2; n = 6.$	$b_4 = 9; q = \frac{1}{3}; n = 6.$	$b_5 = \frac{1}{8}; q = \frac{1}{2}; n = 7.$		

КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-6-2)

ТЕМА. ГЕОМЕТРИЧНА ПРОГРЕСІЯ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОМБІНОВАНИХ ЗАДАЧ



В – I	6 балів	В – II	В – III	11 балів	В – IV
1. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.					
В арифметичній прогресії 11 членів. Перший, п'ятий та одинадцятий члени складають геометричну прогресію. Написати перші 5 членів арифметичної прогресії, якщо перший дорівнює 24.	В арифметичній прогресії 6 членів. Перший, третій та шостий члени складають геометричну прогресію. Написати перші 5 членів арифметичної прогресії, якщо перший член її дорівнює 12.	Сума трьох чисел, які складають геометричну прогресію, дорівнює 63. Якщо від меншого з них відняти одиницю, а від більшого 26, то отримані числа утворять арифметичну прогресію. Знайти ці числа.	Сума трьох чисел, які складають геометричну прогресію, дорівнює 65. Якщо від меншого з них відняти одиницю, а від більшого 19, то отримані числа утворять арифметичну прогресію. Знайти ці числа.		
2. ЗНАЙТИ СУМУ НЕСКІНЧЕННО СПАДНОЇ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ПРОГРЕСІЇ, В ЯКІЙ:					
перший член дорівнює 1, а знаменник дорівнює $\frac{2}{3}$	перший член дорівнює 2, а знаменник дорівнює $\frac{3}{4}$	другий член дорівнює $1\frac{2}{3}$, а знаменник дорівнює $\frac{2}{3}$	другий член дорівнює $1\frac{3}{4}$, а знаменник дорівнює $\frac{3}{4}$		

§7. ЕЛЕМЕНТИ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

<p>Математичними методами розв'язують не тільки абстрактні математичні задачі, а й багато прикладних задач. <u>Прикладними задачами</u> в математиці називають задачі, умови яких містять нематематичні поняття. Розв'язуючи прикладну задачу математичними методами, спочатку створюють її <u>математичну модель</u>.</p>	
<p>Задача 1. Скільки дошок потрібно, щоб настелити підлогу в кімнаті довжиною 7,5 м і шириною 5 м, якщо довжина дошки 6 м, а ширина 0,25 м?</p>	<p>Дана задача прикладна, оскільки в ній говориться про поверхню підлоги – нематематичне поняття. Розв'язуючи задачу, ми замінили її іншою: замість поверхні підлоги розглядали прямокутник. Задача про знаходження площі прямокутника – модель даної прикладної задачі.</p>
<p>Розв'язання. Поверхня підлоги має форму прямокутника. Щоб знайти площу прямокутника, потрібно його довжину помножити на ширину: $7,5 \cdot 5 = 37,5$ (м²); оскільки дошка також має форму прямокутника, то її площа: $6 \cdot 0,25 = 1,5$ (м²). Для того, щоб дізнатись, скільки треба дошок, треба: $37,5 : 1,5 = 25$ (дошок). Відповідь: 25 дошок.</p>	
<p>Задача 2. 30%-ий розчин борної кислоти змішали з 15%-им і отримали 450 г 20%-го розчину. Скільки грамів кожного розчину було узято?</p>	<p>Ця задача також прикладна, оскільки розчин борної кислоти – нематематичне поняття. Система рівнянь – математична модель даної задачі.</p>
<p>Розв'язання. Нехай x г взяли 30%-го розчину, а y г – 15%-го. Тоді маса суміші буде $0,3x + 0,15y$, а це $(450 \cdot 0,2)$ г.</p> <p>Отримаємо систему:</p> $\begin{cases} x + y = 450, \\ 0,3x + 0,15y = 450 \cdot 0,2 \end{cases}$ <p>Нехай $x = 450 - y$, тоді</p> $\begin{cases} 0,3x + 0,15y = 450 \cdot 0,2; \\ 0,3(450 - y) + 0,15y = 90; \\ 135 - 0,3y + 0,15y = 90; \\ 0,15y = 45; \quad y = 300. \end{cases}$ <p>Отже, 15%-го розчину було 300 г, а 30%-го: $450 - 300 = 150$ (г). Відповідь: 150 г, 300 г.</p>	
<p><u>Моделлю</u> називають спеціально створений об'єкт, який відображує властивості досліджуваного об'єкта. Зменшені моделі літака, автомобіля, будівлі – приклади фізичних моделей. Математичні моделі створюють, використовуючи математичні поняття і відношення: геометричні фігури, числа, вирази тощо. Математичними моделями здебільшого бувають функції, рівняння, нерівності, їх системи.</p>	
<p>Розв'язування прикладної задачі математичними методами здійснюється в три етапи:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) створення математичної моделі даної задачі; 2) розв'язування відповідної математичної задачі; 3) аналіз відповіді. 	<p>Схематично ці етапи можна зобразити так:</p> $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D;$ <p>A – дана прикладна задача, B – її математична модель, C – відповідь для моделі, D – відповідь для даної прикладної задачі A.</p>
<p>Щоб створити відповідну модель, треба знати не тільки математику, а й ту галузь науки чи виробництва, з якою пов'язана дана прикладна задача. Якщо модель складено неправильно, неправильними будуть і розв'язання задачі, і відповідь. Важливим є також останній етап розв'язування прикладної задачі. Відповідь C може бути точною для задачі B, відповідь для прикладної задачі A майже завжди може бути тільки наближеною. Тому її слід записувати відповідно до правил наближених обчислень.</p>	

НАБЛИЖЕНІ ОБЧИСЛЕННЯ

Означення	Приклади
<p>При округленні десятикового дробу до якогось розряду всі наступні за цим розрядом цифри замінують нулями, а якщо вони стоять після коми, то їх відкидають. Якщо перша наступна за цим розрядом цифра більше або дорівнює п'яти, то останню цифру збільшують на 1. Якщо ж перша наступна за цим розрядом цифра менше 5, то останню цифру, що залишилась, не змінюють.</p>	<p>Округлити число $\alpha = 2471,05624$ з точністю до: а) десятків; б) одиниць; в) десятих; г) сотих; д) тисячних. Розв'язання. а) $\alpha \approx 2470$; б) $\alpha \approx 2471$; в) $\alpha \approx 2471,1$; г) $\alpha \approx 2471,06$; д) $\alpha \approx 2471,056$. Всі знайдені значення в прикладі називаються наближеними значеннями числа $\alpha = 2471,05624$.</p>
<p>Наближені значення з'являються не тільки при округленні чисел, частіше вони виникають при різних вимірюваннях (довжин, мас, температур та ін). Нехай a – наближене значення числа α. Тоді модуль різниці точного і наближеного значення чисел α і a, тобто $\alpha - a$, називається <u>абсолютною похибкою</u> наближеного значення числа α, а відношення абсолютної похибки до модуля наближеного значення називається <u>відносною похибкою</u> наближеного значення. Відносну похибку зазвичай виражають у відсотках. Якщо точне значення величини невідоме, то невідомо й абсолютна похибка її наближеного значення. В такому випадку вказують <u>межу абсолютної похибки</u> – число, якого не перевищує абсолютна похибка.</p>	<p>Зваживши деталь, маса якої дорівнює 54,12705 г, на вагах з ціною поділки шкали 0,1 г, одержали наближене значення маси 54,1 г. Знайти абсолютну і відносну похибку цього наближеного значення. Розв'язання. Абсолютна похибка дорівнює $54,12705 - 54,1 = 0,02705$, відносна похибка дорівнює $\frac{0,02705}{54,1} \cdot 100\% = 0,05\%$. Якщо $x = 4,273 \pm 0,002$, тобто $4,271 < x < 4,275$, то межа абсолютної похибки дорівнює 0,002.</p>
<p>Наближені значення можна записувати і без меж. При цьому домовились записувати їх так, щоб усі їх цифри, крім останньої, були правильні, а решта (сумнівні) відрізнялись від правильних не більш як на одиницю.</p>	<p>Наприклад, коли пишуть $x = 6,428$ м, то розуміють, що $x = 6,428 \pm 0,001$ м. Якщо $y = 3,247 \pm 0,002$ кг, то говорити $y = 3,247$ кг не прийнято, такий результат бажано округлити: $y = 3,25$ кг.</p>
<p><u>Правильною цифрою наближеного значення</u> називають цифру будь-якого розряду, якщо абсолютна похибка не перевищує одиниці цього розряду.</p>	<p>В таблиці щільності речовин зазначено, що наближене значення щільності кисню ρ (в кг/м^3) дорівнює 1,429. У записі 1,429 всі цифри правильні. Значить, абсолютна похибка менше або дорівнює 0,001. 1) $y = 73 \pm 1$; $72 \leq y < 74$; 2) $\rho = 1,429 \pm 0,001$; $1,428 < \rho < 1,430$ 3) $y = 6,5 \pm 0,1$; $6,5 - 0,1 \leq y \leq 6,5 + 0,1$; $6,4 \leq y \leq 6,6$</p>
<p><u>Нагадаємо</u>, що <u>десятковими знаками</u> числа називають усі його цифри, що знаходяться від десятикової коми.</p>	<p>У наближеному значенні 0,02085 п'ять десяткових знаків і чотири – значущі цифри: 2; 0; 8; 5.</p>
<p><u>Важливо</u>, що <u>значущими цифрами</u> числа називають усі його цифри, крім нулів зліва і нулів справа, які стоять на початку числа, замінених при округленні.</p>	<p>1) $4,24 + 1,5 = 5,7$; $4,24 - 1,5 = 2,7$. 2) $x = 17,2$; $y = 8,407$; $x + y = 17,24 + 8,407 = 25,607$; $x + y \approx 25,6$. 3) $x \approx 6,784$; $y \approx 4,91$; $x - y \approx 1,874$; $x - y \approx 1,87$.</p>
<p>При множенні і відніманні наближених значень в результаті слід залишати стільки десяткових знаків, скільки їх має компонент дії з найменшою кількістю десяткових знаків.</p>	<p>Перемножимо (поділимо) дані наближені значення. 1) $8,23 \cdot 1,5 = 12,345$ 2) $x \approx 563,2$ Відповідь: $\approx 12,3$. $y \approx 32$ Відповідь: $x : y \approx 18$. $823 : 17 = 48,41176$ Відповідь: $x : y \approx 17,6$</p>
<p>При множенні наближених значень у результаті слід зберігати стільки значущих цифр, скільки їх має множник з найменшою кількістю значущих цифр. Подібним правилом користуються і при діленні наближених значень.</p>	<p>12,345 \approx 12,3</p>



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

СТВОРИТИ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ ЗАДАЧ.

1. Знайти об'єм кімнати, якщо її довжина 12,3 м, ширина 8,3 м, висота 4,3 м.
2. У дно ріки вертикально вбитий кіл; глибина ріки 12,2 м, кіл увійшов у ґрунт на глибину 2,75 м, а висота його над водою 1,5 м. Яка довжина кола?
3. Ширина прямокутної ділянки землі на 15 м коротша за його довжину, а периметр дорівнює 126 м. Обчислити його сторони.
4. Змішали 30%-ий і 10%-ий розчин соляної кислоти, отримали 600 г 15%-го розчину. Скільки грамів кожного розчину було узято?
5. Два насоси можуть наповнити басейн за 4 год. За який час наповнить цей басейн перший насос, якщо другому для цього потрібно 6 год?
6. Одна друкарка може надрукувати рукопис за 3 год, друга – за 5 год. За скільки годин вони надрукують рукопис разом?
7. Човен пройшов відстань між пристанями за течією за 4 год, проти течії ту ж відстань – за 6 год. Знайти відстань між пристанями і швидкість човна, якщо швидкість течії 2,5 км/год.
8. Із деякого пункту вирушили одночасно два загони. Один попрямував на північ, другий – на схід. Після 4 год відстань між загонами була 24 км, причому перший загін пройшов на 4,8 км більше, ніж другий. З якою швидкістю рухався кожний загін?

9. ОКРУГЛИТИ ЧИСЛО 29,36592 З ТОЧНІСТЮ ДО:

а) десятків; б) десятих; в) сотих; г) тисячних; д) одиниць.

10. ВІДОМО, ЩО $a = 2,6 \pm 0,1$. ЗАПИСАТИ ЗНАЧЕННЯ a У ВИГЛЯДІ ПОДВІЙНОЇ НЕРІВНОСТІ.

11. ВИКОНАТИ ЗАВДАННЯ.

Представити число у вигляді десяткового дробу і округлити цей дріб до десятих, до сотих, до тисячних. В кожному випадку знайти абсолютну похибку наближеного значення, якщо:

а) $y = \frac{1}{9}$; б) $y = \frac{4}{11}$.

12. ЗНАЙТИ ЗА ПРАВИЛАМИ ПІДРАХУНКУ ЦИФР СУМУ, РІЗНИЦЮ, ДОБУТОК І ЧАСТКУ НАБЛИЖЕНИХ ЗНАЧЕНЬ $x = 21,28$ І $y = 9,452$.

13. ЗНАЙТИ НАБЛИЖЕНЕ ЗНАЧЕННЯ РІЗНИЦІ a ТА b , ЯКЩО:

а) $a \approx 42,609$; $b \approx 38,6$; б) $a \approx 23,40$; $b \approx 1,9165$; в) $a \approx 6,385$; $b \approx 0,29$.

14. ЗНАЙТИ НАБЛИЖЕНІ ЗНАЧЕННЯ СУМИ x ТА y , ЯКЩО:

а) $x \approx 0,9071$; $y \approx 6,52$; б) $x \approx 7,8$; $y \approx 4,725$; в) $x \approx 19$; $y \approx 31,8$.

15. ОБЧИСЛИТИ НАБЛИЖЕНЕ ЗНАЧЕННЯ ДОБУТКУ p ТА b , ЯКЩО:

а) $p \approx 42,5$ і $b \approx 0,64$; б) $p \approx 0,0328$ і $b \approx 12,4$.

16. ЗНАЙТИ НАБЛИЖЕНЕ ЗНАЧЕННЯ ЧАСТКИ x ТА y , ЯКЩО:

а) $x \approx 16,18$, а $y \approx 0,36$; б) $x \approx 0,28$, а $y \approx 6,5$.



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-7-1)

В – I	1 – 9 балів	В – II	10 – 12 балів
1. ЗНАЙТИ НАБЛИЖЕНЕ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗУ.			
$x^2 - 2x$, якщо $x \approx 3,6$.	а) $xy - 5y$, якщо $x \approx 46,24$ та $y \approx 25,2$; б) $\frac{x+y}{x-y}$, якщо $x \approx 10,20$ та $y \approx 2,08$.		
2. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.			
Знайти периметр і площу прямокутника зі сторонами a_{II} і b_{II} , якщо $a \approx 15,2$; $b \approx 8,3$.	Основа трикутника дорівнює a см, висота дорівнює h см. Знайти площу трикутника, якщо $a \approx 2,8$ см і $h \approx 6,3$.		

СКЛАДНІ ВІДСОТКИ

Поняття складного відсотка зустрічається при збільшенні (зменшенні) числа на $p\%$ декілька разів (щороку, щомісячно, щоденно) без вилучення приросту, тобто кожен рік начисляється відсоток з урахуванням нарощеної величини. Обчислювати складні відсотки зручно за допомогою таблиці, якщо увести коефіцієнт збільшення (зменшення) – k .

	1 – й рік	2 – й рік	3 – й рік	...	n – й рік
Щорічне збільшення на $p\%$ ($k = 1 + \frac{p}{100}$)					
Було	a	ka	k^2a		
Приросло за рік	$\frac{p}{100} \cdot a$	$\frac{p}{100} \cdot ka$	$\frac{p}{100} \cdot k^2a$		
Стало	$a + \frac{p}{100} \cdot a =$ $= \left(1 + \frac{p}{100}\right)a = ka$	$ka + \frac{p}{100} \cdot ka =$ $= \left(1 + \frac{p}{100}\right)ka = k^2a$	$k^2a + \frac{p}{100} \cdot k^2a =$ $= \left(1 + \frac{p}{100}\right)k^2a = k^3a$...	$k^n a$
Щорічне зменшення на $p\%$ ($k = 1 - \frac{p}{100}$)					
Було	a	ka	k^2a		
Зменшилось за рік	$\frac{p}{100} \cdot a$	$\frac{p}{100} \cdot ka$	$\frac{p}{100} \cdot k^2a$		
Стало	$a - \frac{p}{100} \cdot a =$ $= \left(1 - \frac{p}{100}\right)a = ka$	$ka - \frac{p}{100} \cdot ka =$ $= \left(1 - \frac{p}{100}\right)ka = k^2a$	$k^2a - \frac{p}{100} \cdot k^2a =$ $= \left(1 - \frac{p}{100}\right)k^2a = k^3a$...	$k^n a$
Початковий вклад у банк склав 300 грн. За рік начислюється 3% річних. Знайти суму вкладу через 5 років.					
Розв'язання.	$S = a \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$, $a = 300$; $p = 3$; $n = 5$. $S = 300 \left(1 + \frac{3}{100}\right)^5 = 300(1.03)^5 \approx 300 \cdot 1.159 \approx 348$ (грн).				
Відповідь: ≈ 348 грн.					

ВІДСОТКОВІ РОЗРАХУНКИ

Означення	Приклади
<p>Процент – це одна сота частина цілого. $1\% = 0,01$; $25\% = 0,25$; $50\% = 0,5$; $100\% = 1$. Часто доводиться розв'язувати задачі на відсотки бухгалтерам і працівникам банків. Вкладений в Ощадбанк початковий капітал A_0 під $p\%$ річних через n років перетвориться в нарощений капітал. $A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$.</p> <p>Ця формула складних відсотків застосовується не тільки у фінансових операціях, нею користуються для означення кількості населення країни або міста, зростання поголів'я тварин та при вирішенні інших питань. Подібні до поняття відсотка проміле і проба.</p> <p>Проміле – це одна тисячна ($1\text{‰} = 0,001$).</p> <p>Пробами характеризують сплави дорогоцінних металів. Так, золото 875-ї проби – це сплав, в 1000 г якого міститься 875 г чистого золота.</p>	<p>Із цукрових буряків при переробці отримують 16% цукру. Скільки треба взяти цукрових буряків, щоб отримати 48 ц цукру? $48 : 0,16 = 300$ (ц) або $\frac{48}{16} \cdot 100 = 300$ (ц).</p> <p>Із 35 учнів класу на уроці присутні 28. Знайти відсоток присутності. $28 : 35 \cdot 100 = \frac{28 \cdot 100}{35} = \frac{4 \cdot 100}{5} = 80\%$.</p> <p>Відповідь: 80%.</p> <p>Латунь – сплав 60% міді і 40% цинку. Скільки міді та цинку треба сплавити, щоб отримати 500 г латуні? 1) $500 \cdot 0,6 = 300$ г (міді); 2) $500 \cdot 0,4 = 200$ г (цинку).</p>



ТРЕНУВАЛЬНІ ВПРАВИ

РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧІ.

17. Вартість виробу знизилась на 10% , а потім зросла на 10% . Як змінилася вартість виробу?

18. Скільки міди треба додати до 810 г золота 900-ї проби, щоб отримати золото 750 -ї проби?



САМОСТІЙНА РОБОТА (С-7-2)

В – I	В – II
1. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.	
Людське тіло містить 4% води. Скільки кілограмів води в тілі людини, якщо її вага 60 кг?	При сушінні яблука втрачають 91% своєї ваги. Скільки кілограмів сушених яблук отримаємо із 160 кг свіжих?

В – III
1. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.
У двох рулонах 24 м тканини. Скільки тканини у першому рулоні, якщо 15% першого дорівнюють 75% другого?



КОНТРОЛЬНА РОБОТА (К-7-1)

В – I	В – II
1. СКІЛЬКИ ЗНАЧУЩИХ ЦИФР МАЮТЬ ЧИСЛА?	
528; 1,02; 0,0023; 2008.	546; 1,008; 0,025; 3007.
2. ЗНАЙТИ НАБЛИЖЕНЕ ЗНАЧЕННЯ ВИРАЗІВ, ЯКЩО $a \approx 2,05; b \approx 1,2..$	
$x + y$ та $x - y$.	ab та $\frac{a}{b}$
3. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.	
Скільки грамів води треба долити до 100 г 30%-ої соляної кислоти, щоб отримати 10%-у кислоту?	Скільки грамів 20%-го розчину солі треба долити до 200 г 15%-го розчину, щоб отримати 18%-ий розчин солі?
4. РОЗВ'ЯЗАТИ ЗАДАЧУ.	
Через скільки років капітал, що вклали в банк під 8% річних, збільшиться у 2 рази?	Через скільки років капітал, що вклали в банк під 4% річних, збільшиться у 2 рази?

ВІДПОВІДІ

Тренувальні вправи

§ 1. 11. в) $(-\infty; 2,5)$; г) x – будь-яке число; є) $\left(-2\frac{2}{5}; +\infty\right)$; ж) $\left(-\infty; -\frac{3}{5}\right)$. 11. а) $(7; +\infty)$; б) $(-3; +\infty)$;

в) $\left(-\frac{8}{11}; +\infty\right)$. 12. а) $\left(-\infty; 4\frac{12}{13}\right)$; б) $\left(\frac{9}{13}; +\infty\right)$; в) $(-\infty; 2]$; г) $[0; 1]$; д) 1; є) $\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right)$; ж) $(-3; +\infty)$.

§ 2. 1. а) $(15; +\infty)$; б) $(-\infty; 2)$; в) немає розв'язків; г) $[-2; 3]$; д) $[5; 16)$; е) немає розв'язків; є) $(0; 5)$; ж) немає

розв'язків; з) $\left(-1; -\frac{1}{3}\right)$; і) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. 2. а) $(-7; 2)$; б) $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right)$; в) $(3; 6, 7)$; г) $[1, 5; +\infty)$; д) $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$;

е) $(1; 7)$. 3. а) 2, 3, 4, 5; б) 1; в) 4, 5, 6, 7. 4. а) $\left(1\frac{3}{4}; +\infty\right)$; б) немає розв'язків; в) $\left(2\frac{1}{3}; +\infty\right)$; г) $\left(-1\frac{1}{2}; \frac{1}{6}\right)$;

д) $(2; -\infty)$. 5. а) $(-1; 0)$; б) $(-4; 2)$; в) $(-4; -2)$; г) $\left(1; 1\frac{1}{2}\right)$; д) $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$; е) $\left(-\frac{41}{17}; -\frac{32}{17}\right)$.

§ 3. 1. а) $(1; -4)$; б) $(2; 1)$. 14. а) $(-6; 0), (1; 0)$; б) $(0; 6)$; в) найбільше значення $y = 12, 25$, при

$x = 2, 5$. 18. а) $k < -2$; б) $k = -2$; в) $k > -2$; г) \emptyset . 19. а) $m = 4$; $n = 4$; б) $m = -4$; $n = 3$; в) $m = 4$; $n = 5$.

§ 4. 1. а) $(-3; 3)$; б) $(0; 2)$; в) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$; г) $[1; 9]$; д) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$; е) $[1; 2, 5]$; є) $(2; 5)$.

2. а) x – будь-яке число; б) x – будь-яке число; в) x – будь-яке число. 3. а) $[-3; 3]$; б) $(-\infty; -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}; +\infty)$;

в) $(-\infty; 0] \cup \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$; г) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [0; +\infty)$; д) немає розв'язків; е) $\left(-2; \frac{1}{4}\right)$; є) $(-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

4. а) $[0; 3]$; б) $(-\infty; 6] \cup [12; +\infty)$; в) $(0; 2)$; г) $(-\infty; -2) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$; д) $x \in R$; е) $[-6; 0) \cup (0; 1]$.

5. а) $\left(-\infty; \frac{1}{5}\right) \cup (7; +\infty)$; в) $(-\infty; 2]$; г) $[1; +\infty)$; д) $(-\infty; 1] \cup \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$; е) немає розв'язків. 6. а) $[-6; -3) \cup (-3; 1]$;

б) $[-1; 1) \cup (1; 2]$; в) $x \neq -2, 5$. 8. a – будь-яке число. 9. а) $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$; б) $(-\infty; -8) \cup (5; +\infty)$; в) $(-3; 7)$;

г) $(-\infty; -4, 3] \cup [2, 5; +\infty)$; д) $\left[-\frac{1}{3}; -\frac{1}{9}\right]$; е) $(0; 2) \cup (3; +\infty)$. 10. а) $\left(-5; \frac{3}{2}\right)$; б) $(5; 4)$; в) $(-17; -5) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

11. а) $(-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$; б) $[-12; 4] \cup [7; +\infty)$. 12. а) $(-\infty; -7] \cup [-2; 2]$; б) $[-4; 8]$; в) $[-6; 5]$;

г) $\left(-\frac{9}{4}; 0\right) \cup (8; +\infty)$; д) $(-5; 1) \cup (5; +\infty)$. 13. а) $(-\infty; -5) \cup \left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$; б) $(-5; 8)$;

г) $(-\infty; -6] \cup [1; 6]$; д) $(-9; -4] \cup [4; +\infty)$. 14. а) $[-5; 0] \cup [5; +\infty)$; б) $[-4; 0] \cup [4; +\infty)$; в) $[-5; 0] \cup [5; +\infty)$.

15. а) $(-\infty; -9) \cup (18; +\infty)$; б) $(-\infty; -4) \cup [0; 4) \cup (4; +\infty)$; в) $(-\infty; -3] \cup (1; 2]$; г) $[-4; 0] \cup [4; +\infty)$;

д) $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right) \cup \left[0; \frac{1}{2}\right]$; е) $(2; 1) \cup (3; 4)$; є) $[0; 2] \cup [3; +\infty)$; ж) $(-\infty; -1] \cup [1; 3]$; з) $[-1; 1] \cup (1; 3]$;

і) $(-5; -2) \cup (3; 10)$. 16. а) $[-2; 1) \cup (1; 3]$; б) $[-3; -1] \cup (-1; 2]$.

§ 5. 7. а) 0; б) $-\frac{3}{13}$; в) $-2; 1\frac{1}{3}$; г) 0; 5, 5. 8. а) $-4; 0; 4$; б) $-12; 6$; в) $0; 1\frac{3}{7}$; г) 7. 11. а) $-5; 10$; б) $4 \pm \sqrt{29}$;

в) 1; 30. 12. а) $-4\sqrt{6} < b < 4\sqrt{6}$; б) $b > 16$. 13. а) $t < 2$; б) $t < -8\sqrt{6}; t > 8\sqrt{6}$. 14. а) $\pm\sqrt{10}; \pm 2$; б) $\pm 2\sqrt{3}; \pm 3$.

15. а) $\pm 2; \pm 3$; б) $\pm\sqrt{3}; \pm\sqrt{2}$; в) ± 1 ; г) немає розв'язків. 17. а) $(-1; 2) \cup \left(\frac{3}{4}; -3\frac{1}{4}\right)$; б) $(-1; 0)(0; -1)$; в) $(-4; -3); (3; 4)$;

г) $\left(2\frac{1}{2}; -1\frac{1}{2}\right)$. 18. а) $-7i - 12$; або $7i + 12$; б) $9i + 16$. 19. а) $-3; -1; 1$; б) $-3; 4$; в) $-4; 3$;
 г) $-2; -1$; 2. 21. а) $(4; -2)\left(2\frac{4}{11}; 2\frac{10}{11}\right)$; б) $(-4; 8); (3; 1)$; в) $(\pm 2; \pm 3); (\pm 3; \pm 2)$; г) $(5; 3)(5; -3)(-5; 3)(-5; -3)$;
 д) $(2; -3); (5; 10)$; е) $(0; 0)(-1; 1)(1; -1)$; ж) $(4; 2)(2; 4)(-4; -2)(-2; -4)$. 22. а) 16 см; 12 см; б) 50 м;

65 м; в) 45 км/год; 6 км/год. 23. а) $1; 1 \pm \sqrt{5}$; б) $\frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}$; в) $-1, 5; -1; 2; 3$. 25. а) $(-5; -4)(5; 4)$;

б) $\left(1\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)(2; 1)$; в) $(2; 1); (0; 3)$. §6. 10. а) $5, 9, 13, 17, 21$; б) $11, 15, 19, 23, 27, 31$. 12. а) 1085 ;

б) 3570 ; в) 1 . 13. 12. 17. г) $b_1 = 27$; $b_5 = 5\frac{1}{3}$. 18. а) 12 ; 36. б) $20; 10; 5$ або $-20; 10; -5$.

19. б) $b_1 = 3$; $q = -2$. 20. а) $1; 2; 3$ або $4; 2; 0$; б) $1; 3; 9$ або $9; 3; 1$. в) $2; 8; 14$ або $32; 8; -16$;

г) $7; 14; 28; 56$. §8. 1. ≈ 440 м². 2. $12, 2 + 2, 75 + 1, 5 = 16, 45 \approx 16$. 3. $(x + x + 15) \cdot 2 = 126$;

Відповідь: 24 м, 39 м. 4. $\begin{cases} 0,3x + 0,1 = 600 \cdot 0,15 \\ x + y = 600 \end{cases}$; Відповідь: 240 г; 360 г. 5. $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$;

Відповідь: 12. 6. $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{1}{x}$. 7. $(x + 2, 5) \cdot 4 = (x - 2, 5) \cdot 6$. 8. $\begin{cases} 4x - 4y = 4, 8 \\ (4x)^2 + (4y)^2 = 24^2 \end{cases}$;

Відповідь: $4, 8$ км/год, $3, 6$ км/год. 13. а) $\approx 4, 0$; б) $\approx 21, 48$; в) $\approx 6, 10$. 14. а) $\approx 7, 43$; б) $\approx 12, 5$; в) ≈ 51 .

15. а) ≈ 27 ; б) $\approx 0, 407$. 16. а) ≈ 45 ; б) $\approx 0, 043$. 17. Зменшилась. 18. 1622 .

Самостійні роботи

C-1-1. В-1. 4. а) $(16; 24)$; б) $(60; 128)$. 5. б) $[3; +\infty)$. **В-11. 4. а)** $(9; 11)$; б) $(18; 28)$. 5. б) $[2; +\infty)$.

В-III. 3. а) $(6; 11)$; б) $(4; 10)$; в) $(3; 4, 5)$. 4. б) $(5, 1; +\infty)$; в) $(-\infty; 1]$; г) $[4; 6]$. 5. $x \geq \frac{2}{3}$. **В-IV. 3. а)** $(5, 5; 7)$;

б) $(4; 10)$; в) $\left(\frac{7}{3}; 4\right)$. 4. б) $(3, 4; +\infty)$; в) $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$; г) $[6; 10]$. 5. $x \geq 5$. **В-V. 2. а) $a \geq 2$** ; 4. а) $\left(-\frac{5}{14}; +\infty\right)$;

б) $(-\infty; -7]$; в) $(7; +\infty)$. 5. $x \geq 1$. **В-VI. 2. а) $a \geq 7$** ; 4. а) $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$; б) $[-4, 5; +\infty)$; в) $(-\infty; 12)$. 5. $0 \leq x \leq 1$.

C-1-2. В-1. 1. а) $\left(5\frac{3}{4}; +\infty\right)$; б) $\left(-\infty; \frac{5}{4}\right]$; в) $\left(-\infty; \frac{10}{9}\right]$; г) $\left(-\infty; -\frac{19}{11}\right)$. 2. а) $x \geq \frac{5}{3}$; б) $y \leq \frac{1}{2}$; в) $x \leq 12$.

В-11. 1. а) $(-\infty; 3)$; б) $[10; +\infty)$; в) $\left[\frac{2}{7}; +\infty\right)$; г) $\left(-\infty; -\frac{23}{6}\right)$. 2. а) $x \geq \frac{4}{5}$; б) $y \leq \frac{2}{3}$; в) $x < 8$.

В-III. 1. а) $(-\infty; 3]$; б) $(-\infty; 2, 5]$; в) $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$; г) $\left(-\infty; \frac{1}{7}\right]$; д) $(-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$. 2. $x > \frac{1}{3}$.

В-IV. 1. а) $[0; +\infty)$; б) $\left[\frac{6}{5}; +\infty\right)$; в) $\left(-\infty; \frac{2}{15}\right]$; г) $[-5; +\infty)$; д) $(-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$. 2. $x > \frac{4}{5}$.

В-V. 1. а) $(4; +\infty)$; б) $(-\infty; 10)$; в) $(-\infty; 0)$; г) $\left(-\infty; -18\frac{8}{13}\right)$; д) $\left(\frac{3}{4}; \frac{7}{4}\right)$. 2. $a \geq \frac{7}{3}$. **В-VI. 1. а)** $(-\infty; -4)$;

б) $(-\infty; 0)$; в) $(-\infty; 1)$; г) $(-4; +\infty)$; д) $(-\infty; -84) \cup (116; +\infty)$. 2. $a \leq \frac{4}{7}$.

C-1-3. В-V. 1. а) $(x - y)^2(x + y) \geq 0$; б) $(a - b)^2 + (a - c)^2 \geq 0$; в) $(a - 1)^2 + 2 > 0$.

2. $(x-y)^2 + (x+4)^2 + 0,5 > 0$. В - VI. 1. а) $5(x+y)^2 + (5x^2+1) > 0$; б) $(a-1)^2 + (b+1)^2 \geq 0$;

в) $(p-1)^2 + 7 > 0$. 2. $(x+y)^2 + (9x^2+y^2+3) > 0$.

C-2-1. В-1. 1. а) $(-\infty; -1\frac{1}{3}]$; б) $(3\frac{4}{7}; +\infty)$. 2. 4. 3. $[-3; 6]$. В - II. 1. а) $(-2; 5)$; б) $(-3, 5; +\infty)$.

2. 2, 3, 4, 5, 6. 3. $[-3; 9]$. В - III. 1. а) $(-7; -\frac{5}{3})$; б) $(-3; \frac{1}{3})$. 2. -3. 3. а) $(-3, 5; \frac{1}{2})$; б) $(\frac{23}{8}; \frac{13}{4})$.

В - IV. 1. а) $(-3; 5)$; б) $[-11; 3]$. 2. $-2; -1; 0$. 3. а) $[-0, 3; 3, 2]$; б) $(\frac{23}{8}; \frac{13}{4})$. В - V. 1. а) немає розв'язків;

б) $[-10; -5]$; в) $[-2; 2]$; г) $(\frac{1}{13}; 9)$. 2. $[-\frac{5}{21}; \frac{1}{7}]$. В - VI. 1. а) немає розв'язків; б) $(-\frac{3}{5}; +\infty)$; в) $(1; 5)$;

г) $(-2; -1)$. 2. $[-7\frac{2}{3}; 5\frac{2}{3}]$.

C-3-1. В-1. 2. $(2; -10)$. 3. $-2; 1, 5$. В - II. 2. $(1; -3)$. 3. $-1, 5; 1$. В - III. 2. $10(x+4)(x-15)$.

$y = -2(x-2) - 3$. 4. $[-3; -8]$. В - IV. 2. $6(x - \frac{2}{3})(x - \frac{3}{2})$. 3. $y = 3(x+4)^2 + 6$. 4. $(5; 21]$.

В - V. 3. при $b = -12; c = 0$. В - VI. 3. при $a = 2$.

C-4-1. В-V. 3. а) $[-7; -2] \cup [\frac{5}{2}; 4]$; б) $[-5; 1]$; в) $(-\infty; -8) \cup (1; 3) \cup (3; 6)$; г) $(-1; 5); -3$.

В - VI. 1. в) $(-\infty; -3] \cup [-1; 3]$. 3. а) $[-\infty; -6] \cup [-1; 2) \cup (2; 3]$; г) $(-7; -1)$.

C-5-1. В-1. 1. а) $-3; 0; 3$; б) $-\frac{5}{11}$; в) $-2; 2$; г) 0 . 2. $(-4; -2)(3; 5)$. 3. 5 см, 10 см. В - II. 1. а) $-5; 0; 5$;

б) $-1\frac{1}{3}$; в) $-2; -1; 1$; г) 0 . 2. $(-4; -5); (2; 1)$. 3. 8 см; 15 см. В - III. 1. а) $-2; 2$; б) $-\frac{1}{3}; 0; 1$; в) $-2; 1; \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

2. а) $(6; -1); (10\frac{4}{11}; \frac{1}{11})$; б) $(\frac{3}{2}; -2); (10; 15)$. 3. 7 см; 8 см. В - IV. 1. а) $-1; 1$; б) $0; 1; 1\frac{1}{2}$; в) $-3; \pm 1$.

2. а) $(-5; -7)(5; -2)$; б) $(10\frac{1}{2}; 1\frac{3}{4}); (17; -15)$. 3. 80 м и 20 м. В - V. 1. а) 7; б) $\pm 1; 2; 4$; в) $-3; 1; 2$.

2. а) $(7; -4); (2; 1)$; б) $(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5})(\frac{1}{3}; 0)$. 3. 80 км/год, 90 км/год. В - VI. 1. а) $-9; 5; a$; б) $-1; 7; 3 \pm 2\sqrt{3}$;

в) $-6; -1; 7$. 2. а) $(2; -1)(7; 4)$; б) $(4; 5); (-42; -28)$. 3. 12 год., 16 год.

C-7-1. В-1. 1. = 5, 8. 2. $P = 47, 0$ см, $S = 130$ см². В - II. 1. а) ≈ 1040 ; б) $\approx 1, 51$. 2. $\dot{S} \approx 18$ см².

C-7-2. В-1. 1. 2, 4 кг. В - II. 1. 14, 4 кг. В - III. 1. 64.

Контрольні роботи

K-1. В-1. 2. а) $(5; 11)$; б) $(-3; 3)$; в) $(6; 30)$; г) $(\frac{1}{2}; \frac{5}{3})$. 3. а) $(-21, 5; +\infty)$; б) $[-\frac{7}{3}; +\infty)$; в) $(-\infty; 41)$.

5. $x < \frac{1}{2}$. В - II. 2. а) $(9; 15)$; б) $(-4; 2)$; в) $(20; 56)$; г) $(\frac{1}{2}; \frac{7}{5})$. 3. а) $(-39; +\infty)$; б) $(-\infty; -3]$; в) $(-\infty; -11)$.

5. $x < \frac{1}{4}$. В - III. 2. а) $(5; 6)$; б) $(-2; -1)$; в) $(6; 5)$; г) $(\frac{3}{5}; \frac{1}{2})$. 3. а) $(\frac{1}{2}; +\infty)$; б) $[-2\frac{2}{3}; +\infty)$; в) $[-12; 5]$.

4. $(a-b)^2(a^2+b^2) \geq 0$. 5. $[0; 2,5]$. **B-IV.2.** а) $(6; 12)$; б) $(-5; -2)$; в) $(8; 35)$; г) $\left(\frac{2}{7}; \frac{5}{4}\right)$. 3. а) $\left(-\infty; -\frac{1}{12}\right)$; б) $\left(-\infty; -\frac{3}{6}\right)$; в) $\left(\infty; -\frac{11}{3}\right) \cup (9; +\infty)$. 4. $(a-b)^4 \geq 0$. 5. $\left[0; 2\frac{1}{4}\right]$. **B-V.2.** а) $(3; 10)$; б) $(-2; 5)$; в) $(2; 24)$; г) $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. 3. а) $(0,56; +\infty)$; б) $\left(-\infty; \frac{25}{14}\right)$; в) $[18; 30]$. 4. $(a+b)(a-b)^2 \geq 0$. 5. $x > 0,8$.

K-2. B-I.1. а) $\left(\frac{1}{3}; 4\frac{1}{5}\right)$; б) $\left(1\frac{1}{2}; 3\right)$; в) $(6; +\infty)$. 2. $\left(\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}\right)$. 3. $(1; 3)$. 4. $x \geq 3$. **B-II.1.** а) $(-6; 13)$; б) $\left(-\infty; \frac{4}{9}\right)$; в) $(-\infty; -5)$. 2. $\left(\frac{1}{6}; 2\right)$. 3. $\left(-1\frac{2}{3}; -1\right)$. 4. $\left[-4; \frac{2}{9}\right]$. **B-III.1.** а) $(-\infty; -3)$; б) $\left(-\frac{6}{25}; +\infty\right)$; в) $(-\infty; 2)$. 2. немає розв'язків. 3. $\left(\frac{1}{2}; 5\right)$. 4. $x \geq 5$. **B-IV.1.** а) $[-2; +\infty)$; б) $(0,1; +\infty)$; в) $(1; 4)$. 2. $(0; +\infty)$.

3. $[5; 15]$. 4. $x > 3$. **B-V.1.** а) $(-0,5; 3,5)$; б) 2; в) $(1; 3)$. 3. $x > \frac{2}{3}$. 4. а) $(-\infty; 7)$; б) $(-7; 5)$.

B-VI.1. а) немає розв'язків; б) $\left[-\frac{3}{4}; 25\right)$; в) $\left(\frac{4}{7}; 2\frac{2}{3}\right)$. 3. $x \geq 4$. 4. а) $(-4; 2)$; б) $(-3; 2)$.

K-3. B-I.4. $-\frac{a+4}{1+5a}$. **B-II.4.** $-\frac{b+2}{3+7b}$. **B-III.4.** $\frac{1-m}{m+2}$. 5. 1. **B-IV.4.** $\frac{6-a}{a+5}$. 5. 2.

B-V.1. $\frac{2x+3}{x-1}$. **B-VI.1.** $\frac{3x-5}{x+1}$.

K-4. B-I.1. ± 3 . 2. $(2; 3)(-1; 15)$. 3. 4 см; 10 см. **B-II.2.** $(5; 1); \left(0; -\frac{2}{3}\right)$. 3. 10 см; 12 см.

B-III.1. а) $\pm \frac{1}{2}; \pm 1$; б) $\frac{1 \pm \sqrt{1}}{2}$. 2. $(1; -3); (-3; 1)$. 3. 12 год; 15 год. **B-IV.1.** а) $\pm 1; \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$. б) $\pm 3; -2; 4$.

2. $(3; -1); (1; -3)$. 3. 8 год; 12 год. **B-V.1.** $\frac{-1 \pm \sqrt{53}}{2}$. 2. $(1; 2); (2; 1)$. 3. 50 км/год. **B-VI.1.** $-4; -3; 2; 3$.

2. $(-1; 1); (1; -2)(2; 1)$. 3. 40 км/год; 50 км/год.

K-6. B-I.1. 24; 17; 30; 33; 36. **B-II.1.** 12; 15; 18; 21; 24. **B-III.1.** 13; 12; 48 або 48; 12; 3.

B-IV.1. 5; 15; 45 або 45; 15; 5.

K-7. B-I.1. 3; 3; 2; 4. 2. 48,3; 25,0. 3. 200 г. 4. 9 років. **B-II.1.** 3; 4; 2; 4. 2. $\approx 2,5; 1,7$. 3. 300 г.

4. 17,6 років.

ISBN 966854201-0



9789668542015