ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XIII.

під редакциєю

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО і Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SECTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XIII.

REDIGIRT VON

W!* W W

JOHANN VERCHRATSKYJ u. Dr. VLADIMIR LEVYĆKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1909.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарнї Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

* не Ферхр... ані Лефиц— а В!!

Книгарня Наукового Товариства імени Шевченка

у Львові, Ринок ч. 10.

має на складі між иньшими отсї книжки і брошури:

	корон
Бобяк Григорий. Про наші губи	0·30
— Причинки до лїхенольоґії східної Галичини	0·45
Брайтенбах В. Біольоґія в XIX. в.	0·25
Верхратский Іван. Зоольоґія (на низші кляси)	3·—
Верхратский-Ростафіньский. Ботаніка для висших кляс	2 40
Візнер Ю. Житє ростин у морі	0·15
— Ботаніка (на низші кляси)	3·20
— Мінеральоґія (вичерпане)	—·—
— Соматольоґія	1·80
— Начерк соматольоґії	3·—
— Нічна лївка мотилів (вичерпане)	—·—
Вовк Хв. Антропомитричні дослїде	1·50
Ґірняк Ю. Роля сталої, плинної і ґазової фази в хемічній рівновазї	0·45
Ґінтер С. Істория ґеоґрафічних відкрить у XV—XVI в.	2·20
Глїбовицкий Клим. Микола Г. Абель і єго значінє в математицї	2·—
Др. Горбачевский Іван. Уваги о термінольоґії хемічній	0·10
— Загальний метод добуваня нуклеінного квасу з орґанів	0·10
Др. Дакура Осип. Зі шпитальної казуістики за рік 1899	0·20
— Інтересний случай новотвору середгрудного	0·20
Збірник секциї математично-природописно-лїкарскої Наукового Товариства імени Шевченка. Том І.	3·—
— Том II.	3·—
— Том III. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том III. випуск II. Часть математично-природописна	2·—
— Том IV. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том IV. випуск II. Часть математична	1·—
— Том V. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том V. випуск II. Часть лїкарска	2·—
— Том VI. випуск I. Часть математично-природописна	2·—
— Том VI. випуск II. Часть лїкарска	2·—
— Том VII. випуск I. Часть математично-природописна	2·—
— Том VII. випуск II. Часть математично-природописна	3·—
— Том VIII. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том VIII. випуск II. Часть математично-природописна	3·—
— Том IX.	5·—
— Том X.	5·—
— Том XI.	5·—
— Том XII.	5·—
Левицкий Володимир. Елїптичні модулові функциї	0·60
— Про переступ чисел e і π	1·20
— Електромаґнетна теория сьвітла і причинок до подїлу рівнань 2-го степеня	1·60
— Клясифікация наук математичних	0·35
— Короткий начерк теориї функций автоморфних	0·75
— Теория перстеня Сатурна	1·—
— Додаток до теориї дробів тяглих та ґрупи модулової	0·20
— Найновійші працї з теориї функций аналїтичних	0·25
— Математика теоретична а практична	0·30
— Ґеометрия метова в оптицї ґеометричній після теорії Ф. Кляйна	0·40
— Иньший сьвіт	0·30
— Машини електростатичні	0·25
— Відношенє ґеометриї метричної до метової	0·25

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XIII.

під редакциєю

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО і Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SECTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XIII.

REDIGIRT VON

JOHANN VERCHRATSKYJ u. Dr. VLADIMIR LEVYĆKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1909.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарнї Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

ЗМІСТ.

INHALT.

Основи електронїки.

написав

Володимир Кучер.

ЧАСТЬ I.

Електричні розрядженя в ґазах.

Вступ.

З елементарної науки електричности знаємо, що під зглядом єї проводу металї займають перше місце, значить ся, они розпроваджують добре енерґію електричну. Мідяна штабка діткнена наелектризованою кулькою, електризує ся сейчас не лише в місци зіткненя кульки, але на цїлій своїй поверхнї. Тому отже називаємо металї добрими провідниками електричности або кондукторами та послугуємось ними тодї, коли ходить о перенесенє сеї енерґії на дальший простір, пр. до практичного приміненя.

Зовсїм противно поводять ся під тим зглядом ґази. О них можна би сказати, що се тїла, які майже зовсїм не розпроваджують електричности. Ся цїха ґазів має своє значінє так в практицї, як і в теориї. Наколиб пр. воздух розпроваджував так само добре електричність, як металї, тодї годїби подумати о якімсь нагромадженю електричности в більшій скількости на однім місци, а всякі урядженя електричні булиби безуспішними. З другої сторони не можна би науково слїдити сеї сили природи; в сїм случаю потерпілаб теория електричности та не моглаби так розвинутись як в послїдних часах. Ґази ставляють розпроваджуваням електричности великий опір і тому є они добрими ізоляторами (діелектриками). Тому то потрібно нераз ужити високого потенциялу на електродах індуктора Румкорфа, щоби пробити зовсїм негрубу верству воздуха між електродами. Тодї іскра електрична розриває верству воздуха ; се послїдне є явищем осциляцийним і тревае дуже коротко, бо ледви 10^{-5} *sec.* Се явище називаємо розрядженем електричности в нормальнім станї воздуха, значить ся під 760*mm* тисненя барометричного при 0°*C*.

Явища в рурках Ґайслєра.

Зі зміною стану барометричного воздуха, як взагалї инших ґазів, зміняє ся і повисше згадана ї́х ціха, про що переконав ся перший раз фізик француський Gassiot в р. 1854. Опісля в р. 1858 проф. унів. в Bonni Plücker[1]) розвязав се явище дорогою чисто експериментальною. Він уживав до сего рурки скляної осмотреної плятиновими електродами, які получив з індуктором Румкорфа. З початку мимо високого потенциялу не слїдувало нїяке виладоване електричне в рурцї. Коли однак розрідив воздух в рурцї до 45—50*mm* тисненя, тодї виступило на обох електродах фіолєтове сьвітло, яке видовжалось щораз-більше, в міру сего, як щораз більше розріджував він воздух в рурцї. Коли тиснене воздуха обнизилось до 6·8*mm*, тодї згадані сьвітла зближались до себе щораз то більше, аж вкінци утворилось ясне фіолєтове сьвітляне пасмо, яке тяглось від одної електроди до другої. З розрідженем воздуха до 5—1*mm*, пасмо се зачало розширяти ся на боки і виповняти весь простір рурки. Таких рурок скляних з розрідженими ґазами доставляв Plücker-ови скляр з Bonn Ґайслєр (Geissler) і відси походить назва „рурки Ґайслєра“. Послїдний надавав руркам своїм для окраси нераз дуже фантастичні види.

фіґ. 1.

Явища в ґайслєрівських рурках мають своє значінє в розвою оптики, а іменно в спектральній аналїзї. Ґази як водень, кисень, хльор, гель і т. и. впроваджені в такі рурки, значить ся під тисненем 3—1*mm* сьвітять, кождий собі властивою краскою. В сей спосіб можна розслїдити спектроскопом дуговину ґазу і пізнати єго ціхи.

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 1859 p. 77. 1862 p. 45; Hittorf. Pogg. A. 1869 p. 8.

Розряджене елєктричне в дуже розріджених ґазах[1]).

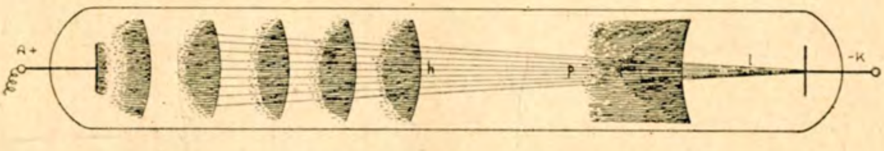
Коли тисненє в рурцї зійде до 1 *mm*, тодї побачимо зовсїм інший образ як передше. Від аноди *A* розходять ся червонаво сьвітячі верстви, попередїлювані між собою темними пасками; від скла рурки віддїляє їх темний пояс на 1 *mm* широкий. Се сьвітляне явище називають „сьвітлом додатним“. По нїм слїдує темний простір *p h*, так званий „темний простір Faraday'a. Катода покриває ся тонкою жовтою сьвітячою верствою *b*. За сим слїдує „темний простір катодовий“, а опісля сьвітло фіолєтове *G*, зване „сьвітлом відємним“ (сяєво).

фіґ. 2.

Наколиб рурка не була виповнена воздухом, але іншим ґазом, тодї слїдувалиб явища майже ті самі, але краски змінилиби ся; кождий отже ґаз[2]) сьвітивби собі характеристичною барвою, так пр. для пар кадму в обох сьвітлах можна найти майже всї краски від рожевої до фіолєтової.

Лучі катодові[3]).

Коли будемо рурку щораз більше випорожняти, тодї сьвітло відємне віддаляє ся від катоди *K*, а сьвітло додатне приближаєсь до аноди. Темний простір зачинає рости, а з середини катоди виступає фіолєтовий жмуток лучів *l*, звернений в сторону аноди. Лучі



фіґ. 3.

---

[1]) I. I. Thomson; Elektricitätsdurchgang in Gasen übersetzt v. E. Marx, 1906. p. 451. — G. C. Schmidt: Die Katodenstrahlen p. 18. 1907.

[2]) G. C. Schmidt, l. c.

[3]) I. I. Thomson: l. c. p. 509. — G. C. Schmidt l. c. p. 20. Stark: Elektricität in Gasen 1900. p, 301. dtto: Winkelmann: Handbuch der Physik Bd. VI.

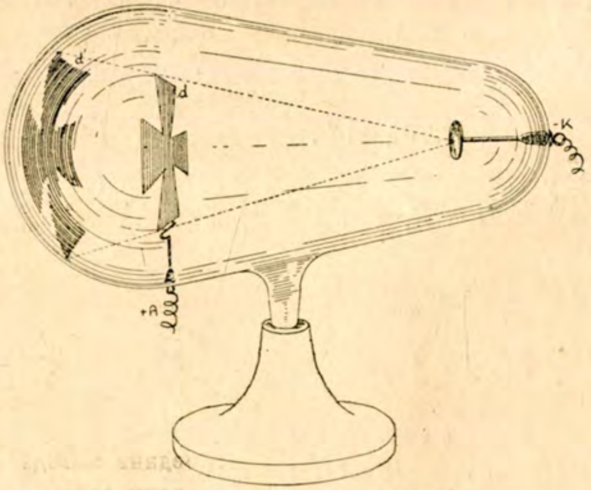
сї переходять через сьвітло відємне, простір Faraday'а, сьвітло додатне, та спричиняють флюоресценцию скла рурки в місци, на котре падуть.

З розрідженєм воздуха до кілька десяточних *mm*, оба сьвітла щораз більше посувають ся в сторону аноди, аж вкінци зовсїм зникають, а темний простір катодовий виповняє весь простір рурки. Скло рурки зачинає тодї флюоризувати, а найяснїйше місце є напротив катоди. Катода мусить отже висилати якісь темні лучі, які спричиняють флюоресценцию скла. Сей рід лучів темних називаємо **лучами катодовими**. Plücker[1]) перший відкрив їх. Декотрі приписують відкритє їх не Plücker'ови, але єго ученикови Hittorf'ови[2]) і відси походить назва їх „лучі Hittorf'а"; Англїйцї називають їх лучами Crookes'а, позаяк він перший старав ся пояснити їх суть, а рурку-руркою Crookes'а.

Свійства лучів катодових[3]).

Лучі катодові посїдають дуже цїкаві цїхи а іменно:

Передовсїм спричиняють они, як вже вперед згадалисьмо, флюоресценцию скла. Чеське скло сьвітить зеленавим сьвітлом, а англїйське синявим. Також й мінерали, котрі посїдають певні дані до флюоресценциї, як пр.: рубин, смарагд, мармор, лоснак і т. і. сьвітять ріжними барвами під діланьєм лучів катодових; і так: рубин сьвітить червоно, смарагд карміново-червоно, а мармор жовто.



фіг. 4.

Лучі катодові розходять ся в рурцї Crookes'а в лїніях прямих від катоди і нормально до неї, без огляду на положенє аноди. Можна отже аноду умістити і з боку. Умістім

---

[1]) Plücker: Pogg. Annalen, 107. p. 77. 1859. 116. p. 45. 1862.

[2]) Hittorf: Pogg. Annalen 136. p. 8. 1869.

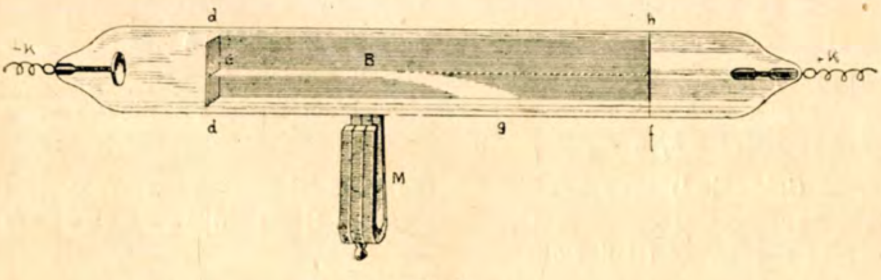
[3]) I. I. Thomson: l, c. p. p. 511—534. G. C. Schmidt: l. c. p. 21—25.

на анодї *A* алюмінїовий хрест *d*, тодї на стінї рурки заслоненій ним побачимо тїнь хреста *d'*. Се вислїдив самий Crookes 1). Колибисьмо противно, замість хреста поставили заслону металеву з отвором в серединї в видї хреста, тодї простір рурки за заслоною буде темний, тільки місце протилежне отворови буде світити. Се вказує не лише на прямолїнійне розходженя ся лучів катодових, але також на се, що они не в силї перейти тїл цїпких.

Лучі катодові дїлають хемічно на тїла. Так пр. чорнять моментально плиту фотоґрафічну та заміняють барву декотрих солий металевих.

До дальших прикмет лучів катодових належить дїланє термічне, а именно они підвисшають температуру сего місця, на яке дїлають. Скло рурки в згаданім місци огріваєсь а навіть зачинає мякнути. Сю прикмету лучів катодових можна в сей спосіб викрити: Коли катодї надамо вигляд вгнутого зеркала, тодї виходячі з неї лучі зберуть ся в огнищи зеркала. Вставлений в таке огнище дротик плятиновий зачинає жаріти до білости.

Пулюй 2) та Crookes 3) дослїдили, що лучі канодові дїлають також і механїчно на тїла. Сю цїху вислїдили они в сей спосіб: У внутрі рурки умістили легенький вітрачок, осаджений на оси, який легко дає ся обертати. В наслїдок дїланя лучів катодових такий вітрачок починає досить скоро обертати ся.



фіґ. 5.

Одною з найважнїйших прикмет лучів катодових є відклонюванє ся їх в поли маґнетнім. Прикмету сю відкрив Hittorf. Від ка-

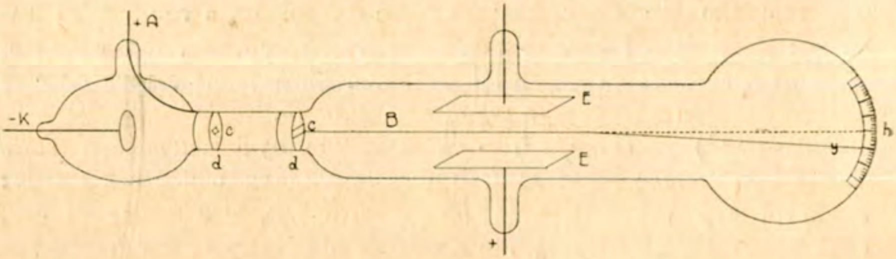
---

1) Crookes: Phil. Trans. Pt. II. p. 645- 1879.

2) Puluj: Radiant Elektroda Matter Physical Societys Repriort of Memoirs p. 275 3) Crookes: Phil. Trans. 1879. pt. I. p. 152.

тоди *K* виходить вязка лучів і паде на металеву заслону *d d* з малим отвором в серединї *c;* в наслїдок сего лише дуже вузкий жмуток лучів входить в простір *B* і спричиняє флюоресценцию на заслонї *f* покритій флюризуючою материєю. Коли однак вставимо чинну рурку в сильне поле маґнетне так, що лїнії сил єго будуть мати напрям нормальний до напряму лучів катодових, тодї лучі відхилять ся зі своєї дороги і приймуть напрям *c g;* они скривлять свою дорогу в напрямі північного бігуна маґнету *N*. З переміною бігунів маґнету лучі відклонять ся в сторону противну.

В наслїдок дїланя сил електричних лучі катодові зміняють також свій напрям. Вязка лучів по переходї через отвір *c* заслони *d d* спричиняє флюоресненцию заслони *f f* в місцях *h*. По уміщеню однак в рурцї плит кондензатора *E E* о високім потенциялї, жмуток скривить свій напрям в сторону додатної плити і побачимо ясну пляму місто в *h*, в місци *y*.



фіґ. 6.

Goldstein 1) доказав дальше, що тїла відємно наелектризовані відпихають лучі катодові. Се явище назвав Goldstein дефлексиєю лучів катодових (Deflexion).

З послїдних двох прикмет заключаємо, що лучі катодові несуть з собою відємний електричний наряд. Наколиб ми умістилиби в нутрі чинної рурки Crookesa цилїндер Faraday'a, звернений в сторону катоди, так щоби лучі катодові в него падали, а опісля получили з ґальванометром, тодї єго голка викаже наряд відємний.

---

1) Goldstein: Eine neue Form der elektrischen Abstossung.

В перших роках розслїджуваня лучів катодових придержувано ся сеї думки, що они не в силї переходити анї через скло рурки, анї через найнїжнїйші плитки метальні. З часом однак Hertz [1]) показав, що лучі катодові переходять через дуже тонкі плитки глину (0·001 *mm*). В слїд за сим спостереженєм удалось Ленардови [2]) видістати їх через вставлене віконце з тоненької плитки глину в рурцї напротив катоди, поза рурку в атмосферу та дальше їх слїдити.

Важною цїхою лучів катодових є йонїзованє [3]) ґазів ними. Ґаз, через який они переходять, стає добрим провідником електричности. Внаслїдок дїланя лучів катодових мусять молекули невтральні ґазу дїлити ся на йони електричні. Лучі катодові стають ся в сей спосіб йонїзатором ґазу. Ся цїха лучів залежить головно від ріжницї потенцияму на електродах рурки.

В кінци треба зачислити до прикмети лучів катодових і се явище, що тїла цїлкі трафлені ними стають ся в тім місци жерелом нових лучів, званих лучами *X*, або лучами Рентґена, про які буде мова пізнїйше.

Теоретичні погляди на лучі катодові.

В перших часах по відкритю лучів катодових, кождий з фізиків, які займались тодї розрядженями електричности в ґазах, як Hittorf, Crookes, Пулюй, Schuster, Goldstein, Hertz, Lenard і і. ставили свої теориї що до лучів катодових. Годї однак всї теориї переходити в порядку, бо они дадуть ся звести до двох теорий, а іменно до: емісийної і ундуляцийної [4]).

Головним корифеєм емісийної теориї був Crookes [5]). Для виясненя явищ, які заходять при розрядженю електричнім в рурцї Hittor'fa поставив Crookes на позір дуже фантастичну гіпотезу, що материя в таких рурках находить ся в четвертім станї скупности, а імено, в станї материї промінюючої; йому здавало ся, що ся ма-

---

[1]) Hertz: Wiedem: Annalen 1892, 14. p. 28.

[2]) Lenard: Wied: Annalen 1894. p. 225. 51.

[3]) I. I. Thomson, l. c. p. 236.

[4]) Abraham: Theorie der Elektricität Bd. II. p. 5–7.

[5]) Crookes: Phil. Trans: Pt. I. 1879. p. 135, II p. 641.

терия посїдає певні цїхи, які нагадують на лучі сьвітляні і тепляні. Опираючи ся на дїланях динамічних та термічних лучів катодових старав ся Crookes пояснити їх яко рух материяльних частинок так званих корпускул, які катода відкидує з дуже великою силою. Сї корпускули набирають на катодї відємного електричного наряду, опісля яко дві маси однаково електрично наладовані відпихають ся взаїмно; в наслїдок наданої їм сили через імпульс порушають ся они дальше в рурцї з великою скоростию. Гіпотеза ся згоджувалась зовсїм з цїхою механїчного дїланя лучів катодових.

Нїмецькі фізики однак не хотїли узнати теориї Crookesa. Фізики нїмецькі, як Hertz, E. Wiedemann, Goldstein і і. були думки, що лучі катодові — се филї електромаґнетні, анальоґічні до филь сьвітла лише] много коротші і слабші. Hertz приймав навіть, що лучі катодові се електомаґнетні филї, але поздовжні. Здавалось, що без сумніву побіду віднесла ундульцийна теория з відкритєм Hertza, що тонкі плитки металеві є прозорі для лучів катодових.

Серед таких отже обставин мусїла емісийна теория уступити на якийсь час ундуляцийній, щоби опісля знов прийти до значіня, лише в дещо відновленій одежи.

Не довго однак тревав триюмф ундуляцийної теориї. Змодифікована емісийна теория J. J. Thomson’ом 1), Wiechert’ом 2), Kaufmann’ом 3) та і. тїшилась щораз більшим поводженєм, аж в кінци єї суперниця зовсїм уступила.

Нинї уважаємо лучі катодові за рій материяльних частинок, осмотрених відємним електричним нарядом, яких величина є о много менша від атому, бо $\frac{1}{2000}$ часть атому водня. Частинки сї називаємо електронами. [Назву сю впровадив перший раз Stoney]. Лучі катодові — се рух свобідних електронів, в прямих лїніях від катоди. Се нагадує нам ток електричний, який від току ґальванїчного ріжнить ся позірно лише тим, що не має материяльного підкладу, о чім переконав ся Rowland 4). Відси легко зрозуміти відклонене лучів катодових в поли маґнетнім і електростатичнім.

---

1) J. J. Thomson: Phil. Mag. 44. p. 293. 1897.

2) E. Wiechert: Nachrichten der Gött. Ges. der Wissensch. 1898 p. 87. u. 260.

3) W. Kaufmann: Ann. der. Phyl. 61. p. 544. 1897.

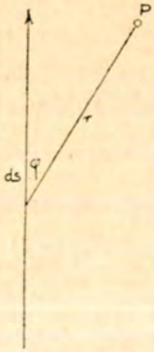
4) Töppl-Abraham: Theor. d. Elektr. B. I. p. 425. B. II. p. 38.

Лучі катодові в полі маґнетнім [1].

Коли на лучі катодові дїлає поле сильного маґнету, якого лінії сил стоять нормально до напряму луча, тодї можемо ту приміняти права з електромаґнетизму. Представмо собі елемент провідника ds, в якім пливе ток електричний о натузї i; най дїлав на него з P в віддаленю r маґнет о масї m. Тодї силу dF, з якою дїлають взаімно на себе елемент току і маґнет подає право Biota-Savarta, а іменно:

$$dF = \frac{m\,.\,i\,.\,ds\sin\varphi}{r^2} \qquad . \ . \quad 1)$$ [2]

φ кут, який заключає ds з r. Величину $\frac{m}{r^2}$ означаємо звичайно через H; она називає ся силою маґнетною поля.



фіґ. 7.

Наколи возьмем случай, що кут $\varphi = {}^{\pi}/_{2}$, тодї дістанемо:

$$dF = i\,.\,H\,.\,ds \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ , \ . \ . \quad 2)$$

Електрон о нарядї e, а о скорости v заховуватись-ме аналоґічно під дїланем маґнету.

Представмо собі ds розложене на три складові dx, dy, dz в напрямі трох осий прямокутного укладу, складовими поля маґнетичного най будуть λ, μ, ν. Тодї сила F, яка дїлає на елемент току $i\,ds$ буде складати ся з таких:

$$\left.\begin{aligned} L &= i(\mu\,dz - \nu\,dy) \\ M &= i(\nu\,dx - \lambda\,dz) \\ N &= i(\lambda\,dy - \mu\,dx) \end{aligned}\right\} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad 3)$$

В нашім случаю місто елементу току ids маємо рух електрону о нарядї e зі скоростию v: т. є. ev. Коли складовими v будуть: $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, тодї складові елементу току будуть ось такі:

---

[1] G. C. Schmidt, l. c. p. 58.; G. Jäger: Theoretische Physik B. IV. Bucherer: Math. Einf. in d. Elektronentheorie 1904 p. 60. §. 6.; A. H. Lorentz: Problem und Ergebn. d. Elth: p. 9—13.

[2] H. Jäger: Theoret. Physik B. III. p. 88.

$$\left.\begin{aligned} i\,dx &= e\frac{dx}{dt} \\ i\,dy &= e\frac{dy}{dt} \\ i\,dz &= e\frac{dz}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Рівнаня (3) приберуть такий вид:

$$\left.\begin{aligned} L &= e\left(\mu\frac{dz}{dt} - \nu\frac{dy}{dt}\right) \\ M &= e\left(\nu\frac{dx}{dt} - \lambda\frac{dz}{dt}\right) \\ N &= e\left(\lambda\frac{dy}{dt} - \mu\frac{dx}{dt}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

З другої сторони мусять сповнятись для руху електрону рівнаня динамічні:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= L \\ m\frac{d^2y}{dt^2} &= M \\ m\frac{d^2z}{dt^2} &= N \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots,\ldots\ldots \quad 6)$$

де m означає масу електрону. Величини L, M, N будуть зависимі від натуги поля маґнетного і від скорости електрону та тому дорога, яку зачеркнувби електрон, булаб дуже скомплікованою.

Простійше представляє ся справа, наколи маємо до діла з полем однородним маґнетним. Приймім, що лінії сил маґнетного поля є рівнобіжними до x-оси, тоді:

$$H = \lambda, \ \mu = \nu = 0.$$

В часї $t = 0$ най електрон находить ся в місци де $x = y = 0$, значить ся, він порушає ся по оси z; возьмім, що електрон взніс ся до $z = h$. Приймім дальше, що в тім самім часї має електрон такі складові своєї скорости:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha, \ \frac{dy}{dt} = \beta, \ \frac{dz}{dt} = 0.$$

Електрон мусить порушатись в такім разї рівнобіжно до (x, y)-площі. Зі зложеня рівнань (5), (6) дістанемо:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2}&=O\\ \frac{d^2y}{dt^2}&=-\frac{e}{m}H\frac{dz}{dt}\\ \frac{d^2z}{dt^2}&=\frac{e}{m}H\frac{dy}{dt}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ 7)$$

По зінтеґрованю тих рівнань оказуєсь, що:

$$\frac{dx}{dt}=\alpha$$

$$\frac{dy}{dt}=-\frac{e}{m}Hz+\beta_1$$

$$\frac{dz}{dt}=\frac{e}{m}Hy+\gamma_1.$$

Складова скорости в напрямі x є постійною α, незалежною отже від часу t, що дійсно згоджує ся з попередними заложенями.

Ходить тепер о означенє відклоненя електрону h. Приймім, що h обралисьмо так, що постійні β_1 і γ_1 при інтеґрованю рівнань 7) рівнають ся зерам, тодї:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dy}{dt}&=-\frac{e}{m}Hz\\ \frac{dz}{dt}&=\frac{e}{m}Hy\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ 8)$$

З першого рівнаня дістанемо:

$$\frac{dy}{dt}=\beta=-\frac{e}{m}Hz=\frac{e}{m}Hh$$

або:

$$h=-\frac{m\beta}{eH}.$$

Підставляючи 8) в 7) дістанемо рівнаня ріжничкові:

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2y}{dt^2}&=-\frac{e^2}{m^2}H^2y\\ \frac{d^2z}{dt^2}&=-\frac{e^2}{m^2}H^2z\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ 9)$$

які вказують, що сорядні y і z є гармонїчними функциями часу. Позаяк для часу $t=0$, також $y=0$, тодї можемо написати, що:

$$y = R \sin a t$$

а дальше: $\frac{dy}{dt} = R a \cos a t$ і

$$\frac{d^2y}{dt} = -R a^2 \sin at.$$

По зложеню першого рівнаня з 9) і послїдного, переконуємо ся, що:

$$a = \frac{e}{m} H,$$

з чого: $y = R \sin \frac{e}{m} H t.$

Дальше буде:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{e}{m} H z = +R \frac{e}{m} H \cos \frac{e}{m} H t$$

або: $z = h = -R \cos \frac{e}{m} H t.$

Утворім: $y^2 + z^2$, то сейчас оказуєсь, що: $y^2 + z^2 = R^2$.

Послїдне рівнанє означає нам коло о лучу R; електрон отже відхиляючись в однороднім маґнетнім поли, якого лїнїї сил стоять нормально до напряму руху его, зачеркне коло о лучу R. Для $y=0$ отримуємо:

$$z = h = \pm R$$

або: $R = -h = \frac{m\beta}{eH}$ . . . . 10)

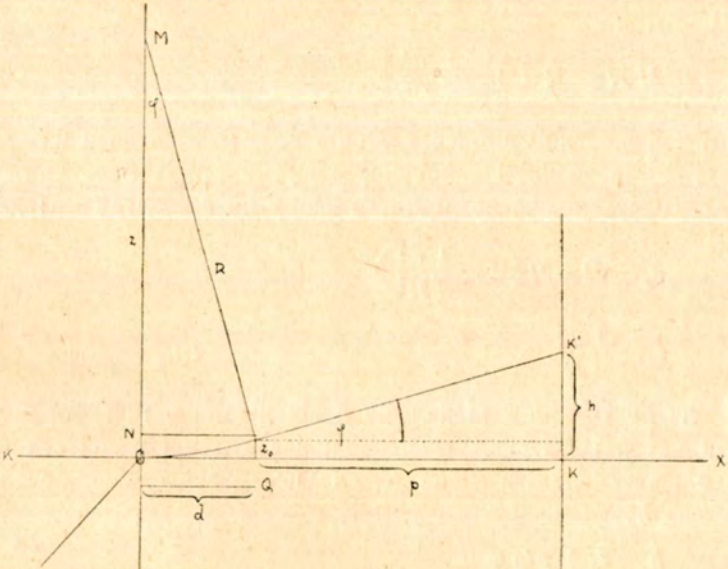
З повисшого взору читаємо, що відклонене луча катодового буде залежати від скорости електрону β і від сили маґнетного поля H.

Електрон в однороднім маґнетнім поли буде порушати ся рівнобіжно до x-оси з постійною скоростию α, а з другої сторони рівнобіжно до (y z) — площі буде зачеркати лїнїї колові о лучу R з постійною скоростию β. З сего слїдує, що електрон буде порушати ся по дорозї шрубовій.

З 10) можна означити властивий наряд електрону, або скількість електричности на одиницю тягару $\frac{e}{m}$, а іменно:

$$\frac{e}{m}=\frac{\frac{dy}{dt}}{RH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Тепер можна буде означити відклонене луча катодового в однороднім магнетнім поли. Вязка лучів катодових розходить ся рівнобіжно до x-оси (фіґ. 8.), а на ню ділає магнетне поле, якого лінії сил є рівнобіжними до y, але о напрямі противнім. Приймім, що поле магнетне ділає від O до Q. Коли електрон вийде в простір діланя магнетного поля, тоді в наслідок сего відклонить ся він в гору зачеркуючи коло о лучу



фіґ. 8.

$$R=\frac{mV}{eH},$$

де v означає скорість лучів катодових.

Відклоненє, якого дізнали катодові лучі в Q по переходї через поле маґнетне буде:

$$z_0 = R - MN.$$

Після твердженя Пітаґора знов:

$$MN = \sqrt{R^2 - d^2}\, R \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}.$$

Розвиваючи дальше $\sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}$ після взору Newton-а отримаємо:

$$MN = R\left(1 - \frac{1}{2}\frac{d^2}{R^2}\right)$$

при опущеню висших степенів членів ряду; се зробити нам вільно з огляду на невеликі відклоненя, з якими стрічаємось при експериментї. Підставляючи послїдне до взору на z_0, дістанемо:

$$z_0 = R - R\left(1 - \frac{1}{2}\frac{d^2}{R^2}\right)$$

або: $$z_0 = \frac{1}{2}\frac{d^2}{R}.$$

Коли поставимо в віддаленю p від дїланя маґнетного поля заслону з материї флюоризуючої, тодї вязка лучів катодових не викличе флюоресценциї в місци K, але K'. В сей спосіб дісталисьмо відклоненє h:

$$h = z_0 + p\, tg\, \varphi$$

де φ означає кут між дорогою першою а відхиленою вязки лучів. Позаяк кут φ є малим кутом, тому можемо $tg\, \varphi$ заступити через $\sin \varphi$, отже:

$$tg\, \varphi = \frac{d}{R}.$$

В такий спосіб:

$$h = z_0 + \frac{pd}{R} = \frac{1}{2}\frac{d^2}{R} + \frac{pd}{R}$$

або: $$h = \frac{d}{R}\left(p + \frac{d}{2}\right) = \frac{eHd}{mv}\left(p + \frac{d}{2}\right) \quad . \; . \; . \; . \; 12)$$

З сего можна обчислити також відношенє $\frac{e}{m}$, а іменно:

$$\frac{e}{m}=\frac{v \, . \, h}{Hd\left(p+\frac{d}{2}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 13)$$

Лучі катодові в поли електростатичнім [1]).

Нїм однак прийдем до захованя ся лучів катодових, розглянемо вперед, як заховуватись-ме електрон в електростатичнім поли. Приймім, що електрон порушає ся між двома плитами сильного кондензатора. Поле електростатичне E буде однородне, якого складові будуть: E_x, E_y, E_z рівнобіжні до трох сорядних ортоґонального укладу. Назвім наряд електрону через e, масу через m, тодї після засад механїки означимо рівнаня руху електрону в такий спосіб:

$$\left.\begin{aligned} m\,\frac{d^2x}{dt^2} &= eE_x \\ m\,\frac{d^2y}{dt^2} &= eE_y \\ m\,\frac{d^2z}{dt^2} &= eE_z \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 14)$$

Після попередних заложень вільно нам рівнанє (14) інтеґрувати; дістанемо отже:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{e\,E_x}{m}\,t+\alpha \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{e\,E_y}{m}\,t+\beta \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{e\,E_z}{m}\,t+\gamma \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 15)$$

де α, β, γ є постійними при інтеґрованю; они означають складові скорости електрону для часу $t=0$. Дісталисьмо отже в рівнанях (15) складові скорости електрону для часу t.

---

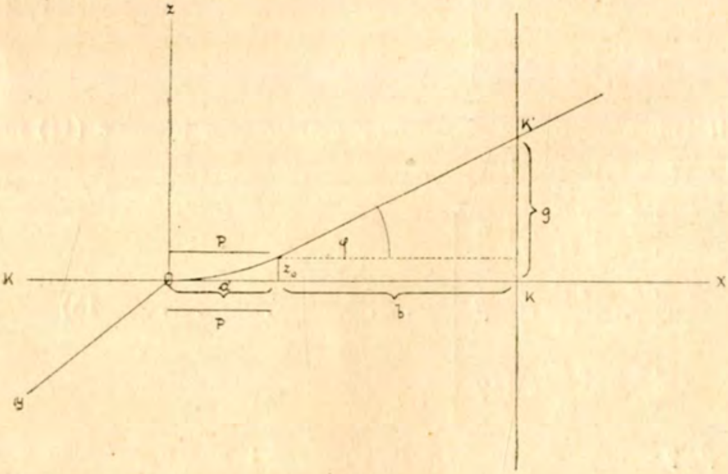
[1]) C. G. Schmidt l. c. p. 48.; Lorentz, Bucherer, G. Jäger, як висше.

Ходить нам тепер о означенє дороги, яку зачеркне електрон в однороднім електростатичнім поли при даних скоростях. До сего дійдем, наколи рівнаня (15) щераз зінтеґруєм. Так отримаємо:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{e\,E_x}{2m}\,t^2 + \alpha t + \alpha_1 \\ y &= \frac{e\,E_y}{2m}\,t^2 + \beta t + \beta_1 \\ z &= \frac{e\,E_z}{2m}\,t^2 + \gamma t + \gamma_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\quad 16)$$

де α_1, β_1, γ_1 є постійними інтеґрованя, і означають положенє електрону в часї $t = 0$. Рівнаня (16) подають положенє електрону в часї t; они нагадують нам рівнаня пароболь, які отримуємо при метї скіснім під дїланєм сили тяжести. З сего слїдує, що електрон в однороднім електростатичнім поли порушатись-ме по дорозї параболїчній, анальоґічно, як тіло при метї скіснім в однороднім поли загальної тяжести.

Лучі катодові — як ми вперед згадали — се рій електронів відємних в прямих лініях від катоди. Приймім, що жмуток лучів катодових KK переходить зі скоростию v рівнобіжно до x-оси між



фіґ. 9.

двома плитами кондензатора PP. В наслїдок дїланя однородного електростатичного поля слїдує відклоненє лучів. Приймім, що лінії сил дїлають з гори на долину: $E_z = -E$, тодї відхиленє слїдує до гори (Фіґ. 9.) Дві інші складові E: $E_x = E_y = 0$.

Тепер треба означити дорогу електрону і відхилене. Дорогу зачинаємо числити від сеї хвилї, в якій електрон війшов в поле електростатичне. Для часу $t = 0$, маємо отже: $x = y = z = 0$. Опісля луч катодовий входить в електростатичне поле зі скоростию постійною:

$$\frac{dx}{dt} = v.$$

Сила одинока, яка дїлає тоді на електрон, остає:

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = -E_z e = eE \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 17)$$

(Наряд електрону уважаємо за відємний).

По двократнім зінтеґрованю 17) дістанемо:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{eE}{m}t$$

$$z = \frac{eE}{2m}t^2 \qquad \text{а з } \frac{dx}{dt} = v$$

$$x = vt.$$

В наслїдок дїланя поля електростатичного взнесе ся електрон на параболїчній дорозї до висоти $z = z_0$. По переходї поля електростатичного, якого ширина виносить a, входить електрон в простір свобідний від лїній сил і повинен порушатись дальше свобідно по прямолїнійній дорозї.

Ширина електростатичного поля була:

$$a = x = vt$$

або:

$$t = \frac{a}{v}.$$

По підставленю за t в z дістанемо:

$$z_0 = \frac{eEa^2}{2mv^2}.$$

Відконене лучів катодових в поли електростатичнім стоїть отже в прямім відношеню до сили електричної E, а відворотнім до скорости v. З послїдного взірця можемо означити $\frac{e}{m}$ а також скорість лучів катодових.

Коли в віддаленю b уставилибисьмо заслону з флюоризуючої матерії S, тоді побачилибисьмо ясну пляму не в місци K, але в K'. Відклонене g означимо так:

$$g = z_0 + b\,tg\,\varphi$$

де φ є кутом, який заключає прямолінійна часть луча катодового з осею x.

Знаємо однак, що:

$$tg\,\alpha = \frac{dz}{dx} = \frac{\frac{dz}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e\,.\,Ea}{mv^2};$$

в такім разі:

$$g = \frac{eEa}{mv^2}b + \frac{eEa^2}{2mv^2} = \frac{eEa}{mv^2}\left(b + \frac{a}{2}\right).$$

З відси отримаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{gv^2}{Ea\left(b + \frac{a}{2}\right)} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 18)$$

а дальше через зложенє 18) з 13) скорість лучів катодових.

Енерґія катодових лучів 1).

Енерґія кінетична електрону в рурці Crookes'а буде залежати від ріжниці потенциялу обох електрод V. Праця, яку виконує на електроні сила електрична є Ve, а она рівная ся енерґії кінетичній електрону:

$$eV = \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 19)$$

Комбінуючи рівнанє 6) і 11) дістаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{R^2H^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 20)$$

а також:

$$v = \frac{2V}{RH} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad 21)$$

---

1) P. C. Schmidt, l. c. p. 62.

Енерґію кінетичну елєктрону означилисьмо через 11); можна однак єї означити ще в инший спосіб, а се: Лучі катодові падучи на тїло цїпке віддають єму енерґію свою, яка обявляє ся в підвисшеню температури. Коли в одній секундї ударяє n елєктронів о згадане тїло, тодї їх енерґія буде:

$$W = \frac{nmv^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 22)$$

она має ся рівнати теплу, якого достарчають n елєктронів, в одиницях абсолютних. З другої сторони лучі катодові представляють ток елєктричний:

$$i = ne \qquad \text{з чого } n = \frac{i}{e}.$$

По вставленю в 14):

$$W = \frac{i}{2e} mv^2 \text{ або:}$$

$$\frac{mv^2}{2e} = \frac{W}{i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 23)$$

По полученю 6) з 15) отримаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{2W}{iH^2R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

і

$$v = \frac{2W}{iHR} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 25).$$

Відношенє $\frac{e}{m}$ і скорість лучів катодових [1]).

З відклоненя лучів катодових в поли елєктростатичнім можна означити вартість $\frac{e}{m}$ і скорість v елєктрону. Найімовірнїйша вартість $\frac{e}{m}$, обчислена при ріжницї потенциялів 10.000 вольтів подана Simon'ом виносить: $\frac{e}{m} = 1{\cdot}865.10^7$ в елєктромаґнетних одиницях. Вар-

---

[1]) I. I. Thomson. Elektr. Durchg. in Gasen 1906. p. 99. Bucherer: l. c. §. 6.; Lorentz. l. c. p. 15.

тість $\frac{e}{m}$ оказалась незалежною від ґазу, виповняючого рурку і від материї електрод.

Обсерватор	Дата	$\frac{e}{m} . 10^7$ в *E. M. O.* 1)
Schuster	1890	0·1
Kaufmann	1897/8	1·86
J. J. Thomson	1897	1.17
Lenard	1898	0·68
„	1900	1·15
Reiger	1905	1·68
Simon	1899	1·685

Скорість лучів катодових залежить від розрідженя ґазу в рурці і від ріжниці потенциялу на обох електродах. Wiechert 2) і DesCoudres 3) подають єї в границях від $\frac{1}{5}$ до $\frac{1}{3}$ скорости сьвітла; отже при $V = 10.000$ вольтів $v = 0{\cdot}61.10^{10}\frac{cm}{sec}$. Є се найбільша скорість материяльних мас на сьвіті. Як великою є скорість електронів в рурці Crookes'a, окаже ся тоді, коли згадаєсь, що пересічна скорість нашої землї виносить 29·5 $\frac{km}{sec}$; електрон отже о скорости $\frac{1}{3}$ скорости сьвітла вспівби в часі $\frac{1}{2}$ секунди облетіти наоколо землю.

Маса електрону 4).

Проф. Kaufmann доказав, що $\frac{e}{m}$ зміняє ся зі зміною скорости. Зміна однак ся була дуже мала так, що годі було єї означити навіть при найсильнійших розряджених електричних в рурках Croo-

---

1) G. C, Schmidt: l. c. p. 89.

2) Wiechert; Wiedem. Ann. 1899. p. 739.

3) Coudres: Verh. der phys. Ges. 1895. p. 86.

4) G. C. Schmidt: l. c. p. 89.; Abraham: l. c. B. II. p. 137—139.; Wien: Über Elektr. 1906. p. 15, 16. Lorentz: l. c. p. 19—21.

kes'a. Свої поміри зробив Kaufmann[1]) на β-лучах тїл радіоактивних, (анальоґічних до лучів катодових), в яких скорість електронів є значно більша. Зміна $\frac{e}{m}$ з v представляєсь після Kaufmann'a так:[2])

$v \cdot 10^{10}$	$\frac{e}{m} \cdot 10^7$
2·36	1·31
2·48	1·17
2·59	0·935
2·72	0·77
2·83	0·66

Вартість відношеня $\frac{e}{m}$ малїє зі скоростию. Наколи так, тодї можуть зайти дві можливости а іменно: e малїє, або m росте. Позаяк наряд e оказавсь після обчислень I. I. Thomson'a[3]), C. T. Wilson'a[4]) та других постійним і рівим нарядови йону водия при електролїзї, то в такім разї маса m електону мусить рости. Се спротивляє ся понятю маси, яке подав Newton, а дальше законам механїки. Маса однак електрону є масою з зовсїм іншою натурою. Розважмо се в сей спосіб:

Наряд e в спочинку витворює около себе поле електростатичне; коли змінить свій стан спочинку в рух, тодї витворює він около себе поле електромаґнетне в етері; по затриманю ся такого електрону тратить він енерґію електромаґнетну, а задержує знов електричну. З відси бачимо, що потрібно працї на се, щоби електрон спровадити з одного стану в другий. Кождий приріст скорости вимагати-ме все якоїсь працї, а кожде зменшенє скорости спричиняє відплив енерґії. В сей спосіб наряд стає ся безвладним через свою самоіндукцию. Ся інертність електромаґнетна відповідає тому, що в механїцї називаємо масою. Електрон посїдає якраз таку безвладність, а дальше масу, яка ріжнить ся від маси материяльної та тому слїдами Thomson'a, Heavisead'a, Kaufmann'a припишемо електронови масу мниму, електромаґнетну (scheinbare elektromagnetische Masse).

Приймім, що електрон порушає ся рухом рівномірно поступовим і є свобідним від всякого руху оборотового, тодї рух такий буде відбувати ся лише в наслїдок електромаґнетного імпульсу $\mathfrak{G}$, який рівнає ся в *e. m. o.*:

---

[1]) W. Kaufmann u. Abraham. Phys. Zeitschr. 1902. p. 54—57.

[2]) G. C. Schmidt: l. c. p. 03,

[3]) Там само p. 86.

[4]) A. H. Wilson: Phil. Mag. 1903. p. 429.

$$\mathfrak{G}=\frac{1}{c^{2}}\iiint\mathfrak{S}\,dv \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 26)^{1)}$$

де dv означає елемент обєму, c скорість сьвітла, а $\mathfrak{S}$ величину впливу енерґії електромаґнетної на одиницю поверхні, є то отже „вектор Poyting'a“, який означаємо:

$$\mathfrak{S}=\frac{c}{4\pi}[\mathfrak{E}.\,\mathfrak{H}].$$

В такім разї:

$$\mathfrak{G}=\frac{1}{c4\pi}\iiint[\mathfrak{E}.\,\mathfrak{H}]\,dv \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 27)$$

причім $\mathfrak{E}$ означає силу електричну, а $\mathfrak{H}$ маґнетну.

Коли трансляция є рівномірна, то вектор $\mathfrak{G}$ не зміняє ся з часом і напрям єго буде все згідний з напрямом руху. Приймім, що електрон порушає ся рівнобіжно до оси x, тодї:

$$\mathfrak{G}=\mathfrak{G}_x\,;\ \mathfrak{G}_y=\mathfrak{G}_z=0.$$

Можна також доказати рахунком, що:

$$\mathfrak{G}=\frac{d(W_m-W_e)}{du}=\frac{dL}{du}; \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; 28)^{2)}$$

W_m означає енерґію маґнетну, а W_e електричну; ріжницю W_m-W_e через анальоґію до механїки означає Abraham яко L функцию Lagrange'a енерґії. Електростатичним способом обчислив дальше Abraham, що:

$$L=-\frac{3}{5}\frac{e^{2}}{a}\left(\frac{1-\beta^{2}}{2\beta}\right)log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) \;.\;.\;.\;.\; 29)^{3)}$$

для $\beta=\frac{u}{c}$; a означає луч електрону, u скорість єго, а c скорість сьвітла. Зазначити при 29) також треба, що беремо лише під увагу наряд обєму.

В наслїдок сего імпульс $\mathfrak{G}$ буде рівнатись:

$$\mathfrak{G}=\frac{dL}{du}=\frac{3}{5}\frac{e^{2}}{ac}\cdot\frac{1}{\beta}\cdot\left\{\left(\frac{1+\beta^{2}}{2\beta}\right)log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)-1\right\} \;.\; 30)$$

---

1) Abrabam: Theorie der Elektricität B. II. p. 28. 152.

2) ibidem; p. 174, 175.

3) Annalen d. Physik 1903. Abraham: Dynamik d. 26. p. 147.

Наколи імпульс $\mathfrak{G}$ змінятись-ме з часом, тоді се спричиняти мусить якась сила зовнїшна, яку назвемо:

$$\mathfrak{K} = \frac{d\mathfrak{G}}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 31)$$

Сю силу $\mathfrak{K}$ можемо розложити на дві складові: одну в напрямі стичнім до напряму руху $\mathfrak{K}_s$, а другу в нормальнім напрямі $\mathfrak{K}_r$. Перша викликує приріст складової стичної імпульсу $\mathfrak{G}$, а друга зміну в напрямі імпульсу. Позаяк $\mathfrak{G}$ і u мають згідні напрями з напрямами руху, тому складова стична сила буде:

$$\mathfrak{K}_s = \frac{d\mathfrak{G}}{dt} = \frac{dG}{du} \cdot \frac{du}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 32)$$

З другої сторони однак знаємо, що після основ механіки:

$$\mathfrak{K}_s = m_s \frac{du}{dt}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 33)$$

коли u буде скоростию частинки материяльної m_s. З порівнаня 32) та 33) слїдує, що:

$$m_s = \frac{dG}{du}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 34)$$

відношенє отже приросту імпульсу до приросту скорости електрону дає нам се, що називаємо єго поздовжною масою (longitudinale Masse).

Складову нормальну обчислимо в сей спосіб: Імпульс $\mathfrak{G}$ має все напрям рівний з напрямом руху; в наслїдок дїланя $\mathfrak{K}_r$ змінить він свій напрям в просторі зі скоростию кутовою $\frac{u}{r}$ ($r =$ луч закривленя). Тодї:

$$\mathfrak{K}_r = \mathfrak{G} \frac{u}{r} = G \frac{u}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 35)$$

але також: $\mathfrak{K}_r = m_r \frac{u^2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 36)$

З порівнаня 35) і 36) отримуємо:

$$m_r \frac{u^2}{r} = G \frac{u}{r}$$

або: $m_r = \frac{G}{u}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 37)$

відношене отже імпульсу руху до скорости електрону дає нам его трансверсальну або поперечну масу (transversale Masse).

Підставляючи за $\mathfrak{S}$ взір (30) і ріжничкуючи після змінної u, дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} m_s &= \frac{e^2}{2ac^2} \cdot \frac{1}{\beta} \left\{ -\frac{1}{\beta} log \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) + \frac{2}{1-\beta^2} \right\} \\ m_r &= \frac{e^2}{2ac^2} \cdot \frac{1}{\beta^2} \left\{ \left(\frac{1+\beta^2}{2\beta} \right) log \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) - 1 \right\} \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad 38)$$

Назвім: $\frac{1}{\beta^2} \left\{ -\frac{1}{\beta} log \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) + \frac{2}{1-\beta^2} \right\} = \varphi(\beta)$

а: $\frac{1}{\beta^2} \left\{ \frac{1+\beta^2}{2\beta} log \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} \right) - 1 \right\} = \psi(\beta)$.

Для малої скорости електрону в порівнаню зі скоростию сьвітла можна $\beta^2 = \frac{u^2}{c^2}$ в порівнаню до 1 зовсім пропустити, тоді для вартости обох мас отримуемо:

$$m_s = m_r = m_0 = \frac{2}{3} \frac{e^2}{ac^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 30)$$

Рівнаня (38) тепер напишемо так:

$$m_s = m_0 \cdot \frac{3}{4} \varphi(\beta)$$

$$m_r = m_0 \frac{3}{4} \psi(\beta)$$

Розвиваючи $\varphi(\beta)$ і $\psi(\beta)$ на ряди, отримуемо:

$$m_s = m_0 \left(1 + \frac{5}{6} \beta^2 + \frac{9}{7} \beta^4 + \ldots \right)$$

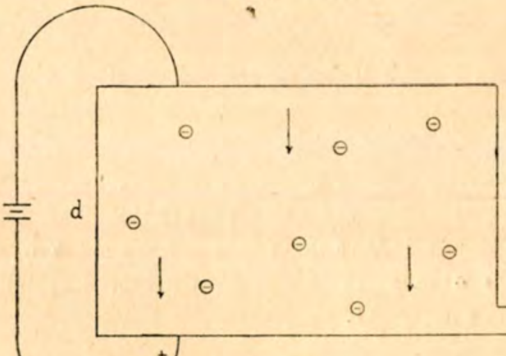
$$m_r = m_0 \left(1 + \frac{6}{3 \cdot 5} \beta^2 + \frac{9}{5 \cdot 7} \beta^4 + \ldots \right);$$

ряди ті є збіжними. З порівнаня m_s і m_r бачимо, що при зростаючім u m_s все буде більшим від m_r.

З тих всіх розслїджувань видимо, що маса електрону не є величиною скалярною і постійною, як в механіці Newtona, але величиною векторовою та змінною зі зміною скорости. Наколи так справа стоїть, то приймаючи електрон за праатом материї, мусимо признати, що три засади механїки Newton'a є захитаними і требаби піддати їх ревізиї, як сего вимагає динаміка електрону.

Поміри наряду електрону.

Означенєм наряду електрону занялись передовсїм I. I. Thomson та C. T. R. Wilson. Так як метода першого є досить тяжка з технїчних зглядів, тому глянемо на спосіб обчисленя e другим. Возьмім під увагу простір π межи двома плитами металевими і витворім там йони електричні через лучі Рентґена (о яких ще буде мова низше). Опісля розширім нагло, але адіябатичною дорогою обєм π на π_1 так, щоби $\frac{\pi_1}{\pi} = 1 : 1{\cdot}25$, тодї пара водна буде скроплюватись на електронах відємних. В разї браку електронів кондензация зовсїм би не слїдувала, аж при розширеню обєму адіябатично до $1 : 1{\cdot}36$. Каплї води спадати-муть тодї зі скоростию $v = \frac{2}{3}\frac{g a^2}{\mu}$. Се право викрив Stokes експериментально, де μ значить сочинник прилипаня, a луч каплї, g прискоренє ґравітацийне. Наколи маємо дану скорість каплї, значить ся електрону, тодї можемо означити луч електрону a. Получім тепер обі плити з батериєю, то в наслїдок витвореного поля електричного, електрони з тим більшою скоростию будуть спадати; нових йонів не буде, позаяк йонїзатор (лямпу Рентґена) усунулисьмо. Коли назвемо потенцияль обох плит V, а віддаленє між ними d, тодї сила, яка дїлати ме на електрон буде:



фіґ. 10.

$$E = e\frac{V}{d}. \text{ (у Wilson'a } V = 2000 \text{ Volt).}$$

Скорість електрону перед полученєм плит з батериєю була $v_0 = kmg$, а по полученю $v_1 = k\left(mg + e\frac{V}{d}\right)$. По утвореню відношення

$\frac{v_0}{v_1}=\frac{mg}{mg+\frac{eV}{a}}$, бачимо, що маємо всї величини крім одного e знані.

Можна отже обчислити звідси $e=3\cdot1.10^{-10}$ елєктростатичних одиниць. I. I. Thomson означує $e=3\cdot4.10^{-10}\,es$.

Відношенє маси атому водня до елєктрону.

З елєктролїзи знаємо, що відношенє $\frac{e}{m_{\mathrm{H}}}=9660.3.10^{10}=2\cdot90.10^{14}es$ (де m_{H} означує масу водня). Так як наряд e є тотожний з нарядом елєктрону, то в такий спосіб отримаємо:

$m_{\mathrm{H}}=10^{-24}$. По спровадженю

$\frac{e}{m}=1\cdot865.10^{7}$ до es буде:

$\frac{e}{m}=5\cdot60.10^{17}$; [1]

з чого слїдує порівнанє маси водня з елєктроном: $\frac{m_{\mathrm{H}}}{m}=1930$ або *circa* $=2000$.

Дійшлисьмо отже до заключеня, що маса водня є около 2000 разів більшою від маси елєктрону. Так означили масу атому водня Kaufmann і Abraham; фізики англійські, а передовсїм I. I. Thomson [2] означують масу атому водня лише 1000 разів більшу від маси елєктрону.

Лучі ситові (каналові) [3].

В лучах катодових виступав атом відємної елєктричности — елєктрон. Приймаючи отже послїдний за праатоми материї спитаємо, чи лише маємо самі відємні елєктрони, чи може є елєктрони додатні? Були справдї фізики, як Drude, котрий приймав додатні і відємні елєктрони; новійші однак працї під тим зглядом, як Lorentza [4])

---

[1] Abraham: l. c. II. p. 12. (9a).

[2] J. J. Thomson: El. Durchg. in Gasen 1906. p. 131.

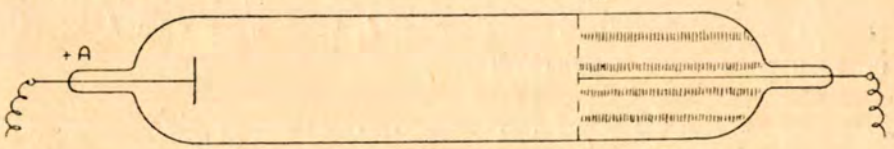
[3] i. c. 534. G. C. Schmidt: l. c. p. 114.; Abraham l. c. p. 12.

[4] A. H. Lorentz: Über positive u. negative Elektronen — Jahrbuch d. Radioact. 1908.

доказали, що додатних електронів анальоґічних до відємних нема. Знаємо тілько додатні йони електричні, яких маса рівнаєсь масї атому водня. Через йон додатний треба розуміти атом електричний, якому бракує один відємний електрон; коли такий електрон причіпить ся до невтрального атому, тодї сей атом має вже за богато о один електрон — буде се отже йон відємний. Такі йони додатні виступають також в лучах в рурцї Crookes'a, але іншого рода, що дійсно завважав Goldstein в р. 1896. ¹)

Goldstein уживав до свого дослїду катоди з малими отворами. Коли розріджене ґазу в рурцї дійшло до сего степеня, що виступили лучі катодові, тодї з кождого отвору катоди по противній сторонї, начали виходити ясні смуги. Ті смуги відкриті Goldstein'ом є новим типом лучів, які звичайно називають лучами Goldstein'a, каналовими (Kanalstrahlen) або отворовими (від отворів катоди), ситовими. Як лучі катодові були невидимі для нашого ока, так послїдні можна доглянути, а іменно они спричиняють флюоресценцию ґазу в рурцї. Чистий воздух сьвітить в наслїдок сего сьвітлом червоножовтим.

Так само, як лучі катодові розходить ся сей рід лучів в лїніях прямих від катоди, і нормально до неї. Скло та інші тіла способні до флюоресценциї флюоризують в наслїдок дїланя лучів каналових. Під дїланєм сильного маґнету або поля електростатичного відхиляють ся они зі свого напряму і то зовсїм в противну сторону, як лучі катодові. З сего слїдує, що лучі сї мусять з собою нести додатний наряд електричний, о чім переконав ся Wien. ²)



фіґ. 11.

Виходячи з сего заключив Wien, що лучі отворові є рухом додатних частинок електричних, яких маса рівнає ся масї атомовій — є то отже додатні йони. З відхиленя в поли електростатичнім

---

¹) Goldstein: Wied: Ann. 1898. p. 45.

²) Wien: Wied. Ann. 1898. p. 445.

та маґнетнім означив Wien $\frac{e}{m}$ і скорість v. Пра помірах оказались вартости досить ріжні між собою; найбільша з них виносила $\frac{e}{m} = 9.10^3$ е. м. о.[1]. Так як наряд e оказав ся постійним, значить ся такий, як елєктрону, то з сего слїдує, що маса додатного йону в лучах творових рівнаєсь масї атому водня. З відси легко зрозуміти, що й скорість їх мусить бути о много меньша від лучів катодових. З помірів пересїчна скорість для лучів каналових оказалась: $v = 10^8\, cm/sec$.

В р. 1905. зробив I. Stark[2] цїкаве відкритє в захованю лучів ситових. Приймаючи, що йони додатні о скорости $v = 10^8 \frac{cm}{sec}$ становлять причину лїнїї в дуговинї, впав він на здогад, що до лучів отворових можна примінити засаду Dopplera. Лучі сьвітла висилані нормально до напряму йонів, повинні дати лїнїї дугові острі о филї λ_p, докладно означеній що до єї довготи; лучі висилані рівнобіжно до напряму йонів булиб о филї коротшій λ_r, яка цїхувалаб ся більшою скількостию дрогань; лїнїя дугова пересунулаб ся тодї до сторони фіолєтового сьвітла. В сей спосіб повиненби повстати пояс між λ_p та λ_r, якийби відповідав скорости йонів $v = 10^8\, cm\, sec^{-1}$. Наколи назвем скількість дрогань филї λ_p через n_p, а филї λ_r через n_r, то після засади Dopplera:[3]

$$n_r = n_p\left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 40)$$

Але $\lambda = ct = \frac{c}{n}$, отже:

$$\frac{c}{\lambda_r} = \frac{c}{\lambda_p} \frac{c+v}{c} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 41)$$

або:

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_p - \lambda_r}{\lambda_r} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 42)$$

Величина пересуненя лїнїї дугової $\frac{\lambda_p - \lambda_r}{\lambda_r}$ залежить від відношеня скорости йонів до скорости филь сьвітла.

---

[1] Wien: l. c. p. 440.

[2] Stark: Phys. Zeitsch. 1905. p. 892.

[3] G. Jäger: l. c. B. I § 72.

Досьвід Stark'а над приміненем засади Dopplera до лучів ситових має велике значінє не тілько в теориї лучів ситових, але також для теориї проміньованя темного. Для лучів ситових обчислена відси скорість виносить: $v = 2.10^7 \dots 6.10^7$.

Наконець насуваєсь питанє, відки беруть ся лучі ситові;[1]) що спричиняє рух йонів через отвори катоди? — Жерелом додатних йонів є сьвітло катодове. Електрони відємні відлїтають від катоди зі зрастаючою скоростию в наслїдок поля електричного. В сьвітлї відємнім або катодовім скорість їх, а тим самим і енерґія є так велика, що розбивають невтральні молекули ґазу на електрони і додатні йони. В сей спосіб витворені йони додатні в наслїдок дїланя сильного поля електричного порушають ся до катоди з великою скоростию, перелїтають отвори її та таким чином стають ся жерелом лучів ситових.

Лучі анодові[2]).

В найновійших часах відкрили Gehrke і Reichenheim, що огріта анода з металевих солий, як з содового вугляну або хльораку, хльораку літу і т. і. висилає дуже інтензивне сьвітло о характеристичнім забарвленю з дуговинами тих металів, з яких зроблена анода. Сей новий тип лучів назвали они лучами анодовими. Аноди з чистого металю і з окисів алькалїчних земель оказались нечинними.

Лучі сї розходять ся в лїнїях прямих від аноди без огляду на її положенє в рурцї Crookes'а та спричиняють флюоресценцию скла і інших мінералів. Коли зберемо їх до цилїндра Faraday'а полученого з електрометром, тодї послїдний окаже наряд додатний. Проби з сильним полем маґнетним та електростатичним оказали відхиленє лучів анодових в ту саму сторону, що лучів ситових. Що до ефекту Stark'а, то оказують его так само, як лучі ситові.

З відхиленя маґнетного удалось означити $\frac{e}{m}$ і скоріст v для лучів анодових; поміри оказали числа, які вповні годять ся з числами отриманими при лучах ситових. З чого заключаємо, що лучі

---

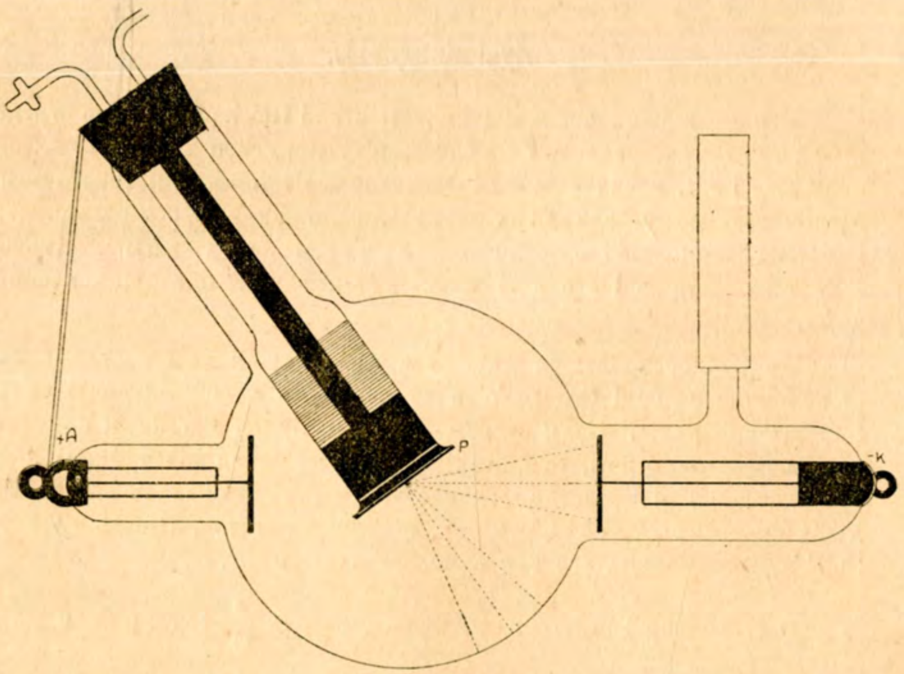
[1]) I. I. Thomson: El. Dur. in Gasen 1906. p. 536.

[2]) Gehrke u. Reichenheim: Ann. d. Phys. 1908. 25. 15. Heft.

анодові є також рухом додатних йонів, які беруть свій початок з самої аноди. Лучі анодові є отже в своїй сути рівнобіжними до лучів ситових тілько, що повставанє одних є ріжне від других.

Лучі Рентґена [1].

Вже при обговорюваню прикмет лучів катодових сказалисьмо, що они трафляючи на якесь тїло цїпке, стають ся жерелом нових лучів, званих лучами Рентґена. Як сама назва вказує, що відкрив їх проф. Рентґен р. 1895. Він завважав, що скло ударене лучами катодовими висилає якісь нові лучі, котрі проникають скло рурки, чорнять плиту фотоґрафічну обвинену в чорний папір, та спричиняють флюоресценцию. Ново відкриті темні лучі назвав Рентґен лучами *X* (незнаними).



фіґ. 12.

Емісия сих лучів через тїло цїпке стоїть в прямім відношеню до густоти сего тїла; тому отже вибирають до емісиї *X* лучів тїло

---

[1] I. I. Thomson l. c. p. 539. i p. 553. — Winkelmann: Handbuch der Physik B. VI. (1906). Stark, Elektr. in Gasen p. 473. 1900.

дуже ґусте, звичайно плятину. Рентґен зробив специяльну лямпу до витворюваня X-лучів, званою єго іменем. В специяльно видутій рурці Crookes'a (фіґура 12.) умістив він против катоди K в виді вгнутого зеркала плитку плятинову так, що лучі катодові зібрані в огнище зеркала падуть на ню під кутом 45°. Плитка ся звана антікатодою висилає лучі Рентґена на всї сторони.

Свійства лучів Рентґена.

Зараз при відкритю спостеріг Рентґен. що відкриті ним лучі переходять через тїла цїпкі. Дерево, папір, тканки тїла людского та легкі металї є для них зовсїм прозорими, але вже плитки тяжких металів, навіть досить тонкі не пропускають лучів Рентґена. Прикмета ся залежить отже від тягару атомового тїла.

Опісля завважав Рентґен, що лучі X дїлають хемічно, а іменно чорнять сейчас плиту фотоґрафічну. Цїха та лучів X залежить від вглотаня їх через тїла, на які дїлають.

Повисші дві прикмети надали лучам Рентґена богато популярности, а в першій мірі так звані рентґенівські фотоґрафії. Коли умістимо між лямпою чинною Рентґена а клїшою фотоґрафічною, що находить ся в картоновій касетцї, який предмет, тодї повстає на клїші тїнь єго: части меньше прозорі дадуть образ зовім чорний, а більше прозорі яснїйший. Сам Рентґен зробив проби такої фотоґрафії з рукою. Кости оказались по відкопийованю на папери темними, а тканки тїла майже ясними. В тім напрямі немалі заслуги поклав проф. І. Пулюй[1]). При помочи своєї лямпи, яка висилає сильні лучі X, одержав він дуже гарні знимки фотоґрафічні, що піднесли нїмецькі та француські часописи. Таке фотоґрафованє лучами X має велике значінє в медицинї. Всякі чужі тїла, боляки і т. і. в серединї людського орґанїзму можна тим способом викрити, а опісля усунути.

Характер лучів Рентґена залежить головно від двох чинників, а се: від тисненя воздуха в лямпі і ріжницї потенциялу на обох електродах. Чим меньше тисненє воздуха в рурцї, а більша ріжниця потенциялу, тим лекше лучі проникають від тих лучів, які повстають при висшім тисненю, а меншій ріжницї потенциялу. Перший тип лучів називаємо твердими, а другий мягкими лучами

---

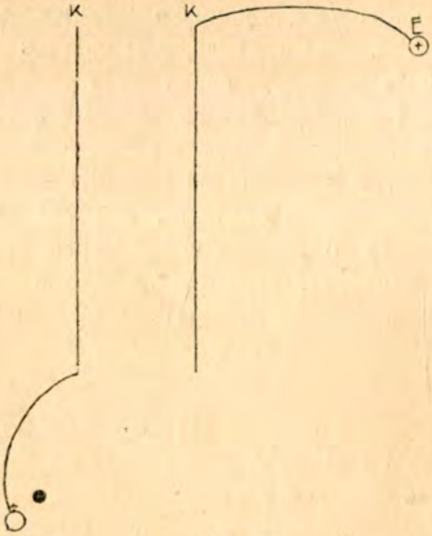
[1]) „Зоря“ 1896 ч. 6.

Рентґена. В медичних приміненях уживає ся звичайно середного степеня твердоти лямпи Рентґена, значить ся лямпа мусить слати лучі, що їх тканки мясні не дуже вглотають, але через кости они зовсім не мають переходити.

Лучі Рентґена спричиняють флюоресценцію скла та інших тіл, як також їх хемічних сполук, які посїдають певну спромогу до сього, як пр. баровий, ваповий або маґновий ціаняк плятиновий. Подібно як лучі фіолєтового сьвітла уділяють проміні X деяким тілам свійства термолюмінїсценциї [1]).

Лучі Рентґена ділаючи на тіла ціпкі огрівають се місце, на яке падуть. Тепло се можна змірити при помочи лібелї тиснень, або больометру. В першім случаю замикає ся в склянім начиню певне число листків плятинових, а на них уміщує ся лїбелю. Скоро лучі X зачнуть ділати на листки, тоді лїбеля оказує вихилене з рівноваги. В сей спосіб обчислив Dorn згадане тепло на 0·18—0·3 *cal. mg.* Rutherford і Mc Clung уживали другої методи больометричної та подали се тепло на 0·19 *cal. mg.*

Одною з найважнїйших цїх лучів Рентґена є йонїзация материї. Невтральні частинки ділять ся в наслїдок їх діланя на елєктрони і додатні йони. Всякі ґази та інші дієлєктрики стають добрими провідниками елєктричности. Луч Рентґена уділяє елєктронови невтрального атому так великої енерґії кінетичної, що він відриває ся від атому та в сей спосіб повстає відємний елєктрон і додатний йон. — Наколи позволимо лучам Рентґена падати на наелєктризований елєктроскоп, тоді атоми воздуха, який ізолював наряд елєктроскопу, ділять ся на елєктрони і додатні йони; воздух стає в сей спосіб добрим провідником елєктричности, тому листки елєктроскопу опадають. Возьмім під увагу дві плитки кондензатора; одну лучимо з землею, а другу



фіґ. 13.

---

[1]) Stark. Elektr. in Gasen, Handbuch der Physik Winkelmanns B. VI. 1906.

з електрометром і наряджуємо. Як тілько зачнуть падати лучі X, тодї електрометр тратить наряд. Воздух, який був діелектриком межи плитами, став добрим провідником і відпровадив наряд до землї.

Наколи мягкі, але дуже інтензивні лучі Рентґена ділати-муть на тїло людске, тодї викликують они в місци діланя запаленє наскірка, яке гоїть ся нераз дуже довго. Himstedt завважав, що лучі Рентґена спричиняють в темнотї в сьвіжім оцї вражінє сьвітла. До фізиольоґічних ділань X лучів треба додати також й се, що они нищать мікроорґанїзми.

Sagnac[1] відкрив, що лучі Рентґена ділають на якесь тїло, не конечно ціпке в сей спосіб, що побуджають єго до висиланя нових лучів, подібних до лучів X, які він назвав вторичними лучами, о чім ще буде мова низше.

В наслїдок діланя сил маґнетних і електричних лучі Рентґена не зміняють свого напряму. Те саме вже вказує, що они не несуть з собою ніякого наряду електричного.

Начерк теорий лучів Рентґена[2].

В слїд за послїдною прикметою лучів X поставив в р. 1898. Walter[3] гіпотезу, що се лучі катодові, яких корпускули стратили на антікатоді наряд електричний та якраз тому не є вражливі на сили маґнетні і електричні. Ся однак гіпотеза не остала ся.

Нинї майже всї придержують ся що до істоти лучів Рентґена іншої теориї, опертої на ширших фізичних і математичних основах, яку поставив Sir George Stokes ще в р. 1896. Після него лучі Рентґена — се поодинокі заколоти всесьвітного етеру. Сьвітло сонічнє повстає з ряду правильних филь, які слїдують по собі в периодичних інтервалах. Лучі Рентґена однак є то звичайні заколоти етеру неперіодичні — є то так звані филї імпульсивні, много коротші від найкоротших филь сьвітла.

Після теориї Maxwell'a, сьвітло — се ряд періодичних електромаґнетних филь; лучі Рентґена — се анальоґічні електромаґнетні заколоти етеру неперіодичні, що повстають тодї, коли лучі катодові, значить ся електрони, ударяють о антікатоду.

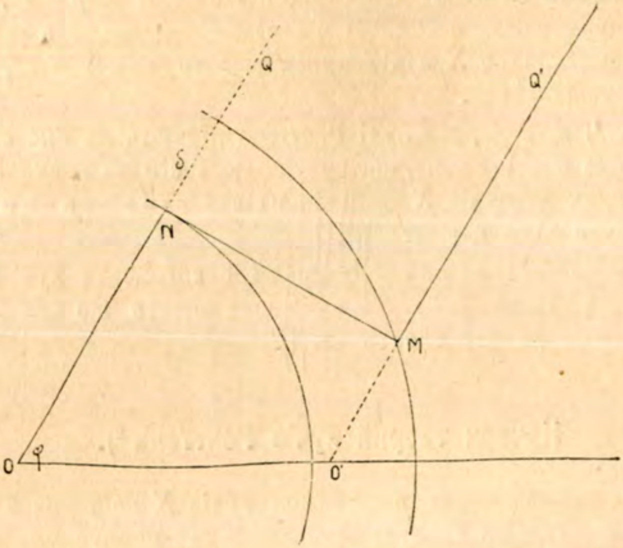
---

[1] I. I. Thomson l. c. p. 268

[2] Abraham l. c. II. p. 7, 16, 81, 102, 120, 230. I. I. Thomson l. c. p. 564.

[3] Walter, Wied. Ann. 1898. p. 74.

Возьмім під увагу елєктрон, який порушає ся з якоюсь скоростию одностайно; елєктричні і маґнетні лїнії сил поля, яке в сей спосіб повстало, будуть також роздїлені одностайно. Коли елєктрон вдарить нагло о якесь тіло цїпке пр. антікатоду, повстає заколот в всесьвітнім етері, який розходить ся зі скоростию *w*. Лїнії сил



фіґ. 14.

елєктромаґнетного поля будуть однак дальше порушати ся зі скоростию *w* до хвилї, в якій згаданий заколот дійде до них. Нагле стрясенє спричиняє заломанє лїній сил, які по заломаню порушати-муть ся так, начеб вийшли з місця пересуненого рівнобіжно.

Придивім ся отже лїням сил перед і по заколотї у всесьвітнім етері. Колиб заколоту не було, тодї лїнії сил розходилиб ся в напрямі *OQ* (фіґ. 14). Приймім, що таке забуренє елєктромаґнетне о ширинї δ посуне ся в часї t від O о wt. В місцях перед стрясенєм лїнії сил не улягли ніякій змінї; они дальше порушають ся зі скоростию *w*, лишаючи за собою дорогу *wt*. В місцях поза стрясенєм знов порушають ся они в прямій лїнії лише пересуненій рівнобіжно до попередної. Заходить тепер питанє, що стало ся на границї самого заколоту? Лїнії сил не можуть бути там розірвані; мусить отже наступити там остре заломанє їх так, що они прибірають напрям своеї складової стичної. Бачимо отже, що наглий удар електрону о ціпку стіну спричаняє складову стичну сили електричної $\mathfrak{E}$.

Ширину заломаня δ приймаємо яко $f(t)$ і дуже мале. Тепер можна буде обчислити складову стичну сили електричної. Коли назвемо силу електричну стичну через $\mathfrak{E}_s$, а нормальну через $\mathfrak{E}_r$, тодї:

$$\frac{\mathfrak{E}_s}{\mathfrak{E}_r} = \frac{wt \sin \varphi.}{\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 43)$$

Сила $\mathfrak{E}_r$ в віддаленю r від електрону рівнає ся:

$$\mathfrak{E}_r = \frac{e}{r^2};$$

а що заколот в етері розходить ся зі скоростию w, то: $r = wt$, а тодї складова стична сили електричної:

$$\mathfrak{E}_s = \frac{ew \sin \varphi}{r \delta v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 44)$$

Сила електрична мусить спричиняти також силу маґнетну $\mathfrak{H}$, нормальну до неї і напряму розходженя ся їх обох.

З рівнань Maxwell'а для електромаґнетного поля в етері можна вивести, що:

$$\left.\begin{array}{r} \mathfrak{E} = [\mathfrak{v}\mathfrak{H}] \\ \text{і навідворот: } \mathfrak{H} = [\mathfrak{v}\mathfrak{E}] \end{array}\right\}$$

Позаяк $\mathfrak{E}$ стоїть нормально до $\mathfrak{H}$, то можемо пропустити [ ] і написати:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{v}\mathfrak{H}, \; \mathfrak{H} = \mathfrak{v}\mathfrak{E},$$

з чого: $\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{v}}.$

Вставляючи в послїдний взір вартість на $\mathfrak{E}_s$ з (44), дістанемо:

$$\mathfrak{H} = \frac{we \sin \varphi}{r \delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 45)$$

З зіставленя одержаних величин $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$, бачимо, що они є відворотно пропорциональні до віддаленя r, наколи перед забуренєм $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ були пропорциональні до r^2. З сего слїдує, що сила електрична та маґнетна в часї забуреня спричиненого ударом електрону о цїпку стїну є дуже велика. Чим меньше буде δ, тим інтензивнїйшою буде електромаґнетна сила заколоту. В такий спосіб утворений заколот в етері творить імпульсивну електромаґнетну филю, яка треває дуже коротко. Такі як раз филї є лучами Рентґена.

Обчисленє енерґії електромаґнетної імпульсу рентґенівского.

Знаємо, що енерґія електромаґнетного поля рівнаєсь:

$$W = \frac{1}{8\pi}\iiint(\varepsilon\,\mathfrak{E}^2 + \mu\,\mathfrak{H}^2)\,dv \;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad 46)$$

причім ε означає постійну електричну, а μ маґнетну. А що все відбуває ся в етері, то:

$\varepsilon = \mu = 1$, а рівнанє енерґії напише ся:

$$W = \frac{1}{8\pi}\iiint(\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2)\,dv.$$

При електромаґнетнім імпульсї маємо до дїла з филястою сферою, а в такій обі сили так електрична, як і маґнетна є собі рівні, отже: $\mathfrak{E} = \mathfrak{H}$, а тодї енерґія буде:

$$W = \frac{1}{4\pi}\iiint\mathfrak{H}^2\,dv.$$

По підставленю вартости за $\mathfrak{H}$ з (45) і по інтеґрованю над цїлим простором dv, доходимо, що енерґія рентґенівського імпульсу рівнає ся:

$$W = \frac{2}{3}\,\frac{e^2 w^2}{\delta}, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad 47)$$

де e, w, δ мають своє попереднє значінє.

З рівнаня 47) бачимо, що енерґія імпульсу стоїть в відворотнім відношеню до ширини імпульсу δ. Послїдна залежить від наглости задержаня електрону; чим наглїйше електрон задержить ся, тим меньше буде δ і тим більша буде енерґія електромаґнетного імпульсу. Коли δ прибере вартість $2a$ с. є. проміру електрону, тодї вся енерґія електрону випромінює; для імпульсів, яких $\delta > 2a$, часть енерґії випромінює, а часть зістане поглощена через цїпке тїло, о яке електрон ударяє.

Скорість розходженя ся лучів Рентґена[1]).

Коли проміні Рентґена є електромаґнетними филями анальоґічними до лучів сьвітла, в такім разї і скорість їх мусить рівнати ся скорости сьвітла $c = 3.10^{10}$ $cm.\ ssc^{-1}$. Перший раз піднялись оказати се експериментом Brunhes і Blondlot в р. 1902. Обчисленя їх опирались на йонїзацiї, спричиненій лучами X та тому є досить неточні. Доперва в р. 1906. E. Marx подав докладну методу обчисленя скорости тих лучів, так звану методу зерову, при помочи якої дійшов до результатів, що скорість X лучів $c = 3.10^{10} \frac{cm}{sec}$.

Інтерференция і угинанє лучів Рентґена.

Доказом на се, що лучі Рентґена є електромаґнетними филями, булоб вислїдженє для них інтерференциї і угинаня. Сам Рентґен[2]) старав ся відкрити згадані явища для них, однак працї єго були безуспішними. Передтим Fomm[3]) зауважав при фотоґрафованю лучів X переходячих через дуже вузку шпару оловяної плити темні пруги, які виглядали немов пруги при угинаню. При фотоґрафованю однак ширших шпар такого явища вже не завважав.

Докладне розслїдженє угинаня лучів Рентґена довершили Haga і Wind[4]) (1899. р.). Через клиновий отвір в видї букви V в досить грубій стінї з Al пустили они лучі X на фотоґрафічну клїшу (фіґ. 15. а). В такий спосіб одержали они на плитї фотоґрафічній образ анальоґічний до угинаня сьвітла (фіґ. 15. б). Оказались пруги на переміну, ясні і чорні, які до берегів ставались щораз яснїйші.

З сих дослїдів обчислили Haga і Wind довжину филї рентґенівських лучів, а іменно для лучів твердих $\lambda = 0{\cdot}18\mu\mu$, а для лучів мягких $\lambda = 0{\cdot}5\mu\mu$. Филя отже імпульсу Рентґена є 0·001 частиною фіолєтової сьвітляної филї.

Не вдалось однак ще до нинїшних часів відкрити анї відбиваня анї заломаня лучів Ренґена після законів, які подає оптика для сьвітла. Причина сего лежить мабуть в тім, що лучі X є филями дуже короткими і неперіодичними.

---

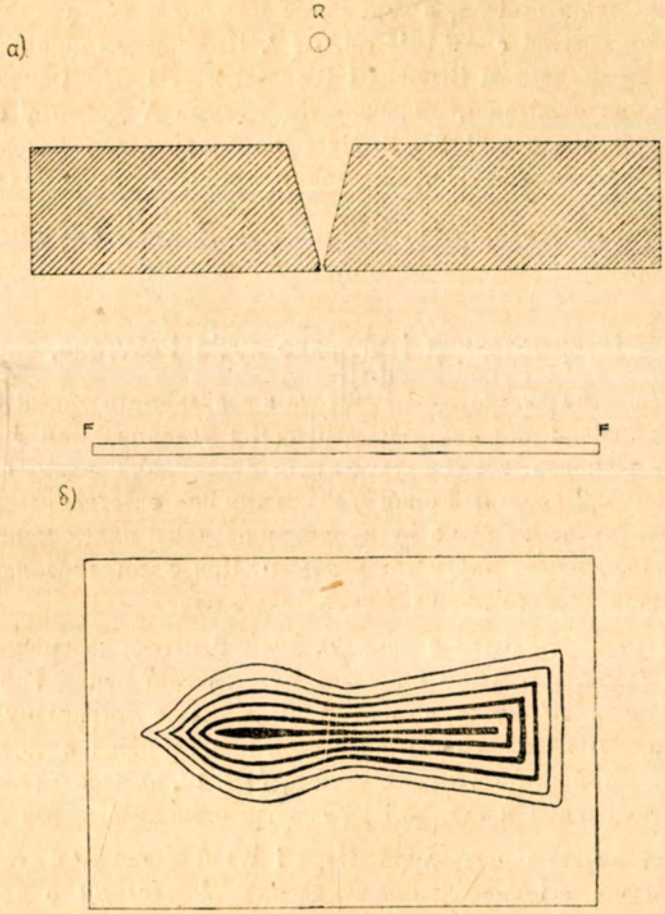
[1]) Bucherer: l c. §. 13. E. Marx: Phys. Zt. 1905. p. 768.

[2]) Röntgen: Ann. d. Phys. 1898, p. 18.

[3]) Fomm; Wied. Ann. 1896. p. 350.

[4]) Haga u. Wind: Wied. An. 1899. p. 884. Wind.: Phys. Zt. 1991. p. 292.

В р. 1907. відкрив Barkla 1), що лучі Рентґена оказують типовий рід поляризациї. Дві плити турмалїнові зложені навхрест є для них



фіґ. 15.

так само прозорими, як в положеню рівнобіжнім. Дальше доказує Barkla, що лучі Рентґена є поперечними дроганями етеру.

Лучі вторичні.

Як ми висше згадали, лучі трафляючи тїло в якім небудь станї, побуджають єго до висиланя так званих лучів вторичних.

---

1) Phil. Trans. 1905. G. Barkla, Polarised Röntgen radiation p. 467.

Dorn [1]), що їх слїдив, оказав, що они складають ся з трох родів лучів а іменно: 1) з лучів сьвітла позафіолєтового, 2) з лучів Рентґена та 3) в меньшій части з лучів катодових.

Повставанє лучів вторичних. Первісні лучі Рентґена — се імпульси о великій силї електричній і маґнетній. Такі імпульси дїланєм своїм зміняють стан рівноваги електронів в тїлї та спонукують їх до дрогань. В наслїдок сего повстають періодичні і неперіодичні дроганя, які мають бути лучами вторичними.

Проміні сьвітла позафіолєтового в лучах вторичних поясняють ся в сей спосіб: Імпульс рентґенівський вихилив з рівноваги електрон, який по кількох періодичних дуже коротких дроганях повернув знов до рівноваги. Коли однак імпульс первісний був так сильний, що надав електронови так велике прискоренє, що він дальше до первісного стану рівноваги вернути не може, тодї повстає луч катодовий. Лучі рентґенівскі в лучах вторичних повстають в сей спосіб, що: а) лучі катодові, які повстали в висше згаданий спосіб ударяють о атоми тїла та в сей спосіб творять жерело лучів Рентґена; б) електрон в наслїдок дїланя первісного імпульсу стає ся сам причиною лучів X через короткі та неперіодичні дроганя.

Що до прикмет вторичних лучів, то треба згадати, що они не в силї проникати тїла в такий спосіб, як лучі первісні, але за се є они лїпшим йонїзатором.

Лучі треторядні.

Через насьвітлюванє вторичними лучами плятинової плити удалось Sagnac'ови [2]) отримати треторядні лучі. Сей рід лучів вглотають тїла ще більше, як лучі вторичні. Sagnac заключає з сего дальше, що по кількоразовім повтореню сего процесу можнаб отримати лучі, які посїдалиби прикмети сьвітла. Однак до сего експериментом нїхто ще не дійшов; не удалось найти таких лучів Рентґена, котрі оказувалиби цїхи заломаня при переходї з одного тїла в друге.

Найновійша корпускулярна теория.

Проти іпульсової теориї лучів Рентґена виступив H. W. Bragg [3]) з іншою теориєю чисто корпускулярної натури. Після него рентґенівські лучі повстають в сей спосіб, що електрони в лучах катодо-

---

[1]) Dorn, Jubelband für A. H. Lorentz 1900.

[2]) I. I. Thomson l. c. p. 282.

[3]) W. H. Bragg, Phil. Mag. 1907. p. 429.

вих ударяючи о тіло ціпке відбивають ся і сейчас по відбитю невтралізують ся з додатними йонами, які повстали в наслїдок йонізациї ґазу в трубцї лучами катодовими. Остаючи при повисшім погляді, можна так само добре пояснити прикмети лучів X під заложенєм, що всякі молєкулярні сили є електромаґнетної природи. Погляди Bragg'а підтримують також проби Frank'а і Pol'а над скоростию рентґенівських лучів. Повторили они щераз дослїд E. Marx'а та переконались, що послїдним годї приписати скороси сьвітла. Однак й ся послїдна теория Bragg'а є також не без закидів; котра з них двох, чи імпульсова, чи корпускулярна теория побідить, покаже будучність.

ЧАСТЬ II.

Радіоктивність[1].

(Лучистість).

Відкритє Бекереля.

Флюоресценция, яка виступає під діланьєм, лучів Рентґена на деяких тілах, була товчком до нових слїджень які мали оказати, чи емісия згаданих лучів не стоїть в якійсь зьвязи з флюоресценциєю. Вже в р. 1896. Henry завважав, що сірчан цинку насьвітлений сьвітлом сонця ділає на плиту фотоґрафічну сховану в алюмінїову касетку. Подібні дослїди зробили також Невенґльовский і Troost, перший з сїрчаком вапу, а другий з сїрчаком цинку. Опісля Г. Бекерель відкрив, що уранова сіль насьвітлена сонїшним сьвітлом чорнить фотоґрафічну плиту навіть через досить грубий папір. Ділане се приписував Бекерель флюоресценциї. Таку саму пробу повторив він щераз, але без попередного насьвітлюваня та отримав такий самий результат. Щоби однак переконати ся, чи се ділане не було спричинене попередним насьвітленєм, розпустив Бекерель в водї кристал уранового азотану в темнотї; се опісля кристалїзувало також в темнотї. Таким способом одержаний уран

---

[1] I. I. Thomson: Elektricitätsdurchgang in Gasen 1906. p. 283—366; Fr. Soddy Radioaktivität: Üb. v. Siebert 1904.; Rutherford: Radioaktivität üb. v. Aschkinass 1907.

зовсім нефлюоризуючий ділав також в темноті на фотографічну плиту. Соли уранові були також чинними. Дїйство се лучів приписав Becquerel вже не флюоресценциї, але самій прикметї металю. Уран та его сполуки, які цїлими місяцями не бачили сьвітла, чорнили фотографічну плиту.

Becquerel пізнав з сего, що має до дїла з якимсь новим родом темних лучів, які шле уран, та які дїлають хемічно. Дальші проби показали, що сї лучі йонїзують ґази, через які переходять; електроскоп наряджений тратить свій наряд в наслїдок їх дїланя без огляду на се, чи наряд був додатний чи відемний. Показалось, що нові лучі переходять через тїла цїпкі пр. тонкі бляшки плятинові, дерева і т. і. Тїла спосібні до флюоресценциї флюоризують ясно під дїланем лучів урану. Сей рід лучів називаемо нинї лучами Becquerela; тїла однак, що висилають лучі анальоґічні до уранових звемо тїлами радіоактивними або лучистими, а їх свійство радіоактивностию або лучистостию [radius = луч].

Тїла радіоактивні (лучисті).

На відкрите Becquerela звернуло увагу богато фізиків; они слїдили, чи нема більше тїл радіоактивних, чи може се малаби бути лише прикмета урану та его хемічних сполук.

В р. 1898. відкрив Schmidt, що тор та его хемічні сполуки висилають також такі самі лучі темні, як уран. — Дальші розслїди роблено не лиш над ураном і тором, але також і над мінералами, в яких склад входили згадані первні. Так оказалось, що богато з тих мінералів перевисшають своею радіоактивностию уран мимо сего, що він находить ся в їх складї в дуже малій скількости. Деякі з тих мінералів оказали 2, 3, 4 а навіть 8 разів сильнїйшу радіоактивність, чим уран; пр. мінерал автуніт (ураново-вапований фосфорак) був так само радіоактивний, як чистий металїчний уран, а хальколїт (ураново-мідяний фосфорак) перевисшав лучистостию уран $2^1/_2$ разів. Уранова живиця, викопана в Чехії в Йоахімсталю оказувала 4 рази більшу радіоактивність від урану. Панї Curie впала на здогад, що в наведених висше мінералах і їх сполуках мусить находити ся якась материя, якийсь новий первень, який є о много сильнїйше радіоактивний чим уран. Она піддала разом зі своїм мужем Петром Curie основній хемічній аналїзї живицю уранову; они відділили ріжні первнї що в нїй находили ся, та мірили радіоактивність кождого з окрема. Насамперед виділили они якусь субстанцию, що оказувала зовсїм прикмети вісмуту о 100 разів сильнійшій лучистости від урану.

Досліди над чистим вісмутом не доказали єго радіоактивности; тодї п-ство Curie догадувались, що жерелом радіоактивности не є вісмут, але якийсь новий первень получений з ним, якого з початку не удалось відділити хемічно від вісмуту. Сему первневи надала Curie назву польон.

Виділений через Curie в спілцї з Bemont'ом з уранової живицї бар оказав ся дуже радіоактивним, наколи сам бар, як й єго соли металїчні не оказують такої прикмети. Мусить отже бар виділений з уранованої живицї бути в хемічній сумішцї з якимсь новим сильно активним первнем. Сей незнаний нікому первень назвали они радом (Radium) і означили єго *Ra*. Первень сей є дуже подібний до бару, але своєю радіоактивностию перевисшає уран мілїон разів. З початку виділити єго з чинних препаратів радових було дуже тяжко. аж опісля удалось отримати єго в в виді хльораку радового ($RaCl_2$). Giesel знов отримав рад з чинних препаратів в виді радового бромаку ($RaBr_2$).

В р. 1899 найшов Debierne в йоахімтальскій живицї радіоактивний первень, який він назвав актином (Actinium). Опісля в р. 1900 стали Hoffmann і Strauss вказувати, що хемічні сполуки олова з уранової живицї є також радіоактивними (Radioblei). Rutherford однак уважає се за продукт розкладу раду *Ra-D* (о чім ще буде низше).

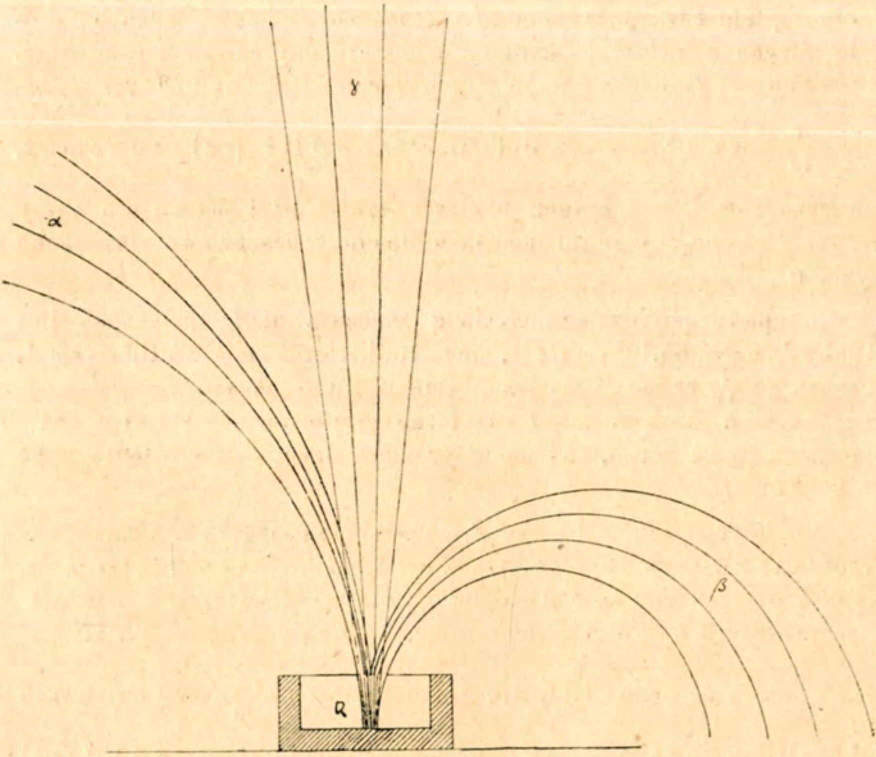
Слїджена за тїлами радіоактивними довели отже до відкритя нових первнїв: польону, раду та актину. Для провіреня дійсного істнованя сих первнїв піддано їх аналїзї спектральній. Сим заняв ся передовсїм Damarçay, а також Runge. Перший відкрив дуговину раду; се вказує, що істнованє раду яко нового первня не дасть ся оспорити. Але для польону і актину не удалось найти дуговин, а тим самим годї говорити рішучо на певно про їх істнованє.

Після дуговини раду схарактеризовано його яко первень, що своїми прикмелами нагадує зовсїм бар та якраз тому належить зачислити єго до ґрупи земель алькалїчних. Тягар атомовий ряду виносить 225. Під сим зглядом займає рад трете місце між радіоактивними первнями: уран 238, тор 232, рад 225. Вартість хемічна раду 2 (пр. $RaCl_2$). Giesel оказав експериментом, що хльорак раду красить полумінь карміново-червоно.

Проф. Марквальд в аналізованю уранової живиці відкрив нове радіоактивне тїло, яке назвав радіотелюром (Radiotellur) тому, що оно під зглядом хемічним оказалось дуже схоже до самого телюру, який зовсім не оказує прикмет радіоактивности. При помочи ріжних хемічних реакций удалось Марквальдови віддїлити часть лучисту від самого телюру. Найновійші однак досліди показали, що радіотелюр, се — те саме, що польон, а Rutherford уважає його за продукт розкладу раду *Ra-E*.

Природа лучів тїл радіоактивних.

Вже з самого початку було дещо згадане про цїхи лучів урану. Лучі тїл радіоктивних не є явищем однородним, але творять они проміньоване досить зложене. Возьмім під увагу препарат радовий в начиню з олова *Q* (фіґ. 16.) в сильнім маґнетнім поли, ви-



фіґ. 16.

творенім сильними електромаґнетами. Маґнетні лінії сил стоять нормально до розходженя ся лучів раду. В наслідок діланя електромаґнету лучі раду ділять ся на три галузи. Один рід лучів відклонює ся так, як лучі катодові, зачеркуючи дорогу колову. Другий рід відклонює ся в сторону противну до попередних, але не так сильно. Третий рід зовсім не зміняє свого напряму в наслідок діланя маґнету.

З огляду на повисше захованє ся лучів раду в маґнетнім поли, Rutherford розріжняє в них три головні типи лучів, які він назвав початковими буквами грецької азбуки: лучі α, β, γ.

1). Лучі α становлять головну часть проміньованя і є анальоґічними до лучів каналових. Представляють они отже рух додатних йонів виходячих з радіоактивного тіла. В наслідок діланя поля маґнетного, або електростатичного відклонюють ся они незначно в сторону бігуна полудневого маґнету, або в сторону відємної електроди. З відклоненя їх в поли маґнетнім обчислив Des Coudres, що відношенє $\frac{e}{m} = 6{\cdot}4.10^3$, а після Rutherforda $\frac{e}{m} = 6.10^3$ *(em)*. Се вказує, що маса додатних частинок рівнаєсь майже масі звичайного атому водня. Сим можна легко пояснити причину незначного відклоненя лучів α.

Скорість розходженя лучів α виносить після обчислень Des Coudres'a $v = 1{\cdot}65.10^9\ cm\ sec^{-1}$, після Rutherforda знов $2{\cdot}5.10^9\ cm\ sec^{-1}$, значить ся $\frac{1}{10}$ скорости сьвітла. Однак мимо досить великої скорости лучі α ділають ледви на кілька міліметрів, бо всі тіла вглощають їх дуже легко, так що картки звичайного паперу они майже не переходять.

2). Другий тип, а се лучі β, дадуть порівнати ся з лучами катодовими; є се отже рух свобідних електронів з тіла радіоактивного. Характер відхиленя їх в наслідок діланя поля маґнетного або електростатичного є зовсім такий самий, як у лучів катодових. Опираючись на сім обчислив Rutherford, що відношенє $\frac{e}{m}$ рівнає ся близько 10^7 *(em)*, а Kaufmann подав єго в границях від $(1{\cdot}21$ до $0{\cdot}83).10^7$ *(em)*

Скорість розходженя ся лучів β після помірів Becquerel-а виносить $v = 1{\cdot}6.10^{10}\ cm\ sec^{-1}$, а після Kaufmann-а в границях: $(0{\cdot}79\ldots2{\cdot}83)10^{10}\ cm\ sec^{-1}$ с. є. около $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$ скорости сьвітла. Велика ся скорість лучів β не позваляє легко на їх абсорбцию тілами на які падуть. Глин, дерево, тканки зьвірячого тїла і т. п. майже їх пропускають; сею саме прикметою ріжнять ся мнимо лучі β від лучів катодових.

3). Третий тип, а се лучі γ, є зовсїм не вразливі на дїланє сил маґнетних і електростатичних; відзначають ся они дуже великою силою проникапя через тїла цїпкі. Лучі ті є аналоґічні до твердих лучів Рентґена; є то отже електромаґнетні филї імпульсові, неперіодичні та дуже короткі. Лучі Рентґена повстають при ударі лучів катодових о тверду стїну; чим більша була скорість лучів катодових, тим сильнїйші були імпульси рентґенівські. Лучі γ повстають при ударі лучів β о атоми радіоактивного тїла, удар такий слїдує нагло і дуже скоро; а що скорість лучів β є більша як скорість лучів катодових, тому лучі γ є більше інтензивнїйшими імпульсами, як імпульси Рентґена. Легко буде тепер пояснити їх велику силу проникання через тїла цїпкі, о много більшу як лучів Рентґена. Rutherford дослїдив, що лучі γ по переходї через 7 *cm* олова, 19 *cm* желїза і 150 *cm* води ослабляють ся о 1%.

В р. 1904. виступив Paschen з новим поглядом на лучі γ. Після него лучі γ — се також рух електронів, які порушають ся зі скоростию сьвітла та якраз тому не зміняють свого напряму під дїланєм сил маґнетних і електростатичних. Погляд сей однак стратив на значіню, коли I. I. Thomson доказав, що лучі γ не несуть з собою нїякого наряду електричного.

Проти імпульсової теориї лучів γ виступив в найновійших часах W. H. Bragg [порівнай при теориї лучів Рентґена]. Після него лучі γ не є імпульсивної природи, але корпускулярної. Лучі γ повстають в сей спосіб, що часть лучів β відбиває ся від невтральних атомів радіоактивного тїла, а опісля невтралїзують ся з додатними частинками.

4). Крім сих трох типів лучів відкрив I. I. Thomson ще четвертий тип лучів у тїл радіоактивних, які він назвав лучами δ. Лучі ті виходять з радіоактивного тїла в сумішцї з лучами α та дїлають на дуже малий простір. Відси треба вносити, що маса тих частинок, які становлять їх суть, рівнає ся масї йонів при електролїзї; лучі δ належать поки що до найменьше розслїджених досї лучів радіоактивних тїл.

Не всї однак тїла радіоактивні висилають всї згадані роди лучів. Головну часть проміньованя творять лучі α і β. Один рад висилає всї роди лучів; польон шле лише лучі α, тор α, β, уран α, β, δ, радіотелюр лише α, актин рівнож лучі α. Послїдна цїха залежить головно від віку, а також і від хемічного складу тїла.

Дїланя лучів Бекереля.

Дїланя лучів Бекереля дадуть ся подїлити на дїланя: а) електричні, б) хемічні, в) оптичні, г) термічні, ґ) фізиольоґічні та д) механїчні.

а). Електричні дїланя лучів становлять дуже важну часть в радіоактивности. Явищем сим є *йонїзация тїл* через лучі α, β, γ.

Найлїпшим чинником в сїм случаю оказались лучі α, що мимо своєї досить великої маси посїдають велику енерґію руху. Они не йонїзують грубої верстви воздуха, як лучі β і γ, але за се йонїзують її сильно. Лучі радіоактивних тїл трафляючи ґаз або яку іншу субстанцию розбивають своєю енерґією єго атоми на електрони і додатні йони. З кождого cm^3 ґазу витворить ся тодї якась скількість йонів додатних і відємних пр. q. Колиб нїчо більше не дїлало на явище йонїзациї, тодї мусїлоби слїдувати постійне побільшуванє ся йонів з часом, так, що коли скількість хвилева йонів буде n, а лучі Бекереля дїлають рівномірно, малибисьмо тодї:

$$\frac{dn}{dt} = q$$

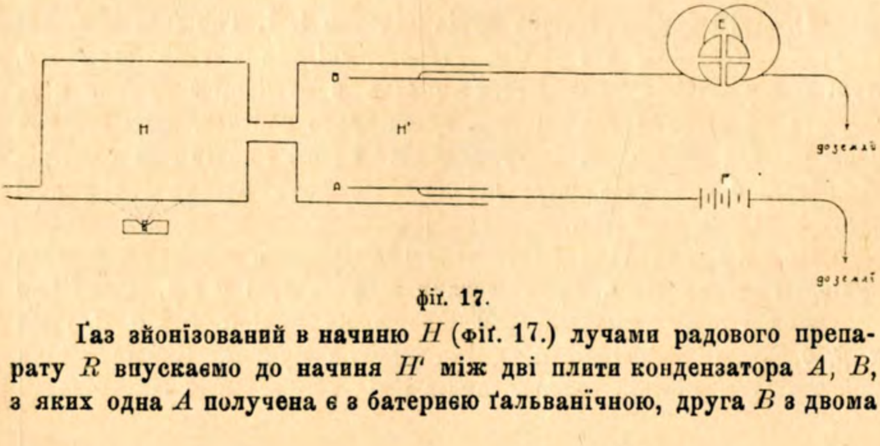
або:

$$n = qt + const.$$

Постійну означимо в сей спосіб: для $t = 0$ маємо $n = 0$, отже $const = 0$; остає:

$$n = qt.$$

Йонїзация отже слїдувалаб в безконечність, мусить проте бути якесь явище, яке єї противдїлає. Що таке явище істнує, можемо переконати ся в сей спосіб:



фіґ. 17.

Ґаз зйонїзований в начиню H (фіґ. 17.) лучами радового препарату R впускаємо до начиня H' між дві плити кондензатора A, B, з яких одна A получена є з батериєю ґальванїчною, друга B з двома чвертками елєктрометру квадратнового; дві інші чвертки екєктрометру сполучені з землею. Коли йонів між плитками не було, тодї елєктрометр не оказував нїякого току. Присутність йонів справляє се, що сказівка елєктрометру відклонює ся.

Наколи через якийсь час свіжого воздуха з H не впускаємо до H', тодї сказівка елєктрометру вертає знов до первісного положеня; се сьвідчить, що вже зникли йони в ґазї с. є. зневтралїзовались в молєкули. Бачимо отже, що є явище, яке противдїлає йонїзациї, явище невтралїзованя ся йонів додатних і відємних, яке називає ся рекомбінациєю. Явище се виступає при стрічи йону додатного з елєктроном; число стріч йонів буде тим більше, чим більша буде скількість йонів.

Робимо при тім застереженє, що рівно богато маємо йонів додатних і елєктронів. Скількість стріч йону додатного з відємними буде пропорциональна до густоти послїдних; так отже скількість стріч елєктрону з йонами додатними буде пропорциональна до густоти елєктронів. З огляду на се і на попереднє застереженє рекомбінация буде пропорциональна до квадрату числа хвилевого йонів n, отже: αn^2.

Треба проте узглянути також рекомбінацию при зрості йонїзациї, отже:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2$$

причім q і α є постійними. Інтеґруючи се рівнанє, дістанемо:

$$\int \frac{dn}{q - \alpha n^2} = \int dt + const$$

або:

$$\frac{1}{2\sqrt{q}} \log \frac{\sqrt{q} + n\sqrt{\alpha}}{\sqrt{q} - n\sqrt{\alpha}} = t + const.$$

З послїдного взору можемо означити n. Именно:

$$\sqrt{q} + n\sqrt{\alpha} = (\sqrt{q} - n\sqrt{\alpha})\, e^{2\sqrt{q}(t + const)}$$

або:

$$n\sqrt{\alpha}(1 + e^{2\sqrt{q}(t + const)}) = \sqrt{q}(e^{2\sqrt{q}(t + const)} - 1),$$

а звідси:

$$n = \sqrt{\frac{q}{\alpha}}\, \frac{Ce^{2\sqrt{q}t} - 1}{Ce^{2\sqrt{q}t} + 1}.$$

Крім рекомбінациї треба ще узглянити також дїланє току елєктричного, який повстає в наслїдок ріжниці потенциялів V обох плиток кондензатора. Ток спричиняє також зменшуванє ся скількости йонів. Назначім через i натугу току с. є. скількість елєктричности, яка в 1 *sec* перепливає через 1 cm^2. Наколи наряд йону значити-мемо через e, тодї на кождий cm^2 в одиниції часу припаде $\frac{i}{e}$ йонів. Приймім, що віддаленє обох плит кондензатора виносить l cm, то скількість йонів $\frac{i}{e}$ роздїлять ся на l cm^3, а на 1 cm^3 припаде їх $\frac{i}{el}$. Послїдна величина вказує нам скількість йонів, яка убуває в наслїдок дїланя току елєктричного i. — Рівнанє, яке характеризувалоб нам явище йонїзациї буде тепер виглядати ось так:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2 - \frac{i}{el}. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Скорість йонів після I. I. Thomsona має бути пропорциональна до спаду потенциялу. Заложенє се, є те саме, що при електролізі, де йони пересувають ся пропорционально до сили, с. є. спаду потенциялу. Для ґазів закон сей буде також важний, але лише в нормальних умовах с. є., коли ґаз є мінїмально розріджений. Назвім скорість йонів додатних v, скорість елєктронів u; з огляду на повисше заложенє напишемо:

$$v = v_p \frac{V}{l}$$

де v_p означає скорість йону додатного в одиничнім полї, а $\frac{V}{l}$ спад потенциялу. Анальоґічно:

$$u = u_n \frac{V}{l}$$

при чім u_n означає скорість елєктрону в одиничнім полї.

В одиниції часу пересуне ся через 1 cm^2 перерізу n йонів о нарядї e зі скорости v_p або u_n. Спад потенциялу буде тодї:

$$n(v_p + u_n) \frac{V}{l},$$

а ток елєктричний назначить ся так:

$$i = ue\ (v_p + u_n) \frac{V}{l}. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

З комбінациї рівнаня 1) з 2) дістанемо:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha \frac{i^2}{\left[e\,(v_{\text{p}} + u_{\text{n}}) \frac{V}{l} \right]^2} - \frac{i}{el}.$$

Коли наступить стан рівноваги, тоді:

$\frac{dn}{dt} = 0$, отже:

$$q = \frac{i^2 \alpha}{\left[e(v_{\text{p}} + u_{\text{n}}) \frac{V}{l} \right]^2} + \frac{i}{el} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

або:

$$q = \frac{i}{el} \left[\frac{\alpha i}{e(v_{\text{p}} + u_{\text{n}})) \frac{V^2}{l^3}} + 1 \right] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad 3a).$$

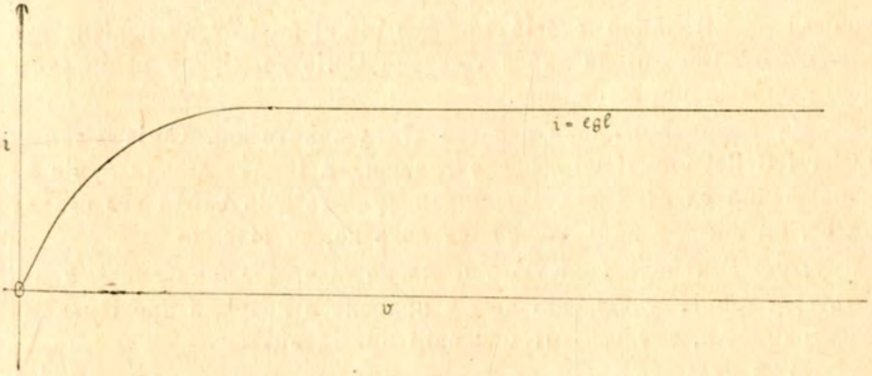
Приймім, що V є дуже мале, тоді можемо другий склад лївої сторони пропустити при складї першім; таким способом:

$$i = e\,(v_{\text{p}} + u_{\text{n}}) \sqrt{\frac{q}{\alpha}} \cdot \frac{V}{l}; \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 4)$$

значить ся, що для малих V натуга току i є пропорциональна до сили електромоторичної $\frac{V}{l}$, значить ся право Ohma остане в сїм случаю.

Коли однак V росте так що, $\lim V = \infty$, тодї перший склад рівнаня 3a) лївої сторони можемо без ошибки пропустити, а вираженє для току напишемо:

$$i = elq \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 4a)$$



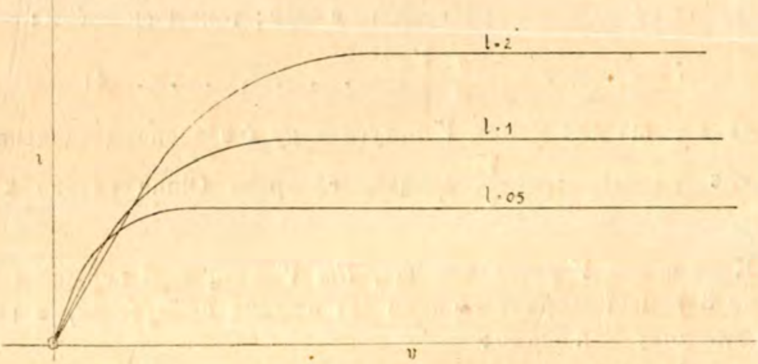
фіг. 18.

Дісталисьмо ток, який не залежить від ріжниці потенциялу V; мимо зросту V ток сей остане все постійним. Такий ток електричний називаємо **током насичения** (Sättigungsstrom). Як бачимо зі взору, ток сей зависить лише від скількости йонів витворених йонізатором.

Обираючи вісь x-ів (фіґ. 18.) прямокутного укладу сорядних за V, а вісь y-ів за i, можемо ґрафічно представити залежність i від V. Дістанемо тоді криву II-го ряду, яка з початку росте лінійно, а опісля для току насиченя дістає напрям рівнобіжний до V.

Коли будемо зміняти віддалене обох електрод l, тоді при великім V і l ток буде сильнійшим, як ток при такім самім V, а меньшім віддаленю l (фіґ. 19). Йони тоді вже зовсім не рекомбінують ся, лише зараз по витвореню сейчас осїдають на електродах.

Поміри сили току насиченя позваляють нам обчислити скількість витворених йонів q; скількість ся є пропорциональна до сили йонізатора. В такий спосіб можемо ріжні йонізатори порівнувати між собою. Сеї методи якраз уживала Curie до міреня радіоактивности нововідкритих первнів.



фіґ. 19.

До викритя радіоактивности тїл уживали пп. Curie а також Elster і Geitel іншої методи електричної, а іменно дїланя лучів на наряджений електроскоп. Послїдний тратить свій наряд без огляду на се, як він був наряджений, чи додатно, чи відємно.

Лучі Бекереля йонізують не тілько ґази, але також течі, а навіть тіла цїпкі; у тїл, які вже з природи є добрими провідниками електричности, зменьшають они опір провідництва.

б). З найбільше звісних хемічних дїлань лучів Бекереля є чорнене плити фотоґрафічної, через що передовсім сам Бекерель вислідив радіоактивність урану. Найліпше ділають в сім случаю лучі γ, так як они найбільше переходять через тіла ціпкі; в меньшім степени ділають лучі β, а наименьше α.

Препарат радовий переховуваний в склянім начиню спричиняє закрашенє его на фіолетово або брунатно. Закрашенє се уступає доперва при огрітю, причім слідує явище термолюмінісценциї.

В наслідок діланя лучів раду переміняє ся кисень в озон так, як се діє ся при розрядженю кондензатора. Білий папір, в якім був завинений радовий препарат, жовтіє, а опісля червовіє та стає крихким. Розпущений бромак раду в воді розкладає воду на водень і кисень. Соли гальоідальні барвлять ся під діланем лучів раду не лише на зверх, але і у внутрі.

в). Лучі радіоактивних тіл спричиняють флюорисценцию тіл подібно як лучі катодові і Рентґена. Картон паперовий потягнений цианяком бароплятиновим сьвітить ясним сьвітлом. Діямант та іньші дорогі каміня сьвітять в сусідстві раду.

Коли зближимоєь з радовим препаратом до висше згаданого картону, тоді в віддаленю 2 m зачинає картон сьвітити слабим сьвітлом, яке зі зближенєм препарату стає сильнійшим, аж в кінци переходить в інтензивне сьвітло. Явище се вказує, що всї три роди лучів беруть участь в викликуваню флюоресценциї, але на ріжні материї декотрий тип лучів ділає сильнійше, а інший слабше, так пр. на згаданий цианяк ділають передовсїм лучі β.

Цікавим явищем є флюоресценция сїрчану цинку (тзв. бленда Sidot'a) під діланєм лучів α: ту не виступає сьвітло тягле. Вдивляючи ся через люпу в таку флюоресценцию відносимо вражінє, немовби поодинокі точки нагло засїяли і знов гасли. Явище се можна дуже добре оглядати в апаратї Stockes'а т. зв. спінтарископі Таку флюоресценцию називаємо блимаючою флюоресценциєю, або блиманєм (Scintillieren, scintellierende Fluoreszenz).

г). В р. 1903. відкрили Curie і Laborde, що рад виділює постійно тепло; з сего слідує, що рад мусить мати висшу температуру від окруженя. Giesel відкрив своїм специяльним апаратом, що підвисшенє се виносить около 5°C над температуру окружаючого воздуха. При помочи кальориметру Бунзена удалось обчислити скількість витвореного тепла. Показало ся, що 1 g раду виділює з себе в 1 годинї близько 80 малих кальорий; така сама скількість кальорий заміняє 1 g леду на воду, отже 1 g раду може своїм теплом стопити в 1 годинї 1 g леду на воду. Скількість витвореного радом тепла перевисшає всяке тепло, яке повстає навіть при най сильнійших хемічних реакциях.

Витворюванє ся тепла з тїл радіоактивних на разї не має нїякого практичного приміненя, однак можна з сеї прикмети радіоактивних тїл зробити деякі заключеня що до віку нашої землї. — Після обчислень фізиків (Lord Kelvin, Tait), які приймали, що степенне остудженє землї повставало в наслїдок браку внутрішного допливу тепла, мусїлаб она перед яких 10 або найвисше 15 мілїонами лїт находити ся в станї плиннім. З другої знов сторони біольоґи та ґеольоґи обчислили на підставі своїх дослїдів, що вік землї виносить далеко більше а іменно до 200 мілїонів лїт.

Коли однак возьмемо під увагу, що земля у своїм нутрі посїдає чимало первнів радіоактивних, які витворюють постійно тепло, яке спричиняє опізненє в остудженю кори земскої, тодї обчисленя наші будуть годитись з обчисленями ґеольоґів; вік нашої землї не перевисшає числа 10^9 або 10^{10} лїт.

Упадає також і сей арґумент фізиків, що сонце від 20 мілїонів лїт огріває землю, коли розважимо, що сонце без найменьшого сумнїву посїдає богато раду, отже жерело постійного тепла, якого вік перевисшає числа всяких обчислень.

Тепло яко енерґія само з себе повстати не може, а в сїм случаю також і окруженє не може єго витворити, бо має температуру о много низшу; енерґія ся мусить походити з якоїсь внутрішної переміни в атомах.

ґ). Неменьше цїкаві є фізіольоґічні дїланя лучів раду. Проф. Curie зробив на собі самім постереженє, що рад дїлаючи довший час на наскірок спричиняє сильні запаленя єго, які гоять ся дуже поволи, бо аж по чотирох місяцях. Наслїдки сї однак не слїдують зараз по дїланю, доперва аж по якімсь часї, що дослїдив Бекерель на собі самім. Носив він через 6 годин кілька дециґрамів чинного препарату раду в кишені від камізельки. По 10 днях дістав він в тім місци сильне запаленє наскірка, рана згоїла ся аж по 49 днях.

Коли до прижмуреного ока в темнотї зближимо препарат раду, тодї дістанемо вражінє, немовби ми находили ся в ясно осьвітленій комнатї. Походить се в наслїдок флюоресценциї сїтчанки ока під дїланєм лучів ряду. Після Himstedt'а і Nagel'а ціле око має флюоризувати. Слїпі, що мають здоровий нерв очний, дізнають під дїланєм лучів раду вражіня сьвітла; однак щоби слїпим привернути на ново здоровий зір, о сїм годї й говорити.

Лїкар Daulos слїдив, чи не можнаб ужити лучів раду яко лїку до деяких скірних недуг і дійшов до пізнаня, що під тим зглядом є їх дїланє подібне до лучів Рентґена. Мають они з дуже добрим успіхом лїчити рака і т. п. Наука о приміненю лучів раду в медицинї становить навіть осібний дїл т. зв. радіотерапію.

Показало ся також, що лучі Бекереля нищать всякі мікроорґанїзми і бактериї, а навіть на більше зорґанїзовані зьвірятка дїлають смертельно. Миши, жаби та морскі свинки гинуть виставлені через довший час на дїланє згаданих лучів немов спаралїжовані. Після Giesel'а листє ростин жовкне під лучами раду, а потім розпадає ся на дрібні куснї.

д). До механїчних дїлань лучів Бекереля треба зачислити передовсїм рух частинок матеріяльних лучів α, β. Праця ся обявляє ся в силї переходженя лучів β через тїла цїпкі; механїчних дїлань лучів α безпосередно постеречи не можна. Вложім до рурки скляної невеличку скількість раду і заклепім єї; тодї як лучі β і γ в наслїдок своєї великої енерґії кінетичної перейдуть через скло рурки, так лучі α не в силї вдїяти сего; повстане отже внутр рурки надмір додатного наряду, який буде проявляти ся в видї напору електростатичного на стіни рурки. Сей напір зросте з часом так сильно, що тисненє атмосферичне і скло не в силї єго зрівноважити. Тодї скло рурки пукне.

Іньший примір дїланя механїчного лучів тїл радіоактивних представляє т. зв. perpetuum mobile Strutt'a. Полягає се на слїдуючій основі: на електроскоп падуть лучі раду; в наслїдок дїланя лучів β електроскоп наряджає ся, отже листки алюмінїові розхилять ся, аж доки не дїткнуть ся скляної стїни, полученої з землею. Тодї він тратить наряд, а листки знов опадають. Процес сей повтаряє ся дальше.

Еманация радіоактивних тїл.

Rutherford відкрив, що тор висилає крім лучів α і β якусь субстанцию немов якийсь ґаз, котра оказалась також радіоактивною. Сю ново-відкриту материю назвав він еманациєю. Dorn відкрив, що рад висилає також якийсь рід еманациї. Те саме вислїдили майже рівночасно пп. Curie для раду і назвали єї exradio. Актин посїдає також свій рід еманациї. Не удало ся однак викрити єї для урану — а польон зовсїм єї не має. О скілько еманациї згаданих первнів радіоактивних виріжняють ся між собою, то се питанє ще отверте. Досї найбільше розслїджено еманацию раду.

Згадалисьмо вже на самім початку, що еманация має прикмети ґазу. Так само, як ґаз старає ся еманация виповнити весь простір;

струя воздуха може єї перенести з одного місця в друге. Анальоґічно до ґазу еманация дифундує через дїрковаті тїла та інші ґази. Зі скорости дифузиї Rutherford і Miss Brooks обчислили густоту еманациї раду = 80 (коли водень приймаємо за одиницю). При зміні тисненя, обєму і температури заховує ся еманация так, як сего вимагають закони для ґазів (закон Boyle'a-Charles'a-Gay-Lussac'a). Rutherford і Soddy виказали, що анї висока температура анї іскра електрична не впливають на зміну хемічного характеру еманациї. Під сим зглядом треба зачислити еманацию до групи ґазів благородних. З огляду на се молекули еманациї мусять бути одноатомові; знаючи се і густоту еманациї можемо обчислити тягар атомовий єї = 160.

Еманация дає ся також згущувати, що зробили Ramsay і Soddy при помочи плинного воздуха (—192°*C*); показало ся, що еманация раду цїпенїє в температурі — 150°*C*, а еманация тору в границях від — 120°*C*. Rutherford і Soddy переконались о тім експериментально. Струя воздуха з окруженя радіоактивного первня була також активною. Сей воздух зібрали они в рурку скляну і вложили до начиня з плинним воздухом. Тодї воздух зі згаданої рурки не був вже чинним, але не було в нїм частинок еманациї; они мусїли в наслїдок сильного остудженя сцїпенїти. Опісля по огрітю рурки воздух оказував знов активність як вперед; отже частинки еманациї стали знов молекулами ґазовими.

Не менше цїкавим є факт, який вказує на велику силу дїланя еманациї. Curie і Debierne удало ся еманацию так як який небудь ґаз зібрати в маленькій скількости і ізолювати в скляній фляшцї. Скло тодї зовсїм почорнїло. Се вказує як раз на велику силу еманациї.

Кожда частинка радіоактивного тїла видає еманацию. Навіть з соли раду або тору она витворює ся; однак до воздуха не дістає ся, але громадить ся там в більшій скількости. Коли таку радіоактивну сіль розпустимо в водї, тодї слїдує сильне видїлюванє еманациї, яка нагромадила ся була внутр тїла. Таку еманацию можна вигнати з води або через огрітє послїдної до кипіня, або через перепровадженє воздуха через воду. Нагромаджену еманацию внутр соли можна вигнати також через сильне огрітє.

В р. 1904 хотїли Ramsay і Soddy витворити дуговину еманациї раду. В тїй цїли видїлили они еманацию з розчину радового бромаку, який мав в собі 30 *mgr.* чистої соли. По усуненю отже водня і кисня осталась лише якась скількість ґазу, яка давала дуговину безводника угляного, а коли і сей усунено через вимороженє плинним воздухом, осталась лише часть еманациї, яка давала в дуговині лінію D_3 характеристичну лише для знаного вже ґазу, а се гелю. По кількоразовім уважнім повтореню сеї проби отримано цілковиту дуговину гелю. В такий спосіб отримана з раду еманация перетворює ся по кількох днях в знаний первень, гель. Маємо ту перетворюванє одного первня — раду в другий — гель. Ramsay'ови і Soddy'ому удало ся отриманий гель навіть ізолювати. Новоотриманий первень не оказував вже ніяких слідів радіоактивности. Гель є отже продуктом розкладу раду. Вислідом тим можна пояснити і се, що гель знаходжено досї також в мінералах, в яких знаходить ся уран і тор.

Коли еманация стріне ся з водою, тоді — після досьвідів Ramsay'а, переходить она місто в гель в другий благородний ґаз, а се неон; колиж еманация стріне ся з розтвором сірчану міди, то — як сконстатував Ramsay — еманация переходить в арґон, а останок сірчану міди виказує лінію літу. Сї явища вказивалиби на можливість переміни (трансмутациї) первнів.

Індукована радіоактивність.

Rutherford постеріг, що тіла виставлені на ділане еманациї тору самі стають радіоактивні. Майже рівночасно вислідили те саме Curie на еманациї раду. Явище се називаємо індукованою радіоактивностию. Сила єї зовсїм не залежить від природи тіла, яке єї набуває. Папір пр. виставлений на ділане торової або радової еманациї стає так само радіоактивний, як тор і рад, але тілько часово.

Індукована радіоактивність витворює ся передовсїм на тїлах відємно наелектризованих. Коли еманация находить ся в замкненім начиню, в якім находить ся дріт о відємнім нарядї, тодї еманация громадить ся на нїм; дріт сей опісля набуває радіоактивности. Явище се вказує, що еманация мусить повставати з додатних частинок (лучів α). Матеріяльні частинки еманациї осїдають на тїлї, яке трафляють і творять в сей спосіб радіоактивну верству; однак частинки еманациї є так нїжні, що навіть найдокладнїйші ваги не з силї були відкрити утрати на вазї радіоактивного тїла анї приросту ваги тїла о індукованій радіоактивности.

Індукована радіоактивність тору ріжнить ся від радової. Активність еманациї тору спадає в протягу мінути до половини своєї вартости; індукована нею однак радіоактивність потребує 11 годин, щоби змаліти до половини. Еманация раду, яка потребує чотирох днів, щоби змаліти до половини, витворює радіоактивність о много слабшу, бо вже по 28 мінутах спадає она до половини.

Індукована радіоакливність еманациї актину, якої вік виносить одну секунду, треває так само довго, як раду.

Радіоактивність атмосфери і кори землї.

Досліди над індукованою радіоактивностию показали, що наша атмосфера мусить мати в собі частинки еманациї. Воздух не є ніколи добрим ізолятором; листки наелектризованого електроскопу лише якийсь час позістають розхилені, а спісля знов спадають.

Відси можна заключити, що у воздусї мусять бути деякі сліди радіоактивної материї. Elster і Geitel, які займають ся студиями над атмосферичною електричностию, показали, що дійсно атмосфера посїдає в собі якусь часть еманациї, якої сила залежить від барометричного стану воздуха, напряму вітру і т. і. Не лише свобідний воздух тїшить ся сею прикметою, але також і воздух пивниць, печер і т. і. та тим більше, чим глубше сягає в землю.

Послїдна гадка позваляє на здогад, що ся еманация в атмосфері мусить походити з глубин землї. Кора землї є також радіоактивна. Прикмета ся є взагалї дуже скупа, однак деякі знаки промавляють за тим, що кора нашої землї є богата в лучисті первні. Пр.: вульканїчний попіл уживаний під назвою „fango“ до цїлий лїчничих оказав ся лучистим. „Fango“, як се сконстатувано, має в собі дещо раду, але то в дуже малій скількости. Много жерел, а передовсїм теплих як пр. вода з Карльсбаду, з Баден приносять з собою богато еманациї. Навіть опади атмосферичні: сьнїг і дощ посїдають певні слїди радіоактивности, яку однак тратять в короткім часї, бо по пів години, що дослїдив Allen.

Теория радіоактивоости.

Прикмети і дїланя лучів радіоактивних тїл вказують на велике жерело енерґії. Лучі α і β є постійним видїлюванєм ся електричности і материї. Лучі β є то, як ми вже з самого початку зазначили, материяльні корпускули, які несуть з собою відємну електричність, котра мусїла находити ся з додатною в рівновазї в атомі радіоактивного тїла; яко відємні корпускули увільнившись витворюють через се в атомі хемічнім надмір додатних йонів, з яких саме повстає еманация.

Насуваєсь отже тепер питанє, відки бере ся та енерґія, яку лучисті тїла постійно з себе висилають? На перший позір здавалоб ся, що се проміньованє тїл без нїякої зовнїшної причини стоїть в суперечности з законом природи — з засадою захованя енерґії.

Однак ся мнима суперечність дасть ся оправдати. Ріжні були погляди Фізиків на сю справу; дадуть ся они звести до двох головних точок, а іменно: деякі уважають лучисті тїла за трансформатори якоїсь незнаної нам енерґії, яку они вглотають в себе, щоби опісля виділити єї на зверх в видї радіоактивної енерґії. Інші знов є сеї гадки, що енерґія радіоактивних первнїв походить з їх внутрішної переміни в атомах.

Після першого погляду належить приняти, що в окружаючім нас просторі з далеких сторін вселенної пливе постійно якась незнана нам близше енерґія, що переходить через всї тїла крім лучистих. Послїдні вглотають єї, щоби замінити єї в лучі Бекереля. Сей здогад видаєсь так правдивий, що годї єму заперечити, але й досить тяжко доказати. Тому як раз мусимо єго залишити, а приняти другий, що енерґія лучиста лежить у внутрішній переміні атомів радіоактивних первнїв. Після сего погляду атом се не одиниця неподїльна, але противно, се тїло, яке дасть ся розложити на праатоми, з яких він колись повстав. Сю гадку виповів перший Crookes в р. 1889, а опісля і I. I. Thomson[1]). Атом представляєть ся отже яко уклад електронів в рівновазї. А що електрони всї мають відємний наряд, отже відпихалиб ся тілько взаїмно, а нїколи не моглаби наступити рівновага; тому мусить бути якась сила, яка рівноважить відємну електричність електронів. Атоми мусять крім відємного наряду електронів посїдати ще і додатну електрічність. О виглядї, як пише I. I. Thomson, в якім додатна електричність виступає, знаємо на разі дуже мало. До нинї не удалось єще викрити корпускулів о додатнім нарядї, меньших що до маси від атому водня (лучі α і ситові). Поки що не знаємо, як виступає електричність в атомі, приймаємо лише за I. I. Thomson'ом, що додатна електричність є рівномірно розміщена в кулї, в якій пливають електрони; додатна електричність притягає електрони до середини, наколи взаїмне відпиханє послїдних старає ся їх як найдальше від середини

---

[1]) I. I. Thomson: Elektricität u. Materie 1904; I. I. Thomson: Korpusculartheorie der Materie 1908. Оба переводи з англїйского через Siebert-а.

віддалити. Електрони укладають ся отже на вершках многокутника вписаного в кулї.

Коли атом складає ся з одного електрону, то він уставить ся в серединї кулї, а коли він складає ся з двох електронів, то вони уставлять ся в прямій напротив себе. Три електрони уложать ся на вершках рівнобічного трикутника, чотири на вершках квадрату, або один в серединї а три на вершках рівнобічного трикутника; пять електронів осяде на вершках пятикутника рівнобічного або чотири на вершках квадрату, а один в серединї і т. д. Наколи в атомі має бути більше електронів, тодї утворять они многокутники співосередні, часом з одним або двома електронами в серединї. Повстануть в сей спосіб електронові перстенї. До такого укладу електронів в атомі дійшов проф. Mayer при помочи малих маґнетів пливаючих у водї.

Електрони в атомі можуть находити ся або в станї спочинку, або в станї руху, відбуваючи оборот около точки осередочної. Приймаючи другий случай, мусимо приняти також і силу відосередну, яка старає ся електрони як найдальше відсунути від осередка. Віддалене електрону від осередочної точки буде залежати лише від скорости оборотової. Чим більша буде ся скорість, тим дальше відлетить електрон від осередка кулї, аж може дійти до границї скорости, при якій електрон найде ся на поверхнї кулї. Дальший зріст скорости спричиняє, що електрон буде порушати ся на поверхнї кулї та в кінци зовсїм може ся від неї відорвати. Щоби однак нїякий електрон не вийшов поза поверхню кулї, тому мусить бути якась скорість критична, якої електрони не повинні переступити, наколи має заховати ся стан рівноваги. Колиж електрони у своїм руху оборотовім коло осередка кулї переступлять сю скорість, на що треба мілїонів лїт часу, тодї слїдує немовби яка експльозия, в наслїдок якої росте енерґія кінетична електронів, а малїє енерґія потенцияльна укладу в атомі. Енерґія кінетична електронів може бути так велика, що може їх зовсїм від укладу відірвати. Атом отже буде висилати енерґію кінетичну коштом енерґії потенцияльної, яку він набув при своїй ґенезї. Тїла радіоактивні є якраз такі, яких атоми находять ся в описанім повисше станї. Енерґія кінетична атомів лучистих обявляє ся в висиланю лучів.

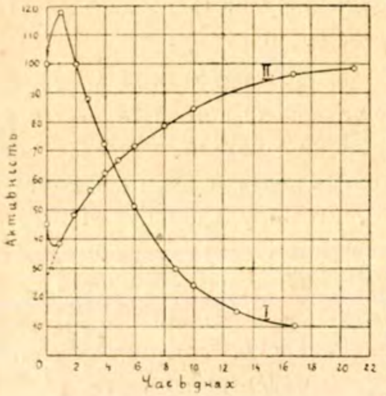
Кінетична енерґія лучів радіоактивних тїл мусить бути нераз більшою від енерґії потенцияльної атому. Вперед вже ми згадали, що йонїзация ґазів, се розкад его атомів на відємні електрони і додатні йони. Але атом невтральний представляє якийсь досить великий засіб енерґії потенцияльної. Щоби отже розділити єго на йони, треба ужити якоїсь праці більшої від енерґії потенцияльного атому. Тоді слідує розклад атому на йони, які набувають великої енерґії кінетичної коштом енерґії потенцияльної свого атому.

Після Rutherford'a і Soddy-го радіоактивний атом о якійсь енерґії потенцияльній переміняє ся дуже поволи в атом іншого первня, але вже о меньшім засобі потенцияльної енерґії, який ще шле лучисту енерґію. З часом знов сей первень перетворює ся в другий, який вже не оказує ніякої лучистости. Дійсно удало ся їм відділити хемічно з тору часть *ThX* сильно активну та часть неактивну *Th*. Лучистість *ThX* спадає поволи, а тору *Th* зрастає і осягає знов первісну активність; тоді *ThX* тратить зовсім свою активність і заміняє ся в якийсь продукт тору вже неактивний. Час, в якім радіоактивність тору *ThX* спаде до половини початкової вартости, рівнає ся часови, якого потребує неактивний *Th* для відзисканя половини своєї лучистости. — З неактивної части можна знов відділити способами хемічними *ThX* від *Th*, який знов переміняє ся в субстанцию вже не радіоактивну.

Crookes-ови і Becquerel-еви удало ся розділити уран на часть радіоактивну *UrX* і неактивну *Ur*. З часом *Ur* стає ся знов активний, а з него дасть ся знов відділити *UrX* і *Ur*; процес сей можнаби повторити кілька разів. Зазначити однак треба, що та скількість, яка улягає переміні є так мала, що лучистість тору, як взагалі інших первнів, належить після нашого поділу часу уважати за постійну.

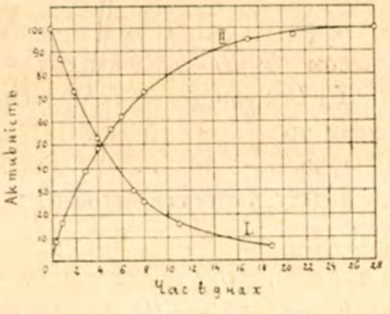
Коли *ThX* уважати-мемо за рід матерії, то в ніякий інший спосіб не дасть ся се пояснити, як тілько сим, що тор *Th* переміняє ся в *ThX*, бо щоби оказати, що *Th* є в стані творити *ThX*, годі нам приняти при нинїшнім станї науки. — Принимаючи *ThX* за властивий собі рід материї, приймаємо тим самим, що первень може улячи повільній переміні, яку називаємо радіоактивною переміною. Се є вихідною точкою цілої теориї розкладу атомів, яко причини радіоактивности. — Коли се можливе, що один первень може через мілїони лїт улячи переміні, тоді легко пояснити явище радіоактивности.

Rutherford і Soddy вказали відношенє, яке заходить між скоростию, з якою активність тору *ThX* спадає, а скоростию, з якою часть неактивна *Th* відзискує радіоактивність. Результати їх ґрафічно представляють ся так: Коли возьмем за віс x-ів час, а за віс y-ів активність, тодї крива I. (фіґ. 20.)[1] представляє спад активности *ThX* а крива II. приріст тоїж части неактивної *Th* аж до єї вартости найбільшої.



фіґ. 20.

Цїкаве заховане представляють обі субстанциї в першім дни. Активність тору *ThX* зачинає ся на рисунку від 100; з початку она росте, але лише в першім дни, опісля зачинає малїти і сей стан треває дальше. Активність *ThX* малїє після кривої виложничої, як се окаже ся низше з рахунку; активність знов тору *Th* в першім дни малїє, а опісля росте. Невтральність в першім дни полягає в тім, що тор *Th* посїдає свою невіддїльну активність. По відкиненю неправильностий крива II. дає (фіґ. 21.) образ відзисканої радіоактивности тору *Th*, яка від початку до кінця виносить 100. Крива I. подає нам заховане ся активности тору *ThX* в такім самім процентї і в тім самім часї.



фіґ. 21.

Бачимо отже, що радіоактивности неактивної части тору *Th* прибуде в якімсь часї саме тілько, скілько змалїє активність у тору *ThX*. Назвім початкову активність *ThX* через I_0, а активність по часї t через I_t а maximum осягненої активности через i_∞, тодї:

$$\frac{i_t}{t_\infty}=\frac{I_0-I_t}{I_0}=1-\frac{I_t}{I_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Досьвідом викрито, що лучистість *ThX* спадає в ґеометричній проґресиї з часом, а іменно по 4 днях до половини, по 8-ох до $^1/_4$, і т. д., своєї початкової вартости. Рівнанєм означить ся се так:

$$\frac{I_t}{I_0}=e^{-\lambda t} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

де λ є постійною, а e основою натуральних льоґаритмів. Позаяк для тору $ThX: \frac{I_t}{I_0}=\frac{1}{2}$ в часї 4 днїв або 345.10^3 *sec.*, то $\lambda=2.10^{-6}$ (причім час числимо в секундах). По вставленю (2) в (1) дістанемо:

---

[1] Повисші рисунки (фіґ. 20. і фіґ. 21.) взяті з книжки Rutherford'а ст. 231, 232.

$$\frac{i_t}{i_\infty} = 1 - e^{-\lambda t}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

яко виражене на відзискану з часом активність тору *Th*.

Закон спаду радіоактивности після кривої виложничої для *ThX* відносить ся до всїх радіоактивних субстанций. Знані є субстанциї з характеристичними спадами активности від кількох секунд до мілїонів лїт, які заховують ся після висше згаданого закона. На скорість спаду активности не впливають анї хемічні, анї фізичні дїланя. — Сочинник λ називаємо постійною радіоактивною або лучистою; она є для кождої субстанциї інша і виступає яко характеристика тої субстанциї.

Те саме, що ми сказали про активність тору, можна примінити в такий самий спосіб до урану. Спад активности *UrX* і відзискуванє єї через *Ur* відбуває ся рівнож після ґеометричної проґресиї; однак активність *UrX* не спадає, як тору *ThX* в 4 днях до половини, але в 22 днях. Коли час числити-мемо в секундах, то $\lambda = 3.6.10^{-7}$.

Повставанє тору *ThX* з означеної скількости *Th* з якоюсь постійною скоростию в данім часї позваляє заключати, що якась скількість атомів тору *Th* в одиницї часу перетворює ся в тор *ThX*, а при тій переміні слїдує висиланє лучів α. Зовсїм очистити тор зі своєї радіоактивности є неможливим, хотьби єго піддали яким хемічним процесам. Тор отже мусить посїдати якусь невідлучну лучистість, а те саме доказано також для урану і раду, а можна також піти в тім дальше і сказати, що всї радіоактивні первні мусять посїдати невідлучну активність.

Атом перемінає ся в інший о меншій енерґії потенцияльній через висиланє лучів; з чого слїдує, що лучиста материя мусить малїти в своїй скількости. Для слабо радіоактивних елементів, як уран і тор, сего в нашім подїлї часу годї зауважити, позаяк переміна не є сильна, згадані отже первнї видають ся нам зовсїм постійними. Продукти однак їх розкладу *UrX* і *ThX*, які з них повстають, є дуже скупими. Коли сї незначні скількости материї висилають значну скількість лучів, тому мусять они о много скорше перемінятн ся від своїх праелементів та тому активність їх скоро малїє.

Лучистість отже субстанциї в висшім степени активної мусить скоро малїти; чим скорше она спадає, тим сильнїйше стає радіоактивною субстанция. Активности для *ThX* та *UrX* характеризує рівнанє

$\frac{I_t}{I_0} = e^{-\lambda t}$, причім I_t, I_0 λ, t, задержують своє попереднє значінє. — Відношенє $\frac{I_t}{I_0}$ можемо заступити через $\frac{n_t}{n_0}$, наколи n_t означає скількість атомів субстанциї, яка в часї t на одиницю часу переміняє ся, а n_0 вартість початкову сего числа. Отже:

$$\frac{n_t}{n_0} = e^{-\lambda t}.$$

Назвім N_0 всю скількість атомів субстанциї, а N_t скількість атомів, яка не улягла переміні; тодї:

$$N_t = \int_t^\infty n_t\, dt = \frac{n_0}{\lambda} e^{-\lambda t}$$

а:

$$N_0 = N_t \text{ (коли } t = 0),$$

отже:

$$N_0 = \frac{n_0}{\lambda}$$

або:

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t}.$$

Через ріжничкованє дістанемо скорість, з якою зміняє ся первісний систем атомів, а іменно:

$$\frac{dN_t}{dt} = -\lambda N_t.$$

Коли скількість висланих лучів є мірою для скількости атомів системи, який улягає зміні, то скількість атомів, яка переміняє ся, малїє також після ґеометричної проґресиї. Скількість атомів, яка улягає радіоактивній переміні, є все пропорціональна до скількости атомів, які не переміняють ся. Коли маємо N_t атомів якоїсь лучистої субстанциї, то в 1 *sec.* переміняє ся λN_t атомів, причім λ означає радіоактивну постійну сеї материї. З поданих чисельних вартостий для λ для *ThX* і *UrX* оказує ся, що в 1 *sec.* переміняє ся $\frac{1}{500000}$ атомів тору *ThX*, а $\frac{1}{3000000}$ *UrX*.

Такі атоми, що улягають радіоактивній переміні, що заховують лише через час свого ограниченого істнованя свої характеристичні, хемічні і фізичні прикмети, та що рівночасно з проміньованєм, отже з висиланєм α і β лучів переміняють ся, назвали Rutherford і Soddy **метаболями** (Metabole). Кождий такий метаболь мусить посїдати якийсь пересїчний вік. Коли N_0 є скількість початкова атомів, а N_t скількість метаболів, які ще в часї t не улягли переміні, тодї отримали ми:

$$\frac{dN_t}{dt} = -\lambda N_t,$$

λ отже рівнає ся дробови метаболів, який в одиниції часу переміняє ся.

Відворотність єго $\frac{1}{\lambda}$ буде нічим іншим, як тілько пересїчним віком метаболю даної субстанциї. Що дійсно так є, дійдемо до сего таким розважанєм: Возьмім під увагу якись час t і в нім якусь ґрупу атомів; число атомів, яке улягає зміні в дуже короткім інтервалї часу dt, рівнає ся після попередних рівнань $\lambda N_t dt$ або $\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$. Кождий метаболь сеї ґрупи посїдає вік t. Однак маємо взагалї N_0 атомів, так, що для пересїчного віку всїх дістанемо:

$$\int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

В сей спосіб дійшли ми до пересїчного віку метаболів.

Метаболї радіоактивних елєментів ріжнять ся від атомів звичайної материї через свою надзвичайну малу постійність або іншими словами, они улягають скоро переміні. Активність субстанциї є признакою єї постійного розкладу. Рад висилає лучі α, яких маса є атомової величини і лучі β електронові, які вказують на внутрішне бомбардованє єго атомів-метаболїв. Постійність переміни препарату раду лежить в тім, що коли одна часть перестане бути радіоактивна, тодї з матерного материялу повстає нова, яка знов промінює. Така переміна, як Rutherford і Soddy показали, відбуває ся з такою самою скоростию, без огляду на се, чи части розкладаючі ся є в сумішці з нерозкладаючими ся, чи відлучені.

Крім лучів витворює рад еманацию (exradio), яка по 4 днях перетворює ся в інший первень, а іменно в ґаз благородний гель. Так як тягар атомовий раду є 225, а гелю 4, то з сего можна вносити, що увільнені електрони атому о висшій енерґії потенцияльній ґрупують ся знов в атом о далеко меньшій енерґії потенціяльній.

З цїпких продуктів розкладу раду маємо нинї також цїлий ряд. Як знаємо, еманация раду осїдає на тїлах цїпких, спричиняючи в сей спосіб індуковану радіоактивність. Після теориї розпаду атомового активність ся походить з сего, що еманация розпадає ся знов в іншу радіоактивну субстанцию, яка осїдає на сусїднім тїлї. Сей продукт переміни раду названо радом A (RaA). Дальше показало ся, що він знов перетворює ся знов в рад B ($Ra\ B$) і т. д. аж до букви F є знані продукти розкладу раду.

Субстанциї сї однак хемічно представити ся не дадуть; їх можна отримати тілько через постійний розклад раду. В сей спосіб отримує ся їх в так малій скількости, що годї їх розріжнити під зглядом хемічного характеру. Навіть спектральна аналїза відмовляє своєї помочи в сїм случаю. Лише через їх радіоактивність можна їх схарактеризувати. Відріжняють ся они між собою висиланєм поодиноких типів лучів, а по друге своїм віком. Низше подана таблиця[1]) подає нам продукти розкладу раду.

Продукт		$\lambda\ (sec)^{-1}$	t	лучі	Хемічні та фізичні цїхи
Рад		—	1300 лїт	α	Посвоячений хемічно з баром
↓					
Еманация		$2 \cdot 1.10^{-6}$	3·8 днїв	α	Ґаз безвладний о високім тягарі молекулярнім. Температура кондензациї — 150° C.
↓					
$Ra\ A$	Скоро розпадаючі ся продукти	$3 \cdot 85.10^{-3}$	3 мінути	α	Продукти розкладу еманациї; концентрують ся на катодї. Розпускають ся в сильних квасах. $Ra B$ улетучує ся при *circa* 700° C; RaA, RaC при 1000° C.
↓					
$Ra\ B$		$5 \cdot 38.10^{-4}$	21 „	—	
↓					
$Ra\ C$		$4 \cdot 13.10^{-4}$	28 „	$\alpha,\ \beta,\ \gamma$	
↓					
$Ra\ D$	Поволи розпадаючі ся продукти	—	*circa* 40 лїт	—	Розпускає ся в квасах, улетучує ся при 1000° C.
↓					
$Ra\ E$		$1 \cdot 3.10^{-6}$	6 днїв	$\beta,\ \gamma$	Не улетучує ся при 1000° C.
↓					
$Ra\ F$		$5 \cdot 610^{-8}$	143 дни	α	Видїляє ся з розтворів на візмутї. Подібні свійства оказує, як польон і радіотелюр - улетучує ся при 1000° C.
↓					
?					

---

[1]) Повисшу таблицю, як і слїдуючі можна знайти в зацитованій книжцї Rutherforda стор. 464.

Послїдний продукт розкладу раду *RaF* є після Rutherforda нїчим іншим, як тілько польоном. Природа однак самого польону досї єще не знана; не знаємо анї єго дуговини, анї єго тягару атомового. Можна о нїм хиба се певне сказати, що він є послїдною частию розкладу сильно радіоактивних первнїв. Дальші части розкладу польону оказались неактивними. Нинї приймають, що польон по випромінюваню переміняє ся в візмут о тягарі атомовім 208,5 або олово 206,8, зачим промавляє також ся обставина, що згадані первні виступають так богато в радіоактивних мінералах.

Коли польон мавби замикати ряд продуктів розкладу, то не можна однак сказати, що рад мавби бути початком сего ряду. Рад самий є також продуктом розкладу; на се вказує цїлий ряд дослїдів. Здає ся, що уран, якого тягар атомовий є найбільший, є прадїдом (parent element) всїх радіоактивних первнїв. Однак лише один продукт єго розкладу є знаний, а іменно *UrX*.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні та хемічні цїхи
Уран	—	—	α	Розпускає ся в вугляні амоновім.
↓				
UrX	$3{\cdot}6.10^{-7}$	22	β, γ	Розпускає ся у водї і етері.
↓				
?	—	—	—	

За тим, що рад мусїв повстати з урану, промавляє ся обставина, що рад находить ся все в товаристві урану, а дальше, що відношенє скількости раду до урану оказалось у всїх радіоактивних мінералах постійне, а іменно одна часть раду припадає все на мілїон частий урану. Після теориї розпаду радіоактивні мінерали мусять бути вже досить старими та якраз тому находять ся они в станї розпаду. З урану, по переходї многих посередних продуктів, нинї не знаних повстає рад, який мілїон разів перевисшає радіоактивностию уран та мусить тілько само разів скорше розпадати ся. Коли отже перемінить ся одна частина раду, тодї на єї місце приходить мілїон частин урану. Рад позістає отже в відношеню до урану, як 1 : 1000000, що доказали Strutt і Boltwood. Розклад однак раду слїдує так поволи, що після нашого подїлу часу треба уважати єго за постійний.

Soddy-ому удалось доказати безпосередне повставанє раду з урану. Він очистив 1 *kg* азотану урану зовсїм від всяких слїдів раду; можна се було пізнати по тім, що еманация раду зовсїм зникла. По $1^1/_2$ роках спостеріг Soddy знов еманяцию радову. Скількість сеї еманациї оказалась о много меньша від скількости обчисленої. Незгідність сю можна пояснити тим, що не бралось під увагу постепенних продуктів розкладу, а дальше, що сїрчан раду затримує також часть еманациї.

Що до слабо радіоактивного тору, то з огляду на єго тягар атомовий 232 належить єго умістити між ураном а радом. Тор мабуть повстав перед віками так само, як рад з урану. Не находить ся він однак все в товаристві урану в радіоактивних мінералах і тому вартість відношеня скількости тору до урану не є постійна.

Тор, як Rutherford і Soddy оказали, переміняє ся в *ThX*, який висилає еманацию. Крім *ThX* знані ще інші продукти розкладу тору *ThA*, *ThB* і *ThC*.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні і хемічні цїхи.
Тор *(Th)*	—	—	α	Нерозпускає ся в амоняку.
↓				
ThX	2.10^{-6}	4 днии	α	Розпускає ся в амоняку і водї.
↓				
Еманация	$1{\cdot}3.10^{-2}$	53 *sec.*	α	Безвладний ґаз; температура кондензациї — 120° *C.*
↓				
ThA	$1{\cdot}74.10^{-5}$	11 годин	—	Повстають яко розпади еманациї; осїдають на катодї: розпускають ся в сильних квасах.
↓				
ThB	$2{\cdot}2.10^{-4}$	55 мінут	α, β, γ	
↓				
ThC	?	?	„	?
↓				
?				

Після послїдних дослїдів O. Hahn-а тор лише завдяки субстанциї радіотор є активний. Материю сю відкрив недавно Hahn з мінералу торіолїту. Радіотор посїдає ту саму радіоактивну постійну λ і ті самі продукти розкладу, що тор *Th*; ріжниця лише полягає в тім, що радіотор є 500000 разів сильнійше активним, чим уран; вік єге виносить $t = 10^9$ лїт. Радіотор належить уважати за перший продукт тору та умістити єто між тором *Th* а *ThX*. Тягар атомовий мусить бути малощо меньший від тору 232.

Де саме умістити актин в ряді розкладу первнів, наразї годї сказати, так як не знаємо єго тягару атомового; продукти однак єго розкладу є знані, они повстають подібно, як продукти тору.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні та хемічні ціхи
Актин (*Ac*)	—	—	ніякі	Нерозпускає ся в амоняку.
↓				
AcX	$7{\cdot}8.10^{-7}$	10·2 дня	α, (β?)	Розпускає ся в амоняку.
↓				
Еманация	0·7	3·9 *sec*	α	Заховує ся яко ґаз. Продукти еманациї; осїдають на катодї в поли електричнім. Розпускають ся в амоняку і сильних квасах. Улетучують ся при 1000° *C*. *AcA* і *AcB* через електролїзу дадуть ся від себе відділити.
↓				
AcA	$3{\cdot}2.10^{-4}$	36 мінут	ніякі	
↓				
*Ac*A	$3{\cdot}2.10^{-3}$	2·15 мінут	α, β, γ	
↓				
?	?	?	?	

Emanium — ґаз радіоактивний відкритий через Giesel-а і Debierne-а є ідентичним первнем з актином, як се доказав проф. Ґодлєвский. До сего ряду розпаду актину зачислити ще треба продукт радіоактин відкритий O. Hahn ом і умістити єго між актином *Ac* і *AcX*. Радіоактин шле лучі α, наколи сам актин не висилає ніяких лучів.

Так отже з урану — прадіда всїх первнів повстав колись перед міліонами літ тор, актин, а опісля рад, якого ряд продуктів розкладу замикає польон. Тягар атомовий всїх тих первнїв перевисшає 200. З відси належить вносити, що уклад електронів в атомі сих первнів не находить ся в рівновазї; атоми їх переходять в інші о більше постійній рівновазї. Насуваєсь тепер питанє, чи атоми лекших первнїв не є також метаболями, але в меньшій скількости. Цїхи материї є прецїнь спільні, а ріжниці заходити можуть лишень в скількости. Не тілько високоатомові первнї розпадають ся, але також і лекшеатомові; є се загальною цїхою материї. Mc. Lennan і Burton доказали експериментально, що всї субстанциї, а передовсїм металї оказують слабі слїди радіоактивности (лучі α у металїв). Послїдне стоїть в зьвязи з тим, що йонїзация ґазів в замкнених начинях залежить від природи стін посуди. Можливе, що деякі субстанциї розпадають ся також, але так як они не висилають лучів Becquerel-a, тому не звернено на них ще уваги.

Радіоактивність мусить бути отже загальною цїхою материї. Як колись вся материя повстала з праатома-електрону, так прийде час, що она в него обернеть ся, однак на се потрібно міліонів літ.

При писаню повисшої працї поміг менї неодною вдатною увагою, передовсїм в термінольоґії, проф. Др. Володимир Левицький, за що складаю Єму отсим сердечну подяку.

Львів, в лютім 1909.

* * *

Замітки до рівнань моно- і бімолєкулярної хемічної кінетики.

написав

Др. Юлїян Гірняк.

(Реферовано на засїданю мат.-прир.-лїк. секциї дня 10. червня 1909).

Коли розглянемо ся по величєзнім експериментальнім материялї, нагромадженім дотепер в хемічній кінетицї, а з другої сторони розважимо, що цілий засіб назбираних відомостий відносить ся ледви до найпростїйших моно- і бімолєкулярних типів перемін*), та що реакций постепенних (посередних) перестудиовано розмірно дуже мало, або що радше ту і там ледви найперші початки пороблено, то прийдемо до пересьвідченя, що все дотепер виконане є майже нїчим супроти безлїчи питань і проблємів, які дальше без кінця висувають ся. Та тут може виринути єще одно важне питанє. Чи ціла нова область фізикальної хемиї удержить ся і на дальше на тім самім степени заінтересованя, на який вспіла взнести ся відразу по своїм народженю? Бо годї думати, щоби без надзвичайного пієтизму дали ся перевести незлїчимі працї, яко відповіди на виринаючі проблєми. Саме визначенє сталого сочинника скорости реаґуючих субстанций, який безусловно належить до цїкавих, питомих характеристик поодиноких хемічних індивідуів, не представляє нинї такого інтересу як давнійше. Єго незвичайна, а передовсїм ріжнородна зависимість від буквально кождої фізичної і хемічної обставини, робить бодай чим раз більше проблєматичною цїлу ролю, яка єму мала би припасти в будучій науцї про хемічне свояцтво.

---

*) Чим висшемолєкулярні возьмемо реакциї, тим степенно меньше студиовані.

Як можна би нинї предвиджувати по найновійших клясичних працях проф. Нернста, в сій науцї буде рішати майже головно хемічна статика. Наколиж станемо на становиску, що хемічна кінетика має за виключну цїль осьвітляти самий механїзм процесів, то безусловно треба виходити поза звичайні моно- і бімолекулярні процеси і брати ся за скомплїковані постепенні реакциї. Тодї однак вирине поважна перешкода, яку найлїпше сформулувати словами А. Раковского*), що цїлий дальший в тім напрямі поступ хемічної кінетики замикає „сліпа“ математична „вулиця“.

До тої консеквенциї приходить А. Раковский вже на підставі мономолекулярних постепенних реакций, яких ріжничкові рівнаня дають ся навіть дуже легко з'інтеґрувати. Що-ж доперва треба би сказати про висшемолекулярні процеси, для яких інтеґрация ріжничкових рівнань є справдї дуже трудна, та для яких в цїлій лїтературі не можна найти нї одного інтеґралу, навіть для найпростїйших типів хемічних процесів. Експериментальні проби O. Knoblauch'a**) і W. Federlin'a***) обминати сї трудности показали ся так утяжливими, що дальше видобуванє поодиноких сочинників скорости справдї не може оплатити ся в виду висше назначеної їх вартости в свояцтві.

О скілько се нинї можна оком обіймити, всї подібно скомплїковані реакциї дають ся представити ріжничковими рівнанями зведеними до лїнїового типу, або, о скілько посередність обмежимо до одного лиш степеня, до дворядної форми:

$$F\left(\frac{d^2y}{dt^2}, \frac{dy}{dt}, y\right) = 0.$$

Самі вже однак лїнїові форми рівнань заключають в собі теоретично безчисленні типи фізикальних феноменів, між якими очивидно можуть найти ся такі, що можуть мати першорядне значінє для хемічної „механїки“ процесів. Проф. Wegscheider натрафив вже при своїх рахованях на звісні парадоксони, які вказують на колїзию між заложенями термодинаміки і хемічної кінетики. В моїй попереднїй розвідцї виказав я можливість періодичних реакций в однороднім системі вже при найпростїйших мономолекулярних процесах. Очивидна річ, дальші чисто рахункові студиї могли би довести до предвидженя неодного, може і дуже важного типу феномену.

---

*) Zeitschrift f. physik. Chemie. том 57 стор. 321. — Kinetik der Folgereaktionen erster Ordnung.

**) Zeitschrift f. phys. Chem. B. 26. 1898. 96.

***) W. Federlin. Zeitschr. f. phys. Chem. B. 41. 1902. 565. 565. Die Reaktion zwischen Kaliumpersulfat, HI und H_3PO_3.

До того однак видає ся менї конечною річею, культивувати попри експеримент і рахункову, хочби чисто „теоретизуючу“ сторону проблему, яку загал хеміків або мовчки або навіть нерадо приймає. Прецїнь майже перед кождою поважнїйшою експериментальною працею находить ся в публїкациях широка дискусия рівнань, змодифікованих незначно в приміненю до дослїду, в яких остаточно „теоретично“ нїчого нового не подає ся. Є і такі працї, де по обємистих виложенях системів рівнань подає ся при кінци, що „на жаль“ вони не дають ся розвязати, і тому цїла експериментальна сторона відносить ся лиш до тої а тої частини. Виходило би з того, що хеміки дуже радо подавали би в математичній шатї свої дослїди, бо воно так красше представляє ся. Менї однак здає ся, що специяльно на сїй области треба би конче приложити ся також і до чисто рахункової сторони, щоби подекуди не лиш улекшити, але іноді і уможливити дальший поступ.

Низше подаю декілька результатів, до котрих я вспів прийти такою роботою продовжаючи студиї зазначені в моїх двох попередних розвідках. З початку опишу наглядну методу уставлюваня ріжничкових рівнань в деяких загальних случаях, додаючи деякі замітки. Відтак хочу звернути увагу, що мономолекулярні постепенні системи, які А. Раковский*) і Е. Абель**) рахунково обробили, дають ся при деяких обмеженях розтягнути на довільне число бічних реакций та що при тім інтеґрация не є зовсїм утруднена. Наконець подам два прості приміри з области бімолекулярних процесів, в яких інтеґрация не є так проста, але все таки дає ся перевести.

I.

Найзагальнїйше рівнанє хемічної кінетики в однороднім системі дає ся написати після схемату Оствальда:

$$\left.\begin{array}{lll} n_1 M_1 + n_2 M_2 + n_3 M_3 + \dots & \longrightarrow & \alpha_1 M_1 + \alpha_2 M_2 + \alpha_3 M_3 + \dots \\ o_1 M_1 + o_2 M_2 + o_3 M_3 + \dots & \longrightarrow & \beta_1 M_1 + \beta_2 M_2 + \beta_3 M_3 + \dots \\ p_1 M_1 + p_2 M_2 + p_3 M_3 + \dots & \longrightarrow & \gamma_1 M_2 + \gamma_2 M_2 + \gamma_3 M_3 + \dots \\ \dots \quad\quad \dots & \dots & \dots \quad\quad \dots \end{array}\right| \quad (1).$$

---

*) Гл. висше.

**) Zeitsch. f. phys. Chemie B. 56. 558. 1906. Über einen besonderen Fall von Stufenreaktionen.

Поодинокі M_1, M_2 . . . і т. д. означують тут хемічні субстанциї, які входять в процес. Стрілки означують тут напрям реакциї, n, o, p, α, β, і т. д. є молекулярними факторами, ліві сторони символізують зникаючий, а праві новоповстаючий склад системy. Цїлі поодинокі вірші уважає Оствальд за одноцїльні т. зв. гильотропові одиницї, і означує їх по порядку x, y, z, і т. д. Тодї скорість реакциї зазначеної першим віршом можна виразити через $\frac{dx}{dt}$, в другім $\frac{dy}{dt}$, і т. д. Означім тепер зменьшеня концентраций поодиноких M_1, M_2, M_3 відповідно через ξ_1, ξ_2, ξ_3 і т. д., то стехіометрична звязь виразить ся туть обовязуючими рівнанями:

$$\left.\begin{array}{l} \xi_1=(n_1-\alpha_1)x+(o_1-\beta_1)y+(p_1-\gamma_1)z+\ldots \\ \xi_2=(n_2-\alpha_2)x+(o_2-\beta_2)y+(p_2-\gamma_2)z+\ldots \\ \xi_3=(n_3-\alpha_3)x+(o_3-\beta_3)y+(p_3-\gamma_3)z+\ldots \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \end{array}\right\} \ldots \quad (II).$$

Возьмім тепер найпростійшу переміну:

$$M_1 \xrightarrow{k_1} M_2$$

концентрацию M_1 на початку переміни приймім A_1, а для M_2 $A_2=0$. Ту буде на основі системy (I)

$$n_1=\alpha_2=1$$

$$n_2=n_3=\ldots=o_1=o_2=\ldots=\alpha_1=\alpha_3=\beta_1=\beta_2=\ldots=\gamma_1=\gamma_2=\ldots=0$$

а заразом на основі системy (II)

$$\xi_1=x,\ \xi_2=-x.$$

Закон активности маси приміненний до кінетики дає тут на скорість процесу

$$\frac{dx}{dt}=k_1(A_1-\xi_1)$$

або на основі попередного, одержуємо також рівнаня:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=k_1(A_1-\xi_1), \quad \frac{d\xi_2}{dt}=-k_1(A_1-\xi_1).$$

Перша ріжничкова реляция веде до інтеґралу:

$$\xi_1=A_1\left[1-e^{-k_1t}\right]$$

яким заразом і ξ_2 є визначене на основі $\xi_1=-\xi_2$.

При реакциї

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, "k_1"] \arrow[d, "k_2"'] & M_2 \\ M_3 & \end{tikzcd}$$

маємо слїдуючі відношеня:

$$n_1=o_1=\alpha_2=\beta_3=1,\ n_2=n_3=\alpha_1=\alpha_3=o_3=\beta_1=\beta_2=0.$$

Означивши через x, y сї гильотропові одиницї, до яких відповідно відносять ся чинники k_1, k_2, прийдемо на основі системів (I) і (II) до

$$\xi_1=x+y,\ \xi_2=-x,\ \xi_3=-y.$$

Анальоґічно, як в попереднїм випадку, приходимо до ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=-k_1(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}=-k_2(A_1-\xi_1)$$

Возьмім тепер дальшу бічну переміну типу:

$$\begin{tikzcd} M_4 & M_1 \arrow[l, "k_3"'] \arrow[r, "k_1"] \arrow[d, "k_2"] & M_2 \\ & M_3 & \end{tikzcd}$$

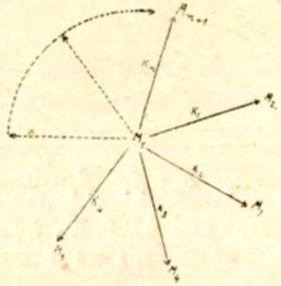
Тодї так само прийдемо до ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2+k_3)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=-k_1(A_1-\xi_1),\quad \frac{d\xi_3}{dt}=-k_2(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt}=-k_3(A_1-\xi_1).$$

Але і найзагальнійший тип бічних перемін, який можна зазначити символічно:



дає ся дуже легко перекласти в систем ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2+\ldots+k_n)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=-\,k_1(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}=-\,k_2(A_1-\xi_1)$$

$$\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot$$

$$\frac{d\xi_{n+1}}{dt}=-\,k_n(A_1-\xi_1)$$

для яких інтеґрали дуже легко визначити, а іменно буде тут:

$$\xi_1=-\,A_1\left[e^{-\Sigma k.t}-1\right]$$

$$\xi_2=\frac{k_1A_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k.t}-1\right]$$

$$\xi_3=\frac{k_2A_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k.t}-1\right]$$

$$\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots$$

$$\xi_{n+1}=\frac{k_nA_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k\,t}-1\right]$$

коли Σk напишемо замість $k_1+k_2+k_3+\ldots+k_n$.

З тих чотирох примірів можна тут вивести слідуючу загальну правильність:

Для мономолекулярних бічних процесів, що виходять з одної центральної субстанції уложенє і з'інтеґрованє ріжничкових рівнань не представляє нїяких трудностий. Скорість зменьшуваня концентрациї кождої в гру входячої субстанциї дає ся представити тількочленним вираженєм, кілько реакцийних стрілок комунікує з нею в реакцийнім символї. Також і що до альґебраїчного знаку кождого члена кидає ся в очи проста правильність, але старaймо ся провірити єї вперед і на иньшетипових загальних перемінах.

Возьмім тепер реакцию такого типу:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, "k_1", "x"'] \arrow[d, "k_2"', "y"] & M_2 \arrow[d, "k_3"', "z"] \\ M_3 & M_4 \end{tikzcd}$$

Тут будемо мати такі вартости на молекулярні фактори:

$$n_1=\alpha_2=o_1 =\beta_2=p_3=\gamma_4=1.$$

Всї иньші є зерами. З того слїдує:

$$\xi_1=x+y,\ \xi_2=-x+z,\ \xi_3=-y,\ \xi_4=-z.$$

Гильотропові зміни дають ся представити рівнанями:

$$\frac{dx}{dt}=k_1(A_1-x-y)$$

$$\frac{dy}{dt}=k_2(A_1-x-y)$$

$$\frac{dz}{dt}=k_3(A_2+x-z)$$

а концентрацийні зміни ріжничковим системом:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=k_3(A_2-\xi_2)-k_1(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}=-k_2(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt}=-k_3(A_2-\xi_2)$$

якого інтеґрация не представляє нїяких трудностий.

Зовсім подібно буде для типу:

$$\begin{tikzcd}
M_5 & M_1 \arrow[l, "k_4"', "u"] \arrow[r, "k_1", "x"'] \arrow[d, "k_2"', "y"] & M_2 \arrow[d, "k_3"', "z"] \\
& M_3 & M_4
\end{tikzcd}$$

$$n_1=\alpha_2=o_1 \ =\beta_3=p_2=\gamma_4=r_1=\delta_5=1$$

$$\xi_1=x+y+u,\ \xi_2=-x+z,\ \xi_3=-y,\ \xi_4=-z,\ \xi_5=-u$$

а ріжничкові реляциї:

$$\frac{dx}{dt}=k_1(A_1-x-y-u) \qquad \frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2+k_4)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{dy}{dt}=k_2(A_1-x-y-u) \qquad \frac{d\xi_2}{dt}=k_3(A_2-\xi_2)-k_1(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{du}{dt}=k_4(A_1-x-y-u) \qquad \frac{d\xi_3}{dt}=-k_2(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{dz}{dt}=k_3(A_2+x-z) \qquad \frac{d\xi_4}{dt}=-k_3(A_2 \quad \xi_2)$$

$$\frac{d\xi_5}{dt}=-k_4(A_1-\xi_1)$$

Возьмім еще такий случай:

$$\begin{tikzcd}
& M_9 & M_7 & \\
M_6 & M_1 \arrow[l, "k_5"'] \arrow[r, "k_1"] \arrow[u, "k_9"'] \arrow[d, "k_2"'] \arrow[dl, "k_4"] & M_2 \arrow[r, "k_7"] \arrow[u, "k_6"'] \arrow[d, "k_3"'] & M_8 \\
M_5 & M_3 & M_4 &
\end{tikzcd}$$

Єму будуть відповідати рівнання:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2+k_4+k_5+k_8)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = (k_3+k_6+k_7)(A_2-\xi_2)-k_1(A_1-\xi_1)$$

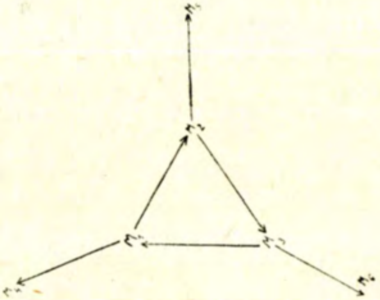
$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_3(A_1-\xi_1), \qquad \frac{d\xi_4}{dt} = -k_3(A_2-\xi_2)$$

$$\frac{d\xi_5}{dt} = -k_4(A_1-\xi_1), \qquad \frac{d\xi_6}{dt} = -k_5(A_1 \quad \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_7}{dt} = -k_6(A_2-\xi_2), \qquad \frac{d\xi_8}{dt} = -k_7(A_2 \quad \xi_2)$$

$$\frac{d\xi_9}{dt} = -k_8(A_1-\xi_1)$$

а наконець для типу:



$$\frac{d\xi_1}{dt} = k_{12}(A_1-\xi_1)+k_{14}(A_1-\xi_1) \quad k_{31}(A_3 \quad \xi_3)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = (k_{23}+k_{25})(A_2-\xi_2)-k_{12}(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = (k_{36}+k_{31})(A_3-\xi_3)-k_{23}(A_2 \quad \xi_2)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt} = -k_{14}(A_1-\xi_1), \quad \frac{d\xi_5}{dt} = -k_{25}(A_2-\xi_2), \quad \frac{d\xi_6}{dt} = -k_{36}(A_3-\xi_3).$$

З тих всїх примірів видно, що ріжничкові рівнаня для зменьшеня концентраций всїх входячих в процес хемічних субстанций дають ся при мономолекулярних реакциях відразу написати без помочи засадничих системів (I) і (II). Треба передовсїм на загальнім символї, яким характеризуємо цїлий, доволї і без ограниченя скомбінований тип процесу, завважити, кілько стрілок комунїкує з кождою субстанциєю. Кілько їх є, тілько треба взяти членів на виражене скорости зменьшеня концентрациї відносного індивідуум. Кождий член складає ся зі сталого фактора скорости при даній стрілцї і з ріжниці ($A—\xi$). Так A як і ξ мають все той самий індекс, який відносить ся все до тої субстанциї, з якої виходить стрілка. Знак + положимо перед членом тодї, як стрілка з відносного індивідуум виходить, а знак — тодї, як стрілка до него прямує.

Думаю, що таке улекшене уставлюваня ріжничкових рівнань може часом придати ся. Має ся розуміти, експериментатор, який студиює оден специяльний случай, ніколи не потребує послугувати ся аж якимсь улекшенем при уложеню потрібного ріжничкового рівнаня, бо в системі (I) і (II) має загальну і певну методу. Але річи зовсім зміняють ся, як розходить ся о теоретичне, скоре зіставлене великого числа ріжних типів, щоби розглянути якусь загальну прикмету. Тодї числене всїх дрібних відношень на основі (I) і (II) є утяжливе і нудне. З того може походити і знеохочене, якому, думаю, можна евідентними методами рахованя бодай в части запобічи.

Розгляньмо тепер, о скілько дає ся перевести інтеґрация. Для мономолекулярних реакций якихнебудь типів системи ріжничкових рівнань дають ся все спровадити до лїнїових рівнань зі сталими факторами. Тому і інтеґрация дає ся в засадї перевести, а остаточна розвязка зводить ся до означеня корінїв звичайних альґебраїчних рівнань. Закон захованя маси, який все представить ся тут:

$$\xi_1+\xi_2+\xi_3+\cdots+\xi_n=0$$

редукує о оден ряд лїнїове рівнане. Тому пр. при перемінї, в якій входять в гру три субстанциї, остаточна розвязка вимагає визначеня корінїв рівнаня другого степеня. Для найзагальнїйшого типу такої переміни

$$M_1 \rightleftarrows M_2 \rightleftarrows M_3 \rightleftarrows M_1$$

подав проф. Wegscheider інтеґрал. Але і ту можуть бути, загально беручи, пр. еще такі комбінациї:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r] & M_2 \arrow[d] \\ & M_3 \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} M_1 \arrow[r] & M_2 \\ & M_3 \arrow[u] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} M_1 & M_2 \arrow[l] \arrow[d] \\ & M_3 \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} M_1 \arrow[r] & M_2 \arrow[d] \\ & M_3 \arrow[ul] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} M_1 \arrow[r] \arrow[dr] & M_2 \arrow[d] \\ & M_3 \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, shift left] & M_2 \arrow[l, shift left] \arrow[d] \\ & M_3 \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, shift left] & M_2 \arrow[l, shift left] \arrow[d, shift left] \\ & M_3 \arrow[u, shift left] \end{tikzcd} \quad \begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, shift left] \arrow[dr] & M_2 \arrow[l, shift left] \arrow[d] \\ & M_3 \end{tikzcd}$$

і т. д.

Уставлюванє ріжничкових рівнань на основі висше наведеного буде дуже легке. З трох рівнань треба два вибрати, яко незавиcимі і вистарчаючі до визначеня процесу. Але і дальша елїмінация забирає час. Тому, думаю, не буде злишним подати ще слїдуючий схемат до улекшеня розвязки. Як два рівнаня визначимо вже в формі

$$\frac{d\xi_1}{dt} = a\xi_1 + b\xi_2 + c$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = a'\xi_1 + b'\xi_2 + c'$$

тодї відразу прийдемо до відповідних лїнїових рівнань на основі елїмінацийного схемату:

$$\frac{d^2\xi_1}{dt^2} - (b'+a)\frac{d\xi_1}{dt} - (a'b - ab')\xi_1 = bc' - b'c$$

$$\frac{d^2\xi_2}{dt^2} - (b'+a)\frac{d\xi_2}{dt} - (a'b - ab')\xi_2 = a'c - ac'.$$

По лївій сторонї бачимо відразу між сталими факторами лиш такі вираженя, що є збудовані з самих сочинників скорости процесу. Зате вираженя, що містять в собі початкові концентрациї поодиноких субстанций, перейшли зовсїм на праву сторону. З того вже видко, що вони нїколи не будуть модифікуючо впливати на характер процесу.

Є то загальна правильність для мономолекулярних типів. Пр. для чотирох*) субстанций конечні рівнаня будуть:

---

*) Що правда не самий перебіг лиш рівноваги, до яких стремлять системи типу

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, shift left] \arrow[d, shift left] & M_2 \arrow[l, shift left] \arrow[d, shift left] \\ M_4 \arrow[u, shift left] \arrow[r, shift right] & M_3 \arrow[u, shift left] \arrow[l, shift right] \end{tikzcd}$$

є вже і навіть дуже обширно студийовані експериментально через S. F. Acree (гл. Amer. Chem. Journ. послїдні томи).

$$\frac{d\xi_1}{dt}+a_1\xi_1+b_1\xi_2+c_1\xi_3=d_1$$

$$\frac{d\xi_2}{dl}+a_2\xi_1+b_2\xi_2+c_2\xi_3=d_2$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}+a_3\xi_1+b_3\xi_2+c_3\xi_3+d_3.$$

Тут також d_1, d_2, d_3, які виключно містять в собі початкові концентрациї, не будуть впливати на характер розвязки, бо поодинокі інтеґрали ξ_1, ξ_2, ξ_3 представляють ся формою:

$$C_1\,e^{\alpha t}+C_2e^{\beta t}+C_3e^{\gamma t}$$

α, β, γ є корінями рівнаня третого степеня, що повстає з елімінациї довільних факторів λ_1, λ_2 з систему:

$$(a_1-\varrho)\lambda_1+a_2\lambda_2+a_3=0$$
$$b_1\lambda_1+(b_2-\varrho)\lambda_2+b_3=0$$
$$c_1\lambda_1+c_2\lambda_2+(c_3-\varrho)=0$$

в якім ϱ грає тоді ролю незвісної*). В тім системі вартостий d_1, d_2, d_3 зовсім нема, отже α, β, γ є від них независимі. Розгляньмо коротко єще сю реакцию. Через елімінацию λ_1 і λ_2 прийдемо до рівнаня:

$$\varrho^3(b_1-c_1)+\varrho^2\,[(c_1b_3-b_1c_3)+(a_1+b_2)\,(c_1-b_1)]+\varrho[(a_1+b_2)(b_1c_3-c_1b_3)-a_1b_2(c_1-b_1)+b_3(c_1b_2-c_2b_1)+b_1a_2(c_1-b_1)]=a_3b_1(c_2b_1-c_1b_2)+b_1a_2(c_1b_3-b_1c_3)+a_1b_3(c_1b_2-c_2b_1)+a_1b_2(b_1c_3-c_1b_3)\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(a).$$

Вираженє при ϱ^3 назвім A, при ϱ^2 B, при ϱ C, а вільне від ϱ назвім D.

Як впровадимо тепер слідуючі скороченя:

$$3\pi_1=-\frac{B}{A},\;\;3\pi_2=-\frac{C}{A},\;3\pi_3=-\frac{D}{A}$$

і за ϱ положимо $\varrho_1+\pi_1$, то прийдемо до зредукованого рівнаня:

$$\varrho_1{}^3+3p\varrho_1-2q=0$$

яке лекше дальше розвязувати. В нім $p=\pi_2-\pi^2{}_1$, а $q=\pi_1{}^3-\frac{3}{2}\pi_1\pi_2+\frac{1}{2}\pi_3$.

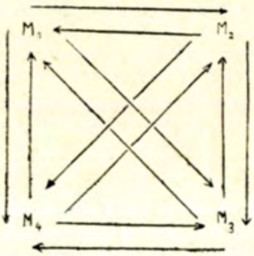
Умова, щоби на коріні рівнаня (a) випали мнимі вартости є:

$$q^2+p^3>0.$$

---

*) Гл. А. Раковский loc. cit.

Якби така умова заходила, тоді малибисьмо найправдоподібнійше*) періодичну реакцию. Щоби докладно опредїлити, коли такий випадок може зайти при перемінї чотирох тїл, требаби довгої роботи в виду великого вже числа самих комбінаций, анальоґічних до зазначених на стор. 10. при трох ізомерах. Там було максимальне число стрілок 6, ту аж 12, як видко з слїдуючого символа:



Наколи однак не всї, то деякі такі случаї дають ся навіть скоро в слїдуючий спосіб проглянути.

Якби p було зером, то услівє $q^2+p^3>0$ зійшло би на:

$$q^2>0.$$

Ся нова умова буде сповнена независимо від того, чи q буде позитивне чи неґативне, бо квадрат все буде позитивний. Цїлком певним можна бути лиш аж по пересьвідченю, що q не сходить ся з зером. Як з одного боку послїдна евентуальність не є виключена, так знов і певною є річею, що вона трафить ся справдї дуже рідко, отже в результатї з тих случаїв, в яких ми тою дорогою припустимо можливість періодичних процесів, не много відпаде через дальшу контролю, о скілько $q \gtrless 0$. Отже приймім за частинну крітерию:

$$p=0$$

або mutatis mutandis:

$$3(b_1-c_1)\left[(a_1+b_2)(b_1c_3-c_1b_3)+(c_1-b_1)(b_1a_2-a_1b_2)+b_3(c_1b_2-c_2b_1)\right]=$$
$$\left[(b_1c_3-c_1b_3)+(a_1+b_2)(b_1-c_1)\right]^2.$$

**) Требаби вперед цїлий довгий рахунок перевести, як я се зробив в попереднїй розвідцї п. з. „Про періодичні хем. реакциї“. щоби переконати ся дефінїтивно, о скілько всї мнимі фактори до послїдного з цїлого інтеґралу випадають.

В простім случаю:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, "k_1"] & M_2 \arrow[d, "k_2"] \\ M_4 \arrow[u, "k_4"] & M_3 \arrow[l, "k_3"] \end{tikzcd}$$

в якім $A_1=A_1$, $A_2=A_3=A_4=0$, маємо рівнаня:

$$\frac{d\xi_1}{dt}+(k_1+k_4)\xi_1+k_4\xi_2+k_4\xi_3=k_1 A_1$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} \qquad -k_1\xi_1+k_2\xi_2 \qquad =-k_1 A_1$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} \qquad -k_2\xi_2+k_3\xi_3 \qquad =0.$$

Тут є очивидно:

$$a_1=k_1+k_4, \quad b_1=k_4, \quad c_1=k_4$$

$$a_2=-k_1 \quad b_2=k_2, \quad c_2=0$$

$$a_3=0, \quad b_3=-k_2, \quad c_3=k_3$$

З того виходить: $b_1-c_1=0$
або ціла критерия зводить ся до:

$$k_4(k_3+k_2)=0$$

що є неможливе в виду того, що всї вартости k мусять з заложеня бути позитивні. В тім проте случаю треба конечно брати загальну критерию

$$q^2+p^3>0$$

до упевненя.

Але для комбінациї:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, shift left, "k_1"] & M_2 \arrow[l, shift left, "k_5"] \arrow[d, "k_2"] \\ M_4 \arrow[u, "k_4"] & M_3 \arrow[l, "k_3"] \end{tikzcd} \quad A_1=A_1. \; A_2=A_3=A_4=0$$

наша частинна критерия вже дає:

$$[(k_4-k_5)k_3+k_4k_2-k_5(k_1+k_2+k_4+k_5)]^2=$$
$$=3\{(k_1+k_2+k_4+k_5)[k_5k_3-k_4(k_3+k_2)]+k_1(k_4-k_5)k_5+(k_1+k_4)(k_2+k_5)k_5$$
$$-k_3k_4(k_2+k_5)\}k_5$$

що вже вказує на евентуальну можливість періодичного процесу.

II.

В моїй першій розвідці п. з. „Про вплив синхронїчної зміни концентрациї...“ зазначив я при кінци мимоходом, що метода рахованя, якою я там послугував ся, дає ся дуже вигідно примінити також до обчислюваня скорости повставаня посередних або постепенних продуктів хемічного процесу. Обмежаючи ся до оказаня сего на однім примірі, відложив я ширше розвинене відносних рахунків до окремої розвідки. Обставина, що я тимчасом звернув ся до иньшого питаня, а іменно до періодичних реакций в однороднім системі, була для мене, як пізнїйше я пересьвідчив ся, о стілько корисна, що заощадила менї безпотрібну працю. Діставши відтак в Липську всї потрібні жерела, перечитав я в саму пору працю А. Раковского, що трактує специяльно і майже виключно те саме, що я мав доперва обробити, і з чого часть, а іменно обчислене максімум нагромадженя посередного продукту, була вже в мене готова. Також, як я вже висше згадав, Е. Абель оголосив подібні обчисленя. В виду того сконстатую тепер лиш сумарично, що до тих самих інтеґралів, які оба згадані автори обчисляють більше загальною методою, можна прийти постепенним вираховуванєм функций повставаня кождого посередного продукту з попередних субстанций. При тім треба собі представити, що кожда материя, яка переходить на дальшу, змінає синхронїчно свою концентрацию через рівночасне повставанє з якоїсь попередної. Слова „синхронїчно“ хочу туть ужити в тім самім значіню, на якім є розвинена цїла моя, висше згадана, розвідка. Таке укладанє рівнань та їх інтеґрация не займе більше часу, чим метода Раковского.

Уважаю однак за відповідне додати ту слїдуючу доповняючу замітку.

В однім случаю, як іменно зійдуть ся дві сусїдні скорости, такі, що мають рівну нумеричну вартість, інтеґрали стають безпредметові, бо в однім або і більше знаменниках являє ся зеро. Як іменно буде n посередних перемін, а часову концентрацию означимо z_i, $(i=1, 2, 3, \ldots n)$, відповідну скорість k_i, то після обчислень Абеля поодинокі інтеґрали мають слїдуючу форму:

$$z_n = a\left[1 - e^{-k_n t}\right]$$

$$z_{n-1} = a\left[1 + \frac{k_{n-1}}{k_n - k_{n-1}} e^{-k_n t} + \frac{k_n}{k_{n-1} - k_n} e^{-k_{n-1} t}\right]$$

$$\begin{aligned} z_{n-2} = a\Bigg[& 1 - \frac{k_{n-1} . k_{n-2}}{(k_n - k_{n-1})(k_n - k_{n-2})} e^{-k_n t} - \\ & - \frac{k_n k_{n-2}}{(k_{n-1} - k_n)(k_{n-1} - k_{n-2})} e^{-k_{n-1} t} - \\ & - \frac{k_n k_{n-1}}{(k_{n-2} - k_n)(k_{n-2} - k_{n-1})} e^{-k_{n-2} t}\Bigg] \end{aligned}$$

. . . .

$$\begin{aligned} z_1 = a\Bigg[& 1 + (-1)^n \frac{k_{n-1} k_{n-2} k_{n-3} \ldots k_2 k_1}{(k_n - k_{n-1})(k_n - k_{n-2})(k_n - k_{n-3}) \ldots (k_n - k_1)} e^{-k_n t} + \\ & + (-1)^n \frac{k_n k_{n-2} k_{n-3} \ldots k_2 k_1}{(k_{n-1} - k_n)(k_{n-1} - k_{n-2})(k_{n-1} - k_{n-3}) \ldots (k_{n-1} - k_1)} e^{-k_{n-1} t} + \\ & + \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \\ & + (-1)^n \frac{k_n k_{n-1} k_{n-2} \ldots k_2}{(k_1 - k_n)(k_1 - k_{n-1})(k_1 - k_{n-2}) \ldots (k_1 - k_2)} e^{-k_1 t}\Bigg] \end{aligned}$$

Значок a означує ту вартість початкової концентрациї. Як бачимо, інтеґрали тратять змисл в припадках $k_i = k_i \pm 1$ $(i = 1, 2, \ldots n)$.

Тоді треба так поступати, як я се мимиходом зазначив там на стороні 13., зн. окремо і постепенно переводити інтеґрали. Впрочім мій спосіб рахованя накриває ся зовсім з загальним схематом Абеля. Додам лиш тут єще при нагоді, що інтеґрация дає ся перевести також в таких случаях, де узгляднює ся бічні процеси.

Возьмім приміром такий випадок:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[d, "k_1"] & \\ M_2 \arrow[r, dash, "k_3"] \arrow[d, "k_2"] & M_2{}' \arrow[dl, "k_4"] \\ M_3 & \end{tikzcd}$$

Як означимо зменьшеня концентраций в часї t для поодиноких M_1, M_2, M_2', M_3 через ξ_1, ξ_2, ξ_2', ξ_3, а початкові вартости $a_1=a_1$, $a_2=a_2'=a_3=0$, то ріжничкові рівнаня для того процесу

$$\frac{d\xi_1}{dt}=k_1(a_1 \quad \xi_1)$$

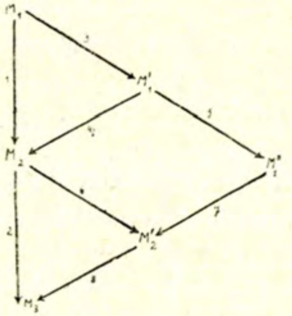
$$\frac{d\xi_2}{dt}=(k_2+k_3)(0-\xi_2)-k_1(a_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2'}{dt}=k_4(0-\xi_3')-k_3(0-\xi_2)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}=-k_4(0-\xi_2')-k_2(0-\xi_2)$$

дають ся дуже легко розвязати, завдяки специяльно тій обставині, що одно за другим дає ся з'інтеґрувати. Компліквция поступає ту систематично, в кожде нове лїнїове рівнанє входить звісна функция, обчислена з попередного, не утрудняючи зовсїм дальших квадратур.

Возьмім еще один, далеко більше скомплїкований примір:



Арабскі цифри при стрілках нехай означують відповідно k_1, k_2, k_3 і т. д. Тодї цїлий систем ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_3)(a_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi'_1}{dt}=(k_4+k_5)(0-\xi'_1)-k_3(a_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi''_1}{dt}=k_7(0-\xi''_1)-k_5(0-\xi'_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=(k_2+k_6)(0-\xi_2)-k_1(a_1-\xi_1) \quad k_4(0-\xi'_1)$$

$$\frac{d\xi'_2}{dt} = k_8(0-\xi'_2)- k_6(0-\xi_2)-k_7(0-\xi''_1) ,$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(0 \quad \xi_2) \quad k_8(0-\xi'_2)$$

дає ся так само як попередний постепенно з'інтеґрувати, з тої самої причини. Він сповняє заразом конечну реляцию

$$\Sigma \frac{d\xi}{dt} = 0$$

о чім дуже легко через зсумоване можна переконати ся.

Таке улекшене рахунку дає ся примінити до найзагальнійшого случаю, який тут ad libitum можна скомбінувати. Треба лиш памятати, що стрілки не можуть бути противно звернені, т. зн. реакциї противні або відворотні будуть в міру своєї скількости, а передовсім відповідно до положеня стрілок сю методу рахованя чимраз більше утруднювати.

Утруднене, яке тут маю на думці, лежить не в чім иньшім, як лиш в потребі розвязуваня найзвичайнійших альґебраїчних рівнань щораз висших степенів, до яких провадить звичайна метода рахованя. В повисших двох примірах і в дуже мнових иньших случаях, де всї стрілки будуть однако з'ориєнтовані, ся трудність зовсїм відпаде. В многих навіть случаях, де якесь число стрілок буде також противно з'орисентоване, те саме улекшене, а в слїд за ним і уможливлене гладкої інтеґрациї дасть ся також перевести.

А тепер звернїм ся до скомбінованих синхронїчних перемін. Хоч в сїй публїкациї присьвячу їм дуже мало місця, то зате зазначу, що на мій погляд, вони будуть колись грати важну ролю при експериментальних студиях механїзмів скомплїкованих постепенних реакций. Сподїю ся, що незадовго буду міг про се окремо і обширнійше виповісти ся. Тепер возьму лиш під огляд такий тип:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, "k_1"] \arrow[d, shift right, "k_2"'] & M_3 \\ M_2 \arrow[u, shift right, "k_3"'] & \end{tikzcd}$$

Подумаймо собі, що в часї реакциї M_1 M_2 змінають синхронїчно свою концентрацию пропорционально до часу. M_1 нехай прирастає зі скоростию m_1, а M_2 зі скоростию m_2. Тодї ріжничкові рівнаня дають ся легко написати в формі:

$$\frac{d\xi_1}{dt}+(k_1+k_2)\xi_1-k_3\xi_2=(k_1+k_2\ A_1-k_3A_2+[m_1(k_1+k_2)-k_3m_2]t$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}-k_2\xi_1+k_3\xi_2=k_3A_2-k_2A_1+(k_3m_2-k_2m_1)t.$$

Означім цїлу праву сторону першого рівняня через T_1, а другого через T_2, помножім друге рівнане через l і додаймо до першого, то буде:

$$\frac{d}{dt}(\xi_1+l\xi_2)+\lambda(\xi_1+l\xi_2)=T_1+lT_2$$

під заложенем, що l і λ будуть так дібрані, що сповнять рівняня:

$$(k_1+k_2)-lk_2=\lambda$$
$$-k_3+lk_3=\lambda l$$

але так, щоби за λ вставити корені λ_1 і λ_2 рівняня:

$$(k_1+k_2-\lambda)(k_3-\lambda)-k_2k_3=0.$$

Вони мають вартість:

$$\lambda_{1(2)}=\frac{k_1+k_2+k_3}{2}\pm\sqrt{\frac{(k_1+k_2+k_3)^2}{4}-k_1k_2}$$

Як їх висше вставимо, то на l дістанемо також дві вартости:

$$l_1=\frac{k_1+k_2-k_3}{2k_3}-\frac{1}{k_3}\sqrt{\left(\frac{k_1+k_2+k_3}{2}\right)^2-k_1k_2}$$

$$l_2=\frac{k_1+k_2-k_3}{2k_3}+\frac{1}{k_3}\sqrt{\left(\frac{k_1+k_2+k_3}{2}\right)^2-k_1k_2}$$

Компл6тні інтеґрали ξ_1 і ξ_2 дають ся тодї легко визначити в формі:

$$(\xi_1+l_1\xi_2)e^{\lambda_1 t}=A_1+\int(T_1+\lambda_1 T_2)e^{\lambda_1 t}dt$$

$$(\xi_1+l_2\xi_2)e^{\lambda_2 t}=A_2+\int(T_1+\lambda_2 T_2)e^{\lambda_2 t}dt$$

в якій так квадратури, як і всї потрібні елїмінациї сходять на елементарну операцию.

Возьмім тепер під огляд иньший случай, в якім субстанция зміняє свою концентрацию синхронїчно (через зовнїшний доплив, або через розпускане) пропорционально до часу, т. зн. положім:

$$\varphi(c)=v\,.\,t$$

де v буде сочинником скорости допливу або розпуская. Як тая субстанция буде в новім системі (пр. під впливом каталїзатора) переміняти ся дальше бімолекулярно, то процес виразить ся рівнанем:

$$\frac{dy}{dt}=k(vt-y)^2 \qquad (a)$$

або по вимноженю:

$$\frac{dy}{dt}-ky^2+2kvty-kv^2t^2=0.$$

Є то загальне рівнане типу Riccati. Щоби улекшити его інтеґрацию, найлїпше буде впровадити нову змінну, означену після звісної методи звязею

$$y=-\frac{1}{k}\frac{d}{dt}log\, z$$

По підставленю та упорядкованю виходить ріжничкове рівнане другого ряду

$$\frac{d^2z}{dt^2}+2kvt\frac{dz}{dt}+k^2v^2t^2z=0.$$

Положім $z=w.x.$

Після звісної методи, w має вартість:

$$w=e^{-{}^1\!/_2\int 2kvtdt}$$

а x означує ся з нового помічного ріжничкового рівнаня:

$$\frac{d^2x}{dt^2}+Ix=0$$

де знов $I=k^2v^2t^2-\frac{1}{2}2kv-\frac{1}{4}4k^2v^2t^2=-kv.$

По підставленю одержуємо рівнане:

$$\frac{d^2x}{dt^2}-kvx=0$$

якого інтеґралом є функция:

$$x=Ae^{-\sqrt{kv}\,t}+Be^{\sqrt{kv}.t}$$

Таким чином z дало ся визначити. Перехід до y є дуже легкий. Зльоґаритмуймо вперед обі сторони рівнаня:

$$z=e^{-\frac{kvt^2}{2}}\left[Ae^{-\sqrt{kv}t}+Be^{\sqrt{kv}t}\right]$$

то виходить:

$$\log z = -\frac{kvt^2}{2} + \log\left[Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}\right]$$

Ріжничкованє після часу дає:

$$\frac{d}{dt}\log z = -kvt + \frac{\sqrt{kv}Be^{\sqrt{kv}\,t} \quad \sqrt{kv}Ae^{-\sqrt{kv}\,t}}{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}}$$

з чого остаточно по подїленю через $-k$ одержуємо:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{k}\,\frac{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} - Be^{\sqrt{kv}\,t}}{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}}}$$

Рівнанє (α), з якого ми вийшли, є першого ряду, тому дві сталі A і B в послїднім інтеґралї виглядалиби на суперечність, якби не се, що через подїленє дроба по правій сторонї через $Be^{\sqrt{kv}\,t}$ одна з них випадає. Означім $\frac{A}{B} = C$, то інтеґрал прийме форму:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{k}\,\frac{Ce^{-2t\sqrt{kv}} - 1}{Ce^{-2t\sqrt{kv}} + 1}}$$

З него на основі услівя $t = 0$, $y = 0$ елїмінуємо послїдну сталу $C = 1$, і приходимо в кінци до форми:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{t}\,\frac{e^{-2t\sqrt{kv}} - 1}{e^{-2t\sqrt{kv}} + 1}}$$

яка ідентифікує заложене ріжничкове рівнанє (α).

Далеко важнїйше є ріжничкове рівнанє, що представляє бімолекулярну посередну переміну, яка є скомбінована з попереджаючою бімолекулярною реакциєю. Такий процес можна представити символом:

$$2M_1 \longrightarrow 2M_2 \longrightarrow M_3 + M_4$$

Ту субстанция M_1 переходить бімолекулярно на M_2, на чім однак реакция не з'упиняє ся, бо M_2 переміняє ся дальше і то знов бімолекулярно на M_3. Переведенє інтеґралу є дуже трудне.

За почином проф. Оствальда студиював свого часу O. Knoblauch *) процес змиленя етильового естру двозасадового бурштинового квасу, змилюючи лугом $NaOH$. Реакция, що хемічно представляє ся взірцем:

$$C_2H_4(CO_2C_2H_5)_2+2NaOH=C_2H_4(CO_2C_2H_5)CO_2Na+C_2H_5OH+NaOH$$

$$C_2H_4(CO_2C_2H_5)CO_2Na+C_2H_5OH+NaOH=C_2H_4(CO_2Na)_2+2C_2H_5OH$$

йде, як видимо, постепенно даючи на першу фазу моноестер. Щоби процес математично виразити означує автор за Освальдом поодинокі концентрациї:

лугу $C_1=A-x$
естру $C_2=B-y$
соли естрового квасу $C_3=z$
соли бурштинового квасу $C_4=w$

при чім увзгляднює ся стехіометричну звязь

$$x=z+2w$$
$$y=z+w$$

Тоді систем ріжничкових рівнань процесу формулує ся слідуючо:

$$-\frac{dC_1}{dt}=\frac{dx}{dt}=k_{12}(A-x)(B-x)+k_{13}(A-x)(2y-x)$$

$$-\frac{dC_2}{dt}=\frac{dy}{dt}=k_{12}(A-x)(B-y)$$

По означеню $\frac{k_{13}}{k_{12}}=k$ і по поділеню виходить ту помічниче рівнанє:

$$\frac{dC_1}{dt}:\frac{dC_2}{dt}=(1-2k)+k\frac{C_1-A+2B}{C_2}$$

яке можна з'ідентифікувати реляциєю:

$$C_1=cC_2^k+\frac{1-2k}{1-k}C_2+(A-2B).$$

Інтеґральна стала c одержує ту відповідну вартість

$$c=\frac{B^{1-k}}{1-k}$$

---

*) Über die Verseifungsgeschwindigkeit der Ester mehrbasischer Säuren. O. Knoblauch. Zeitschrift f. physikalische Chemie B. 26. стор. 96. 1898.

Тепер вставляючи сю реляцию в друге рівнанє системи, приходить ся там до квадратури

$$\int \frac{dC_2}{cC_2^{k+1} + \frac{1-2k}{1-k} C_2^2 + (A \quad 2B) C_2} = - k_{12} t + Const.$$

Поминїм сю обставину, що практичне приміненє „квадратури“ до дослїду було одним величезним рахунковим амбарасом*), який напевно скорше може відстрашити чим заохотити до дальшої в тім напрямі працї. Так само згадати треба про неможливість дослїджуваня переміни, як k_{12} не буде значно більше від k_{13}, бо лиш в тім послїднім припадку можна з більшим або меньшим приближенєм дістати одну, конечну до дальших рахунків, вартість k.

Найбільше однак знеохочуючо дїлає ту форма проблематичної квадратури, яка зависимо від (nota bene незвісної) вартости k давати має щораз нові функциї на інтеґрали, так, що властиво требаби зі становиска теориї функций доперва спрецизувати, чи і о скілько всї тут повстаючі функциї будуть представляти однородний бодай тип феномену**). Аж по такім упевненю можнаби приступити до дальшого, зовсім негладкого рахунку.

Сї причини спонукали мене до того, щоби конечно спробувати перевести замкнений інтеґрал ріжничкового рівнаня. Дотепер се менї не удало ся, мимо довгих проб. Зате подібна реакция, яку я висше зазначив, допускає замкнену інтеґрацию. То повинно бути принайменьше інтересне тому, що однородність феномену дає ся тут напевно сконстатувати, а по друге, що вироблюванє методи рахованя, має також своє значінє. Звернїм ся отже до реакциї на стор. 21. Функцию повставаня субстанциї M_3 в процесї:

$$2M_1 \xrightarrow{k_0} 2M_2 \xrightarrow{k} M_3 + M_4$$

або
$$2M_1 \xrightarrow{k_0} 2M_2 \xrightarrow{k} 2M_3$$

можна означити ріжничковим рівнанєм

$$\frac{dy}{dt} = k(\varphi(t) - y)^2 \qquad (\alpha')$$

---

*) ibid. пр. вишукуванє означених інтеґралів через вирізуванє паперових фіґур, означуванє їх поверхнї через порівнаюче важенє вирізаних простокутників.

**) A priori нема ґаранциї, що при деяких особливих вартостях k, феномен не може не стати „нефізикальним“, хочу сказати виключеним через свого рода фальшиву рівновагу або иньшу фізичну прояву системи.

в якім $\varphi(t)$ означує синхронічне повставане посередного продукту M_2 з попередної реакциї $2M_1 \xrightarrow{\qquad} 2M_2$. З причини, що ту стрілки не йдуть також в противнім напрямі, $\varphi(t)$ дає ся легко визначити з простого рівнаня

$$\frac{dx}{dt}=k_0(\alpha_1-x)^2$$

при якім a_1 означує початкову концентрацию вихідної субстанциї M_1. Інтеґрал того рівнаня дає на функцию $\varphi(t)$ по усуненю сталої:

$$x=\frac{a_1{}^2k_0t}{1+a_1k_0t}$$

В той спосіб рівнане (α') перейде на

$$\frac{dy}{dt}=k\left(\frac{a_1{}^2k_0t}{1+a_1k_0t}-y\right)^2$$

якого інтеґрация є нашим проблемом. Підставляючи, як в попереднім случаю, реляцию

$$y=-\frac{1}{k}\frac{d}{dt}\log z$$

приходимо по відповіднім упорядкованю до ріжничкового рівнаня другого ряду:

$$\frac{d^2z}{dt^2}+2k\frac{a_1{}^2k_0t}{1+a_1k_0t}\frac{dz}{dt}+k^2\left(\frac{a_1{}^2k_0t}{1+a_1k_0t}\right)^2z=0$$

Так як передше впровадьмо дві функциї w і v

$$z=w.v$$

то w можна означити з рівнаня

$$w=e^{-{}^1/_2\int 2k\frac{a_1{}^2k_0tdt}{1+a_1k_0t}}$$

а v_0 з нового помічничого ріжничкового рівнаня:

$$\frac{d^2v_0}{dt^2}+Iv_0=0$$

в якім

$$I=k^2\left(\frac{a_1{}^2k_0t}{1+a_1k_0t}\right)^2-\frac{1}{4}\left(2k\frac{a_1{}^2k_0t}{1+a_1k_0t}\right)^2-\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(2k\frac{a_1{}^2k_0t}{1+a_1k_0t}\right)=-\frac{a_1{}^2k_0k}{(1+a_1k_0t)^2}$$

так, що наш проблем спровадимо до інтеґрациї рівнаня:

$$\frac{d^2v_0}{dt^2}-\frac{a_1{}^2k_0k}{(1+a_1k_0t)^2}v_0=0 \qquad (\alpha'').$$

Між ріжними методами, які ту можваби запропонувати до розвязки, удало ся менї знайти і успішно примінити слїдуючу, скомбіновану зі специяльним ріжничковим рівнанем для чисельника, по пробнім принятю певного знаменника.

Як звісно в лінїовім ріжничковім рівнаню

$$u\frac{d^2y}{dt^2}+v\frac{dy}{dt}+wy=0$$

в якім u, v, w є функциями t, можна операцийний символ на y_0

$$u\frac{d^2}{dt^2}+v\frac{d}{dt}+w$$

розложити на продукт подібних операцийних значків

$$\left(p\frac{d}{dt}+q\right)\left(r\frac{d}{dt}+s\right)$$

в котрих p, q, r, s є новими функциями t, але такими, що сповняють конечне услівє, представлене слїдуючими трома рівнанями:

$$\left.\begin{aligned} pr&=u\\ qr+p\left(\frac{dr}{dt}+s\right)&=v\\ qs+p\frac{ds}{dt}&=w \end{aligned}\right\} \qquad (\beta)$$

Положім тепер: $\left(r\frac{d}{dt}+s\right)y=z_1$

то з принятого операцийного добутка виходить рівнанє:

$$p\frac{dz_1}{dt}+qz_1=0$$

отже і $\quad z_1=Ae^{-\int\frac{p}{q}dt}$

В такім случаю і y можна визначити з лїнїового рівнаня

$$r\frac{dy}{dt}+sy=Ae^{-\int\frac{p}{q}dt} \qquad (\beta')$$

Як описану методу схочемо приложити до нашого рівнаня (α''), то три услівні рівнаня (β) по положеню $p=r=1$ перейдуть тут на:

$$pr=1$$
$$q+s=0$$

$$-s^2+\frac{ds}{dt}=-\frac{a_1{}^2k_0k}{(1+a_1k_0t)^2} \tag{γ}$$

Як знайдемо з послїдного рівнаня якийнебудь, хочби партикулярний інтеґрал s, то з попередного визначимо також функцию q, а тодї в виду звісних вже p і r можна буде спробувати, чи цїла метода допроводить до квадратур, якіби дали ся вирахувати.

Приймім за інтеґрал рівнаня (γ) вираженє $\frac{x}{1+a_1k_0t}$, в якім чисельник є незвісний. Вставляючи в (γ) приходимо до ідентичности

$$\frac{(1+a_1k_0t)\frac{dx}{dt}-a_1k_0x-x^2}{(1+a_1k_0t)^2}=-\frac{a_1{}^2k_0k}{(1+a_1k_0t)^2}$$

з якої виходить ріжничкове рівнанє для чисельника x:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{x^2+a_1k_0x-a_1{}^2kk_0}{1+a_1k_0t} \tag{δ}$$

Інтеґралом (δ) буде рівність:

$$Const.-\frac{1}{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}\,ln\,\frac{a_1k_0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}=\frac{1}{a_1k_0}\,ln(1+a_1k_0t)$$

або:
$$ln\,\frac{C}{\left(\frac{a_1k^0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}}}=ln\,(1+a_1k_0t)^{\frac{1}{a_1k_0}}$$

а дальше:

$$\frac{a_1k_0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}=\left[\frac{C}{(1+a_1k_0t)^{\frac{1}{a_1k_0}}}\right]^{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}} \tag{ε}$$

Означім праву сторону рівнаня через ϱ, а $\sqrt{a_1{}^2k^0(k_0+4k)}$ через w, то x дасть ся легко виймити, а іменно буде

$$x=\frac{\varrho(a_1k_0-w)-w-a_1k_0}{2(1-\varrho)}$$

Вернім еще раз до (ε). Виложник в знаменнику правої сторони $\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0}$ дає ся стянути на $\frac{k_0+4k}{k_0}$, що означім через b

Тоді можна написати

$$\varrho = \frac{C^w}{(1+a_1k_0t)^b}$$

з чого:
$$x = \frac{(a_1k_0 - w)C^w - (w+a_1k_0)(1+a_1k_0t)^b}{2[(1+a_1k_0t)^b - C^w]}$$

Впровадьмо еще скороченя $(a_1k_0 - w)C^w = A$, $w + a_1k_0 = B$, і поділім через $(1+a_1k_0t)$, то прийдемо до інтеґралу рівнаня (γ) ст. 26

$$s = \frac{A - B(1+a_1k_0t)^{b-1}}{2[(1+a_1k_0t)^b - c^w]}$$

З тої форми не прийшло би нам багато хісна, якби не обставина, що нам загальний інтеґрал не конечно потрібний, бо вистарчить і партикулярний. Тому положім $C = 0$, з чого і $A = 0$, а тоді

$$s = -\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0 + 4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}$$

Послідна помічнича функция q на стор. 25 ріжнить ся від s лиш альґебр. знаком, отже наконець і

$$q = \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0 + 4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}$$

Маючи тепер всі функциї (p, q, r, s) потрібні до збудованя операцийного добутка на функциі v_0, можемо тепер приступити до висше описаного способу розвязаня нового рівнаня, яке формуємо слідуючо:

$$\left(\frac{d}{dt} + \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0 + 4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)\left(\frac{d}{dt} - \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0 + 4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_0 = 0$$

Отже означім вперед

$$\left(\frac{d}{dt} - \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0 + 4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_0 \text{ через } v_1 \qquad (\zeta)$$

тоді з рівнаня:

$$\left(\frac{d}{dt} + \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0 + 4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_1 = 0$$

прийдемо через інтеґрацию до:

$$log\, v_1 + \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0 + 4k)} + a_1k_0}{2a_1k_0}\, log(1+a_1k_0t) = log\, C$$

звідки по означеню $\frac{a_1k_0+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{2a_1k_0}$ через β приходимо до

$$v_1 = C_0(1+a_1k_0t)^{-\beta}$$

Узглядняючи тепер другу часть добутка, пишемо на основі (β')

$$\frac{dv_0}{dt} - \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}v_0 = C_0(1+a_1k_0t)^{-\beta}$$

якого інтеґрал

$$v_0 = e^{\int\limits_0^t \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}dt}\left\{C_1+\int\limits_0^t e^{-\int\limits_0^t \frac{\sqrt{}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}dt} . \ C_0(1+a_1k_0t)^{-\beta}dt\right\};$$

не представлає вже рахункових трудностий.

Виконаймо вперед квадратури в обох виложниках, то буде

$$v_0 = (1+a_1k_0t)^{\frac{\sqrt{a_1{}^2(k_0+4k)}+a_1k_0}{2a_1k_0}}\left[C_1+C_0\int\limits_0^t(1+a_1k_0t)^{-\left(\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{a_1k_0}\right)}dt\right]$$

а назначивши $\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0} = \sqrt{\frac{k_0+4k}{k_0}} = b$ $\qquad (\eta)$

одержуємо $v_0 = (1+a_1k_0t)^{\frac{b+1}{2}}\left[C_1+C_0\int\limits_0^t(1+a_1k_0t)^{-(b+1)}dt\right]$

Впровадьмо $1+a_1k_0t=\vartheta$, тоді $dt=\frac{d\vartheta}{a_1k_0}$, а долїшна границя перейде з 0 на 1, так що остаточно по виконаню квадратури і по відворотнім підставленю t замісць ϑ приходимо до:

$$v_0 = (1+a_1k_0t)^{\sqrt{\frac{k_0+4k}{k_0}}}\left\{C_1+\frac{C_0}{a_1\sqrt{k_0(k_0+4k)}}\left[1-\frac{1}{(1+a_1k_0t)^{\sqrt{\frac{k_0+4k}{k_0}}}}\right]\right\}$$

або тримаючи ся скороченя (η)

$$v_0 = (1+a_1k_0t)^{\frac{b+1}{2}}\left\{C_1+\frac{C_0}{ba_1k_0}\left(1-\frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}$$

Щоби вираховати тепер функцию w (стор. 24), розложимо функцию під інтеґральним знаком виложника в слїдуючий спосіб:

$$\frac{a_1{}^2k_0tdt}{1+a_1k_0t}=\left[a_1-\frac{a_1}{1+a_1k_0t}\right]dt.$$

Супроти того, цїлий дальший рахунок сходить на елементарні операциї і дає в результатї:

$$w=e^{-ka_1t}(1+a_1k_0t)^{\frac{k}{k_0}}$$

Комплєтний інтеґрал ріжничкового рівнаня другого ряду на стор. 24 зводить ся таким способом до форми:

$$z=e^{-ka_1t}(1+a_1k_0t)^{\frac{k}{k_0}}(1+a_1k_0t)^{\frac{b+1}{2}}\left\{C_1+\frac{C_0}{ba_1k_0}\left(1-\frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}$$

яку вперед через льоґаритмованє:

$$log\,z=-ka_1t+\left(\frac{k}{k_0}+\frac{b+1}{2}\right)log(1+a_1k_0t)+log\left\{C_1+\frac{C_0}{ba_1k_0}\left(1-\frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}$$

а відтак через зріжничкованє приводимо до вигляду:

$$\frac{d}{dt}log\,z=-ka_1+\left(\frac{k}{k_0}+\frac{b+1}{2}\right)\frac{a_1k_0}{1+a_1k_0t}+$$

$$+\frac{C_0}{a_1k_0(1+a_1k_0t)^{+(b+1)}\left\{C_1+\frac{C_0}{ba_1k_0}\left(1-\frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}}$$

Подїленєм чисельника і знаменника на правій сторонї через C_0 усуваємо одну інтеґральну сталу. Як наконець подїлимо через $-k$ цїле нове рівнанє, та при помочи услівя $t=0$, $y=0$, виелїмінуємо і другу інтеґральну сталу, то прийдемо до інтеґралу заложеного ріжничкового рівнаня (α')

$$y=a_1-\left(\frac{k}{k_0}+\frac{b+1}{2}\right)\frac{a_1k_0}{k(1+a_1k_0t)}-$$

$$-\frac{1}{ka_1k_0(1+a_1k_0t)^{+(b+1)}\left\{C_1+\frac{1}{ba_1k_0}\left(1-\frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}}$$

в якім $C_1=\dfrac{1}{ka_1k_0\left[a_1-\left(\frac{k}{k_0}+\frac{b+1}{2}\right)\frac{a_1k_0}{2}\right]}$, $b=\sqrt{\dfrac{k_0+4k}{k_0}}$

Липськ д. 3. червня 1909.

Вплив температури на скорість декількох хемічних реакций.

НАПИСАВ

Др. Юлїян Гірняк.

В послїдних часах дає ся завважати більше заінтересованє сочинником температури при скорости хемічних реакций. Завдяки сїй обставинї, що в безглядну вартість скорости хемічного процесу входить безпосередно т. зв. хемічний опір, свого рода міжмолєкулярне тертє, спричинене грою атомових сил, цїле питанє є дуже далеке від виясненя, бо про сили свояцтва нинї прямо нїчо не знаємо. Тому нема й бесїди, щоби і вплив температури на скорість реакциї можна нинї чисельно видедукувати з яких теоретичних заложень. Мимо того, появу кількох теоретичних праць, що стремлять до тої цїли[1], треба радо привитати, а то з двох причин. Сам факт, що з ріжних сторін проявляє ся вже потреба приложити до справи активну працю, говорить много за себе, — бо трудне питанє, треба надіяти ся, не лишить ся вже на довший час нетикальним. Поволи, з часом нагромадило ся на стільки материялу і фактів, що заходить потреба зібрати їх в одну орґанічну цїлість, а теоретики находять вже точки опертя. Годї також заперечити, щоби згадані проби не кинули одробини нового сьвітла, мимо незначних контроверзий, які вони подекуди викликали.

---

[1] H. Goldschmidt. Inaugural-Dissertation (Breslau) 1907.

F. Krüger. Zur Kinetik des Dissoziationsgleichgewichtes u. der Reaktionsgeschwindigkeit. Göttinger Nachrichten. Dezember 1908.

M. Trautz. Zeitschr. f. phys. Ch. B. 77. 1909. Z. f. Elektrochemie 1909.

Про віддаленє однак результатів тих праць від остаточної цїли, до якої вони в сути річи стремлять, сьвідчить наглядно се, що всї три дедукують, (nota bene кожда з иньшого заложеня) лиш загально, великий сочинник температури. І тим результатом мусять вдоволити ся*). Практика однак знає дещо більше. Дослїдом сконстатовано на численних конкретних случаях, що границя вартостий того сочинника є незвичайно велика. Реакциї чисто фотохемічні дають вартість дуже мало висшу від 1. Звичайні реакциї дають, як до случаю, від 1·6 до 5 а навіть 6 (декотрі тавтомерні переміни**)), а ензимові реакциї йдуть єще висше, аж до 7. Якби будучність і дальше не тільки найзагальнїйше потвердила, але і чисельно (хочби навіть зложеною функциєю) виразила звісну антибатию між сочинником температури а абсолютною скоростию процесу, то безсумнївно цїлий інтерес кінетики сконцентрував би ся до певної міри в студиї сочинника температури. Реакциї, що під зглядом скорости стоялиб до себе в відношеню скажім $1:10^{10}$, давали би відношенє в мірі сочинника температури замкнене в чисельній границї між 10 а 1. Евентуальне перенесенє тодї области обсервациї на сочинник температури було би, на меньшу скалю, чимсь анальоґічним до можности киданя на фотоґрафічну плитку в цїлях близшої аналїзи будьто мікроскопових, будьто космічних віддалень між обсервованими точками.

Послїдні часи принесли нову низку цїкавих дослїдів і спостережень. Сам M. Trautz, що сконструував свою теорию сочинника, подав недавно***) свої дослїди над нереґулярним єго перебігом в деяких случаях, а іменно над максімум того сочинника, яке там виступає між 10° а 20° Cel. А вже пряме зменшуванє скорости реакциї з температурою сиґналїзує (хоч не перший) проф. M. Bodenstein****). На такі факти теория Trautz'a має бути приготована. Не меньше цїкаві спостереженя зробив Dr. H. v. Halban.

---

*) Цїкаве се, що кожда з них є консеквентним дальшим виобразованєм поодиноких думок, від себе ріжних, а кинених яко здогади такої міри вченими, як S. Arrhenius [континуує єї H. Goldschmidt, а по части Krüger] і van't Hoff (переводить єї на основі третого теорему термодинаміки, поставленого недавно Nernst'ом, Trautz). Праця F. Krüger'a, після мого погляду найлїпша, унаглядняє знаменито погляд Arrhenius'a, кромі того постулює мексуелївский розклад скоростий атомів в молекулї, який много теоретиків уважає нинї за правдоподібний.

**) O. Dimroth. Lieb. Ann. 335, 1—112. 1904.

***) Zeitschr. f. phys. Ch. Гл. висше.

****) Z. f. Elektrochemie. 1909. Bd. 15. p. 695 (при нагодї дискусиї над теориєю M. Trautz'a).

Вперед лиш заповідає *), а відтак обширнійше зіставляє **) загальну правильність, яка має заходити між рядом хемічної реакциї, а єї сочинником температури. Після его погляду реакциї мономолекулярні є ті, що дають переважно високу вартість сочинника. Реакциї висшемолекулярні мають мати взагалі меньший сочинник, чим перші. І той факт хоче вияснити теория Trautz'a.

В минулім роцї мав я приємну нагоду пізнати в Липську п. H. v. Halban'a, обзнакомити ся з его поглядами і за его порадою розпочати отсю працю. Єму отже маю до завдяченя першу думку, методу, впроваджене і неодну поміч в тім часї, в якім він еще задержав ся в Липську. Чую ся обовязаним про се ту з вдячностию згадати.

Наколиби висше згаданий погляд на звязь між рядом а сочинником температури хемічної реакциї був необмежено оправданий, тоді можна би також і в слїдуючий спосіб ту правильність провірити. Можна би бімолекулярну реакцию між двома субстанциями, що заходить в якімсь розчиннику, перевести раз звичайно, а другий раз без того розчинника, що фунґував при першій переміні, беручи за розчинник одну з реаґуючих материй. Реакция піде тоді мономолекулярно. Зіставляючи сочинники температури в обох случаях можна евентуально сконтролювати згадану правильність. Спробувати се на деяких субстанциях, було першою цїлею отсеї працї. До того вибрано реакциї повставаня сільних амонїових сполук, які заходять між амінами а алькільовим йодом. Так війшли до дослїду реакциї між дво-метильо-анїлїною $C_6H_5 . N(CH_3)_2$ і дво-етильо анїлїною $C_6H_5 . N . (C_2H_5)_2$ а етильовим йодом C_2H_5I, пізнійше дальші гетероцикльові аміни.

Експериментальне переведене.

Мірене скорости процесу виконано на слїдуючій основі. Звісно в реакциях:

$$C_6H_5 . N . (CH_3)_2 + C_2H_5 . I = C_6H_5N(CH_3)_2C_2H_5 . I$$

$$C_6H_5 . N . (C_2H_5)_2 + C_2H_5 . I = C_6H_5N(C_2H_5)_3 . I$$

повстають чотирорядні амонїові засади, яко гомольоґи звичайного амону NH_4, злучені з йодом у відповідні соли. Ті послїдні розпускають ся легко в воді, улягаючи електролїтичній диссоциациї. Повста-

---

*) B. d. d. ch. G. 41, 2417. 1908.

**) Z. f. ph. Ch. B. 68. 1909.

ючий йон *I* дуже легко визначити через мірене розчином $AgNO_3$, беручи до протиміреня розчин родан-амонїюм, а за індикатор желїзо-амонїовий алун.

Щоби при аналїзї не впливали некорисно на індикатуру аміни, або етильовий йод, а головно, щоби спинити дальше повставане аналїзуючої ся соли, треба усунути амін з пробки, що входить до аналїзи. Тое усунене дае ся вигідно перевести в слїдуючий спосіб. Поодиноку пробку, що е затоплена в невеличку скляну рурку, видуту в серединї в кульку (на обем 3—5 cm^3), сполїкуе ся, по отвореню рурки з обох сторін, водою квантитативно до звичайної склянної грушки (± 100 cm^3) замиканої в горі дуже добре шлїфованим корком, в долинї також можливо добре вишлїфованим закрутком з енайского скла. До грушки додае ся передтим потрібну скількість етеру. По кількакратнім, скорім витрясеню води з етером, дістаемо в долинї чисту верству води з розпущеною солию, в горі верству етеру з аміном і етильовим йодом. По отвореню закрутка спускаемо водну верству до плиткої порцелянової мисочки, уважаючи, щоби до неї не дістало ся нїчо з верстви етеру.

Закруток мае врізаний дуже вузонький, ледви слїдний рівець, що йде з противного кінця від того, який служить до реґульованя, не дальше як до середини свої довжини. При замкненім положеню закрутка той рівець комунїкуе як раз з долїшним кінцем грушки, то е з невеличким продовженем рурки, що відпроваджуе спусканий плин. Як тепер, по першім роздїленю верстви води від етеру, при замкненім вже закрутку подуемо легко в рівець, то решта води в долїшнім продовженю рурки до послїдної краплї сплине до мисочки. Тепер можна повторити сполоскане кульки водою, витрясене з тим самим етером, і віддїлене нової порциї води до мисочки. По скінченім спроваджeню соли випускае ся в обчисленім в приближеню надмірі з бірети змірену скількість $AgNO_3$ в воднім розчинї, додае ся потрібну (до всїх проб однакову) скількість сильно закрашеного азотовим квасом індикатора і протимірить ся тепер осторожно розчином амонового родану аж до першого червоного закрашеня плину. В такий спосіб аналїза дае ся докладно перевести.

Прилаждене реаґуючої мішанини зводило ся до впровадженя з відповідної піпети до важеня першої субстанциї в означеній скількости до скляної фляшочки, осмотреної на вузкій і довгій шийцї маркою і шлїфованим корком. Означене скількости дае ся дуже легло осягнути через подвійне зважене фляшочки або піпети. Відтак наливає ся осторожно але скоро другу реаґуючу субстанцию, що має служити за розчинник і вкладає опісля до начиня з ледом. В температурі 0° хемічний процес йде дуже поволи, так що через се ціле поступоване не дізнає перешкоди. Тепер піпетує ся з фляшочки однакові скількости мішанини до приготованих склянних, видутих в середині, рурок, при чім найліпше послугувати ся відповідно нареґульованою, водною помпою. По скінченій маніпуляциї затоплює ся рурки з другого кінця, звужуючи і видовжуючи при тім рурки в легкі дзюбки. Затоплені рурки завішує ся тепер на мідяних дротиках і вкладає ся всї нараз в термостат, нотуючи в тій самій хвилї час. По упливі відповідної скількости мінут виймає ся одну рурку, вкидає скоро до начиня з ледом, або в міру потреби в остуджуючу мішанину, а по 5 мінутах отвирає ся рурку і переводить скоро цїлу аналїзу. За термостати служили звичайні великі бляшані, в серединї поливані начиня, хоронені зверха грубим фільцом, наповнені водою. Щоби воду охоронити від парованя, прикриває ся єї поверхню верствою плинної парафіни. Термореґулятори були, звичайно уживані, толюольові, термометри сконтрольовані, а постійне мішанє води обслугував електромотор. Взагалї термостати функционували зовсїм бездоганно. Всї склянні прилади, які стикали ся з реаґуючими субстанциями, то є фляшки до їх переховуваня, т. зв. кольбки до мїреня, видуті рурки, піпетки звичайні і піпетки до важеня, були вперед дуже докладно, при кождій маніпуляциї, вичищені хромово-сїрковим квасом, відтак струєю горячої водної пари, а наконець старанно висушені.

Всї препарати, які війшли до дослїду, були спроваджені з фабрики Kahlbaum'а в Берлїнї. Вони оказали ся доволї чистими, все-ж таки кождий без виїмку був по попереднім відводненю підданий повтореній фракционованій дестиляциї або перекристалїзованю з абсолютного алькоголю (α-нафтохіноліна, три-бензиль-амін). Слїдуючі з них: метильовий алькоголь, піридина, α-піколїна, хінолїна мали марку „Kahlbaum“.

Вислїди експерименту.

Добиранє відповідних вагових і концентрацийних відношень реаґуючих материй відбувало ся на пробній дорозї. Через провізоричні дослїди доходило ся до „вибираня“ скоростий реакций, які дають ся вигідно переміряти. О скілько як раз справдї вигідно справа пішла в поодинокім случаю, сьвідчать о сїм відповідні табелї. В сім розділї зберу всї поміри, зроблені так в цїли провіреня погляду п. H. v. Halban'a, як і переведені для порівнаня сочинників температури дальших гетероциклових материй при реакциї з етильовим йодом. Той новий плян працї підняв я в хвили, як упав всякий сумнїв, що вибрані дослїди дають противний результат, чим того вимагав би погляд п. Halban'a. Реакцяя:

$$C_6H_5N(CH_3)_2 + C_2H_5I = C_2H_5N(CH_3)_2C_2H_5I$$

переведена в температурах 40° і 60° в надмірі (в розчиннику) двометильо-анїлїни, отже мономолекулярно, дала далеко меньший сочинник температури чим тая сама реакция, переведена бімолекулярно в розчиннику метильового алькоголю.

Що до вибраних концентраций і скількости мішанини в поодиноких кульках, скажу ту загально, що до означеня перших служили в міру потреби і в міру скількости приготованого препарату кольбки о обємі 20, 25, 30, 35 і 50 cm^3, а кульки обіймали 2, 3, 4 і 5 cm^3. В поодиноких табелях не подаю тому тих даних, що не входять в суть річи, лиш при мономолекулярних перемінах, які йдуть після рівнаня:

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)$$

подаю a, то є вихідну концентрацию, в безглядній мірі, то є в ґрамах (перечислену на кожду пробку), а при бімолекулярних після вимаганя ріжничкового рівнаня:

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)(b-x)$$

а зглядно єго інтеґалу:

$$k = \frac{1}{(a-b)t} \log \frac{b(a-x)}{a(b-x)}$$

подаю a і b при кождій табелї в молярній мірі.

Сталу скорости я обчисляв в міру потреби після взорів:

для мономол. реакций: $k = \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$ або $k = \frac{1}{t-t_0} \log \frac{a-x_0}{a-x}$

для бімол. реакций:

$$k = \frac{1}{(a-b)t} \log \frac{b(a-x)}{a(b-x)} \quad \text{або} \quad k = \frac{1}{(a-b)(t-t_0)} \log \frac{(b-x_0)(a-x)}{(a-x_0)(b-x)}.$$

За пробу, коли перший або другий спосіб перечислюваня був потрібний, нехай послужить слїдуюче зіставленє:

Концентрация $AgNO_3$ була така, що:
в 1 cm^3 було 0,003417 gr $AgNO_3$, що відповідало: 0·003134 ґрамам етильового йоду. В слїдуючих двох табелях a означає початкову концентрацию C_2H_5I в розчиннику дво-етильо-анїлїни в ґрамах.

Температура 50° Cel.

a	час	cm^3	$\frac{1}{t}\log\frac{a}{a-x}$
0·37725	1288 мінут	9·30	0·0000272
	1470 „	10·65	0·0000273
	1529 „	11·10	0·0000273
	2741 „	18·75	0·0000268
		пересїчна вартість:	0·00002715

Ту, як бачимо, через се, що відступ часу, а за тим і скількість $AgNO_3$ були вже досить великі при першій аналїзї, перший спосіб перечислюваня був вистарчаючо докладний. За те в слїдуючій табелї:

Температура 60° Cel.

a	час	cm^3	$\frac{1}{t}\log\frac{a}{a-x}$
0·158	102 мінут	0·6	(0·0000507)
	297 „	1·6	0·0000470
	1282 „	6·4	0·0000463
	1450 „	7·2	0·0000463
		пересїчна вартість:	0·00004653

були иньші услівя, і тому до пересїчної вартости годї вже було брати перше число (взяте тому в скобки).

З того першого дослїду бачимо однак, що мимо розмірно низької температури, отже і малої вартости k, сочинник температури взагалї є меньший від 2. Значить ся, при бімолекулярній реакциї між тими субстанциями, не можна вже сподївати ся великої ріжницї в сочиннику температури, особливо в тім змислї, щоби він в другім случаю був значно меньший від першого. Скорше противно, як то справдї виказав дальший дослїд. Щоби дістати вигіднїйші до дослїду скорости, перейшов я дво-метильо-анїлїни і змірив k в більшім інтервалї температури, беручи так само $C_6H_5N(CH_3)_2$ за розчинник.

Двометильоаніліна $C_6H_5N(CH_3)_2$

$t = 40^0$ Cel. $a = 0·10758$

Час	cm^3	k
131·5 мінут	4·95	0·0005369
229·5 „	8·3	0·0005377
349·5 „	11·9	0·000528(?)
460·5 „	14·7	0·000534

пересічна вартість: 0 0005342

$t = 50^0$ Cel. $a = 0·17715$

Час	cm^3	k
38 мінут	5·27	0·001119
136 „	15·65	0·001035
170 „	19·15	0·001057
211 „	22·80	0·001063
274 „	27 5	0·001056

пересічна вартість: 0·001066

$t = 60^0$ Cel. $a = 0·10758$

Час	cm^3	k
22·6 мінут	3·83	(0·00227)
47·5 „	7·06	0 00210
85·5 „	11·45	0·00206
135·5 „	16·16	0·00205
167·7 „	18·45	0·00205

пересічна вартість: 0·002065

$t = 70^0$ Cel. $a = 0·11565$

0 мінут	9·61	—
18·7 „	13·85	0·003904
38·7 „	17·46	0·003800
55·7 „	20·17	0·003807
66·7 „	21·83	0·003860
75·7 „	23·05	0·003880

пересічна вартість: 0·003841

$t = 90^0$ Cel. $a = 0·144045$

0·0	мінут	10·04	—
9·75	„	18·35	0·01210
15·39	„	22·44	0·01195
19·39	„	25·00	0·01206
23·3	„	27·06	0·01197
27·3	„	28·92	0·01181
	пересїчна вартість:		0·01198

Ту досліди дали вистарчаючо докладний результат. Сочинник температури є троха меньший від 2, зі зростом температури зменьшає ся зовсїм нормально:

$$k_{50}/k_{40} = 1·995, \quad k_{60}/k_{50} = 1·937, \quad k_{70}/k_{60} = 1·860, \quad k_{90}/k_{70} = 1·766.$$

Тепер перейшов я до реакций бімолекулярних. За розчинник взяв метильовий алькоголь. Трудність при аналїзї в виду присутности алькоголю не виринула. Того можна було побоювати ся в виду того, що присутність алькоголю збільшує значно взаїмну розпускаємість води і етеру, в слїд за чим при аналїзї (утвореної в реакциї) соли бувби присутний також амін і етильовий йод. Можна було отже побоювати ся, що з одної сторони момент переходу в червону краску не виступить так остро, або радше плин стратить ще перед тим моментом свою безбарвність. Тому можна було зарадити, як оказало ся в практицї, повтореним передестильованєм обох субстанций. Що до другого шкідливого впливу, то побої оказали ся так на основі специяльної аналїзи з KCl, як і самої дальшої практики непотрібними. Треба лиш було (більше вже для субєктивної певности) брати до кождої аналїзи більшу скількість етеру і води, так що 2—4 cm^3 входячого алькоголю не входило практично в рахубу.

З дво-метильо-анїлїною мав я ту однак неприємну несподіванку, імовірно через частинний розклад препарату (хоч сьвіжо передестильовував) або який иньший некорисний момент, що усунув ся з моєї контролї — що мимо кількоразового зарядженя досліду не вдало ся менї усталити скорости k з вистарчаючою докладностию. В слїдуючім зіставленю

$t = 42·5^0$ Cel. $a = 2·372.$ $b = 2.260$

час $t - t_0$		cm^3	$k(a-b)$
0	мінут	7·64	—
48	„	9·43	0·00000708
1023	„	43·29	0·00000910
1473	„	53·89	0·00000936

$t = 60^{0}$ Cel.

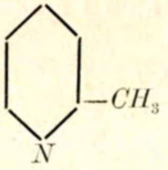
0	мінут	10·84	—
30	„	15·30	0·00003
93	„	25·57	0·000035

зріст k з ходом процесу є троха за великий, щоби можна єго вартість замкнути в певні границї. Одно лиш певне, що сочинник температури є дуже незначно але більший від 2. В виду того, я дальший плян працї змінив, постановляючи принагідно перевести кілька визначень скорости в мономолекулярних подібних реакциях, щоби сконстатований ту факт провірити на єще якім примірі. Як пізнїйше окаже ся, мій здогад був вірний.

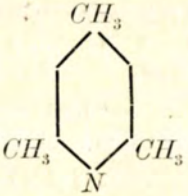
Питанє, як під зглядом сочинника температури заховують ся треторядні аміни, але в дальших гетероцикльових ґрупах, видало ся менї більше інтересним. Я хотів довідати ся, який вплив на той співчинник буде мати иньше положенє атому N в молекулї. Тому вибрав передовсїм:

піридину

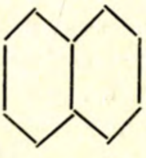
α-піколїну



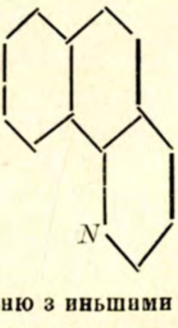
коллїдину



хїнолїну

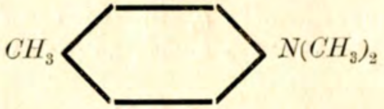


α-нафтохінолїну



в яких азот стоїть в значно тїснїйшим звязаню з иньшими атомами, бо в бензольовім перстїнї, а до порівнаня в виду недокладности досліду з дво-метильо-анїліною взяв єще:

дво-метильо-пара-толюїдину:



в якій, подібно як в дво-метильо-аніліні, азот вже находить ся в бічнім положеню.

До дослідів взяв я той самий розчинник, то є метильовий алькоголь. Розчин $AgNO_3$ був на ново приготований. В виду того, що тут входили в гру майже виключно бімолекулярні реакциї, всї відношеня при аналізї, і початкові концентрациї мусїли бути раховані в молях. Розчин $AgNO_3$ мав концентрацию: 1 $cm^3 = 0{\cdot}01797$ молїв. В попередній табелї числа в колюмнї під „cm“ є виражені власне сим еквівалентом.

Загально ту зазначу, що сочинник температури оказав ся в цїлій сериї досліду значно висшим від 2, бо перейшов навіть число 3. В міру зложеня і в міру зросту молекулярної ваги субстанциї він зростав систематично. Возьмім вперед дьо-метильо-пара-толюїдину.

Двометильо-пара-толюїдина: $CH_3C_6H_4 . N(CH_3)_2$

$a = 1{\cdot}92234, \quad b = 0{\cdot}79119.$

$t = 39{\cdot}8^0$ Cel.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
0 мінут	4·60	-–	
88 „	8·08	0·000277	
148 „	10·24	0·000282	
192 „	11·80	0·000287	
1195 „	31.66	0·000292	
	середна вартість:	0 000285	0·000252

$t = 60{\cdot}7^0$ Cel.

0 мінут	6·65	—	
21·5 „	10·72	0 00149	
43· „	14·45	0·00154	
132 „	25·30	0·00159	
	середна вартість:	0·00154	0·00136

Сочинник температури $^{k_{t+10}}/_{k_t} = 2{\cdot}24.$

Як бачимо, він переступив досить значно вартість 2. Для двометильо-анїлїни буде правдоподібно троха меньший. Мимо малого зросту з ходом процесу вартости k, можна сказати, що реакция йде після звичайного рівнаня, без якоїсь комплїкациї.

Піридина C_5H_5N

$a = 1·93607$, $b = 0·98788$

$t = 42·3^0$ Cel.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
0 мінут	2·84	—	
99 „	4.58	(0·0000890)	
199 „	6·30	0·0000834	
1178 „	20·10	0·0000830	
1339 „	22·08	0·0000845	
середна вартість:		0·0000836	0·00008816

$t = 60·4^0$ Cel.

0 мінут	5·78	—	
96 „	13·91	0·000441	
165 „	18·58	0·000440	
280 „	25·35	0·000445	
середна вартість:		0·000442	0·004661

Сочинник температури $^{k_{t+10}}/_{k_t} = 2·51$.

Тут вартість k можна уважати за сталу. Сочинник зріс значно висше.

α-піколїна $CH_3 . C_5H_4 . N$

$a = 2·00848$, $b = 0·924405$

$t = 39·9^0$ Cel.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
0 мінут	0·70	—	
1011 „	3·52	0·0000134	
1178 „	3·95	0·0000134	
3917 „	10·70	0·0000139	
5462 „	13·60	0·0000135	
середна вартість:		0·00001355	0·0000125

Час		cm^3	$(a-b)k$	k
$t = 60{\cdot}6^0$ Cel.				
0	мінут	1·10	—	
186·2	„	5·43	0·000111	
1198	„	22·67	0·000124	
1340	„	24·47	0·000125	
1411	„	25·30	0·000125	
	середна вартість:		0·0001212	0·0001118

Сочинник температури ${}^{k_{10+t}}/_{k_t} = 2{\cdot}882$.

Тут дослід випав найдокладнійше. Скорість змаліла, а сочинник температури підскочив дуже високо.

З початку не мав я наміру брати дальших гомольоґів піридини, але послїдний результат заохотив мене до сего. Я спровадив лютідину, але препарат, як оказало ся, не був одностайний, лиш мішаниною кількох ізомерів. Я проте взяв дальше коллїдину, передовсїм тому, щоби мати коло атому N в сусїдстві з обох сторін ґрупи метильові. Препарат (симетрична три-метиль-піридина) був однакож за дорогий, щоби єго передестильовувати, тому я взяв такий, як був, не беручи повної відвічальности передовсїм за абсолютну вартість скорости. Результат був слїдуючий:

Температура $39{\cdot}8^0$ Cel. $a = 0{\cdot}42220$, $b = 0{\cdot}33057$

Час		cm^3	$(a-b)k$	k
4.548	мінут	0·86	0·000001008	
10.080	„	1·83	0·000001010	
	пересїчна вартість:		0·000001009	0·000010902

Температура $60{\cdot}9^0$ Cel.

240	мінут	0·5	0·0000109	
1335	„	2·63	0·0000123	
2760	„	5·11	0·0000126	
	піросїчна вартість:		0·00001193	0·0001302

Сочинник температури ${}^{k_{t+10}}/_{k_t} = 3{\cdot}239$.

Тут як бачимо абсолютна скорість в порівнаню з α-піколїною єще дальше змаліла, бо при майже тих самих температурах 39·8 і 39·9, маємо $0{\cdot}_4 10902$, $0{\cdot}_4 125$ зате сочинник температури зріс о значну вартість. Приглянь мо ся тепер двом репрезентантам єще дальших ґетероцикльових ґруп.

Хінолїна $C_6H_4 \cdot C_3H_3 \cdot N$

$a = 2·0526$, $b = 1·6504$

$t = 42\ 25^0$ Cel.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
0 мінут	0·554	—	
135 „	0.98	0·00000300	
1197 „	4·46	0·00000317	
1522 „	5·31	0·00000307	
пересїчна вартість ;		0·00000308	0 00005114

$t = 60^0$ Cel.

0 мінут	2·7	—	
170·5 „	6 17	0·0000206	
1182 „	23·75	0·0000221	
1529 „	28·88	0·0000221	
1598 „	29·77	0·0000228	
пересїчна вартість :		0·0000219	0 0003637

Сочинник температури $^{k_{t+10}}/_{k_t} = 3.019.$

Як бачимо випав він ту меньший, чим при коллїдинї, але є більший нїж при піридинї і α-піколїнї. Значить ся, бензольова ґрупа в сусїдстві атому N збільшує значнїйше сочинник температури, чим одна метильова ґрупа, але меньше, нїж дві метильові ґрупи. Перейдім наконець до єще одного типу.

α-нафтохінолїна

$t = 39·9^0$ Cel. $a = 0·862521$, $b = 0·58803$.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
1283 мінут	0·44	0 00000146	
1679 „	0·53	0·00000135	
2863 „	0 91	0·00000137	
середна вартість :		0 000001393	0.00000507

$t = 60\ 3^0$ Cel.

180 мінут	0 67	0·0000162	
1273 „	4·36	0·0000168	
1621 „	5·42	0·0000164	
2711 „	8·68	0·0000174	
середна вартість:		0·0000167	0·0000608

Сочинник температури. ${}^{k_{10+t}}/_{k_t} = 3\,372$ випав тут найбільшим зі всїх, які висше визначено.

На сїм я поки що замкнув серию дослїдів, задумуючи річ дальше континуувати. Хоч може передвчасними моглиби ся видавати консеквенциї витягані з так скупого материялу, то однак безперечно можна сконстатувати одну правильність, що до сочинника температури, яка проявляє ся в порівнаних ґрупах. Насамперед треба ствердити, що так зв. реґула антибатиї між сочинником температури а скоростию процесу тут добре провіряє ся. Прогляньмо єї на слїдуючім уставленю:

	Температура	k	${}^{k_{t+10}}/_{k_t}$	k_{60^0}
толюїдина	39·8° Cel.	0·000252	2·24	
піридина	42·3 „	0·0000882	2·51	
α-піколїна	39·9 „	0·0000125	2·882	
хінолїна	42·25 „	0·00000766	3·019	0·0000545
коллїдина	39·8 „	0·0000109	3·239	0·0301302
α-нафто-хінолїна	39·9 „	0·00000507	3·372	0·0000606

Виїмок становилаби, як бачимо, лиш коллїдина, що має більшу скорість реакциї, чимби вимагало повисше упорядкованє. Якбисьмо хотїли обговорюваній антибатиї надати характер конечного постуляту, тоби такі виїмки говорили про себе не мало. При коллїдинї требаби релятивно велику скорість реакциї звести на присутність аж трох „рухливих“ метилїв. Як сю антибатию треба однак розуміти, видко вже з того, що в температурі 60° порядок скорости реакциї між хінолїною а α нафто-хінолїною вже відвернений, отже о 20° висше маємо вже симбатию. Єще маркантнїйше виходить брак антибатиї при слїдуючих мономолєкулярних реакциях, які низше докладнїйше подам:

Реакция		Температура	k	${}^{k_{10+t}}/_{k_t}$
	(розчинник:)			
C_2H_5I	+ $C_6H_5N(CH_3)_2$	40°	0·000534	1·995
C_2H_5I	+ хінолїна	39·9°	0·00276	2.227
хінолїна	+ C_2H_5I	39·85°	0·000180	2.511

Можна однак сьміло припускати, що при значно низшій температурі, скорість другої реакциї, як раз задля більшого сочинника температури ніж при першій реакциї так спаде, що виступить антибатия.

Вже з сего конклюдую, що сочинники температури подекуди ліпше зіставляти, чим абсолютні скорости реакций в порівнуваних ґрупах. Передовсім впадають в очи великі скоки при переході з одної ґрупи до другої. Порядкови: пірідина, хіноліна, α-нафтохіноліна відповідають числа 2·51, 3·019, 3·371. Зн. впровадженю в безпосередне сусїдство атому N одинокого бензольового перстеня на місце атому H відповідає релятивно більше підвисшенє сочинника, чим вже дальшого, то є подвійного. Все-ж таки і в другім случаю є він досить великий. Менї здає ся тому, що в α-нафтохінолїні другий перстїнь находить ся по тім самім боцї, що перший, причиняючи ся до єще дальшого „заслонюваня" атому N перед зовнїшними впливами співреаґуючих атомів чи молекулів. Пр. при β-нафто-хінолїні можнаби сподївати ся вартоститроха меньшої, чим при α-нафто-хінолїні, евентуально навіть мало що більшої від хінолїни.

Хоч скорість реакциї при релятивнім „крованю" або заслонюваню дотичного „реаґуючого центрум" в глубинї молекула постепенно, але дуже скоро малїє, то однак вплив температури стає ту відворотно чим раз більший. То видко маркантно і правильно на гомольоґах пірідини, де порядкови: пірідина, α-піколїна, коллїдина відповідають числа; 2·51, 2·88, 3·239 або майже ідентичні ріжниці скоків 0·37, 0·36, чого зовсїм не видко на абсолютних скоростях, бо на двох послїдних маємо раз симбатию, другий раз антибатию (див. передпопередня таблиця). Оба послїдні, рівні числа, говорять на мій погляд дуже много. Факт, що третий метиль в коллїдинї не причинив ся нїчо до піднесеня сочинника, а другий цїлком докладно здвоїв єго вартість в порівнаню до переходу з пірідини до α-піколїни вказує недвозначно і ясно дорогу, на якій ту можна дійти до конкретних правильностий, а яких даремно шукати в безглядних скоростях реакциї. Видко би з сего відразу, що лиш сї ґрупи впроваджувані гомольоґічно до реаґуючого типу мають вплив на вартість сочинника температури, які входять в безпосередне сусїдство з реаґуючим центрум в молекулї. Иньші не грають тут нїякої ролї, хоч на безглядну вартість скорости процесу очевидно впливають.

В звичайних або релятивно досить високих температурах послїдний вплив може бути ріжний (підвисшенє або обниженє) а лиш взглядно низьких температурах можна-б a priori приймити, що при якім небудь переході до висшого гомольоґа можна без виїмку очікувати безглядного обниженя скорости реакциї. Як отже поодинокі ґрупи в молєкулах мають і то не даючий ся докладно проглянути вплив на скорість реакциї, так з другого боку справа сочинника температури була-б меньше скомплїкована, бо дала би ся пояснити при стерео-хемічнім узгляденю обємів поодиноких ґруп, що находять ся в сусїдстві реаґуючого атома.

Обєми тих ґруп причиняють ся в міру їх нагромадженя до постепенного заслонюваня реаґуючого атома перед зіткненєм з другими атомами іньших співреаґуючих молєкулів. При такім релятивнім схованю єго в глубинї молєкули стає він на температуру вражливійший. Думка H. Goldschmidt'a, на якій він розвинув свою теорию *), мала би тут в специяльнім змодифікованю своє добре примінєнє і з'ілюстрованє. Треба би собі так річ з'образувати: приймім, що реакция заходить лиш між тими молєкулами етильового йоду і дотичного аміну, яких взаїмна релятивна скорість перевисшає якусь означену мінїмальну границю. Тодї не далеке та не дуже штучне буде вже дальше конклюдованє, що релятивна взаїмна скорість мусить бути тим більша, чим релятивно більше схований буде атом N в молєкулї аміну, щоби скорість реакциї могла приймити певну означену вартість. Возьмім під огляд слїдуюче рівнанє, до якого він там доходить:

$$k = \frac{konst.}{\alpha} \sqrt{v^2 + \alpha^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

α^2 є тут пропорциональне до абсолютної температури, v означає мінїмальну скорість руху молєкулів, вимагану до того, щоби вони стали спосібними до реакциї. Рівнанє лишить ся правдоподібно те саме, як під v будемо розуміти релятивну скорість. З него однак легко виходить, що чим більшу вартість з гори положимо за v, в тим більшій мірі зріст α^2 (починаючи особливо від малих вартостий α^2) причиняє са до зросту k.

Принагідно перевів я єще кілька помірів з хінолїною без розчинника метильового алькоголю, роблячи тим самим реакцию мономолєкулярною. Розходило ся менї, як я се висше зазначив о докладнїйше провірєнє погляду п. H. v. Halban'a в повисших обставинах. Беручи вперед хінолїну за розчинник дістав я слїдуючий результат:

---

*) Гл. loc. cit.

Етильовий йод + хіноліна

Температура 39·90 $a = 0{\cdot}52637$

Час	cm^3	k
0 мінут	4·24	—
94 „	8 95	0·00266
137·2 „	14·00	0·00277
174 „	16·64	0·00285

пересїчна вартість: 0·00276

Температура 60·3^0

0 мінут	4·80	—
19 „	11·60	0·014105
43 „	16·24	0·01549

пересїчна вартість: 0·01479

Сочинник температури: 2·227.

Тепер відвернув я порядок відношень в тім змислї, що хіноліну розпустив в етильовім йодї і роблячи тимсамим знов реакцию мономолекулярною, змірив в тихсамих температурах еї скорість. Результат був такий:

Хіноліна + етильовий йод.

Температура 39·85^0 Cel. $a = 1{\cdot}2111$

Час	cm^3	k
0 мінут	2·73	—
63 „	4·4	0·000180
136 „	6·21	0·000177
297 „	10·4	0·000184

пересїчна вартість: 0·0001803

Температура 60·5^0 Cel.

0 мінут	1·7	—
18 „	4·91	0·00119
60 „	11·35	0·00121
114 „	20·09	0·00124

пересїчна вартість: 0·001213

Сочинник температури: 2·511.

Як бачимо, в обох случаях випав він великий, але все таки меньший нїж при бімолекулярній реакциї в розчині метильового алькоголю (3·02). Мій здогад оказав ся тут вірний, однак не беручи вже иньших, в літературі численно поданих, примірів, власне з обох послідних табель бачимо виразно, як велику ролю в сочиннику температури грає сам розчинник. Мимо проте зовсїм иньшого результату, чим на початку я сподївав ся, не хочу поки що займати становиска в тім питаню.

Берлїн, в грудни 1909.

Виразня мінеральоґічна.

написав

Іван Верхратский.

Виразня мінеральоґічна. Mineralogische Terminologie.

Видівня мінералів. Mineral-Morphologie.

Мінерали скристалїзовані. Krystallisierte Mineralien.

Мінерали безподобні. Gestaltlose oder amorphe Mineralien.

Обмежники кристалів. Begrenzungsstücke der Krystalle.

Площа, площина або стїна. Fläche.

Грана. Kante.

Кін. Ecke.

Форма, скількість і положенє стїн. Form, Zahl und Lage der Flächen.

Фіґури стїн правильні. regelmäßige Figuren der Flächen.

„ „ **сомірні або симетричні.** symmetrische Figuren der Flächen.

„ „ **несомірні або асиметричні.** asymmetrische Figuren der Flächen.

У грани замічає ся:

1. **Фіґура і положенє стїн пересїчних.** die Figur und die Lage der Flächen, die sich in der Kante schneiden.
2. **Довгота грани.** die Länge der Kante.
3. **Розхильність грани.** die Grösse der Kante **т. є. кут наклонний** (**наклонник,** Neigungswinkel) **обох площ зглядом себе творячих грану.**

Грани однакі. gleiche Kanten.

Кутомір. Goniometer.

Кутомір ручний Каранжó. Carangeau's Handgoniometer.

Кутомір рефлексийний Волястона Wollaston's Reflexionsgoniometer.

Гайдінґера метода ґрафічна приближного міреня кутів. Haidingers graphische Metode annähernder Winkelmessungen.

Кони кристалів. Krystallecke.

Кони тристїнні. dreiseitige Ecke.

Кони чотиростїнні. vierseitige Ecke.

Кони шестистїнні, sechsseitige Ecke.

Кони правильні. рівногранні або одногранні. regelmäßige oder gleichkantige Ecke.

Кони сомірні, симетричні або двугранні. symmetrische oder zweikantige Ecke.

Кони неправильні або ріжногранні. unregelmässige oder ungleichkantige Ecke.

Кони шестистїнні. Hexagonale Ecke.

Кони квадратні. Tetragonale Ecke.

Кони ромбові. Rhombische Ecke.

Кони ромбоідові. Rhomboidische Ecke.

Кони дельтоїдні. Deltoidische oder skalenische Ecke.

Оси кристальні і проріви. Krystallaxen und Durchschnitte.

Вісь головна. Hauptaxe.

Оси бічні. Nebenaxen.

Підстава. Basis (**перекрой або проріз підставовий** basischer Schnitt).

Проріз поперечний. Querschnitt (**проріз рівнобіжний до підстави**).

Проріз головний. Hauptschnitt.

Скупня (ґрупа) стїн. Flächengruppe.

Полоса (пояс) стїн. Flächenzone.

Черта полосна. Zonenlinie.

Види повностїнні або сповні (повностїнники) holoedrische oder vollflächige Gestalten.

Види полустїнні (полустїнники) hemiedrische Gestalten.

Види чверткові (чвертки, четвертини). Viertel.

Види замкнені або затворені. geschlossene Gestalten.

Види отверті або відчинені. offene Gestalten.

Види поединчі. einfache Gestalten.

Види сполучні, зложені або сполуки. kombinierte Gestalten, Kombinationen.

Уклади кристальні. Krystallsysteme.

А. Триосники.

I. Уклад рівноосний. gleichaxiges oder tessulares System.

II. Уклад квадратний або однодвуосний. tetragonales oder einzweiaxiges System.

III. Уклад просторомбний або ріжноосний. orthorhombisches oder ungleichaxiges System.

IV. Уклад скісноромбний або односкісний. klinorhombisches, monoklines oder deltoidisches System.

V. Уклад трискісний. triklines oder skalenisches System.

Б. Чотироосники.

VI. Уклад однотриосний. eindreigliedriges oder hexagonales System.

I. Уклад рівноосний. tessulares System.

a. Види рівноосні поєдинчі. einfache tessulare Gestalten.

a. Види повностїнні. holoedrische Gestalten.

1. Осьмистїнник (das Oktaeder) обнятий 8 рівними рівнобічними трикутниками, посїдає 12 рівних гран (кожда о 109°28′) і 6 чотиростїнних конів слїдуючого положеня: 1 в горі, 1 долї, 4 в половинній висотї квадрат творячі. Оси лучать два противположні кони (пр. у плавня, діяманту, куприту, ґаленїту).

Das Oktaeder ist umschlossen von 8 gleichen gleichseitigen Dreiecken, besittzt 12 gleiche Kanten und 6 vierflächige Ecke von folgender Lage: 1 oben, 1 unten, 4 in halber Höhe ein Quadrat bildend. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende Ecke.

Кожда стїна осьмистїнника перерізує всї три оси в однакій віддали від осередка кристалу; відношенєм проте відмірників (параметрів) єсть 1 : 1 : 1, а цїлий вид означає ся буквою початковою O.

Осьмистїнник єсть видом основним, з котрого всї прочі види сего укладу мож вивести (після Навмана).

2. Шестистїнник (das Hexaeder, der Würfel) заключений 6 рівними квадратами, посїдає 12 рівних (рівно довгих і рівно острих) гран (кожда о 90°) і 8 тристїнних конів того положеня: 4 в горі, 4 в долинї. Оси лучать осередки двох противлежних стїн. Пр. у солн. плавня, піриту, арґентиту, ґаленїту.

Das Hexaeder ist umschlossen von 6 gleichen Quadraten, besitzt 12 gleiche (gleichlange und gleichscharfe) Kanten (jede von 90°) und 8 dreiflächige Ecke von dieser Lage: 4 oben, 4 unten und je 4 benachbarte ein Quadrat bildend. Die Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Flächen.

Шестистінник одержимо, коли в кождий кін осьмистінника положимо площу простопадно до оси того кону, а рівнобіжно до двох других осий. Кожда стїна шестистінника прорізує тогдї одну піввісь в віддали = 1, а дві другі доперва в віддали = ∞ (або єсть до них рівнобіжною). Відношенє проте відмірників того вида єсть ∞ : ∞ : 1, а відношеню тому одвічає знак шестистїнника: ∞ 0 ∞.

3. Дванайцятистїнник ромбний (das Rhombendodekaeder) заключений 12 пристайними ромбами, котрих тупі кути по 109°28′, острі по 70°32′ мірять, має 24 рівних гран (кожда о 120°), 6 чотиростїнних конів і 8 тристїнних. Оси лучать по два противлежні чотиростїнні кони. Пр. у ґранату, купряту, маґнетиту.

Das Rhombendodekaeder ist umschlossen von 12 kongruenten Rhomben, deren stumpfe Winkel je 109°28′, jeder Spitze 70°31′ messen, hat 24 gleiche Kanten, 6 vierflächige Ecke und 8 dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Дванайцятистїнник ромбний одержимо, коли в кожду грану положимо площу рівнобіжну лише до оси не належної до тої же грани, а перерізуючої дві другі в віддали = 1. Проте кожда стїна того вида перерізує дві пів'оси в віддали = 1, а трету в віддали = ∞ від осередка. Проте відношенє відмірників єсть ∞ : 1 : 1, а знаком того вида ∞ 0 1 або ∞ 0 (більший содїйник все пише ся перед 0).

4. Чотирошестистїнник (das Tetrakishexaeder) в головних зачерках подібний шестистїнникови: шестистїнник понад кождою своїх 6 стїн з острицею чотиростїнною менше або більше тупою — єсть обнятий 6 чотиростїнними ґрупами стїн, проте 24 стїнами, пристайними рівнораменними трикутниками, посїдає 12 довших гран, і 6 × 4 = 24 коротших, відтак 6 чотиростїнних конів і 8 шестистїнних. Оси лучать подва противлежні чотиростїнні кони.

Das Tetrakishexaeder in seinen Hauptumrissen dem Hexaeder ähnlich, ein Hexaeder mit einer mehr oder weniger stumfen vierseitigen Pyramide über jeder seiner 6 Flächen — ist umschlossen von 6 vierzähligen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten gleichschenkligen Dreiecken, besitzt 12 längere Kanten, und 6 × 4 = 24 kürzere, sodann 6 vierflächige Ecke und 8 sechsflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Положім в кожний кін 0 в напрямі граний по 4 площі, з котрих кожда перерізує другу піввісь належну до тої самої грани, в віддали $n > 1$, а до оси, неналежну до тої же грани, єсть рівнобіжною або перерізує її в віддали $= \infty$, тогдї одержимо чотирошестистїнник. Проте кожда стїна того вида перерізує одну піввісь в віддали $= 1$ (як в 0), другу в віддали $= n$, а трету в віддали $= \infty$ від осередка. Відношенєм відмірників єсть оттак $\infty : n : 1$, а знаком того вида $\infty\ 0\ n$. В природї буває звичайно $n = \frac{3}{2} = 3$ або $= 2$.

(Острицї чотиростїннї, котрі в тім видї суть осаджені на стїнах вписаного $\infty\ 0\ \infty$ бувають тим низші. чим більшим єсть n (вид той переходить в $\infty\ 0\ \infty$, скоро n стане $= \infty$), а тим висші, чим менше єсть n (вид той переходить в $\infty\ 0$, коли n стане $=1$).

5. **Триосьмистїнник** (das Triakisoktaeder) в головних своїх зачерках подібний до осьмистїнника, осьмистїнник по над кождою своїх стїн з менше або більше тупою тристїнною острицею, — обнятий 8 тристїнними ґрупами стїн, проте також 24 стїнами, пристайними рівнораменними трикутниками, посїдає 12 довших гран і $8 \times 3 = 24$ коротших, відтак 6 осьмистїнних конів і 8 тристїнних. Оси лучать по два напротивні осьмистїнні кони.

Das Triakisoktaeder in seinen Hauptumrissen dem Oktaeder ähnlich, ein Oktaeder mit einer mehr oder weniger stumpfen dreiseitigen Pyramide über jeder seiner 8 Flächen, — ist umschlossen von 8 dreizähligen Flächengruppen, also auch 24 Flächen, kongruenten gleichschenkligen Dreiecken, besitzt 12 längere Kanten und $8 \times 3 = 24$ kürzere Kanten, sodann 6 achtflächige Ecke und 8 dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüber liegende achtflächige Ecke.

Покладїм до кождої грани по дві площі з таким нахилом, щоби кожда з них перерізовала трету піввісь т. є. неналежачу до тої самої грани в віддали $m > 1$, тогдї одержимо **триосьмистїнник**. Кожда стїна того вида прорізує дві оси, належачі до тої самої ґрани в віддали $= 1$ (як в 0), а трету в віддали $= m$. Проте відношенєм відмірників буде $m : 1 : 1$, а знаком триосьмистїнника $m\ 0$. Мінерали кристалїзують звичайно лише в таких видах, в котрих $m = \frac{3}{2}, = 2$ або $= 3$.

(Чим більше єсть m, тим більше зближає ся той вид до $\infty\ 0$, в котрий переходить, коли $m = \infty$, чим менше єсть m, тим більше зближає ся до 0, в котрий переходить, єсли $m = 1$).

5. **Двадцятьчотиростїнник дельтоїдний** (das Deltoid-Ikositetraeder) в головних зачерках менше або більше осьмистїннику або шестистїннику подібний — єсть обнятий 6 чотиро-

стїнними або 8 тристїнними ґрупами стїн, в кождім разї також 24 стїнами, пристайними дельтоїдами, посїдає $6 \times 4 = 24$ довших гран і $8 \times 3 = 24$ коротших, відтак 8 тристїнних конів, 6 рівногранних чотиростїнних і 12 нерівногранних чотиростїнних, остатні такого положеня як осередки стїн дванайцятистїнника (ромбного). Оси лучать по два напротивні рівногранні чотиростїнні кони. Пр. у левкіту, ґранату, аналькіму.

Das Deltoid-Ikositetraeder in seinen Hauptumrissen mehr oder weniger dem Hexaeder und dem Oktaeder ähnlich, — ist umschlossen von 6 vierzähligen oder 8 dreizähligen Flächengruppen, jedenfalls also auch 24 Flächen, konguenten Deltoiden, besitzt $6 \times 4 = 24$ längere Kanten und $8 \times 3 = 24$ kürzere, sodann 8 dreiflächige Ecke, 6 gleichkantige vierfläche und 12 ungleichkantige vierflächige, letztere von einer Lage wie die Mittelpunkte der Flächen eines Rhomben-Dodekaeders. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende gleichkantige vierflächige Ecke.

Приложім ро кождого кона O по чотири площі з таким нахилом до стїн O, що кожда з них перерізує дві оси, належачі до тої самої стїни в віддали $m > 1$ від осередка, а одержимо двайцятьчотиростїнник дельтоїдний. Кожда стїна того вида перерізує одну піввісь в віддали $= 1$ (як в O), а дві другі в віддали однакій $= m$ від осередка. Відношенєм відмірників проте єсть $m : m : 1$, а знаком двайцятьчотиростїнника $m\ O\ m$. Звичайно буває $m = 2$ або $= 3$.

7. Сорокосьмистїнник (das Tetrakontaoktaeder oder der Achtundvierzigflächner) в головних зачерках менше або більше осьмистїннику, шестистїннику і дванайцятистїннику ромбному подібний, — заключений 8 шестистїнними або 6 осьмистїнними або 12 чотиростїнними ґрупами стїн, в кождім разї проте 48 стїнами, пристайними нерівнобічними трикутниками, посїдає 24 довших гран, 24 середних і 24 коротших, відтак 6 осьмистїнних конів, 8 шестистїнних, 12 чотиростїнних. Оси лучать по два напротивні осьмистїнні кони.

Der Achtundvierzigflächner in seinen Hauptumrissen mehr oder weniger dem Oktaeder, dem Hexaeder und dem Dodekaeder ähnlich, — ist umschlossen von 8 sechszähligen oder 6 achtzähligen oder 12 vierzähligen Flächengruppen, jedenfalls also 48 Flächen, kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt 24 längere Kanten, 24 mittere und 24 kürzere, sodann 6 achtflächige Ecke, 8 sechsflächige, 12 vierflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende achtflächige Ecke.

Приложім до кождого кона по 8 площ, з котрих кожда перерізує одну з двох пів'осий, неналежних до того-ж кона, в віддали $= m$, другу в віддали $= n$ (але тодї $m > n > 1$), а одержимо **сорокосьмистїнник.** Кожда стїна з двох лежачих над тою самою граною і в тім самім кону, перерізує одну піввісь в віддали $= 1$, другу неналежачу до тої грани в віддали більшій $= m$, а трету належачу до тої самої грани, в віддали меншій $= n$ від осередка вида. Відношенєм відмірників єсть $m : n : 1$, а знаком того вида m 0 n. В природї буває звичайно $m = 3$, а $n = \frac{3}{2}$, $m = 4$ а $n = 2$, або $m = 5$ а $n = \frac{5}{3}$.

(Сорокосьмистїнник переходить в другі види повні укладу рівноосного, коли розхильність одних або других граний стає $= 180^0$, через що з обох або кількох стїн повстає лиш одна, належача до одвітного вида повного. Єсли зникнуть найдовші грани, повстане m 0 m, єсли середні ∞ 0 n, а єсли найкоротші, тодї m 0. Єсли зникнуть рівночасно грани середні і найкоротші, повстає ∞ 0, єсли грани середні і найдовші ∞ 0 ∞, а єсли грани найдовші і найкоротші, тогдї повстане вид первинний O).

β. Види полустїнні. hemiedrische Gestalten.

*) рівнобіжностїнні.

8. **Дванайцятистїнник пятикутний** (das Pentagon-Dodekaeder oder das Dyakishexaeder) обнятий 6 двустїнними ґрупами стін, проте 12 стїнами, пристайними симетричними пятикутниками (пятикутниками о 4 рівних боках а 2 парах рівних кутів) і посїдає 6 довших гран, котрі лежать рівнобіжно до гран шестистїнника, $8 \times 3 = 24$ коротших, — відтак 8 рівногранних тристїнних конів і $6 \times 2 = 12$ нерівногранних тристінних на кінцях 6 довших гран. Оси лучать точки половинні двох напротивних довших гран. Пр. у піриту, кобальтиту.

Das Pentagon-Dodekaeder ist umschlossen von sechs zweizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, kongruenten symmetrischen Fünfecken, und besitzt 6 längere Kanten, deren Lauf parallel ist den Kanten eines Hexaeders, $8 \times 3 = 24$ kürzere, — sodann 8 gleichkantige dreiflächige Ecke und $6 \times 2 = 12$ ungleichkantige dreiflächige an den Enden der 6 längeren Kanten. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegenden längeren Kanten.

З чотирошестистїнника через побільшенє поперемінних стін поединчих в той спосіб, що инші зникнуть, повстає дванайцятистінник пятикутний з знаком $\pm \frac{\infty 0 n}{2}$.

9. Двайцятьчотиростінник трапезоїдний (das Trapezoid-Ikositetraeder) єсть заключений 6 чотиростїнними ґрупами стїн, оттак 24 стїнами, пристайними трапезоїдами, посїдає 6 × 2 = 12 коротших гран (ті грани, котрі подібно гранам дванайцятистїнника пятикутного лежать), 6 × 2 = 12 довших гран (прочі грани), 8 × 3 = 24 середних, відтак 8 тристїнних конів, 6 двогранних чотиростїнних конів і 6 × 2 = 12 тригранних чотиростїннах конів. Оси лучать по два напротивні двугранні чотиростїнні кони. Буває у піриту.

Das Trapezoid-Ikositetraeder ist umschlossen von 6 vierzähligen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten Trapezoiden, besitzt 6 × 2 = 12 kürzere Kanten (diejenigen Kanten, welche ähnlich den Kanten des Pentagon-Dodekaeders liegen) 6 × 2 = 12 längere Kanten (die übrigen Kanten), 8 × 3 = 24 mittlere, dann 8 dreiflächige Ecke, 6 zweikantige vierflächige Ecke und 6 × 2 = 12 dreikantige vierflächige Ecke. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende zweikantige vierflächige Ecke.

Побільшаючи у сорокосьмистінника $m\,0\,n$ напротивні пари стїн, стикаючих ся в гранах середних, одержуємо двайцятьчотиростїнник трапезоїдний із знаком $\pm \frac{m\,0\,n}{2}$ (= означає рівнобіжність стїн сеї половинки).

**) нерівнобіжностїнні.

10. Чотиростїнник (das Tetraeder) єсть обнятий 4 пристайними рівнобічними трикутниками, посїдає 6 рівних гран (кожда о 70°32′) і 4 тристїнні кони. Оси лучать точки половинні двох напротивних гран. Приміром у тетраедриту, сфалериту).

Das Tetraeder ist umschlossen von 4 kongruenten gleichseitigen Dreiecken, besitzt 6 gleiche Kanten und 4 dreiflächige Ecke. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegender Kanten. Es kommt vor am Tetraedrit, Sphalerit.

Чотиростїнник находить ся з шестистїнником в положеню рівнобіжнім, коли кожда з єго гран з перекутнею стїни шестїнникової іде рівнобіжно.

Das Tetraeder befindet sich mit dem Hexaeder in paralleler Stellung, wenn jede seiner Kanten mit einer Diagonale einer Hexaederfläche parallel läuft.

У шестистїнника суть двоякі поперемінні кони, через різи на одних повстала половина одмічає ся від другої положенєм, або через побільшенє поперемінних стїн, так що приляглі никнуть, повстає **чотиростїнник** $\pm \frac{0}{2}$. Знаки + і — вказують, що ті дві половини мають положенє о 90^0 від себе відвернене, після того, котрі стїни поперемінні зістали збільшені.

Три слїдуючі види в головних зачерках всї чотиростїннику подібні і ставляють ся в подібний спосіб рівнобіжно шестистїннику.

Die drei nachfolgenden Gestalten sind in ihren Hauptumrissen sämtlich dem Tetraeder ähnlich und werden auf ähnliche Weise dem Hexaeder parallel gestellt.

11. **Тричотиростїнник** (das Trigon-Dodekaeder) обнятий 4 тристїнними ґрупами, оттак 12 стїнами, пристайними рівнораменними трикутниками, посїдає 6 довших гран і $4 \times 3 = 12$ коротших, відтак 4 шестистїнні кони і 4 тристїнні. Оси лучать точки половинні двох напротивних гран.

Das Trigon-Dodekaeder ist umschlossen von 5 dreizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, kongruenten gleichsschenkligen Dreiecken, besitzt 6 längere Kanten und $4 \times 3 = 12$ kürzere, dann 4 sechsflächige Ecke und 4 dreifläche. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegender Kanten.

Побільшаючи в $m\ 0\ m$ поперемінні ґрупи стїн зібраних наоколо кона тристїнного, одержимо яко половину тогож вида **тричотиростїнник** із знаком $\pm \frac{m 0 m}{2}$.

12. **Дванайцятистїнник дельтоїдний** (das Deltoid-Dodekaeder oder das zweikantige Tetragonal-Dodekaeder) обнятий 4 тристїнними ґрупами, проте 12 стїнами, пристайними дельтоїдами, посїдає $6 \times 2 = 12$ довших гран і $4 \times 3 = 12$ коротших, відтак 6 чотиростїнних конів, 4 острійші тристїнні і 4 тупійші тристїнні. Оси лучать по два напротивні чотиростїнні кони.

Das Deltoid-Dodekaeder ist umschlossen von 4 dreizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, congruenten Deltoiden, besitzt $6 \times 2 = 12$ längere Kanten und $4 \times 3 = 12$ kürzere, dann 6 vierflächige Ecke, 4 spitzere dreiflächige und 4 stumpfere dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Побільшаючи в m O поперемінні ґрупи тристїнні, здіймаючі ся над стінами вписаного O, одержимо яко половину того вида дванайцятстїнник дельтоїдний із знаком $\pm \frac{m\,0}{2}$.

13. Шестичотиростїнник (das Hexakistetraeder) єсть обнятий 4 шестистїнними ґрупами, оттак 24 стінами, пристайними нерівнобічними трикутниками, посїдає 4 ⨯ 3 = 12 довших гран, 6 ⨯ 2 = 12 середних і 4 ⨯ 3 = 12 коротших, відтак 6 чотиростінних конів, маючих положенє подібне до конів осьмистїнника, 4 острійші шестистїнні ї 4 тупійші шестистїнні кони. Всї сомірні. Оси лучать по два напротивні чотиростїнні кони.

Das Hexakistetraeder ist umschlossen von 4 sechsflächigen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt 4 ⨯ 3 = 12 längere Kanten, 6 ⨯ 2 = 12 mittlere und 4 ⨯ 3 = 12 kürzere, dann 6 vierflächige Ecke, 4 spitzere sechsflächige und 4 stumpfere sechsflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Побільшаючи в m 0 n поперемінні ґрупи стїн зібраних по 6 наоколо кона шестистїнного так, що прилеглі ґрупи зникнуть, одержимо шестичотиростїнник із знаком $\pm \frac{m\,0\,n}{2}$.

6. Сполуки рівноосні. Tessulare Kombinationen.

Вид переважний (переважник). vorherrschende Gestalt.

Вид підрядний (підрядник). untergeordnete Gestalt.

Грана стята. abgestumpfte Kante.

Грана притуплена. zugeschärfte Kante. (На місци грани поєдинчого вида виступають в сполуці дві нові стіни, котрі суть однако наклонені до стїн прилежних вида переважного а творять грану розхильнїйшу).

Кін стятий. abgestumpfte Ecke.

Кін склинений. zugeschärfte Ecke.

Кін притуплений. zugespitzte Ecke.

Переважником: осьмистїнник.

O. ∞ 0 ∞. Осьмистїнник, котрого 6 конів стятих стїнами шестистїнника (пр. галун, ґаленїт). ein Oktaeder, dessen 6 Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders.

$O.\ \infty 0.$ Осьмистінник, котрого 12 гран стятих стінами дванайцятистінника ромбного пр. у куприта. ein Oktaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

$O.\ m\ 0\ m.$ Осьмистінник, котрого 6 конів чотиростінно (чотироплощно) притуплених площами двайцятьчотиростінника дельтоїдного. пр. плеонаст. ein Oktaeder, dessen 6 Ecke vierflächig zugespitzt sind durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

$O.\ \frac{\infty 0 n}{2}.$ Осьмистінник, котрого 6 конів склинених площами дванайцятистінника пятикутного. У кобальтина. ein Oktaeder, dessen 6 Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Dyakishexaeders.

Переважником: шестистінник.

$\infty 0 \infty.\ O.$ Шестистінник, котрого 8 конів стятих площами осьмистінника; у соли камінної, флуорьта, ґаленита. ein Hexaeder, dessen 8 Ecke abgestumpft durch die Flächen des Oktaeders.

$\infty 0 \infty.\ \frac{0}{2}.$ Шестистінник на чотирох попереміннних конах стятий стінами чотиростінника. ein Hexaeder, die vier abwechselnden Ecke abgestumpft durch die Flächen des Tetraeders.

$\infty 0 \infty.\ \infty 0.$ Шестистінник о гранах стятих площами дванайцятистінника ромбного. ein Hexaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

$\infty 0 \infty.\ \infty 0\ n.$ Шестистінник, котрого 12 гран чотирестінно притуплених площами чотирошестистінника; у фльуориту. ein Oktaeder, dessen 6 Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

$\infty 0 \infty.\ m\ 0.$ Шестистінник, котрого кождий з вісім конів триплощно притуплений (від гран) площами триосьмистінника. ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind (von den Kanten her) durch die Flächen eines Triakisoktaeders.

$\infty 0 \infty.\ m\ 0\ m.$ Шестистінник, котрого кождий з 8 конів триплощно притуплений (від стін) стінами двайцятьчотиростінника (у аналькиму). ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind (von den Flächen her) durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

$\infty 0 \infty.\ m\ 0\ n.$ Шестистінник, котрого кождий з 8 конів шестиплощно притуплений площами сорокосьмистінника. ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je sechsflächig zugespitzt durch die Flächen eines Achtundvierzigflächners.

в) Переважником: дванайцятистїнник ромбний.

$\infty 0 . m 0 m$. Дванайцятистїнник ромбний, котрого 24 гран стятих площами двайцятьчотиростїнника дельтоїдного; пр. у ґранату. ein Rhomben-Dodekaeder, dessen 24 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen eines Deltoid Ikositetraeders.

$\infty 0 . \frac{m 0 m}{2}$. Дванайцятистїнник ромбний, котрого 6 чотиростїнних конів склинених площами тричотиростїнника; у сфалериту. ein Rhomben Dodekaeder, dessen 6 tetragonale Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Trigon-Dodekaeders.

г) Переважником: дванайцятистїнник дельтоїдний.

$m 0 m . \infty 0 \infty$. Двайцятьчотиростїнник дельтоїдний, котрого 6 конів чотиростїнних рівногранних стятих площами шестистїнника, у анальциму. ein Deltoid-Ikositetraeder, dessen 6 tetragonale Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders.

Переважником: чотиростїнник.

$\frac{0}{2} . \frac{0'}{2}$. Чотиростїнник, котрого 4 кони стяті площами чотиростїнника відворотного (чотирост. в положеню відверненім) пр. у тетраедриту, у сфалериту. ein Tetraeder, dessen 4 Ecke abgestumpft sind durch die 4 Flächen des Tetraeders in der Gegenstellung.

$\frac{0}{2} . \infty 0$. Чотиростїнник, котрого кождий з 4 конів триплощно притуплений площами дванайцятистїнника ромбного (у тетраедриту). ein Tetraeder, dessen 4 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

$\frac{0}{2} . \frac{m 0 m}{2}$. Чотиростїнник, котрого 6 гран притуплених площами тричотиростїнника (у тетраедриту). ein Tetraeder, dessen 6 Kanten zugeschärft sind durch die Flächen eines Trigonal-Dodekaeders.

Переважником: дванайцятистїнник пятикутний.

$\frac{\infty 0 n}{2} . \infty 0 \infty$. Дванайцятистїнник пятикутний, котрого 6 ромбічних гран стятих площами шестистїнника (у піріту, кобальтину).

ein Dyakishexaeder, dessen 6 rhombische Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders.

Приміри потрійних комбінаций (сполук).

$\infty\ 0\ \infty .\ \infty\ 0 .\ \frac{0}{2}$. Шестистїнник, котрого 12 гран стятих площами дванайцятистїнника ромбного, а 4 поперемінні кони площами чотиростїнника (у борациту). ein Hexaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders, die 4 abwechselnden Ecke aber durch die Flächen des Tetraeders.

$\infty\ 0 .\ \infty\ 0\ \infty .\ \frac{0}{2}$. Дванайцятистїнник ромбний, котрого 6 чотиростїнних конів стятих площами шестистїнника, а 4 поперемінні кони тристїнні площами чотиростїнника. ein Rhomben-Dodekaeder, dessen 6 tetragonale Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders, die 4 abwechselnden trigonalen Ecke aber durch die Flächen des Tetraeders.

$O .\ \infty\ 0 .\ \infty\ 0\ \infty$. Осьмистїнник, котрого 12 гран стятих площами дванайцятистїнника ромбного, а 6 конів площами шестистїнника (у ґаленїту). ein Oktaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders, die 6 Ecke aber durch die Flächen des Hexaeders.

II. Уклад квадратний або однодвоосний, Tetragonales oder einzweiaxiges System.

А. Види поєдинчі однодвоосні. Einfache tetragonale Gestalten.

а) Види замкнені.

P. Остриця квадратна. tetragonale Pyramide.

m P. Первостриця квадратна. tetragonale Protopyramide.

m P ∞. Второстриця квадратна. tetragonale Deuteropyramide.

Остриця квадратна (О. рівногранна чотиростїнна, tetragonale Pyramide) єсть обнята двома чотиростїнними ґрупами, 8 пристайними рівнораменними трикутниками, — посїдає 2 рівногранні чотиростїнні кони, котрі вершками зовуть ся, 4 нерівногранні чотиростїнні кони, котрі бічними зовуть ся, на послїдок 2 × 4 = 8 гран вершкових і 4 грани бічні. Вісь головна лучить оба вершки, оси бічні кони бічні; одна з тих послїдних кладе ся межи правицею а лївицею, Остриця звертає тогдї до зрітеля одну грану вершкову і єсть в положеню звичайнім. Підставою єсть квадрат. Остриця зове ся острою, коли вісь головна довша, нїж оси бічні, в противнім разї тупою. Знак острицї звичайного положеня (первострицї) єсть *P*. Через скрученє о 45° одержує она відвернене положенє, звертає тогдї до зрітеля стїну (второстриця). В природї буває у мелїту (грана вершкова 118°4′, бічна 93°22′). Die tetragonale Pyramide ist umschlossen von zwei vierzähligen Flächengruppen, 8 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken, — besitzt 2 gleichkantige vierflächige Ecke, die man Spitzen nennt, 4 ungleichkantige vierflächige Ecke, die man Seitenecke nennt, endlich 2 × 4 = 8 Spitzenkanten und 4 Seitenkanten. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen, die Nebenaxen die Seitenecke; eine der letzteren sei zwischen Rechts und Links gestellt. Die Pyramide wendet alsdann dem Beschauer eine Spitzenkante zu und ist so in der normalen Stellung. Die Basis ist ein Quadrat. Die Pyramide heißt spitz, wenn die Hauptaxe länger ist als die Nebenaxen, sonst stumm oder flach. Das Zeichen der Pyramide in normaler Stellung ist *P*. (Protopyramide). Durch eine Drehung von 45° kommt sie in die diagonale Stellung, wendet alsdann dem Beschauer eine Fläche zu (Deuteropyramide).

Pn. Остриця осьмибічна.

Остриця осьмибічна (die ditetragonale Pyramide) єсть обмежена 2 осьмистїнними ґрупами, оттак 16 стїнами, нерівнобічними трикутниками, — посїдає 2 осьмистїнні двугранні кони, так звані вершки, і 8 чотиростїнних конів бічних, зкотрих однак 4 острійші, 4 тупійші суть, — наконець трояки грани: 2 × 4 = 8 довших і острійших, 2 × 4 = 8 коротших і тупійших гран вершкових, 8 гран бічних. Вісь головна лучить оба вершки, оси бічні по два тупійші кони бічні (підставові). Підстава єсть симетричним (рівнобічним, але що до кутів лиш поперемінно рівним) осьмибоком. Die ditetragonale Pyramide ist umschlossen von 2 achtzähligen Flächengruppen, also 16 Flächen, ungleichseitigen Dreiecken, — besitzt 2 achtflächige zweikantige Ecke, Spitzen, und 8 vierflächige Seitenecken, wovon aber 4 spitzer, 4 stumpfer sind, — endlich dreierlei Kanten: 2 × 4 = 8 längere und schärfere, 2 × 4 = 8 kürzere und stumpfere Axenkanten, 8 Seitenkanten. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen, die Nebenaxen je 2 stumpfere Seitenecke. Die Basis ist ein symmetrisches (gleichseitiges, doch nur abwechselnd gleichwinkliges) Achteck.

$\frac{P}{2}$. Клиняк квадратний. Tetragonales Sphenoid.

(Клиняк квадратний) Нехай у острицї квадратної (рівногранної чотиростїнної) стїни поперемінні зникають, тим часом полишені розширяють ся аж до взаїмної прорізи: то повстає клиняк квадратний або однодвоосний. Подібний до чотиростїнника укладу рівноосного, але обмежає ся 4 рівнораменними трикутниками і має 6 гран, з котрих 2 ідуть навхрест і поземо через вершки, прочі 4 через кони бічні острицї, з котрої вид повсав; на кождім 4 коні встикають ся 2 грани бічні і 1 позема. — Вісь головна лучить точки половинні 2 поземих гран, дві оси бічні точки половинні двох гран бічних. Знаком клиняка єсть $+\frac{P}{2}$ і $-\frac{P}{2}$, після звичайного чи відверненого положеня. Das tetragonale Sphenoid ist dem Tetraeder des tessularen Systems ähnlich, wird aber von 4 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt und hat 6 Kanten, wovon 2 kreuzweise und horizontal durch die Spitzen, die anderen 4 durch die Seitenecke der Pyramide gehen, aus welcher die Gestalt entstanden ist; an jedem der 4 Ecke stoßen 2 Seitenkanten und 1 horizontale Kante zusammen. — Die Hauptaxe verbindet die Halbierungspunkte der 2 horizontalen Kanten, die zwei Nebenaxen die Halbierungspunkte je zweier Seitenkanten. Das Zeichen des Sphenoids ist $+\frac{P}{2}$ und $-\frac{P}{2}$, je nach der normalen oder der Gegenstellung.

б) Види отверті.

Граняк квадратний. tetragonales Prisma.

∞P. Первограняк квадратний. tetragonales Protoprisma.

$\infty P \infty$. Второграняк квадратний. tetragonales Deuteroprisma.

$o P$. Двостїнник оконечний (наконечний, підставовий) квадратний. tetragonale Basis- oder Endfläche (basisches oder tetragonales Pinakoid).

$\infty P n$. Граняк осьмибічний. Ditetragonales Prisma.

Граняк квадратний єсть то граняк чотиростїнний, котрого перекрой підставовий єсть квадратом, а стїни суть рівнобіжні до оси головної. Das tetragonale Prisma ist ein vierflächiges Prisma, dessen Basis ein Quadrat ist, und die Flächen paralell sind zur Hauptaxe.

Вивід і означене видів. Первострицю, яко вид первинний, означаєм буквою P; піввісь головна най буде $= a$, а піввісь бічна $= 1$, — проте відношене параметрів (відмірників) кождої стїни вида первинного єсть $a : 1 : 1$. — Коли піввісь головну помножим певним числом $m \lesseqgtr 1$, але завсе вимірним (найчастїйше буває $m = \frac{1}{2}, = 2$ або $= 3$) а відтак в кожду грану бічну первострицї положим по дві площи з таким нахилом, щоб одна в горі а друга в долинї прорізала вісь головну в віддали $= m$, тогдї одержимо ряд первостриць $m\,P$, котрих границею з одної сторони, коли $m = \infty$ єсть первограняк $\infty\,P$, а з другої сторони, коли $m = o$, двостїнник підставовий $o\,P$. Die Protopyramide als Grundgestalt, wird mit dem Buchstaben P bezeichnet; die halbe Hauptaxe sei $= a$, und die halbe Seitenaxe $= 1$; — das Verhältniß der Parameter jeder Fläche der Grundgestalt ist $a : 1 : 1$. — Wenn die halbe Hauptaxe mit einer gewissen meßbaren Größe $m \gtrless 1$ (am meisten $m = \frac{1}{2} = 2$ oder $= 3$) multipliciert wird, und sodann in jede Seitenkante der Protopyramide je zwei Flächen mit solcher Neigung gelegt werden, daß die eine oben und die zweite unten die halbe Grundaxe in der Entfernung $= m$ schneidet, so erhält man die Reihe der Protopyramiden $m\,P$, deren Grenze einerseits, wenn $m = \infty$ das Protoprisma $\infty\,P$, und andererseits, wenn $m = o$, das basische Pinakoid $o\,P$ ist.

$$o\,P \ldots\ \overset{<}{m}\,P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\,P \ldots \infty\,P.$$

Граняк осьмибічний (das ditetragonale Prisma) або гр. нерівногранний осьмибічний єсть обмежений 8 стїнами, рівнобіжними до оси головної, перекрой підставовий єсть осьмибоком симетричним (рівні боки але лише поперемінно рівні кути) а грани поперемінно суть острійші і тупійші. Das ditetragonale Prisma ist begrenzt von 8 zur Hauptaxe parallelen Flächen; der Hauptschnitt ist ein symmetrisches Achteck (alle Seiten gleich aber bloß gegenüberliegende Winkel gleich) und die Kanten sind abwechselnd gleich (vier schärfere und vier stumpfere).

Єсли кожду піввісь бічну ($= 1$) якої небудь первострицї $m\,P$ помножимо числом $n > 1$, але все вимірною (звичайно буває $n = \frac{3}{2}, = 2$ або $= 3$) а відтак до кождої грани вершкової приложимо по дві площини, котрі неналежачу до тої грани вісь бічну обосторонно в віддали $= n$ від осередка вида перерізують, тогдї одержимо одвітно до великости виводника n, ряд острицьосьмибічних, котрих грани, лежачі в місци гран первістних вершкових, будуть тим тупійші, чим більше єсть n. Відношенєм відмірників єсть тогдї $m : n : 1$, а знаком остриць осьмибічних $m\,P\,n$, котрих границею, коли $m = \infty$, єсть граняк осьмистїнний із знаком $\infty\,P\,n$.

$$o\,P \ldots\ \overset{<}{m}\,P\,n \ldots P n \ldots \overset{>}{m}\,P\,n \ldots \infty\,P\,n.$$

Коли n стане $= \infty$, тогдї відношенєм відмірників єсть $m : \infty : 1$; обі площини приложені до грани вершкової $m\,P$, суть рівноляглі до оси бічної, неналежної до тої грани, або творять тілько одну стїну, а тим способом з острицї 8-бічної повстає ряд остриць другого ряду із знаком $m\ P\ \infty$, котрих границею горішною, сли $m = \infty$, єсть второграняк $\infty\ P\ \infty$.

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \infty \ldots P\ \infty \ldots \overset{>}{m}\ P\ \infty \ldots \infty\ P\ \infty,$$

Wenn jede Hälfte der Nebenaxe (= 1) irgend einer Protopyramide $m\ P$ mit $n > 1$, jedenfalls einer meßbaren Größe (gewöhnlich ist $n = \frac{3}{2} = 2$ oder $= 3$) multipliciert wird, und sodann in jede Spitzenkante je zwei Flächen gelegt werden, welche die zu dieser Kante nicht gehörige Seitenaxe beiderseits in der Entfernung $= n$ vom Mittelpunkt der Gestalt durchschneiden, dann erhalten wir, je nach der Größe der Ableitungszahl n, eine Reihe ditetragonaler Pyramiden, deren Kanten, welche an der Stelle der urspünglihen Spitzen kanten liegen, desto stumpfer sind, je größer die Ableitungszahl n. Das Parameterverhältnis ist sodann $m : 1 : 1$, und das Zeichen der ditetragonalen Pyramiden $m\ P\ n$, deren Grenze, wann $m = \infty$, das ditetragonale Prisma $\infty\ P\ n$ ist.

Wenn $n = \infty$ wird, dann ist das Parameterverhältniß $m : \infty : 1$; beide an die Scheitelkante gelegte Flächen sind der Seitenaxe, welche zu der Scheitelkante nicht gehört, parallel oder bilden nur eine Fläche, und auf diese Weise entsteht aus der ditetragonalen Pyramide eine Reihe Deuteropyramiden $m\ P\ \infty$, deren obere Grenze, wann $m = \infty$ das Deuteroprisma $\infty\ P\ \infty$ ist.

Двостїнник підставовий (наконечний або наконечник) виступає лише в сполуцї з одвітними граняками яко пара стїн рівнобіжних до підстави остриць, проте простопадних до оси головної. Двостїнники в сполуцї з острицями стинають їх вершки, а получені з граняками замикають їх двома стїнами поземими. Das basische Pinakoid tritt nur in Kombination mit entsprechenden Prismen als ein Paar zur Basis der Pyramiden paralleler, zur Hauptaxe senkrechter Flächen. Die beiden Endflächen stumpfen die Spitzen der Pyramide ab, und kombiniert mit dem Prisma schließen sie dasselbe mit zwei horizontalen Flächen.

Б. Сполуки однодвоосні.

$o\ P.\ \frac{1}{3}\ P.$ Первострица (P) сплощена в первострицю $\frac{1}{3}\ P$, на кінцях стята наконечником квадратним $o\ P.$ die Protopyramide, sich verflachend in die Protopyramide $\frac{1}{3}\ P$, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid $o\ P$.

$o P. \frac{1}{3} P.$ Первостриця $\frac{1}{3} P$, на вершках стята наконечником квадратним $o P$. die Protopyramide $\frac{1}{3} P$ an der Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid $o P$.

$o P. \frac{1}{3} P. \frac{1}{2} P \infty$. Первостриця $\frac{1}{3} P$ на вершках стята наконечником квадратним $o P$, грани вершкові первострицї $\frac{1}{3} P$ косо стяті площами вторострицї $\frac{1}{2} P \infty$. die Protopyramide an der Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid, die Kanten der Protopyramide schief abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide.

$o P. P. \infty P. \infty P \infty$. Первогрзняк ∞P, котрого грани стяті стінами второграняка $\infty P \infty$, замкнений первострицею P, на вершках стятою наконечнихом $o P$. das Protoprisma ∞P, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma $\infty P \infty$, geschlossen durch die Protopyramide P, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid $o P$.

$o P. P. P \infty. 3 P 3. \infty P. \infty P \infty$. Первограняк ∞P, котрого грани стяті стінами второграняка $\infty P \infty$, замкнений первострицею, вершок стятий наконечником квадратним $o P$, грани вершкові первострицї P стяті площами вторострицї $P \infty$, а кін сполучний межи стінами второграняка $\infty P \infty$ і первострицї P притуплений стінами острицї осьмибічної $3 P 3$. das Protoprisma ∞P, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma $\infty P \infty$, geschlossen durch die Protopyramide P, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid $o P$, die Spitzenkanten der Protopyramide P abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide $P \infty$ und die Combinationsecke zwischen den Flächen des Deutero-Prisma $\infty P \infty$ und der Protopyramide P zugeschärft durch die Flächen der ditetragonalen Pyramide $3 P 3$.

$o P. P. \infty P. \infty P \infty. \infty P 3$. Первограняк ∞P, котрого грани стяті стінами второграняка $\infty P \infty$, замкнений первострицею P, вершок стятий наконечником квадратним $o P$; первостриця P і второграняк $\infty P \infty$ значно переважаючі, первограняк ∞P дуже підрядний, а грани сполучні обох граняків квадратних стяті стінами граняка осьмибічного $\infty P 3$. das Protoprisma ∞P, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma $\infty P \infty$, geschlossen durch die Protopyramide P — die Protopyramide und das Deuteroprisma weitaus vorherrschend — das Protoprisma ∞P sehr untergeordnet und die Kombinationskanten der beiden tetragonalen Prismen abgestumpft durch die Flächen des ditetragonalen Prisma $\infty P 3$.

$P. \infty P$. Первограняк ∞P замкнений первострицею P; грани сполучні поземі. das Protoprisma ∞P geschlossen durch die Protopyramide P, die Kombinationskanten horizontal.

$P . 3 P 3 . \infty P \infty$. **Второграняк** $\infty P \infty$, **замкнений первострицею** P; **клесом ідучі грани сполучні стяті стїнами осьмибічної острицї** $3 P 3$; **по** 3 **площі творять пояс.** das Deuteroprisma $\infty P \infty$ geschlossen durch die Protopyramide P; die im Zickzak verlaufenden Kombinationskanten abgestumpft durch die Flächen der ditetragonalen Pyramide $3 P 3$, je 3 Flächen bilden eine Zone.

$P . \infty P 3$. **Осьмибічний граняк** $\infty P 3$, **замкнений первострицею** P. das ditetragonale Prisma $\infty P 3$, geschlossen durch die Protopyramide P.

$P . \infty P \infty$. **Второграняк** $\infty P \infty$ **замкнений первострицею** P. das Deuteroprisma $\infty P \infty$, geschlossen durch die Protopyramide P.

$o P . P . \infty P \infty$. **Второграняк** $\infty P \infty$ **замкнений первострицею** P, **граняк дуже низкий (о оси головній дуже малій) а остриця стята наконечником** $o P$. das Deuteroprisma $\infty P \infty$ geschlossen durch die Protopyramide P; das Prisma sehr niedrig und die Pyramide abgestumpft durch das Pinakoid $o P$.

$P . 2 P \infty . \infty P . \infty P \infty$. **Грани первограняка** ∞P **стяті стїнами второграняка** $\infty P \infty$, **замикає первостриця** P **і второстриця** $2 P \infty$. die Kanten des Protoprisma ∞P abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma $\infty P \infty$, geschlossen durch die Protopyramide P und die Deuteropyramide $2 P \infty$.

$2 P \infty . \infty P \infty$. **Второстриця** $2 P \infty$ **з второграняком** $\infty P \infty$ die Deuteropyramide $2 P \infty$ mit dem Deuteroprisma $\infty P \infty$.

$\frac{P}{2} . \frac{F'}{2}$. **Клиняк** $\frac{P}{2}$, **котрого кони стяті тим самим клиняком в протиположеню** $\frac{P'}{2}$. Ein Sphenoid, desen Ecke abgestumpft durch dasselbe Sphenoid in der Gegenstellung $\frac{P'}{2}$.

$o P . \frac{P}{2} . \frac{P}{2} . P \infty . 2 P \infty$. **Клиняк** $\frac{P}{2}$, **котрого кони стяті тим самим клиняком в протиположеню** $\frac{P'}{2}$, **поземі грани клиняка звичайного стяті наконечником** $o P$, **грани сполучні обох клиняків же по части (просто) стяті стїнами вторострицї** $P \infty$, **по части (косо) стїнами (острійшої) вторострицї** $2 P \infty$. ein Sphenoid $\frac{P}{2}$, dessen

Ecke abgestumpft durch dasselbe Sphenoid in der Gegenstellung $\frac{P'}{2}$, die horizontalen Kanten des Sphenoids $\frac{P}{2}$ abgestumpft durch das Pinakoid $o\ P$, die Combinationskanten der beiden Sphenoide aber teils (gerade) abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide $P \infty$, teils (schief) durch die Flächen der (spitzeren) Deuteropyramide $2\ P \infty$.

III. Уклвд простороомбний або ріжноосий. orthorhombisches oder rhombisches System.

A. Види простороомбні поєдинчі. einfache rhombische Gestalten.

я) Види замкнені.

Остриця простороомбна. die orthorombische Pyramide P.

Остриця перекутнї довгої. die Makropyramide.

$$\begin{array}{l} <\qquad\qquad\qquad\qquad > \\ (m\ P\ \bar{n}\ \ldots\ P\ \bar{n}\ \ldots\ m\ P\ \bar{n}). \end{array}$$

Остриця перекутнї короткої. die Brachypyramide.

$$\begin{array}{l} <\qquad\qquad\qquad\qquad > \\ (m\ P\ \breve{n}\ \ldots\ P\ \breve{n}\ \ldots\ m\ P\ \breve{n}) \end{array}$$

Клиняк простороомбний. das rhombische Sphenoid $\frac{P}{2}$.

Остриця простороомбна (die orthorhombische Pyramide) єсть то проста нерівногранна чотиростїнна остриця, обнята двома чотиростїнними ґрупами, 8 пристайними нерівнобічними трикутниками і посїдає самі чотиростїнні двогранні кони, з яких два котрі небудь противоположні яко вершки, вісь через них ідучу яко головну приймаєм, котру ставляєм простопадно. Дві другі оси зовуть ся відтак осями бічними, ромб, котрого перекутнї творять, підставою. Довшу тих обох перекутнїй зовем перекутнею довгою, коротшу пер. короткою. Грани вуть троякі: 4 довші острійші сягають від вершків до кінцїв перекутнї довшої і зовуть ся тому гранами вершковими перекутнї довшої; 4 коротші тупійші сягають від вершків до кінцїв перекутнї коротшої і зовуть ся гранами вершковими перекутнї коротшої; 4 грани бічні або підставові лучать кінцї перекутнї довгої з кінцями короткої. Кони суть також троякі: оба вершки; 2 острійші кони бічні на кінцях перекутнї довшої, тому конами бічними пер. довшої, 2 тупійші кони бічні на кінцях перекутнї коротшої, тому конами бічними пер. коротшої звані. Перекрой головний, котрий містить грани вершкові перекутні довгої, зове ся перекроєм головним перекутнї довгої, різ головний, котрий містить грани вершкові перекутнї короткої, перекроєм головним перекутні короткої, оба суть ромбами, так як підстава єсть ромбом.

Острицю простором6ну так уставляє ся, що перекутня довша лежить поперек (т. є. межи правицею а лївицею); зовуть її тому також перекутнею поперечною, а перекутню коротшу відтак перекутнею здовжною. Острицю того укладу значать також *P*.

Das Orthotyp oder die gerade ungleichkantige vierseitige Pyramide ist von zwei vierzähligen Flächengruppen, 8 kongruenten ungleichseitigen Dreiecken begrenzt und besitzt lauter vierflächige zweikantige Ecke, von denen man zwei beliebige sich gegenüberliegende als die Spitzen, die durch selbe gehende Axe als Hauptaxe nimmt, die man sofort vertikal stellt. Die zwei anderen Axen heißen sodann Nebenaxen, der Rhombus, dessen Diagonalen sie bilden, die Basis. Die längere dieser beiden Diagonalen nennt man Makrodiagonale, die kürzere Brachydiagonale. Die Kanten sind dreierlei 4 längere schärfere gehen von den Spitzen zu den Enden der Makrodiagonale, und heißen deshalb selbst makrodiagonale Spitzenkanten; 4 kürzere stumpfere gehen von den Spitzen zu den Enden der Brachydiagonale und heißen deshalb selbst brachydiagonale Spitzenkanten, 4 Seiten- oder Basiskanten verbinden die Endpunkte der Makrodiagonale mit denen der Brachydiagonale. Die Ecke sind ebenfalls dreierlei: die beiden Spitzen; 2 spitzere Seitenecken an den Enden der Makrodiagonale, deshalb makrodiagonale Seitenecken genannt; 2 stumpfere Seitenecke an den Enden der Brachydiagonale, deshalb brachydiagonale Seitenecke genannt. Der Hauptschnitt, welcher die makrodiagonalen Spitzenkanten enthält, heißt makrodiagonaler Hauptschnitt; der Hauptschnitt, welcher die brachydiagonalen Spitenkanten enthält, brachydiagonaler Hauptschnitt; beide sind Rhomben, wie die Basis ein Rhombus ist.

Die orthorhombische Pyramide stellt man so, daß die Makrodiagonale quer (d. i. zwischen Links und Rechts) zu stehen kommt; man nennt sie daher auch die Querdiagonale, während die Brachydiagonale dann auch Längsdiagonale genannt wird. Die Pyramide dieses Systemes wird auch mit *P* bezeichnet.

Відносно до зглядної довготи оси головної, перекутнї довгої і короткої, ріжнимо трояві острицї; перворядні (первострицї, Protopyramiden), второрядні (второстриці, остриці перекутні довгої, Makropyramiden) і треторядні (третостриці, остриці перекутні короткої, Brachpyramiden).

Розширім поперемінні стїни остриції простоморбної аж до заниканя других, то одержимо вид подібний до чотиростїнника рівноосного або клиняка квадратного, званий клиняком простоморбним. Єсть він обнятий 6 трикутниками рівнобічними, має грани трояк: 2 вершкові, 2 бічні довші і тупійші і 2 бічні коротші і острійші. Грани вершкові суть поземо уставлені, бічні же здіймають ся і опадають клесом. Кони всї суть тристїнні, ріжногранні. Оси лучать осередки напротивних граній. Знаком клиняка того єсть $\frac{P}{2}$ в звичайнім, $-\frac{P}{2}$ в противоложеню. Erweitert man die abwechselnden Flächen der orthorhombischen Pyramide bis zum Verschwinden der anderen, so erhält man eine dem Tetraeder im tessularen, dem Sphenoide im tetragonalen Systeme ähnliche Gestalt, die orthorhombisches Sphenoid genannt wird. Ist von 6 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, hat dreierlei Kanten: 2 Spitzenkanten, 2 längere und stumpfere und 2 kürzere und schärfere Seitenkanten. Die Spitzenkanten sind horizontal gestellt, die Seitenkanten hingegen erheben sich und fallen im Zickzack. Die 4 Ecke sind dreiflächig, ungleichkantig. Die Axen verbinden die Mittelpunkte gegenüberliegender Kanten

б) Види отверті.

Граняк простопадний. vertikales Prisma ∞P.

Дашник (кришец) перекутної довгої. Makrodoma

$$(\overset{<}{m} P \bar{\infty}, \ldots P \bar{\infty}, \ldots \overset{>}{m} P \bar{\infty})$$

Дашник (кришец) перекутні коротшої. Brachydoma.

$$(\overset{<}{m} P \breve{\infty}, \ldots P \breve{\infty}, \ldots \overset{>}{m} P \breve{\infty})$$

Поземий наконечник (двостїнник наконечний). horizontales rhombisches Pinakoid (Protopinakoid) $o P$.

Наконечник перекутні довгої. Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$.

Наконечник перекутні короткої. Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$.

Граняк простопадний має 4 стїни рівнобіжні до оси головної, а перекрой їх поперечний одвічаючий підставі остриці, єсть ромбом, в котрім обі оси бічні лучать напротивні кути.

(Граняки поземі або дашники (кришцї) мають 4 стїни рівнобіжні до одної з оси бічних. Види сї подібні до двох дашків стикаючих ся своїми підставами. Ріжнимо два роди дашників).

а) Дашники перекутнї довгої (Makrodomen) в котрих перекрою перекутня простопадна одвічає оси головній, а позема оси бічній короткій остриці просторомбної. Грани суть рівнобіжні до перекутнї довгої. Die Makrodomen, in deren Querschnitt die senkrechte Diagonale der Hauptaxe, und die horizontale der Brachydiagonale der orthorhombischen Pyramide entspricht. Die Kanten sind der Makrodiagonale parallel.

β) Дашники перекутнї короткої, в котрих перекрою перекутня простопадна одвічає головній оси, а позема оси бічній довгій остриці просторомбної. Грани суть рівнобіжні до перекутнї короткої. Die Brachydomen, in deren Querschnitt die vertikale der Hauptaxe entspricht, und die horizontale der Makrodiagonale der orthorhombischen Pyramide. Die Kanten sind der Brachydiagonale parallel.

Двостїнники (наконечники) просторомбні суть троякими парами стїн рівнобіжних, з котрих одні суть простопадні до оси головної (двостїнник підставовий), другі до перекутнї довгої (двостїнник перекутнї короткої) а треті до перекутнї короткої (двостїнник перекутнї довгої). Die orthorhombischen Pinakoide sind dreifache Paare paralleler Flächen, von denen das eine Paar senkrecht zur Hauptaxe ist (basisches Pinakoid) das zweite zur Makrodiagonale (das Brachypinakoid) und das dritte zur Brachydiagonale (das Makropinakoid).

Вивід і означенє видів. Остриць просторомбну як вид первістний означаєм буквою P. Піввісь головна най буде $= a$, піввісь бічна довга $= b$, а піввісь бічна коротка $= c$; відношенє проте відмірників кождої стїни єсть $a : b : c$.

1. Продовжім піввісь головну остриції P, множачи її певним числом $m \gtrless 1$, але в кождім разї вимірним і приложім до гран бічних остриції площини, прорізучі вісь головну обосторонно в m-тій віддали від осередка, а одержимо ряд первиць первого ряду (первостриць) $m\,P$, маючих таку саму підставу і однакове положенє стїн, як остриця первітна P:

а) $o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\,P \ldots \infty\,P.$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, єсть двостїнник підставовий $o\,P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, єсть граняк просторомбний $\infty\,P$. Чим більше єсть m, тим розхильнїйші будуть грани підставові, а остриції тим острійші (висші); чим менше єсть m, тим острійші будуть грани підставові, а остриці тим тупійші (низші).

2. Продовжім перекутню довгу всїх острищь первітних, множачи єї половину числом $n > 1$, все вимірним, і приложім до кождої тупійшої грани вершкової (належачої до перекутнї короткої) площини, перерізуючі перекутню довшу в віддали $= n$, тогдї одержимо ряд остриць другорядних (второстриць, o. перекутнї довгої) із знаком $m\ P\ \bar{n}$, в котрій знак ‾ над n відносить ся до перекутнї довгої.

$$\text{b)}\ o\ P\ \ldots\ \overset{<}{m}\ P\ \bar{n}\ \ldots\ \overset{>}{m}\ P\ \bar{n}\ \ldots\ \infty\ P\ \bar{n}.$$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, єсть двостїнник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = o$, єсть второграняк перекутнї довгої $\infty\ P\ \bar{n}$.

3. Продовжім перекутню коротку всїх первостриць, множачи єї половину числом $n > 1$ все вимірним, і приложім до кождої острійшої грани вершкової (належачої до перекутнї довгої) площини, перерізуючі перекутню коротку в віддали $= n$, тогдї одержимо ряд остриць треторядних (третостриць, о. перекутнї короткої) $m\ P\ \breve{n}$, в котрих знак ‿ над $\breve{n}$ відносить ся до перекутнї короткої:

$$\text{c)}\ o\ P\ \ldots\ \overset{<}{m}\ P\ \breve{n}\ \ldots\ P\ \breve{n}\ \ldots\ \overset{>}{m}\ P\ \breve{n}\ \ldots\ \infty\ P\ \breve{n}.$$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, єсть двостїнник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, єсть граняк треторядний (граняк перекутнї короткої) $\infty\ P\ \breve{n}$.

4. Єсли в рядї b) остриць другорядних $n = \infty$, повстане ряд дашників перекутнї довгої $m\ P\ \bar{\infty}$:

$$\text{d)}\ o\ P\ \ldots\ \overset{<}{m}\ P\ \bar{\infty}\ \ldots\ P\ \bar{\infty}\ \ldots\ \overset{>}{m}\ P\ \bar{\infty}\ \ldots\ \infty\ P\ \bar{\infty},$$

котрі будуть тим острійші (висші), чим більше єть m, а коли $m = \infty$, переходять в двостїнник перекутнї довгої $\infty\ P\ \bar{\infty}$.

5. Коли в рядї c) остриць треторядних $n = \infty$, повстане ряд дашників перекутнї короткої $m\ P\ \breve{\infty}$:

$$\text{e)}\ o\ P\ \ldots\ \overset{<}{m}\ P\ \breve{\infty}\ \ldots\ P\ \breve{\infty}\ \ldots\ \overset{>}{m}\ P\ \breve{\infty}\ \ldots\ \infty\ P\ \breve{\infty}.$$

котрі будуть тим острійші (висші), чим більше єсть m, а коли $m = \infty$, переходять в двостїнник перекутнї короткої $\infty\ P\ \breve{\infty}$.

Б. Види зложені (сполуки просторомбні). rhombische Kombinationen.

$o\,P.\ P.$ Острица простоpомбна P на вершках стята наконечником простоpомбним (двостїнником підставовим) $o\,P$. die rhombische Pyramide P, die Spitzen abgestumpft durch das rhombische Pinakoid $o\,P$.

$P.\ \infty P.\ \infty P \breve{\infty}$. Грвняк простоpомбний ∞P, грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї коротшої $\infty P \breve{\infty}$, замкнений острицею простоpомбною P. das rhombische Prisma ∞P, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$, geschlossen durch die rhombiscbe Pyramide P.

$P.\ \infty P.\ \infty P \breve{2}$. Первограняк ∞P збігаючий в граняк перекутнї коротшої $\infty P \breve{2}$, замкнений острицею основною P (пр. у топазу). das Protoprisma ∞P, verlaufend in das Brachyprisma $\infty P \breve{2}$, geschlossen von der Grundpyramide P.

$o\,P.\ P.\ \infty P.\ \infty P \breve{2}.\ 2 P \breve{\infty}$. Первограняк ∞P збігаючий в граняк перекутнї коротшої $\infty P \breve{2}$, замкнений первострицею P, котра глубоко стята двостїнником підставовим $o\,P$, кін сполучний межи первострицею і граняком перекутнї короткої $\infty P \breve{2}$ стятий стїнами дашника перекутнї короткої $2 P \breve{\infty}$. das Protoprisma ∞P, verlaufend in das Brachyprisma $\infty P \breve{2}$, geschlossen ven der Grundpyramide P, welche tief abgestumpft wird durch das horizontale Pinakoid $o\,P$, die Kombinationsecke zwischen der Grundpyramide und dem Brachyprisma $\infty P \breve{2}$ abgestumpft durch die Flächen des Brachydoma $2 P \breve{\infty}$.

$o\,P.\ \infty P.\ P \breve{\infty}$. Грачяк ∞P замкнений двостїнником $o\,P$, кони сполучні перекутнї довгої стяті стїнами дашника перекутнї коротгої $P \breve{\infty}$. das Prisma ∞P geschlossen durch das Pinakoid $o\,P$, die makrodiagonalen Kombinationskanten abgestumpft durch die Flächen des Brachydoma $P \breve{\infty}$.

$\frac{1}{2} P \breve{\infty}.\ \infty P$. Граняк ∞P, замкнений дашником перекутнї короткої $\frac{1}{2} P \breve{\infty}$. das Prisma ∞P, geschlossen durch das Brachydoma $\frac{1}{2} P \breve{\infty}$.

$o\,P.\ \infty P.\ \infty P \bar{\infty}$. Граняк ∞P, перекутнї довгої грани стяті двосгїнником перекутнї довгої $\infty P \bar{\infty}$, замкнений двостїнником підставовим $o\,P$. das Prisma P, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$. geschlossen durch das horizontale Pinakoid $o\,P$.

$\frac{1}{2} P \bar{\infty}.\ \infty P \breve{2}.\ \infty P \bar{\infty}$. Граняк перекутнї короткої $\infty P\, 2$, грани перекутнї короткої стяті двостїнником перекутнї довгої $\infty P \bar{\infty}$, замкнений дашником перекутнї довгої $\frac{1}{2} P \bar{\infty}$. das Brachyprisma $\infty P \breve{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$, geschlossen durch das Makrodoma $\frac{1}{2} P \bar{\infty}$.

$P \bar{\infty}. P \bar{2}. P. \infty P \bar{2}. \infty P \bar{\infty}$. **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **грани перекутнї короткої стяті двостїнником перекутнї довгої (значно переважаючої)** $\infty P \bar{\infty}$, **замкнений по части дашником перекутнї довгої** $P \bar{\infty}$, **по части первострицею** P, **котра сплощує ся в острицю перекутнї довгої** $P \bar{2}$. das Makroprisma $\infty P \breve{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das weitaus vorherrschende Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$, geschlossen teils durch das Makrodoma $P \bar{\infty}$, teils durch die Protopyramide P, die sich verflacht in die stumpfere Makropyramide $P \bar{2}$,

$o P. P \bar{\infty}. \infty P \bar{2}. \infty P \breve{\infty}$. **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$, **замкнений двостїнником підставовим** $o P$, **кін сполучний межи ним і гранами перекутнї короткої стятий дашником перекутнї довгої** $P \bar{\infty}$. das Makroprisma $\infty P \bar{\infty}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$, geschlossen durch das horizontale Pinakoid $o P$, die Kombinationsecke zwischen diesem und den brachydiagonalen Prismakanten abgestumpft durch das Makrodoma $P \bar{\infty}$.

$P \breve{\infty}. \infty P \bar{2}. \infty P \breve{\infty}$. **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **замкнений дашником перекутнї короткої** $P \breve{\infty}$, **котрого грани підставові стяті двостїнником перекутнї коротшої** $\infty P \breve{\infty}$. das Makroprisma $\infty P \bar{2}$, geschlossen durch das Brachydoma $P \breve{\infty}$, dessen Basiskanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$.

$P. \infty P \bar{\infty}. \infty P \breve{\infty}$. **Двостїнник перекутнї довгої** $\infty P \bar{\infty}$ **і двостїнник перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$ **творять граняк, котрого різ поперечний єсть прямокутником; замкненє творить острица просторомбна** P. das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$ und das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$ bilden ein Prisma, dessen Querschnitt ein Rechteck ist; den Schluß bildet die rhombische Pyramide P.

$o P. P. \infty P \bar{\infty}. \infty P \breve{\infty}$. **Двостїнник перекутнї довгої** $\infty P \bar{\infty}$ **і двостїнник перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$ **творять граняк, котрого різ поперечний єсть прямокутником, замкненє творить острица просторомбна** P **стята двостїнником підставовим** $o P$. das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$ und das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$ bilden ein Prisma, dessen Querschnitt ein Rechteck ist; den Schluß bildet die rhombische Pyramide P abgestumpft durch das Protopinakoid $o P$.

$P. \infty P \bar{\infty}. \infty P \breve{\infty}$. **Три двостїнники самі зложені; (у карстенїту)** die 3 Pinakoide allein kombiniert.

$P\breve{\infty}. P. \infty P$. Граняк просторомбний ∞P замкнений острицею P, грани вершкові перекутні довгої остриці стяті дашником перекутні короткої $P\breve{\infty}$; грани сполучні межи стїнами остриці і стїнами граняка поземі. das rhombische Prisma ∞P, geschlossen von der Pyramide P, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma $P\breve{\infty}$; die Kombinationskanten zwischen den Flächen der Pyramide und den Flächen des Prisma horizontal.

$P\breve{\infty}. P. \infty P\breve{2}$. Граняк перекутнї короткої $\infty P\breve{2}$, замкнений острицею P, остриці грани вершкові перекутні довгої стяті дашником перекутнї короткої $P\breve{\infty}$; грани сполукові межи стїнами остриці і стїнами граняка перекутні короткої похилені. das Brachyprisma $\infty P\breve{2}$, geschlossen von der Pyramide P, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma $P\breve{\infty}$; die Kombinationskanten zwischen den Flächen der Pyramide und den Flächen des Brachyprisma $\infty P\breve{2}$ geneigt.

$P. \infty P\breve{2}. \infty P\bar{2}$. Граняк перекутні короткоі $\infty P\breve{2}$ замкнений острицею P, грани перекутні короткої граняка притуплені стїнами граняка перекутнї довгоі $\infty P\bar{2}$. das Brachyprisma $\infty P\breve{2}$ geschlossen von der Pyramide P, die brachydiagonalen Kanten des Brachyprisma zugeschärft durch die Flächen des Makroprisma $\infty P\bar{2}$.

$P\breve{\infty}. P. \infty P\breve{\infty}$. Остриця просторомбна P, вершкові грани перекутнї довгої стяті дашником перекутні короткої $P\breve{\infty}$, кони бічні перекутнї довгої остриці глибоко стятї двостїнником перекутні короткої $\infty P\breve{\infty}$. die rhombische Pyramide P, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma $P\breve{\infty}$, die makrodiagonalen Seitenecke der Pyramide tief abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P\breve{\infty}$.

$o P. P. P\bar{\infty}. \frac{3}{4} P\breve{\frac{3}{2}}. \infty P\breve{\frac{3}{2}}. \infty P$. Зложений граняк (у манґаніту) на перекутні короткій вида основного виступає первограняк ∞P, на перекутні довгій граняк перекутні короткої $\infty P\breve{\frac{3}{2}}$, замкнений двостїнником підставовим $o P$; грани сполукові межи двостїнником підставовим і первограняком стяті площами первострицї P, грани сполукові межи двостїнником підставовим і граняком перекутні короткої площами у острицї перекутні коротшої $\frac{3}{4} P\breve{\frac{3}{2}}$; грани вершкові перекутні коротшої первострицї P надто стяті дашником перекутні довгої $P\bar{\infty}$. ein kombiniertes Prisma, an der Brachydiagonale der Grundgestalt das Protoprisma ∞P, an der Makrodiagonale das Brachyprisma $\infty P\breve{\frac{3}{2}}$ auftretend, geschlossen durch das Pinakoid $o P$; die Kombinationskanten zwischen $o P$ und ∞P abgestumpft durch die Flächen der Protopyramide P, die Kombinationskanten zwischen $o\,P$ und $\infty\ P\breve{\tfrac{3}{4}}$ durch die Flächen der Brachypyramide $\tfrac{3}{4}\ P\ \breve{\tfrac{3}{2}}$; die brachydiagonalen Spitzenkanten von P überdies durch das Makrodoma $P\ \bar{\infty}$.

$P\ \breve{\infty}.\ P\ \bar{\infty}.\ P.\ \infty\ P\ \breve{2}.\ \infty\ P\ \breve{\infty}.$ **Граняк перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{2}$, **грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{\infty}$, **замкнений по части дашником перекутнї короткої** $P\ \breve{\infty}$, **по части дашником перекутнї довгої** $P\ \bar{\infty}$; **кін сполуковий межи дашником перекутнї короткої, дашником перекутнї довгої і граняком перекутнї короткої стятий площами первострицї** P. das Brachyprisma $\infty\ P\ \breve{2}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\ P\ \breve{\infty}$, geschlossen teils durch das Brachydoma $P\ \breve{\infty}$, teils durch das Makrodoma $P\ \bar{\infty}$; die Kombinationsecke zwischen dem Brachydoma, dem Makrodoma und dem Brachyprisma abgestumpft durch die Flächen der Protopyramide P.

$P\ \bar{\infty}.\ \infty\ P\ \breve{2}.\ \infty\ P\ \breve{\infty}.$ **Двостїнник перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{\infty}$ **з дашником перекутнї довгої** $P\ \bar{\infty}$, **площі граняка перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{2}$ **дуже підрядні.** das Brachypinakoid $\infty\ P\ \breve{\infty}$ mit dem Makrodoma $P\ \bar{\infty}$, die Flächen des Brachyprisma $\infty\ P\ \breve{2}$ sehr untergeordnet.

$o\,P.\ \infty\ P.\ \infty\ P\ \breve{\infty}.$ **Граняк** $\infty\ P$, **грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{\infty}$, **замкнений двостїнником підставовим** $o\,P$. das Prisma $\infty\ P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\ P\ \breve{\infty}$, geschlossen durch das Protopinakoid $o\,P$.

$P\ \bar{\infty}.\ \infty\ P\ \breve{2}.\ \infty\ P\ \breve{\infty}.$ **Граняк перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{2}$, **грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутнї довгої** $P\ \bar{\infty}$. das Brachyprisma $\infty\ P\ \breve{2}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\ P\ \breve{\infty}$, geschlossen durch das Makrodoma $P\ \bar{\infty}$.

$2\ P\ \breve{\infty}.\ \infty\ P.\ \infty\ P\ \breve{\infty}.$ **Граняк** $\infty\ P$, **грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{\infty}$. das Prisma $\infty\ P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachydoma $2\ P\ \breve{\infty}$.

$\tfrac{1}{2}\ P\ \breve{\infty}.\ P\ \breve{\infty}.\ \infty\ P.\ \infty\ P\ \breve{\infty}.$ **Граняк** $\infty\ P$ **(араґонїту), грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty\ P\ \breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутнї короткої** $P\ \breve{\infty}$, **котрий сплощує ся в дашник перекутнї коротшої** $\tfrac{1}{2}\ P\ \breve{\infty}$. Das Prisma $\infty\ P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachydoma $P\ \breve{\infty}$, das sich verflacht in das Brachydoma $\tfrac{1}{2}\ P\ \breve{\infty}$.

$P\breve{\infty}$. $P\bar{\infty}$. $\infty P\breve{2}$. $\infty P\breve{\infty}$. **Граняк перекутні короткої $P\breve{\infty}$, замкнений по части дашником перекутні короткої $P\breve{\infty}$, по части дашником перекутні довгої $P\bar{\infty}$, грани підставові дашника перекутні короткої стяті двостінником перекутні короткої $\infty P\breve{\infty}$.** das Brachyprisma $\infty P\breve{2}$ geschlossen teils durch das Brachydoma $P\breve{\infty}$, teils durch das Makrodoma $P\bar{\infty}$, die Basiskanten des Brachydoma abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P\breve{\infty}$.

$\frac{P}{2}$. ∞P. **Граняк ∞P (епсоміту) замкнений клиняком просторомбним $\frac{P}{2}$.** das Prisma ∞P, geschlossen durch das rhombische Sphenoid $\frac{P}{2}$.

IV, **Уклад скісноромбний або односкісний.** Klinorhombisches, monoklines oder deltoidisches System.

А. Поєдинчі види ускісноромбні. einfache deltoidische Gestalten.

а) замкнені.

(Острица ускісноромбна).

Пів'острица додатна (половина додатна). die positive Hemipyramide.

Пів'острица уємна (половина уємна). die negative Hemipyramide.

Перекутня позема. die Orthodiagonale.

Перекутня скісна. die Klinodiagonale.

Підстава. die Basis.

Різ головний простоперекутний. der orthodiagonale Hauptschnitt.

Різ головний скісноперекутний. der klinodiagonale Hauptschnitt.

Острицї ускісноромбні перворядні, второрядні (перекутні поземої), треторядні (перекутні ускісної).

Острица скісноромбна обмежена 8 стінами, має 12 гран і 6 конів. Стіни суть трикутниками ріжнобічними двоякими. Пристайні стіни лежать паристо при гранах перекутні скісної так, що двом стінам горішним з переду одвічають дві долїшні з тилу, а дві тильні горішні суть пристайні до двох передних стїн долїшних. Чотири перші стіни творять пів'острицю додатну $+ P$ (пр. в сполуках авґіту), чотири же другі стіни пів'острцю уємну $- P$ (пр. в сполуках ґіпсу). Проте обі пів'острицї, зовсім від себе независимі, виступають в природї звичайно в сполуках. Звичайно уставляє ся острица так, що її вісь головна, котра против одної з бічних осей

ускісно стоїть, скермована простопадно; тота вісь бічна або (скісної) підстави перекутня, з котрою вісь головна простий кут творить, так звана перекутня позема поперек лежить, а тота вісь бічна або підстави перекутня, проти котрої вісь головна під ускісним кутом нахилена, так звана перекутня скісна в довжнім напрямі і то від зрітеля до гори протягає ся.

Грани повної острицї суть четверакі, 4 грани вершкові, лучачі вісь головну з перекутнею скісною, з котрих лише напротивні суть рівні, і то довші одвічають кутови тупійшому, а коротші кутови острому (межи осию головною а перекутнею скісною), відтак 4 вершкові середні межи собою рівні і 4 бічні (підставові) також рівні.

Кони суть чотиростїнні троякі: 2 ріжногранні на кїнцях оси головної (вершкові), 2 ріжногранні на кїнцях перекутнї скісної і 2 сомірні на кїнцях перекутнї поземої.

Підстава, котра містить в собі обі оси бічні, єсть ромбом, різ головний поземоперекутний, котрий містить вісь головну і перекутню позему, також ромбом, а різ головний скісноперекутний, котрий містить вісь головну і перекутню скісну, ромбоїдом.

Відносно до згаданої довготи оси головної, поземої або скісної ріжнимо троякі острицї: перворядні, другорядні (перекутнї поземої) і треторядні (перекутнї скісної).

Die klinorhombische Pyramide ist von acht Flächen umschlossen besitzt 12 Kanten und 6 Ecke. Die Flächen ungleichseitige Dreiecke, sind zweierlei. Kongruente Flächen liegen paarweise bei den Kanten der Klinodiagonale so, daß zwei oben Flächen von vorne zwei untere von hinten entsprechen, und zwei hintere obere sind mit zwei vorderen unteren kongruent. Die vier ersten Flächen bilden die positive Hemipyramide $+ P$ (in den Kombinationen des Augits) die vier anderen die negative Hemipyramide $— P$(in den Kombinationen des Gypses), somit beide von einander unabhängige Hemipyramiden treten in der Natur in Kombinationen auf.

Gewöhnlich wird die vollflächige Pyramide so aufgestellt, daß seine Hauptaxe, die gegen eine der anderen Axen schief steht, vertikal, diejenige Nebenaxe oder Diagonale der (schiefen) Basis, mit welcher die Hauptaxe einen rechten Winkel bildet, die sogenannte Orthodiagonale quer, dagegen diejenige Nebenaxe oder Diagonale der Basis, gegen welche die Hauptaxe unter einem schiefen Winkel geneigt ist, die sogenannte Klinodiagonale in der Längsrichtung, und zwar vom Beschauer weg aufsteigend gerichtet sei.

Die Kanten der vollflächigen Pyramide sind vierfach, 4 Spitzenkanten, welche die Hauptaxe mit der Klinodiagonale verbinden; von diesen sind nur die gegenüberliegenden gleich, und zwar längere entsprechen dem stumpferen und kürzere dem spitzeren Winkel (zwischen der Hauptaxe und der Klinodiagonale), sodann 4 einander gleiche mittlere Spitzenkanten und 4 ebenfalls gleiche Seitenkanten (Basiskanten).

Die vierflächigen Ecke sind dreifach, 2 ungleichkantige an den Enden der Hauptaxe (Spitzenecke) — und Seitenecke: 2 ungleichkantige an den Enden der Klinodiagonale und 2 symmetrische an den Enden der Orthodiagonale.

Die Basis, welche die zwei Nebenaxen enthält, ist ein Rhombus, der orthodiagonale Hauptschnitt, welcher die Hauptaxe und die Orthodiagonale enthält, gleichfalls ein Rhombus, der klinodiagonale Hauptschnitt, welcher die Hauptaxe und die Klinodiagonale enthält, ein Rhomboid.

Je nach der Länge der Hauptaxe, Ortho- und Klino-diagonale unterscheidet man: Protopyramiden, Orthopyramiden und Klinopyramiden.

б) види отверті.

Граняк скісноромбний (граняки перворядні, другорядні і треторядні).

Дашник (кришець) перекутні скісної. das Klinodoma.

Півдашник (півкришець) додатний. das positive Orthohemidoma.

Півдашник (півкришець) увмний. das negative Orthohemidoma.

Двостінник підставовий. das basische Pinakoid.

Двостінник перекутні поземої. das Orthopinakoid.

Двостінник перекутні скісної. das Klinopinakoid.

2. **Граняки скісноромбні мають 4 однакі стїни, рівнобіжні до оси головної; поперечний їх різ (перекрой) есть ромбом. Грани бічні суть двоякі, лише напротивні суть однакі, а їх кути сповняють ся до 180°. Граняки сї суть троякі: перворядні, второрядні і треторядні.**

Klinorhombische Prismen besitzen 4 gleiche zur Hauptaxe parallele Flächen, ihr Querschnitt ist ein Rhombus. Die Seitenkanten sind zweifach; nur die gegenüberliegenden sind gleich und ihre Winkel ergänzen sich zu 180°. Diese Prismen sind dreifach: vertikale, orthodiagonale und klinodiagonale.

3. **Дашники перекутні скісної (скіснодашники) мають 4 однакі стїни, рівнобіжні до перекутні скісної; різ їх поперечний есть ром-**

бом, одвічаючим різови головному перекутні поземої. Грани суть двоякі; лише противбіжні суть однакі і сповняють ся до 180⁰.

Klinodomen besitzen 4 gleiche zur Klinodiagonale parallele Flächen; ihr Querschnitt ist ein Rhombus, das dem orthodiagonalen Hauptschnitt entspricht. Die Kanten sind zweifach; nur die gegenüberliegenden sind gleich und ergänzen sich zu 180⁰.

4. Дашники перекутні поземої (простодашники) мають 4 стіни рівнобіжні до перекутні поземої, двоякі, з котрих тільки рівнобіжні суть однакі; їх різ поперечний єсть ромбоїдом. Грани суть двоякі; лише рівнобіжні суть однакі і сповняють ся до 180⁰.

Дашники сї суть властиво видами зложеними з двох піддашників додатного і умного, або з двох пар стїн рівнобіжних до одної з осий бічних; кожда пара стїн подібно, як пів'острицї, може независимо в сполуках виступовати.

Orthodomen besitzen 4 zur Orthodiagonale parallele Flächen, unter denen nur die parallelen gleich sind; ihr Querschnitt ist ein Rhomboid. Die Kanten sind zweifach; nur parallele sind gleich und ergänzen sich zu 180⁰.

Diese Domen bestehen eigentlich aus zwei Hemidomen, einem positiven und negativen. oder aus zwei zur einen Nebenaxe parallelen Flächenpaaren; ein jedes Flächenpaar kann ebenso wie die Hemipyramiden in den Kombinationen unabhängig auftreten.

5. Двостїнники скісноромбні суть трояками парами стїн, рівнобіжних до одного з трох перекроїв острицї: двостїнник підставовий, рівнобіжний до різу підставового, проте нахилений; двостїнник перекутнї поземої, рівнобіжний до перекрою головного перекутнї поземої і двостїнник перекутнї скісної, рівнобіжний до різу головного перекутнї скісної.

Klinorhombische Pinakoide sind dreifache Flächenpaare, die zu einem der drei Durchschnitte der Pyramide parallel sind: das basische Pinakoid, welches parallel zum basischen Durchschnitt, somit geneigt ist; das Ortho-Pinakoid, parallel zum Hauptschnitt der Orthodiagonale, und das Klinopinakoid, parallel zum Hauptschnitte der Klinodiagonale.

Вивід і означенє видів. Одна з остриць скісноромбних яко вид первістний одержує знак $\pm P$. Остриця ся єсть докладно означена, коли звісне єсть відношенє довготи оси головної до обох перекутнїй то-ж розхильність кута, під котрим вісь головна перерізує перекутню скісну.

Види того укладу подібно випровожають ся з острицї первітної, як в укладї просторомбнім. Перекутню довгу заступає тут перекутня позема, перекутню коротку заступає скісна (одмічена скісною черткою: $\grave{P}$). Ряди проте остриць, граняків, дашників і двостїнників одвічають таким же видам укладу ріжноосного:

Острица і граняк перворядний (первограняк):

$$1)\ o\,P \ldots \overset{<}{\pm}\, m\,P \ldots \pm\, P \ldots \overset{>}{m}\,P \ldots \infty\, P$$

Острицї (второстряцї) і граняк второрядний (второграняк):

$$2)\ o\,P \ldots \overset{<}{\pm}\, m\,P\,n \ldots \pm\, P\,n \ldots \overset{>}{\pm}\, m\,P\,n \ldots \infty\, P\,n$$

Острицї третого ряду (острицї перекутнї скісної) і граняк тр. ряду (третограняк):

$$3)\ o\,P \ldots \overset{<}{\pm}\, m\,P\,\grave{n} \ldots \pm\, P\,\grave{n} \ldots \overset{>}{\pm}\, m\,P\,\grave{n} \ldots \infty\, P\,\grave{n}$$

Дашники і двостїнники перекутнї поземої:

$$4)\ o\,P \ldots \overset{<}{\pm}\, m\,P\,\infty \ldots \pm\, P\,\infty \ldots \overset{>}{\pm}\, m\,P\,\infty \ldots \infty\, P\,\infty$$

Дашники і двостїнники перекутнї скісної:

$$5)\ o\,P \ldots \overset{<}{\pm}\, m\,P\,\grave{\infty} \ldots \pm\, P\,\grave{\infty} \ldots \overset{>}{\pm}\, m\,P\,\grave{\infty} \ldots \infty\, P\,\grave{\infty}.$$

A) Сполуки скісноромбні. Deltoidische Kombinationen.

$\frac{P'}{2} . \frac{P}{2} . \infty P . \infty P \grave{\infty}$. Первограняк ∞P (у ґипсу), грани перекутнї поземої стятї двостїнником перекутнї ускісної $\infty P \grave{\infty}$, замкнений обома півострицями $\frac{P'}{2}$ і $\frac{P}{2}$. das Protoprisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \grave{\infty}$, geschlossen von beiden Hemipyramiden $\frac{P'}{2}$ und $\frac{P}{2}$.

$\frac{P'}{2} . \infty P . \infty P \grave{\infty}$. Первограняк ∞P (у ґипсу), грани перекутнї поземої стятї двостїнником перекутнї ускісної, замкнений увмною половиною острицї $\frac{P'}{2}$. das Protoprisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \grave{\infty}$, geschlossen von der negativen Hemipyramide $\frac{P'}{2}$.

$\frac{P'}{2} . \infty P\, 2 . \infty P \grave{\infty}$. Граняк перекутнї поземої $\infty P\, 2$ (сода), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної $\infty P \grave{\infty}$, замкнений уемною пів'острицею $\frac{P'}{2}$. das Orthoprisma $\infty P\, 2$, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \grave{\infty}$, geschlossen durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$.

$\frac{P}{2} . \infty P . \infty P \infty . \infty P \grave{\infty}$. Граняк ∞P (авґит), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної $\infty P \grave{\infty}$, грани перекутнї ускісної двостїнником перекутнї поземої $\infty P \infty$, замкнений пів'острицею додатною $\frac{P}{2}$. das Prisma ∞P. die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \grave{\infty}$, die klinodiagonalen durch das Orthopinakoid $\infty P \infty$, geschlossen durch die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$o P . \frac{P}{2} . \infty P . \grave{\infty} P \grave{\infty}$. Граняк ∞P (амфіболю), грани перекутнї косої $\infty P \grave{\infty}$, замкнений по части додатною пів'острицею $\frac{P}{2}$, по части двостїнником підставовим $o P$. das Prisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \grave{\infty}$. geschlossen teils durch die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$, teils durch das basische Pinakoid $o P$.

$o P . \frac{P' \infty}{2} . \frac{P \infty}{2} . \frac{P}{2} . P \grave{\infty} . \infty P . \infty P \grave{\infty}$. Граняк ∞P (мелянтериту, 82° 32′), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї скісної $\infty P \grave{\infty}$, замкнений двостїнником підставовим $o P$; грани сполукові межи двостїнником підставовим і граняком суть стяті пів'острицею уемною $\frac{P'}{2}$; грани сполукові межи двостїнником і двостїнником перекутнї ускісної дашником перекутнї ускісної

$P \widetilde{\infty}$; грани вершкові перекутнї скісної пів'острицї увмної $\frac{P'}{2}$; на конець півдашником додатним $\frac{P\infty}{2}$ і увмним $\frac{P'\infty}{2}$. das Prisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \widetilde{\infty}$, geschlossen durch das Protopinakoid $o P$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Prisma sind abgestumpft durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Prisma sind abgestumpft durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Klinopinakoid durch das Klinodoma $P \widetilde{\infty}$; die klinodiagonalen Spitzenkanten von $\frac{P'}{2}$ endlich durch das positive Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$ und das negative $\frac{P'\infty}{2}$.

$\frac{P\infty}{2} . \frac{P}{2} . \infty P 2 . \frac{P'\infty}{2}$. Граняк перекутні поземої $\infty P 2$, замкнений обома півдашвиками $\frac{P'\infty}{2}$ і $\frac{P\infty}{2}$ і (дуже підрядна) пів'острвця увмна $\frac{P'}{2}$. das Orthoprisma $\infty P 2$, geschlossen durch die beiden Orthohemidomen $\frac{P\infty}{2}$ und $\frac{P'\infty}{2}$ und (sehr untergeordnet) die negative Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$\frac{\frac{1}{2} P'\infty}{2} . \frac{\frac{1}{2} P\infty}{2} . P \widetilde{\infty} . \infty P . \infty P \infty$. Граняк ∞P (Вольфрамїту), грани перекутнї ускісної стяті двостїнником перекутнї поземої $\infty P \infty$, замкнений по части обома (плоскійшими) дашниками перекутнї поземої $\frac{\frac{1}{2} P'\infty}{2}$, $\frac{\frac{1}{2} P\infty}{2}$, по части дашником перекутнї ускісної $P \widetilde{\infty}$. das Prisma ∞P, die klinodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Orthopinakoid $\infty P \infty$, geschlossen teils durch die beiden (flacheren) Orthohemidone $\frac{\frac{1}{2} P' \infty}{2}$, $\frac{\frac{1}{2} P \infty}{2}$, teils durch das Klinodoma $P \tilde{\infty}$.

$\frac{P' \infty}{2} . \frac{P \infty}{2} . \infty P 2$. **Граняк перекутні поземої** $\infty P 2$ **(ортоклязу) замкнений уємним і додатним дашником** $\frac{P' \infty}{2}$ **і** $\frac{P \infty}{2}$. das Orthoprisma $\infty P 2$ geschlossen von dem negativen und dem positiven Orthohemidoma $\frac{P' \infty}{2}$ und $\frac{P \infty}{2}$.

$\frac{3 P \infty}{2} . \frac{P \infty}{2} . \infty P 2 . \infty P \tilde{\infty}$. **Граняк перекутні поземої, замкнений стрімшим уємним півдашником** $\frac{3 P' \infty}{2}$ **і додатним** $\frac{P \infty}{2}$; **грани перекутні поземої граняка стяті двостінником перекутні ускісної** $\infty P \tilde{\infty}$. das Orthoprisma geschlossen von dem steileren negativen Hemidoma $\frac{3 P' \infty}{2}$ und dem positiven Orthohemidoma $\frac{P \infty}{2}$; die orthodiagonalen Kanten des Prisma abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \tilde{\infty}$.

$o P . \frac{P}{2} . \frac{2 P' \infty}{2} . \frac{2 P \infty}{2} . \infty P . \infty P \tilde{\infty}$. **Переважає двостінник перекутні ускісної** $\infty P \tilde{\infty}$, **замкнений в горі двостінником підставовим** *o P*, **з переду (і напротив) уємною півострицею** $\frac{P'}{2}$, **(стрімшим) уємним півдашником перекутні поземої** $\frac{2 P' \infty}{2}$, **первограняком** ∞P **і додатним півдашником перекутні поземої** $\frac{2 P \infty}{2}$. vorherrschend das Klinopinakoid $\infty P \tilde{\infty}$, geschlossen oben durch das basische Pinakoid *o P*, vorne (und gegenüber) durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$, das (steilere) negative Orthohemidoma $\frac{2 P' \infty}{2}$, das Protoprisma ∞P und das positive Orthohemidoma $\frac{2 P \infty}{2}$

$o\,P.\ P\breve{\infty}.\ \frac{\infty P}{2}.\ \infty P\infty.\ \infty P\tfrac{3}{2}.\ \frac{P'2}{2}.$ Переважає двостінник перекутні поземої $\infty P\infty$, замкнений в горі двостінником підставовим $o\,P$, по боках дашником (у азурита, 99° 32′) перекутні ускісної $P\breve{\infty}$; грана сполукова межи двостінником підставовим і двостінником перекутні поземої стятий уємним дашником перекутні поземої $\frac{P'\infty}{2}$, кін сполуковий межи двостінником перекутні поземої і дашником перекутні скісної додатною півострицею $\frac{P\overline{2}}{4}$, наконець кін сполуковий межи двостінником перекутні поземої, скіснодашником і додатною півострицею стятий граняком перекутні поземої $\infty P\tfrac{3}{2}$. vorherrschend das Orthopinakoid $\infty P\infty$, geschlossen oben durch das basische Pinakoid $o\,P$, seitwärts durch das Klinodoma $P\breve{\infty}$; die Kombinationskante zwischen dem basischen Pinakoid und dem Orthopinakoid abgestumpft durch das negative Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$, die Kombinationskante zwischen dem Orthopinakoid und dem Klinodoma durch die positive Klinohemipyramide $\frac{P2}{2}$, endlich die Kombinationsecke zwischen dem Orthopinakoid, dem Klinodoma und der positiven Klinohemipyramide abgestumpft durch das Orthoprisma $\infty P\tfrac{3}{2}$.

$P\breve{\infty}.\ \infty P\infty.$ Виступають лише площі двостінника перекутні поземої $\infty P\infty$ і дашника перекутні ускісної $P\breve{\infty}$. die Flächen des Orthopinakoids und des Klinodoma allein herrschend.

$\frac{P'}{2}.\frac{P}{2}.\frac{P\infty}{2}.\ \infty P2.\ \infty P\infty.\ \infty P\breve{\infty}.$ Переважає двостінник перекутні поземої $\infty P\infty$, замкнений в горі і долині додатним півдашником перекутні поземої $\frac{P\infty}{2}$, з боку граняком перекутні поземої $\infty P2$ (у мірабіліту 86° 31), котрого грани перекутні поземої стяті двостінником перекутні ускісної $\infty P\breve{\infty}$; грана сполукова межи двостінником перекутні скісної $\infty P\breve{\infty}$ і додатним піддашником перекутні поземої єсть просто стята додатною пів'острицею $\frac{P}{2}$; грана сполукова межи додатною пів'острицею і двостінником перекутні по-

земої стята уємною пів'острицею $\frac{P'}{2}$. Vorherrschend das Orthopinakoid $\infty\ P\ \infty$, geschlossen oben und unten durch das positive Orthohemidoma $\frac{P\,\infty}{2}$, seitwärts durch das Orthoprisma $\infty\ P\ 2$, dessen orthodiagonale Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty\ P\ \tilde{\infty}$; die Kombinationskante zwischen dem Klinopinakoid und dem positiven Orthohemidoma P ist gerade abgestumpft durch die positive Hemipyramide, die Kombinationskante zwischen der positiven Hemipyramide und dem positiven Orthohemidoma durcb die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$.

$\frac{P'}{2} . \frac{P'\,\infty}{2} . \frac{P\,\infty}{2} .\ \infty\ P\ \infty$. **Переважає двостінник перекутні поземої** $\infty\ P\ \infty$, **збігає в горі в уємний півдашник перекутні поземої** $\frac{P'\,\infty}{2}$, **у долу в додатний** $\frac{P\,\infty}{2}$, **з боку замкнений уємною пів'острицею** $\frac{P'}{2}$ **(у епідоту** $70^0\ 33'$**).** vorherrschend das Orthopinakoid $\infty\ P\ \infty$, verlaufend nach oben in das positive Orthohemidoma $\frac{P\,\infty}{2}$, seitwärts geschlossen durch die negative Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$\frac{P\,\infty}{2} . \frac{P}{2} .\ \infty\ P .\ \infty\ P\ 2$. **Первограняк** $\infty\ P$ **(реальґар** $74^0\ 30'$**) збігає в граняк перекугні поземої** $\infty\ P\ 2$, **ззмкнений додатним півдашником** $\frac{P\,\infty}{2}$, **котрий сам збігає в додатну пів'острицю** $\frac{P}{2}$. das Protoprisma $\infty\ P$, verlaufend in das Orthoprisma $\infty\ P\ 2$, geschlossen durch das positive Orthohemidoma $\frac{P\,\infty}{2}$, das selbst in die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$ verläuft.

$o\ P .\ \infty\ P .\ \infty\ P\ \tilde{\infty}$. **Граняк** $\infty\ P$, **грани перекутні поземої стяті двостінником; перекутні скісної** $\infty\ P\ \tilde{\infty}$, **замкнений двостінником підставовим** $o\ P$. das Prisma $\infty\ P$, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \grave{\infty}$, geschlossen durch das basische Pinakoid $o P$.

V. Уклад трискісний. das trikline oder das skalenische System.

A. Поєдинчі види трискісні. Einfache skalenische Gestalten.

Види замкнені.

1. Остриця трискісна. die skalenische Pyramide.

Чвертка, четвертина або чвертьостриця. die Tetartopyramide.

Первостриця трискісна. die skalenische Protopyramide.

Трискісна остриця перекутнї довгої. die skalenische Makropyramide.

Трискісна остриця перекутнї короткої. die skalenische Brachypyramide.

Чвертьострица $d \frac{P}{4}$, Tetartopyramide (права площа на передї з правого боку і до неї рівнобіжна з заду. die vordere obere Fläche rechts und die ihr parallele rückwärts).

Ч. $s \frac{P}{4}$, (передна горішна площа лївобіч і до неї рівнобіжна з заду. die vordere obere Fläche links und die ihr parallele rückwärts).

Ч. $d \frac{P'}{4}$, (передна спідна площа правобіч і до неї рівнобіжна з заду. die vordere untere Fläche rechts und die ihr parallele rückwärts.)

Ч. $s \frac{P'}{4}$, (передна спідна площа лївобіч і до неї рівнобіжна з заду. die vordere untere Fläche links und die ihr parallele rückwärts).

Первострицї, острицї перекутнї довгої, острицї перекутнї короткої. Proto-, Makro- und Brachypyramiden.

1. Острица трискісна єсть обнята 8 нерівнобічними трикутниками, з котрих лише по два рівнобіжні пристають до себе. Тим способом складають ся сї острицї з 4 пар стїн однаких, званих чвертками, четвертинами або чвертьострицями; кожда з тих четвертин може з осібна виступовати в видах зложених. З 12 гран суть тільки напротивні рівні; грани бічні лежать в одній скісній площи, званій

підставою. Кони суть троякі, всї чотиростїнні, ріжногранні: 2 вершкові на кінцях оси головної і 4 підставові, лише напротивні собі рівні, два острійші, а два тупійші. Різи головні і підставовий суть ромбоїдами.

Die skalenische Pyramide ist von 8 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, von denen nur je zwei parallele kongruent sind. Somit sind diese Pyramiden aus 4 besonderen Flächenpaaren zusammengesetzt, sogenannten Vierteln oder Tetartopyramiden; jedes dieser Viertel kann in besonderen Kombinationen auftreten. Von den 12 Kanten sind nur die gegenüberliegenden gleich: die Seitenkanten liegen in einer schiefen Ebene, der sogenannten Basis. Die Ecke sind dreifach, alle vierflächig, ungleichkantig; zwei Spitzen-Ecke an den Enden der Hauptaxe und 4 basische, von denen nur die gegenüberliegenden einander gleich sind, zwei spitzere und zwei stumpfere. Die Hauptschnitte und der basische Schnitt sind Rhomboide.

Види отверті.

2. Граняки трискісні (первограняки, гр. перекутнї довгої, гр перекутнї короткої. Proto-, Makro-, Brachyprismen).

Півдашники трискісні (п. перекутнї довгої і п. перекутнї короткої) skalenische Hemidomen (Makro- und Brachydomen).

Двостїнник підставовий. Protopinakoid.

Двостїнник перекутнї довгої. Makropinakoid.

Двостїнник перекутнї короткої. Brachypinakoid.

2. Граняки трискісні мають 4 двоякі стїни рівнобіжні до оси головної; лише противбіжні стїни суть однакі. Проте кождий граняк складає ся з двох пар стїн або з двох півграняків, з котрих кождий може виступати в сполуках осібно. Різом поземим тих граняків єсть ромбоїд, але инший ніж підстава одвітної острицї.

Die skalenischen Prismen besitzen 4 zweifache der Hauptaxe parallele Flächen; nur die gegenüberliegenden sind einander gleich. Somit jedes Prisma besteht aus zwei Flächenpaaren oder aus zwei Hemiprismen, von denen jedes in besonderen Kombinationen auftreten kann. Der Querschnitt dieser Prismen ist ein Rhomboid, doch ein anderes wie die Basis der entsprechenden Pyramide.

3. Дашники трискісні суть обмежені 4 двоякими стїнами, рівнобіжними до одної з обох перекутній: дашники перекутнї довгої і д. п. короткої; мають они все положенє нахилене (скіснодашники). Напротивні стїни суть однакі, а тому кождий дашник складає ся з двох пар стїн рівнобіжних, званих півдашниками. Пе-

рекрої дашників суть також ромбоїдами, одвічаючими перекроям головним перекутнї довгої і короткої.

Die skalenischen Domen sind von 4 einer der beiden Diagonale parallelen Flächen zweierlei Art begrenzt: Makro- und Brachyprismen; ihre Lage ist immer geneigt. Die gegenüberliegenden Flächen sind gleich, deshalb besteht jedes Doma aus zwei parallelen Flächenpaaren, den sogenannten Hemidomen. Die Durchschnitte der Domen sind auch Rhomboide, welche den Hauptdurchschnitten der Makro- und Brachydiagonale entsprechen.

4. Двостїнники трискісні суть трояками парами стїн рівнобіжних або до підстави (дв. підставовий), або до перекрою головного перекутнї довгої (дв. перекутнї довгої) або до перекрою головного перекутнї короткої (двостїнник перекутнї короткої).

Die skalenischen Pinakoide sind dreierlei Flächenpaare, welche zur Basis (das basische Pinakoid) oder zum Hauptschnitt der Makrodiagonale (das Makropinakoid) oder zum Hauptschnitt der Brachydiagonale (das Brachypinakoid) parallel sind.

Вивід і означене видів. Одна з острицъ трискісних, яко вид первинний, одержує знак P, а поодинокі чвертки $\frac{P}{4}$ значать ся одвітно (гл. висше).

Острица виводна (або поєдинчі чвертки) докладно єсть означена, коли знаним єсть не лише відношене довготи всїх трох півосий $a : b : c$, але також розхильність кутів α, β і γ, під котрими перерізують ся оси. Вивід инших видів з тої острицї єсть подібний, як в укладї ріжнооснім. Проте ряди остриць, граняків, дашників і двостїнників одвічають таким же укладу ріжноосного.

Чвертьострицї і півграняки перворядні (простопадні):

1) $o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\,P \ldots \infty\,P$

Чвертьострицї і півграняки другорядні (перекутнї довгої):

2) $o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P\,\bar{n} \ldots P\,\bar{n} \ldots \overset{>}{m}\,P\,\bar{n} \ldots \infty\,P\,\bar{n}.$

Чвертьострицї і півграняки трерорядні (перекутнї короткої):

3) $o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P\,\breve{n} \ldots P\,\breve{n} \ldots \overset{>}{m}\,P\,\breve{n} \ldots \infty\,P\,\breve{n}.$

Півдашники і двостїнники перекутнї довгої:

4) $o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P\bar{\infty} \ldots P\bar{\infty} \ldots \overset{>}{m}\,P\bar{\infty} \ldots \infty P\bar{\infty}$.

Півдашники і двостїнники перекутнї короткої:

5) $o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P\breve{\infty} \ldots P\breve{\infty} \ldots \overset{>}{m}\,P\breve{\infty} \ldots \infty P\breve{\infty}$.

Б. **Види сполукові трискісні.** skalenische Kombinationen.

$d\,\frac{P}{4} . \frac{P\breve{\infty}}{2} . \frac{P'\breve{\infty}}{2} .\ d\,\frac{\infty P\breve{2}}{2} .\ s\,\frac{\infty P\breve{2}}{2} .\ \infty P\bar{\infty}$. **Оба півграняки перекутнї короткої альбіту, правий $d\,\frac{\infty P\breve{2}}{2}$ і лївий $s\,\frac{\infty P\breve{2}}{2}$. грани перекутнї короткої стяті двостїнником перекутнї довгої $\infty P\bar{\infty}$, замкнені обома дашниками перекутнї короткої додатним $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ і уємним $\frac{P\breve{\infty}}{2}$, пара гран сполукових межи додатним дашником перекутнї короткої $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ і двостїнником перекутнї довгої $\infty P\bar{\infty}$ стяті чверткою $d\,\frac{P}{4}$.** die beiden Brachyprismen von Albit, das rechte $d\,\frac{\infty P\breve{2}}{2}$ und das linke $s\,\frac{\infty P\breve{2}}{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P\bar{\infty}$, geschlossen von beiden Brachydomen, dem positiven $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ und dem negativen $\frac{P'\breve{\infty}}{2}$, ein Paar Kombinationskanten zwischen $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ und $\infty P\breve{\infty}$ abgestumpft durch die Tetartopyramide $d\,\frac{P}{4}$.

$d\,\frac{P}{4} . \frac{P\breve{\infty}}{2} . \frac{P\breve{\infty}}{2} .\ d\,\frac{\infty P\breve{2}}{2} .\ s\,\frac{\infty P\breve{2}}{2} .\ s\,\frac{P}{4} . \frac{\frac{5}{3}P\breve{\infty}}{2} .\ \infty P\bar{\infty}$. **Вид попередний, тілько місто півграняків півдашники переважають, потім друга пара гран сполукових межи $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ і $\infty P\bar{\infty}$ стята чверт-**

кою $s\frac{P}{4}$ **і додатний півдашник** $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ **к підставі переходить в стрімший півдашник** $\frac{\frac{5}{3}P\breve{\infty}}{2}$ (**буває у переклїну**). die vorige Gestalt, nur statt der Hemiprismen die Hemidomen vorherrschend, dann das andere Paar Kombinationskanten zwischen $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ und $\infty P\bar{\infty}$ abgestumpft durch die Tetartopyramide $s\frac{P}{4}$, und das positive Hemidoma $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ gegen die Basis herübergehend in das steilere Hemidoma $\frac{\frac{5}{3}F\breve{\infty}}{2}$.

$d\frac{P}{4}$. $d\frac{\infty P}{2}$. $s\frac{\infty P}{2}$. $\infty P\bar{\infty}$. $\infty P\breve{\infty}$. **Оба півграняки хальканти́ту, пра́вий** $d\frac{\infty P}{2}$ **і лївий** $s\frac{\infty P}{2}$, **грани перекутнї короткої стяті двостїнником перекутнї довгої** $\infty P\bar{\infty}$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty P\breve{\infty}$, **замикає чвертка** $d\frac{P}{4}$. die beiden Hemiprismen von Chalkanthit, das rechte $d\frac{\infty P}{2}$ und das linke $s\frac{\infty P}{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P\bar{\infty}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P\breve{\infty}$, geschlossen durch die Tetartopyramide $d\frac{P}{4}$.

Б. Чотиреосники.

VI. **Уклад однотриосний.** eindreigliedriges oder hexagonales System.

А. Види поєдинчі однотриосні. Einfache hexagonale Gestalten.

а) Види замкнені.

(P. **Острица шестибічна.** die hexagonale Pyramide).
$m\,P$. **Первострица шестибічна.** hexagonale Protopyramide.
$m\,P\,2$. **Второстриця шестибічна.** Deuteropyramide.

$\pm \frac{mP}{2}$. **Первостриця трибічна (п. додатна, п. уємна).** die trigonale (pos., negat.) Protopyramide.

$\pm \frac{mP2}{2}$. **Второстриця трибічна (в. додатна, в. уємна).** die trigonale (pos., negat.) Deuteropyramide.

Остриця дванайцятибічна. die dihexagonale Pyramide.

$\pm R$ Ромбостїнник. das Rhomboeder.

$\pm mRn$. Ріжногранник. das Skalenoeder.

1) **Остриця шестибічна** (шестерна, die hexagonale Pyramide). **обмежена 2 шестерними ґрупами т. є. 12 стїнами, має 18 гран і 8 конів. Стїни суть пристайними трикутниками рівнораменними. Грани суть двоякі: 12 довших вершкових і 6 коротших бічних (підставових). Кони суть двоякі: 2 вершкові 6 стїнні, рівногранні і 6 бічних чотиростїнних двогранних. Всї перекрої головні суть ромбами, перекрой же підставовий шестикутником правильним. Розличаєм два роди остриць шестибічних:**

a) **Первострицї** (Protopyramiden), **котрих оси бічні лучать кони бічні. Острицї сї звертають ся одною стїною просто до зрітеля, єсли одна з осий бічних к нему рівнобіжно єсть уставлена,**

b) **Вторострицї** (Deuteropyramiden), **котрих оси бічні лучать осередки гран бічних напротивних. Острицї сї звертають ся одною граною впрост до зрітеля.**

2) **Остриця трибічна** (trigonale Pyramide) **обмежена 6 пристайними трикутникаки рівногранними. Грани суть двоякі: 6 вершкових і 3 бічні. Кони суть також двоякі: 2 вершкові, тристїнні і 3 бічні чотиростїнні сомірні. Перекрой підстави єсть трикутником рівнобічним. Вісь головна лучить вершки, а оси бічні кони бічні з осередками напротивних гран бічних. В тім видї виступає иноколи кварц.**

Die hexagonale Pyramide ist begrenzt von 2 sechszähligen Gruppen d. i. 12 Flächen, hat 18 Kanten und 8 Ecke. Die Flächen sind kongruente, gleichschenklige Dreiecke. Die Kanten sind zweierlei; 12 längere Spitzenkanten und 6 kürzere Seitenkanten. Die Ecke sind zweierlei: 2 sechflächige gleichkantige Spitzenkanten und 6 vierflächige zweikantige Seitenkanten. Die Ecke sind zweierlei: 2 sechsflächige, gleichkantige Spitzenecke und 6 vierflächige zweikantige Seitenecke. Alle Hauptdurchschnitte sind Rhomben, der basische Durchschnit ein regelmäßiges Sechseck. Wir unterscheiden zwei Arten der hexagonalen Pyramiden.

a) Die Protopyramiden, deren Nebenaxen die Seitenecke verbinden. Diese Pyramiden sind mit einer Fläche gegen den Beschauer gewendet, wenn eine der Nebenaxen parallel zum Beschauer läuft.

b) Die Deuteropyramiden, deren Nebenaxen die Mittelpunkte der gegenüberliegenden Seitenkanten verbinden. Diese Pyramiden sind mit einer Spitzenkante gegen den Beschuer gewendet.

2) Die trigonale Pyramide ist begrenzt von 6 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken. Hat zweierlei Kanten: 6 Spitzenkanten und 3 Seitenkanten. Die Ecke sind auch zweierlei: 2 dreiflächige Spitzenecke und 3 vierflächige symmetrische Seitenecke. Der basische Durchschnitt ist ein gleichseitiges Dreieck. Die Hauptaxe verbindet die Spitzen, die Nebenaxen verbinden die Nebenecke mit den Mittelpunkten gegenüberliegender Seitenkanten.

3. Остриця дванайцятибічна (Die dihexagonale Pyramide) має 24 стїн, 36 гран і 14 конів. Стїни суть трикутниками рівнобіжними. Грани суть троякі: 12 бічних і 24 вершкових, з котрих 12 єсть довших і острійших а 12 коротших і тупійших. Кони суть також троякі: 2 вершкові 12 стїнні сомірні, 6 бічних острійших і 6 бічних тупійших; кони бічні суть 4 стїнні сомірні. Перекрій підставовий єсть двошестикутником (о всїх боках рівних, але поперемінно рівних кутах). Острицї сї виступають звичайно в сполуках (бериль, апатит). Die dihexagonale Pyramide hat 24 Flächen 36 Kanten und 14 Ecke. Die Flächen sind ungleichseitige Dreiecke. Die Kanten sind dreierlei: 12 Basis- oder Seitenkanten und 24 Spitzenkanten, von denen 12 länger und schärfer uud 12 kürzer und stumpfer sind. Die Ecke sind ebenfalls dreierlei: 2 Spitzenecke 12 zählig, symmetrisch, 6 spitzere und 6 stumpfere, 4-flächige, symmetrische Seitenecke. Der basische Durchschnitt ist ein Dihexagon (Seiten gleich, nur abwechselnd gleiche Winkel). Diese Pyramiden treten gewöhnlich in Kombinationen auf.

4. Ромбостїнник (das Rhomboeder) має 6 стїн, 12 гран і 8 конів. Стїни суть ромбами. Грани суть двоякі: 6 вершкових а 6 бічних, котрі клесом здіймають ся і опадають. Всї грани мають вправдї рівну довготу, азе неоднаку розхильність; грани вершкові сповняють бічні до 180°. Кони суть також двоякі: 2 вершкові. тристїнні, рівногранні і 6 бічних тристїнних ріжногранних. Вісь головна лучить оба вершки, а оси бічні осередки напротивних гран бічних. Перекрой, проходячий через оси бічні, єсть шестикутником правильним (оси бічні суть тогдї єго перекутнями), а рівнобіжний до него або шестикутником рівнокутним, або трикутником рівнобічним. Після того, чи грани вершкові менше або більше ніж 90°

виносять, ріжнимо острійші і тупійші ромбостїнники (кальцит). Das Rhomboeder ist von 6 Rhomben begrenzt, hat 12 Kanten und und 8 Ecke. Die Kanten sind zweierlei: 6 Spitzenkanten und 6 Seitenkanten, welche letztere im Zickzack in halber Höhe um das Rhomboeder herumlaufen. Alle Kanten haben zwar gleiche Länge, aber ungleiche Grösse; die Spitzenkanten und Seitenkanten ergänzen sich zu 180°. Die Ecke sind auch zweierlei: 2 dreiflächige, gleichkantige Spitzenecke und 6 dreiflächige ungleichkantige Seitenecke. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen mit einander, die 3 Nebenaxen die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegenden Seitenkanten. Der basische Durchschnitt ist ein reguläres Sechseck (die Nebenaxen sind dann seine Diagonalen), und der ihr parallele Durchschnitt entweder ein gleichwinkliges Sechseck oder ein gleichseitiges Dreieck. Man nennt ein Rhomboeder ein spitzes, wenn seine Spitzenkanten weniger als 90°. ein stumpfes oder flaches, wenn sie mehr als 90° messen.

5. **Ріжногранник** (das Skalenoeder) обнятий 2 × 3 парами площ, проте 12 площами, трикутниками ріжнобічними, має 18 гран і 8 конів. Грани суть троякі: 6 вершкових коротших і острійших, 6 вершкових довших і тупійших і 6 бічних клесоватих. З довшими і тупійшими гранами горішного вершка сходять ся коротші і острійші долїшного вершка. Кони суть двоякі: 2 вершкові 6 стїнні сомірні і 6 бічних 4-стїнних ріжногранних. Вісь головна лучить вершки, а оси бічні осередки напротивних гран бічних. Перекрой підставовий єсть дванайцятикутником сомірним (з всїми рівними боками, але поперемінно рівними кутами) (кальцит). Die ungleichkantige sechsseitige Pyramide oder das Skalenoeder ist umschlossen von 2 × 3 = 6 Flächenpaaren, also 12 Flächen kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt 18 Kanten und 8 Ecke. Die Kanten sind dreifach: 6 kürzere und schärfere und 6 längere und stumpfere Spitzenkanten, und 6 Seitenkanten im Zickzack verlaufend. Mit den längeren und stumpferen Kanten der oberen Spitze treten kurzere und schärfere der unteren Spitze. Die Ecke sind zweifach; 2 sechsflächige, symmetrische Spitzenecke und 6 4-flächige, ungleichkantige Seitenecke. Die Hauptaxe verbindet beide Spitzen, und die Seitenaxen die Mittelpunkte gegenüberliegender Seitenkanten. Der basische Durchschnitt ist ein symmetrisches Zwölfeck (mit lauter gleichen Seiten, aber abwechselnd gleichen Winkeln).

б) Види отверті.

(Граняк шестибічний. das hexagonale Prisma).

∞ *P.* Первограняк шестибічний. das hexagonale Protoprisma.

$\infty P 2$. Второграняк шестибічний. das hexagonale Deuteroprisma.

$\infty P n$. Граняк дванайцятибічний. das dihexagonale Prisma.

$\pm \frac{P}{2}$. Первограняк трибічний. trigonales Protoprisma.

$\pm \frac{\infty P}{2}$. Второграняк трибічний, trigonales Deuteroprisma.

$o P$. Двостїнник підставовий hexagonales Pinakoid,

6. Граняк шестибічний (шестерний, hexagonales Prisma) єсть обнятий 6 стїнами однакими і рівнобіжними до оси головної. Грани суть однакі о 120° розхильности; перекрой поперечний єсть шестибоком правильним. Із згляду на положенє до осий бічних ріжнимо також два роди граняків шестибічних, одвічаючих таким же острицям: первограняки, второграняки. Das hexagonale Prisma ist umschlossen von 6 gleichen, der Hauptaxe parallelen Flächen. Je nach der Stellung der Nebenaxen unterscheidet man auch zwei Arten der hexagonalen Prismen, die den hexagonalen Pyramiden entsprechen: Protoprismen, Heteroprismen.

7. Граняк тристїнний (trigonales Prisma) обнятий трома стїнами однакими і рівнобіжними до оси головної. Грани суть однакі; перекрой поперечний єсть трикутником рівнобічним (кварц, турмалїн). Das trigonale Prisma ist umschlossen von drei gleichen, der Hauptaxe parallelen Flächen. Die Kanten sind gleich; der Querdurchschnitt ist ein gleichseitiges Dreieck.

8. Граняк дванайцятистїнний (dihexagonales Prisma) обнятий 12 стїнами рівнобічними до оси головної. Грани суть двоякі: 6 тупійших і 6 острійших поперемінних; перекрой поперечний єсть дванайцятибоком сомірним. Das dihexagonale Prisma ist umschossen von 12 zur Hauptaxe parallelen Flächen. Die Kanten sind zweierlei, abwechselnd gleich: 6 stumpfere und 6 spitzere; der Querschnitt ist ein symmetrisches Sechseck.

9. Двостїнник підставовий (basisches Pinakoid) єсть парою стїн сполуку замикаючих, простопадних до оси головної, проте рівнобіжних до підстави. Das basische Pinakoid ist ein Paar die kombinierte Gestalt schliessender, zur Hauptaxe senkrechter, somit zur Basis paralleler Flächen.

Вивід і означенє видів. Видом первістним того укладу єсть острица шестибічна P. Довгота півоси головної най буде $= a$, півоси же бічної $= 1$. До означеня положеня кождої стїни служать, подібно як в инших укладах, три відмірники, з котрих один єсть відрізком оси головної, другі же два відрізками двох осей бічних; відношенєм проте відмірників кождої стїни єсть $a : 1 : 1$.

1. Продовжім піввісь головну первострицї P, множачи її числом $m \gtrless 1$, все однак вимірним, а одержимо ряд острійших або тупійших первостриць $m\ P$:

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\ P \ldots \infty\ P.$$

Границею того ряду з одної сторони. коли $m = 0$, єсть двостїнник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, єсть первограняк шестибічний $\infty\ P$.

2. Єсли півоси бічні якої небудь первострицї $m\ P$ помножимо числом вимірним $n > 1$, але < 2, а кінцї продовжених осей бічних получимо з конами підстави первострицї і через боки нової підстави положимо площі перерізуючі піввісь головну обосторонно в віддали $m \gtrless 1$, тогдї одержимо ряд остриць дванайцятистїнних $m\ P\ n$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в граняки дванайцятистїнні $\infty\ P\ n$

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ n \ldots P\ n \ldots \overset{>}{m}\ P\ n \ldots \infty\ P\ n.$$

3. Єсли півоси бічні котрої будь первострицї помножимо числом $n = 2$, а кінцї продовжених осий получимо з кутами підстави первострицї і через боки нової підстави (шестибоку правильного инакше положеного) положимо площі перерізуючі піввісь головну в тій самій віддали $m \lessgtr 1$, одержимо ряд второстриць шестибічних $m\ P\ 2$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в второграняк шестибічний $\infty\ P\ 2$:

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ 2 \ldots P\ 2 \ldots \overset{>}{m}\ P\ 2 \ldots \infty\ P\ 2$$

4. З кождої первострицї $m\ P$ через побільшенє поперемінних стїн поєдинчих, одержимо два ромбостїнники одмінного положеня, котрі яко половини повинні би властиво одержати знак $\pm \frac{mP}{2}$, однакож задля частого виступованя одержують простїйший знак $\pm\ m\ R$. Ромбостїнники подібно як острицї, одвітно до довготи оси головної, творять ряд:

$$o\ R \ldots \pm \overset{<}{m}\ R \ldots \pm\ R \ldots \pm \overset{>}{m}\ R\ .\ .\ \infty\ R.$$

Границею того ряду, коли $m = 0$, єсть двостїнник $o\,R$, котрий одвічає двостїнникови $o\,P\,2$, а коли $m = \infty$, граняк шестибічний, котрий одвічає второгранякови $\infty\,P\,2$.

5. Єсли вісь головну котрого-будь ромбостїнника $\pm\,m\,R$ помножимо числом $n \gtrless 1$, але завсїгди вимірним, і приложимо до кождої грани бічної ромбостїнника по дві площі (одну у гори, а другу у долу тої самої грани), перерізуючі обосторонно вісь головну в віддали $= n$ від осередка вида, тогдї одержимо ряд ріжногранників $m\,R\,n$, котрі, коли $m = \infty$ (проте і $n = \infty$), переходять в граняк шестибічний, одвічаючий второгранякови $\infty\,P\,2$.

$$o\,R \ldots \overset{<}{\pm\,m}\,R\,n \ldots \pm\,R\,n \ldots \overset{>}{\pm\,m}\,R\,n \ldots \infty\,R.$$

Ріжногранники мож також вивести з остриць дванайцятистїнних через побільшене кождої пари стїн при гранах поперемінних, вершкових і второрядних.

6. Через побільшене кождої пари стїн остриць $m\,P$ або $m\,P\,2$, лежачих при поперемінних гравах підставових, одержимо дві острицї тристїнні відмінного положеня з знаком $\pm\,\frac{m\,P}{2}$ або $\pm\,\frac{m\,P\,2}{2}$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в одвітні граняки трістїнні $\pm\,\frac{\infty\,P}{2}$ або $\pm\,\frac{\infty\,P\,2}{2}$.

Б. Сполуки однотриосні, hexagonale Kombinationen.

$R.\ \frac{1}{2}\,R'$. Перворомбостїнник R (кальциту; грана вершкова 105° 5'), грани вершкові просто стяті площами найблизше плоскійшого ромбостїнника в противоложеню (грана вершкова 134° 57'). das Grundrhomboeder R, die Spitzenkanten gerade abgestumpft durch die Flächen des nächst flacheren Rhomboeders $\frac{1}{2}\,R'$ in der Gegenstellung.

$R.\ 2\,R'$. Той сам первоpомбостїнник, кони бічні стяті площами найблизшого острійшого ромбостїнника $2\,R'$ в противоложеню (грана вершкова 78° 51'). dasselbe Grundrhomboeder, die Seitenecke abgestumpft durch die Flächen des nächst spitzeren Rhomboeders $2\,R'$ in der Gegenstellung (Spitzenkante 78° 51').

$R.\ R\,3$. Той сам перворомбостїнник, 6 гран бічних єго притуплених площами ріжногранника $R\,3$ (грани вершкові 104° 38', 144° 24', **грана бічна** 132° 58'). dasselbe Grundrhomboeder, die 6 Seitenkanten desselben zugeschärft durch die Flächen des Skalenoeders $R\ 3$.

$R.\ \frac{1}{4} R.$ **Перворомбостїнник** R **(гематиту** 85° 58') **к вершкови сплощуючий ся в двойноплоскійший ромбостїнник** $\frac{1}{4} R$ (142° 56'). das Grundrhomboeder R, gegen die Spitze hin sich verflachend in das zweitflachere Rhomboeder $\frac{1}{4} R$.

$R.\ \frac{1}{4} R'.\ \frac{4}{3} P\ 2.$ **Попередна сполука, та ще грани вершкові ромбостїнника** R **притуплені площами второстриці** $\frac{4}{3} P\ 2$. die vorige Kombination, nur noch die Spitzenkanten von R zugeschärft durch die Flächen der Deuteropyramide $\frac{4}{3} P\ 2$.

$R.\ \infty R.$ **Первограняк** ∞R **замкнений перворомбостїнником** R **(у кальциту)**; das Protoprisma ∞P geschlossen durch das Grundrhomboeder R.

$R.\ \infty P\ 2.$ **Второграняк** $\infty P\ 2$ **замкнений перворомбостїнником** R. das Deuteroprisma $\infty P\ 2$, geschlossen durch das Grundrhomboeder R (Kalzit).

$R.\ \infty P\ 2.\ \frac{\infty R}{2}.$ **Второграняк** $\infty P\ 2$, **поперемінні грани простопадні стяті площами трибічного граняка (первопівграняка)** $\frac{\infty R}{2}$, **замкнений перворомбостїнником** R **(турмалїн)**. das Deuteroprisma $\infty P\ 2$, die abwechselnden lothrechten Kanten abgestumpft durch die Flächen des dreiseitigen Prisma, halben Protoprisma $\frac{\infty R}{2}$, geschlossen durch das Grundrhomboeder R.

$\frac{R}{2}.\ \frac{2R'}{2}.\ \infty P\ 2.\ \frac{o R}{2}.$ **Той самий перворограняк** $\infty P\ 2$, **але в горі замкнений по части площами того самого перворомбостїнника** R, **по части площами найблизше кінчастшого ромбостїнника** $2 R'$, **сподом поземою площею підставовою** $o R$. **Знак** $\frac{R}{2}$ **значить, що площі ромбостїнника на одній (тут горішній) половинї кристала находять ся; подібно у других знаків.** dasselbe Deuteroprisma, aber oben geschlossen teils durch die Flächen desselben Grundrhomboeders R, teils durch die Flächen des nächst spitzeren Rhomboeders $2 R'$ in der Gegenstellung, unten durch die wagrechte Basisfläche R. Das Zeichen $\frac{R}{2}$ bedeutet, daß die Rhombenflächen nur an einer (hier der oberen) Hälfte des Krystalls vorkommen, ähnlich bei den übrigen Zeichen.

$\frac{1}{2} R'$. ∞R. Первограняк ∞R замкнений найблизшим тупійшим ромбостїнником $\frac{1}{2} R'$ в противположеню (у кальциту, 134° 57'). das Protoprisma ∞R geschlossen durch das nächst stumpfere Rhomboeder $\frac{1}{2} R'$ in der Gegenstellung.

$\frac{1}{2} R'$. ∞P 2. Второграняк ∞P 2 замкнений найблизшим плоскійшим ромбостїнником $\frac{1}{2} R'$ в противположеню (у кальциту, приблизно також у піраргіриту). das Deuteroprisma geschlossen durch das nächst flachere Rhomboeder $\frac{1}{2} R'$ in der Gegenstellung.

o P. P. Первострица P, глубоко стята двостїнником підставовим o P (у хльориту). die Protopyramide P, tief abgestumpft durch das Pinakoid o P.

o P. P. ∞P. Первограняк ∞P замкнений первострицею P і двостїнником підставовим o P. das Protoprisma ∞P, geschlossen durch die Protopyramide P und das Pinakoid o P. (у піроморфіту).

o P. P. $2 P 2$. ∞. P Первограняк ∞P, замкнений первострицею P, вторострицею $2 P 2$ і двостїнником підставовим o P (у апатиту). das Protoprisma ∞P, geschlossen durch die Protopyramide P, die Deuteropyramide $2 P 2$ und das basische Pinakoid o P.

o P. ∞P. ∞P 2.. Первограняк ∞P стятий гранами второграняка ∞P 2, замкнений двостїнником o P (також у апатиту). die Kanten des Protoprisma ∞P, abgestumpft durch die Kanten des Deuteroprisma ∞P 2, geschlossen durch das Pinakoid o P.

P. ∞P. Первограняк ∞P замкнений первострицею P (у кварцу). das Protoprisma ∞P geschlossen durch die Protopyramide P.

P. ∞P. $\frac{2 P 2}{2}$. $\frac{6 P \frac{6}{5}}{2}$. Первограняк ∞P, замкнений первострицею P, на переміннях гранах граняка по над собою площі тристїнної остриці $\frac{2 P 2}{2}$, а обобіч неї площі двутристїнної остриці $\frac{6 P \frac{6}{5}}{2}$. das Protoprisma ∞P, geschlossen von der Protopyramide P, an den abwechselnden Prismakanten über einander die Flächen einer trigonalen Piramide $\frac{2 P 2}{2}$, und zu beiden Seiten derselben die Flächen einer ditrigonalen Pyramide $\frac{6 P \frac{6}{5}}{2}$.

R 3. *R* $\frac{5}{3}$. Ріжногранник *R* 3 кальциту к вершкам сплощуючий ся в ріжногранник *R* $\frac{5}{3}$; грани сполукові обох з того самого ромбостїнника виведених ріжногранників рівнолеглі гранам бічним ріжногранника *R* 3.

R 3. $\frac{1}{4}$ *R* 3. Той сам ріжногранник *R* 3 к вершкови сплощуючий ся в ріжногранник $\frac{1}{4}$ *R* 3; грани сполукові обох з ріжних ромбостїнників *R* і $\frac{1}{4}$ *R*, але після того самого числа виводного 3 утворених ріжногранників — поземо. dasselbe Skalenoeder *R* 3 gegen die Spitze sich verflachend in das Skalenoeder $\frac{1}{4}$ *R* 3; die Kombinationskanten der beiden aus verschiedenen Rhomboedern *R* und $\frac{1}{4}$ *R*, aber nach derselben Ableitungszahl 3 gebildeten Skalenoeder — horizontal.

Близняки. Zwillingskrystalle.

Двояк, трояк. Zwillings- Drillings- ... Krystall.

Площа близнача або стїна зложеня. Zwillings- oder Zusammensetzungsfläche.

Вісь близнача. Umdrehungsaxe.

Зросляки. Berührung-szwillinge.

Перехрестники. Durchkreuzungszwillinge.

Несовершености кристалів. Unvollkommenheiten der Krystalle.

Пружкатість. Streifung.

Шерехатість. Drusigkeit.

Хроповатість. Rauheit.

Зернатість. Gekörnheit.

Лусковаті кристали. geschuppte Krystalle.

Погризені кристали. zerfressene Krystalle.

Покривлені площі. gekrümmte Flächen.

Звіреність всеї форми. Verzerrung der ganzen Form.

Несповненє маси кристальної. Unterbrechung der Krystallsubstanz.

Несовершене виобразованє кристалу. unvollständige Ausbildung der Krystallgestalt.

Вen crescu кристали. eingewachsene Krystalle.

Материця. Matrix.

Окремішний кристал, окремішник. loser Krystall.

Нарослі кристали. aufgewachsene Krystalle.

Незначна великість декотрих кристалів. geringe Ausdehnung mancher Krystalle.

Іголчаті (іглясті) криштали. nadelförmige Krystalle.

Види волосоваті. haarförmige Gestalten.

Види пластковаті. lamellare oder tafelförmige Gestalten.

II. **Видівня (морфольоґія) кристалїнїчних скупнїй.** Morphologie der krystallinischen Aggregate.

Мінерал зложений. zusammengesetztes Mineral.

Правильно зложений мінерал. regelmäßig zusammengesetztes Mineral.

Неправильно зложений мінерал. unregelmäßig zusammengesetztes Mineral.

а) Вид кристалїнїчних скупнїй із внї. Gestalt kristallinischer Aggregate im Äußeren.

Види наслїдовні. nachahmende Gestalten.

1. **Громада кристальна і види наслїдовні з неї.** die Krystallgruppe und die nachahmenden Gestalten aus ihr.

Врослі кулї. eingewachsene Kugeln.

Окремішні кулї. lose Kugeln.

Види грозноваті. traubige Gestalten.

Види почковаті. nieranförmige Gestalten.

2. **Грузло і види наслїдовні з неї.** die Krystalldruse und die nachahmenden Gestalten.

Нарослі кулї. aufgewachsene Kugeln.

Види грозноваті і почковиті. traubige und nierenförmige Gestalten.

Види корчиковаті або цвітуховаті. staudenförmige oder blumenkohlförmige Gestalten.

Вицвит. Efflorescenz.

Деревастка. Dendrit.

Види зубчасті. zähnige Gestalten.

Види дротоваті. drahtförmige Gestalten.

Види волосоваті. haarförmige Gestalten.

Види деревчасті. baumförmige Gestalten.

Види бляшковаті. blattförmige Gestalten.

Види помотані. gestrickte Gestalten.

Види капельникові. tropfsteinartige Gestalten.

Види зубчасті або корчиковаті. zackige oder korallenartige Gestalten.

Безподобиця (безподобне зложенє). gestaltlose oder derbe Zusammensetzung.

Мінерал вприслий. eingesprengtes Mineral.

б) **Складня зложених мінералів в серединї.** Gefüge oder Structur der zusammengesetzten Mineralien im Inneren.

Складовини. Zusammensetzungsstücke.

Складня мінерала. Structur des Minerals.

Складня зерняста. körniges Gefüge.

Складня прутчаста. stängliges Gefüge.

Складня рівнобіжно-прутчаста. gleichlaufend stängliges Gefüge.

Складня розбіжно-прутчаста. auseinanderlaufend stängliges Gefüge.

Складня скарупчаста. schaliges Gefüge. (dick- dünnschaliges G. грубо- **тонко скарупчиста ск.**).

Двійна складня. doppelte Zusammensetzung.

Складовини зникущо дрібні. verschwindend kleine Zusammensetzungsstücke.

Збитий (**густий**) **мінерал.** dichtes Mineral.

Дрібнисті мінерали. mikromorphe Mineralien.

Гущаві мінерали. kryptomorphe Mineralien.

Види безподобних мінералів. Formen der amorphen Mineralien.

Уложене поединьче (**уліг поединьчий** einfache Ablagerung).

кулясте. kugelig.

бульвисте. knollig.

каплясте. tropfenförmig

обловате. cylindrisch.

чоповате. zapfenförmig.

коровате, поволочисте. krustenförmig.

уліг повторний. wiederholte Ablagerung.

поволоки филясті. wellenförmige Überzüge.

види грозністі. traubige Gestalten.

види почковаті. nierenförmige Gestalten.

види капельникові (**натечні, сопляковаті**). tropfsteinartige Gestalten.

Підмінки. Pseudomorphosen.

а) **Підмінка наскорупленя.** Umhüllungs-Pseudomorphosen.

б) **Підмінка виповненя.** Ausfüllungs Pseudomorphen.

в) **Підмінка витисненя.** Verdrängungs-Pseudomorphose.

г) **Підмінка переісточеня.** Umwandlungs-Pseudomorphose.

д) **Переобразованє.** Paramorphose.

ж) **Звірокаменї і ростинокаменї.** Zoomorphosen und Phytomorphosen.

Ядро камінне. Steinkern.

Скаменїлість. Versteinerung.

Тїла мінералїзуючі. mineralisierende Körper.

Тїла мінералїзовані. mineralisierte Körper.

Види случайні мінералів. Zufällige Formen von Mineralien.

Плити. Platten.

Налет. Anflug.

Жили. Adern.

Види походні мінералів. sekundäre Formen von Mineralien.

Види зломкові або зломові, зломні, зломини. fragmentare Formen von Mineralien.

Рінь (ріняки, рінцї). Geschiebe.

Оточнї. Gerölle. (**Більший о́точень = лоба́к; місце, де богато лобаків вода накотила = лобище**).

Зерна. Груз. Körner.

Пісок. Sand.

Порох. Staub.

Здавка, зсувка, зеркало. Rutschfläche, Quetschfläche, Spiegel.

Вигризи, види діркаті, виполочи. Erosionsformen.

Види жужлеваті. Schlackenformen.

II. **Власности фізичні мінералів.** physikalische Eigenschaften der Mineralien.

1. **Спійня мінералів.** Kohärenz der Mineralien.

Лупність кристалів. Spaltbarkeit der Mineralien.

Стїни лупности, пролупи. Spaltungsflächen.

Лупність дуже совершена (доконана). sehr vollkommene Spaltbarkeit.

Лупність совершена (доконала). vollkommene Spaltbarkeit.

Лупність виразна. deutliche Spaltbarkeit.

Лупність невиразна. undeutliche Spaltbarkeit.

Лупність дуже невиразна. sehr undeutliche (sehr unvollkommene) Spaltbarkeit.

Лише слїди лупности. bloße Spuren der Spaltbarkeiten.

Пластковатість. Blätterdurchgänge.

Вид лупности. Spaltungsgestalt.

Лупність осьмистїнникова. oktaedrische Spaltbarkeit.

Лупність шестистїнникова. hexaedrische Spaltbarkeit.

Лупність дванайцятистїнникова. dodekaedrische Spaltbarkeit.

Лупність острицева. pyramidale Spaltbarkeit.

Лупність підставова. basische Spaltbarkeit.

Лупність гранякова. prismatische Spaltbarkeit.
Лупність дашникова. domatische Spaltbarkeit.
Лупність ромбостїнникова. rhomboedrische Spaltbarkeit.
Кристал однолупний. monotomer Krystall.
Кристал оселупний. axotomer Krystall.
Кристал призматоїдний. prismatoidischer Krystall.
Кристал доколалупний. paratomer Krystall.
Кристал граняковолупний. prismatischer Krystall.
Кристал побілялупний. paratomer Krystall.
Кристал крізьлупний. diatomer Krystall.
Кристал двограняковий. diprismatischer Krystall.
Кристал труднолупний. dystomer Krystall.
Кристал легколупний. eutomer Krystall.

2. Злом мінералів. Bruch der Mineralien.

Злом. Bruch.
Зломини, Проломини. Bruchflächen.
Злом скальковий або скальчастий. muscheliger Bruch.
Злом рівний. ebener Bruch.
Злом нерівний. unebener Bruch.
Злом гладкий. glatter Bruch.
Злом залупчастий. splitteriger Bruch.
Злом гачистий. hakiger Bruch.
Злом землястий або порхкий. erdiger Bruch.
Проломи острокінчасті, (острогранні). scharfkantige Bruchstücke.
Проломи тупокінчасті, (тупогранні). stumpfkantige Bruchstücke.

3. Твердота. Härte.

Степені твердоти. Hauptabstufungen oder Grade der Härte

1. **Тальк.** Talk.
2. **Сіль камінна або ґипс.** Steinsalz oder Gyps.
3. **Кальцит.** Kalzit.
4. **Флуорит (плавень).** Fluorit.
5. **Апатит, (злудень).** Apatit.
6. **Ортокляз.** Orthoklas.
7. **Кварц.** Quarz.
8. **Топаз.** Topas.
9. **Корунд.** Korund.
10. **Диямант.** Diamant.

Степенник (скаля) твердоти. Härteskala.

4. **Скупня мінералів.** Aggregation der Mineralien.

Тїла ціпкі. feste Körper.

Тїла каплисто плинні (каплисті). tropfbarflüssige (tropbare) Körper.

Тїла пруживоплинні (ґази, визїви, пари). elastisch-flüssige Körper (Gase, Dünste, Dämpfe).

Тїла ціпкі бувають:

Порскливі, порскі, розпорсні. spröde.
Лагідні. milde.
Крайкі. geschmeidig.
Гнучкі. biegsam.
Розтяжні, тяжкі (клепні, ковкі, ковні). dehnbar (hämmerbar).
Зваркі. schweißbar.
Зваркість. Schweißbarkeit.
Звязкість мінералу. Zähigkeit des Minerals.
(дуже звязкий; звязкий; крушний (кришний, крихкий); дуже крушний; розтерливий).
Причіпність. Adhäsion.
Розпливність. das Zerfließen und Benetzen flüssiger Mineralien auf festen.
Відбарвлене і писане. Abfärben und Schreiben.
Прилягане до язика. Ankleben an der Zunge.
Густота. Dichte.
Вагота питима. Spezifisches Gewicht.

Маґнетизм. Magnetismus.

Поединчо маґнетичні м. einfach magnetische Mineralien.
Полярно маґнетичні м. polarisch magnetische Mineralien.

Діткнене, Скус (смак) і Запах декотрих мінералів. Das Anfühlen, Geschmack und Geruch mancher Mineralien.

Худі. mager.
Товсті, товставі, тучні, масні. fettig.
Гладкі і лагідні. glatt und sanft.
Серсткі (хропаві), острі, колючі. rauh, scharf und stechend

Скус (смак). Geschmack.

Терпкий (стягаючий) zusammenziehend.
Солодкавий. süßlich.
Солоний. salzig.
Луговатий. laugenhaft.

Холодячий. kühlend.
Гіркий. bitter.
Колючий. stechend.
Квасний. sauer.

Запах. Geruch.
Живичний. bituminös.
Сїрковий. schweflig.
Чісниковий. knoblauchartig.
Згорільний. brenzlich.
Іловий, іластий. tonig.

Власности оптичні мінералів. Optische Eigenschaften der Mineralien.

A) **Блеск.** Glanz.

a) **Роди блеску.** Arten des Glanzes.

1. **Блеск металистий (метальний).** Metallglanz.
2. **Блеск диямантний.** Diamantglanz.
3. **Блеск товстий (тучний, масний).** Fettglanz.
4. **Блеск скляний (склистий).** Glasglanz.
5. **Блеск перловий.** Perlmutterglanz.
6. **Блеск шовковий.** Seidenglanz.

б. **Степенї блеску.** Grade des Glanzes.

1. **мінерал сильно блискучий, живо блискучий.** stark glänzend.
2. **блискучий.** glänzend.
3. **мало блискучий.** wenig glänzend.
4. **мигтячий.** schimmernd.
5. **млий (без блеску).** matt (glanzlos).

Б. **Барва.** Farbe.

Мінерали барвисті (красисті). farbige Mineralien.
Мінерали безбарві (безкрасі). farblose Mineralien.
Мінерали забарвлені (закрашені). gefärbte Mineralien.
Ряд барв (красок). Farbenreihe.
Мінерал спорошкований. gepulvertes Mineral.

Роди барв (красок). Arten von Farben.

α) **Барви (краски) метальні (металисті).** metallische Farben.

1. **Барва томбакова.** tombackbraune Farbe.
2. **Барва мідяна.** kupferrothe Farbe.
3. **Барва спижева.** speisgelbe Farbe.

4. Барва бронзова. bronzene Farbe.
5. Барва мосяжна. messinggelbe Farbe.
6. Барва золотаста (золота). goldgelbe Farbe.
7. Барва срібляста (серебряна). silberweiße Farbe.
8. Берва цинова. zinnweiße Farbe.
9. Барва оловиста (оловяна). bleigraue Farbe.
10. Барва сталева (желїзиста). eisengraue (stahlgraue) Farbe.

β) Неметальні барви. nicht metallische Farben.

1. Барва біла, снїжно біла. weiße, schneeweiße Farbe. (червонаво-, жовтаво-, сиваво-, зеленаво-, молочнобіла).

2. Б. сива, попеляста graue, aschgraue F. [синявосива, перлова (сива з дрібкою червоного і синього), димовосива (сива з брунатною), зеленявосива, жовтавосива].

3. Б. чорна. schwarze F. (аксамітночорна, сивавочорна, зеленавочорна, буравочорна, синявочорна).

4. Б. сина. blaue F. (голуба berlinerblaue F. чорнявосина, лазурна (живосина з дрібкою червоного), фіялкова, качориста entenblau (сина богато з зеленою і трохи чорна пр. у турмалїну), небессина (ясно сина трохи зелена).

5. Б. зелена grüne F. (смараґдова; селядинова, чорнозелена, яблочнозелена, травнозелена, шпараґова, оливкова, олеїста).

6. Б. жовта gelbe F. (цитринова, сїркова, соломиста, воскова, медова, охрова, винножовта, помаранчева).

7. Б. червона rote F. (кармінова, зоряна, іякинтова, шкарлатна, кровяночервона, мясночервона, кошенильова (червона трохи з синою і сивою), рожева (блїдо червона з білою і сивою), кармазинова, бросквова, синочорночервоне (kolombinrote F.) буравочервона).

8. Б. бура або брунатна. braune F. (каштановата, червонавобура, гвоздикова, волоснобура, деревнобура, печінкова, чорнявобура).

б) степенї барв. Grade der Farben,

жива hoch, повна tief, ясна licht, темна, тьма. тьмава dunkel, блїда blaß.

в) Многобарвість і писаристість. mehrfache Färbung und Farbenzeichnung.

точковані, крапчасті. punktiert.
плямлені. geflekt.
облачковаті. gewölkt.

поломисті. geflammt.
пругасті. gestreift.
жилчасті, жилкасті. geadert.
розвалиновато писані. ruinenförmig gezeichnet.

г) Зміна барви. Veränderung der Farbe.

блїднїє. es verblasse.
темнїє. es verdunkle sich.
перебарвлює ся. es verfärbe sich.

д) Риса. Strich.

порошок. Pulver.
в рисї незмінені. im Striche unverändert.
риса барвиста. gefärbter Strich.
риса некрасиста, біла, безбарва. ungefärbter Strich.

В) Прозорість. Durchsichtigkeit.

1. прозорий (прозірний) durchsichtig.
(водоясний. wasserhell).
2. полупрозорий. halb durchsichtig.
3. просвітлястий. durchscheinend.
4. на гранах просвітлястий. an den Kanten durchscheinend.
5. непрозорий. undurchsichtig.

[визір металїчний. metallisches Aussehen. [блеск метальний (Metallglanz), барва метальна (metallische Farbe) і непрозорість (Undurchsichtigkeit) споводують визір металїчний (metallisches Aussehen) мінералів; мінерали о блеску і барвах металїчних, але не зовсім прозорі мають визір півметалїчний (halb metallisches Aussehen)].

Г) Задвійне ломанє лучів. doppelte Strahlenbrechung.
Одноосно-оптичні м. optisch einaxige Mineralien.
Двуосно-оптичні м. optisch zweiaxige Mineralien.

Д) Многобарвність. Pleochroismus.
(Двобарвність. Dichroismus. Трибарвність. Trichroismus).

Е) Барви набіглих мінералів. die Farben angelaufener Mineralien.

набіганє. das Anlaufen.
павлячковато набіглий. pfauenschweifig angelaufen.

дуговато набіглий. regenbogenfarbig angelaufen.
голубчасто набіглий. taubenhälsig angelaufen.
дугованє. das Irisiren.
миготанє барв. das Farbenspiel.
гра барв. die Farbenwandlung.
гра сьвітла, сьвітлованє. die Lichtwandlung.
мінене, міньба. das Schillern.
звіздкованє. der Asterismus.
світличкованє. Phosphorescenz.
Власности термічні. termische Eigenschaften.
проводство тепла. die Wärmeleitung.
розширність мінералів. Ausdehnbarkeit der Mineralien.
топність. Schmelzbarkeit.

(1. **антимоніт**, 2. **натролїт**, 3. **ґранат червоний**, 4. **актинолїт**, 5. **ортокляз**, 6. **бронзит**, 7. **кварц**).

Власности електричні. elektrische Eigenschaften.

Многі мінерали стають електричними:

1. **через потиранє.** durch Reiben (**додатно електричні**, positiv elektrisch; **уємно електричні**, negativ elektrisch.

2. **чевез тиск.** durch Druck.

3. **через огріванє.** durch Erwärmen.

Ві Львові 12. липня 1909.

Доповненя:

На сторонці 3. під стихом 5. з долини треба всунути:

Грани ромбові (ромбічні). rhombische Kanten.
Грани дельтоїдні. deltoidische Kanten.
Грани скаленічні (нерівнокосі, ріжнокосі). skalenische Kanten.

Справлене похибок печатних:

					місто:	має бути:
Стор.	22.	в стиху	6.	з долини	перекутні довшої	перекутні довгої
„	22.	„	5.	„	перекутні довшої	перекутні довгої
„	22.	„	4.	„	перекутні коротшої	перекутні короткої
„	22.	„	3.	„	перекутні коротшої	перекутні короткої
„	22.	„	1.	„	перекутні довшої	перекутні довгої
„	23.	„	1.	з гори	перекутні довшої	перекутні довгої
„	23.	„	2.	„	перекутні коротшої	перекутні короткої
„	23.	„	4.	„	перекутні догвої	перекутні довгої
„	24.	„	11.	з долини	дашник (кришец)	дашник (кришець)
„	24.	„	9.	„	дашник (кришец)	дашник (кришець)
					перекутні коротшої	перекутні короткої.

Бібліоґрафія.

A. Voss — Über das Wesen der Mathematik. (B. G. Teubner, Leipzig u. Berlin 1908 ст. 98).

Що се математика? які єї цїли? де она веде? се питаня, на які автор старає ся в тій брошурі відповісти. Чому як раз та наука, що стала підоймою сучасної культури, є так непопулярна і мало звісна ширшому загалови? Ріжні на се складають ся причини, а мабуть головна та, що матеріял шкільний зійшов в шкільництві на шабльон, від віків не розширяєть ся і не дає ученикови навіть спромоги догадувати ся, як величавими здобутками красуєть ся математика від часів Нютона і Лейбнїца і яка глубина єї метод і поглядів. І тому то автор стараєть ся в тій брошурі, що вийшла з його публичного викладу в баварській академії наук, подати в коротцї і приступно не лиш математикам, але і фільософам та образованим людям погляд на математику і єї змаганя. Основою математики є все число; но порівнати лиш дорогу, через яку оно перейшло від числа цїлого до глубоких ідей Дедекінда (Schnitt) і Кантора, що злучили ся в одну богату царину т. зв. теориї множінний! А таку саму довгу дорогу перейшло понятє функциї, що вийшло з механїки і ґеометриї і постепенно довело науку при помочи чудового відкритя Нютона і Лейбнїца до нинїшної величавої будівлї. Всї ті квестиї, що вяжуть ся з тим постепенним розширюванєм овиду математичного, автор ставить уміло перед слухачами-математиками. Але і фільософ найде в тій брошурі неодно і для себе, як пр. погляди на т. зв. ґеометриї неевклїдові, що їх істнованє є важним арґументом проти апріорности Канта; він побачить, що математика, та велика конструкция духа людского, є в сути річи лиш фільософією. Брошуру сьміло можна припоручити до перечитаня кождому, що в математиці не бачить лиш самих лекших або тяжших операций, але хоче глубше увійти в суть тих ділань і пізнати, як ще нинї наука боре ся з ясним, точним і критичним розбором основних проблемів. — Тенор брошури ось-такий: по думці автора математика оперта є на певній творчости людскої фантазиї і через се много має схожого з поетикою; з сього творчого дару виходять всї найважнійші поступи математики, що їх опісля вбирає ся в певну конвенциональну аритметичну символїку. І в тій то творчости лежить велика обєктивна вартість математики, хотяй зверхна єї одїж не дуже то прихожа для звичайного сьвіта.

В. Л.

F. **Klein** — Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus (Theil I: Arithmetik, Algebra, Analysis, Leipzig, 1908. B. Teubner, ст. IV. + 590; Theil II: Geometrie, ibidem 1909 ст. VI. + 515).

Ся книжка вийшла з викладів великого нїмецького ґеометра і педаґоґа, що він їх читав у Ґетінґен в роцї 1908; як більша часть творів Кляйна видане не є друковане, а автоґрафоване. Цїль автора усунути та заповнити ту пропасть, що дотепер дїлить науку елементарну математики від науки унїверситетської. Автор як довголїтний учитель унїверситетський звертає увагу на се, що кандидат покинувши ґімназию стає в хвилї, коли прийшов на унїверситет, перед проблемами цїлком новими, які не стоять в нїякій пропорциї з наукою елементарною; колиж як укінчений кандидат вертає назад до ґімназиї та має знов обучувати дїти елементів, мусить відбити ся знов від тих метод, що їх пізнав в часї унїверситетских студиів і попасти знов в колишний шабльон. І так все крутить ся в колесо завдяки невідповідним нинїшним методам шкільного научаня. Тому то автор поставив собі за завданє усунути ту аномалїю та подати слухачам звязь між ріжними методами і проблемами математики елементарної і висшої і показати їм на тятлість обох тих областий. Авторови не іде о се, щоби подавати нові якісь твердженя або виклад поодиноких партий з математики — він принимає, що слухачі є з ними добре обзнакомлені, йому іде більше о осьвітленє тих метод з ріжних точок погляду. Він хоче вказати, як і о скілько елементарна математика може скористати з математики висшої. В противоположеню до стислих методиків, що всюди строго віддїлюють аритметику від ґеометриї, є Кляйн приклонником т. зв. „Фузиї аритметики і ґеометриї“; він є далї приклонником сполученя ґеометрий метової (синтетичної) з аналїтичною, сполученя погляду просторного (стереометриї) з поглядом плянїметричним.

Наглядність форми і рисунку має після нього більшу нераз вартість, як строго переведений доказ, як се робить пр. ґеометрия евклїдова. Під проводом автора читач переходить постепенно усї области елементарної аритметики, альґебри та ґеометриї та переконуєть ся раз у раз, що прогалина між елементарною а висшою математикою не так дуже велика, як собі зуявляв; він бачить, як одна може впливати на поглублене і лїпше зрозуміне другої. Він бачить, що і ученикови шкіл середних можна на неодну квестию звернути увагу і відкрити перед ним новий, обширний овид.

Особливо в части II. Кляйн остро розправляєть ся з елементами Евклїда, що від тільки віків є майже виключною основою елементарного научаня в школах, так що зійшли в кінци на шабльон, що своїм беззглядним доґматизмом може вбити всяку інвенцию. Автор не заперечує великого значіня культурального тих елементів, але зводить їх вартість до відповідного уровеня, бо він є за зреформованєм елементарної ґеометриї в дусї новітних змагань і ідей.

В детайлїчний розбір сього нового твору Кляйна не слїд тут входити; се би значило переповісти зміст сеї книжки — таку книжку треба перечитати самому, а тодї кождий, що занимає ся научанєм математики, буде мусїв признати авторови слушність. А книжку перечитати варта, бо написана легко, прозоро, подає обширну лїтературу та порушає ріжні квестиї наукові та педаґоґічні.

Незвичайно інтересний є додатковий уступ в части II., де автор подає історичний і сучасний стан научаня ґеометриї в Анґлїї, Франциї, Італїї та Німеччинї. Тут наглядно читач побачить, як старий консерватизм боре ся з модерними ідеями, на се, щоби звільна їм уступати; тут довідає ся читач про такі куріози, як дорічні іспити в Анґлїї, тій поступовій державі, іспити, що способом переведеня нагадують ще нинї китайщину. Тут довідає ся, що як раз Австрия завдяки щасливим обставинам в реформі научаня математики станула на однім з перших місць. *В. Л.*

D. Hilbert — Grundlagen der Geometrie. (3. виданє, B. G. Teubner, Leipzig 1908, ст. VII. + 288).

Трете виданє глубокої студиї Гільберта являєть ся як VII. том важного видавництва п. з. Wissenschaft und Hypothese. Автор поставив собі цїль подати для ґеометриї повний, а при тім простий систем аксіомів і з них вивести всї найважнїйші твердженя ґеометриї. Се авторови вдало ся як найкраще; читач бачить, яке значінє мають поодинокі ґрупи аксіомів, яка їх взаїмна залежність від себе і що за консеквенциї з них виходять. Се виданє ріжнить ся від попередних тим, що автор долучив до сеї моноґрафії ще сім менших розвідок, що появили ся в послїдних десяти роках, та в яких розбирає ріжні квестиї ґеометричні і аритметичні, як пр. нові основи ґеометриї Bolyai-Лобачевского, поверхнї зі сталою кривиною, понятє числа і пр. Сю бистроумну і глубоку моноґрафію одного з найбільших нинїшних учених нїмецких повинен пізнати кождий математик. *В. Л.*

J. Tannery — Elemente der Mathematik; autor. deutsche Ausgabe von P. Klaess, (B. G. Teubner, Leipzig 1909, ст. XII. + 339).

Книжка ся — се підручник математики для т. зв. кляс фільософічних в француських ґімназиях, написана на основі плянів шкільних француських з р. 1902. Книжку попереджає в переводї нїмецкім вступ, написаний Ф. Кляйном, а кінчить короткий начерк історичний пера Павла Таннері. Обширна рецензия сего підручника поміщена в кн. I.—II. журнала „Наша Школа“ 1909, ст. 62 sqts.

В. Л.

Dr. Placyd Dziwiński. Wykłady matematyki, kurs I. Zasady geometryi analitycznej i analizy wyższej, Tom II. (Lwów, Biblioteka politechniczna, 1908, ст. XVI + 1040).

В тій великій книжці зискала польска наука величавий причинок до своєї лїтератури математичної. Автор заслужений професор львівскої полїтехнїки, дав своїм ученикам свого рода chef d'oeuvre до рук, бо в двох томах подав їм майже повний виклад математики висшої (про том I. сего твору була вже згадка в Збірнику т. IX). Починаєть ся сей том основними правилами рахунку інтеґрального, отже понятєм інтеґрала, інтеґрованєм функций елементарних, вимірних та альґебраїчних; далї посьвячує автор доволї много місця інтеґралам типу

$$\int\frac{x^m dx}{(ax^2+bx+c)^r}, \int R\,(x\,y)\,dx \quad \text{та} \quad \int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})\;dx,$$

інтеґралам функций виложних, льоґаритмічних, цикльометричних, гіперболїчних та мішаних, інтеґрованю через ряди та розвиваню інтеґралів на ряди, пр. інтеґралу $\int f\,(x)\,\varphi\,(x)\,dx$. Опісля переходить автор до ріжничкованя і інтеґрованя функций двох і більше змінчивих, подає ряди Taylor'a і Maclaurin'a для якого небудь числа змінчивих, їх максіма та мінїма. Далї представляє теорию незмінників і співзмінників форм альґебраічних, теорию перетворюваня походних і ріжничок функций з якоюнебудь скількостию змінчивих та розвій функций на ряди степеневі і безконечні добутки. Дальшу часть книжки занимають функциї періодичні і елїптичні (функциї $\vartheta(x)$ Jacobi, $\sigma(u)$, $p(u)$, $\zeta(u)$ Вейерштрасса), їх розвиненя на ряди та взагалї розвій функций на безконечні дроби тяглі.

В другій части книжки автор розбирає теорию інтеґралів означених з їх приміненєм в ґеометриї (інтеґрали одно- і много-кратні, квадратура, ректифікация і кубатура, криві плоскі, переступні та основи ґеометриї ріжничкової). Перейшовши обширно теорию поверхний переходить автор до теориї рівнань ріжничкових звичайних першого, другого і висших рядів, до укладів рівнань звичайних, до рівнань частних та до розвязки рівнань ріжничкових при помочи інтеґралів означених (інтеґрали Euler'a і Fourier'a). Обширний сей том кінчать основні понятя рахунку варияцийного. До кождого розділу додані численні, дуже інструктивно дібрані вправи та нотатки бібліоґрафічні.

Вже з короткого сего огляду можна набрати понятя про богатий зміст сеї книжки. Коли ще додамо, що виклад автора є дуже ясний і прозорий, то не ошибнемо ся, коли скажемо, що ся книжка приносить честь авторови, а читачам велику користь. На кождий случай можна пожелати математицї польскій так величавого твору.

В. Л.

Eugen Beutel — Algebraische Kurven. Erster Teil: Kurvendiskussion. (Leipzig 1909. Sammlung Göschen. стр. 147, 16^0).

Видавництво „Sammlung Göschen“ стає що раз симпатичнїйше публїкациями дуже інтересних річий із усїх обсягів людського знаня. Таку дуже інтересну тему приносить один із найновійших томиків видавництва про альґебраічні криві. У першій части переводить автор дискусію кривих. По історичнім вступі клясифікує криві на альґебраічні, інтерсцендентні (т. є такі, де виложники рівнаня кривої є невимірні) і трансцендентні і обговорює прінціп однородности. Головними засобами до дискусії являють ся: прінціп знакованя (Signierungsprinzip) та прінціп лїнїйної комбінації, а далї ґрафічна розвязка альґебраічних рівнань 3. і 4. степеня. — По введеню многократних точок займаєть ся автор теорією асимптот; отся теорія дуже важна для дискусиї кривих, бо — по словам Cayley'a — є теоретичне трактоване кривої тим труднїйше, чим менше асимптот має крива (стр. 86). — Далї говорить ся про поміч ріжничкового рахунку для дискусії, про аналїтичний трикутник, про розвиванє на ряди для даної точки та про деякі спеціяльні криві. Роздїли про відворотну дискусію (відчитуванє прикмет кривої з її даних характеристичних властивостий) та спис важнїйших альґебраїчних кривих кінчать книжочку. Лїтература подана досить обширно. Для першого обзнакомленя ся з теорією кривих є мабуть отся книжочка далеко відповіднїйша, ніж деякі иньші більші підручники. *М. Ч.*

Richard Gans — Einführung in Vektoranalysis mit Anwendungen auf die mathematische Physik. (35 фіґур в текстї; друге виданє. Leipzig, B. G. Teubner 1909, ст. 126).

Книжка ся складає ся з пятьох частий. — З початку находимо там представленє елєментарних дїлань векторової аналїзи, як додаванє та відниманє векторів та понятє добутка скалярного і векторового. Дальше маємо подані ріжничкові дїланя аналїзи векторової, а іменно понятє ґрадієнту, твердженє Gaussa, divergenz-ия, твердженє Stokes'a, Green'a і ріжничкованє векторів після часу.

Найважнїйшою частию бодай чи не є часть трета, де автор пише про криволїнїйні сорядні з їх значінєм для математичної фізики. — Від першого виданя ріжнить ся знов се друге виданє четвертим уступом про тензори. Тут подає автор дефініцию тензора і єго ґеометричне представленє, опісля специяльні місця з механїки, де виступають тензори, як моменти девіяцийні, еліпсоіда безвладности та рух кружків. — В послїднім уступі находимо приміри з математичної фізики. Тут знов виступає ріжниця сього виданя від першого, бо примірів маємо тут много більше, як в першім виданю, а передовсїм з теориї електричности і маґнетизму.

Для того, хтоб хотїв обзнакомити ся з аналїзою векторовою, є ся книжка дуже вказана, бо обсяг материялу є о много більший від книжки Bucherera: „Vektoranalysis“. Крім сего відзначає ся Gans-ова робота ясним представленєм річи. *В. К.*

Prof. Dr. Paul Bachmann — Grundlehren der neueren Zahlentheorie (Leipzig 1907, Göschen, Sammlung Schubert том III. ст. XI + 270, мал. 8⁰).

Знаний автор богатьох праць з теориї чисел оголошує в збірцї підручників Шуберта основи модерної теорії чисел до квадратових форм включно і квадратове чисельне тїло. В теорії квадратового тїла спиниє ся на найважнїйших твердженях про краткові числа

(Gitterzahlen). Книжка призначена для початкуючих, і справдї виклад дуже зрозумілий і ясний. *М. Ч.*

Dr. Antoni Hoborski i Dr. Antoni Wilk, Zasadnicze pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego, przystępnie napisali... (W Krakowie, 1910, стр. X + 180, 8^0).

Польська математична лїтература не мала доси елементарного, майже популярного підручника до висшої аналїзи, яких є кілька в нїмецькій лїтературі (прим. Ковалевского „Einleitung in die Infinitesimalrechnung“ в збірцї: „Aus Natur und Geisteswelt“). Автори професори ґімназії, взяли собі за задачу, виповнити ту люку, видаючи отсей підручник. Вони мали на думцї тих читачів, що не займаючи ся математикою, хочуть дізнатись, що се таке „ріжничка, згл. похідна і інтеґрал“; мали також на думцї учеників з середньої школи, що приходячи на унїверситет не мають на стільки підготованя, щоби могли читати підручники до аналїзи. І хоч книжочцї не можна нїчого закинути що до приступного способу представленя таких трудних річий, як основи аналїзи, то все-ж таки мусимо сумнївати ся, чи зможуть її читати ученики VI. кл. ґімн. або V. реальної, як сего бажали-б собі автори.

В девяти розділах подані такі відомости:

I. Вступ, ріжні неповязані з собою квестії, як приготоване до ріжничкового рахунку, чисельна пряма, про нерівности, безглядна вартість, сума n чисел природного ряду і сума квадратів, про радіян, а далї відомости з триґонометрії і аналїтичної ґеометрії.

II. Про функції і їх тяглість. Отсей роздїл подає в примірах понятє сталої величини і функції, а далї тяглої і нетяглої функції.

III. Про границї. Знов на примірах пояснена границя функції, розріжнена „лївостороння“ і „правостороння“ границя, а вкінцї обчислене $\lim_{\alpha=o}\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)$.

IV. Про похідну та ріжничковане. Вихідною точкою є питанє: „де більше зростає рядна, коли посунемо ся о такий самий кусень дороги на кривій $y=f(x)$ з точок A і B: в точцї A чи в B?“ Звідси дефінїція похідної як стичної до кривої в точцї (x, y) і приміри: альґебраічні та триґонометричні функції, рівномірно прискорений рух. На кінець загальне поясненє „ріжнички“, похідної“ та „ріжничкованя“.

V. Про ряди. Приступно, на примірах, вложена теорія рядів Cantor'a.

VI. Прикмети тяглих функцій та твердженє про середню вартість. Дефінїція множини, її границь та крайних вартостий, всьо з примірами. Через обясненє осциляції приготовляють автори до твердженя про середню вартість (перехід через 0) і теорема Rolle. Сей остатнїй теорем доказують дуже точно.

VII. Про інтеґрали. — Елєментарне сумованє функцій, а саме: прямої $y = x$, параболї $y = lx^2 + 1$ та сінусоіди. Потім загальний доказ про одновартність такого сумованя. Тепер приходить дефінїція означеного інтеґрала, твердженя про границї, а вкінцї дефінїція неозначеного інтеґрала.

VIII. Про інтеґрованє. Дефінїція інтеґрованя (відверненя ріжничкованя) і найважнїйші взори альґебраічні, вимірні і триґонометричні функції.

IX. Біблїографічні вказівки; вибір підручників з аналїзи, альґебри, ґеометрії та теорії функції, — на нашу думку не найщасливійший, бо поминено ті твори, на яких вироблюєть ся рахункова практика (прим. Junker з Sammlung Göschen та Kiepert).

Як бачимо зі змісту, книжочка не є повним підручником, та автори заповідають, що ладять другий томик, який доповнить отсей перший. Треба би тільки звернути увагу, щоби в II. томі фіґури були трошки старраннїйші, бо тутки виглядають часами дуже карикатурно (прим. фіґ. 13 і 21, сінусоіда, або фіґ. 29, параболя), а се може дуже легко помилити читача, що у перве бачить ті криві. Також на 63 стор. впроваджено tacite другу похідну, без поясненя, що тодї ми вважаємо першу похідну за первісну функцію, — а се не буде початковому зрозуміле само собою.

Помимо того можемо сьміло поручити отсю книжечку студентам з перших семестрів, що вже дещо читали з математики, — натомість ученикам з V та VI кл. радили-б ми скорше взяти у руки Юнкера або Кіперта. *M. Ч.*

F. Auerbach — Taschenbuch für Mathematiker und Physiker (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1909 ст. XLIV + 450).

Рік річно являє ся ряд календарів, що призначенї до ужитку фахових людий, як пр. календар для хеміків, елєкротехнїків і т. п.; лиш для фахових математиків і фізиків такого виданя до нинї не було. І тому-то славнозвісна фірма Тейбнера старала ся положити конець тій недостачі і видала під редакциєю проф. Ауербаха перший річник такого фахового календара (вийшов в другій половинї р. 1909). Се виданє може вдоволити як найдальше ідучі вимоги фахових математиків і фізиків так укладом, як і змістом. По при необхідні таблицї місяцїв (до марта 1910 включно) подані тут найважнїйші таблицї астрономічні, льоґаритмічні, триґонометричні і таблицї квадратів (ст. I—XLIV). Властива книжка обнимає на ст. 1—160 найважнїйші твердженя і взори з математики (аналїзи і ґеометриї), на ст. 161—369 основні річи з фізики теоретичної, практичної та хемиї загальної. Партиї, що не найшли ще місця в тім річнику, наміряє редакция подати в дальших випусках. Далї іде огляд найважнїйших фахових журналів і товариств, нових книжок, некрольоґи, спис фахових математиків і фізиків нїмецких, виказ технїчних фірм та анонси. Видане і під зверхним зглядом гарне робить вражінє як найлїпше і заслугує на розповсюдненє серед фахових кругів. На початку подана біоґрафія покійного льорда Кельвіна з гарним портретом. *В. Л.*

Prof. Dr. Eugen Netto — Gruppen und Substitutionentheorie. (Leipzig, 1908, Göschen. Sammlung Schubert Bd. LV, ст. VIII + 175, мал. 8^0).

По своїй клясичній „Substitutionentheorie und ihre Anwendungen auf die Algebra“ (Leipzig 1882, Teubner), двотомових „Vorlesungen über Algebra“ (Leipzig 1896—1900, Teubner) пустив проф. Netto в світ отсю книжечку, яка в своїм способі представленя ріжнить ся від попереднїх тим, що тутки ґрупи трактовані з загальнїйшого, абстрактного становиска; субституциї вважають ся лиш одним із спеціяльних родів „операторів“. — В теориї ґруп дійшов автор до тверджень Сильова і Фробенїюса, а опісля займає ся ґрупами субституций, що дають ся розвязати та лїнїйними ґрупами. *М. Ч.*

Prof. A. Adler — Fünfstellige Logarithmen, (Leipzig 1909, Sammlung Göschen t. 423, ст. 116 + 1 табл. 16^0).

Збірка математичних книжок в видавництві „Sammlung Göschen“ комплетує ся. Одним із найважнїйших підручників являють ся отсї льоґаритми. Побіч звичайних льоґаритмів та льоґаритмів триґонометричних функций (що 2') є тутки такі таблицї: вартости ґоніометричних функций, табелї для докладного обчисленя льоґаритмами при кутах менших від 2^0, табелї для n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$, $\frac{100}{n}$ для $n = 1, \ldots 100$, табелї для 10^n ($n = 0$, 9 до 0·000001), таблицї на складаний процент, таблиця смертности, 10-циферні льоґаритми для $q = 1 + \frac{p}{100}$, довжина колових луків для $r = 1$, заміна мінут і секунд на степені (в десяточних дробах), та степенів на сотки мінут і секунд, астрономічні та фізикальні вартости. Вкінці подані ґрафічні таблиці для розвязки деяких переступних, квадратових та кубічних рівнань.

М. Ч.

Prof. Dr. Siegmund Günther — Geschichte der Mathematik, I. Teil, von den ältesten Zeiten bis Cartesius (Leipzig, Göschen, 1908. Стр. VIII + 427, 8° — в збірці математичних підручників „Sammlung Schubert" (XVIII том)).

Проф. Ґінтер знаний добре усїм, що коли небудь мали до діла з історією стислих наук; усюди той сам легкий стиль, той сам займаючий спосіб представлюваня хоч би найтруднїйших річий. Перша частина історії математики із збірки Шуберта, се найновійша праця заслуженого автора. Побіч великанської праці M. Cantor'а, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (Leipzig, Teubner, 1880, — до тепер чотири томи, 1-ий в 3. вид. 1907), се одинока книжка, що дає який такий погляд на історію математики, бо з коротонького начерку Sturm'а в „Sammlung Göschen" годї в предметї з'орієнтуватись.

Історія математики Ґінтера починаєть ся від найдавнїйших часів, від початків культури, і добігає до 1637 р., коли-то Декарт видав свою першу математичну книжку. Автор впроваджує в чисельні системи, які були у ріжних народів, переходить кількома словами їх розвій і згадує коротко про повстанє ґеометричних та астрономічних поглядів; властиву історію зачинає від народу, що по всякій правдоподібности дав початок людській культурі, себ-то від мешканцїв Мезопотамії. Далї говорить про Египтян, Китайцїв та Індів; здобутки культури тих народів дістались через посередництво Мезопотамійцїв до Греків. Історію математики у Греків можна подїлити на такі періоди: передалєксандрійська доба (Пітаґор, Плятон, Арістотель), клясична доба (Евклїд, Ератостен, Архімед, Апольоній з Перґи). Слїдуюча епоха (до Птолємея включно), се початок занепаду; цїлковитий занепад грецької математики приходить по смерти Діофанта. Римляни не займались математикою, отже тепер приходить черга на Візантійцїв взяти в свої руки научну спадщину Греків.

В середнїх віках припадає велика роля в історії математики культурним азійським народам: Індам та Арабам; крім того займають ся математикою христіянські монахи в середній Европі. Кінець середних віків — се час твореня ся університетів, а і се не остає без впливу на розвій математики. З настанєм нових віків настає гуманізм і реформація. Сей час важний в історії математики горячковими працями над обчисленями рухів планет — се як раз перед-коперніканська доба. Опісля приходить переворот в усїх математичних науках, нова теорія рухів небесних тїл, а се дає початок новим ідеям в математицї, яких інкорпорацією являєть ся понятє функції, основа цїлої висшої математики. Серед того виступає Декарт, якого твори переняті думкою „безконечно малих змін“, і він зачинає цїлком нову добу в історії висшої математики. На тім кінчить ся перший том книжки.

Працю проф. Ґінтера прочитає з інтересом кождий, навіть нефаховець; отся історія математики поможе йому зрозуміти богато квестий із загальної історії культури. *М. Ч.*

M. Cantor — Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (том IV., Leipzig, B. G. Teubner, 1908, ст. VI + 1113).

Під редакцією заслуженого сенїора істориків математики вийшов том IV., що обіймає историю математики від р. 1759 до 1799. Та коли попередні три томи сього величавого твору вийшли виключно з під пера Кантора, то сей том являєть ся збірним виданєм приклонників старенького вже нинї історика. На сей том зложили ся: S. Günther (история математики 18 ст.), F. Cajori (аритметика, альґебра, теория чисел), E Netto (комбінаторика, рахунок імовірности, ряди, числа мнимі), V. Bobynin (история елементарної ґеометриї), A. Braunmühl (триґонометрия і поліґонометрия), V. Kommerell (ґеометрия аналїтична), G. Loria (ґеометрия метова і начеркова), H. Vivanti (рахунок інфінїтезімальний), C. R. Wallner (рівнаня ріжничкові, рахунок варияцийний) та M. Cantor (загальний перегляд). Як бачимо — автори, дуже добрі звісні як історики математики.

Завдяки тим поодиноким моноґрафіям, що під проводом редактора зложили ся в одну гармонїйну цїлість, виступають перед нашими очима часи 18. столїтя, часи, коли то нові методи математичні — виборoли вже собі значінє в науцї, та завдяки новим працям математиків таких, як родина Bernouilli'х, Euler'a, Lambert'a, Legendre'a, Lagrange'a, Monge'a, Laplace'a т. и. почали класти основи до тої величавої будівлї, якою стала математика в 19. столїтю. Бажати би лиш треба, щоби знаменитий автор так само вспів ще опрацювати часи 19. столїтя, коли то нові відкритя розширили овид математичний і завершили той найвеличавійший твір людского інтелекту, яким являєть ся математика. *В. Л.*

Max Planck — Das Prinzip der Erhaltung der Energie. (2. Auflage, Leipzig u. Berlin 1908, ст. XVI + 278).

В р. 1884 оголосив факультет фільософічний в Ґетінґен конкурс на основне представлене засади збереженя енерґії так під зглядом історичним, як і річевим. На конкурсї тим нагороджено в р. 1887 книжку молодого ще тодї ученого з Kiel Макса Плянка, нинїшнього професора унїверситету в Берлїнї. Нинї по двайцяти роках являє ся нове виданє сего твору, як VI. том видавництва „Wissenschaft und Hypothese“, очевидно виданє розширене і доповнене з огляду на поступ і нові понятя в фізицї. Книжка представляє, як звільна виборола собі ідея збереженя енерґії в першій половинї 19. столїтя начальне місце в усїх теориях фізики і стала єї осередком, а далї подає усякі докази на єї вірність та огляд ріжних родів енерґії. Автор розбирає в трох роздїлах лиш перший закон термодинаміки, друга засада термодинаміки не була предметом єго розслїдів в сїй моноґрафії. Се рішучо найлїпший твір, що коли небудь в сїй материї зістав написаний. *В. Л.*

E. Lommel — Lehrbuch der Experimentalphysik — (15. виданє ново опрацьоване. Leipzig, J. Amb. Barth 1908, ст. 631).

Як улюбленою є книжка Lommela, вказує ся обставина, що в протягу 15 лїт появилось єї 16 видань. Сю прояву можна хиба пояснити ясностию представленя так обширного материялу і єї педаґоґічною стороною. — Се найновійше виданє доповнене є всїми новими здобутками на поли науки електричности. *В. К.*

Edward Riecke — Lehrbuch der Physik, 4. Auflage. (Leipzig, Veit et Co. 1908, ст. 742).

Підручник сей в попередних виданях мабуть добре знаний зі своїх добрих прекмет, тому зазначити хиба треба про доповненє сего нового видання представленєм явищ з електронової теориї, йонїзациї ґазів, з радіоактивности і т. п. З огляду на строге а ясне представленє фактів книжку сю можна як найлїпше припоручити для початкуючих. *В. К.*

I. B. Messerschmitt — Die Schwerbestimmungen an der Erdoberfläche. (Braunschweig 1909. Vieweg et Sohn, ст. 158).

В першій части говорить автор про вільне спаданє, про загальне ґравітованє, про теорию маятника і т. п. Опісля обговорює головно маятник фізичний та його примінене при помірах сили тяжіня на поверхні землї.

Головну часть книжки становлять поміри тяжести при помочи маятника. Тут наводить автор історию тих помірів, пише про нормальне розділене ґравітациї і про відклонене приму. Дуже обширно трактує автор річ про абсолютні поміри ґравітациї, причім описує дуже докладно всякі апарати уживані до сеї цїли. — Дальше слїдує річ про поміри зглядні. — В части о розділеню ґравітациї на земли подає автор всякі дотепер отримані вислїди, через що ся книжка має не мале значінє для ґеофізики. *В. К.*

A. Kalähne — Die neueren Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität und ihre Anwendungen. (Leipzig, Quelle u. Meyer 1908, ст. VIII + 285).

Книжка ся є написана досить приступно так, що обізнані дещо з новими розслїдами в електричности, можуть через перечитанє сеї книжки відомости свої поглубити, тим більше, що нема там ніяких труднїйших екскурсий математичних. — Автор застановляє ся над такими проблємами; Що таке електричність і маґнетизм, як також як заховують ся они, та в якім відношеню остають до себе. — Поодинокі части згаданої книжки обговорюють ось такі річи з електричности: 1) історию флюідову; 2) сили маґнетні і електричні і їх закони, дїланє в віддаль і дїланє посередне; 3) електромаґнетні дрогання і филї; 4) бездротне телєґрафованє; 5) розрядженя електричні в ґазах і радіоактивність.

З огляду на ясне представленє фактів можна сю книжку поручити як найширшим кругам. *В. К.*

R. Gans — Eiführung in die Theorie des Magnetismus. (Leipzig, 1908. B. G. Teubner, стор. 110).

Після вступного слова автора треба єго книжку поставити по серединї між творами du Bois та Ewing'a з одної сторони, а писанями модерними Abrahama, Cohna і Eberta з другої сторони, бо автор опирає ся більше на мексуелївскій теориї як перші, а не так модерно знов представляє річ, як послїдні. В сей спосіб отворив автор немов міст між повисше згаданими опрацьованями теориї маґнетизму і тому якраз книжка ся надає ся дуже добре для студиюючих, а також і для тих, які займають ся приміненим маґнетизмом, бо маємо там також й примінене маґнетизму крім теориї. Автор при писаню сеї книжки уживає аналїзи векторової.

Передовсїм звертає він увагу на се, щоби теорию перманентного маґнетизму представити яко специяльний случай теориї феромаґнетизму, як сего бажають модерні електротехнїки. В сей спосіб можна перманенцию докладнїйше сформулувати і зробити єї місце таке в теориї маґнетизму, що єї дїйсно належить ся. *В. К.*

Clemens Schaefer — Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und Magnetismus. З портретом Maxwell'a. (Leipzig 1908. B. G. Teubner, 174 стор.).

Між книжками, що трактують про Maxwell-івску теорию, ся книжка є лиш введенем читача в основи сеї теориї. Автор старає ся о ясне представленє теориї Faraday-Maxwella, тому редукує він часть математичну до minimum; також символїв векторової аналїзи уживає автор о скілько можливе найменьше. Так само математичні твердженя Green'a, Stokes'a старає ся автор оминути. Через се тратить справдї книжка на науковій строгости, але за се зискує на приступности.

Зміст цїлої книжки розпадає ся на 5 частий. В першім уступі находимо явища електростатичні, в другім закони маґнетизму. В 3. части подає автор теорию електромаґнетизму, а в 4. електромаґнетну індукцию. В сих обох частях випроваджені є рівнаня Maxwell'a електромаґнетного поля. В пятім уступі маємо представлені дальші части теориї Maxwell'a, а іменно филї електричні в ізоляторах і добрих провідниках зі специяльним узглядненем електромаґнетної теориї сьвітла.

Автор подав сю теорию, як бачимо зі змісту, в такий спосіб, як она розвивала ся історично, а такий спосіб є і дидактичний і педаґоґічний. *В. К.*

Franz Richarz — Anfangsgründe der Maxwell'schen Theorie verknüpft mit der Elektronentheorie. (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1909, стр. IX + 246).

Вже зі вступного слова автора довідуємо ся, що підставу до сеї книжки дали виклади, які автор виголосив 1906 р. в Марбурзї для учителїв висших шкіл. Автор доповнив їх дещо і виґладив викладами унїверситетскими в зимовім і в лїтнім курсї, та аж сей материял віддав до друку. Тому отже годї уважати сю книжку за якийсь учебник (Lehrbuch), в родї дуже доброї книжки Abraham'a-Föppl'a.

Знаємо, що електронова теория в послїдних часах дуже широко розвинулась, та богато повстало підручників, що трактують про єї, однак не богато є підручників, які би впроваджували в єї, в єї рівнаня з давнїйшої теориї Maxwell'a. Таким як раз є книжка F. Richarza. Як заповідає заголовок, опрацьовує автор ясно і наглядно лише теорию Maxwell'a, причім послугує ся, де лише можна і о скілько можна, поглядами сучасної електронової теориї.

Книжка ся писана векторовою аналїзою і складає ся з вісьмох частин. В першій частинї займає ся автор впровадженєм рівнань Maxwell'a для поля електромаґнетного знаним способом з лїнїйної суми електричних згл. маґнетних сил. Тут обчисляє він раз працю маґнетної сили по замкненій кривій в поли о натузї $\mathfrak{H}$; опісля обчисляє працю, яку виконує одиничний бігун при окруженю електричного тока і бере відношенє одної до другої. Таким способом доходить автор до перших трох рівнань Maxwell'a, які аналїзою векторовою представляють ся: $\frac{D}{c}\frac{d\mathfrak{E}}{Dt} = rot\ \mathfrak{H}$, причім зміну для електричної поляризациї бере за ток дієлектричного пересуненя. Опісля через анальоґію поляризациї маґнетної з електричною доходить автор до дальших трох рівнань Maxwella: $\frac{\mu}{c}\frac{d\mathfrak{H}}{dt} = -rot\ \mathfrak{F}$.

В другім роздїлї впроваджує автор знов обі трійки рівнань Maxwell'a для ізоляторів, але в модерний спосіб, а іменно: Етер уважає він за пруживе тїло і поясняє маґнетну та електричну енерґію яко однородну функцию другого степеня маґнетної та електричної сили ($\mathfrak{H}$, $\mathfrak{E}$). Так доходить автор до першої трійки рівнань Maxwell'a. Через відношенє між часовою зміною елекричної сили а зміною в просторі маґнетної сили і на основі енерґії впроваджує Richarz другу трійку рівнань.

В 3-ій частинї займає ся автор приміненєм мексуелївских рівнань до електростатики і маґнетизму. Тут подає він також основні і ясні дефінїциї „свобідної“ і „увязненої“ електричности.

Опісля в 4-ім роздїлї розбирає автор провідники електричної енерґії і токи в них, а іменно токи постійні, як й токи непостійні, а дальше токи при розряджених електричних. Рівнаня отримані інтерпретує автор на підставі молекулярної теориї та в сей спосіб виводить заком Ohm'a, тепло Joule'a і закон Wiedemann'a-Franz'a. При всїх тих розважанях послугує ся автор також о скілько лише можливе модерною електроновою теориєю.

В 5-ій частинї займає ся автор лїніями сил і теориєю потенциялу для ізоляторів і добрих провідників. Подає відношенє між поверхнями рівного потенциялу а лїніями сил, опісля переходить до приміненя їх для явищ статичних і постійних. Для більше наглядного представленя наводить автор приміри з інших партий фізики, передовсїм з науки тепла.

В 6-ій части представляє автор явища електромаґнетизму. Подає понятя потенцияльу векторового і електромаґнетного, виводить право Biot-Savart'a і займає ся током лїнїйним. Опісля розводить ся над замкненим током, твердженем Stokes'a і загальною теориєю електродинаміки.

На вступі 7-ої частини обговорює F. Richarz основні закони індукциї, опісля поодинокі єї роди як: індукция в дорогах замкнених (in geschlossenen Bahnen), індукція через рух короткого куеника доброго провідника і взаїмна індукция токів. Часть ся кінчить ся токами перемінними та повільними дроганями електромаґнетними.

Осьма і послїдна часть дає нам образ скорих змін електромаґнетного поля і електромаґнетних филь. Тут знов послугує ся автор анальоґією між етером а тїлом пружливим і вказує, що ріжниця між скорими а повільними филями полягає в сїм, що в перших слїдують електромаґнетні заколоти, які порушають ся дальше самостійно. Ся обставина улекшає опісля розважаня математичні, які автор розвиває опісля для дуже скорих електромаґнетних заколотів і специялїзує їх передовсїм до періодичних заколотів. Часть ся кінчить ся широкою електромаґнетною теориєю сьвітла.

Мимо сего, що книжка не велика, бо 246 стор. друку, однак кожда точка Maxwell'івскої теориї находить у нїй свій куток. Є она не лише введенєм до електронової теориї, але можна би сказати — помостом, що лучить обі сучасні теориї електричности. Тому поручити єї можна до читаня й таким, що бажалиб орієнтувати ся в сучасній теориї електричности, як й тим, що бажають поглубити своє знане з сеї части фізики. *В. К.*

Waldemar Voigt — Magneto- und Elektrooptik. (78 фіґур в тексті, Leipzig, B. G. Teubner, ст. 396).

В сїй книжцї подає автор не лише специяльно проблєми маґнето- і електрооптики та їх широке опрацьованє теоретичне і експериментальне, але він розвинув також для цїлости самої річи загальні основи теориї оптичних явищ, а передовсїм старає ся пояснити дисперзію і абсорбцию сьвітла на основі електронової теориї.

Книжка та складає ся з девятьох частин, а іменно з самого початку находить докладне обговоренє відкритя т. зв. ефекту Faraday'a с. є. маґнетне скрученє площі поляризациї сьвітла. Опісля йде ефект Zeeman'a поданий експериментально з широкою теориєю.

Дальше маємо там теорию маґнетооптичних ефектів для нормальних рівнозворотних (ізотропічних) субстанций, почім слїдує проба теориї скомплїкованих типів ефекту Zeeman'a. Опісля описує автор відкритий в найновійших часах ефект маґнето-оптичний I. Becquerel'a на абсорбуючих кристалах. В слїдуючій части поясняє автор маґнето-оптичний ефект Kerra; дальше слїдує електронова теория ефекту Kerr'a. Потім описує автор дїланя маґнето-оптичні на субстанциї ізотропові та кристалїчні. Послїдні дві части є посьвячені більше самій електроновій теориї, а іменно находимо там: дроганя несвобідних електронів в наслїдок дїланя сил електричного поля та електронову теорию електро-оптичних ефектів.

Мимо сего, що книжка Voigt'a є в високім степени теоретичною, однак з огляду на її ясність та прозорість не буде она читачеви при уважнім читаню справляти великих трудностий. *В. К.*

H. A. Lorentz — „The Theory of Electrons and its Applications to the phenomena of light and radiant heat". (A course of lectures delivered in Columbia Universyty, New-York, in march and april 1906). Leipzig B. G. Teubner, 1909 ст. 332).

Книжка ся складає ся з 5 частий: Перша часть (General principles Theory of free elektrons) подає розвій електромаґнетних рівнань для свобідного етеру і для важких тїл на основі електронової теориї (vide: A. H. Lorentz: Versuch einer Theorie der elektrischen u. optischen Erscheinungen etc.). З введенем електромаґнетного моменту переходить автор легко з рівнань попередних до рівнань руху електрону. При динаміцї електрону порушає автор такі питаня, як маси електромаґнетної, відношеня її до наряду $\left(\frac{e}{m}\right)$, промінювання і т. п. Послїдні уступи сеї части подають приміненє електронової теориї до поясненя явищ електричних та термічних в металях.

Друга часть (Emission and absorption of heat) подає закони емісиї і абсорпциї тепла з особливим узглядненем темного проміньовання і єго зависимости від температури і довготи филї (закони Stefan'a, Wien'a, Planck'a). Тут находимо також теорию проміньовання темного від початку єї розвою до нинїшного стану.

Часть третя (Theory of the Zeeman-effect) займає ся теориєю явища Zeeman'a і творить немов перехід до приміненя електронової теориї до явищ оптичних, що їм посьвячує автор передовсїм дві послїдні части: (4) Propagation of light in a body composed of molecules. Theory of the inverse Zeeman-effect, (5) Optical phenomena in moving bodies). Тут занимає ся він експеріментами Kaufmann'a та питанєм деформуючого ся електрону. Опісля на закінченє слідує прінціп релятивности Einsteina (Relativitätsprinzip).

Автор послугує ся в писаню сеї книжки виключно векторовою аналїзою, якої основи подає на вступі так, що читачеви не буде справляти се нїякої трудности при читаню сеї книжки. В текстї автор скіцує лиш деякі довші рахунки, які опісля обчисляє докладно в доданім на кінци уступі „Notes“. — Книжка ся повинна бути симпатичною передовсїм для тих, що займають ся електроновою теориєю. *В. К.*

Max **Abraham** — Theorie der Elektrizität. II. Band: Elektromagnetische Theorie der Strahlung. (2. Auflage ст. XII + 404. Leipzig B. G. Teubner 1908).

Перед трома роками появивсь був перший том сего підручника, який вже в першім роцї майже зовсїм розібрано та тепер появивсь другий его наклад. Се скоре розкупленє може хиба тілько вказувати на доброту сеї книжки. Се друге виданє є доповнене новійшими розслїдами на поли проміньованя, та оглядом електромаґнетної механїки з постулятом релятивности.

Другий том „Theorie der Elektrizität“, як вказує его заголовок, є посьвячений теориї електромаґнетного проміньованя. Під проміньованєм розуміє автор ток або вплив електромаґнетної енерґії (Energiestrom); наколи енерґію сю переносять електрони, що рівномірно порушають ся пр. при лучах катодових або лучах раду, тодї маємо до дїла з конвекцийним проміньованєм; колиж однак енерґію сю шлють електрони прискорені, що взагалї нерівномірно порушають ся, тодї маємо до дїла з филястим промінованєм (Wellenstrahlung). В сїм другім случаю филї електромаґнетні не є вязнені через електрон. Теория обох сих родів проміньованя полягає на динаміцї електронів, яку автор опрацьовав також в першій части.

Часть друга обіймає уступи з оптики, де електронова теория веде до глубших результатів, чим мексуелївска теория. Автор займаючи ся тут електромаґнетними филями приходить також до деяких проблємів з бездротної телеґрафії. В дальших уступах опрацював автор дуже докладно електродинаміку для тїл в русї. Тут разом з теориєю відбиваня ся від зеркала в руху находить ся також термодинамічна теория проміньованя (Stefan, Planck, Wien); з сим лучить ся також динаміка порожнього простору (Hohlraum, яку розвязав K. Mozengeil законами відбиваня ся сьвітла в порушаючім ся зеркалї, а опісля E. Hasenöhrl, а яка дуже тїсно лучить ся з динамікою електрону (§. 44). Також в справах „постулятів релятивности“ (Einstein, Minkowski і пр.) забирає автор голос в послїдних уступах.

Для тих, які хотїлиб ся запізнати глубше з річами, що їх тут референт дуже коротко наскіцував в повисшім змістї, ся книжка є дїйсно необходима. *В. К.*

H. Greinacher — Die neueren Fortschritte auf dem Gebiete der Radioaktivität. (Braunschweig 1908, F. Vieweg & Sohn, ст. 47).

Книжку становить один виклад, що його виголосив автор на зїздї природників в Цюріху. Відзначає ся она передовсїм ясним представленєм річи і обнимає всї поступи на поли радіоактивности між лїтами 1906 а 1908. Найдемо там обговорені лучі α з їх цїхами, лучі β і їх абсорбция; дальше подані лучі γ з всякими найновійшими теориями, як пр. теориєю ундуляцийною і корпускулярною Bragg'a, та лучі δ. Опісля слїдують переміни радіоактивних субстанций і залежність процесу розпаду від зовнїшних впливів температури і тисненя. Також розходженє радіоактивности находить ся в сїй книжцї. На закінченє книжки пише автор про радіоактивні первні в корі нашої землї і атмосфері, як також про лучистість деяких металїв.

Крім поступів радіоактивности між 1906 а 1908 подана є там також на вступі радіоактивність коротко від самого початку свого розвою; тому може ся книжка віддати великі услуги тому, хто інтересує ся здобутками на поли лучистости. *В. К.*

H. Mache und E. Schweidler — Die atmosphärische Elektrizität. (Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1909, ст, XI + 247).

Слїдженя на поли воздушної електричности в послїдних десяти роках пішли скорим можна сказати кроком наперед, завдяки відкритю радіоактивних первнів та явищ електричних в ґазах. Провід електричний атмосфери, істнованє первнів радіоактивних в корі земскій та воздусї достарчили материялу емпіричного до вияснення явищ електричних у воздусї; так само дуже великі услуги в слїдженях над атмосферичною електричностию віддала електронова теория в приміненю до явищ в електричнім поли атмосфери.

Однак лїтература атмосферичної електричности, яка зросла в послїдних часах дуже богато, була порозкидана по многих фізичних та метеорольоґічних часописях, так що в послїдних трох роках зачали автори гуртувати єї в книжки. Так отже 1906 р. появилась статя H. Gardiens'а п. з. „Atmosphärische Elektrizität“ в V. т. Winkelmann'а: „Handbuch der Physik“. Для ширшого однак подання розслїдів з атмосферичної електричности, як також метод слїдженя і теориї, забрали ся оба учені Mache і Schweidler і в сей спосіб повстала отся книжка.

Складає ся она з сїмох частин і подає всї теориї атмосферичної електричности до 1908. З початку говорять автори про електричне поле атмосфери, величину спаду потенциялу атмосфери та єго поміри, та описують докладно знаряди уживані до помірів. Подають они вислїди обсервацій зміни спаду потенциялу в атмосфері, як річні та денні єго періоди. Дальше маємо в тій части також описану звязь, що заходить між спадом потенциялу а чинниками метеорольоґічними, як також вплив сонця і місяця на спад потенциялу.

В другій частинї розбирають автори електричний провід атмосфери а іменно: закон Coulomb-а розсїяня наряду у воздусї, та апарат до поміру сего розсїяня Elster-Geitel'а; дальше слїдує теория йонів і єї приміненє до означеня проводу атмосфери.

Частина трета обіймає річ про йони в атмосфері, а іменно находимо тут йонїзацию атмосфери і рекомбінацию йонів, а дальше адсорпцию і дифузию йонів.

Найобширнїйше опрацьована четверта часть посьвячена є йонїзаторам і електризаторам атмосфери. Яко такі подають автори: 1) йонїзацию через розпорошенє крапель води солодкої відкриту Ph. Lenard'ом; 2) електризованє атмосфери емісиєю електронів через насьвітлену сонцем землю; 3) йонїзацию позафіолетовим сьвітлом; 4) йонїзацию через лучі Becquerel'а, що їх висилають радіоактивні субстанциї кори землї та через їх еманацию. Тут маємо також описані методи многих фізиків, примінювані до помірів скількости радіоеманациї в атмосфері, як методи Elster'а і Geitel'а та Mc Lennan'а.

В шестій части обговорюють автори електричні токи в атмосфері, а то: ток нормальний, який пливе з горішних вершин атмосфери до землї (анодою є тут частинки пороху або пари водяної, що уносять ся в горі та осїдають на йонах відємних, а катодою земля); ток витворений в наслїдок розпаду продуктів раду і тору; дальше ток, що його спричиняють струї воздушні через транспортованє витворених йонів в атмосфері; токи конвекцийні витворені опадами атмосферичними. При тих послїдних подана також теория кондензациї Wilsona.

Сьвітляні розряджения електричні в атмосфері находимо в части шестій. Починають ся они вступом о розряджених взагалї в ґазах і розпадають ся на два роди а) електричні розряджения в часї бурі б) сьвітло полярне. Так одних, як й других розряджень находимо тут многі приміри як також їх теоретичні поясненя.

В послїдній части на закінченє маємо теорию атмосферичної електричности після сучасної електронової теориї зі зіставленєм всїх інших попередних теорий, яких після француского фізика Chauveau є circa 30.

Оба автори завдали собі чимало працї, бо опрацювали річ під кождим зглядом дуже старанно та вичерпали весь материял так, що книжку їх „Atmosphärische Elektrizität“ можна уважати за дуже добрий підручник в орієнтациї для студиїв над воздушною електричностию, тим більше, що находимо там много дат і експериментів, що їх автори самі перевели.

Подібно опрацював також воздушну електричність A. Gockel, в книжцї п. з. „Die Luftelektrizität. Metoden und Resultate der neuen Forschung“ (з 28 фіг. Leipzig 1908. S. Hirzel, ст. 206). *В. К.*

Ludwik Bruner — Ewolucya materyi, zarys nauki o promieniotwórczości. (Kraków, nakładem kółka matematyczno-fizycznego U. U. J. 1909. ст. III. + 142).

Ся моноґрафія є збіркою викладів, що їх автор виголосив в унїверситетї краківскім: а хоч в тій материї являють ся раз-у раз нові брошури і книжки, то однак ся книжочка є рішучо одна з найлїпших і найінтереснїйше написаних. Така моноґрафія є тим важнїйша, що квестия лучистости тїл не є ще замкнена, але так сказатиб „in statu nascendi“; тому огляд того, що до нинї зроблено в тій области, є від часу до часу конче потрібний. Автор вивязав ся з свого завданя дуже уміло; він в сїмох роздїлах — з яких очивидно найбільший посьвячений радови і єго перемінам — представляє сучасний стан науки про тїла лучисті, їх свійства, походні тїла з їх фамілїй, методи експериментальні та теоретичні в їх розслїджуваню. Моноґрафію можна припоручити сьміло студентам унїверситетським, та взагалї особам, що мають які такі відомости с аналїзи. *В. Л.*

W. Wien — Über Elektronen (друге виданє; B. G. Teubner. Leipzig, 1909, ст. 39).

Перед несповна трома роками появилась отся брошурка в першім виданю, яка повстала з відчиту, що його автор виголосив на з'їзді природописнім-лїкарскім в Меранї. Наука однак о електронах поступила за сей час досить далеко, богато змінило ся, дещо вияснилось інакше. Розвинулась передовсїм теория релятивности, яка тодї була ще в початках свого розвою, та була звичайно подавана лишень в формі здеформованого електрону. В сїм другім виданю немало посьвятив єї автор місця і подав єї доповнене ще в увагах. Також не поминув автор поступів на поли радіоактивности, нових дослїдів над явищем Zeeman'a та додатними лучами т. зв. анодовими. — Тому кождому, хтоб хотів пізнати ся з загальною електронїкою друге доповнене видане брошурки Wien'a принесе немалий хосен. *В. К.*

Herman Minkowski — Raum und Zeit, (видав A. Gutzmer, з портретом автора. Leipzig 1909. B. G. Teubner, ст. 14).

Відчит „Raum und Zeit", який H. Minkowski виголосив на з'їздї природничо-лїкарскім м. р. в Кольонїї є послїдною єго роботою з сего обсягу, бо смерть 12. сїчня с. р. забрала нам єго серед працї. Так отже робота, яку він в послїдних днях житя свого розпочав, а іменно збудоване механїки, в якій крім трох сорядних простору час є четвертою сорядною, осталась на жаль не викінченою.

Проби неґативного явища інтерференциї Michelson-Morley'a, інтерпретовані опісля H. A. Lorentz'ом, показали, що віддалене в напрямі трансляциї скорочує ся в відношеню як 1 : $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$, де v є скоростию даного тїла, а c скоростию сьвітла. Скорочене се не є однак скороченем в дословнім значіню слова; єго треба відносити лише до обсерватора, який позістає в супочинку, але не до обсерватора, який відбуває також рух з даним системом. — Дальші теориї Einsteina відносять ся до часу; у него о елемент:

$$\tau = \frac{xv}{c^2\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

мусить ріжнити ся час в двох місцях для обсерватора, який находить ся в супочинку, коли оба місця в напрямі руху трансляцийного є віддалені від себе о x. — Після сих теорий понятє цїпкого тїла тратить своє значінє, а з другої сторони понятя простору і часу входять з собою в дуже тїсну звязь.

В дуже гарній математичній формі подає сю теорию H. Minkowski в Gött: Nachrichten 1908, ст. 53 і коротко та приступно в висше наведеній брошурі. Він бере величину ct за четвертий розмір. Як $\frac{v}{c}$ вибирає він стичну в площи (xt), яка з осию $-x$ творить одну лінію. Дальше виставлена пряма означає постійно скорість. — Коли отже в площи (x, ct) построімо гіперболю, о рівнаню $c^2t^2-x^2=1$, опісля попровадимо довільну пряму з початку укладу до перетятя єї з гіперболею і в тій точцї виставимо стичну до гіперболї, а дальше попровадимо рівнобіжну до неї через початок укладу, тодї дістанемо скісний уклад сего рода, що трансформация попередного укладу до нового скісного укладу буде трансформациєю, яка виступає в теориї релятивности. Кождий вектор розпадає ся дальше на чотири, так що дістанемо в сей спосіб чотири рівнаня руху, з яких бодай одно є рівнанєм енерґії.

В. К.

W. Ramsay — Die edlen und radioaktiven Gase. (Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1908, ст. 39).

Є се виклад славного хеміка англїйського, виголошений торік у Відни в товаристві інженїрів і архітектів, де автор з питомою собі ясностию подає історичний огляд відкритя ґазів ґрупи арґонової і переміни первнїв; виклад тим інтереснїйший, що головна слава сих вислїдів звязана на все з іменем автора. Сей відчит надруковано в українскім переводї в „Учителю“ р. 1909. *В. Л.*

R. Nimführ — Die Luftschiffahrt, ihre wissenschaftlichen Grundlagen und technische Entwicklung. (Leipzig, B. G. Teubner, 1909, ст. 152).

Автор великого підручника про аеронавтику і авіятику (пор. Збірник т. XII) видав тепер в добре звіснім видавництві „Aus Natur und Geisteswelt“ популярну моноґрафію, де зібрані вперед загальні основи, на яких оперте лїтанє по воздусї, а далї основи лету аеростатичного (бальон без мотору і з мотором) та лету аеродинамічного (авіятика). Для тих, щб бажали би запізнати ся з сучасним станом квестиї воздухоплавства та з дорогами, якими оно ішло, ся книжочка буде дуже інтересна і інструктивна. *В. Л.*

Р. Цегельский — Оповіданя з природописної науки (фізики). (В части переповіджене з российского). Часть I. про воздух, воду, ґази і течи. Дещо з механїки. Часть II. Про тепло, маґнетну та електричну силу, голос та сьвітло. Чернівцї, 1909. Видане „Руської Бесїди“ в Чернівцях, ч. 205—206 і 207—208. Ст. 40 + 44. 8°.

Побіч „астрономії“ дра Раковського се друга популярна книжочка з обсягу природних наук, яку нам приніс отсей рік. — Справді мусимо бути вдячні ш. авторови, що збогатив нашу популярно-наукову літературу отсим дрібним, але цінним причинком, бо з фізики популярно ще доси у нас майже не писано.

Добр. Цегельський розказав тутки дуже приступно усе, що найважнїйше, з фізики, зачіпаючи подекуди о хемію. Усї феномени зведені до прояв із щоденного житя, так що їх пояснюванє є не то, що дуже легке, але навіть майже зовсїм само собою зрозуміле. Притім подає автор практичні ради — як висновки з теорії, прим. як заховуватись в часї бурі (II. ст. 27). — Шкода тільки, що книжочка дуже маленька, рішучо за мала. Деякі партії ледви порушено, так прим. з акустикою упорав ся ш. автор на двох сторінках. Поминено такий апарат як фоноґраф, далї телефон, опісля дуже мало сказано про маґнетоелектричну індукцію (II. 25), а в партії механіки пропущено таку важну річ, як відосередну силу.

Далї треба би також звернути трошки більшу увагу на мову та коректу і вистерігати ся деяких неточностий, як прим. (II. 22) „...електричність витворює ся також через потиранє металю, але іде по металю і по нашій руці та по тілї в землю, де щезає“. Отже тутки говорить ся, що електрична сила „щезає“, а колись, при иньшій нагоді, будемо вчити про „непропащу енерґію“, побиваючи самі один вислів другим; можна-б прецїнь сказати: „в землї вона розходить ся на усї сторони“.

Взагалї книжочка робить дуже добре вражінє, так що читаючи її справдї жалуємо, що вона така маленька. *М. Ч.*

Др. Іван Раковський — Про землю, сонце і звізди. (Популярна астрономія). Видавництво Товариства „Просьвіта“, ч. 350. У Львові, 1909. Ст. 103. 16⁰.

Отсе перший у нас оригінальний підручник популярної астрономії, який сьміло може стати на рівні з підручниками в иньших літературах. Автор розказує дуже приступно і інтересно про вигляд і величину нашої землї, про рухи землї та їх наслідки, т. є зміни дня і ночи та пір року. В уступі „чарівні прилади“ говорить про телескоп та спектроскоп, а далї переходить до опису поверхні і рухів місяця. Далї слїдує опис сонця і поодиноких планет, які називає автор „посестрами“ землї. Пятий з черги розділ займає ся описом комет і падучих звізд, а шестий і остатнїй говорить про сталі звізди. Книжочка прикрашена 28 образками і гарною вінїєтою.

М. Ч.

G. Riegler — Der Amateurastronom. (Wien u. Leipzig, Hartleben 1909, ст. 255).

Се мінятурове видане, що є другим томиком видавництва „Naturwissenschaftliche Taschenbibliothek“, вводить ділєтанта астрономії в сучасну будівлю сеї величавої науки. Коротко а ясно подані тут найважнїйші квестиї астрономії і астрофізики нашої системи сонїчної і сталих зьвізд. Дуже гарні ілюстрациї, переважно фотоґрафії, в числї 112, доповняють сам виклад. Для любителя астрономії буде ся книжочка дуже цінним дарунком; популяризациї астрономії дальше посунути годї. *В. Л.*

J. Scheiner — Populäre Astrophysik. (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1908, ст. VI. + 718).

Книжка має на ціли дати фаховим астрономам і нефаховим ділєтантам, що мають деякі відомости з математики і астрономії, виклад найважнїйших відкрить і областий з царини астрофізики; до написаня такої книжки нїхто не є певно так покликаний, як славнозвісний учений потсдамский. Часть І. (ст. 1—328) занимає ся методами астрофізикальними, а се аналїзою спектральною, фотометриєю, поміром тепла лучистого сонця і фотоґрафією неба. Часть II. (ст. 329 sqts.) подає вислїди дослїдів астрофізикальних; тут говорить ся про сонце — автор означує єго ефективну температуру на 6250°, температуру фотосфери на 7000° (ст. 468), — далї про планети, місяцї, комети, метеори, сьвітло зодіякальне, мраковини та зьвізди постійні. Книжку прикрашає 210 фіґур в текстї та 20 прекрасно викінчених таблиць (фотоґрафій). Хоч як гарна ся книжка і цїкаво написана для фахового, однак властиво „популярною“ для ширших кругів она не є; вже і сам автор заявляє, що она вийшла переважно з його викладів унїверситетських. *В. Л.*

B. Peter — Die Planeten. (Leipzig, B. G. Teubner, 1909, ст. 131).

Книжочка, що вийшла як 240 том видавництва „Aus Natur und Geisteswelt“, подає приступно найважнїйші відомости про нашу систему сонїчну. Як така надає ся дуже добре для початкуючих студентів, як також для любителїв астрономії. *В. Л.*

M. W. Meyer — Der Mond (Stuttgart, Franckh'sche Buchhandlung, 1909, ст. 98).

Гарно написана моноґрафія звісного популяризатора астрономії; книжочка ілюстрована вийшла як одна з природописних моноґрафій, що їх періодично видає німецьке товариство природописне „Kosmos". *В. Л.*

A. F. Holleman — Lehrbuch der organischen Chemie (7. Auflage, Leipzig, Veit u. Comp. 1909, ст. X. + 490).

Капітального учебника, що його автором є звісний голєндерський учений, протягом одного року являє ся вже нове виданє (виданє 6. вийшло в р. 1908). Вже сам сей факт промавляє як найкрасше про велику стійність сеї книжки. В тім виданю узгляднено всї новини сучасної хемії з послїдних лїт, отже дослїди E. Fischer'a над хемією білковин, про циклїчні сполуки типу $C_n H_{2n}$, процес оборотний Walden'a в тїлах оптично активних (переміна квасу l-хльороянтарового в квас l-яблоковий і назад в квас d-хльороянтаровий) і т. п. Книжку сю можна як найгорячійше припоручити початкуючим адептам хемії; разом з неорґанічною хемією тогож автора книжка стаєсь учебником перворядної ваги і вартости. *В. Л.*

Dr. Walter Nernst — Theoretische Chemie vom Standpunkte der Avogadroschen Regel und der Thermodynamik. (VI. Auflage. Stuttgart, 1909).

Величавий підручник являє ся вже по двох роках в сьвіжім накладї. Загальний плян лишає ся той сам, що в першім накладї єще в р. 1893. Що раз дальші наклади узгляднювали лиш рівночасний, великаньский поступ науки у відповідних роздїлах. Модерний підручник, виданий в маю, має дословно всї найважнїйші цитати лїтератури до кінця 1908 р., а навіть з початку 1909. Вчитувати ся в текст, зн. входити докладно в методу і напрям думаня великого корифея хемії, який вирізняючи ся маркантно від тих, що оперують „елєґантними" термодинамічними функциями, доходить виключно рефлексиями над т. зв. замкненими процесами до результатів, що роблять пролім в науці. Так скрізь, через цїлу книжку. На кінци від стор. 691 до 762 найде читач найсильнїйше немов потвердженє повисших слів. Є там вложена синтеза дотеперішної творчости автора, що довела єго до поставленя третої основи (закону) термодинаміки (р. 1906). Далекосяглість нового теорему для фізикальної хемії прямо необчислена. Вона відбила ся сейчас на творчости цїлої плеяди дослїдників, яку за три послїдні роки (1906—1909) не так легкоб зібрати в кількох томах. *Ю. Гірняк.*

Hermann Schlesinger — Die spezifischen Wärmen von Lösungen. I. Physikalische Zeitschrift Jg. 10. p. 210. 1909.

Розвій приміненя термодинаміки на хемічні проблєми дає відчувати чим раз більше зростаючу потребу знаня зміни питомого тепла з температурою в можливо широких границях. Автор поставив собі за ціль виробленє експериментальної методи, якою можна би вигідно оперувати в довільних температурах. Дотичний плин впроваджує ся до великого розмірно ділятометру. Через середину йде спірально плятиновий дріт, якого елєктричний опір перед тим мірить ся. Перепускаючи звісну скількість елєктричности можна відтак визначити віддану ділятометрови скількість тепла, зміривши експанзию плину, бо з єї сочинника дає ся обчислити підвисшенє температури. З таких даних можна легко найти питоме тепло. Слїдують подробиці методи і вислїди на ріжно сконцентрованім сірковім квасї від 0° до 70°. Наконець визначує автор питоме тепло пентану в 0° (0,512) і в —78° (0,476). *Ю. Гірняк.*

E. Grüneisen — Über die thermische Ausdehnung u. die specifische Wärme der Metalle; Annalen der Physik. B. 26. s. 211. 1908.

Автор виказує на 8 хемічних елєментах, а іменно на Al, Fe, Ni, Cu, Pd, I, Ag, і Pt емпіричну звязь між сочинником експанзиї а питомим теплом металїв. Квот з першої і другої вартости є для повисших металїв в дуже широких границях температури від — 173° до + 1000° Cel майже сталий, отже від температури независимий. Означивши першу значком α, другу C_p, подає автор

для Al	$\frac{\alpha}{C_p} \cdot 10^6$ = від	109	до	112
„ Fe	„	105	—	112
„ Ni	„	117	—	126
„ Cu	„	174	—	182
„ Pd	„	192	—	204
„ Ag	„	329	—	342
„ I	„	205	—	207
„ Pt	„	270	—	280

Як ся зважить широкі границї температури і факт, що вартість квота зростає дуже легко в висше поданім зіставленю, то треба за автором сконстатувати новий закон, який здає ся немало заважить на дальшім розвою кінетичної теориї металїв.

Ю. Гірняк.

E. Grüneisen — Zusammenhang zwischen Kompressibilität, thermischer Ausdehnung, Atomvolumen und Atomwärme der Metalle. Annalen der Physik B. 25. S. 393. 1908.

Сочинник компресиї хемічних елементів є, як се виказав недавно Richards і єго співробітники Stull, Brink, Bonnet (Zeitschr. f. physik. Chem. 61, p. 77. 171. 183. 1907) так як атомовий обєм, сочинник експанзиї і т. д. періодичною функциєю атомової ваги. А що максіма згл. мінїма тих всїх періодичних прикмет майже сходять ся, то вже сама періодичність обусловлює між ними певний параллелїзм. Своєю дуже простою теориєю автор вяже цїлу низку основних фізикальних прикмет „одноатомових" сталих або плинних материй в гарну цїлість. Коротенька репродукция ходу думок була би така:

Як приймемо, що між атомами дїлають центральні сили, то для неупорядкованого руху тепла можна заложити віриальне рівнанє Clausius'а:

$$(1) \qquad \Sigma mu^2 + \Sigma rf(r) = 3\,pv$$

в якім поодинокі значки мають звісне значінє. Означім $3\,\alpha$ сочинник експензиї, $\varkappa$ соч. ізотермічної компресиї, тодї для соч. тиску маємо звісну звязь з термодинаміки:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{3\alpha}{\varkappa}$$

Зріжничкуймо (1) після T, то буде:

$$(2) \qquad \frac{3\alpha v}{\varkappa} = \frac{1}{3}\,\frac{\partial}{\partial t}\left\{\Sigma mu^2 + \Sigma rf(r)\right\}_v$$

Щоби про зміну виразу в скобках з температурою можна було щось позитивного сказати, треба зробити слїдуючі три заложеня:

Перше, загально вже втерте, можна виписати:

$$(3) \qquad \Sigma \tfrac{1}{2} mu^2 = \tfrac{3}{2} RT$$

Зн. середна кінетична енерґія ґрам-атому нехай буде пропорциональна до абсолютної температури.

Друге відносить ся до розложеня центральної сили $f(r)$ на притягаючу $-f_1(r)$ і відпихаючу $+f_1(r)$. — На основі еластичного захованя сталих тїл, приймає ся, що відпихаючі сили без порівнаня більше зміняють ся з віддаленєм атомів чим притягаючі, тому так функция віриальна $-\Sigma rf_1(r)$, як і відносна часть потенциальної енерґії ґрам-атома U_1 що відносить ся до сили притягаючої, буде дуже мало зміняти ся з температурою, отже можна положити:

(4) $$\frac{\partial}{\partial T}\left(\Sigma r f_1(r)\right)_v = o, \quad \left(\frac{\partial U_1}{\partial T}\right)_v = o.$$

Трете заложенє є таке, що відпихаюча сила має потенциял:

$$\Phi_2(r) = \frac{a}{r^\nu}$$

отже $f_2(r) = -\frac{\partial}{\partial r}\Phi_2(r) = \frac{\nu}{r}\Phi_2(r)$, або що другу часть віріяльної функциї можна написати:

(5) $$\Sigma \overline{r f_2(r)} = \nu \Sigma \Phi_2(r) = \nu U_2.$$

Зі зрозумілого тепер енерґетичного рівнаня:

$$\int_0^T C_p dT = \Sigma m u^2 + U_1 + U_2.$$

легко прийти до реляциї: $C_v = \frac{3}{2}R + \left(\frac{\partial U_2}{\partial T}\right)_v,$ як зважить ся, що при сталім обємі в часї нагріваня, в лївій сторонї попередного рівнаня можна заступити C_p через C_v, а U, при ріжничкованю після T є рівне зеро (4). Після (5) виходить тепер

(6) $\frac{\partial}{\partial T}\left(\Sigma r f_2(r)\right)_v = \nu\left[C_v - \frac{3}{2}R\right]$, а дальше через узгляднене (2), (3), (4) і (6)

(7) $$\frac{3av}{\varkappa} = R + \nu\left[\tfrac{1}{3}C_v - \tfrac{1}{2}R\right]$$

зн. добуток сочинника тиску (Spannungskoeffizient) і атомового обему одноатомових тїл є лїнїовою функциєю атомового тепла.

Впроваджуючи дальше закон Dulong-Petit'а в поданій Boltzmann'ом формі: $C_v = 3R$ приходить ся з (7) до дальшої консеквенциї:

(8) $$\frac{3av}{\varkappa} = \frac{\nu + 2}{2}R$$

т. зн. Сочинник тиску (Spannungskoefficient) одноатомових сталих і плинних тїл є означеною многократностию числа атомів в одиницї обему.

З термодинамічної наконець реляциї між температурою а обємом при адябатичній компресиї:

$$\frac{dT}{T} = -\frac{dv}{v}\left(\frac{3av}{\varkappa C_v}\right)$$

виходить з огляду на (8) і сталїсть C_v, що:

Всї одноатомові сталі і плинні матерні дізнають при однаковій адябатичній компресиї однакових підвисшок температури.

Сї консеквенциї, які автор виводить з теориї *G. Mie,* розглядає відтак на чисельнім материялї, критично дібранім і провіряє так на металях, як неметалях. Між иньшим виходить перспектива можности *обчисляти* сочинники компресиї для одних металїв з других. Для ірідіюм обчисляє автор $0{,}28.10^{-12}$, отже меньший від всїх досї звісних. Цїла праця є важна яко свого рода критерия, о скілько для металїв можна приймати одноатомову конституцию [пр. *Sb* і *Bi* мають зовсїм иньшу молекулярну структуру, бо випадають зовсїм з зіставленя], або також о скілько можна приймати потенцыял відпихаючих сил в формі $\Phi(r)=\frac{a}{r^{\nu}}$ (для тяжких металїв виходило би $\nu=12$).

Ю. Гірняк.

Hans Goldschmidt — Über die Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit von der Temperatur in homogenen gasförmigen Systemen. Physikalische Zeitschrift. 10 Jahrg. (März) p. 206. 1909.

Автор подає короткий автореферат своєї недавної працї (Inaugural-Dissertation. Breslau, 1907), якої цїлию було вишукане гіпотези, дозваляючої вирахованє високого сочинника температури скорости хемічних реакций. По дискусиї всїх дотепер пропонованих форм, виходить автор від ідеї Arrhenius'а, яка розріжняє два роди реаґуючих молекулів, іменно: активні і неактивні. Покористуючи ся дальше деякими кінетичними поглядами G. Jäger'а, ставить такий постулят: Зі всїх молекулів ґазу реаґують лиш сї, які мають скорість v більшу від найправдоподібнїйшої α (в змислї Maxwell'а). Їх число можна найти через інтеґрацию вираженя:

$$dn=\frac{4}{\sqrt{\pi}}.N.\frac{v^3}{\alpha^2}\cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}.dv$$

яку автор переводить при помочи всуненя між дві сусїдні функциї:

$$\frac{v}{\alpha^2}\cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}, \quad \frac{v^3}{\alpha^4}e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}.$$

В такий спосіб приходить до скорости процесу:

$$k=\frac{const}{\alpha}\sqrt{v^2+\alpha^2}\cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

а дальше до форми Arrhenius'а для сочинника температури:

$$ln \frac{k_2}{k_1} = A\left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right].$$

Теория дає ліпші результати в висших температурах, і при вартостях сочинника більших від 2. *Ю. Гірняк.*

F. Krüger — Zur Kinetik des Dissoziationsgleichgewichtes und der Reaktionsgeschwindigkeit. Göttinger-Nachrichten. 1908, p 318.

Як звісно, вже Boltzmann подав кінетичну теорию диссоцияциї, виводячи незалежно від міжатомного механїзму процесу, реакцийну ізотерму і ізохору. Рівновага між звязаними, а незвязаними атомами є ту статично представлена. Як стан системи є віддалений від рівноваги, тоді через принятє скорости реакциї в однім напрямі пропорциональним до числа взаїмних ударів реаґуючих молекулів доходить ся легко до законів кінетики, бо послїдне число є відповідно пропорциональне до концентрациї переміняючої ся материї, до єї квадрату і т. д. Але ніяк не можна було кінетично зрозуміти анормально високого сочинника температури реакциї, бо зріст числа ударів між молекулами є пропорциональним до другого коріня температури. Дальші кінетичні теориї диссоцияциї L. Natanson'а і G. Jäger'а тої справи не дотикали. Автор піднимає ся тому теорию дальше здетайлїзувати в тій цїли, щоби дійти до конкретного єї висказу в квестиї згаданого сочинника. При розкладї молекула AB на атоми A і B в ґазовім станї автор робить слїдуючі три заложеня. 1) В молекулї AB атом B находить ся в сфері притяганя атому A, маючи повну свободу руху. 2) Скорости атому B в AB є розложені після закону Maxwell'а. 3) Атом B може відлетїти зі сфери атому A лиш тодї, як єго скорість переступить означену границю c. 4) Кождий удар атомів A і B уважає ся за такий, що веде до сполуки в молекул.

Всї повисші заложеня є дуже основно і стисло мотивовані. Перше пр. є в згодї з консеквенциями теориї питомого тепла ґазів поставленої Maxwell'ом, яка при свобідній сполуцї двох атомів в молекул дає вартість $\frac{C_p}{C_v} = 1{\cdot}33$. А до тої вартости стремлять імовірно при підвисшеню температури навіть сї ґази, які мають троха більше $\frac{C_p}{C_v}$. Взагалї розумованя автора є тут дуже гарні. Назвім скількість молекулів AB в одиницї обєму N_0, атомів A N_1, а B N_2. Промінь сфери атому A ϱ. Тодї обєм всїх сфер молекулів

AB виносить $^4/_3\,\varrho^3\,\pi\,N_0$. В нім є взагалї N_0 атомів. Проте в одиницї обєму тих сфер є

$$\frac{N_0}{^4/_3\,\pi\,\varrho^3 N_0} = \frac{3}{4\,\varrho^3\,\pi} \text{ атомів } B.$$

З тих знов атомів число:

$$\frac{3}{4\,\varrho^3\,\pi} \sqrt{\frac{km}{\pi}}\, e^{-kmu^2} du$$

буде мати скорість між u а $u + du$ прямовісно звернену до одиницї поверхнї сфери т. є маса атому $B,$ а стала k є здефінїована рівнанєм $\frac{3}{4k} = \frac{1}{2} mv^2$, причім v^2 є пересїчним квадратом скорости атомів B. Анальоґічно тепер, як то приходить в кінетичних теориях плинів Voigt'a і Kamerlingh-Onnes'a, помноженєм послїдного числа через u приходимо до скількости тих атомів $B,$ що доходять в одиницї часу до поверхнї сфери. Ся послїдна виносить $4\,\pi\,\varrho^2 N_0$. Отже всїх таких атомів B буде:

$$\frac{3}{4\,\varrho^3\,\pi} \cdot 4\,\pi\,\varrho^2 N_0 \cdot \sqrt{\frac{km}{\pi}}\, u \cdot e^{-kmu^2} . du$$

$$= \frac{3\,N_0}{\varrho} \sqrt{\frac{km}{\pi}}\, u e^{-kmu^2} . du.$$

Вилетїти з тої сфери, зн. здиссоцiовати ся, можуть лиш з тих послїдних сї атоми, яких скорість є більша від $c,$ то є:

$$v = \frac{3\,N_0}{\varrho} \sqrt{\frac{km}{\pi}} \int_c^\infty u \cdot e^{-kmu^2} du = \frac{3\,N_0}{2\varrho \sqrt{km\pi}}\, e^{-kmc^2}$$

Ту можна положити: $k = \frac{3}{2} \frac{1}{mv^2}, \frac{p}{N} = \frac{1}{3} mv^2 = RT,$

отже $k = \frac{3}{2} \frac{1}{3RT} = \frac{1}{2RT}$, так що буде остаточно:

$$v = \frac{3N_0 \sqrt{2R}}{2\varrho \sqrt{m\pi}} \sqrt{T}\, e^{-\frac{\frac{1}{2}mc^2}{RT}}$$

Число знов тих атомів $B,$ що входять з внї в сферу атомів A є дане скількостию ударів між A і $B,$ отже

$$v' = \sqrt{2}\,\pi\varrho^2 N_1 N_2 v$$

або в виду $v^2 = \frac{3R}{m} T$

$$v' = \sqrt{\frac{6R}{m}} \,.\, \pi \,.\, \varrho^2 \,.\, N_1 \,.\, N_2 \,.\, \sqrt{T}.$$

В рівновазї мусить бути $v = v'$, отже

$$\frac{3N_0 \sqrt{2R}}{2\varrho \sqrt{m\pi}} \sqrt{T} e^{-\frac{mc^2}{2RT}} = \sqrt{\frac{6R}{m}} \,.\, \pi \,.\, \varrho^2 N_1 N_2 \sqrt{T}$$

або
$$3N_0 e^{-\frac{mc^2}{2RT}} = (2\pi)^{3/2} \varrho^3 N_1 N_2$$

або
$$\frac{N_1 N_2}{N_0} = \frac{3}{(2\pi)^{3/2} \varrho^3} e^{-\frac{mc^2}{2RT}}$$

В такий спосіб приходить автор до реакцийної ізотерми. З тої послїдної через льоґаритмічне ріжничкованє дуже легко перейти до реакцийної ізохори, іменно:

$$\frac{d\ln k}{dT} = \frac{mc^2}{2RT^2}$$

Квестия сочинника температури є через таке видедукованє рівнань також розвязана. Скількість розпадаючих на атоми молекулів в одиниці часу є іменно:

$$v = -\frac{dN_0}{dt} = \frac{3N_0 \sqrt{2R}}{2\varrho \sqrt{mn}} \sqrt{T} e^{-\frac{\frac{mc^2}{2}}{RT}}$$

Фактор $\sqrt{T}$ причиняв би ся не много до зросту скорости диссоцияції з температурою, але експоненцияльна функция $e^{-\frac{\frac{mc^2}{2}}{RT}}$ дає дуже велику підвижку навіть при невеликій вартости тепла диссоцияції $q = \frac{mc^2}{2}$. Кажучи словами, той факт є обусловлений тим, що скількість атомів маючих потрібну мінімальну скорість c до здиссоциованя (вискоченя зі сфери атому *A)* зростає з температурою після експоненцияльної функциї Maxwell'а. *Ю. Гірняк.*

Wilhelm Engler — Über den Einfluß der Temperatur auf radioaktive Umwandlungen. Annalen der Physik, 26, p. 483. 1908.

Праця рішає експериментально дуже важне питанє. Тепло уважає ся за енерґію нереґурярних молекулярних і інтрамолекулярних рухів, при яких що найменьше атоми яко цілість беруть участь. Тому при радіоактивних перемінах не можна a priori сподївати ся якого небудь впливу температури, вони взагалї мали бути відпорні чи независимі від фізичних чи хемічних реаґенсів. До послїдного часу справа не була остаточно рішена. Автор приходить до результату, що:

1) Радіоактивні явища мають свій сочинник температури.

2) Через підвисшенє температури прискорюють ся процеси переміни радіової еманациї, раду *A*, *B* і *C*.

3) Вплив температури обмежає ся лиш до часу нагріваня. По остудженю сталі переміни приймають знов тую вартість, що перед огрітєм. *Ю. Гірняк.*

Университетскія извѣстія, годъ сорокъ девятый, Кіевъ 1909. № 1 – 7, за сїчень до липня, 8°.

Отсї публїкациї містять м. и. такі твори з обсягу математичних наук:

№ 1. В „протоколах Фізико-математичного товариства“ за 1907 рік реферати: П. Долгушина „Проєкт пляну науки математики для мужеських ґімназій“ (стр. 191 – 279), Івана Бєлянкіна „Короткий огляд історії розвитку математики від найдавнїйших часів до наших днів“ (стр. 281 – 300), „Узагальненє теорему Budan-Fourier'a“ (стр. 301 – 319) а вкінцї того-ж нотатка „До руху матеріяльної точки по кривій другого порядку“ (стр. 321 – 323), в якій виказує, що під діланєм сили, яка переходить через початок сорядних і є пропорціональна до

$$P=\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\left\{L+My+a\sqrt{L+2My+Ny^2}\right\}^3},$$

матеріяльна точка може описувати стіжковий перекрій.

№ 2. Проф. Бубнов. Ориґінальний твір Герберта про абак. (Фільольоґ. етюд в обсягу історії матем.) (стр. 107 – 150). Проф. Д. А. Ґраве, Елєментарний курс теорії чисел (стр. 1—50). В І. части є такі 4 роздїли: 1. про дїлимість чисел, 2. про пристайности (конґруенції), 3. про пристайности першого степеня, 4. про пристайности висших степенїв. Виклад доволї ясний і приступний.

В додатку: Обсервації метеорольоґ. обсерваторії київського університета (за липень—вересень 1907) (стр. 1—21).

№ 3. Продовженє праці проф. **Бубнова** про Герберта (стр. 151—192). Продовженє праці проф. **Ґраве** „елєментарний курс теорії чисел“ (стр. 51—100) містить такі розділи: 5. теорія степенних останків і 6. квадратні останки.

№ 5. Продовженє статї проф. **Бубнова** про Герберта (стр. 193—238). Проф. Д. Ф. **Фоґель**, Курс сферичної астрономії (стр. 1—38) в I. части: вступ, предмет сфер. астрономії і системи астрон. сорядних, в II. части: сферичну триґонометрию і деякі формулки до численя льоґаритмами.

№ 6. Продовженє статї проф. **Бубнова** про Герберта (стр. 239—282). Продовженє статї проф. **Фоґеля**, Курс сферичної астрономії (стр. 39—60), III. часть: переміна сорядних. Результати обсервацій метеорол. унїв. стації в Київі (за жовтень—грудень 1907), (стр. 1—21).

№ 7. Докінченє статї проф. **Бубнова** про Герберта (стр. 283—298). Продовженє статї проф. **Фоґеля**, Курс сферичної астрономії (стр. 61—78). IV. часть: поміри часу. Продовженє статї проф. **Ґраве**, Елєментарний курс теорії чисел (стр. 101—190), II. часть 1. Елєментарна теорія тяглих дробів та діофантові рівнаня, 2. розвиванє невимірних чисел на тяглі дроби, 3. основи теорії квадратних форм і розвязка квадр. рівнань при помочи тяглих дробів, 4. квадратні форми о відємній детермінантї, 5. представлюванє цїлих чисел при помочи квадр. форм, 6. рівнанє Пеля, теореми Euler'а та Lagrange'а, 7. цілочисельна розвязка діофантових квадратних рівнань о двох незвісних, 8. одна квестія з аритметики; нормальні кубічні рівнаня. *М. Ч.*

Sitzungsberichte der Kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien. CXVII. Band, Jahrgang 1908. Heft (VIII—XII) Abteilung IIa. Wien 1908. Hölder.

Е. **Ляндау**. Одно твердженє про границї (стр. 1089—1094); про перві числа в аритметичній проґресії і перві ідеали в клясї ідеалів (стр. 1094—1107). Ф. **Форхгаймер**, про кілька зеркал на поверхнях води (стр. 1109—1126). Й. **Набль**, про перепони в діланю радіоактивного ґазу в замкненім просторі наслїдком вложеної тамтуди вальцеватої штаби, яка не перепускає діланя (стр. 1117—1157). Г. **Зірк**, про відносини між середньою свобідною довжиною молекулів а сочинником заломаня ґазу (стр. 1159—1164). К. **Заградні к**, конструкція раціональних кривих 3-го і 4-го порядку згл. класи при помочи колінїйно інцідентних елементів (стр. 1167—1190). А. Веллїк, про радіоактивне заховуванє ся води з Ґрацу і околиць (стр. 1191—1226). І. Рожіє, про методу, мірити рівночасно електромоторні сили і внутрішнї опори при рівночаснім тяглім змінюваню їх (стр. 1227–1230). А. Дефан (Defant), означенє густоти снїгу на горі Hoher Sonnblick (3106 m) (стр. 1231—1249). А. Васмут, про вибір „канонїчного розділу“ систем в статистичній механіцї (стр. 1253–1269). Л. Тушель, до вихіснуваня сферичного відвзорованя в начерковій ґеометрії (стр. 1261—1289). А. Ваґнер, розслїджуванє елементів в хмарах на горі Hoher Sonnblick (стр. 1281—1293). Ф. М. Екснер, Вислїди кількох реєстровань температури на озері Вольфґанґа (стр. 1295—1315). Л. Ганні, кінематична інтерпретація рівнань Мексуеля з оглядом на прінціп ґеометричної взаїмности, продовженє (стр. 1317—1331).

CXVIII. Band. Jahrgang 1909. (Heft I–IV). Abteilung IIa. Wien 1909. Hölder.

Е. Мілєр, про площі посуваня, яких одна громада творячих складаєть ся із звичайних шрубових лінїй (стр. 3—13). Е. Круппа, Про спорідненє і рівнобіжний мет в чотиророзмірнім просторі (стр. 15—24). К. Кольравш, причинки до пізнаня атмосферної електричности XXX. (стр. 25—69). В. Шмідт, безпосереднє означенє скорости паданя дощевих капель (стр. 71—84). Е. Вельш, про розвиненє добутка двох функцій кулї на функції кулї (стр. 83—90). Е. Швайдлєр, причинки до пізнаня атмосферної електричности XXXI. (стр. 91–98). Г. Ган, про екстремальні луки, яких кінцева точка є спряжена до кінцевої (стр. 99—116). К. Давблєбскі Ф. Штернек, про комбінації на суми кляс останків, первих супроти якогось степеня первого числа (стр. 119—132). Е. Гелєбранд, вигідний розклад тягарів при помірах трикутників, з оглядом на середній блуд точки (стр. 133–172). Е. Дінцль, про числа в тілї $k(\sqrt{-2})$, аналоґічні до чисел Бернулїя (стр. 173–201). О. Тумлїрж, рівнанє рівноваги течий при високім тиску (стр. 203–241). Ф. Мертенс, про рівнаня Абеля та твердженє Кронекера про рівнанє подїлу лємнїскати (стр. 245–292). В. Шмідт, студії до змін температури в ночи (стр. 293–319). Ф. Еренгафт, метода означуваня елєментарної скількости електричности (стр. 321—330). К. Пшібрам, про подвижність йонів в парах та їх відносини до кондезації (2. нотатки) (стр. 331—360). Г. Зірк, проби катодного виділеня індукції тора з його солонокваснних розтворів (стр. 363—371). Ф. Франк, становиско прінціпу зглядности (релятивности) в механьці та слектродинаміці (стр. 373—446). А. Прей, про випадок типу $\frac{1}{3}$ в системі малих планет (стр. 447—484). А. Клїнґач, до фотоґрафічного означуваня місця (стр. 485—509). І. Едер і Е. Валента, мірене довжини фаль в червоній околиці іскрової дуговини (стр. 511—524). *М. Ч.*

Mitteilungen der Erdbeben-Kommission der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, № XXXV. Wien 1909. Hölder.

Обіймає: др. Рудольф Шнайдер, про пульсаторичні осціляції (мікросейсмічний несупокій) земської поверхнї в зимі 1907/8 у Віднї (стр. 1—47). Описані апарати, якими роблено поміри, спосіб, як вихісновувано обсервації, та вислїди обсервацій з тої зими, яка записалась в історії Відня сильним землетрясенєм. *М. Ч.*

Jahresbericht des physikalischen Vereines zu Frankfurt am Main, für das Rechnungsjahr 1907/8. Frankfurt a/M., C. Naumann, 1909. Стр. 124 з таблицями. 8°.

Зміст: Справи товариства (стр. 3—42). Учительська діяльність і працї в інститутах (стр. 43—107). Реферати: C. Déguisne, Осцільоґрами кривих наряду і поля, обсервовані на асінхронїчнім однофазовім моторі (стр. 108—116 з таблицею). Метеорольоґ. і иньші обсервації (стр. 117—123). *М. Ч.*

	корон
Левицкий Володимир. Материя і єї переміни	0.20
— Начерк термінольоґії хемічної	0·25
Левицкий Огоновский. Альґебра для висших кляс шкіл середних Частина I.	2·—
— „ „ „ „ „ „ „ II.	3·—
Матвіяс Софрон. Дещо про лучі Бекереля	0·20
— Новійші розслїди над лучами Бекереля	0 10
Мазуренко. Прохимію	0·42
Миколаєвич Як. Опис ґеоґрфаъ.-статист. повіти Камяндцкого	2·—
— Про падучі зьвізди	0·10
Наумович В. Величина і будова звіздняго сьвіта	0·15
Налковський. Про воду на суші і в морі	0·80
Огоновский Петро. Учебник аритметики для низших кляс середних ч. I.	1·80
— „ „ „ „ „ „ ч. II.	1·80
— Учебник фізики для низших шкіл середних (вичерпане)	—·—
Озаркевич Евген. Дослїди над переміною материї	0·20
— Про уробілїнну жовтачку	0·10
Охнич Михайло. Туберкульоза у людий і зьвірят	0·60
Окуневський Я. Листи з чужени 2 томи	8·—
Олехнсвич Р. Раси Евроъи	0·70
Пулюй Іван. Непропаща сила	0·20
— Нові і перемінні зьвізди	0·15
— Електрична централя Гогенфурт з 8 табгицями.	2 40
— Кругова діяґрама ґснераторів для перемінних прудів.	0·25
Примак Федір. Єще кілька слів про глєзу риб кістноскелєтних	0·20
Подолиноький С. Жите і здоровлє люъий на Українї	3·—
Раковский Іван. Вік нашої землї	0·10
— Вульканы	0·20
— Історня а природничі науки	0.40
— Про землю, сонце і зьвізди	0·50
Ростафінський-Верхратский. Ботбніка для визших кляс	2·40
Рудницкий Стефан. Про плями сонїчні часть I. (вичерпане)	—·—
— „ „ „ „ II.	0·90
— Дещо з нашої популярно-природописної лїтсратури	0.40
— Дещо про Антарктиду	0·20
— Знадоби до морфольоґії Карпатського сточища Днїстра	0·85
— Кілька гадок про ґеоґрафічні екскурсії в середнїх школах.	0·30
— Лїтературні новини до ґеоґрафії України-Руси	0·20
— Нинїшна ґеоґрафія	0·60
— Фізична ґеоґрафія при кінци XIX. столїтя.	1·20
— Начерк ґеоґрафічної термінольоґі	2·—
Савицкий Е. М. Ґеометрия для висших кляс	3.80
Сидорак Семен. Студия анатомічна над взаїмними відношенями знаряду слухового і міхура плавного у риб шарановатих і вюноватих	1·—
— Про ногастки зібрані в Галичинї	0·30
Сірий Юрій. Жите ростин	0·70
— Про сьвіт Божий	0·84
Стефанович Е. Зведенє інтеґралів елїптичних	0·15
Сумцов Н. О. Малорская Ґеограф. номенклятура	1·40
Уайт D. Розвій ґеоґрафічних поглядів	0·30
— Розвій астрономічних поглядів	0·45
— Розвій поглядів на вселенну	0·90
Феррієр. Дарвінїзм	1·70
Флямаріон К. Небо. Астрономічна розвідка	2·40
Фрас Е. Нарис ґеольоґії	1·60

АДРЕСА:

Наукове Товариство імени Шевченка.

Львів, ул. Супїнського ч. 17.

ADRESSE:

Ševčenko-Gesellschaft der Wissenschaften, Lemberg, Supiński-Gasse 17

Цїна 5 корон.