ЗБІРНИК

СЕКЦИЇ
МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛІКАРСКОЇ

НАУКОВОГО ТОВАРИСТВА ІМЕНИ ШЕВЧЕНКА.

Т. I.

під редакцією

Івана Верхратского і Володимира Левицкого.

У ЛЬВОВІ, 1897.

Накладом Наукового Товариства імени Шевченка.

З друкарні Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

ЗБІРНИК

СЕКЦИЇ
МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛІКАРСКОЇ

НАУКОВОГО ТОВАРИСТВА ІМЕНИ ШЕВЧЕНКА.

Т. I.

ПІД РЕДАКЦИЄЮ

Івана Верхратского і Володимира Левицкого.

У ЛЬВОВІ, 1897.

Накладом Наукового Товариства імени Шевченка.

З друкарні Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

Зміст.

INHALT.

ВІД ТОВАРИСТВА.

Скорий поступ в розвою роботи наукової в Товаристві і його виданнях дає спромогу — а заразом і потребу дальшого помноження наукових публїкаций і їх подїлу відповідно галузям наук, що входять в круг роботи секций Товариства. Періодичний орґан Товариства — „Записки“, не можучи містити в собі розправ всїх секций, на далї стають видавництвом для історії з її помічними науками (археольоґією, історичною ґеоґрафією etc.) та фільольоґії з історією лїтератури — для розвідок і дрібних материялів, переважно що до України-Руси, себто орґаном (періодичним) секций — фільольоґічної й історично-фільозофічної, а по при нього засновують ся неперіодичні „Збірники“ поодиноких секций, отже фільольоґічної, історично-правничої і математично-природописно-лїкарскої. Таким чином секция математично-природописно-лїкарска дістає свій осібний орґан, подібно як правники секциї історично-правничої давнїйше вже мали осібне видавництво в „Часописи правничій“, секциї же — фільольоґічна і історична в згаданих „Збірниках“ дістають певного рода архиви, де можуть містити в потребі більші розвідки, більші материяли, систематичні збірники статей вже давнїйше друкованих, одно слово — все те, що з того чи иньшого погляду становило би технїчні трудности для друку в „Записках“. Товариство при тім зґрупованю материялу відповідно певним ґрупам наук мало на метї з одного боку — осягнути більшу однїсть і суцїльність в поодиноких публїкациях, з другого — зґруповавши фахових робітників в специяльних орґанах, піддати їм тим самим більшої енерґії й охоти старати ся про дальший розвій наукової роботи.

ВІД РЕДАКЦИЇ.

Отсе видаємо вперше збірник статей з наук математики, природописи і лікарства. Перший раз являють ся в рускім язиці розвідки фахові згаданих наук зібрані разом в одну книжку. І передше, правда, печатано статї із згаданих царин наукових в ріднім язиці; тілько-ж були они або розсїяні по ріжних письмах періодичних і мали понайбільше цїль популяризувати науку, або попадались в ряди-годи фахові статї в періодичних „Записках“ Наукового Товариства імени Шевченка тулячись межи иньшими розвідками науковими, переважно історичними або фільольоґічними. Коли-ж прибуло більше трудителїв на полї наук природописних, задумав видїл Товариства основати для Секциї математично-природописно-лїкарскої осібний „Збірник“ видаваний в термінах неозначених.

О скілько зможе успівати праця піднята в тім напрямі, окаже будуччина. Передовсїм іде нам о розвиток науки на нашій питоменній ниві. Наш язик лише тогдї зможе добути собі одвітного і гідного становища, коли розвине ся о стілько, щоби міг стати поруч з образованими язиками других народів Европейских, яко довідний середник звязкого і опредїленого виражаня мислей на всїх полях людского умства. Мусить проте наш язик виробити собі одвітну термінольоґію в ріжних вітах людского знаня, мусить одвітно використати все богацтво рідної словнї а заразом прямовати до потрібної прецизиї, яку стрічаєм у других язиках счасливійше розвитих. Без тих підвалин і думати годї про ширший розвиток науки в рідній бесїдї.

В нашім „Збірнику“ поміщати муть ся оригінальні наукові розвідки з царин математики, фізики, хемії, природної історії і медицини. Окрім того подавати муть ся також оповістки і рецензиї нових праць наукових відносного фаху а іменно таких, котрі окажуть ся важнійшими.

Про вагу наук математично-природописних тут розводитись не будем, бо їх вплив на культуру всего людства загально звісний — а лише виражаємо бажанє, щоби Всечесні Родимці зволили віднести ся прихильно до нашого діла і після сил підсобляли нашим змаганям і замислам.

І. В.

Про переступ чисел e і π.

Написав

ВОЛОДИМИР ЛЕВИЦКИЙ.

(Посьвячено О. Петрикови).

Числа e і π мають у всїх теориях математичної аналїзи первостепенне значінє; тому то змаганя найбільших математиків стреміли до сього, щоби розслїдити натуру тих чисел, бо блисше спізнанє їх власностий могло кинути ярке сьвітло на много інтересних проблємів аналїтичних, от хоч би н. пр. на звісний проблєм квадратури кола, що побіч квестиї „perpetuum mobile“ занимав уми многих учених аж по часи нинїшні.

Вже Lambert доказав, що число π не є рациональне, а подібно і число e^x не може бути рациональним на случай, коли x є числом рациональним. Дальше єще пішов Legendre, бо показав, що не лиш π, але і π^2 не є числом рациональним, отже що π не є другим коренєм, а Liouville доказав,[1]) що так e, як і e^2 не є коренями рівнаня квадратового з цїлковитими сочинниками.

Овид математичний розширив ся завдяки розслїдам згаданого вже Liouville'a, котрий виказав,[2]) що є числа, які не можуть бути коренями рівнань альґебраічних, отже, що побіч чисел альґебраічних істнує велике множество чисел т. зв. переступних. Ріжнять ся они тим, що наколи числа альґебраічні — як їх назвав Kronecker — є коренями рівнаня:

$$x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + \cdots + a_m = 0,$$

[1]) Journal de Mathématiques т. 5.

[2]) loc. cit. т. 16.

де a_s є числа рациональні, то числа переступні не є коренями такого рівнаня, отже не мож їх одержати з сочинників рівнаня через рациональні діланя, до яких що найбільше можна єще зачислити витяганє коренів.

Довгі часи стояла непорішена квестия, чи згадані числа e і π, а бодай їх степені є числами альґебраічними, чи нї, але аж в найновійших часах виказав Hermite, що число e є переступне, а в кілька літ пізнїйше доказав сього твердженя також і що до числа π Lindemann. Докази тих математиків є доволї скомплїковані, опирають ся на певних інтеґралах і свойствах рівнань альґебраічних, тому-то для ширшого загалу математичного були досить недоступні; длятого пізнїйші математики старали ся звести ті докази до форми можливо простої. І так Weierstrass подав простїйший доказ переступу числа π, хоть і сей доказ потребує помічних тверджень і знакомости розслїдів Hermite'a. Доперва послїдними роками подав Hilbert доказ переступу чисел e і π, де вистане просте знанє рахунку інтеґрального; єще дальше пішов Hurwitz, що подав доказ переступу числа e лиш при помочи рахунку ріжничкового, а найдальше в тім згляді пішов Gordan, бо його доказ переступу чисел e і π зовсїм обходить ся без знакомости рахунку інфінітезімального, а що найбільше до єго зрозуміня треба знати деякі понятя з теориї рядів.

Розвідка нинїшня має за завданє представити всї ті розслїди способом ґенетичним, так як они слїдували по собі від глубоких, в женїяльний спосіб при помочи висших средств аналїзи математичної переведених розслїдів Hermite'a і Lindemanna до простих розслїдів Gerdana. Перша часть містити-ме розслїди про число e, друга розслїди про число π; окінченєм сеї розвідки є згадана уже квестия квадратури кола.

ЧАСТЬ ПЕРША.

Розслїди Hermite'a.[1])

1. Основною точкою розслїдів Hermite'a є твердженє, що для якої небудь степени μ всегда дасть ся найти якась

[1]) Поміщені они в Hermite'a: Sur la fonction exponentielle, Paris 1874, як також в Journal f. r. u. a. Mathematik, том 76. ст. 303 і 342.

функция $\frac{M(x)}{N(x)}$, що в приближеню (яко дроб приближений) представляти-ме функцию виложну e^x. Твердженя сього докажемо тепер.

Возьмім функцию цїлковиту $f(z)$ степени μ і положім:

$$\frac{f(z)}{x} + \frac{f'(z)}{x^2} + \cdots + \frac{f^{(\mu)}(z)}{x^{\mu+1}} = F(z),$$

то через частне інтеґроване інтеґралу:

$$\int e^{-zx} f(z)\, dz.$$

дістанемо:

$$\int e^{-zx} f(z)\, dz = - e^{zx} F(z),$$

або в границях ζ і Z:

$$\int_{\zeta}^{Z} e^{-zx} f(z) dz = e^{-\zeta x} F(\zeta) - e^{-Zx} F(Z). \qquad 1)$$

Наколи приймемо, що ζ є h-кратним, Z k-кратним коренем рівнаня $f(z)=o$, отже що:

для ζ $\quad f(\zeta) = f'(\zeta) = \cdots = f^{(h-1)}(\zeta) = o.$

для Z $\quad f(Z) = f'(Z) = \cdots = f^{(k-1)}(Z) = o,$

то дістанемо:

$$F(\zeta) = \frac{f^{(h)}(\zeta)}{x^{h+1}} + \cdots + \frac{f^{(\mu)}(\zeta)}{x^{\mu+1}}$$

$$F(Z) = \frac{f^{(k)}(Z)}{x^{k+1}} + \cdots + \frac{f^{(\mu)}(Z)}{x^{\mu+1}}$$

або:

$$F(Z) = \frac{M(x)}{x^{\mu+1}}, \qquad F(\zeta) = \frac{N(z)}{x^{\mu+1}},$$

де $M(x)$ є цїлковита функция степеня $m=\mu-k$, $N(x)$ степеня $n=\mu-h$.

Рівнане 1) дасть тепер:

$$e^{-\zeta x} N(x) - e^{-Zx} M(x) = x^{\mu+1} \int_{\zeta}^{Z} e^{-zx} f(z) dz, \qquad 2)$$

а наколи єще заложу $\zeta = o$, то:

$$e^{Zx}N(x) - M(x) = x^{\mu+1}e^{Zx}\int_{o}^{Z} e^{-zx}f(z)dz.$$

Наколи по правій сторонї за e^{Zx} і e^{-zx} положимо їх розвиненя, то побачимо, що розвиненє починає ся від $x^{\mu+1}$; за тім e^{Zx} дасть ся представити через дроб $\frac{M(x)}{N(x)}$ з приближенєм до μ-тої степени; q. e. d.

2. Возьмім:

$$f(z) = (z-z_0)^{m_0}(z-z_1)^{m_1} \cdots (z-z_n)^{m_n},$$

а кромі сього возьмім єще функцию:

$$f_1(z) = (z-z_0)(z-z_1) \cdots (z-z_n),$$

$$\mu = m_0 + m_1 + \cdots + m_n,$$

то з загальної форми на $F(z)$ слїдно, що:

$$F(z_0) = \frac{N(x)}{x^{\mu+1}},\ F(z_1) = \frac{M_1(x)}{x^{\mu+1}},\ \cdots\cdots\ F(z_n) = \frac{M_n(x)}{x^{\mu+1}},$$

де $N(x)$ є цїлковита функция арґументу x степеня $(\mu - m_0)$, $M_1(x)$ степеня $(\mu - m_1)$, $\cdots$ $M_n(x)$ степеня $(\mu - m_n)$. З рівнаня 2) дістанемо для $i = 1, 2, 3, \cdots n$:

$$e^{-z_0x}N(x) - e^{-z_ix}M_i(x) = x^{\mu+1}\int_{z_0}^{z_i} e^{-zx}f(z)dz,$$

а наколи єще заложимо $z_0 = o$, то дістанемо:

$$e^{z_1x}N(x) - M_1(x) = x^{\mu+1}\int_{o}^{z_1} e^{(z_1-z)x}f(z)dz.$$

$$e^{z_2x}N(x) - M_2(x) = x^{\mu+1}\int_{0}^{z_2} e^{(z_2-z)x}f(z)dz.$$

.....

$$e^{z_nx}N(x) - M_n(x) = x^{\mu+1}\int_{o}^{z_n} e^{(z_n-z)x}f(z)dz.$$

Позаяк розвиненя правих сторін починають ся від $x^{\mu+1}$, то ті рівнаня дадуть приближеня для величин e^{z_1x}, e^{z_2x}, $\cdots$ $\cdots$ e^{z_nx} в видї приближених дробів: $\frac{M_1(x)}{N(x)}$, $\frac{M_2(x)}{N(x)}$, $\cdots$ $\frac{M_n(x)}{N(x)}$ о рівних знаменниках.

3. Заложім тепер:

$$m_0 = m_1 = \cdots = m_n,$$

то:

$$f(z) = f_1(z)^m.$$

Тоді дістанемо точно означений систем дробів приближених; систем сей змінить ся однак, наколи ми постенно за m будемо класти m+1, m+2, ---- Однак кождий слїдуючий систем дасть ся обчислити на основі попередних системів, а то на основі обчисленя інтеґралів:

$$\int_{z_0}^{z_i} e^{-z} f_1(z)^m dz, \quad \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} f_1(z)^{m+1} dz, \quad \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} f_1(z)^{m+2} dz, \cdots\cdots$$

і то слїдуючих з попередних.

Hermite обчисленє се веде слїдуючим способом:

Через частне інтеґрованє і увагу, що:

$$\frac{f_1'(z)}{f_1(z)} = \frac{1}{z-z_0} + \frac{1}{x-z_1} + \cdots + \frac{1}{z-z_n}$$

маємо:

$$\int_{z_0}^{z_i} e^{-z} f_1(z)^m dz = m \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z-z_0} dz + \cdots + m \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z-z_n} dz.$$

Hermite доказує далї, що кождий інтеґрал:

$$\int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^{m+1}}{z-\zeta} dz,$$

де ζ є одною з вартостий: $z_0, z_1, z_2, \cdots z_m$, дасть ся представити в видї:

$$\int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^{m+1}}{z-\zeta} dz = m\varphi(z_0, \zeta) \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z-z_0} dz + \cdots +$$

$$(i = 1, 2, \cdots n) \qquad 3)$$

$$+ m\varphi(z_n, \zeta) \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z-z_0} dz$$

де $\varphi(z)$ є функциєю цїлковитого виду:

$$\varphi(z) = \alpha_0 z^n + \alpha_1 z^{n-1} + \cdots + \alpha_n;$$

α_i обчисляють ся з рівнань:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_0 &= 1, \\
\alpha_1 &= \zeta_1 + s_0 + n \\
\alpha_2 &= \zeta_2 + (s_0+n-1)\,\zeta_1 + (s_0+n)\,(s_0+n-1) + s_1 \\
\alpha_3 &= \zeta_3 + (s_0+n-2)\,\zeta_2 + \left[(s_0+n-1)\,(s_0+n-2) + s_1\right]\zeta_1 + \\
&\quad + (s_0+n)\,(s_0+n-1)\,(s_0+n-2) + (2s_0+2n-2)\,s_1 + s_2 \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \quad 4)$$

де:

$$s_i = m\,(z_0^{\,i} + z_1^{\,i} + z_2^{\,i} + \cdots + z_n^{\,i});$$

$\varphi(z s \zeta)$ показує залежність функциї $\varphi(z)$ від параметру ζ.

Скоро возьмем сталу вартість z_i, а ζ переходить всї вартости, дістанемо з 3) $(n+1)$ рівнань. Коли для скороченя положимо:

$$\varepsilon_m = \frac{1}{m!}\int_{z_0}^{z_i} e^{-z}\, f_1(z)^m\, dz$$

$$\varepsilon_m^{\,h} = \frac{1}{(m-1)!}\int_{z_0}^{z_i} e^{-z}\, \frac{f_1(z)^m}{z - z_h}\, dz \qquad 5)$$

отже:

$$\varepsilon_m = \varepsilon^0_m + \varepsilon^1_m + \varepsilon^2_m + \cdots + \varepsilon^n_m,$$

і наколи за m возьмемо в наших рівнанях $(m-1)$, то — $\varphi(z)$ змінить вартість, але не вид — дістанемо слїдуючі рівнаня:

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon^0_m &= \varphi(z_0 z_0)\varepsilon^0_{m-1} + \varphi(z_1 z_0)\varepsilon^1_{m-1} + \cdots + \varphi(z_n z_0)\varepsilon^n_{m-1} \\
\varepsilon^1_m &= \varphi(z_0 z_1)\varepsilon^0_{m-1} + \varphi(z_1 z_1)\varepsilon^1_{m-1} + \cdots + \varphi(z_n z_1)\varepsilon^n_{m-1} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\varepsilon^n_m &= \varphi(z_0 z_n)\varepsilon^0_{m-1} + \varphi(z_1 z_n)\varepsilon^1_{m-1} + \cdots + \varphi(z_n z_n)\varepsilon^n_{m-1}
\end{aligned}\right\} \quad 6)$$

Коли будемо класти $m = 2, 3, \cdots$, дістанемо цїлий систем рівнань лїнеарних, з котрих зможемо ε^0_m, ε^1_m, $\cdots$ ε^n_m лїнеарно представити через $\varepsilon_1^{\,0}$, $\varepsilon_1^{\,1}$, $\cdots$ $\varepsilon_1^{\,m}$, отже:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon^0_m = a_0\varepsilon_1^{\,0} + a_1\varepsilon_1^{\,1} + \cdots + a_n\,\varepsilon_1^{\,n} \\ \varepsilon^1_m = b_0\varepsilon_1^{\,0} + b_1\varepsilon_1^{\,1} + \cdots + b_n\,\varepsilon_1^{\,n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varepsilon^n_m = l_0\varepsilon_1^{\,0} + l_1\varepsilon_1^{\,1} + \cdots + l_n\,\varepsilon_1^{\,n} \end{array}\right\} \quad 7)$$

В визначнику рівнань 6):

$$D = \begin{vmatrix} \varphi(z_0\,z_0) & \varphi(z_1\,z_0) & \cdots & \varphi(z_n\,z_0) \\ \varphi(z_0\,z_1) & \varphi(z_1\,z_1) & \cdots & \varphi(z_n\,z_1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi(z_0\,z_n) & \varphi(z_1 z_n) & \cdots & \varphi(z_n\,z_n) \end{vmatrix}$$

загальний його член має на основі 4) вид:

$$\varphi(z_i\,z_k) = z_i^n + z_i^{n-1}\,\varphi_1(z_k) + \cdots + \varphi_n(z_k),$$

отже:

$$D = D_1\,D_2, \qquad \text{де:}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} z_0^{\,n} & z_1^{\,n} & \cdots & z_n^{\,n} \\ z_0^{\,n-1} & z_1^{\,n-1} & \cdots & z_n^{\,n-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ z_0 & z_1 & \cdots & z_n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{vmatrix} = \Pi(z_i - z_k),\ D_2 = \begin{vmatrix} 1, & 1, & \cdots & 1 \\ \varphi_1(z_0) & \varphi_1(z_1) & \cdots & \varphi_1(z_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_i\ z_0) & \varphi_i(z_1) & \cdots & \varphi_i(z_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \varphi_n(z_0) & \varphi_n(z_1) & \cdots & \varphi_n(z_n) \end{vmatrix}$$

А що:

$$\varphi_i(z_s) = \varkappa_i = z_s^{\,i} + c_1 z_s^{\,i-1} + c_2 z_s^{\,i-2} + \cdots + c_i,$$

то не тяжко доказати, що $D_2 = D_1$, отже що $D = D_1^{\,2}$.

Визначник рівнань 7), що походять зі зложеня лінеарних системів рівнань, є очевидно рівний добуткови з визначників тих $(m-1)$ системів, отже рівнає ся $D_2^{\,2(m-1)} \gtrless 0$, бо функция $f_1(z)$ має всї коренї $z_0\ z_1\ z_2 \cdots z_n$ між собою ріжні.

4. Щоби найти вартости $\varepsilon_1^{\,h}$ для рівнань 7), виходить Hermite з інтеґралу:

$$\int e^{-z}\,\frac{f_1(z)}{z-\zeta}\,dz,$$

де ζ представляє один з коренів $z_0\ z_1\ z_2 \cdots z_n$ рівнаня $f_1(z) = 0$, і доказує, що:

$$\int e^{-z} \frac{f_1(z)}{z-\zeta} dz = -e^{-z} f_2(z_1 \zeta), \qquad 8)$$

де:

$$f_2(z\zeta) = z^n + \varphi^1(\zeta) z^{n-1} + \varphi^2(\zeta) z^{n-2} + \cdots + \varphi^n(\zeta),$$

а $\varphi^i(\zeta)$ є — як передше $\varphi_i(\zeta)$ — цілковита функция арґументу ζ степеня i; найвисший єї сочинник є 1, а прочі є цілковиті симетричні функциї коренів $z_0\ z_1\ z_2 \cdots z_n$, отже цілї числа, коли ті корінї є цілї. Тодї і всї вартости $f_2(z_i\ z_k)$ є цілї числа, а позаяк они є анальоґічно зложені, як і $\varphi(z_i\ z_k)$, то визначник величин $f_2(z_i\ z_k)$ є також ріжний від зера.

З огляду на рівнаня 5) і 8) маємо:

$$\varepsilon_1{}^h = e^{-z_0} f_2(z_0 z_h) - e^{-z_i} f_2(z_i\ z_h),$$

а наколи місто $\varepsilon_m{}^h$ напишемо $\varepsilon_{i,\ m}{}^h$, щоби зазначити зависимість величин $\varepsilon_m{}^h$ від z_i, то дістанемо рівнаня:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_{i,\ m}{}^0 = e^{-z_0} \alpha_0 - e^{-z_i} \alpha_i \\ \varepsilon_{i,\ m}{}^1 = e^{-z_0} \beta_0 - e^{-z_i} \beta_i \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \varepsilon_{i,\ m}{}^n = e^{-z_0} \lambda_0 - e^{-z_i} \lambda_i \end{array}\right\} \qquad 9)$$

де:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_i = a_0 f_2(z_i z_0) + a_1 f_2(z_i z_1) + \cdots + a_n f_2(z_i z_n) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \lambda_i = l_0 f_2(z_i z_0) + l_2 f_2(z_i z_1) + \cdots + l_n f_2(z_i z_n) \end{array}\right\} \qquad 10)$$

Кілько раз коренї $z_0\ z_1\ z_2 \cdots z_n$ є цїлї числа, мусять і числа α_i, β_i, $\cdots$ λ_i бути цїлї; бо тодї будуть не лиш всї числа $f_2(z_i z_k)$, але і всї величини $\varphi(z_i z_k)$, а також і всї сочинники a, b, $\cdots$ l, утворені з таких виражень через додаванє, відниманє і множенє числами цїлими.

5. На основі дотеперішних розслїдів легко вже перейти до доказу про переступ числа e. Бо наколиби e було числем альґебраїчним, отже корінєм якогось альґебраїчного рівнаня о рациональних сочинниках, то мусїлоб істнувати рівнанє:

$$e^{z_0} n_0 + e^{z_1} n_1 + \cdots + e^{z_n} n_n = 0 \qquad 11)$$

де n_i є цїлї числа, ріжні від зера, а z_0 z_1 ---- z_n числа цїлї додатні. Но наколи ті z_0 z_1 ---- z_n виберемо так, що будуть корінями рівнаня $f_1(z) = o$, то дістанемо з першого із рівнань 9), коли i переходить вартости 1, 2, ---- n:

$$\varepsilon^0_{1m} = e^{-z_0}\alpha_0 - e^{-z_1}\alpha_1$$

$$\varepsilon^0_{2m} = e^{-z_0}\alpha_0 - e^{-z_2}\alpha_2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\varepsilon^0_{nm} = e^{-z_0}\alpha_0 - e^{-z_n}\alpha_n$$

а наколи ті рівнаня по черзі помножимо через $e^{z_1}n_1$, $e^{z_2}n_2$, ---- $e^{z^n}n_n$ і додамо, дістанемо під заложенєм 11) рівнанє:

$$\alpha_0 n_0 + \alpha_1 n_1 + \cdots + \alpha_n n_n = -(e^{z_1}\varepsilon^0_{1m}n_1 + e^{z_2}\varepsilon^0_{2m}n_2 + \cdots + e^{z_n}\varepsilon^0_{nm}n_n). \quad 12)$$

По лївій сторонї є число цїле. Ходить о праву сторону. На основі теореми про середню вартість маємо:

$$\varepsilon^0_{im} = \frac{1}{1.2.3\cdots(m-1)}\int_{z_0}^{z_i} e^{-z}\frac{f_1(z)^m}{z-z_0}dz = \frac{1}{1.2.3\cdots(m-1)}\frac{f_1(\zeta)^m}{\zeta-z_0}\int_{z_0}^{z_i} e^{-z}dz =$$

$$= \frac{f_1(\zeta)}{\zeta-z_0}\,\frac{f_1(\zeta)^{m-1}}{1.2.3\cdots(m-1)}\,(e^{-z_0} - e^{-z_i}),$$

де ζ представлає певну вартість в інтервалї (z_0 ---- z_i). Позаяк при m ростучім in inf. ε^0_{im}, як се з послїдного видко, без кінця меншає для якоїнебудь вартости i, то права сторона в 12) малїє при m ростучім без кінця, отже стає менша від 1; наколи проте рівнанє 12) має оставатись для якогобудь m, мусить права сторона бути зером. Анальоґічно до рівнаня 12) дістанемо систему рівнань:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_0 n_0 + \alpha_1 n_1 + \cdots + \alpha_n n_n = o. \\ \beta_0 n_0 + \beta_1 n_1 + \cdots + \beta_n n_n = o. \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \lambda_0 n_0 + \lambda_1 n_1 + \cdots + \lambda_n n_n = o. \end{array}\right\} \quad 13)$$

Се можливе лиш тодї, коли визначник тих рівнань, утворений з величин α_i β_i ---- λ_i, є зером; однак то послїдне не може бути, бо визначник той, як слїдує з рівнань 10), є добутком двох визначників, одного $D_2^{2(m-1)}$, другого D_2^2, а сей добуток, так як D_2, є ріжний від зера.

З відси слїдує, що рівнанє 11) не може істнувати, отже що число e є переступне.

Розслїди Hilbert'a, Hurwitz'a Gordan'a.[1])

1. Hilbert виходить з рівнаня:

$$a + a_1 e + a_2 e^2 + \cdots + a_n e^n = o,$$

де a_r є числа цїлковиті рациональні; рівнанє се мусїло би істнувати, наколи би e було числом альґебраїчним.

Наколи се рівнанє помножимо через інтеґрал:

$$I = \int_0^\infty z^\varrho \left[(z-1)\,(z-2) \cdots (z-n)\right]^{\varrho+1} e^{-z}\, dz,$$

де ϱ є число цїле додатне, дістанемо вираженє:

$$a\,I + a_1\, e\, I + a_2\, e^2\, I + \cdots + a_n\, e^n\, I = P_1 + P_2,$$

де:

$$P_1 = a \int_0^\infty + a_1\, e \int_1^\infty + a_2\, e^2 \int_2^\infty + \cdots + a_n\, e^n \int_n^\infty,$$

$$P_2 = \quad a_1\, e \int_0^1 + a_2\, e^2 \int_0^2 + \cdots + a_n\, e^n \int_0^n.$$

Але:

$$\int_0^\infty z^\varrho\, e^{-z}\, dz = \Gamma(\varrho+1) = \varrho!\ ^{1)}$$

де $\Gamma(\varrho+1)$ є звісним інтеґралом Euler'a, проте I є число рациональне цїле, подїльне через $\varrho!$, а коли за z будемо брати підставленя:

$$z = z' + 1,\ z' + 2, \cdots z' + n,$$

то дістанемо, що і інтеґрали:

$$e \int_1^\infty,\quad e^2 \int_2^\infty,\ \cdots\cdots\ e^n \int_n^\infty$$

---

[1]) Розслїди Hilbert'a поміщені в Göttinger Nachrichten 1893 N. 2, розслїди Hurwitz'a ibidem N. 4, розслїди Gordana в Mathematische Annalen т. 43 ст. 222.

[2]) Гл. н. пр. Schlömilch. Handbuch der Mathematik II. 609.

є числа цілї рациональні, подїльні через $(\rho+1)!$. Отже P_1 є число ціле, подїльне через $\rho!$, і в виду сього істнувати мусить конґруенция:

$$\frac{P_1}{\rho!} \equiv \pm a \left[n! \right]^{\rho+1} \left(\text{mod. } \rho+1 \right) \quad 1)$$

Наколи в інтервалї $z = (o \text{ ---- } n)$ є:

$$\text{Max. } z(z-1)(z-2) \text{ ---- } (z-n) = k_1$$

$$\text{Max. } (z-1)(z-2) \text{ ---- } (z-n)\, e^{-z} = k_2$$

то очевидно, що:

$$\left| \int_0^1 \right| < k_2 k_1 \rho, \quad \left| \int_0^2 \right| < 2 k_2 k_1 \rho, \quad \text{----} \quad \left| \int_0^n \right| < n k_2 k_1 \rho,$$

а наколи положимо:

$$k = \left\{ |a_1 e| + 2 |a_2 e^2| + \text{----} + n |a_n e^n| \right\} k_2,$$

то тодї дістанемо:

$$|P_2| < k k_1 \rho. \qquad 2)$$

Виберім ρ (цїлковите) так, щоби оно було подїльне через ціле число $an!$ і щоби $n\frac{k_1 \rho}{\rho!} < 1$. Тодї на основі конґруенциї 1) $\frac{P_1}{\rho!}$ є число ціле неподїльне через $(\rho+1)$, отже $\frac{P_1}{\rho!} \lessgtr o$, а позаяк на основі 2) $\frac{P_2}{\rho!} < 1$, то рівнанє:

$$\frac{P_1}{\rho!} + \frac{P_2}{\rho!} = o$$

не істнує. Не істнує тодї і рівнанє, з якого ми вийшли, отже e є числом переступним.

2. Hurwitz бере функцию $f(x)$ цїлковиту рациональну степеня ρ арґументу x і кладе:

$$F(x) = f(x) + f'(x) + \text{----} + f^{(\rho)}(x) \qquad 1)$$

то тодї:

$$\frac{d}{dx}\left(e^{-x} F(x) \right) = -e^{-x} f(x).$$

А позаяк в загалї:

$$\varphi(x) - \varphi(o) = x\varphi'(\vartheta x) \qquad o < \vartheta < 1,$$

то:

$$e^{-x}F(x) - F(o) = -xe^{-\vartheta x}f(\vartheta x), \qquad \text{або:}$$

$$F(x) - e^{-x}F(o) = -xe^{(1-\vartheta)x}f(\vartheta x) \qquad o < \vartheta < 1. \qquad 2)$$

Приймім, що e є числом альґебраічним, отже що істнує рівнанє:

$$a_0 + a_1 e + a_2 e^2 + \cdots + a_n e^n = o \qquad 3)$$

a_ν числа цїлї, а $a_0 < o$ (се можна все так вибрати).

Заложім, що:

$$f(x) = \frac{1}{(p-n)!} x^{p-1} (1-x)^p (2-x)^p \cdots (n-x)^p,$$

p число перве, більше від n; положім:

$$x = 1, 2, 3, \cdots n, \qquad \text{то дістанемо рівнаня:}$$

$$\left.\begin{aligned} F(1) - eF(o) &= \varepsilon_1 \\ F(2) - e^2F(1) &= \varepsilon_2 \\ &\cdots\cdots \\ F(n) - e^nF(o) &= \varepsilon_n \end{aligned}\right\} \qquad 4)$$

де:

$$\varepsilon_k = -ke^{(1-\vartheta)k} \frac{(\vartheta k)^{p-1} (1-\vartheta k)^p \cdots (n-\vartheta k)^p}{(p-1)!}$$

$$\lim_{k=\infty} \varepsilon_k = o. \qquad (k = 1, 2, \cdots n).$$

Але після 1) дістанемо вартість функциї $F(k)$, наколи розвинемо $f(k+h)$ після степенів арґументу k, а опісля степенї $h, h^2, h^3, \cdots$ заступимо через $1!\ 2!\ 3!\ \cdots$.

Проте числа $F(1), F(2), \cdots F(n)$ є подїльнї через p, $F(o)$ не є через p подїльне.

З рівнань 4) і 3) слїдує:

$$a_1F(1) + a_2F(2) + \cdots + a_nF(n) + a_0F(o) = a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + \cdots + a_n\varepsilon_n.$$

А що для $\lim p = \infty$ права сторона стає безконечно мала, то мусить бути:

$$a_1F(1) + a_2F(2) + \cdots + a_nF(n) + a_0F(o) = o. \qquad 5)$$

Однак рівнанє 5) не може істнувати, бо по лївій сторонї є число через p неподільне. Не істнує отже і рівнанє 3), або інакше число e є переступне.

3. Gordan бере під увагу ряд:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots\cdots,$$

і кладе символїчно:

$$r! = h^r;$$

наколи обі сторони помножимо через сю величину $r!$ і якусь сталу c_r, то дістанемо:

$$c_r h^r e^x = c_r (x+h)^r + c_r x^r u^r,$$

де:

$$u_r = \frac{x}{r+1} + \frac{x^2}{(r+1)(r+2)} + \cdots\cdots.$$

Наколи:

$$\xi = |x|, \quad \text{то} \quad |u_r| < e^\xi,$$

а наколи положимо:

$$u_r = q_r e^\xi, \quad \text{то} \quad |q_r| < 1.$$

З 1) маємо:

$$c_r h^r e^x = c_r (x+h)^r + c_r x^r q_r e^\xi,$$

$$e^x \sum_{r=0}^{s} c_r h^r = \sum_{r=0}^{s} c_r (x+h)^r + e^\xi \sum_{r=0}^{s} c_r q_r x^r;$$

положім:

$$\sum_{r=0}^{s} c_r x^r = \varphi(x), \quad \sum_{r=0}^{s} c_r q_r x^r = \psi(x),$$

то тодї:

$$e^x \varphi(h) = \varphi(x+h) + e^\xi \psi(x). \qquad 2)$$

Наколи би істнувало рівнанє:

$$\sum_{k=0}^{n} c_k e^k = 0,$$

то після 2) мусїло би бути:

$$o = \sum_{k=o}^{n} c_k \varphi(x+h) + \sum_{k=o}^{n} c_k \psi(k) e^k. \qquad 3)$$

Наколи возьмемо:

$$\varphi(x) = \frac{x^{p-1}}{(p-1)!} \left[(1-x)(2-x) \cdots (n-x) \right]^p,$$

де p є число перве, більше від n і від c_0, то $\varphi(h+k)$ будуть числа цїлї. Числа $\varphi(h+1)$, $\varphi(h+2)$, ... $\varphi(h+n)$ мають чинник p, число $c_0\varphi(h)$ не має його; коли p росте, φ і ψ стають безконечно малї, рівнанє 3) не може проте істнувати, т. є. число e мусить бути переступне.

ЧАСТЬ ДРУГА.

Розслїди Lindemann'a.[1])

1. Розслїди Lindemanna мають слїдуючу основу: Наколи далоб ся доказати, що число e^ζ не є рацнональне, коли ζ є числом альґебраічним, то з рівнаня $e^{\pi i} = -1$ слїдує просто, що πi, отже і само π не є числом альґебраічним, лиш переступним.

При тім вистане уважати ζ яко цїле число альґебраічне.[2])

Бо наколиби ζ не було цїлим числом альґебраічним і було коренєм рівнаня:

$$\zeta^r + p_1\zeta^{r-1} + p_2\zeta^{r-2} + \cdots + p_r + o \qquad 1)$$

з рацнональними сочинниками, так що можна покласти: $p_i = \frac{q_i}{q}$ де q і q_i є числа цїлї (q найбільший спільний знаменник), то $\zeta' = q\zeta$ сповняє рівнанє:

$$\zeta'^r + Q_1\zeta'^{r-1} + \cdots + Q_r = o,$$

---

[1]) Поміщені они в Math. Annalen т. 20 ст. 213

[2]) Число альґебраічне цїле є таке, що є коренєм рівнаня альґебраічного о цїлковитих сочинниках (гл. н. пр. Bachmann: Vorlesungen u. Natur der Irrationalzahlen ст. 3).

де Q_i є числа цїлї, отже ζ' є числом цїлим альґебраїчним, а наколи e^{ζ} є рациональне, то і $e^{\zeta'} = (e^{\zeta})^{q}$ є рациональне. Наколи отже докажемо, що $e^{\zeta'}$ не є рациональне, де ζ' є цїле число альґебраїчне, то сей доказ має значінє і для e^{ζ}, де ζ є яке-небудь число альґебраїчне. Вистане проте розслїдити рівнанє 1) з рациональними сочинниками.

Приймем дальше, що рівнанє 1) є неприводне (irreductibel); бо наколиби оно було приводне, то булоби добутком неприводних чинників, з яких бодай один для ζ стає ся зером; отже ζ булоби коренєм якогось рівнаня неприводного, яке тодї взялибисьмо за 1).

Наколи отже корені рівнаня 1) є $\zeta_1, \zeta_2, \cdots \zeta_r$, то они є між собою ріжні, бо інакше рівнанє 1) булоби приводним:

Величини:

$$e^{\zeta_1},\ e^{\zeta_2} \cdots\cdots e^{\zeta_r} \qquad 2)$$

є отже коренями рівнаня:

$$(Z - e^{\zeta_1})\ (Z - e^{\zeta_2}) \cdots (Z - e^{\zeta_r}) = o, \qquad \text{або:}$$

$$Z^r + M_1 Z^{r-1} + M_2 Z^{r-2} + \cdots + M^r = o \qquad 3)$$

де сочинники (без огляду на знак) мають вид:

$$\Sigma\, e^{\zeta_1},\ \Sigma\, e^{\zeta_1+\zeta_2},\ \Sigma\, e^{\zeta_1+\zeta_2+\zeta_3},\ \cdots\cdots e^{\zeta_1+\zeta_2+\cdots\zeta_r}.$$

Наколи би одна з величин 2) була рациональна н. пр. $e^{\zeta_1} = \frac{\mu}{\nu}$ то рівнанє 3) мусїло би сповнити ся для $Z = \frac{\mu}{\nu}$, отже мусїло би бути:

$$n_0 + n_1\ \Sigma\, e^{\zeta_1} + n_2\ \Sigma\, e^{\zeta_1+\zeta_2} + \cdots + n_r\ \Sigma\, \zeta_1 = o, \qquad 4)$$

де $n_0, n_1, \cdots n_r$ є числа цїлї. Наколи докажемо, що се рівнанє не є можливе, то тим самим докажемо переступу числа π.

Розслїдїм ту случай, що для кождої функциї в виложнику:

$$\zeta_i,\ \ \zeta_i + \zeta_k,\ \ \zeta_i + \zeta_k + \zeta_l \cdots\cdots$$

альґебраїчно ріжні вартости, які ті функциї при пермутациях коренїв дістають, є і нумерично між собою ріжні, н. пр. всї вартости $\zeta_i + \zeta_k$ є між собою ріжні.

Наколи $F(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \cdots \zeta_r)$ буде яка-небудь функция коренїв ζ_i з цїлими сочинниками, то — як звісно з теориї рівнань — мусять ті нумерично ріжні вартости сочинників сповнити якесь рівнанє, що як 1) має цїлї сочинники і є неприводне. Позаяк тодї і вартости

виложників в кождій сумі, які виступають в рівнаню 4), мусять бути коренями анальоґічного рівнаня, то нїякий з тих виложників не може бути зером. Дальше ми можемо приняти, що не лиш в однїй і тій самій сумі ті всї виложники є між собою ріжні, як оно вже дїйсно є, але що і виложники ріжних сум є між собою ріжні; бо наколи би два такі виложники були собі рівні, то рівнаня неприводні, які они сповняють, мусїлиб бути ідентичні, отже мусїлиб мати усї коренї рівні; тодї булиб і ті суми виложників рівні, можнаб їх проте стягнути в один член, а тодї дісталибисьмо рівнанє такого самого виду, як і рівнанє 4), а з тим можна би поступати так дальше, як з 4), наколибисьмо приняли в тім рівнаню всї виложники ріжні від зера і ріжні між собою.

В кінци якенебудь представленє коренїв $\zeta_1\ \zeta_2 \cdots \zeta_r$ має лиш то значінє, що в кождій сумі виложники тілько між собою рівночасно в якийсь спосіб поміняють ся.

2. Коли так є, то положім:

$$\left.\begin{array}{l} z_1 = \zeta_1,\ z_2 = \zeta_2,\ \cdots\ z_r = \zeta_r, \\ z_{r+1},\ z_{r+2},\ \cdots\ z_{r+\varrho} \text{ вартости, які мають} \\ \text{виложники другої суми, і т. д.} \\ z_n = \zeta_1 + \zeta_2 + \cdots + \zeta_r. \end{array}\right\} \quad 5)$$

то — як видко — $z_1, z_2 \cdots z_n$ є коренї рівнаня n. степеня[1]) о цїлих сочинниках, ріжні від зера і між собою.

Рівнанє 4) є проте лиш специяльним типом рівнаня 11) в розслїдах Hermite'a і тут дістанемо — анальоґічно як там з рівнаня 12) — рівнаня:

$$\left.\begin{array}{l} \alpha_0\ n_0 + \sum\limits_{s=1}^{r} \alpha_s \cdot n_1 + \sum\limits_{r+1}^{r+\varrho} \alpha_s \cdot n_2 + \cdots + \alpha_n\ n_n = \xi_1 \\ \beta_0\ n_0 + \sum\limits_{s=1}^{r} \beta_s \cdot n_1 + \sum\limits_{r+1}^{r+\varrho} \beta_s \cdot n_2 + \cdots + \beta_n\ n_n = \xi_1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \lambda_0\ n_0 + \sum\limits_{s=1}^{r} \lambda_s \cdot n_1 + \sum\limits_{r+1}^{r+\varrho} \lambda_s \cdot n_2 + \cdots + \lambda_n\ n_n = \xi_n \end{array}\right\} \quad 6)$$

[1]) Робити треба ріжницю між виразами: степень masc.=Grad, а степень fem=Potenz

де:

$$\xi_0 = -\Big[(e^{z_1}\varepsilon^0_{1,m} + \cdots + e^{z_r}\varepsilon^0_{r,m})n_1 + (e^{z_{r+1}}\varepsilon^0_{r+1,m} + \cdots + e^{z_{r+\varrho}}\varepsilon_{r+\varrho,m})n_2 + \\ + \cdots + e^{z_n}\varepsilon^0_{n,m}\, n_r\Big]$$

і т. д.

Наколи поміняєм z_i z_k, які належать до одної і тої самої ґрупи 5) коренів, н. пр. z_1 і z_2, то, позаяк:

$$\varepsilon^h_{i,m} = \frac{1}{1.\ 2.\ 3.\ \cdots\ (m-1)} \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z - z_h}\, dz,$$

то $\varepsilon_{1m}{}^h$ перейде в $\varepsilon_{2m}{}^h$ і навідворіть, наколи $h \lessgtr 1, 2$, а $\varepsilon_{g,m}{}^h$ не зміняє ся, наколи і $g \lessgtr 1, 2$. Отже н. пр. переходить:

$$\varepsilon^0_{1,m} = e^{-z_0}\alpha_0 - e^{-z_1}\alpha_1 \quad \text{в} \quad \varepsilon^0_{2,m} = e^{-z_0}\alpha_0 - e^{-z_2}\alpha_2$$

і навідворіть, а:

$$\varepsilon^0_{g,m} = e^{-z_0}\alpha_0 - e^{-z_g}\alpha_g$$

лишає ся без зміни, наколи перемінимо z_1 і z_2. Бачимо проте, що коли дві величини z_i і z_k одної з ґруп 5) з собою поміняємо, то в рівнанях 6) не зміняють ся ліві сторони кромі двох, які між собою поміняють ся; а іменно ліва сторона першого з тих рівнань всегда остає без зміни, бо вартість індексу h, який до неї належить, т. є. $h=o$, все є ріжна від i, k.

Позаяк кожда пермутация величин ε_1 ε_2 ---- ε_k, при котрій тілько такі з тих величин між собою переміняємо, які належать до одної і тої самої з ґруп 5), повстає через ряд перемін двох величин z_i z_k одної і тої самої ґрупи, то можемо висказати єще загальнїйший результат, що при кождій пермутациї остає ліва сторона першого з рівнань 6) без зміни, а иньші з тих рівнань зміняють ся лиш між собою.

Но ми знаєм, що при яких-небудь переставленях коренів ζ_1 ζ_2 ---- ζ_r такі лиш переміни можуть між тими величинами z_1 z_2 ---- z_n виступати, про які ми що іно згадали. Можемо проте загально сказати:

При перемінах коренів ζ_1 ζ_2 ---- ζ_r остає ліва сторона першого з рівнань 6) без зміни, а n виражень, що є лївими сторонами дальших рівнань 6), переміняють ся між собою, отже вираженя, утворені симе-

трично з тих лївих сторін, остають без зміни. А тодї на основі звісного правила про симетричні функциї коренів слїдує, що лїва сторона першого з рівнань 6) є якимсь числом цїлим н. пр. u, а лїві сторони прочих n рівнань є коренями рівнаня n-того степеня:

$$v^n + u_1 v^{n-1} + u_2 v^{n-2} + \cdots + u^n = o, \qquad 7)$$

де усї сочинники u_i є числа цїлї.

3. Рівнаня 6) остають для всїлякої вартости m, отже і для $\lim m = \infty$. Погляньмо, що буде тодї з правими сторонами рівнань 6) т. є. з $\xi_0\ \xi_1 \cdots \xi_n$.

Щоби се розслїдити, возьмім інтеґрал:

$$I = \int_{z_1}^{z_1} e^{-z} \frac{f z^m}{z - z_h} dz,$$

де дорога інтеґрована є яка небудь, і виберім дорогу інтеґрованя так, що она не переходить через точки $z_1\ z_2 \cdots z_n$, а єї довгість є скінчена, рівна $l_i{}^h$. По тій дорозї задержить не лиш $f(z)$, але і $\frac{e^{-z}}{z - z_h}$ скінчені вартости, так що по тій дорозї:

$$| f(z) | \leqq M_i{}^h, \quad \left| \frac{e^{-z}}{z - z_h} \right| \leqq M'_i{}^h,$$

де $M_i{}^h$ і $M_i{}^h$ мають скінчені вартости. А що інтеґрал I, як з рахунку інтеґрального звісно, можна уважати за суму безконечно много додатників:

$$\frac{e^{-z}}{z - z_h} f(z)^m \left[z_{k+1} - z_k \right],$$

то на основі правила о беззглядній вартости суми є:

$$\left| I \right| \leqq \sum \left| \frac{e^{-z}}{z - z^h} \right| \left| f(z) \right|^m \left| z_{k+1} - z_k \right|,$$

а тим більше:

$$\left| I \right| \leqq \sum M'^{\,h} (M_i{}^h)^m \left| z_{k+1} - z_k \right|.$$

Але:

$$\sum \left| z_{k+1} - z_k \right| = l_i{}^h \text{ (дорога)},$$

отже:

$$\left| I \right| \leqq (M_i{}^h)^m \, M'_i{}^h \, l_i{}^h,$$

або:

$$\left| {}_{i,\,m}{}^h \right| \leqq \frac{(M_i{}^h)^m \, M'_i{}^h \, l_i{}^h}{1.\ 2.\ 3.\ \cdots\ (m-1)}.$$

Наколи з поміж всїх вартостий $M_i{}^h$, $M'_i{}^h$, $l_i{}^h$ найбільші є M, M', l, то для якого-небудь $\varepsilon_{i,\,m}{}^h$ мусить бути:

$$\left| \varepsilon_{i,\,m}{}^h \right| \leqq \frac{M^{m-1}}{1.\ 2\ \ 3.\ \cdots\ (m-1)} \, M \, M' \, l.$$

Але M, M', l не є від m залежні, тому-то та послїдна границя стає ся для $\lim m = \infty$ безконечно мала. То само буде і з $\left| \varepsilon_{i,\,m}{}^h \right|$, отже і з $\left| \xi_0 \right|, \cdots \left| \xi_n \right|$, а позаяк лїва сторона першого з рівнань 6) є числом цїлим, то для всїх $m > \mu$ мусить $\xi_0 = 0$.

Однак лївї сторони прочих рівнань 6) були коренями рівнаня 7); але позаяк ті корені можна для всїх $m > \mu$ зробити безконечно малими, то то само дїє ся і з $u_1 \, u_2 \cdots u_n$, а що то є числа цїлї, то мусить бути $u_1 = u_2 = \cdots = u_n = 0$.

Отже і коренї рівнаня 7), т. є лївї сторони в 6) мусять бути зером т. є.

$$n_0 \, \alpha_0 + n_1 \sum_{s=1}^{r} \alpha_s + n_2 \sum_{r+1}^{r+\varrho} \alpha_s + \cdots + n_n \, \alpha_n = 0.$$

$$n_0 \, \beta_0 + n_1 \sum_{s=1}^{r} \beta_s + n_2 \sum_{r+1}^{r+\varrho} \beta_s + \cdots + n_n \, \beta_n = 0.$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$n_0 \, \lambda_0 + n_1 \sum_{s=1}^{r} \lambda_s + n_2 \sum_{r+1}^{r+\varrho} \lambda_s + \cdots + n_n \, \lambda_n = 0.$$

А що n_i не можуть всї бути зером, то мусить їх визначник бути зером. Се моглоб лиш тодї бути, наколиб — як в розслїдах Hermite'a — визначник рівнаня о коренях $z_1 \, z_2 \cdots z_n$ був зером, а се не може бути, бо ті величинї, як ми приняли, є між собою ріжні. Заложенє, з якого ми вийшли, є проте неможливе, або π є числом переступним.

4. Щоби наш доказ був повний, треба би єще доказати, що він єще й тодї стійний, наколи ті альґебраічно ріжні вартости функций $\zeta_1+\zeta_2$, $\zeta_1+\zeta_2+\zeta_3$, —, що приходять в рівнаню 4), не всї є між собою нумерично ріжні. Того переходити не будемо, бо із сказаного уже достаточно слїдний спосіб, в який Lindemann перевів доказ переступу числа π.

Розслїди Weierstrass'a.[1])

1. Weierstrass перевів доказ переступу числа π на основі певного твердженя з теориї функций, яке ми ту лиш без доказу наводим.[2]) Звучить оно:

Наколи істнує функция цїлковита $f(z)$ степеня $(n+1)$ з коренями $z_0\ z_1\ z_2$ — z_n, між собою ріжними, то істнує систем

$$g_0(z),\ g_1(z),\ \cdots\cdots\ g_n(z)$$

$(n+1)$ цїлковитих функций арґументу z, степеня що найбільше n, таких, що визначник величин $g_i(z_k)$ є ріжний від зера, а кожда ріжниця:

$$g_i(z_0)\,e^{z_k} - g_i(z_k)\,e^{z_0} \qquad (i, k = 0, 1, 2, \text{—} n)$$

є така, що:

$$|\,g_i(z_0)\,e^{z_k} - g_i(z_k)\,e^{z_0}\,| < \delta,$$

де δ є число додатне, дуже мале.

2. На основі сього твердженя перейдім до дальших розслїдів над числом π.

Звісно, що рівнанє: $e^x+1=0$ має лиш коренї $x=(2n+1)\pi i$. Наколи отже покажемо, що вираженє e^x+1 є ріжне від зера, наколи x є числом альґебраічним, то слїдує з того, що кожда вартість $x=(n+1)\pi i$, отже і π, не може бути числом альґебраічним.

Щоби сей доказ перевести, возьмім якесь рівнанє:

$$x^r + C_1 x^{r-1} + C_2 x^{r-2} + \text{—} + C^r = 0 \qquad 1)$$

---

[1]) Гл. Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1885 p. 1067.

[2]) Доказ сього твердженя є н. пр. у Bachmanna loc. cit. ст. 115.

де сочинники є рациональні, а степень $r \geqq 2$; корені, які без жадного значіня для загального доказу можна взяти між собою ріжні, є $x_1\ x_2 \cdots x_r$.

Возьмім добуток:

$$\prod_{h=1}^{r} (e^{x_h} + 1) \quad \text{і анальоґічний} \quad \prod_{h=1}^{r} (e^{\xi_h} + 1),$$

де $\xi_1, \xi_2, \cdots \xi_r$ є якісь неозначені величини, то загальний член того добутка є: $e^{\varepsilon_1 \xi_1 + \varepsilon_2 \xi_2 + \cdots + \varepsilon_r \xi_r}$, де $\varepsilon_i = 0, 1$, отже:

$$\prod_{h=1}^{r} (e^{\xi_h} + 1) = \sum e^{\varepsilon_1 \xi_1 + \varepsilon_2 \xi_2 + \cdots + \varepsilon_r \xi_r},$$

де за ε_i взято всї можливі комбінациї з 1 і 0; та сума має проте $p = 2^r$ додатників. Наколи в тій сумі уложимо сї виложники в якийсь спосіб і назначимо їх $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2 \cdots \zeta_{p-1}$, то:

$$\prod_{h=1}^{r} (e^{\xi_h} + 1) = \sum_{k=0}^{p-1} e^{\zeta_k}. \qquad 2)$$

А наколи вартости тих $\zeta_0\ \zeta_1 \cdots \zeta_{p-1}$ є $z_0\ z_1 \cdots z_{p-1}$ в тім случаю, коли неозначеним $\xi_1\ \xi_2 \cdots \xi_r$ дамо вартість означену $x_1\ x_2 \cdots x_r$, то дістанемо:

$$\prod_{h=1}^{r} (e^{x_h} + 1) = \sum_{k=0}^{p-1} e^{z_k}. \qquad 3)$$

Приймім, що між вартостями $z_0\ z_1 \cdots z_{p-1}$ є $(n+1)$ ріжних між собою; позаяк між тими вартостями, наколи всї ε_i положимо рівні 0, кромі одного, яке приймемо рівне 1, находять ся і корені $x_1\ x_2 \cdots x_r$, то $(n+1)$ є очевидно більше як 1, вираженя $\zeta_0 \zeta_1 \cdots \zeta_{p-1}$ може при тім так уложити, що величини $z_0, z_1, z_2, \cdots z_n$ будуть як раз тими величинами z_i, які є між собою ріжні, і що $z_0 = 0$. Коли оно так є, то можна все утворити цїлковиту функцию $f(z)$ $(n+1)$-ого степеня, яка має за корені ті вартости $z_0\ z_1\ z_2 \cdots z_n$.

Бо возьмім добуток:

$$\prod_{k=0}^{p-1} (z - \zeta_k) = \prod (z - \varepsilon_1 \xi_1 - \varepsilon_2 \xi_2 \cdots - \varepsilon_r \xi_r),$$

де послїдний добуток відносить ся до всїх p комбінаций вартостий $\varepsilon_i = 1, 0$, то сей добуток є очевидно цїлковита функция величин $z, \xi_1, \xi_2 \cdots \xi_r$ і то функция що до ξ_i симетрична. Наколи ті ξ_i приймуть вартість x_i коренїв рівнаня 1), то добуток $\prod_{k=0}^{p-1} (z - z_k)$ буде цїлковита функция арґументу z, а єї сочинники будуть цїлковитими симетричними функциями тих коренів, отже цїлковитими функциями сочинників рівнаня альґебраічного; а що ті сочинники — як ми приняли — є рациональні, то сей добуток буде цїлковитою функциєю арґументу z з рациональними сочинниками. Наколи сю цїлковиту функцию назвемо $\psi(z)$ і подїлимо через найбільший спільний подїльник, який мають $\psi(z)$ і єї походна $\psi'(z)$, то сей квот буде мав також рациональні сочинники, але коренями його будуть лиш ті z_k, що є між собою ріжні, т. є. $z_0, z_1, \cdots z_n$; наколи сей квот помножимо через найбільший спільний знаменник тих сочинників, то дістанемо функцию $f(z)$ $(n+1)$-ого степеня з цїлковитими сочинниками, а єї коренями є $z_0\ z_1 \cdots z_n$. Q. E. D.

3. Наколи пристосуємо помічне твердженє Weierstrass'а до сеї функциї $f(z)$, то мусить істнувати $(n+1)$ цїлковитих функций $g_0(z), g_1(z), \cdots g_n(z)$ таких, що для $z_0 = 0$:

$$| g_i(0)\, e^{z_k} - g_i(z_k) | < \delta,$$

або:

$$g_i(0)\, e^{z_k} - g_i(z_k) = \varepsilon_{i,k}\, \delta, \qquad | \varepsilon_{i,k} | < 1,$$

а визначник з $g_i(z_k)$ є ріжний від зера.

Наколи зсумуємо послїдне вираженє, дістанемо:

$$a_0^n\, g_i(0) \sum_{k=0}^{p-1} e^{z_k} = \sum_{k=0}^{p-1} a_0^n\, g_i(z_k) + \delta a_0^n \sum_{k=0}^{p-1} \varepsilon_{i,k},$$

а що:

$$\left| \sum_{k=0}^{p-1} \varepsilon_{i,k} \right| \leqq p, \qquad \text{то:}$$

$$a_0^n\, g_i(0) \sum_{k=0}^{p-1} e^{z_k} = \sum_{k=0}^{p-1} a_0^n\, g_i(z_k) + \eta_i, \qquad | \eta_i | < 1. \qquad 4)$$

$$(i = 0, 1, 2, \cdots n)$$

Щоби ліпше пізнати суму по правій сторонї, возьмім анальоґічну суму:

$$\sum_{k=o}^{n} a_0^n \, g_i \, (\zeta_k) = \sum a_0^n \, g_i \, (\varepsilon_1 \, \xi_1 + \cdots + \varepsilon_r \, \xi_r),$$

де послїдна сума відносить ся до всїх комбінаций вартостий $\varepsilon_i = 0, 1$. Позаяк g_i є цїлковита функция, то і та сума є цїлковита функция величин $\xi_1 \, \xi_2 \cdots \xi_r$ і то симетрична; отже й сума:

$$\sum a_0^n \, g_i \, (z_k) \qquad 5)$$

є цїлковита симетрична функция величин $x_1 \, x_2 \cdots x_r$ т. є. коренів рівнаня 1), отже цїлковита функция сочинників того рівнаня, отже число рациональне. З другої сторони g_i є цїлковита функция що найвисше степеня n, а проте:

$$a_0^n g_i (z_k) = A_0 (a_0 z_k)^n + A_1 (a_0 z_k)^{n-1} + \cdots + A_n,$$

де A_s є числа цїлї. А що z_k яко корень рівнаня $f(z) = o$ є цїле альґебраічне число, то і $a \, z_k$, а що за тім йде, і $a_0^n g_i (z_k)$ є цїле альґебраічне число.[1]) Але цїле альґебраічне число, коли є рациональне, є і цїлковите,[2]) проте сума 5) є звичайне цїле число.

Однак се цїле число не може для всїх вартостий $i = o, 1, 2, \cdots n$ бути зером. Бо наколи в сумі 5) зберемо разом ті вирази, де z_k має ту саму вартість, то суму ту можна написати також:

$$\sum_{k=o}^{n} n_k \, g_i \, (z_k) \qquad (i = o, 1, 2, \cdots n),$$

де n_k представляє самі додатні цїлї числа; тих $(n+1)$ виражень не можуть рівночасно бути зером, бо тодї їх визначник був би зером, що противить ся твердженю Weierstrass'a.

Істнує отже напевно бодай одна вартість i, для якої в рівнаню 4) перший вираз правої сторони є цїлим числом, ріжним від зера, а проте цїла права сторона не є зером. Для сеї вартости i буде тодї і лїва сторона т. є. на основі рівнаня 3) добуток:

$$a_0^n \, g_i \, (o) \prod_{h=1}^{r} (e^{x_h} + 1)$$

---

[1]) Глянь н. пр. Bachmann, loc. cit. ст. 18.

[2]) ibidem ст. 3.

ріжний від зера; отже ніякий з чинників $(e^{x_h} + 1)$ не може бути зером, наколи x є числом альґебраічним, бо x_h яко корень рівнаня 1) представляє якенебудь число альґебраічне. Навіть для $r=1$, який-то случай ми при рівнаню 1) виключили, було би x числом рациональним, яко корень рівнаня першого степеня, а що e^x для x рационального є більше від зера, то і в тім случаю $e^x + 1 > 0$.

Маємо проте повний доказ, що число π є переступне. Q. e. d.

Розслїди Hilbert'a і Gordan'a.

1. Приймім, як каже Hilbert, що π є числом альґебраічним, і що $\alpha_1 = i\pi$ сповняє рівнанє n-того степеня з сочинниками цїлковитими. Коли прочі корені сього рівнаня є $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_n$, то позаяк $1 + e^{i\pi} = 0$, то і вираженє:

$$(1+e^{\alpha_1})(1+e^{\alpha_2}) \cdots (1+e^{\alpha_n}) = 1 + e^{\beta_1} + e^{\beta_2} + \cdots + e^{\beta_N} = 0; \quad 1)$$

виложники $\beta_1\ \beta_2 \cdots \beta_N$, як се видко, є коренями рівнаня степеня N з цїлковитими сочинниками. Наколи M виложників $\beta_1\ \beta_2 \cdots \beta_M$ є ріжні від зера, а прочі є зером, то ті виложники $\beta_1\ \beta_2 \cdots \beta_M$ є коренями рівнаня виду:

$$f(z) = bz^M + b_1 z^{M-1} + \cdots + b_M = 0,$$

де сочинники є також числами цїлими, а послїдний сочинник b_M є від зера ріжний. Тодї рівнанє 1) прибере вид:

$$a + e^{\beta_1} + e^{\beta_2} + \cdots + \beta_M,$$

де a є цїлковите і додатне. Помножім се вираженє через інтеґрал:

$$I = \int_0^\infty z^\varrho \left[g(z) \right]^{\varrho+1} e^{-z}\, dz,$$

де ϱ є число цїле додатне і де:

$$g(z) = b^M f(z).$$

Тодї вираженє:

$$aI + e^{\beta_1} I + \cdots + e^{\beta_M} I$$

розпаде ся на два вираженя:

$$P_1 = a\int_0^\infty + e^{\beta_1}\int_{\beta_1}^\infty + e^{\beta_2}\int_{\beta_2}^\infty + \cdots + e^{\beta_M}\int_{\beta_M}^\infty$$

$$P_2 = \quad e^{\beta_1}\int_0^{\beta_1} + e^{\beta_2}\int_0^{\beta_2} + \cdots + e^{\beta_M}\int_0^{\beta_M},$$

де в загалї інтеґрал $\int_{\beta_i}^\infty$ розтягає ся в площи арґументу $z=x+iy$ від $z=\beta_i$ до $z=\infty$ подовж простої рівнобіжної до оси чисел дїйсних, а інтеґрал $\int_0^{\beta_i}$ від точки $z=o$ до $z=\beta_i$ подовж простої, що лучить ті дві точки.

Інтеґрал $\int_0^\infty$ є знова числом рациональним цїлковитим, подїльним через $\rho!$ і істнує, як се очевидно, конґруенция:

$$\frac{1}{\rho!}\int_0^\infty \equiv b^{\rho M+M}\, b_M{}^{\rho+1} \ (\text{mod. } \rho+1).$$

Положім $z=z'+\beta_i$, то з огляду на $g(\beta_i)=o$ маємо:

$$e^{\beta_i}\int_0^\infty = \int_0^\infty (z'+\beta_i)^\rho \left[g(z'+\beta_i)\right]^{\rho+1} e^{-z'}dz' = (\rho+1)!\, G\,\beta_i),$$

де $G(\beta_i)$ є функция цїлковита арґументу β_i степеня нисшого від числа $(\rho M+M)$, о сочинниках цїлих, подїльних через $b^{\rho M+M}$.

Позаяк $\beta_1\ \beta_2 \cdots \beta_M$ є коренї рівнаня $f(z)=o$ о сочинниках цїлковитих, то наколи їх помножимо через перший сочинник b, то они стають числами цїлими альґебраїчними, отже:

$$G(\beta_1) + G(\beta_2) + \cdots + G(\beta_M)$$

є доконче числом цїлим рациональним. Звідси слїдує, що P_1 є число цїле рациональне, подїльне через $\rho!$ і що істнує конґруенция:

$$\frac{P_1}{\rho!} \equiv ab^{\rho M+M}\, b_M{}^{\rho+1} \ (\text{mod. } \rho+1) \qquad 2)$$

З другої сторони, коли:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Max } zg(z) = k_1 \\ \text{Max } g(z)\, e^{-z} = k_2 \end{array}\right\} \text{ по дорогах просточертних від } z=o \text{ до } z=\beta_i,$$

то:

$$\left| \int_0^{\beta_i} \right| < |\beta_i| \, k_2 \, k\varrho_1 \qquad (i = 1, 2, \cdots M),$$

отже наколи положимо:

$$k = \left\{ |\beta_1 e^{\beta_1}| + |\beta_2 e^{\beta_2}| + \cdots + |\beta_M e^{\beta_M}| \right\} k_2,$$

то:

$$|P_2| < k \, k\varrho_1. \qquad 3)$$

Виберім ρ так, щоби оно було подїльне через abb_M і щоби $k\frac{k\varrho_2}{\rho!} < 1$. Тодї на основі 2) є $\frac{P_1}{\rho!}$ числом неподїльним через $(\rho+1)$, отже $\frac{P_1}{\rho!} \lesseqgtr o$, а позаяк після 3) $\left|\frac{P_2}{\rho!}\right| < 1$, то рівнанє:

$$\frac{P_1}{\rho!} + \frac{P_2}{\rho!} = o$$

є неможливе, отже число π є переступне.

2. Наколи би, як каже Gordan, $i\pi$ було коренєм рівнаня з цїлими сочинниками:

$$c(x-w_1)(x-w_2) \cdots (x-w_\varrho) = o \qquad 1)$$

то було би:

$$(1+e^{w_1})(1+e^{w_2}) \cdots (1+e^{w_\varrho}) = o. \qquad 2)$$

Найже між сумами:

$$w_k, \quad w_i + w_k, \quad w_i + w_k + w_\lambda, \quad \cdots$$

находить ся (C—1) величин рівних зеру, то наколи прочі є:

$$\alpha_1 \; \alpha_2 \; \alpha_3 \cdots \alpha_n,$$

а їх беззглядні вартости є:

$$a_1 \; a_2 \; a_3 \cdots a_n,$$

то після 2).

$$0 = C + \sum_{k}^{k=n} e^{\alpha_k}.$$

Функциї симетричні так величин cw_k, як і $c\alpha_k$ є числами цїлими.

Однак на основі рівнаня (пор. Gordan'a розслїди над числом e):

$$e^x \varphi(h) = \varphi(x+h) + e^{\xi} \psi(x)$$

буде:

$$0 = C\varphi(h) + \sum_{k=1}^{n} \varphi(\alpha_k + h) + \sum_{k=1}^{n} e^{\alpha_k} \psi(\alpha_k) \qquad 3)$$

Возьмім:

$$\varphi(x) = \frac{x^{p-1}}{(p-1)!} c^{np+p-1} \left[(x-\alpha_1)(x-\alpha_2) \cdots (x-\alpha_n)\right]^p,$$

де p є число перве, більше від кождого з чисел:

$$C,\ n,\ c,\ c^n \alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_n.$$

Величини $\varphi(h)$ і $\sum_{k=1}^{n} \varphi(\alpha_k + h)$ є числа цїлї; $\sum_{k=1}^{n} \varphi(\alpha_k + h)$ має чинник p, а $C\varphi(h)$ не має сього чинника. Коли p росте, $|\varphi|$ і $|\psi|$ малїють без кінця. Рівнанє 3) не може проте істнувати, отже число π є переступне.

Квадратура кола.

Доказ переступу числа π є заразом доказом на се, що розвязанє т. зв. проблєму квадратури кола є неможливе. Перевести квадратуру кола значилоб визначити квадрат, котрого поверхня рівнає ся поверхнї даного кола. Коло є визначене, коли в ньому є луч звісний, отже розвязанє квадратури кола зводить ся до способу, щоб винайти таку конструкцию, на основі якої з луча можнаб винайти бік квадрату. Ґеометри, що поставили сю задачу, знали лиш лїнїю і циркель, отже розвязанє квадратури кола сходить на задачу, з луча, який можна приняти за одиницю довгости, винайти через конструкцию при помочи лїнїї і циркля бік квадрату рівного що до поверхнї даному колу.

Однак така конструкция є просто неможлива. Бо всїлякі конструкциї ґеометричні, які розвязують ся при помочи лїнїї і циркля, зводять ся до двох задач: 1) до трох довгостий винайти четверту пропорциональну, отже розвязати пропорцию:

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{c},$$

2) до двох довгостий найти середню пропорциональну, отже розвязати пропорцию:

$$x^2 = ab.$$

При розвязаню таких задач дістаєм x через самі рациональні операциї, до яких що найбільше зачисляєм корень; але у нас:

$$x = r^2\pi,$$

або коли $r=1$, то $x=\pi$; щоби квадратура була можлива, мусїлоб π бути числом альґебраїчним, а що π є переступне, то й квадратура кола є неможлива.

Так отже порішено вже раз сей проблєм, що довгі лїта занимав многих учених, подібно як і другий проблєм „perpetuum mobile"; оба ті проблєми пішли там, де від давна було властиве їх місце, і почивають супокійно побіч множества иньших того рода неумістних задач в забутю. Над змаганями деяких профанів, от хоть би в найновійших часах д. Клїмашевского,[1]) щоби сей проблєм з забутя знова витягнути на сьвітло денне, наука може лиш з милосердієм здвигнути раменами, що найбільше якийсь час може він забавляти в щоденній прессї ширшу публїку, що не все знає відділити правду від неправди.

Тернопіль в падолистї 1896 р.

---

[1]) Klimaszewski: La solution de quadrature du cercle. Paris 1896.

ДОКАЗИ ІСТНОВАНЯ ІНТЕҐРАЛІВ РІВНАНЬ РІЖНИЧКОВИХ.

Написав

ВОЛОДИМИР ЛЕВИЦКИЙ.

Кожде рівнанє ріжничкове, звичайне або частне, кождий систем таких рівнань представляє змінні зависимі, що виступають в тих рівнанях яко якісь функциї змінної независимої. Функциї ті зовуть ся функциями інтеґральними або інтеґралами, а наколи їх вставити в дані рівнаня ріжничкові, то они їх зводять до тотожности. Однак істнованє таких функций не є, якби се ся видавало, очевидне à priori; нїчо не дає нам права без нїякого застереженя твердити, що так й дїйсно є. Давнїйші аналїтики стреміли лишень до сього, щоби перевести квадратуру даних рівнань ріжничкових, а до сього уживали ріжних а ріжних метод. Доперва перший Cauchy дав строго-аналїтичний доказ, що кожде рівнанє ріжничкове (або і їх систем) має інтеґрал, а в новійших часах показали Sturm, Liouville, Abel, Jacobi, Briot, Bouquet, Riemann, Weierstrass, Clebsch, Aronhold, а головно Fuchs, що в теориї рівнань ріжничкових ходить головно не так о зведенє даної задачи до ряду квадратур, як більше о се, щоби з самого рівнаня ріжничкового пізнати вид і перебіг інтеґралу тогож рівнаня в кождій точцї площи зложеного арґументу. Так отже Cauchy подав перший доказ загальний на істнованє інтеґралів, а Fuchs перевів дуже основні розслїди над самими інтеґралами і над їх видами, а то іменно в точках особливих тих інтеґралів.

Перший доказ Cauchy є нам звісний лиш з твору французького математика Moigno;[1]) доказ сей є оснований на підстав-

[1]) Moigno. Leçons sur le calcul différentiel et le calcul integral, том II, лекция 26 і 33.

леню рівнань ріжницевих за дані рівнаня ріжничкові. В подекуди зміненім виді представив сей доказ Lipschitz. Опісля подав Cauchy другий доказ істнованя інтеґралів;[1]) доказ сей полягає на розвиненю функций на ряди степенні після форми Mac-Laurin'a; в спосіб більше симетричний виложили його Briot і Bouquet. Побіч тих доказів істнують єще докази Laurent'a і Picard'a, а в кінци в теориї Fuchs'a містить ся також доказ істнованя інтеґралу для лїнїйного рівнаня ріжничкового ряду n. Докази Cauchy Laurent'a і Picard'a відносять ся до систему рівнань ріжничкових цїлковитих лїнїйних першого ряду, але се не вменшає загальности тих доказів, бо як звісно кожде рівнанє ріжничкове висшого ряду дасть ся звести на систем рівнорядних рівнань ріжничкових першого ряду.

Що до рівнань ріжничкових частних, то і там треба було перевести розслїди над істнованєм інтеґралів. Істнованє інтеґралів і для тих рівнань показав перший Cauchy, а опісля Darboux, Méray і Ковалевска; доказ сеї послїдної, так за скоро помершої знаменитої та феноменальної женщини, є під кождим зглядом клясичний.

Ся розвідка не має наміру представляти анї ріжних інтересних метод квадратури, анї хороших та глубоких розслїдів Fuchs'a; єї завданєм є представити у купі ті численні а так важні докази істнованя функций інтеґральних. Містить она перший і другий доказ Cauchy, перший в виді, який йому дав Lipschitz, другий в виді, який йому дали Briot і Bouquet; далї містить она докази Laurent'a, Picard'a і Fuchs'a для цїлковитих, і доказ Ковалевскої для частних рівнань ріжничкових. Подав я усюди лїтературу, о скілько она менї була доступна, і о скільки се було можна старав ся я у всїх тих доказах, що і часом і способом представленя дуже є ріжні, перевести одностайність та одноцїльність.

Перший доказ Cauchy.[2])

1. Возьмім на початок одно лише рівнанє ріжничкове першого ряду:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy), \qquad 1)$$

[1]) Cauchy. Oeuvres complètes 1 série, том VII.

[2]) Пор. Lipschitz: Lehrbuch der Analysis 504; також Picard: Traité d' analyse том II, 291 et sqts.

де $f(xy)$ є функция дійсна дійсних арґументів x і y, а кромі сього тягла в інтервалї:

$$|x-x_0| < a, \qquad |y-y_0| < b, \qquad 2)$$

де $(x_0 y_0)$ є одною парою вартостий арґументів (xy). Можна проте найти так мале δ і λ, що в нашім інтервалї:

$$|\Delta x| < \delta, \quad |\Delta y| < \delta, \quad |f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(xy)| < \lambda.$$

Приймім дальше — що є гіпотезою зовсїм загальною — що істнує таке додатне K, що:

$$|f(xy_2) - f(xy_1)| < K(y_2-y_1); \qquad 3)$$

а кромі сього возьмім таке додатне A, що:

$$A \leqq a, \qquad AM \leqq b, \qquad 4)$$

де: $M = \max|f(xy)|$ в згаданім інтервалї.

Докажемо тепер, що **істнує тягла функция арґументів x і y така, що сповняє рівнанє:**

$$\frac{dy}{dx} = f(xy),$$

і є означена для кождої вартости x з інтервалу:

$$|x-x_0| < A$$

і принимає для $x=x_0$ вартість y_0.

Щоби сей доказ перевести, возьмім інтервал:

$$|x-x_0| < A, \qquad x > x_0,$$

і подїльмо його на інтервали: $(x_0 \cdots x_1)$, $(x_1 \cdots x_2)$, $\cdots$ $(x_{n-1} \cdots x)$. Утворім тепер рівнаня з ріжниць:

$$\left.\begin{aligned} y_1-y_0 &= (x_1-x_0)\, f(x_0 y_0). \\ y_2-y_1 &= (x_2-x_1)\, f(x_1 y_1). \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ y-y_{n-1} &= (x-x_{n-1})\, f(x_{n-1} y_{n-1}). \end{aligned}\right\} \qquad 5)$$

Очевидно, що:

$$|y_i-y_0| < b,$$

$$|y_1-y_0| < M(x_1-x_0) < AM < b;$$

$$y_2 = y_0 + (x_1-x_0)\, f(x_0 y_0) + (x_2-x_1)\, f(x_1 y_1), \text{ отже:}$$

$$|y_2-y_0| < M(x_2-x_0) < MA < b \qquad \text{і т. д.}$$

Послїдна вартість y в рівнанях 5) є проте вираженєм точно означеним, зависимим від x і від точок подїлу $x_1\ x_2 \cdots x_{n-1}$.

2. Спитаймо, чи се вираженє у сходить до якої означеної границї, наколи при сталїм x всї інтервали зводять ся до зера, отже число тих інтервалів стає безконечно велике. Покажемо, що така границя дїйсно істнує і що она є такою функциєю арґументу x, якої ми шукаємо.

Приймем, що маємо два способи дальшого подїлу інтервалїв $(x_\nu \text{----} x_{\nu+1})$. Перший спосіб подїлу дасть нам точки:

$$x_0 \; x_1 \; x_2 \text{ ---- } x_\alpha \; x_{\alpha+1} \text{ ---- } x,$$

другий — для якого місто x і y писати мем x' і y' — є такий, що інтервал $(x_\alpha \text{ ---- } x_{\alpha+1})$ дїлимо і дістанемо точки:

$$x'_1 = x_\alpha, \text{ ---- } x'_m \text{ ---- } x'_n = x_{\alpha+1}.$$

Тодї:

$$| y'_m - y'_1 | < (x'_m - x'_1) \, M < (x_{\alpha+1} - x_\alpha) \, M.$$

Наколи дїленє тих інтервалів доведено так далеко, що:

$$x_{\alpha+1} - x_\alpha < \delta, \qquad (x_{\alpha+1} - x_\alpha) \, M < \lambda$$

(δ і λ вже висше вибрані), то тодї:

$$| f(x'_m y'_m) - f(x'_1 \, y'_1) | < \lambda. \qquad 6)$$

Тепер дістанемо систем рівнань ріжницевих:

$$\left.\begin{array}{l} y'_{1+1} - y'_1 = (x'_{1+1} - x'_1) \, f(x'_1 \, y'_1). \\ y'_{1+2} - y'_{1+1} = (x'_{1+2} - x'_{1+1}) \, f(x'_{1+1} y'_{1+1}). \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y'_n - y'_{n-1} = (x'_n - x'_{n-1}) \, f(x'_{n-1} y_{n-1}). \end{array}\right\}$$

Сума тих рівнань дасть на основі 6) рівнанє:

$$y'_n - y'_1 = (x_{\alpha+1} - x_\alpha) \left[f(x'_1 y'_1) + \vartheta\lambda \right], \qquad | \vartheta | < 1.$$

А що:

$$y_{\alpha+1} - y_\alpha = (x_{\alpha+1} - x_\alpha) \, f(x_\alpha \, y_\alpha), \qquad \text{то:}$$

$$y'_n - y_{\alpha+1} = y'_1 - y_\alpha + (x_{\alpha+1} - x_\alpha) \left[f(x'_1 y_1) - f(x_\alpha y_\alpha) + \vartheta\lambda \right]$$

а що $x'_1 = x_\alpha$, то на основі 3) маємо:

$$| y'_n - y_{\alpha+1} | < | y'_1 - y_\alpha | + (x_{\alpha+1} - x_\alpha) \left[k \, | y'_1 - y_\alpha | + \lambda \right].$$

Положім:

$$| y'_n - y_{\alpha+1} | = V_{\alpha+1}, \qquad \text{то:}$$

$$V_{\alpha+1} < V_\alpha \left[1 + K (x_{\alpha+1} - x_\alpha) \right] + \lambda \, (x_{\alpha+1} - x_\alpha), \text{ або:}$$

$$V_{\alpha+1} + \frac{\lambda}{K} < \left(V_\alpha + \frac{\lambda}{K} \right) \left[1 + K (x_{\alpha+1} - x_\alpha) \right];$$

отже очевидно дістанемо ($V_0=0$):

$$V_{\alpha+1} + \frac{\lambda}{K} < \frac{\lambda}{K} \prod_{s=0}^{\alpha} \left[1+K(x_{s+1}-x_s)\right].$$

Для додатних x є очевидно:

$$1+Kx < e^{Kx}, \text{ отже:}$$

$$V_{\alpha+1} < \frac{\lambda}{K}\left(e^{K(x_{\alpha+1}-x_\alpha)} - 1\right), \text{ або}$$

$$|y'_n - y_{\alpha+1}| < \frac{\lambda}{K}\left(e^{K(x_{\alpha+1}-x_\alpha)} - 1\right).$$

Наколи возьмемо за послїдну точку подїлу x, за вартість одержану в перший спосіб подїлу y, в другий спосіб подїлу y', то дістанемо:

$$|y'-y| < \frac{\lambda}{K}\left(e^{K(x-x_0)} - 1\right). \qquad 7)$$

Кождий иньший спосіб подїлу веде до тої самої границї, бо наколи возьмемо єще один спосіб подїлу, який означимо через (x''y''), то дістанемо:

$$|y''-y| < \frac{\lambda}{K}\left(e^{K(x-x_0)} - 1\right)$$

$$|y''-y'| < \frac{\lambda}{K}\left(e^{K(x-x_0)} - 1\right)$$

отже:

$$|y-y'| < \frac{2\lambda}{K}\left[e^{K(x-x_0)} - 1\right]$$

Бачимо проте, що при всякім способі твореня інтервалїв має у все точно означену границю. Та границя є функциєю арґументу x, яка для $x=x_0$ дає y_0.

3. Лишає ся єще доказати, що функция арґументу x, щосьми єї тепер дістали, сповняє рівнанє:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy),$$

або є його інтеґралом.

Возьмім в інтервалї A три точки x_0 x x' такі, що:

$$x_0 < x < x';$$

y є вартости функциї арґументу x, y' вартости функциї арґументу x'. Щоби винайти функцию y', приймем, що виходимо з точки x з вартостию y і що дїлимо інтервал (x — x') на безконечне число частинок. З другої сторони, наколи возьмемо сам той інтервал (x—x'), дістанемо величину Y' таку, що:

$$Y' - y = (x' - x)\ f(xy),$$

а позаяк всї наші інтервали, отже і $|x' - x| < \delta$, то дістанемо:

$$|Y' - y| < \frac{\lambda}{K}\left(e^{K(x'-x)} - 1\right),$$

або:

$$Y' - y = \frac{\vartheta\lambda}{K}\left(e^{K(x'-x)} - 1\right), \text{ де } \vartheta^2 < 1.$$

Отже:

$$y' - y = (x' - x)\ f(xy) - \frac{\vartheta\lambda}{K}\left(e^{K(x'-x_0)} - 1\right), \text{ або:}$$

$$\frac{y' - y}{x' - x} = f(xy) - \frac{\vartheta\lambda}{K}\ \frac{e^{K(x'-x_0)} - 1}{x - x};$$

наколи x' сходить до x, а λ є дуже мале, то в границї:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy).$$

Q. E. D.

4. Сей доказ можна просто перенести на систем n рівнань:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x\ y_1\ y_2 \text{ ---- } y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x\ y_1\ y_2 \text{ ---- } y_n) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x\ y_1\ y_2 \text{ ---- } y_n) \end{aligned}\right\}$$

Заложім, що сї функциї f є тяглими функциями арґументів x і y_s (s = 1, 2, ---- n) в інтервалах:

$$|x - x_0| < a, \quad |y_1 - y_1^0| < b, \quad \text{----} \ |y_n - y_n^0| < b; \qquad 8)$$

M най буде в тім інтервалї найбільшою вартостию функций f. Кромі сього приймем, що і ту, як й висше, для якихнебудь двох точок в области 8) є:

$$| f_i(xy_1'y_2' \cdots y_n') - f_i(xy_1y_2 \cdots y_n) | < \sum_{s=1}^{n} K_s \, | y_s' - y_s |,$$

де K_s є якісь сталі додатки.

Наколи ту, як і перше, заступимо рівнаня ріжничкові через рівнаня ріжницеві, дістанемо, що в інтервалї:

$$| x - x_0 | < A, \qquad A < a, \qquad AM < b,$$

істнує n тяглих функций $y_1\, y_2 \cdots y_n$ арґументу x, що сповняють систем рівнань ріжничкових і принимають для $x = x_0$ вартости $y_1^0 y_2^0 y_n^0$.

Другий доказ Cauchy.

Як вже в вступї сказано, доказ сей подав Cauchy, а виложили його пізнїйше в спосіб більше симетричний Briot і Bouquet; в тім другім видї і ми переведемо сей доказ.[1])

1. Возьмемо вперед одно рівнанє:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy), \qquad 1)$$

де функция f є однозначна в окруженю точки $(x_0 y_0)$; для коротшого представленя приймемо, що $x_0 = y_0 = o$. Функция f(xy) буде проте однозначна що до арґументів x і y, наколи ті послїдні будуть находити ся в колах C і C′ з средоточками x=o, евент. y=o, а лучами a і b. Кромі сього закладаємо, що ся функция не тратить тяглости на самих округах, а maximum єї беззглядної вартости в тім обсягу є M.

Наколи рівнанє 1) має в окруженю x=o інтеґрал однозначний, який стає ся зером для x=o, то тодї з самого рівнаня ріжничкового буде можна дістати вартости походних $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, ··· для x=o. Бо наколи зріжничкуємо рівнанє 1) єще раз і положимо x=o, y=o, то дістанемо $\frac{d^2y}{dx^2}$, зріжничкуємо єще раз, то дістанемо $\frac{d^3y}{dx^3}$

[1]) Пор. Briot-Bouquet. Théorie des fonctions elliptiques ст. 325 et sqts.

і т. д. Можна проте на основі форми Mac-Laurina утворити розвинене:

$$y = \left(\frac{dy}{dx}\right)_0 x + \frac{1}{2'}\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) x^2 + \cdots = a_1x + a_2x^2 + \cdots \qquad 2)$$

(вільного виразу нема, бо для $x=o$ має бути і $y=o$).

Цїла суть доказу є в тім, щоби показати, що се розвинене є збіжне, наколи x що до беззглядної вартости є достаточно мале. Скоро сього докажемо, то очевидно, що так визначена функция **y** сповняє рівнанє ріжничкове, бо дві функцнї арґументу **x**, себ то $\frac{dy}{dx}$ і $f(xy)$ мають після 2) ту саму вартість для $x=o$, а так само і їх походні якого-небудь ряду; функциї ті є проте тотожні, або рівнанє 1) є сповнене.

2. Наколи маємо дану функцию $f(xy)$, то можна найти в тім самім обсягу збіжности (CC') таку однозначну функцию $F(xy)$, що єї частні походні (всї додатні для $x=o$, $y=o$) сповняють нерівність:[1])

$$\left|\frac{\partial^{n+p} f}{\partial x^n\, \partial y^p}\right|_{\substack{x=o\\y=o}} \leqq \left(\frac{\partial^{n+p} F}{\partial x^n\, \partial y^p}\right)_{\substack{x=o\\y=o}} \qquad 3)$$

Такою функциєю буде функция:[2])

$$F(xy) = \frac{M}{\left(1-\frac{x}{a}\right)\left(1-\frac{y}{b}\right)}$$

Возьмім тепер до помочи рівнанє ріжничкове:

$$\frac{dv}{dx} = F(xv)$$

і приймім, що се рівнанє має інтеґрал v, однозначний в окруженю $x=o$, а для $x=o$ рівний $v=o$. Для того v будемо мати анальоґічно розвинене:

$$v = \left(\frac{dv}{dx}\right)_0 x + \frac{1}{2'}\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_0 x^2 + \cdots = A_1x + A_2x^2 \cdots \qquad 4)$$

(A додатні). Очевидно, що на основі нерівности 3) буде:

$$|a_m| < A_m.$$

Ряд 2) буде певно збіжний в тім обсягу, де є збіжний ряд 4.

---

[1]) Пор. Picard loc. cit. II 240.

[2]) ibidem II 239.

Легко можна доказати істнованя функциї v. Напишім рівнанє

$$\frac{dv}{dx} = \frac{M}{\left(1 - \frac{x}{a}\right)\left(1 - \frac{v}{b}\right)}$$

в виді:

$$\left(1 - \frac{v}{b}\right)\frac{dv}{dx} = \frac{M}{1 - \frac{x}{a}},$$

то наколи v істнує, то ті оба вирази є походними функций $\left(v - \frac{v^2}{2b}\right)$ і $-Malog\left(1 - \frac{x}{a}\right)$. Возьмім таку галузь льоґаритму, яка є о для x=o і є однозначна в колї (a). Наколи v=o для x=o, то:

$$v - \frac{v^2}{2b} = -Malog\left(1 - \frac{x}{a}\right),$$

отже:

$$v = b - b\sqrt{1 + \frac{2Ma}{b}\log\left(1 - \frac{x}{a}\right)};$$

сей корінь має вартість +1 для x=o.

Так визначена функция v сповняє рівнанє:

$$\frac{dv}{dx} = F(xv);$$

она перестає істнувати для x=o, є однозначна в колї о средоточцї x=o, а лучу ρ, для якого вартість під знаком кореня є о, отже:

$$1 + \frac{2Ma}{b}\log\left(1 - \frac{\rho}{a}\right) = o, \qquad \text{або:}$$

$$\rho = a\left(1 - e^{-\frac{b}{2Ma}}\right).$$

Ряд 4) є проте збіжний в колї о лучу ρ; там є збіжний і ряд 2), отже можемо висказати твердженє, що дане рівнанє ріжничкове має інтеґрал, однозначний в колї о лучу ρ а початку о; інтеґрал сей стає ся зером для x=o.

Інтеґрал сей є однозначний і лиш один. Тут мусимо і се зазначити, що в колї о лучу ρ є:

$$|v| < b, \qquad \text{отже і } |y| < b.$$

3. Той сам доказ можна перенести і на систем **n** рівнань ріжничкових: [1])

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x\, y_1\, y_2 \cdots y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x\, y_1\, y_2 \cdots y_n) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x\, y_1\, y_2 \cdots y_n) \end{aligned}\right\} \quad 5)$$

Приймаємо, що сї функциї f_s є однозначні що до арґументів x і y_s в колах о лучах **a** і **b**, зачеркнених з початку яко средоточок на площах x і y_s ($s=1, 2, \cdots n$). Наколи в такім обсягу M є maximum функций f, то систем 5) порівнуємо з системом:

$$\frac{dv_1}{dx} = \frac{dv_2}{dx} = \cdots\cdots = \frac{dv_n}{dx} = \varphi(x\, v_1\, v_2 \cdots v_n), \quad 6)$$

де:

$$\varphi(x\, v_1\, v_2 \cdots v_n) = \frac{M}{\left(1 - \frac{x}{a}\right)\left(1 - \frac{v_1}{b}\right)\cdots\left(1 - \frac{v_n}{b}\right)}.$$

Систем 6) можна легко з'інтеґровати. Наколи функциї $v_1 v_2 \cdots v_n$ істнують, то позаяк їх походні є рівні і мають ту саму вартість для $x=o$, то ті функциї є ідентичні, отже:

$$v_1 = v_2 = \cdots = v_n = v.$$

Вистане проте взяти рівнанє:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{M}{\left(1 - \frac{x}{a}\right)\left(1 - \frac{v}{b}\right)^n}, \quad 7)$$

або:

$$\left(1 - \frac{v}{b}\right)^n \frac{dv}{dx} = \frac{M}{1 - \frac{x}{a}};$$

функция v сповняє проте рівнанє:

$$\frac{b}{n+1}\left[1 - \left(1 - \frac{v}{b}\right)^{n+1}\right] = -\, Ma \log\left(1 - \frac{x}{a}\right),$$

---

[1]) Пор. Briot-Bouquet loc. cit. ст. 333.

а з відси:

$$v=a\left[1-\sqrt{1+\frac{(n+1)Ma}{b}\log\left(1-\frac{x}{a}\right)}\right] \qquad 8)$$

Беремо таку галузь льоґаритму, яка є однозначна в колї (а), а є зером для $x=o$; $(n+1)$ коренів в рівнаню 8) є тотожні, наколи вираженє під знаком кореня є зером, а се дїє ся для:

$$x=\rho=a\left[1-e^{-\frac{b}{(n+1)Ma}}\right].$$

Рівнанє 7) дає нам проте однозначну функцию v арґументу x таку, що вартости того арґументу берем з кола, зачерканого лучем ρ з точки $x=o$. Та функция сповняє рівнанє 7), **n** функций рівних єї сповняють систем 5).

Функция v дасть ся розвинути на ряд:

$$v=\left(\frac{dv}{dx}\right)_0 x+\frac{1}{2!}\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)_0 x^2+\frac{1}{3!}\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_0 x^3+\cdots \qquad 9)$$

збіжний в колї ρ, а його сочинники можна обчислити постепенно при помочи рівнаня 7).

Наколи возьмемо систем рядів:

$$\left.\begin{aligned}
y_1&=\left(\frac{dy_1}{dx}\right)_0\frac{x}{1!}+\left(\frac{d^2y_1}{dx^2}\right)_0\frac{x^2}{2!}+\cdots\\
y_2&=\left(\frac{dy_2}{dx}\right)_0\frac{x}{1!}+\left(\frac{d^2y_2}{dx^2}\right)_0\frac{x^2}{2!}+\cdots\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
y_n&=\left(\frac{dy_n}{dx}\right)_0\frac{x}{1!}+\left(\frac{d^2y_n}{dx_n}\right)_0\frac{x^2}{2!}+\cdots
\end{aligned}\right\} \qquad 10)$$

що їх сочинники одержалисьмо постепенно з рівнань 5), то ті сочинники мають беззглядну вартість меншу як сочинники ряду 9). Ряди систему 10) є проте збіжні в обсягу (ρ) і є в тім обсягу функциями однозначними. Легко побачити, що сї ряди сповняють систем 5), є проте інтеґралами того системy.

Доказ Laurent'a.[1])

1. Маємо систем рівнань ріжничкових:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1\,(x\ y_1\ y_2 \cdots y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2\,(x\ y_1\ y_2 \cdots y_n) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n\,(x\ y_1\ y_2 \cdots y_n) \end{aligned}\right\} \quad 1)$$

Заложім, що ті функциї $f_1, f_2, \cdots f_n$ є однозначні, скінчені і тяглі, наколи **x** зміняє ся в інтервалї $(x^0 \cdots x^0+a)$, y_1 в інтервалї $(y_1{}^0 \cdots y_1{}^0 \pm a_1)$, y_2 в інтервалї $(y_2{}^0 \cdots y_2{}^0 \pm a_2)$, $\cdots y_n$ в інтервалї $(y_n{}^0 y_n{}^0 \pm a_n)$.

Найжеж одною із вартостий арґументу **x** в інтервалї $(x^0 \cdots x^0+a)$ є X; інтервал $(x^0 \cdots X)$ подїлимо на **m** рівних частий h і положім для $k = 1, 2, \cdots n$:

$$\left.\begin{aligned} y'_k - y^0_k &= \int_{x^0}^{x^0+h} f_k\,(x\ y_1{}^0\ y_2{}^0 \cdots y_n{}^0)\ dx. \\ y''_k - y'_k &= \int_{x^0+h}^{x^0+2h} f_k\,(x\ y'_1\ y'_2 \cdots y'_n)\ dx. \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_k - y_k{}^{(m-1)} &= \int_{x^0+(m-1)h}^{X} f_k\,(x\ y_1{}^{(m-1)}\ y_2{}^{(m-1)} \cdots y_n{}^{(m-1)})\ dx. \end{aligned}\right\} \quad 2)$$

Наколи в наших інтервалах maxima функций f_s є M_s, то після першого з рівнань 2) буде:

$$y'_k < y^0_k + hM_k, \qquad k = 1, 2, \cdots n,$$

а коли возьмемо h так мале, що вартости $y^0_k + hM_k$ не виходять поза інтервал $y^0_k \pm a_k$, то і при вартости y'_k функциї f_k не тратять єще своєї однозначности, скінчености і тяглости.

З другого із рівнань 2) слїдує так само:

$$y''_k < y'_k + hM_k, \qquad \text{або:}$$
$$y''_k < y^0_k + 2hM_k$$

---

[1]) Пор. Laurent: Théorie des équations différentielles ordinaires, simultanées, Paris 1873; також: Zajączkowski: Wykład nauki o równaniach różniczkowych, ст. 58 et sqts.; також: Laurent: Traité d' Analyse том V.

А коли знова виберем ті h так малї, щоби вартости $y^0_k + 2hM_k$ лежали єще в інтервалї $(y^0_k - a_k \cdots\cdots y^0_k + a_k)$, то для вартости $x_k = x''_k$ функциї f_k задержать єще свій характер однозначний, скінчений і тяглий; і т. д. А коли весь інтервал $(x^0 \cdots X) = mh$ возьмемо доволї малий, не більший від найменшої з величин $\frac{a_1}{M_1}, \frac{a_2}{M_2}, \frac{a_n}{M_n}$, то вираженя Y_k будуть єще такими вираженями арґументів y_k, при яких функциї f_k задержать єще свій характер.

Коли додамо рівнаня 2), дістанемо рівнанє:

$$Y_k = y^0_k + \int_{x^0}^{X} f_k(x\, v_1\, v_2 \cdots v_n)\, dx, \qquad (k = 1_1\, 2_2 \cdots n),$$

де $v_1\, v_2 \cdots v_n$ є переривані функциї арґументу x, такі, що рівнають ся відповідно величинам $y_1^0\, y_2^0 \cdots y^0_n$ в інтервалї $x = (x^0 \cdots x^0 + h)$, величинам $y'_1\, y'_2 \cdots y'_n$ в інтервалї $x = (x^0 + h \cdots x^0 + 2h)$, ⋯ величинам $y_1^{(m-1)}, y_2^{(m-1)}, \cdots y_n^{(m-1)}$ в інтервалї $x = (x_0 + (m-1)\, h \cdots X)$.

2. Заким підемо дальше, обчислїм ріжницю між Y_k, а інтеґралом:

$$A_k = y^0_k + \int_{x^0}^{X} f_k(x\, y_1^0\, y_2^0 \cdots y^0_n)\, dx.$$

Наколи положимо:

$$\frac{\partial f_k}{\partial y_s} = f_{ks} \qquad (s = 1_1\, 2_1 \cdots n),$$

і возьмемо дроб ϑ такий, що:

$$o < \vartheta < 1, \qquad \text{то дістанемо:}$$

$$Y_k - A_k = \int_{x^0}^{X} \left[f_k(x\, v_1\, v_2 \cdots v_n) - f_k(x\, y_1^0\, y_2^0 \cdots y^0_n) \right] dx =$$

$$= \int_{x^0}^{X} \Big\{ (v_1 - y_1^0)\, f_{k1} \left[x, y_1^0 + \vartheta(v_1 - y_1^0), \cdots y_n^0 + \vartheta(v_n - y_n^0)\right] + \cdots +$$

$$+ (v_n - y_n^0)\, f_{kn} \left[x, y_1 + \vartheta(v_1 - y_1^0), \cdots y_n^0 + \vartheta(v_n - y_n^0)\right] \Big\}\, dx.$$

А що найбільша вартість якої-небудь ріжниці $(v_h - y^0_h)$ має вид:

$$v_h - y^0_h = \int_{x^0}^{x^0+h} f_h(x\, v_1\, v_2 \cdots v_n)\, dx,$$

то на кождий случай:

$$v_h - y^0_h < (X - x^0)\, M_k; \quad \text{---} \quad 3)$$

Наколи в наших інтервалах:

$$\max |f_{ks}| = M_{ks},$$

то після 3) буде:

$$Y_k - A_k < (X - x^0)^2\, M,$$

де:

$$M = \sum_{s=1}^{n} M_s\, M_{ks}.$$

Подільмо тепер інтервал $(x^0 \text{---} X)$ на m^2 рівних частий, а то в сей спосіб, що кождий інтервал h поділимо на m рівних частинок h'. Тоді Y_k перейде на Y'_k, а ріжниця:

$$Y'_k - Y_k = \sum_i \int_{x^0+ih}^{x^0+(i+1)h} \left[f_k(x\, v_1^{(i)} v_2^{(i)} \text{---} v_n^{(i)}) - f_k(x\, y_1^{(i)} y_2^{(i)} \text{---} y_n^{(i)}) \right] dx,$$

де $v_1^{(i)}\, v_2^{(i)} \text{---} v_n^{(i)}$ є перериванi функциї арґументу x, а їх вартости є відповідно замкнені в інтервалах $(y_1^{(i)} \text{---} y_1^{(i+1)})$, $(y_2^{(i)} \text{---} y_2^{(i+1)})$, ... $(y_n^{(i)} \text{---} y_n^{(i+1)})$; вартости ті не зміняють ся в ніякім з інтервалів h'.

Вирази тої суми є меньші після нерівности 3) як:

$$h^2 M = \left(\frac{X - x^0}{m} \right)^2 M,$$

а проте ріжниця $Y'_k - Y_k$ є менша від m-крати сеї вартости:

$$Y'_k - Y_k < (X - x^0)^2 \frac{M}{m}.$$

Наколи Y''_k, Y''_k, ---- $Y_k^{(i)}$ є вартости, які дістає Y_k, наколи інтервал $(x^0 \text{---} X)$ будемо ділити на m^3, m^4, ---- $m^{(i+1)}$ частий, то очевидно анальоґічно вийде:

$$\left.\begin{aligned} Y''_k - Y'_k &< (X - x^0)^2 \frac{M}{m^2} \\ Y'''_k - Y''_k &< (X - x^0)^2 \frac{M}{m^3} \\ Y^{(i)}_k - Y^{(i-1)}_k &< (X - x^0)^2 \frac{M}{m^i} \end{aligned}\right\}$$

Отже тепер дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} Y_k - A_k &= \vartheta_0 (X - x^0)^2 \quad M \\ Y_k' - Y_k &= \vartheta_1 (X - x^0)^2 \frac{M}{m} \\ Y_k'' - Y_k' &= \vartheta_2 (X - x^0)^2 \frac{M}{m^2} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_k^{(i)} - Y_k^{(i-1)} &= \vartheta_i (X - x^0)^2 \frac{M}{m^i} \end{aligned}\right\} \quad -1 < \vartheta_s < +1.$$

а з відси:

$$Y_k^{(i)} - A_k = (X - x^0)^2 M \left(\vartheta_0 + \frac{\vartheta_1}{m} + \frac{\vartheta_2}{m^2} + \cdots + \frac{\vartheta_i}{m^i}\right).$$

Права сторона є ґеометричним рядом збіжним, що для $i = \infty$ має вартість означену, отже і ліва сторона для $i = \infty$ мусить бути означена т. є. $Y_k^{(i)}$ наближає ся до границї означеної і скінченої, яка від A_k ріжнити ся ме о величину меншу, як $(X - x^0)^2 M$, від Y_k' о величину меншу, як $(X - x^0)^2 \frac{M}{m}$ і т. д. Се є доказом, що наколи число m подїлів інтервалу $(x^0 \cdots X)$ росте без кінця, то Y_k наближає ся до границї означеної і скінченої.

3. Возьмім тепер знова рівнанє:

$$Y_k = y_k^0 + \int_{x^0}^{X} f_k (x\, v_1\, v_2 \cdots v_n)\, dx \qquad (k = 1, 2, \cdots n). \qquad 4)$$

Функциї $v_1\, v_2 \cdots v_n$ є функциї переривані арґументу x, які в кождім інтервалї h мають вартости незмінні, а їменно вартости: $y_1^{(i)}, y_2^{(i)}, \cdots y_n^{(i)}$ в інтервалї $x = (x^0 + ih \cdots x^0 + (i+1)h)$.

Однак наколи приймем, що число m подїлів інтервалу $(x_0 \cdots X)$ росте без кінця в поступі ґеометричнім, то ті функциї можна заступити функциями тяглими, що приймають ту саму вартість для $x = x^0, x^0 + h, \cdots x^0 + (m-1)h$; а тодї мож покласти $v_k = Y_k$ для $x = X$, наколи пропустимо величини дальших рядів. А що рівнанє 4) остане, то тодї:

$$y_k^{(i)} = y_k^0 + \int_{x^0}^{x^0+ih} f_k (x\, v_1\, v_2 \cdots v_n)\, dx,$$

де v_k принимають вартости $y_k^0, y_k', y_k'', \cdots$ для вартостий $x = x^0, x^0 + h, \cdots$. Наколи проте h сходить до зера в поступі ґеометричнім,

то v_1 v_2 ---- v_n стають тяглими функциями арґументу x, принимають для $x=x^0$ вартости $y_1{}^0$ $y_2{}^0$ ---- y_n і сповняють рівнаня:

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= y_1{}^0 + \int_{x^0}^{x} f_1\,(x\,y_1\,y_2 \text{ ---- } y_n)\,dx. \\ y_2 &= y_2{}^0 + \int_{x^0}^{x} f_2\,(x\,y_1\,y_2 \text{ ---- } y_n)\,dx. \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ y_n &= y_n{}^0 + \int_{x^0}^{x} f_n\,(x\,y_1\,y_2 \text{ ---- } y_n)\,dx. \end{aligned}\right\} \quad 5)$$

або, що є то само, сповняють рівнаня ріжничкові 1), які дістанемо з 5) через ріжничкованє.

Істнує проте n функций арґументу x, які вложені в рівнаня 1) місто (y_1 y_2 ---- y_n) зводять ті рівнаня до тотожности. Ті функциї принимають для $x=x^0$ вартости $y_1{}^0$ $y_2{}^0$ ---- $y_n{}^0$, які можна після вподоби вибрати з серед тих вартостий, при яких функциї f_k і їх походні задержують свій характер однозначний, скінчений і тяглий.

Доказ Picard'a.[1])

1. Маємо систем n рівнань ріжничкових першого степеня:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1\,(x\,y_1\,y_2 \text{ ---- } y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2\,(x\,y_1\,y_2 \text{ ---- } y_n) \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n\,(x\,y_1\,y_2 \text{ ---- } y_n) \end{aligned}\right\} \quad 1)$$

де f_s є функциї тяглї і дійсні дійсних величин x y_1 y_2 ---- y_n в окруженю ($x_0 y_1{}^0 y_2{}^0$ ---- $y_n{}^0$). Функциї ті є означені для таких x $y_1 y_2$ ---- y_n, що лежать в інтервалах:

$$(x_0 - a \text{ ---- } x_0 + a),\quad (y_1{}^0 - b \text{ ---- } y_1{}^0 + b),\quad \dots\dots\quad (y_n{}^0 - b \text{ ---- } y_n{}^0 + b),$$

де a і b є сталї додатні.

---

[1]) Пор. Journal de Mathématique рік 1890; також Picard: Traité d' Analyse том II, ст. 301 et sqts.

Заложім дальше, що можна визначити n величин додатних A, B, ---- L таких, що:

$$|f_i(xy_1'y_2' \cdots y_n') - f_i(xy_1y_2 \cdots y_n)| < A\,|y_1'-y_1| + B\,|y_2'-y_2| + \cdots + L\,|y_n'-y_n|,$$

де $(x\ y_1\ y_2 \cdots y_n)$ остають в своїх інтервалах.

Як бачимо, заложеня ті є ту такі самі, як в першім доказі Cauchy'го.

2. Возьмім вперед рівнаня:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\bar{y}_1}{dx} &= f_1\,(x\ y_1^0\ y_2^0 \cdots y_n^0)\\
\frac{d\bar{y}_2}{dx} &= f_2\,(x\ y_1^0\ y_2^0 \cdots y_n^0)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\frac{d\bar{y}_n}{dx} &= f_n\,(x\ y_1^0\ y_2^0 \cdots y_n^0)
\end{aligned}\right\}$$

Звідси дістанемо через квадратуру величини $\bar{y}_1\ \bar{y}_2 \cdots \bar{y}_n$, причім визначимо їх так, що они принимають для x_0 вартости $y_1^0\ y_2^0 \cdots y_n^0$. Дальше возьмім рівнаня:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\bar{\bar{y}}_1}{dx} &= f_1\,(x\ \bar{y}_1\ \bar{y}_2 \cdots \bar{y}_n)\\
\frac{d\bar{\bar{y}}_2}{dx} &= f_2\,(x\ \bar{y}_1\ \bar{y}_2 \cdots \bar{y}_n)\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\frac{d\bar{\bar{y}}_n}{dx} &= f_n\,(x\ \bar{y}_1\ \bar{y}_2 \cdots \bar{y}_n)
\end{aligned}\right\}$$

З них визначимо через квадратуру величини $\bar{\bar{y}}_1\ \bar{\bar{y}}_2 \cdots \bar{\bar{y}}_n$ під умовою, що они для x_0 дістають вартости $y_1^0\ y_2^0 \cdots y_n^0$. Наколи підемо дальше, дістанемо в кінци рівнаня:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dy_1^{(m)}}{dx} &= f_1\,(x\ y_1^{(m-1)}\ y_2^{(m-1)} \cdots y_n^{(m-1)})\\
\frac{dy_2^{(m)}}{dx} &= f_2\,(x\ y_1^{(m-1)}\ y_2^{(m-1)} \cdots y_n^{(m-1)})\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\frac{dy_n^{(m)}}{dx} &= f_n\,(x\ y_1^{(m-1)}\ y_2^{(m-1)} \cdots y_n^{(m-1)})
\end{aligned}\right\}$$

де для $x = x_0$ $y_1^{(m)} = y_1^0$, $y_2^{(m)} = y_2^0$, ---- $y_n^{(m)} = y_n^0$.

Покажемо, що коли m росте без кінця, то $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, \cdots y_n^{(m)}$ сходять до границь, які будуть власне жаданими інтеґралами, під умовою, що x остає достаточно близько від x_0.

Приймім, що maximum беззглядної вартости функций f є M, при чім змінні остають в своїх інтервалах. Возьмім величину ρ, значно більшу як a, то наколи x остане в інтервалї $(x_0-\rho \cdots x_0+\rho)$, то тодї:

$$|\bar{y}_1 - y_1^0| < M\rho, \cdots |\bar{y}_n - y_n| < M\rho.$$

Дальше, наколи:

$$M\rho < b,$$

а величини $\bar{y}_1\ \bar{y}_2 \cdots \bar{y}_n$ остануть в своїх границях, то очевидно то само буде і для иньших системів вартостий $y_1\ y_2 \cdots y_n$

Приймім величину $\delta > \rho$ і приймім, що x остає в інтервалї $(x_0-\delta \cdots x_0+\delta)$. Наколи положимо:

$$y_1^{(m)} - y_1^{(m-1)} = Y_1^{(m)}, \cdots y_n^{(m)} - y_n^{(m-1)} = Y_n^{(m)},$$

то тодї можна написати:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{dY_1^{(m)}}{dx} &= f_1(xy_1^{(m-1)}y_2^{(m-1)} \cdots y_n^{(m-1)}) - f_1(xy_1^{(m-2)}y_2^{(m-2)} \cdots y_n^{(m-2)}) \\
\frac{dY_2^{(m)}}{dx} &= f_2(xy_1^{(m-1)}y_2^{(m-1)} \cdots y_n^{(m-1)}) - f_2(xy_1^{(m-2)}y_2^{(m-2)} \cdots y_n^{(m-2)}) \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\frac{dY_n^{(m)}}{dx} &= f_n(xy_1^{(m-1)}y_2^{(m-1)} \cdots y_n^{(m-1)}) - f_n(xy_1^{(m-2)}y_2^{(m-2)} \cdots y_n^{(m-2)})
\end{aligned}\right\} (m = 2, 3, \cdots \infty)$$

Однак маємо:

$$|\bar{Y}_1| = |\bar{y}_1 - y_1^0| < M\delta, \cdots |\bar{Y}_n| < M\delta.$$

Наші рівнаня показують, що $|\bar{Y}_1|, |\bar{Y}_2|, \cdots |\bar{Y}_n|$ є менші як

$$(A + B + \cdots + L)\, M\delta^2$$

і т. д.; постепенно дїйдемо до заключеня, що $|Y_1^{(m)}|, |Y_2^{(m)}|, \cdots |Y_n^{(m)}|$ є менші як:

$$M\delta\,(A + B + \cdots + L)^{m-1}\,\delta^{m-1}.$$

Но:

$$y_1^{(m)} = y_1^0 + \bar{Y}_1 + \bar{\bar{Y}}_1 + \bar{\bar{\bar{Y}}}_1 + \cdots + Y_1^{(m)};$$

отже $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, y_n^{(m)}$ сходять до границї, наколи:

$$(A + B + \cdots + L)\,\delta < 1,$$

а та умова ся сповняє, наколи δ є достаточно мале. Бачимо проте, що $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, \cdots y_n^{(m)}$ сходять до означених границь $y_1\ y_2 \cdots y_m$, що є тяглими функциями арґументу x в інтервалї $(x_0 - \delta \cdots x_0 + \delta)$.

$y_1\ y_2 \cdots y_n$ будуть то ряди збіжні в сей спосіб, як проґресия ґеометрична.

Маємо проте:

$$y_1^{(m)} = \int_{x^0}^{x} f_1 (x\ y_1^{(m-1)} \cdots y_n^{(m-1)})\, dx + y_1^0.$$

а що $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, \cdots y_n^{(m)}$ є ріжні від своїх границь для $\lim m = \infty$ безконечно мало, то в границї дістанемо:

$$y_1 = \int_{x^0}^{X} f_1 (x\ y_1\ y_2 \cdots y_n)\, dx + y_1^0.$$

а з відси:

$$\frac{dy}{dx} = f_1 (x\ y_1\ y_2 \cdots y_n)$$

і так само для прочих рівнань. Функциї $y_1\ y_2 \cdots y_n$ є проте дїйсно інтеґралами системи рівнань ріжничкових.[1])

Докази Fuchs'a.[1])

1. Возьмім рівнанє:

$$\frac{d^n y}{dx^n} + p_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + p_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \cdots + p_n y = 0 \qquad 1)$$

---

[1]) Лїтература теориї Fuchs'a є незвичайно обширна. Тут належить: Abhandlungen von Fuchs, Crelle's Journal т. 66. і 68. Fuchs: Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1886. Heffter: Einleitung in der Theorie der linearen Differentialgleichungen. Schlesinger: Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen. Koenigsberger: Lehrbuch der Theorie der Differentialgleichungen. Laurent: Traité d' Analyse т. V розд. III. Sauvage: Théorie générale des systèmes d'équations différentielles. Tannery: Propriétés des équations différentielles linéaires á coefficients variables (Annales de l'école normale II. серия т. IV. 1875). Floquet: Sur la théorie des équ. diff. lin. (ibid. т. VIII. 1879). Fabry: Sur les intégrales des éq. diff. linéaires (Paris 1885). Дальше розвідки Frobenius'a, Hamburger'a, Thomé'a etc. в Crelle's Jonrnal і Sitz. ber. der Berl. Akad. Також: Zajączkowski: Teorya Fuchsa równań różniczkowych (Pam. wydziału mat. przyr. Akad. Umiej. w Krakowie том XIII.

де p_p є функциями аналїтичними (одно- або много-значні) в якимсь інтервалї, де є тяглї. Оберім в тім інтервалї точку $x=x_0$, то в окруженю сеї точки є:

$$p_k = \mathfrak{P}(x-x_0)$$

о обсягу збіжности R_k (x змінна зложена).

Покажемо, що наколи найменший з обсягів збіжности рядів p_k є R, то всегда буде можна дістати в тім обсягу інтеґрал даного рівнаня яко ряд степенний збіжний в колї R; походні $y, y', y'', \cdots y^{(n-1)}$ будуть для $x=x_0$ мати вартість після вподоби.

2. В колї R_k є:

$$p_k = \mathfrak{P}_k(x-x_0) = p_{ko} + p'_{ko}(x-x_0) + \cdots + p_{ko}^{(\alpha)}(x-x_0)^\alpha + \cdots$$

де:

$$p_{ko}^{(\alpha)} = \left.\frac{d^\alpha p_k}{dx^\alpha}\right]_{x=x_0} \frac{1}{\alpha!}$$

Наколи на колї R_k найбільша вартість ряду є g, то:

$$|p_{ko}^{(\alpha)}|\,|x-x_0|^\alpha < g,$$

$$|x-x_0| < R_k.$$

Возьмім проте за $(x-x_0)$ R_k, то:

$$|p_{ko}^{(\alpha)}|\,|R_k|^\alpha < M_k,$$

де M_k є найбільша беззглядна вартість ряду (в колї або на колї); отже:

$$\left.\frac{d^\alpha p_k}{dx^\alpha}\right]_{x=x_0} \frac{1}{\alpha!} R^\alpha{}_k < M_k. \qquad 2)$$

Кромі p_k возьмім єще функцию:

$$\varphi_k = \frac{M_k}{1-\frac{x-x_0}{R}} = M_k\left[1 + \frac{x-x_0}{R} + \frac{(x-x_0)^2}{R^2} + \cdots\right],$$

збіжну в колї R.

При $(x-x_0)^\alpha$ є сочинник:

$$\frac{M_k}{R^\alpha} = \left.\frac{d^\alpha \varphi_k}{dx^\alpha}\right]_{x=x_0} \frac{1}{\alpha!};$$

звідси:

$$M_k = \left.\frac{d^\alpha \varphi_k}{dx^\alpha}\right]_{x=x_0} \frac{1}{\alpha!} R^\alpha .$$

Коли се вставити в 2), то наколи місто R_k возьмемо R, дістанемо:

$$\left| \frac{d^\alpha p_k}{dx^\alpha} \right|_{x=x_0} < \left| \frac{d^\alpha \varphi_k}{dx^\alpha} \right|_{x=x_0}$$

Всї походні функциї φ_k є проте більші як походні функциї p_k. Наколи в рівнаню 1) місто $p_1, p_2, \cdots$ возьмемо $-\varphi_1, -\varphi_2, \cdots$, то дістанемо рівнанє:

$$\frac{d^n u}{dx^n} - \varphi_1 \frac{d^{n-1} u}{dx^{n-1}} - \varphi_2 \frac{d^{n-2} u}{dx^{n-2}} - \cdots - \varphi_n u = o. \qquad 3)$$

Положім:

$$\frac{x - x_0}{R} = t,$$

то:

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{du}{dt} \frac{1}{R}$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{R} \frac{d^2 u}{dt^2} \frac{dt}{dx} = \frac{1}{R^2} \frac{d^2 u}{dt}$$

і т. д.

$$\frac{d^s u}{dx^s} = \frac{1}{R^s} \frac{d^s u}{dt^s}.$$

Тепер з рівнаня 3) дістанемо:

$$\frac{d^n u}{dt^n} \frac{1}{R^n} - \varphi_1 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} \frac{1}{R^{n-1}} - \varphi_2 \frac{d^{n-2} u}{dt^{n-2}} \frac{1}{R^{n-2}} - \cdots \varphi_n u = o. \qquad 4)$$

А що:

$$\varphi_k = \frac{M_k}{1 - \frac{x - x_0}{R}} = \frac{M_k}{1 - t}, \qquad \text{то:}$$

$$(1 - t) \frac{d^n u}{dt^n} - M_1 R \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} - \cdots - M_n R^n u = o.$$

Попробуймо розвязати се рівнанє через ряд степенний:

$$u = \sum_{k=o}^{\infty} b_k t^k .$$

Наколи вставимо се за u і зрівнаємо сочинники до зера, тоді дістанемо на b_k систем рівнань; іменно сочинник при t^k зрівнаний до зера дасть:

$$\left.\begin{array}{l}(n+k)(n+k-1) \cdots (k+1)\, b_{n+k} = (n+k-1)(n+k-2) \cdots \\ \quad \cdots (k+1)\, b_{n+k-1} (M_1 R + k) + (n+k-2)(n+k-3) \cdots \\ \quad \cdots (k-1)\, b_{n+k-2} M_2 R^2 + \cdots\cdots + b_k M_n R^n .\end{array}\right\} \quad 5)$$

Наколи положимо $k=o, 1, 2, \cdots$, дістанемо сочинники b_{n+k} обчислені на основі попередних n сочинників $b_{n+k-1}, \cdots b_k$. Бачимо проте, що n початкових сочинників $b_0\, b_1\, b_2 \cdots b_{n-1}$ можуть мати вартість після вподоби, а після сього вийдуть і дальші сочинники; наколи ті сочинники $b_0\, b_1 \cdots b_{n-1}$ є додатні, то і $b_n, b_{n+1}, \cdots$ є додатні.

Коли так, то після 5) буде:

$$b_{n+k} = \frac{M_1 R + k}{n+k} b_{n+k-1} + \lambda b_{n+k-2} + \cdots\cdots$$

M_1 є найбільша додатна вартість функциї $|p_1|$, можна проте M_1 побільшати; побільшім M_1 так, щоби:

$$M_1 R + k > n + k, \qquad \text{або:}$$

$$M_1 R > n,$$

тоді $\frac{M_1 R + k}{n+k}$ є дроб неістий, отже:

$$b_{n+k} > b_{n+k-1}.$$

Як бачимо із того, сочинники обчислені на основі додатних $b_0\, b_1 - b_{n-1}$ збільшають ся без кінця.

$$\frac{b_{n+k}}{b_{n+k-1}} = \frac{M_1 R + k}{n+k} + \frac{M_2 R^2}{(n+k)(n+k-1)} \frac{b_{n+k-2}}{b_{n+k-1}} + \cdots\cdots$$

По правій стороні є b з меншим сказником подїлене через b з більшим сказником, є се проте дроби істі; в сочинниках при тих дробах чисельники не є зависимі від k, отже:

$$\lim_{k=\infty} \frac{M_2 R^2}{(n+k)\,(n+k-1)} = o,$$

$$\lim_{k=\infty} \frac{b_{n+k}}{b_{n+k-1}} = \lim_{k=\infty} \frac{M_1 R+k}{n+k} = 1.$$

Наколи u має бути збіжне, то мусить бути:

$$\lim_{\nu=\infty} \left| \frac{b_\nu t^\nu}{b_{\nu-1} t^{\nu-1}} \right| < 1, \qquad \text{або:}$$

$$\lim_{\nu=\infty} \frac{b_\nu}{b_{\nu-1}} \left| t \right| < 1, \qquad \text{а що:}$$

$$\lim_{\nu=\infty} \frac{b_\nu}{b_{\nu-1}} = 1, \qquad \text{то:}$$

$$|t| < 1.$$

Ряд u з неозначеними $b_0\ b_1$ ---- b_{n-1} є проте збіжний в обсягу $|t| < 1$, або $\left|\frac{x-x_0}{R}\right| < 1$, або $|x-x_0| < R$, т. є. в найменшім колї збіжности рядів p_k.

Рівнанє 3) має проте в окруженю x_0 інтеґрал:

$$u = b_0 + b_1 \frac{x-x_0}{R} + b_2 \frac{(x-x_0)^2}{R^2} + \cdots \qquad |x-x_0| < R.$$

Ми приняли $b_0\ b_1$ ---- b_{n-1} додатні, при чім:

$$\frac{b_l}{R^l} = \left.\frac{d^l u}{dx^l}\right]_{x=x_0} \frac{1}{l!}$$

Рівнанє 3) можна написати в виді:

$$\left.\frac{d^n u}{dx^n}\right]_{x_0} = \left[\varphi_1 \frac{d^{n-1} u}{dx^{n-1}} + \cdots + \varphi_n u\right]_{x_0} = \frac{b_n}{R^n}.$$

Так виглядає n-та походна; походні $u, u', u'', u^{(n-1)}$ представляють ся через неозначені $b_0\ b_1$ ---- b_{n-1}.

Висша походна:

$$\frac{d^{n+1} u}{dx^{n+1}} = \varphi_1 \frac{d^n u}{dx^n} + \varphi_1' \frac{d^{n-1} u}{dx^{n-1}} + \cdots,$$

а що n-та походна представляє ся через (n--1)шу, (n—2)гу,----, то:

$$\left.\frac{d^{n+1}u}{dx^{n+1}}\right]_{x=x_0} = \left\{ A_0 u + A_1 \frac{du}{dx} + \cdots + A_{n-1} \frac{d^{n-1}u}{dx^{n-1}} \right\}_{x=x_0},$$

а в загалї:

$$\left.\frac{d^{n+s}u}{dx^{n+s}}\right]_{x=x_0} = A_0^{(s)} b_0 + A_1^{(s)} \frac{b_1}{R} + \cdots + A_{n+1}^{(s)} \frac{b_n}{R^{n-1}},$$

де:

$$\left. u^{(l)} \right]_{x=x_0} = \frac{b_l}{R}$$

Сочинники $A_r^{(s)}$ є очевидно рациональні, цїлковиті і додатні функциї функций φ_1, φ_2, ---- і їх походних для $x=x_0$.

3. Вернім до даного рівнаня:

$$\frac{d^n y}{dx^n} + p_1 \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \cdots + p_n y = o.$$

Положім:

$$\left| y \right|_{x=x_0} = b_0, \quad \left| \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{b_1}{R}, \quad \cdots\cdots \quad \left| \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} \right|_{x=x_0} = \frac{b_{n-1}}{R^{n-1}}$$

що вільно зробити, бо вартість тих $b_0\ b_1$ ---- b_{n-1} залежить зовсїм від нас.

Тепер:

$$\left.\frac{d^n y}{dx^n}\right]_{x=x_0} = \left[- p_1 \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} - \cdots - p_n y \right]_{x=x_0} \qquad 6)$$

Коли се зріжничкуємо, то:

$$\left.\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}}\right]_{x=x_0} = \left[- p_1 \frac{d^n y}{dx^n} - \cdots \right]_{x=x_0},$$

або на основі 6):

$$\left.\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}}\right]_{x=x_0} = \left[B_0 \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + B_1 \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \cdots \right]_{x=x_0};$$

в загалї:

$$\left.\frac{d^{n+s}y}{dx^{n+s}}\right]_{x=x_0} = B_0 \left. y\right]_{x=x_0} + B_1 \left.\frac{dy}{dx}\right]_{x=x_0} + \cdots + B_{n-1} \left.\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right]_{x=x_0}$$

де $B_r^{(s)}$ є анальоґічно утворені, як передтим $A_r^{(s)}$.

Маємо проте:

$$\left|\frac{d^{n+s}u}{dx^{n+s}}\right|_{x=x_0} = A_0^{(s)}\, b_0 + A_1^{(s)}\, \frac{b_1}{R} + \cdots + A_{n-1}^{(s)}\, \frac{b_{n-1}}{R^{n-1}},$$

а:

$$\left|\frac{d^{n+s}y}{dx^{n+s}}\right|_{x=x_0} \leqq \left|B_0^{(s)}\right| b_0 + \left|B_1^{(s)}\right| \frac{b_1}{R} + \cdots + \left|B_{n-1}^{(s)}\right| \frac{b_{n-1}}{R^{n-1}},$$

$B_\nu^{(s)}$ є утворене з p_k, $A_\nu^{(s)}$ з ς_k, а що:

$$\left|\frac{d^\alpha p_k}{dx^\alpha}\right|_{x=x_0} < \left|\frac{d^\alpha \varsigma_k}{dx^\alpha}\right|_{x=x_0},$$

то очевидно:

$$\left|B_\nu^{(s)}\right| < \left|A_\nu^{(s)}\right|.$$

Отже:

$$\left|\frac{d^{n+s}u}{dx^{n+s}}\right|_{x=x_0} \geqq \left|\frac{d^{n+s}y}{dx^{n+s}}\right|_{x=x_0} \qquad 7)$$

Звідси відразу видно, що істнує інтеґрал даного рівнаня 1).

Бо:

$$\left|\frac{d^{n+s}u}{dx^{n+s}}\right|_{x=x_0} = \frac{b_{n+s}}{R^{n+s}}\,(n+s)!, \qquad \text{отже:}$$

$$u = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{b_s}{R^s}\,(x-x_0)^s,$$

збіжне для $|x-x_0| < R$. Наколи утворимо:

$$y = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!}\left[\frac{d^s y}{dx^s}\right]_{x=x_0} (x-x_0)^s,$$

то після 7) кожда походна в ряді y є що до беззглядної вартости менша як походна в ряді u. Наколи порівнаємо ряди u і y, то:

$$\left|y\right|_{x_0} = b_0, \quad \left|\frac{dy}{dx}\right|_{x_0} = \frac{b_1}{R}, \quad \cdots\cdots \quad \left|\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}\right|_{x_0} = \frac{b_{n-1}}{R^{n-1}},$$

а з подальших виразів в y є кождий менший як відповідний вираз в u. Отже ряд y є збіжний в колї $|x-x_0| < R$.

Твердженє наше є проте доказане, бо істнує функция інтеґральна, що є таким рядом степенним, що для

$x = x_0$ є y і походні $y' y''$ ---- $y^{(n-1)}$ можуть мати вартість після умови.

4. Наколи $p_k = \mathfrak{P}_k (x - x_0)$ є ряд збіжний в засягу $R_k = \infty$, то і $R = \infty$, або инакше p_k є функциї рациональні або цїлковиті переступні. Тодї інтеґрал:

$$y = a_0 + a_1 (x - x_0) + \text{----}$$

є збіжний в колї $R = \infty$, отже є також функция рациональна, або цїлковито переступна.

В окруженю точок особливих рядів p_k подає вид інтеґралів теория Fuchs'a.

Доказ Ковалевскої.[1])

1. Возьмім систем рівнань о походних частних:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} &= \sum_{i,k} A_{i,k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} &= \sum_{i,k} B_{i,k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{\partial u_n}{\partial x} &= \sum_{i,k} L_{i,k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} i &= 1, 2, \text{----} m \\ k &= 1, 2, \text{----} p \end{aligned} \qquad 1)$$

A, B, ---- L є функциї однозначні, скінчені і тяглі арґументів $u_1\ u_2\ u_m$ в окруженю точки $(u_1^0\ u_2^0$ ---- $u^0_m)$.

З другої сторони возьмім m функций арґументів $(x_1\ x_2$ ---- $x_p)$:

$$\varphi_1 (x_1\ x_2 \text{----} x_p), \quad \varphi_2 (x_1\ x_2 \text{----} x_p) \text{----} \varphi_m (x_2\ x_2 \text{----} x_p),$$

які є означені, скінчені та тяглі в окруженю точки $(x_1^0\ x_2^0$ ---- $x^0_p)$, і які зводять ся для $x_s = x^0_s$ $(s = 1, 2,$ ---- $p)$ до $u_1^0\ u_2^0$ ---- u^0_m. Наколи так є, то покажемо, що можна найти m функций $u_1\ u_2$ ---- u_m $(p+1)$ независимих арґументів $x\ x_1\ x_2$ ---- x_p, які сповняють систем рівнань 1) і зводять ся для $x = x_0$ до $\varphi_1\ \varphi_2$ ---- φ_m.

---

[1]) Пор. Sophie Kowalewski: Crelle's Journal т. 80.

Заложім, що початкові вартости u^0_i x^0_2 x^0_k є 0. Наколи істнують функциї, що сповняють наші заложеня, то на основі рівнань 1) буде можна одержати їх розвиненя після степений арґументу x. Дістанемо іменно вартости всїх частних походних функциї *u* для $x = x_1 = \cdots x_p = o$. Се є очевидне для тих походних, в яких *x* не виступає, бо вартости *u* є данї для x=0. Що до иньших походних, то ті дістанемо постепенно; так походні, де ріжничкованє що до арґументу *x* переведено раз тілько, є данї через рівнаня ріжничкові 1), ріжничковані якесь число разів що до арґументів x_1 x_2 ⋯ x_p. Наколи дальше мем ріжничкувати рівнаня 1) з огляду на *x*, то через ужитє рахунку висшорядних походних дістанемо походні частні, де ріжничкованє переведене є два рази що до арґументу x і т. д.

Дістанемо проте розвиненя:

$$u_i = P_0^i + P_1^i x + \cdots + P_n^i x^n + \cdots$$

де P є знані функциї арґументів x_1 x_2 ⋯ x_p, скінчені, означені і тяглї. Наколи сї розвиненя є збіжні, то они сповнять систем 1).

Основною проте точкою нашого доказу є доказ збіжности даних рядів в певнім обсягу докола вартостий початкових. Ту поступати мем анальоґічно, як при доказї Cauchy'го, а іменно ужнем порівнаня з певним другим системом.

Най M буде maximum з поміж беззглядних вартостий функций A, B, ⋯ L, наколи *u* лишають ся на своїх площах в колї о лучу *r*. Ужиймо — як при доказї Briot-Bouquet'a — до порівнаня функциї:

$$F = \frac{M}{1 - \frac{u_1 + u_2 + \cdots + u_m}{r}};$$

яка-небудь частна походна сеї функциї є для $u_1 = u_2 = \cdots u_m = o$ додатна і більша як беззглядні вартости відповідної походної одної з функций A, B, ⋯ L.

Порівнаймо систем 1) з системом:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial U_1}{\partial x} = \frac{\partial U_2}{\partial x} = \frac{\partial U_3}{\partial x} = \cdots = \frac{\partial U_m}{\partial x} = \\ &= \frac{M}{1 - \frac{U_1 + U_2 + \cdots + U_m}{r}} \sum_{i,\,k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \end{aligned}\right\} \quad 2)$$

З другої сторони най буде N найбільшою з беззглядних вартостий функций φ $(x_1 x_2 \cdots x_p)$ (які стають ся зером для $x_1 = x_2 = \cdots = x_p = o$), наколи x остають в колї о лучу ρ. Для тих функций φ возьмім до порівнаня функцию:

$$\Phi = \frac{N}{1 - \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_p}{\rho}} - N$$

З виду походних тих функций Ф і F слїдно, що наколи розвинемо U на основі систему 2) [подібно, як се було для u з систему 1)], дістанемо сочинники додатні і більші, як беззглядні вартости відповідних сочинників в u. Вистане проте показати збіжність рядів, які дістанемо з систему 2). Але U, що мають для x=o ту саму вартість Ф, є тотожні, а систем 2) зведе ся до одного рівнаня:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{Mm}{1 - \frac{mU}{r}} \left(\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2} + \cdots + \frac{\partial U}{\partial x_p} \right). \qquad 3)$$

А що Ф зависить лиш від суми $(x_1 + x_2 + \cdots + x_p)$, то можна приняти, що і U зависить також лиш від сеї суми. Наколи отже приймем, що U є лиш функциєю x і $z = (x_1 + x_2 + \cdots + x_p)$, отже:

$U = U(x, z)$, то рівнанє 3) перейде на:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{Mmp}{1 - \frac{mU}{r}} \frac{\partial U}{\partial z} \qquad 4)$$

Маємо тепер розважити інтеґрал U того рівнаня, який для x=o зводить ся до:

$$\frac{N}{1 - \frac{z}{\rho}} - N = \frac{Nz}{\rho - z}$$

Рівнанє 4) каже проте, що два вираженя:

$$U \text{ і } \left(1 - \frac{mU}{r}\right) z + Mmpx \text{ (т. є. інтеґрал рівнаня 4)}$$

є одно функциєю другого, отже:

$$\left(1 - \frac{mU}{r}\right) z + Mmpx = f(U).$$

Як визначити тепер ту функцию f(U)?

Ми хочемо, щоби для x=o:

$$U = \frac{Nz}{\rho - z};$$

отже тодї:

$$f\left(\frac{Nz}{\rho - z}\right) = \left(1 - \frac{m}{r}\,\frac{Nz}{\rho - z}\right) z,$$

або наколи положимо:

$$\frac{Nz}{\rho - z}\ t, \qquad \text{отже:} \qquad z = \frac{\rho t}{N + t},$$

то:

$$f(t) = \left(1 - \frac{m}{r}\ t\right) \frac{\rho t}{N + t}.$$

Функция f є проте точно означена, а рівнанє, що нам дає *U*, мусить конче мати вид:

$$\left(1 - \frac{mU}{r}\right) z + Mmpx = \left(1 - \frac{m}{r}\ U\right) \frac{\rho U}{N + U}.$$

То рівнанє є з огляду на U другого степеня; для x=z=o має оно один корінь 0, другий $\frac{r}{m}$. Для нас важний є лиш корінь 0; він є однозначний, скінчений і тяглий в окруженю z=x=o; він буде також функциєю однозначною, скінченою і тяглою арґументів x, x_1, x_2, ---- x_p в окруженю точок $x = x_1 = x_2 = \cdots = x_p = o$.

Систем 2), що має інтеґрал однозначний, скінчений і тяглий, доказує, що і систем рівнань ріжничкових 1) має системінтеґралів, що сповняють дані умови.

2. З того теорему можна вивести єще загальнїйший теорем, наколи приймем, що в системі 1) функциї A, B, ---- L зависять не лиш від *u*, але і від x x_1 x_2 ---- x_p.

Розважимо іменно $(m+p+1)$ рівнань:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial u_1}{\partial x} &= \sum_{i,k} A_{i,k}\,(u_1\, u_2 \cdots u_m;\ x'\, x'_1\, x'_2 \cdots x'_p)\,\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\\
\frac{\partial u_2}{\partial x} &= \sum_{i,k} B_{i,k}\,(u_1\, u_2 \cdots u_m;\ x'\, x'_1\, x'_2 \cdots x'_p)\,\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\frac{\partial u_m}{\partial x} &= \sum_{i,k} L_{i,k}\,(u_1\, u_2 \cdots u_m;\ x'\, x'_1\, x'_2 \cdots x'_p)\,\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\\
\frac{\partial x'}{\partial x} &= 1.\\
\frac{\partial x'_1}{\partial x} &= 0.\\
&\cdots\cdots\cdots\\
\frac{\partial x'_p}{\partial x} &= 0.
\end{aligned}\right\}$$

Для $x=o$ можем собі дати початкові вартости $u_1\, u_2 \cdots u_m$; най они будуть функциями φ; також і вартости початкові $x'\, x'_1 \cdots x'_p$ можна покласти які-небудь, отже най они будуть:

$$x'=o,\ x'_1=x_1,\ \cdots\ x'_p=x_p.$$

Послїдні $(p+1)$ рівнань показують, що можна покласти:

$$x'=x,\ x'_1=x,\ \cdots\ x'_p=x_p,$$

а через се маємо доказ, що:

істнують інтеґрали системy:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial u_1}{\partial x} &= \sum_{i,k} A_{i,k}\,(u_1\, u_2 \cdots u_m;\ x\, x_1 \cdots x_p)\,\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\\
\frac{\partial u_2}{\partial x} &= \sum_{i,k} B_{i,k}\,(u_1\, u_2 \cdots u_m;\ x\, x_1 \cdots x_p)\,\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
\frac{\partial u_m}{\partial x} &= \sum_{i,k} L_{i,k}\,(u_1\, u_2 \cdots u_m;\ x\, x_1 \cdots x_p)\,\frac{\partial u_i}{\partial x_k}
\end{aligned}\right\}$$

які для $x=o$ мають вартости $\varphi_1\, \varphi_2 \cdots \varphi_m$.

Тернопіль в грудни 1896 р.

О кристалїзованім ксантинї і ґуанїнї.

Написав **І. ГОРБАЧЕВСКИЙ** (в Празї).

І. Ксантин.

Ксантин є, як відомо, порошок безподобний (аморфний), котрого до тепер не удало ся скристалїзувати. Коли при розкладаню сполук срібла засад ксантинових вилучили ся дуже красні кристали, покладав я їх з початку за сполуку нову, аж докладний розслїд показав, що був то ксантин, що викристалїзував з 1 дробиною (молекулом) води кристалїзацийної. Такий кристалїзований ксантин, як показало ся, дуже легко добути з препарату безподобного (аморфного) розріджуючи луговий розчин ксантина сильно водою а окисаючи єго квасом оцтовим — найлїпше таким способом: Безподобий, чистий або по крайній мірі не дуже занечищений ксантин розпускає ся в малій скількости лугу, розчин розріджує ся водою загрітою на яких 60° С. так сильно, щоби в 2 l. розчину був 1 g. ксантина. Опісля тїч окисає ся квасом оцтовим, охолоджує помалу і лишає через кілька днїв кристалїзувати. Теплий розчин ксантина мусить бути зовсїм чистий — коли би по окисненю мав змутити ся, треба борзо перефільтрувати (перецїдити). При кристалїзациї вилучують ся на стїнах і на днї посуди грузла кристалів, котрі видно вільним оком.

При мікроскопнім огляданю показало ся, що грузельця зложені з блискучих, великих, тонких плиток. Коли кристалїзация відбуває ся борзо а особливо коли і ксантин не є зовсїм чистий, витворюють ся малі кулёваті скупини (аґреґати), подібні левцину, на котрих під мікроскопом іно лучисте і соосередне (радіяльне і концентричне) смуговане видно. При лїпшій кристалїзациї виростають малі ромбічні, заокруглені плитки (яко бруски) або поодиноко або зложені в рожицї (розети).

Кристалїзований ксантин можна остаточно добути ще инакшим способом — іменно з розчину алькогольного Ксантин розпускає ся в лугу, а розчин розріджує ся так сильно, щоби 1 g. був на яких 700 – 750 розчину. Опісля придає ся $^1/_3$ на об'єм алькоголю а окисає ся квасом оцтовим. По кількох днях викристалїзує ксантин так само, як описано перше. Без прибавки алькоголю не було би можна осягнути доброї кристалїзациї, бо з такого, зглядно стуженого (концентрованого) розчину вилучив би ся ксантин іно в части скристалїзований, а в части безподобний.

Кристали ксантину мож сушити в порожнівцї (Vacuumapparat) над квасом сїрчаним при температурі звичайній до ваги сталої без зміни. Також загріванєм на 110° С. они не зміняють ся. Але коли сушать ся при 125—130° С, так тратять воду кристалїзацийну і стають зовсїм непрозорі. Аналїза (розбор) виказала:

1) 0·2862 g. в порожнівцї сушених кристалів дали при 125—130° С. 0·0301 g. води = 10·52%,

2) 0·2183 g. дали при такім самім опрацьованю 0·0231 g. ваги = 10·58%,

3) 0·1317 g. сушених кристалів дали при волюметричнім становленю азота 36·9 ccm. N, міряного при 6·8° С. а 733 mm. барометричного тиску = 32·73%.

Найдено:		Вираховано про $C_5H_4N_4O_2+H_2O$
Води крист.	10·52%	10·58%
„ „	10·58%	
Азота	32·73%	32·82%

4) 0·1325 g. кристалів висушених при 130° С. дали 42·1 ccm N, зміреного при 9·7° С. і 734 mm. барометричного тиску = 36·82%.

Найдено:		Вираховано про $C_5H_4N_4O_2$
Азота	36·82%	36·84%

З того виходить, що ксантин кристалїзує з 1 молекулом (з одною дробиною) води кристалїзацийної, котра доперва при високій зглядно температурі відходить. Знанє сего факта є важне з отсих причин: Описана власність ксантина може зжити ся до докладного схарактеризованя сполуки, що в богато випадках є дуже вигідне і потрібне. Дальше дає добра кристалїзация поруку, що препарат є чистий. Остаточно виходить з того конечне правило, що ксантин треба все сушити при 130° С., позаяк і препарати, на перший погляд безподобні (аморфні), як звичайно дістають ся з розтворів трохи більше розріджених можуть скривати менше або більше

кристалїзованого ксантина, котрий має воду кристалїзацийну. Такий препарат, хоть і зовсїм чистий, не може дати при аналїзї чисел анї згідних між собою, або таких, що відповідали би ксантину, коли був сушений в порожнівцї або при 110° С., як тоє звичайно робить ся.

Заким було се сконстатовано, я аналїзував і перечищував препарати дуже чисті, але при аналїзах не виходили числа, котрі би годили ся між собою і з формулою ксантина — так що був я якийсь час того переконаня, що ходить о сполуку нову; тим часом були то сумішки ксантина скристалїзованого і безподобного.

Гарно витворені грузла (друзи) кристалів ксантина чистого, є дуже характеристичні, так що не тяжко їх відріжнити від сполук иньших, а особливо від других сполук ксантинових. Тимчасом є скупини, що викристалїзували з нечистих розчинів а брускам подібні кристали, як і поєдинокі плитки з великих друз дуже часто зовсїм подібні до кристалів квасу мочевого.

II. Ґуанїн.

Також і тота сполука вважає ся тїлом безподобним (аморфним). Лиш Drechsel[1]) подає коротку замітку, що з розчину ґуанїна, приправленого при 30—35° С. в сильнім амоняку при добровільнім випаровуваню амоняку вилучують ся кристалики, котрі, як здає ся, є ромбічні плитки і іголки. Тоє спостереженє можу потвердити, але отримані кристали були так дрібні, що і при сильнім збільшеню не було можна їх форми розпізнати. Остаточно до тепер ще не доказано, чи тії кристали не складають ся з ґуанїн-амоняку, позаяк Kassel[2]) при загріваню ґуанїна з амоніяком дістав тоту сполуку.

Коли, перше описані досьвіди показали, що ксантин дуже легко скристалїзувати, спробував я і ґуанїн тим самим способом до кристалїзациї привести.

І справдї можна і ґуанїн так скристалїзувати, але в тім випадку показало ся, що ґуанїн вже з теплого розчину і при сильнім розрідженю (1 : 2000) по окисненю вилучує ся борзо, так що не дістане ся кристалів більших. Показало ся дальше, що в тім випадку є користнїйшим змішати теплий розтвір ґуанїна (в лугу), концентрациї 1 : 2000 з $^1/_3$ об'єма (волюму) алькоголю, а опісля окисати

[1]) Journ. f. pracht. Ch. 24. 44.
[2]) Zeitschr. f. physiol. Ch. 7. 17.

квасом оцтовим. В часї кількох днів викристалїзує ґуанїн на стїнах, а на днї посуди в досить великих грузлах (друзах), котрі мож видїти вільним оком. Мікроскопічне оглядане виказує кулясті або неправильні скупиці, з котрих більші є або зовсїм прозорі, або іно на берегах (окрайках) пропускають мало сьвітла. Менші аґреґати, що перепускають досить сьвітла, зложені з граняків (призм) або острицъ (пірамід) уложених в кулї або в снїпки і подібні форми. При здавленю розпадають ся скупини (аґреґати) на відрізки куль, на котрих мож тепер складню (структуру) відріжнити та на поодинокі гранячки і острички, котрі бувають досить спорі.

Кристали вимивають ся водою, алькоголем і етером, виглядають як білий, тусклий порошок і не мають води кристалїзацийної. Загріванем на 130° С. зовсїм не зміняють ся. Кристалїзований ґуанїн можна вже мікроскопно відріжнити від ксантина. Мікроскопне оглядане виказує сейчас ріжницю і від других засад ксантинових.

Причинок до анатомії порівнательної судин кровних у хробаків.

Написав **ІВАН РАКОВСКИЙ.**

Перші слїди судин кровних бачимо у стяжнїв (Nemertini). Ту суть они незвичайно простої будови, із-за того що складають ся з двох пнїв бічних а крім сього часом з одного ще хребетного, злучених із собою численними поперечними злучницями (комісурами) а з переду зливаючих ся із собою за помочию укладу заливів (лякун) або і безпосередно. У перстеняків уклад судинний єсть вже значно сильнїйше розвинений і має дуже часто так зложену будову, що строге переведенє гомольоґії між орґанами круженя у ріжних громад єсть незвичайно утруднене.

Богато питань чекає тут єще розвязаня, представляючи нам незвичайно богатий і дуже займавий материял до специяльних дослїдів.

Отся наша праця подає власне причинок до анатомії і гістольоґії орґанів круженя у одної із численних родин перстеняків а то у енхітреід (Enchytraeidae d'Udek).

Найважнїйшою частию укладу круженя у енхітреід єсть безперечно судина хребетна (vas dorsale). Виходить она в околици сїдельця (clitellum) дещо з переду або з заду сьогож, з заливу кровного, що обіймає середну і долїшну часть проводу кормового, звідси прямує ід передови тїла, де в околици відрізка головового дїлить ся на дві галузи, що лучать ся знов під проликом в одну судину черевну (vas ventrale). Ся послїдня стремить ід задови, а конець єї входить рівнож до згаданого повисше заливу (до задної його части) замикаючи в той спосіб систем круженя. Крім сього єсть єще часом незначне число судинних злучниць, що сполучають судини хре-

бетну і черевну із собою. В порівнаню до иньших кровоносних судин, судина хребетна єсть сильнїйше розвинена, та впридоблена одним або менше чи то більше численними розширенями, що їх звичайно називаємо серцями. Ude[1]) приміром подає, що у Bryodrilus Ehlersi Ude, розширеня ті суть дуже численні, відповідають поодиноким відрізкам тїла і малїють поступаючи до переду тогож.

Відома річ, відтак, що у декотрих енхітреідів тягне ся в судинї хребетній на цїлій єї довжинї, туй при стїнї від черевної сторони, часом зрослий з тою стїною, часом знов зовсїм свобідний тугий шнурок клїтинний, що його називають „тїлом серцевим“, а се з тої причини, що оно головно найсильнїйше єсть розвинене в згаданих розширенях що їх зовемо серцями. Майже всї автори, що займали ся систематикою і анатомією енхітреідів, згадують про се „тїло серцеве“. Відкрив його і описав близше доперва Michaelsen у рідні Mesenchytraeus. На підставі знаємих йому родів, описує Michaelsen[2]) що тїло серцеве у Мезенхітреідів єсть дуже подібне до такогож витвору у декотрих Polychaeta (многощетників) як приміром Terebellides Strömii і Pectinaria belgica. Тягне ся оно в хребетній судинї кровоносній, туй при стїнї, здовж осередної лїнії черевної і складаєсь з клїтин ріжної величини, з виразистими ядрами, як також з дрібно а нїжно зернистим первищем (плязмою). У декотрих рідней як пр. Mesenchytraeus primaevus або M. mirabilis, єсть він тугий, грубий, нерівномірно згрубілий а на прорізї поперечнім многоклїтинний; у иньших як пр. M. falciformis, M. Beumeri і M. flavidus єсть він тонкий, гладкий, слабо тільки згрубілий, а на прорізї поперечнім зложений лиш з малої скількости клїтин. Витвір той, що його Michaelsen не подибував у иньших енхітреідів як лиш у рідний Mesenchytraeus і Stercutus, єсть після него нїчим иньшим, як лиш впукленєм стїни проводу кормового до судини хребетної. Автор той висновує із сього дальше ідучі консеквенциї і каже, що витвір той єсть гомольоґічний пуклавинам стїни проводу кормового, так зв: „Darmdivertikel“ у иньших енхі-

---

[1]) H. Ude: Beiträge zur Kenntnis der Enchytriden und Lumbriciden. Zeitschrift f. wissensch. Zoologie LXI. 1. Leipzig 1895, pag. 114.

...Das Rückengefäss entspringt aus dem Darmblutsinus im 12. Segment, also intraclitellial und bildet eine Reihe herzartiger Anschwellungen von denen je eine auf ein Segment kommt und die in ihrer Grösse von hinten nach vorn abnehmen.

[2]) Dr. W. Michaelsen in Hamburg: Enchytreiden Studien. Archiv für Mikroskopische Anatomie XXX. Bd. Bonn. 1887. pag 370

треідів пр. Buchholzia. Против сього припущеня промавляють однак як найвимовнійше слїдуючі факта: 1) тїло серцеве містить ся в судинї, що посїдає свою питому, дуже добре розвинену стїну із міжболонної ткани, так ось тїло не єсть зовсїм відмежене від наболони проводу кормового; 2) витвір той, що його подибуєм у Buchholzia, має зовсїм відмінний характер як тїло серцеве у Мезенхітреідів — а впрочім згадана повисше пуклавина наболони кишки у Buchholzia, єсть ограничена міжболонною тканию, що вистелює взагалї (як то виказав перший Hesse[1]) цїлий залив кровоносний, що окружає провід кормовий, коли тїло серцеве вільно спочиває в сьвітлї судини хребетної, ополїкуване єсть безпосередно через кров та не покрите нїколи міжболонною ослоною. Против поглядів Міхельзена промавляють і наші порівнательні дослїди, що про них понизше буде бесїда. Мусимо тут однак додати єще, що Міхельзен в висше згаданій своїй працї: „Enchytraeiden-Studien“, рисує в стїнї судини хребетної якісь клїтини міжболоннї і не добачає в тім нїякої звязи між ними а тїлом серцевим.

А. Лянґ[2]) згадуючи про тїло серцеве не старає ся означити морфольоґічного його значіня, а що до чинности його каже лише коротко: „Seine Function ist noch nicht aufgeklärt“.

Через довший час стояла ся справа на сьому становищи — одні учені приймали погляд Міхельзена, другі подібно як Лянґ, вважали істнованнє сього витвору невиясненим.

Г. Уде порушив знов се питаннє. У своїй студиї над енхітреідами гановерськими[3]) застановляючи ся над кровию у тих хробаків каже, що вільних тїлець кровних не видів він нїколи у енхітреідів, подібно як і єго попередники, однак у серцеватих розширеннях судини хребетної достерігав дуже часто більшу скількість „ядер“, получених із стїнкою судинною.

Квестию сю посунув далїй вперед проф. др. Осип Нусбавм в своїй цїнній студиї про Oligochaeta (скупощетники) галицькі.[4]) Ото зміст поглядів проф. дра Нусбавма. Згадані через Удого „ядра“ суть то клїтини впридоблені ядрами. Клїтини сї посїдають дуже

---

[1]) R. Hesse: Beiträge zur Kenntniss des Baues der Enchytraeiden. Zeitschrift für wiss. Zoologie, Bd. 57, 1894.

[2]) A. Lang: Lehrbuch d. vergleich. Anatomie. 1888, Jena, I. Abth. pag. 249

[3]) H. Ude: Würmer d. Provinz Hannover I. Enchytreiden. Jahresber. d. naturhist. Gesellschaft. Hannover 1892.

[4]) J. Nusbaum Dr.: Materyały do historyi nat. skąposzczetów (Oligochaeta) galicyjskich. Akad. Umięt. w Krakowie 1895.

часто численні жовто-бурі зерняточка та вприцоблені суть ніжними вирістками дуже часто розгалуженими. Деякі з тих клітин лежать туй при стінці судини, иньші суть менше або більше віддалені від неї, завсігди однако суть они получені з міжболонною тканию судини ніжними вирістками, що злучуючись між собою творять рід ніжної сіточки. За житя зьвірят відбувають ті клітини, порушувані струями крови, замітні рухи вперед і взад — що дуже легко мож досмотрити під мікроскопом, на прозорих живих енхітреідах пр. Fridericia oligosetosa. Тому опираючись на тих помічанях уважає проф. О. Нусбавм дуже имовірним, що то суть гомольоґа правдивих тілець кровних, від котрих ріжнять ся они лиш тим, що не суть свобідні, а лиш злучені із стіною судини і тільки в части рухомі. Гомольоґічними тим клітинам, після гадки проф. Нусбавма суть рівнож тіла серцеві у декотрих енхітреідів. В одній із пізнійших своїх праць[1]) Уде стверджає спостереженя проф. Нусбавма, що відносять ся до істновання в судині хребетній особливих клітин получених із стіною судини, однак єсть він тої гадки, що висше згадані клітини суть нічим иньшим, як тільки, далеко в глубину сьвітла судини виступаючими клітинами міжболонної ткани. Погляд той свій опирає Уде на тім, що карміном барвлять ся они так само, як і властиві клітини міжболонної ткани, а в кінци, що між тими першими а послідними істнують всякі можливі переходи.[2])

Иньші вчені суть знов иньшої гадки. І так Ґустав Айзен,[3]) що опираєсь на тій основі, що в деяких більш широких судинах кровоносних, в железах слинових, желези кровні мають таку саму стать як тіло серцеве, вважає сї витвори за ідентичні[4]) Так само думає

---

[1]) H. Ude: Beiträge zur Kenntnis der Enchytraeiden und Lumbriciniden. Zeitschrift f. wiss. Zoologie. LXI. 1. Leipzig 1895.

[2]) ibidem: „Dagegen scheint es mir sicher, dass sie nichts Anderes als weit in das Lumen hervorspringende Endothelzellen sind. Einmal spricht dafür, dass sich diese Zellen mit Karmin, gerade so färben, wie die eigentlichen Endothelzellen und ausserdem kann man stets zwischen den nidrigsten Endothelzellen und den am weitesten in das Rückengefäss hineinragenden Zellen alle möglichen Zwischenstufen beobachten.

[3]) G. Eisen: Pacific coast Oligochaeta I. друковані в: Memoires of the California Academy of Sciences, Vol. II. N. 4. San Francisco, cal. March. 1895.

[4]) ibid. „In some of the larger blood-vessels in the salivary gland the blood-gland takes the form of a „hertzkörper“ . . . . .

The blood-glands described by Claparede, Lankaster and others in Lumbricus, etc., are probably of a similar construction, and judging from the figure given by Michaelsen of the „hertzkörper“ in Enchytraeus, we may conclude that it, too, is identical with the bloodgland in Pontodrilus“.

і Бедард,[1]) а що він єсть того погляду, що желези слинові мають функцию видільничу приписує туж саму функцию і тілу серцевому.[2])

Міхельзен[3]) знов думає, що „тіло серцеве“ має иньше призначенє, а то після него має оно служити до улекшеня стяганя судини хребетної, а радше до улекшеня круженя крови ід передови.[4])

На тім кінчимо той короткий перегляд літератури, що відносить ся до т. зв. тіла серцевого — подаючи короткий зміст згадав я лиш погляди тих учених, що суть зовсім ріжних думок, що до сього питання, про иньших, що пішли їх сьлїдом незгадую, тому що они не причинились зовсїм до прояснення сього питання.

Приступаючи тепер до описаня вислїдів власних дослїдів над сим питаннєм, мушу передовсїм зауважити, що не лиш що до клїтин, котрі я вважаю гомольоґічними з тїлом серцевим, але і що до кількох иньших подробиць в будові судини хребетної, знайшов я відносини, до тепер ще не достережені иньшими авторами. А то у великих осібняків з рідні Fridericia (Fr. Ratzelii і Fr. striata) знайшов я, що в судині хребетній мож відріжнити два віддїли: передний, в котрім стїнка мязова судини, зложена ту лиш з верстви мязів окружних, єсть зовсїм віддїлена від мязні проводу кормового і задний, що в нїм мязня складаєсь переважно з окружних та понад се і поздовжних волокон мязових і переходить безпосередно

---

[1]) A Monograph of the order of Oligochaeta by Frank Evers Beddard. Oxford. MDCCCXCV.

[2]) ibid. „. . . . the structure seems to be irreconcileable with any other theory than that the glands in question have some secreting function in relation to the blood or eliminate matters from the blood; we have in fact a gland originally performing a function connected with alimentation converted into a quite different physiological path, and one which must bear some relation to the vascular system. Now there is some evidence that the „cardiac body“ of certain Enchytraeidae has had a similar origin“.

[3]) Зміст сих поглядів Міхельзена подаєм після Бедарда — тому що в жадних із праць Міхельзена про енхітреіди не знайшли ми навіть згадки про щось подібного.

[4]) F. E. Beddard: A Monograph of Oligochaeta. „. . . . As to its function it was suggested by Michaelsen, that it served to ease the contractions of the dorsal vessel; he pointed out that the flow of the blood forwards would be facilitated if the tube were completely closed posteriorly during contraction; the presence of this cardiac body would help to fill up the tube and allow the lumen to be entirely obliterated without reaching the maximum degree of contractility of the dorsal — blood vessel“.

в мязню заливу кровного що окружає провід кормовий. З того то відділу походять прорізи представлені на фіґ. *A* і *B*.

На прорізах поперечних через судину хребетну з переду розширення серцевого видимо стїнку проводу кормового впридоблену рісатою наболонию, котрої великі клїтини, о невиразних границях, заосмотрені суть великими, сильно барвлячими ся ядрами. Дальше видимо залив кровоносний, що окружає цїлий провід кормовий і верству окружних мязів, що рівнож окружає цїлий провід кормовий враз з заливом кровоносним, а на внїшній сторонї наболонної стїни проводу кормового і на внутренній сторонї верстви мязової знаходимо верству міжболонну, зложену з нїжненьких сильно сплощених клїтин з сильно барвлячими ся та рівнож міцно сплощеними ядрами. Верства мязова, що окружає провід кормовий, проходить звідси безпосередно на судину хребетну, окружаючи ю довкола. У внутрі судина хребетна виложена єсть рівнож верствою міжболонною о такім самім характері як міжболонна ткань що становить стїни заливу кровоносного. Кромі сього бачимо у внутрі судини хребетної досить великі клїтини, що осаджені на довгій ніжцї сягають далеко до нутрá судини і в первищі мають численні, досить великі жовто або буро забарвленї зернятка і великі, сильно барвлячі ся ядра.

На фіґ. *A*. що представляє рівнож поперечний проріз через судину хребетну у род. Fridericia, тільки дещо більше до заду тїла, бачимо при сильнїйшім побільшеню, якого тут ужито, дуже докладно численні прорізи мязів поздовжних, що уміщені рядом на внї верстви мязий окружних обіймають разом із нею зарівно залив кровоносний як і судину хребетну. Ся послїдня не єсть рівнож зовсїм віддїлена від заливу кровоносного, верстви мязеві переходять безпосередно з заливу кровоносного на судину хребетну, де дуже часто фалдуючи ся, відстає від тоненкої а всеж таки дуже добре видної болоночки, що безперечно єсть продовженєм сильно сплощеної клїтини, що безперечно має приміту міжболонної ткани.

Внутр судини хребетної бачимо рівнож висше згаданї клїтини зернистї, о великих, округлих сильно барвлячих ся ядрах; та не всї они опирають ся на довгих а тонких ніжках, лиш деякі з них суть осаджені на низких, широких підставах, котра то підставка у клїтин горішних єсть так коротка і широка, що клїтини сї виглядають так, мовби були клїтинами міжболонної ткани, висуненими до нутрá судини.

А всеж таки цілком відмінний визір тих клітин, а перед всім те, що в них знаходять ся численні зернятка, котрих нема зовсім в клітинах міжболонної ткани, доказують нам, що висше згадані клітини не мож рішучо зачисляти до клітин міжболонної ткани. Зовсім иньший вид представляєсь нам на фіґ. *B*.

Ту нутро хребетної судини виповнене єсть великими зернистими клітинами, що рівнож посїдають великі, сильно забарвлюючі ся ядра і лучать ся із стїною судини одним або двома довгими випустками, кромі того однак мають они більше єще випусток, так само тонких і довгих, та кромі сего ще розгалужених, котрими лучать ся взаїмно із собою, утворюючи в той спосіб нераз досить густу сїточку як то і бачимо тут в самій середині сьвітла судини. На перший погляд тяжко булоб повірити, щоби ті амебоваті, розгалужені клітини, не були нїчим иньшим як лиш зміненими клітинами, які бачилисьмо при міжболонній стїночцї судини хребетної на фіґурі *A* — колиб не переконували нас о тім і той сам спільний характер, такі самі великі видовжені, яйчасті, сильно забарвляючі ся ядра, ті самі жовті або бураві зернятка в первищи, а остаточно і той факт, що проріз представлений на фіґ. *B* єсть дальшим тягом із тої самої серії прорізів поперечних того самого осібняка (Fridericia Ratzelii; те саме відносить ся і до Fr. striata) та що між тими ріжнородними видами, які бачимо на фіґурах *A* і *B* змічаємо найріжнороднїйші постепенні переходи. Що до иньших подробиць, як мязів, клїтин міжболонної ткани і т. д. то знаходимо, що тут они суть так само добре розвинені, як і на попередній фіґурі.

Присутність висше згаданих клїтин зернистих в судинї хребетній зневолює нас завдати собі питанє, чи клїтини сї не суть гомольоґічними з „тїлом серцевим“ описаним у декотрих енхітреїдів?

Перший опис тїла серцевого подав Міхельзен[1]) із рідні Mesenchytraeus. Відносини, які найшлисьмо у Mesenchytraeus setosus, ріжнять ся під деякими зглядами від того, що подає Міхельзен, а передовсїм зауважалисьмо, що тїло се не єсть збитим витвором, як описує його Міхельзен, лиш складає ся із клїтин слабко з собою сполучених, о зовсїм такій самій удачі, як описані нами повисше клїтини в судинї хребетній у Fridericia.

Так фіґ. *C* представляє нам власне поперечний проріз через судину хребетну у Mesenchytraeus setosus. Бачимо ту судину хре-

[1]) l. c.

бетну відділену зовсїм від заливу кровоносного, окружає ю верства добре розвинених мязів окружних вистелена у нутрі міжболонною тканию, доказом чого сильно сплощена клїтина міжболонна, що лежить при стїнї в горі.

В звязи з стїною судини находять ся в нїй великі клїтини зернисті, получені тоненькими випустками так із собою, як рівнож і з клїтинами у нутрі судини, розгалуженими і рівнож зернистими, творячи в той спосіб сїточку зовсїм таку, яку бачили ми на фіґ. *B*.

Переглядаючи однак цїлий ряд прорізів поперечних через судину хребетну у Mesenchytraeus setosus, побачили ми, що ті клїтини зернисті творять у нутрі найріжнороднїйші комбінациї, що їх головні типи представлено на фіґ. *A*, *B*, *C* і *D* де бачимо докладний перехід від амебоватих (несталковатих) клїтин у Fridericia до збитого тїла серцевого у Mesenchytraeus.

Переглядаючи їх по черзї почавши від сього, що положений найбільше до переду тїла бачилисьмо на першім у нутрі судини хребетної крім сильно сплощеної клїтини міжболонної ткани, дві великі клїтини зернисті. Одна із них оперта широкою підставою о стїну судини лучить ся за посередою тонкої випустки з другою, що положена майже в серединї сьвітла судини та висилає три випустки до стїни судинної, а одну до першої клїтини. На слїдуючім прорізі бачили ми, що одна із клїтин лучить ся із стїною судини за посередою досить довгої ніжки, зовсїм так як то бачилисьмо на фіґ. *A*; иньші чотири прилягають значною частию своєї верхнї до стїнки судини, а дві з поміж сих суть так сильно сплощені, що колиб протоплязма їх не була зернистою, не можна би було зовсїм відріжнити їх від клїтини міжболонної ткани. На дальшім прорізі бачимо лиш три клїтини, з тих дві прилягають до стїни, а одна получена з тоюж за помочею „ніжки“; на ще дальшім три клїтини, що прилягають до стїни судини і одна, що лежить в самій серединї судини зливають ся із собою за посередою коротких а грубих випусток, побіч них прилягає до стїни судини клїтина рівнож зерниста однак сильно сплощена, та пригадуюча своєю статию клїтину міжболонної ткани; на иньшім бачимо по серединї судини велику клїтину, що за помочию довгих, менше або більше тонких випусток лучить ся то із стїною судини, то з клїтинами, що прилягають до стїни судини, то знов з клїтиною міжболонної ткани. Зовсїм иньший вид представляє ся нам на кінцевих прорізах. Тут всї клїтини прилягають до стїни судини вистелюючи ю немовби яка ткань наболонна; одні з них суть менше або більше сплощені, иньші видовжують ся ід нутру сьвітла судини або більшість клїтин вистелює нутро стїни судини хребетної,

тут і там однакож бачимо місце вільне або заняте клїтиною міжболонною; а на декотрих з поміж них осаджена єсть єще одна клїтина, що лучить ся часом з сусїдними за посередою грубих випусток.

Бачимо отже, що „тїло серцеве“ що його описав Міхельзен в родї Mesenchytraeus єсть утвором зложеним з клїтин зовсїм гомольоґічних клїтинам, що їх подибуємо у нутрі судини хребетної у Fridericia Ratzelii і Fr. striata.

В обох тих родах бачимо зовсїм такі самі клїтини зернисті, з котрих одні прилягають до стїни судини, иньші получені з нею за помочию тонкої „ніжки“ а знов иньші розгалужені, сполучаючі ся за посередою випусток із собою або із стїною судини. Клїтини сї суть часом уложені поодиноко, або вистелюють майже рівномірно, мов наболонь, стїну судини, найчастїйше однак лучать ся ґрупами в сплети, що в формі сукромих шнурів пробігають здовж судини хребетної, творячи т. зв. „тїло серцеве“ — уложене або по серединї сьвітла судини хребетної або при його стїнї. А що, як се бачимо висше згадані клїтини лучать ся нераз разом, не лиш в одну, але і в більше ґруп, тож тому, коли таке означене уґруповане клїтин єсть постійним, можуть они творити постійно не лиш оден, але і більше шнурів чи т. зв. „тїлець серцевих“. І справдї А. Лянґ[1]), згадує о істнованню, у Chaetozone, трох тїл клїтинних чи то тїл серцевих в судинї хребетній. Опираючи ся на тій підставі, що як в рідні Fridericia (vide фіґ. *A* і *B*), так рівнож в рідні Mesenchytraeus (v. фіґ. *C* і *D*), клїтини, що творять т. зв. „тїло серцеве“ то рівномірно суть розміщені при стїнцї судини, то знов збирають ся в одну або більше ґруп, думаю, що у всїх рідней енхітреїдів, що мають тїло серцеве, клїтини що творять його, можуть творити найріжнороднїйші комбінациї, що отже число тїл серцевих не залежить, здаєсь, від рідні енхітреїдів.

Так затім представляєсь нам „тїло серцеве“ у Fridericia Ratzelii і Fr. striata та у Mesenchytraeus setosus — а безсумнівно зовсїм так само і у иньших рідней висше згаданих родів. Рівнож єсть дуже імовірним, що в такий сам або подібний спосіб заховуєсь

[1]) Dr. Arnold Lang: Lehrb d. vergl. Anatomie I. Abth. Jena 1886. „. . . Bei zahlreichen Polychaeten findet sich in demjenigen erweiterten Theil, des Rückengefässes, welches man als Herz bezeichnet, ein meist braun gefärbter Strang, der frei im Lumen des Herzens liegt. Man bezeichnet ihn als Herzkörper. Seine Funktion ist noch nicht aufgeklärt. Bei Chaetozone ist er in der Dreizahl vorhanden...

оно і у тих многощетників (polychaeta) в котрих згадують рівнож про його істнованнє.

Вкінци годить ся нам єще додати кілька подробиць до гістольоґічної будови заливу кровоносного і самої судини хребетної.

Що до заливу кровоносного, то Міхельзен[1]) вважав його за щелину поміж внїшною верхнею наболони, а верствою мязів, що окружають провід кормовий; однакож Гессе[2]) доказав, що залив кровоносний не єсть прямо лиш щелиною, із-за того, що стїни його виложені тонкою верствою міжболонної ткани. Проф. др. О. Нусбавм[3]) потвердив в цїлости дослїди Гессого, додає однакож, що у дуже дрібних форм (пр. Fridericia oligosetosa) міжболонна ткань єсть дуже слабо розвинена а деколи здаєсь, що єї і зовсїм нема — у форм дрібних підлягає она безперечно редукциї. То саме рівнож завважав Уде[4]) на Henlea leptodera, Pachydrilus Pagenstecheri і иньших рідних — додаючи при тій нагоді, що міжболонна ткань судини хребетної єсть прямо дальшим тягом міжболони заливу кровоносного.

Як то вже повисше зазначилисьмо судина хребетна представляє ся прямо яко пуклавина заливу кровоносного — яко дальший єї тяг — тому то і ясним єсть, що стїна його повинна бути окруженою, так само як і стїна заливу кровоносного, зарівно верствою мязовою як і міжболонною тканию. І справдї на фіґ. *A* і *B*, де судина хребетна не зовсїм єсть віддїлена від заливу кровоносного бачимо як верства мязова переходить безпосередно із заливу кровоносного на судину хребетну і тут з початку сильно фалдуючи ся обіймає цїлу судину та переходить знов до заливу кровоносного, творячи звичайно при виходї знов подібні фалди (здаєсь служать они, в данім случаю, до побільшеня обєму судини).

Верства мязова складає ся як із добре розвинених мязів окружних, так і поздовжних, уложених на внїшній сторонї перших. Замітити мусимо, що верства мязів поздовжних єсть ту слабше розвинена, як доокола проводу кормового. Внутренну сторону верстви мязової покриває верства міжболонної ткани зложена, як то вже

---

[1]) Dr. Michaelsen: Untersuchungen über Enchytraeus Möbii. Kiel. 1886.

[2]) R Hesse: Beiträge zur Kenntnis der Baues der Enchytraeiden. Zeitschrift f. wiss. Zoologie, Bd. 57, 1894.

[3]) Dr. J. Nusbaum. Materyały do historyi naturalnej skąposzczetów galicyjskich. Kraków 1895.

[4]) H. Ude: Beiträge zur Kenntnis der Enchytraeiden und Lumbriciden. Zeitschrift f. wiss. Zoologie, Bd. LXI. 1. Leipzig 1895.

повисше згадалисьмо, із незвичайно плоских клїтин о видовжених, веретеноватих, сильно забарвлюючих ся ядрах і незернистій блїдій плязмї. Особливо дуже докладно можна відріжнити сю верству міжболонну на фіґ. *A*, де верства мязова сильно фалдуючи ся відстає зовсїм від неї майже на цїлій просторони.

Загальні результати дослїдів.

Загальні результати дослїдів зібрані разом булиб слїдуючі:

1. У нутрі судини хребетної знаходимо два зовсїм ріжні, під зглядом гістольоґічним, роди елєментів клїтинних, а то:

а) клїтини міжболонні, сильно сплощені, що ограничають займину (lumen) судини, як рівнож:

б) клїтини природи железної, що мають в своїй плязмі дуже численні, жовто-бурі, сильно сьвітло заломлюючі, зернятка.

Гадка Міхельзена і Удого, що клїтини другого роду суть клїтинами міжболонної ткани, оказуєсь хибною.

Після вигляду свого зближають ся они найбільше до т. зв. „желез кровних“ що їх описав E. Perrier в судинах у Pontodrilus, а G. Eisen (l. c.) у Pontodrilus Mich., в волосковатих судинах желез слинових і септальних. Рівнож суть они гомольоґічні „зернистим“ клїтинам у Phreodrylus, що після Beddard-а знаходять ся в серединї оскрутної судини що лучить в 12. або 13. відрізку судину хребетну із черевною — а вкінци і клїтинам хльораґоґенним що їх описав Claparède у Lumbriculus.

2. Посеред клїтин железних відріжняємо одні, що знаходять ся лиш при стїнї судини, иньші знов такі, що творять у нутрі сьвітла судини, сїти клїтин, получених із собою випустками.

3. Напослїдок згаданї сїти клїтин железних, розвинені особливо сильно в заднїй части судини хребетної (звичайно сильнїйше розширеної) в рідні Fridericia, виступають у многих иньших рідней — головно в рідні Mesenchytraeus — на цїлій майже довжинї судини хребетної і згромаджують ся місцями в більше або менше збитий шнурок клїтинний, утворюючи т. зв. „тїльце серцеве“ „Herzkörpchen“. Се послїдне єсть утвором строго гомольоґічним описаним через нас повисше клїтинам железним а тим самим і т. зв. железам кровним (Blutdrüsen) — і під тим послїдним зглядом подїляємо погляди Айзена.

4. Згадані повисше елєменти клїтинні в судинах хребетних суть правдоподібно значно зміненими елєментами крови у иньших хробаків. У енхитреідів у котрих нема свобідних тїлець крови, місце

їх заступають безперечно, під зглядом морфольоґічним — певно, що не під зглядом фізиольоґічним — сї клїтини. За тим здогадом промавляє також і те спостережене, що його зробив проф. др. О. Нусбавм, що у прозорих малих осібняків, тїльця ті, притверджені на довгих тонких ніжках до стїни судини, виконують пасивно (із-за струй текучої крови) рухи пендулові.

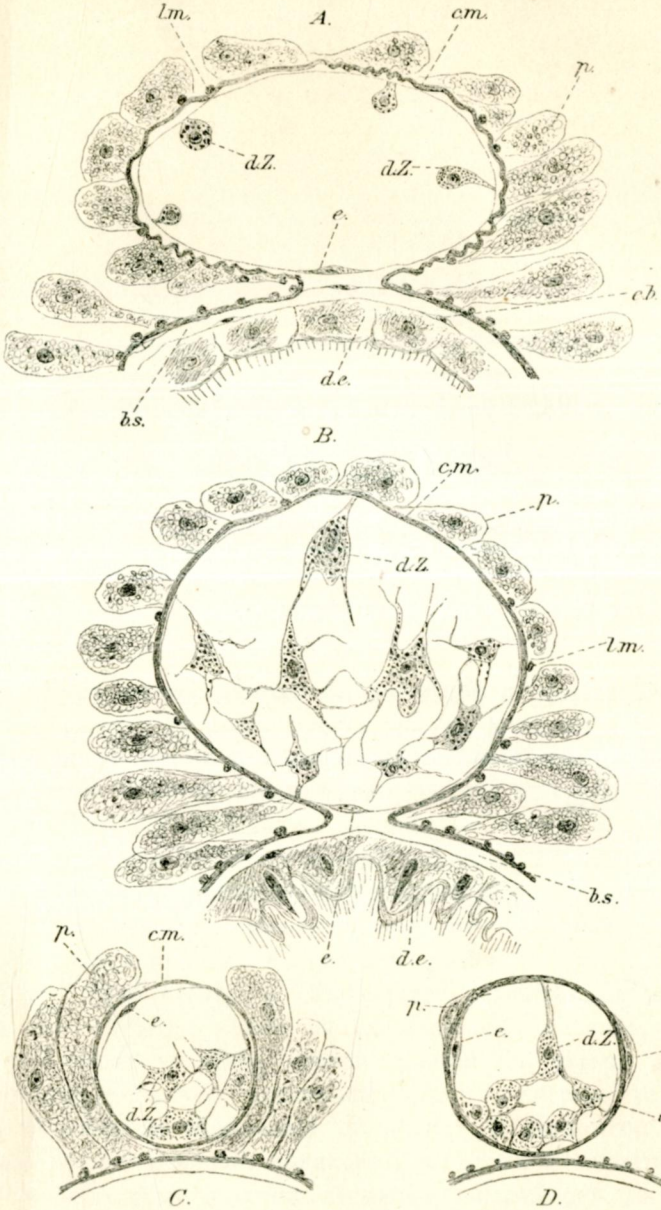
5) Стїна судини хребетної, єсть більше зложеної будови як до тепер загально думали, тому що в задній половинї тої судини у Fridericia знайшлисьмо в нїй не лиш міжболонну ткань, але також верстви мязів окружних, та кромі сего також волокна мязів поздовжних, подібно як в мязових стїнах проводу кормового.

Кромі сего на внї верстви мязової находимо згідно з иньшими авторами верству характеристичних великих клїтин т. зв. peritonae-альних (очеревняних), що місцями можуть сплошуватись і приймати вигляд, як колиб були клїтинами внїшної міжболонної ткани.

6) В судинї хребетній в родї Fridericia, відріжняємо два віддїли: передний, цїлком віддїлений від стїни заливу кровоносного, що окружає провід кормовий, і задний получений із стїною того заливу тому, що верства мязова переходить безпосередно із стїни заливу кровоносного в стїну судини хребетної. На обставину сю вказуючу, що судина хребетна єсть немовби пуклавиною заливу кровоносного, до тепер не звернено уваги.

На послїдок мусимо єще замітити, що, як звісно, провід кормовий енхітреідів єсть завсїгди повний частиночок землї, що незвичайно утрудняє ба і зовсїм унеможливляє краяне прорізів так поздовжних як і поперечних. Щоби сему запобічи вкладалисьмо більше число живих енхітреідів в судину повну перегнилого, а чисто водою перемитого листя. Ту 4—6 днїв держані енхітреіди позбувались зовсїм частинок землї. Розумієсь що через цїлий той час треба пильно дбати, щоби листє було достаточно, хоч не надміру вохке. Так очищені хробачки натягали ми за жива на пластинках корку, прикріплюючи їх на обох кінцях ніжними кольцями їжа — щоби запобічи сильному скручованю їх підчас вбиваня — і утревалювали в горячім сублїматі, а відтак в чим раз сильнїйшім алькоголю і т. д. Таке поступоване оказало ся найлїпшим із всїх дотепер звісних.

Вповажаному п. проф. О. Нусбавмови, за його цїнні вказівки нехай менї буде вільно зложити на сїм місци найсердечнїйшу подяку.



A і *B*: Fridericia Ratzelii. Прорізи поперечні через задню половину судини хребетної; *A*: проріз попер. з околиці передної; *B*: проріз попер. з околиці наконечної.

C і *D*: Mesenchytraeus setosus. Прорізи поперечні через судину хребетну в околици тїла серцевого.

b. s. = залив кровоносний; *e* = ткань міжболонна; *e. b.* = міжболонь заливу кровоносного; *d. e* = наболонь проводу кормового; *d. z.* = клїтини железні; *c. m* = верства мязів окружних; *l. m.* = волокна мязів поздовжних; *p* = клїтини очеревняні.

Oc. 4. Syst. hom. Imm. $^1/_{12}$ Reichert.

Скілько часу потребують мотилї сьвіжо виляглі до повного розвитку своїх крил?

(Написав І. ВЕРХРАТСКИЙ.)

Як звісно, мають мотилї сьвіжо з кукли виляглі стать безгарну, неформну; їх крила висять ще яко малі, мягкі і вохкі латочки. Однакож вскорі розтягають ся латочки, крила видимо ростуть, зискуючи об'ємом, а рівночасно тратячи на грубости. В книжках пишуть, що і у найбільших мотилїв по вилягу з кукли крила найдовше за годину осягають повний розвиток. Те взагалї і дїйстно буває у найбільшого числа мотилїв; однакож у декотрих, особливо у родів виповзаючих з кукли в перший час весняний, тріває розвиток крил часто кілька годин і більше.

Підчас мого побиту в Станиславові занимав ся я (іменно в роках 1885 – 1890) особливо пильно годівлею усїльниць. Я держав усїльницї і кукли в осібній, одвітно уладженій, зимою не опалюваній кімнатї, щоби моїм плеканцям подати, о скілько мож, условя вигодні, зближені до відношеній природних. Я запримітив, що совинки (Noctuae) і більші, прядковаті пядуни (Geometrae), котрі вилягають ся в перших днях весняних, потребують до розвитку своїх крил довшого часу, нїж роди пізнїйше розвиваючі ся. Тут кілька примірів.

Дня 16. марта 1886 виповзла з кукли о 7. годинї рано самочка цїпни тисавки (Taeniocampa stabilis H.). Я помічав її уважно; о 9. годинї, оттак по цїлих двох годинах після вилягу, були латочки крил ледви троха більші, однакож почали пуклавити ся,

при чім горішні сторони звертали ся ку собі — в кождім разу́ знак, що крила вже в розвитку; — коло пів десятої осягнули крила вже свою повну великість, однакож висїли єще долї, як у мотиля дневного стулені; доперва по 10. годинї, отож після трох годин зложила совинка свої крила дашковато. Оттак в тім случаю потребувала Taeniocampa stabilis повних трох годин для розвитку крил.

21. марта того самого року виповз о пів осьмої перед полуднем поренут морозоваток (Phigalia Pedaria F.) і то самчик. Понеже в куклівницї (Puppenkasten) бігав дуже несупокійно, пересадив я єго в окрему темну шкатулку, щоби иньші кукли охоронити від непокоєня, а заразом щоби моєго плеканця наглядати уважнїйше. Шкатулку з мотилем сьвіжо виляглим поклав я межи ляди задвійного вікна і від часу до часу заглядав, піднимаючи дуже обережно і тихо верхняк прямово в гору. Мотиль в темнотї скоро втихомирив ся, однакож єго латочки крильні і за годину не стали більші. Я заглянув о $^3/_4$ на 10 — та сама история: росту крил зовсїм і не слїдно. Для повненя обовязків в школї я мусїв опустити моє мешканє, до котрого вернув доперва коло 7. годинн вечером. Запаливши сьвітло я удав ся до згаданої, для годівлї мотильої призначеної кімнати, поступив до вікна і досить нагально і нетерпливо зірвав верхняк. На великій мій здив побачив я примірник дуже красно і нормально виобразований.

В будучности мав я нагоду частїйше помічати у цїпни чорноплямки (Taeniocampa munda E.), зарди (T. miniosa F.), згарницї (T. gracilis F.), змінницї (T. incerta Hfn.), тисавки (T. stabilis H., чепни моховатки (Asphalia ridens F.), у чехрика косминця (Biston hirtarius L.), чехрика коврика (Biston stratarius Hfn.), у самчиків поренута морозоватка (Phigalia pedaria F.), чехрика кудринця (Biston hispidarius F.) і др., що до повного розвитку крил згадані мотилї потребували — як до обставин — двох, трох, чотирох і більше годин. Однакож — о скілько знаю — одинїсенький випадок єсть слїдуючий.

22. марта 1889, о $^1/_2$6 вечером заглянув я до одної з моїх куклівниць, де найшов саме що виляглого, незвичайного малого самчика поренута морозоватка (Phigalia pedaria). Я полишив єго в куклівницї через ніч в надїї, що через той час розвине ся належито. На другий день о 7. год. рано посмотрив я в згаданій куклівницї і побачив мого плеканця з нерозвитими крилами, так як і сночи. Хоть морозоваток (Ph. pedaria) коло Станиславова не причисляє ся до рідкостий, (коло Львова буває той рід о много рідший), все-ж таки я не дуже був радий, бо сковірені мотилї

годовникови завсїгди суть неприятні. Я переклав згаданого морозоватка до окремої шкатулки, до котрої заглядав від часу до часу. Однакож аж до $^1/_2$10 крила єго не здавали ся менї більшими. Я вийшов з мешканя за орудками і вернув доперва о 7. годинї назад. Нагадавши морозоватка — як я надїяв ся — нерозвиненого, отворив я шкатулку, щоби сковіреного мотиля геть викинути — однакож здивовав ся вельми, коли побачив, що крила мотиля за той час розвинулись цїлком добре. Примірник той і тепер проховую в моїм зборі. Відзначує ся він меньшою нїж звичайно великостию і темнїйшою барвою. Оттак в наведенім случаю крила мотиля почали розвиватись доперва по пятьнайцяти або й більше годинах. Розвиток крил сьвіжо виляглих мотилїв тріває у ріжних примірників того самого рода не завсїгди рівно довго. Иньшими словами: розвиток крил зависить від ріжних обстанов, котрі можуть на него дїлати прискорюючо або опізняючо. Перед всїм потребен для мотиля сьвіжо виляглого спокій; особливо стрясеня, сильний лоск і гомін дїлають спиняючо, а нераз і зовсїм перешкаджають розвиткови крил, через що повстають так звані сковіренцї (Krüppel) т. є. примірники з крилами зле виобразованими або зовсїм нерозвитими. Тоє дїє ся також і в природї, на простоволї, хоть далеко рідше, бо сковіренцї все таки суть лише неправильностями, виїмками. Коло Станиславова найшов я раз на очеретї сидячий сковірений примірник трощни шуварки відм. змурки (Nonagria arundinis F., var. fraterna Tr.). Важним єсть вплив температури; чим зимнїйший воздух, тим повільнїйше поступає розвиток крил у мотилїв сьвіжо виляглих. Для розвитку латочок крильних єсть також потрібний певний степень вохкости, котрий для ріжних родів не єсть все рівний. Не так то легко трафити одвітний степень вохкости для ріжних родів потрібний, а неудача годованя не одного мотиля має мабуть головну причину в занедбаню одвітного відношеня вохкости. Надто також держанє крил мотиля сьвіжо виляглого єсть великої ваги як для скорости розвитку, так і для самого розвитку.

Бачимо, що мотиль сьвіжо виляглий квапить ся чим скорше вилїзти до гори на предмет висший, о скілько мож, простопадний, а в певній висотї остановляє ся, щоби не лише крилам дати одвітного простору для розвитку, але також щоби латки крильні єще мягкі звісити долї і тим способом лекше кров в жилки крильні угнати.

В тім положеню (із крилами долї спущеними, а по доспіню належитої великости стуленими) остає „новонароджений“ мотиль

так довго, доки всї єго члени і крила не осягнуть одвітної туготи і крепкости, почім дневники дальше вилазять до гори, піднимають крила, раз по раз їх розкладаючи і стуляючи а відтак свободно уносять ся в воздухи, щоби в блеску ясного сонця колисати ся на пестрих цьвітах і слїдувати понукам любови, — тим часом мотилї нічні крила найчастїйше складають дашковато або розпростирають плоско і сидять супокійно в укритю, щоби доперва в сумерки обудитись до нового житя.

При годованю зауважав я, що навіть примірники в станї усїльничім добре відживляні по вилязї розвивали свої латочки крильнї помалїйше або навіть оставали сковіренцями, коли латочки крильні держали в положеню для розвитку крил не одвітнім пр. в поземім. Тоє послїдне лучає ся частїйше н. пр. при годівлї зорокана мрича́ (Astroscopus sphinx Hfn.) і зорокана оболочника (Astroscopus nubeculosus E.) і найлучше годованє усїльниць та найстараннїйше держанє кукол в подібних случаях не може тому запобічи.

В случаях особливих і дуже рідких (як н. пр. у згаданих самчиків поренута морозоватка (Phigalia pedaria) починають крила рости доперва по упливі кількох або кільканайцятьох годин, при чім — сама річ — латочки остають так довго мягкими, доки крила не осягнуть повного розвитку. Коли латочки мотилїв сьвіжо виляглих за скоро станутъ тугими і сухими (н. пр. в штучній годівлї, коли усїльницї не кормлено належито, що натурально приводить в наслїдок також недокровє (oligaemia, Blutarmut) кукол і мотилїв, або коли кукли зимуючих родів держати в зимі в опалених покоях, що найчастїйше єсть шкідним для розвитку мотилїв або взагалї при держаню кукол надто сухім), то розвиток крил не може відбувати ся і мотиль остає сковіренцем.

До механїки нормальних і патольоґічних змін положеня матерниці.

Написав **Др Щ. СЕЛЬСКИЙ**.*)

Дїл ґінекольоґії ведучий про сили, що удержують положенє нормальне матерниці (uterus) або що спричиняють зміни тогож положеня фізіольоґічні і патольоґічні, лишає все єще поля до нових дослїдів. Тож я позволю собі тут деякі подати замітки, що, надїйсь, нове кинуть сьвітло на тую царину наукову.

Як звісно змінює матерниця устáвично (заєдно) свою подобу і своє положенє. Коли-ж перестануть дїлати чинники споводуючі тоті зміни, то вертає она знов до нормального свого положеня, то єсть до впередзвороту - наклону (anteversio - flexio). Що-ж спонукує матерницю знов і заєдно прежню відзискувати подобу і нормальне занимати положенє? — До поясненя того ріжні приводять причини, між иньшими, зовсїм слушно іменно дїланє внутрчеревного тиску (intraabdomineller Druck). Однакож по моєму мнїню в толкованю сущности і способу дїланя внутрчеревного тиску заходить певна непослїдовність, котру випадає усунути. От і причина, чому я в тій річи декотрі вискажу гадки.

Між иньшим часто твердять, що при віддихових хитанях тискових (respiratorische Druckschwankungen) в ямині лоханно-

*) Руска термінольоґія І. Верхратского.

черевній (Beckenbauchhöhle) лише горі звернена часть площі матерниці підлягає діланю збільшеного тиску при вдиху (inspiratio). Також кажуть, що тиск внутрчеревний може спричинити зміни положеня матерниці і то таким робом, що, коли тильна верхня матерниці звернена до гори, звершає ся вперед зворот (anteversio) — а коли туди стремить передна верхня, повстає вспять зворот (retroversio). Напрям здогадного діланя сили на ритовинах часто намічає ся стрілкою. Однакож тоє пониманє річи єсть зовсїм хибне. Коли-б ямина лоханночеревна обмежена була стїнами крепкими і цїпкими, то наслїдком хитаній в тиску черевнім взагалї жадне розсуненє орудій не могло би наступати. Єсть річию певною, що тиск в цїлій ямині лоханночеревній всюда мусить бути рівний. Пристїнна петля кишкова (wandständige Darmschlinge) з всею певностию не тулить ся до стїни черевної сильнїйше, ніж кишка до кишки внутр ямини черевної (Bauchhöhle). Єсть то правило фізичне загально знане, доказане і нїким не оспорюване. Згодно з правилом фізичним, також орудя лоханні (Beckenorgane) і черевні при скріпленю тиску внутрчеревного лише в напрямі найменшого відпору можуть посувати ся. Єсть ним тут мягка, пружива передна стїна черева а лише в степенї зовсїм незначнім дно лоханне (Beckenboden). За посередою мягких, пруживих стїн черева тиск внутрчеревний управильняє ся тиском атмосферним (Amtosphärendruck). Стане тиск внутрішний більшим від атмосферного, то розширяє ся стїна черевна, а стане він менший, то стїна черева знову стягає ся. Коли опускає ся перепно (diaphragma) при вдиху (inspiratio) в низ, то тисне на зміст ямини черевної (тенеса черевні) і випинає за єго помочию стїну черевну наперед. При видиху (exspiratio) подає ся стїна черевна знову назад. Те саме дїє ся наслїдком наповняня і спорожнюваня міхуря і проводу травленя (Digestionstractus). У всїх тих случаях змінює ся ємність (Capacität) і форма ямини черевної.

Самої більшої ваги зглядом хитаній в ємности черевній єсть ще друга обставина. Як звісно, не може весь тиск внутренний (Innendruck) орґанїзму тревало обнизшати від тиску атмосферного. Воздух кладе на наше тїло тиск, котрий одвітно верхнї осібняка (Individuum) виносить яких 15.000 до 20.000 кільоґрамів (майже 7·5 кільоґрам. на кождий цаль квадратний). Коли ж тиск на котрім небудь місцї орґанїзму спаде низше тої норми, непремінно пре воздух к тому місцю течні тїла або і полутечні ткани задля вирівнаня ріжниць тиску. Тоє то пересуванє плинів нїгде так довідно не відбуваєсь, як саме в ямині черевній. При збільшенім тиску внутрче-

ревнім кров з тенес черевних пре ся к обводови тїла. Коли-ж той тиск меншає, всисають кров орудя черевні. Звісною єсть річию, яке значенє має віддиханє на рух крови через печінку (hepar). Через стисканє (Compression) перепна (diaphragma) при вдиху обнижаючого ся, рівно як і через напряг стїн черевних кров печінки наспорена з жолудка, селезїнки (lien) і кишок пре ся в жилу головну долїшну (vena cava inferior). А при послїдуючім видиху (exspiratio) смокчуть (aspiriren) знов орудя черевні кров із орудій кровоносних внїчеревних (extraabdominelle Blutgefässe).

Розуміє ся, що наслїдком устáвичного зміняня форми ямини черевної також положенє і форма тенес (Eingeweide) мусить зміняти ся. До форми обнятника (Behälter) мусить і обняток (зміст) приміняти ся. Також не може без впливу остати положенє і зміна форми поодиноких частей тенес на форму і положенє других орудій. Коли яка петля кишкова наповнена ґазами або травлениною значно розширяє ся, то потребує раз більше для себе місця; вдруге мусить з нею зіткнутись більша скількість орудій сусїдних, нїж коли-б була порожна і склясла.

Насуває ся проте питанє, яким робом відбуває ся тота зміна положеня і форми тенес? Чи можливою єсть річию, щоб при ненарушених стїнах ямини черевної зіткнені площі двох орудій в простопаднім або простопадному близькім, оттак ускіснім напрямі віддалювали ся від себе, щоби иньшим утворам зробити місце? Чи єсть можливим, щоби одно оруде від других від'окремило ся або по крайній мірі одна площа орудя від окруженя так віддїлила ся, щоби, хочби лише на хвильку, не стикала ся з жадною другою площою очеревної (Peritonaealfläche)?

Щоби відповісти на се питанє пригадаєм наперед, що очеревна (Peritonaeum) по своїй сущности єсть то щільно затворений мішок оболони сироватної (seröse Haut), котрого стїни тїсно прилягають до себе. Кожда часть стїни очеревної (Peritonaealwand) мусить заєдно з другою в безпосереднім оставати зіткненю. Стїни того мішка многорако заглублюють ся закладчасто, а в тих заполинах (Einstülpungen) ложать ся (betten sich ein) із внї орудя черевні і лоханні (Beckenorgane). Всї тенеса лежать про тоє дійсно внї очеревної (extraperitonaeal). В ямині очеревняній (Peritonaealhöhle) не находить ся з виємом части верхнї яєчника (ovarium) і уйстій труб матерних (Tubenmündungen) нїчо, а в нормальних обставинах простор середочеревняний (Intraperitonaealraum) взагалї не єствує. Тії подробности нагадавши на дане питанє мусимо дати одвіт занїкуючий.

Тенеса окриті очеревною і побіч себе уложені при ненарушених стїнах черева наслїдком тиску воздушного не можуть віддїлити ся від себе, хиба насильно. Положенє місцеве сумежних площ двох тенес лише так може змінити ся, що переховзуючись будуть від себе віддаляти ся, але рівночасно в тій же хвилї стикати ся з иньшими посуненими частьми очеревної не творячи нїякої пóрожни. Дуже важною єсть при тім гладкість і слизкість стикаючих ся стїн очеревної. Тая то гладкість і слизкість очеревної улекшає поховзистий розсув орудій, заразом утрудняючи або спинюючи простопадне віддїленє частей зіткнених. В тім напрямі бо дїланє тиску воздушного піддержує ся фізичною силою причіпности (adhaesio), котра дві гладкі і вохкі, безпосередно на собі лежачі площі, держить дуже непопускно.

В ямині очеревняній (Peritonaealhöhle) суть проте відношеня подібні, що і в ямині олегочняній (Pleurahöhle). При вдиху намагає розширяюча ся стїна груди віддалити ся від легкого. Однакож понеже оба листи олегочної (pleura) безпосередно і совершенно щільно лежать на собі, то се не єсть можливим і олегочна близня (pleura pulmonalis) мусить при розширеню ямини грудної слїдувати олегочній стїнній (pleura parietalis).

Подібно дїєсь також в ямині очеревняній (Peritonaealhöhle). Мягка стїна черева наперед витягнена за посередою фалду стїни черевної не віддїлює ся від тенес, навпак тенеса подають ся за стїною черевною. Найлучше з'ображають сказане нами рухи віддихові печінки. Она поховзує ся горі і долї з всею пóлегкостию по при стїни черевні мов би толок в сикавцї, не віддаляє ся однакож мимо значного домірно тягару нї на одну лїнїю від перепна (diaphragma). Так зване вязло завісне або завіска печінки (Aufhängeband der Leber) зовсїм при тім не дїлає, бо задля тїсного прилягання печінки до спідної площі перепна, нїяк не може розпяти ся простопадно. Тиск воздуха удержує печінку в безпосереднім стику (укріпленю) з перепном і справлює, що печінка разом рухає ся з перепном не тратячи з ним стику (Contact) нїколи.

Саме такі суть відношеня межи череном матерничим (Uteruskörper) а горішною стїною міхуря мочевого (vesica urinaria) і те поясняє нам, чому матерниця по спорожненю міхуря принимає положенє впередзворотне (anteversio) з меншим або більшим наклоном. В нормальних обстановах нїколи не єсть можливим розлученє матерницї від міхуря, і то як задля єї тканної сполуки (Gewebsverbindung) шийки (cervix), так і задля єї спо-

луки стикової (Contactverbindung) черена (corpus) з міхурем. Обнизить ся горішна стїна міхуря при спорожнюваню мочи́ (Harnentleerung) в напрямі найменшого відпору долї, то мусить за стїною міхурною податись непремінно черен матерничий і рівно непремінно мусить він приняти своє нормальне положенє і звичайну форму. Уткань сполучна межи шийкою і міхурем не допускає розлуки обох орудій, а тиск атмосферний справлює, що не перериває ся стик (Contact) межи обома площами очеревної окриваючими черен (corpus) і горішну стїну міхурну. Єсть то річею просто немислимою, щоби межи черен матерничий і міхур, проте у заглубчатість міхурноматерничу (excavatio vesico-uterina) втиснули ся петлї кишкові, бо власне той самий засіб сил, щоби се міг звершити, притискає і черен матерничий до міхуря, не зважаючи вже на звижку сили причіпної тут також дїлаючої, котра легко перемагає незначну пруживість наклоненої матерницї.

Минаючи недоцїльність (Unzweckmässigkeit) такого уладу (Einrichtung), при котрім при спорожнюваню міхуря петлї (сувої) кишкові мусїли би втискати ся в заглубчатість міхурноматерничу а послї спорожненя посувати на давне місце назад — — не знаю цїле, котрі сили тото орудуванє мали і могли би виконувати? Котра сила мала-б матерницю спиняти в слїдуваню стїнї міхуря осуваючій ся в низ, і котра знов удаляти петлї кишкові з положеня раз занятого в згаданій заглубчатости, щоби зробити місця матерницї?

Правда, у матерницї досить велика здібність зміняти положенє, однакож тоту єї рухливість успроможняє пруживість (Elasticität) приладу вязлового (Ligamentapparat), а також і ся обставина, що черен (corpus) оключають части орудій, котрі сполом з ним виконують кождий рух не перериваючи стику площ приляглих.

Так при високім уложеню лохани (Beckenhochlagerung) Тренделєнбурґа всї тенеса задля ваготи спихають ся долї ік висклепови перепна; мимо те остають они з собою в певнім зіткненю. Не віддїлюють ся петлї кишкові від черена матерничого, анї теж черен від горішної стїни міхуря. Відношеня тоті сей час змінюють ся послї нарізки (Incision) стїни черевної. Воздух втискає ся з замітним шелестом (чавканєм) в простор очеревняний (Peritonaealraum), петлї кишкові вільно опадують долї до перепна, а заглубчатість міхурноматернича розвиває ся, бо черен матерничий розтягаючись задля своєї пруживости віддїлює ся від прилягаючої стїни міхуря.

Як кріпкою єсть сполука стикова двох площ в безвоздушнім (luftleer) просторі очеревної, доказують іменно неправильні положеня матерниці, при котрих черен тулить ся до частей орудій непосувних (неперемістних nicht dislocirbar). Матерниця велика, нїтичноцїпка, впередзворотна (metritisch starre, antevertirte Gebärmutter), котрої дно (fundus) сягає аж до передної стїни лоханної (Beckenwand) єсть лишень немного рухлива. Як трудно її з положеня випровадити, річ відома, а при пробах відводних (Repositionsversuche) часто учуває ся, мов би дно счепило ся з зростівкою лоновою (спугою, Schambein-Symphyse, Schambeinfuge). Так само у матерниці відклоненої (retroflectirt). Дно матерниче (fundus uteri) дає відлучити ся від тильної стїни лоханної лише напірною силою, так що по вираженю Thure Brand, черен здає ся прилипати до тильної стїни лоханної. Тому то відводженє (Reposition) матерниці відклоненої до положеня правильного для відносної особи сполучене єсть з болями.

Устáвичні (всегдашні) хитаня тиску (Druckschwankungen) в ямині черевній вирівнують ся, як сказано, розширенєм, зглядно стяганєм мягкої стїни черевної. Посередно через обняток черевний (Bauchcontenta) те само дїє ся також при хитанях тиску в ямині лоханній, бо-ж она окружена твердими, неподатливими кістьми, к долови же ограничена дном лоханним лиш мало податним. Оттак при наповненю міхуря всї орудя положені над міхурем в напрямі найменшого відпору, отож ік ямині черевній горї посувають ся. По спорожненю міхуря і зменшеню тиску через те в ямині лоханній повставшім, вертають підсунені орудя знов долї до положеня правильного. Через тоту пересувність (Verschiebbarkeit) орудій дана спроможність, що мочá (Urin) і кал при наповненю міхуря і відхідниці (Mastdarm) находять місце в ямині лоханній і що тії видали (Excremente) з ямин лоханної, отож і з устрою (орґанїзму) можуть устоpонити ся.

Але що дїє ся, коли той механїзм де нéбудь зіпсує ся, коли неправильним способом той розсув (Verschiebung) орудій лоханних спинить ся або стане неможливим, а повстаючі ріжниці тискові (Druckdifferenzen) не вспіють нормальним способом вирівняти ся? Мусить тогдї тоє сподїяти ся, що відбуває ся в обстановах подібних також в иньших місцях орґанїзму. Понеже наповнюванє і спорож-

нюванє заузницї (intestinum rectum) і міхуря в живучім орґанїзмі мають доконечне відбувати ся, то мусять такі наступити зміни, котрі зрівноважують неправильність і успроможняють невпинну чинність орудій лоханних.

До тих змін належать між иньшим також і неправильні положеня матерницї.

Застановім ся приміром над відношенями при наклонї (anteflexio) і впередзворотї (anteversio) матерницї.

Припустїм, що матерниця в високости, до котрої она нормально підносить ся міхурем наповненим, укріпляє ся так, що она по спорожненю міхуря не може посунути ся опять до положеня нормального. В такім случаю лише два випадки суть можливі: або спорожненє мочі не зможе послїдувати, — що в дїйстности не лучає ся — або зменшенє тиску наслїдком спорожненя міхуря наступивше в заочеревнім просторі лоханнім (retroperitonaealer Raum) зіпхне для зрівноваженя другі неукріплені уткани, котрі займуть простор повставший через скляснене (Zusammensinken) міхуря. Що се послїдне дїєсь, річ ясна.

Як звісно, в орґанїзмі наслїдком тиску воздушного нїгде і під жадним условєм не може утворити ся порожнь (vacuum). — Коли віддалять ся при усиленім напруженю кінцї костей в якім суставі, тогдї втискає ся атмосфера межи части мягкі і на верхнї повстають долочковаті завязлости (grubige Einsenkungen). В недользї (Lungenatelektase) одвітна половина клїти грудної запала, простори межиреберні (Intercostalräume) з'ужені або через совершенне зближенє ребер цїлком заниклі, але стик (Contact) межи обома листами одсгочної не зносить ся нїколи. Навіть ямина лобна (cavum cranii) зменшає ся при заниканю мозку в віку старечім, а на твердих костях тїменних (Scheitelbeine) творять ся доликоваті запалости або завязлости (Einsenkungen). Тим способом також мусить вирівняти ся ріжниця тиску повставша в ямнї лоханній при спорожненню міхуря. А не може матерниця задля укріпленя в околицї внутренного уйстя (innerer Muttermund) цїла осунути ся на місце найменшого тиску, то бгає тиск атмосферний за посередою мягкої стїни черева і єго змісту тїї части матерницї, котрі не суть укріплені, проте шийку і черен (cervix et corpus uteri). Зміна подоби матерницї при тім повстаюча єсть зависима від поведеня обох рамен підоймових (Hebelarme). Коли шийка і черен менше-більше рівно великі, то послїдує залом ткани матерницї на місцї укріпленя в околицї внутренного уйстя (Muttermund)

і повстає наклон матерниці (anteflexio uteri). Коли-ж ріжнить ся об'єм обох рамен підоймових, то часть об'ємистша матерниці більше в долину зворочує ся від части меншої. Іменно, єсли черен матерниці побільшений, нїтичноцїпкий (запально-цїпкий, metritisch starr), повстає впередзворот (anteversio). Коли напослїдку при части піхвовій перерослій (hypertropische Portion) черен єсть менший і слабкійший, як в станї нормальнім, то повстає неправильність положеня, котра зове ся вспятьзворот матерниці наклоненої (retroversio uteri anteflexi).

Що такі наремно споводовані зміни положеня і форми матерниці не завсїгди відбувають ся без примітних припадків, доказують часто лучаючі ся тягости місячкові (dysmenorrhoische Beschwerden).

Зазвичай не вистарчають згадані зміни положеня і форми матерниці для вирівнаня ріжниці тиску при високім утвердженю матерниці в малій ямині лоханній. Для зрозуміня дальших пробігів, що дають ся помічати, добре буде згадати опоруч про иньші прояви, котрі виступають в людскім орґанїзмі в наслїдок значного зменшеня тиску воздушного.

Звісним єсть явище, що при виходї на високі гори тарабанчики (Trommelfelle) воздухом ямини тарабанної надувають ся на внї. Тоє самоє значенє має відставанє ampullae recti (баньчини відхідниці) при високім утвердженю матерниці, що звершає ся через спираючі ся тамка ґази кишкові (також нагромаджений кал). Єсть то знаменним, що дотичні особи почувають се благо, коли відхідниця (rectum) єсть повна, і так само знаменним єсть, що найприкрійші доляги дають чути ся по стїльцї — безперечно в наслїдок послї спорожненя знову повстаючого невирівнаня ріжниць тискових.

При значнім зменшеню тиску воздушного слїдують, як звісно, сильні виділяня слизниці безпосередно на воздух виставленої. Також єсть надмірне виділянє желез шийкових (Cervicaldrüsen) проявом зовсїм звичайним при високім утвердженю матерниці. Виділь (Secret), як звісно, єсть найчастїйше не катаральна, тілько чиста, склиста, ясна і прозора. Часто приходить також до розширяня (Dilatation) проволока шийкового (Cervicalkanal) і громадного в нїм здержаня слизи (Schleimretention). Як бачити, се все самі прояви зменшеного дїланя тиску, котрих досї взагалї і не об'яснено.

По приставленю баньки ткань відносного місця в займину (lumen) баньки чопиковато випрає ся. Зовсїм такий спосіб повставаня мають властиві формациї части піхвової (Vaginalportion) пр. види чоповаті, грибоваті і пр. при наклонї (anteflexio) і впередзворотї (anteversio) матерницї. Тілько тут задля тяглости дїланя ссущого приходить до тревалих змін складнї (структури) і форми.

Місцеве обниженє тиску воздушного причиняє сильне перекровленє (Hyperämie) і напуханє тканей відносного місця, як се бачимо рівно і при ставляню баньок. Як звісно, і досї не об'яснена достаточно ґенеза проявів перекровленя і других припадків остаючих з ним в причиновій звязи, що товаришать змінам положеня матерницї. Уважати се яко застій (Stauung) наслїдком залому і стиску повсталий не єсть допустимим, а зовсїм слушно замічає Theilhaber, що при сталих змінах положеня судини дуже швидко примінюють ся, так як і при самодїйних (spontan) або штучних (artificiell) непроходностях судин кровоносних швидко побічні (collateral) розвивають ся дороги, котрі запобігають спиненю кружения.

Подібно має ся річ з проявами, котрі старають ся об'яснити пробігом запаленя

При спухленинї застійній (Stauungsödem) на пр. виступає посочина (Blutplasma) тому з судин, бо тиск внутрсудинний (intravasculärer Druck) перевисшає тиск в частях мягких. Єсть то впрочім все одно, яким побитом повстане ріжниця тиску, через підвисшенє тиску крови в судинах або через зменшенє натуги (Spannungsverminderung) в ткани. В обох случаях єсть наслїдок той самий. Перекровленє, застій (Stauung), перепрівaнє (Transsudation) з судин і насяканє (напоюванє, Imbibition) ткани лїмфою. При таких обставинах можна-б надїяти ся, що при високім укріпленю матерницї всї тії вислїдности (Consequenzen) зменшеного тиску також будуть в просторі лоханнім (Beckenraum). В дїйстности они там виступають, та з їх об'ясненєм малисьмо богато мороки. Думаю тут про нїтицю приматерничу тильну Parametritis posterior; я переконаний, що тут дїло з таким-же вливом лїмфи в лучно-ткань приматерничу (das parametrane Bindegewebe). Хибність толкованя того пробігу запаленєм єсть звісна, а також найстараннїйші патольоґічно-анатомічні студиї Ziegenspeck-а по моїй думцї не порішили питаня вдоволяючо. Обріток своїх дослїдів збирає Zie-

genspeck в слїдуючім: Нїтиця приматернича тильна (Parametritis posterior) відбуває ся в просторах лїмфових окружаючих артериї і вени матерничі (arteriae et venae uterinae). В припадках сьвіжих визирає уткань волокниста там находяча ся рожево аж до горячого (rosenroth bis hochroth) і через те, що з нарізу витїкає густава лїмфа (dickliche Lymphe) видає ся мов напучнїла. В случаях коли вяд (Schrumpfung) поступив значнїйше, бере ся уткань більше посивяста, тратить складню дововолокнисту і стає збитша. Ткань товщна (Fettgewebe), що лежить коло матерницї і при стїнах лоханї, прилягає тїснїйше, а брилочки товщні дають від препарату віддїлити ся труднїйше, нїж коли другим часом. Вени сильно скручують ся ужасто, оказують місцеві роздуви (Varicen) а в декотрих случаях — очевидно ще з попередних злогів — попадають ся каменї жилові (Venensteine). Закладка Дуґляс'а (Douglas'sche Falte) єсть вигладжена і мало видатна, а очеревна ослонює кругло близнїючу верівку судиннолучнотканну (Gefässbindegewebestrang); лише яснїйший пруг вказує місце, де єї грана простягала ся первістно. Верівка сама крає ся мов вата вохка".

Я-ж дїйсно не знаю, що в тім станї річей рішучо має говорити за пробігом запальним (entzündlicher Prozess), а то тим більше, що описані зміни мож би опредїлити рівно справедливо яко пухлениину з наступним вяненєм лучноткани (Oedem mit consecutiver Schrumpfung des Bindegewebes). Замітити єще мушу, що запальний, навіть і сироватно волокнистий випрів (das serös fibrinöse Exsudat) ріжнить ся від чисто пухлинового (ödematös) більшим вмістом (Gehalt) безбарвих тїлець крови (farblose Blutkörperchen) і білка, як також і більшою збігливостию (стинавостию, зсїдливостию, Gerinnbarkeit). Оттак мусїв би Ziegenspeck помітити тут і там хоть клочки або нитки збіглої (стятої) волокнини (Fibrin), а був би се тим певнїйше зауважив, коли єго робота мала на цїли доказати, що нїтиця приматернича тильна (Parametritis posterior) єсть пробігом запальним. Тим часом згадує він тілько про густаву лїмфу, що випливає з нарізу. І ще одна річ. Ziegenspeck використав материял 56 трупів до своїх студий, а предсї не подає, минаючи вяд лучноткани, иньших змін ним замічених, котрі-б для пізнїйших стадий яко вихід запального пробігу були знаменні — а які-б по всїй імовірности мусїв найти, коли-б Parametritis posterior була справдешним запаленєм.

Єще про один симптом високого укріпленя (Fixation) матерницї хочу згадати, а то про неплодність (планність, Sterilität). Она об'ясняє ся поєдинчо тим, що заплїнки (Spermatozoide) слї-

дуючи законам фізичним не можуть з місця, де тиск менший, вандрувати до місця о тиску більшім.

Инакші суть відношеня, коли матерниця не єсть висше укріплена, але противно в ямині лоханній глубше, як звичайно, має положенє — оттак при обниженю матерницї (descensus uteri). Часть піхвова (portio vaginalis) усуває ся вниз і наперед, а очеревною окритий відріз горішний тильної стїни піхвової вивертає ся. Наслїдком того віддаленя передної стїни очеревної від тильної розвиває ся простор Дуґлясский а єго дно принимає низше положенє в ямині лоханній, тим більше що перепно лоханне (Beckendiaphragma) звичайно також єсть слабке і сходить в долину. Той простор безусловно не може остати порожним, а наслїдком зменшеня тиску всї сумежні ткани, о скілько мож, в него всисають ся, при чім викликують ся розличні долягливі учутя.

І так піддає ся тому дїланю ссучому самоперше відхідниця (rectum) мало рухома, через що почуває ся прикре тисненє в низ, а з другої сторони задержує ся кал в баньчинї (Ampulle).

Також певна скількість петель кишки тонкої і то найдовшими кризками знадоблених втягають ся долї в той простор. Понеже они в ямині лоханній занимають положенє кілька центиметрів глубше, нїж нормально, то кризє (mesenterium) до них належаче аж до місця осадженя на лїдвичній части хребницї (Wirbelsäule) виставляє ся на торганє, а посередно терпить і вся очеревна. Болї крижеві, черевні, ріжні доляги в кишках суть наслїдками тих затїй (Insulte).

З огляду на те, що лишень петлї кишок найдовшими кризками осмотрені в простор Дуґляса зможуть осунути ся, а також об'єм тих лагвиць (Schläuche) зависимий від наповненя травленною заєдно змінює ся а наконець і стїни заузницї (відхідницї, Mastdarm) по відбутім стїльцї опадають, то єсть ясним, що всї тії припадки не годні ріжницї тиску в ямині лоханній зовсїм і тревало зрівноважити. Понеже в ямині черевній вже жадна друга ткань не єсть розпорядима, то нїчо иньшого не лишає ся, тілько в самій ямині лоханній мусять наступити пересуваня і переміщеня (Verstellungen) орудій.

Звісно, як часто при обниженю матерницї (descensus uteri) стрічають ся яєчники (Ovarien) в просторі Дуґляс-скім.

А також черен матерниці. Наслїдком вігненя (Inversion) відрізу горішного тильного піхви при обниженю матерниці звершає ся безпосередно приляганє (Coaptation) межи площою очеревної тую часть стїни піхвової окриваючою а площою ослонюючою черен матерниці. Те приляганє поступає висше, аж не зіткне ся дно матерниці (fundus uteri) з тильною стїною лоханї і таке звершає ся збоченє, котре зове ся відклоном матерниці (retroflexio uteri). Не сумнїваю ся, що тота неправильність положеня матерниці слїдує зменшеному опадом матерниці тискови в просторі Дуґляс-скім. Єсть то наслїдок ссучого дїланя розвиненого простору Дуґляс'а.

В многих випадках звершає ся відтак зовсїм вистатчаюче вирівнанє ріжниць натужних (Spannungsdifferenzen) в ямині лоханній, а відносні особи можуть почувати ся добре мимо переміщеня їх орудій лоханних (Beckenorgane). Но не все так буває, іменно за зменшенєм тиску ідуть дальші єго наслїдки як перекровленє (Hyperaemie) і застій з всїми з того випливаючими проявами, котрі іменно додївають черенови матерничому (середматерню і внутрматерню, mesometrium і endometrium), яєчникам, приматерню (parametrium) і очеревній лоханній (pelveoperitonaeum). Мабуть не помиляю ся, коли тверджу, що весь збір припадків при відклонї матерничім (retroflexio uteri) в поданий мною спосіб правдиво і природї одвітно дасть пояснити ся.

При опаді матерниці не завсїгди доходить до відклону (retroflexio). Коли черен матерниці цїпкий і збільшений, очеревна ослабна (слабка — schlaff) а кризє (mesenterium) довше, як нормально, то не легко наступає стик межи дном матерниці (fundus uteri) і тильною стїною лоханї, бо між ними, в заглубчатости матерничо-заузній (excavatio uterorectalis) тревало вміщують ся петлї кишки тонкої. Суть то відношеня як у вспять зворотї (retroversio) матерниці а заразом і найдовіднїйші условя для опаду матерниці (prolapsus uteri).

В природї нераз тії самії наслїдки тими самими середниками узискують ся, а для поясненя многих проявів мож анальоґічні навести приміри. Дїєсь то також з приладом зворним (Schluss-

apparat) піхви. До міхуря мочевого уходять, як звісно, три канали т. є. два мочеводи (Harnleiter) і цїва́ мочева́ (Harnröhre). При стяганю стїн міхуря мочевого моча́ пре ся в цїву, але не в мочеводи — певно тому, що цїва́ просаджує стїну міхурну в простопаднім напрямі, мочеводи (Ureteren) же в напрямі ускіснім. Останні при сильнім напонї стїни міхурної разом стискають ся на просторі, як далеко внутр неї пробігають, а так доступ до неї, з сторони від міхуря замикає ся так, що чим сильнїйше стягає ся міхур, тим сильнїйша стає завора (Verschluss). З тої самої причини можна також міхур без підвязаня мочеводів надувати. Також імовірно ускісний пробіг проводу паховинного (Leistenkanal) через мязнисту стїну черевну єсть причиною, чому не кождий набуває так званих надимів паховинних (Leistenbruch, Leistenhernie).

Анальоґічно єсть також устроєний прилад зворний піхви. В правилї лежить піхва в мягких частях вийстя лоханного (Beckenausgang) з переду к задови, оттак в напрямі проміру простого. Наслїдок перевижки внутрчеревного тиску мусить в тих вимінках бути такий, що передна стїна піхвова на тильну а обі на мало податне перепно лоханне (Beckendiaphragma) притискають ся і слїдує совершенне замкненє піхви, так що нїт можливости, щоби матерниця опала.

Не так буває при вспятьзворотї матерницї (retroversio uteri). Тут простяг (Verlauf) піхви і матерницї менше більше в оси лохани, оттак простопадно до перепна лоханного, а та обставина веде за собою недостаточність (Insufficienz) піхвового приладу зворного. При кождім скріпленю внутрчеревного тиску атмосфера ссуча спихає матерницю долї ік внїйстю піхви (introitus vaginae), а коли і другі вимінки вспівдїлають, матерниця випадає.

Проте також і сю зміну положеня матерницї викликує ріжниця тиску; — в кождім разу́ матерниця подає ся к місцю, де віднор найменший.

Ледви чи потрібним буде згадати, що описані прояви в дїйстности не так поєдинчо відбувають ся, як се в тій короткій розвідцї представлено схематично, або радше намічено в зачерках загальних. Много тут поминено, етіольоґії (Aetiologie) зовсїм не увзгляднено, а лише часть самої механїки уважано. Тож розумієсь, що задля

многоскладности (Complicierthеit) причин і розмаїтости наслїдків — самі мізкованя в зжатій короткости проведені не можуть уважати ся вичерпуючо-довершеними.

В кінци вважаю своїм обовязком зложити подяку Вп. Д. Верхратскому, котрому завдячую, що ся розвідка являє ся і в язицї рускім.

ПРИЧИНОК ДО ДІЯҐНОСТИКИ КЛІНІЧНОЇ ТИФУ КИШКОВОГО.

(Діязореакция Ерліха і Серодіяґностика Відаля).

Написав Др Осип Дакура.

Ще в роцї 1882 звернув свою увагу Ерлїх, тодїшний асистент клїніки внутрішньої Ляйдена в Берлїнї, на так звані сполуки діязові (двуазотні), і роздумовав, чи би не дало ся їх власности використати для цїлей медицини. Як звісно, получеия двуазотні повстають з амідів, ряду сполук ароматичних, під впливом квасу азотного. Тїла діязові лучать ся з великим числом хемічних творів, особливо з моно-ді-і полїфенолями, як також з перво- друго- і третьорядними діямінами ґрупи ароматичної і творять цїнні краски ріжної барви. За остаточний продукт хемічної переміни материї в тїлї чоловічім, маємо межи иньшими богато тїл ароматичних, котрі уходять ріжними дорогами з орґанїзму людского, яко непотрібні і шкідливі і їх подибуємо в відходах і видалинах чоловіка, особливо в мочі. Ними то заняв ся пильно нїмецкий учений і перевів цїлий ряд проб з мочою людей здорових і недужих на ріжні слабости, припускаючи слушно, що і в мочі людскій витворюють ся серед певних обставин такі тїла, що з сполуками діязовими дадуть реакцию ріжної краски. До дослїдів своїх уживав він з початку квасу сульфанїльового (Suifanilsäure), а цїлий спосіб переведеня був такий: Брав Ерлїх менше більше 500 ґр. води і мішав з 30—50 ґр. чистого квасу азотного, а відтак додавав до того стільки квасу сульфанїльового — той трудно розтворюєсь — щоби надмір нерозпущений остався на днї. Се був оден плин. Відтак розпускав малу скількість зернят Natri nitrici (азотану содового) в водї і розтвір сей по заколоченю доливав до плину першого. От і ся сумішка становила первісний єго відчинник (R). В нїй містились

лише сліди сульфодіязобензолю, що витворює реакцию, дальше надмір квасу сульфанїлевого і квас азотний. Відчинник сей був не тревалий, державсь найбільше 2—5 днїв і то в темнім місцї.

Маючи вже готовий плин брав відтак Ерлїх по рівній части з него і мочі і додавав скоро трохи амоняку (аміяку) або лугу потасового, і сильно встрясав, щоби витворилась піна. Щож найшов? Моча́ людей здорових, не горячкуючих або цїлковито не зміняла своєї барви, або закрашувалась жовто-цеглясто, коли моча́ недужих набирала краски червоної, ріжної степени, аж до шкарлатної, пурпурової. Отсе виступленє незвичайної барви мочи назвав він діязореакциєю[1]).

В току дальших дослїдів і проб змінив Ерлїх свій відчинник о стілько, що брав розчин Natri nitrici 1 : 200 води, а до другої сумішки уживав 1 ґраму квасу сульфанїлевого, 50 ґр. квасу сільного і 1000 ґр. води; відтак мішав 50 ґр. плину першого з 250 ґр. течи другої — і відчинник був готов. Рівні скількости відчинника і мочи з додатком амоняку витворювали відповіднє закрашенє. Яко вислїдок своїх досвідчень оповістив він таке: Діязореакция виступає лише в мочі хорих горячкуючих, з виїмкою сухіт грудних. Правильно находимо єї в тифі кишковім і одрі. Майже нїколи нема єї в запаленю легких та дифтериї, а серед иньших горячкових недуг раз вона появляєсь, то знов єї не стає[2]).

За єго приміром почало займатись діязореакциєю богато клїнїцистів головно нїмецких (Penzolt, Petri, Karthin, Brecht, Jaksch, Taylor, Gieorgiewsky, Agello, Nissen, Goldschmidt, Brewing, etc.), з котрих не всї згодили ся з поглядами Ерлїха. Декотрі таки просто відмовили всякої вартости і значеня діязореакциї в діяґнозї клїнїчній тифу кишкового (Karthin). Иньші знов найшли, що діязореакция виступає не тілько лише в мочі, але також витворити єї мож в сировати крови, в сукровицї позапальнїй (exudatum), ющцї опухлиневій (transsudatum), а навіть в мочі цїлковито здорових людей серед певних обставин (Karthin, Penzolt, Petri). Справа і доси не цїлком вияснена, хоть чимало авторів нею займалось і писало. По трохи про ню і призабуто.

Минувшого року занявсь діязореакциєю дуже ревно др. Еж в Відни і то на перед на клїнїцї Найсера на великім числї хорих,

---

[1]) Zeitschrift für klinische Medicin 1882 V. Band S. 285.

[2]) Ehrlich: Charité annalen 1883 i Deutsche Medicische Wochenschrift N. 38, 1883.

а відтак яко асистент в шпитали Вільгельміни на Оттакрінґу. До проб своїх уживав він відчинника припису Фріденвальда-Ерлїха, іменно: I. { Parami doaceto phenon. 1.00 Acidi hydrochlorici 50.00 Aquae destillatae 1000.00 } II. { Natri nitrosi 0·50 Aqu. destill. 100.00 }

Відчинник сей користнїйший о стілько, що реакция виступає далеко виразнїйше і мож єго держати через довший час, навіть до 3 місяцїв. Розуміє ся, що оба плини держить ся осібно в темнім місці, а при кождій пробі робить ся з них свіжий відчинник. Найлїпше до сего надаєсь спруветка (пробівка). Бересь іменно плину число II. одну частину на сорок течи числа I., вливаєсь до пробівки оба полученя і мішаєсь їх з собою. До певної частини сеї сумішки додаєсь рівну часть мочи́, а відтак доливаєсь нараз амоняку і сильно заколочує. Повстає піна, а діязореакция тодї певна, коли зачервенить ся шкарлатно-червоно не лише вся течá в пробівцї, але також і піна. Слушне тому цїлковито твердженє Картина, що за головний об'яв діязореакциї належить уважати закрашенє піни. Краска тая тріває кілька минут (2—6 минут). В сей спосіб перевів Еж[1]) до 3000 проб на 250 хорих і каже, що нїколи не найшов діязореакциї в мочі здорового чоловіка. Подібно як і Ерлїх, дїлить він всї недуги на три дїли:

1. Хороби, в котрих стало, правильно діязореакция появляєсь;
2. Недуги, в котрих бачимо єї лише серед певних условий;
3. Недуги, в котрих нїколи доси єї не викрито.

Перший дїл обіймає у него у дорослих: typhus abdominalis 32 случаїв, tuberculosis miliaris 14 случаїв.

До другого дїлу зачисляє:

Pleuropneumonia crouposa	12 случаїв,	діязореакция була в	6 случ.
Tuberculosis pulmonum	60 „	„ „ „	45 „
Nephritis chronica	4 „	„ „ „	2 „
Marasmus senilis	6 „	„ „ „	4 „
Meningitis cerebrospin. tuberc.	3 „	„ „ „	3 „
Processus puerperalis	3 „	„ „ „	3 „
Vitia cordis	6 „	„ „ „	5 „

В третїй дїл помістив:

Rheumatismus art. acut.	21 случ.
Haemorrhagia cerebri	3 „

[1]) Nowiny lekarskie Nr 10. i Wiener Medicinische Wochenschrift 1896.

Bronchitis chronica	20	случаїв;
Atheroma arteriarum	3	„
Bronchitis putrida	6	„
Gastroënteritis acuta	16	„
Angina follicularis	6	„
Hysteria	3	„
Neuritis	2	„
Pneumonia catarrhalis	6	„
Cirrhosis hepatis	3	„
Meningitis cerebrospinal. epidemica	2	„
Erysipelas (рожа)	4	„
Gangraena pulmonun (Запаленє легких)	3	„
Pleuritis	5	„
Icterus catarrhalis	3	„
Perityphlitis	3	„
Malaria	6	„
Neoplasmata maligna	4	„

В наслїдок своїх дослїдів доходить Еж до слїдуючих заключень:

1. Діязореакцию подибуєсь у дорослих в многих недугах, що перебігають з горячкою, однако значенє діяґностичне має вона лише для тифу кишкового, іменно коли прийдесь рішати межи тифом кишковим, горячкою ґастричною і пропасницею. В тифі кишковім стало подибуємо діязореакцию, а в послїдних хоробах нїколи.

2. Діязореакция має велике значенє проґностичне в перебігу тифу кишкового, іменно, коли вона удержуєсь постїйно аж поза другий тиждень хороби — проґноза лиха.

3. Діязореакция не залежить від висоти горячки, не мають на неї впливу анї лїки анї диєта.

4. Нагле зникненє єї в тифі вказує на якусь комплїкацию (запаленє легких).

В сїчнї і в лютнї сего року перевів і я кількасот досьвідчень з сею діязореакциєю на хорих в шпиталї Вільгельміни. До моїх проб уживав я відчинника припису Фріденвальда-Ерліха. Почин до того дав менї оден неясний случай недуги з високою горячкою, а дуже виразною діязореакциєю аж до смерти недужого. Був се хорий унаслїдно обтяжений туберкулами. При осмотрі однак фізикальнім виказались лише дуже малі зміни в легких, а при перешуканю шестиразовім плювин (sputa) найшов я лише оден раз в однім препараті два чи три прутнї Коха. Клїнїчний перебіг промавляв за

тифом кишковим, лише сильні поти через цілий час недуги від самого початку, захованє язика і селезїнки не годились з типовим тифом. Хорий помер, а секция виказала малі лише тифові зміни в железах заочеревних і в кишках; але і фтізи не було. По пильнім перешуканю легких, желез придишкових, гортанки, желез черевних і т. д. найдено лише все кілька купок і грузел в легких з тенденциєю звапнїти, анї слїду розпаду, нї мілїярки. Ходило менї отже о се, чому приписати в тім случаю таку сильну і непроривно виступаючу діязореакцию. Понеже образ тифу кишкового не був точний, ясний, тож почасти підозрівалисьмо фтізу, взглядно мілїярку. В шпиталях віденьских найбільше туберкулїчних хорих (morbus Viennensis) і в Wilhelminen-Spital мав я їх величезне число. Робив я проби на 54 хорих туберкулїчних з ріжними змінами і в ріжнім степени розвою недуги. І показало ся, що діязореакция лучаєсь в сухотах, але лише тодї, коли вже маємо в орґанїзмі чоловічім великі зміни, розпад тканий, каверни, болячки в кишках. В случаях початкових, при змінах патольоґічних незначних (infiltratis opicum) я тої реакциї анї разу не найшов. Значить, я на певне відношу найдену діязореакцию в що іно наведенім случаю виключно до тифу кишкового.

Кромі 54 случаїв tuberculosis pulmonum пробував я ще в загалї оден случай lupus faciei, 4 случаї тифу кишкового, оден случай піємії, два meningitis cerebrospinalis, два erysipelatis, 10 pneumonia crouposa, 8 vitium cordis, два carcinomata, 3 nephritis chronica, 5 gastroenteritis, оден asthma bronchiale, 9 bronchitis chronica, 4 icterus, 3 rheumatismus articulorum, оден chlorosis, 3 pleuritis, оден perityphlitis.

На підставі тих дослїдів могу сказати, що діязореакцию найшов я:

в	typhus abdominalis	3	рази	на	4 случаї
„	tuberculosis pulmonum	24	„	„	54 „
„	pyaemia	1	„	„	1 „
„	men. cerebrosp. tuberc.	1	„	„	2 „
„	lupus faciei	1	„	„	1 „
„	nephritis chronica	1	„	„	3 „
„	pneumonia crouposa	2	„	„	10 „
„	vitium cordis	3	„	„	8 „

В прочих випадках не було анї слїду діязореакциї. Як показуєсь отже з моїх дослїдів, на дорослих людях (у дїтий хорих на morbilli не робив я), то нема майже недуги, про котру би мож ска-

зати, що стало і все діязореакция виступає, а так горячо боронене твердженє Ерлїха, що в тифі кишковім вона найтись мусить, таки не всюди показалось правдивим. Фактом єсть, і то згідно майже всї автори повтаряють, що в тяжких случаях тифу єї не бракне, але, як пише Еж, найшов єї також 14 разів на 14 случаїв tuberculosis miliaris, а якже то нераз трудно клїнїчно відріжнити власне тиф від мілїярки (грузлавки просової). Значить, безусловно певним показником діяґностичним в кождім случаю тифу кишкового, діязореакция не єсть.

З другої сторони годї заперечити єї вартости і значеня, коли ходить о відріжненє тифу від горячки ґастричної, пропасниці, де позитивна реакция рішучо вказує на тиф. Взагалї показуєсь вона в тифі кишковім не відразу, а доперва межи днем третим а семим від початку недуги і утримуєсь стало через тиждень перший, другий; на третий слабне і устає зовсїм, як горячка упала. В тих случаях, де удержуєсь вона єще дальше в третім тижні і довше навіть — проґноза для недужого лиха. Звичайно виступає exitus letalis (вихід смертний). Нераз діязореакция показуєсь через кілька днїв, а відтак нагло щезне. Вказує то або на певну комплїкацию, приміром: запаленє легких, або нераз попереджає рецидиву тифу. Се бодай доведено, що через цїлий час комплїкациї реакциї нема. А з хвилею знов повороту тифу кишкового виступає вона в цїлій повнї. Буває нераз і так, що діязореакция показуєсь лише через кілька днїв; хорий притомний, горячка зглядно не висока пр. 39·5°, болів голови нема, хоть рожечка (roseola), поведенє селезінки, язика, bronchitis і характеристичні, водністі стільцї, кажуть на певне розпізнавати тиф кишковий — се суть случаї тифу з лагідним, легким пробігом і тут заповідати мож користно для недужого.

В цїлости беручи всю річ, скажу, що діязореакция, коли не стала тим, чим хотїв Ерлїх, с. є. головною признакою тифу кишкового, те все прибув в нїй новий, пожиточний і цїнний показник до точнїйшого і певнїйшого розпізнаня клїнїчного сеї недуги, а легкий, дешевий і дуже простий спосіб переведеня того досьвіду дає можність кождому практичному лїкареви нею послугувати ся. Ще більше значенє має тая реакция що до заповідей (prognosis) в тифі, як пригадаємо, що уставанє єї повільне разом зі спаданєм горячки, каже сподіватись виздоровленя недужого, коли діязореакция красна, шкарлатно-червона, виступаюча безупинно через цїлий тяг хороби — проводить єго до смерти.

Та й в иньших недугах, де лише вона покажесь, єсть се signum mali ominis. Виступить вона в запаленю легких, хорий на певне

має туберкули. У чоловіка здорового, хоть западе на pneumonia crouposa — єї не найдено. Лучаєсь вона і в недугах серця, але коли? Тодї, як виступає вже совершенне знищенє мяза серцевого, інкомпензация, застої жильні, опухлина ніг, живота, синиця губ, носа, пальцїв, астма, oedema pulmonum, взагалї сумний образ чоловіка, котрого вже нїчо від смерти не оборонить. Таким самим сумним післанцем exitus letalis буває діязореакция і в сухотах, в мілїярцї, запаленю опон мозкових туберкулїчнім, ропницї (pyaemia) і т. д.

Лишаєсь ще нам занятись питанєм, в чім єсть властива причина діязореакциї, від чого вона залежить? Поки що питанє сесе совершенно не розвязане, а численні дослїди ріжних учених надармо доси сулкувались сей об'яв вияснити. Стоїмо отже на самих лише іпотезах. Ерлїх приписує витворенє діязореакциї сполукам ароматичним орґанїзму людского. Після Ертля, Якша причиною єї має бути ацетон і квас оцтовий, а навіть Якш уважає діязореакцию за неточну пробу ацетонову, Пенцольт і Картін приписують діязореакцию якимсь незнаним тїлам хемічним, що повстають головно в хорім чоловіцї. Занїбонї єсть гадки, що вона залежить від окремої будівлї морфольоґічної ткани даного чоловіка і від розличних внутренних обставин. Бенедікт росказує знов, що причиною реакциї єсть всисанє гнили через ткани орґанїзму, а в доказ приводить свої досьвідченя, де він давав недужим на тиф уголь зьвіриний, а відтак пересмотрював їх кал і мочу. Кал був безвонний, а в мочі не найшов діязореакциї. Иньші знов винять о се бактериї або витворювані через них токсини (Ajehlo, Feer, Nissen). Др. Еж робив свої дослїди на мишах, іменно вприскував їм в ямину черевну мочу від недужих на тиф, у котрих була реакция позитивна і приходить до заключеня, що єї викликують прутнї тифові і продуковані ними токсини, чому би не конче відповідало появленє діязореакциї при вприсненю туберкулїни зьвіряти ужитому до експерименту (Feer), а Ajello таки не найшов єї в токсинах прутнїв тифових вигодованих на булїонї.

Із всїх наведених тут теорий, найімовірнїйшим здаєсь бути твердженє, що причиною діязореакциї суть прутнї Еберта чи Коха і їх токсини, при чім годї не думати о розпадї недужих тканий, що зресорбовані дістають ся в судини лїмфатичні до обігу крови і в данім разї причиняють ся до єї виступленя.

* *

*

Ще більшого розголосу як діязореакция, набрала між клїнїцистами послїдними вже місяцями так звана серодіяґноза Відаля. Ґенеза єї досить цїкава, і я в коротцї єї припімну. Позаяк розпізнанє тифу кишкового мимо так численних спеціфічних об'явів в пробігу недуги, мимо так точних і усовершенних способів осмотру хорих, мимо величезних праць і дослїдів учених в тім напрямі, доси ще часто стрічає великі трудности, іменно в перших днях занедужаня, — шукали і все ще шукають клїнїцисти нових способів, нових доріг, як усталити діяґнозу тої хороби і оречи, що єсть певне, неомильне для неї. Завела захвалювана лєвкопенія, непевною показалась діязореакция, зверненось до бактеріольоґії. До тепер бодай загально узнано за причину тифу прутень Еберта. І Ельзнер[1]) культурою прутнїв тифових з калу недужих, на окремім підложу, хотїв прислужитись діяґнозї тифу. Він мав одержувати результати добрі, а за головну прикмету своєї методи уважав він сесе, що вже в початках самих недуги мож поставити розпізнанє. Спосіб се однако клопотливий, тай не все певний, бо дуже часто місто прутнїв Еберта виростає само bacterium coli. Закинено єго, помимо горячої оборони проф. Бріґера[2]).

Як в перших лїтах наука бактеріольоґії займалась головно слїдженєм причин недуг інфекцийних, стараючись для кождої хороби найти окремого прутня чи мікроба, так від часів Пастера виринула нова задача бактеріольоґії, ширше приноровленє сеї науки для цїлей медицини: Щіпленє охоронне, забезпеченє (immunitas) орґанїзму, серотерапія — отсе питаня, які поставила собі ся найновійша наука в медицинї і що доси чекають остаточного порішеня. Численні слїдженя в послїдних роках (Мечников, Бухнер, Ганкін, Кантак, Ган) над урядженєм забезпеки орґанїзму людского в борбі супроти мікробів виказали, що кров — Мечников поставив теорію о фаґоцитах, де приписує головну оборону білим тїльцям (кружкам) крови, зглядно сировать (serum) — теория Бухнера — містить в собі алєксини, себто тїла незнані, що безпосередно нищать бактериї, дальше антітоксини (Берінґ), що усувають шкоди і знищеня по мікробах (так звані токсини, а відтак ще в певних обставинах посїдає вона силу вигубити, роспустити певного рода прутнї, головно тифові і холєричні. За доказ, що алєксини суть цїлком відрубні від антітоксин, може послужити

[1]) Elsner: Zeitschrift für Hygiene und Infectionskrankheiten Bd. XXI, 1895.
[2]) L. Brieger: Deutsche Medicinische Wochenschrift Nr. 50, 1895

факт, що сировать Берінґа вприснена до орґанїзму хорого на дифтерію, здержує і нищить дальший єї розвій, а нащеплені на serum Берінґа прутнї Леффера розростають ся дуже розкішно. Що до третої власности крови, т. є. реаґованя на мікроби тифові, холєричні і т. д., то головно дослїдами на тім поли займались Ґрубер[1]) з Durham-ом і Пфайфер[2]) з Kolle-м. Ґрубер приписує тоту власність serum якійсь незнаній субстанциї і називає єї Аґлютінін. Пфайфер надав єї імя паралїзін. Свої досьвідченя веде Ґрубер від грудня 1894. Він в купі з Durham-ом численними пробами на зьвірятах виказав, що: 1. Зьвірята, котрим защіплено прутнї холєричні Коха або Еберта і т. д., суть обезпечені, іммунїзовані супроти тих мікробів. 2. Сировать таких імунїзованих зьвірят набирає особливших власностий. Вона вже в тисячнім розпущеню додана до культури бактерій на булїонї застановляє їх рухи, збиває їх в клочки і клаптї, вони опадають на дно пробівки, а тїч вияснюєся. Яко дальшу особливість подає він, що serum нищить культури лиш тих мікроорґанїзмів, против котрих орґанїзм зьвірят обезпечено, отже сировать зьвірят імунїзованих вщіпленєм заразня холєричного, убиває комового бациля (Kommabacillus), сировать зьвірят тифових — не допускає розвою прутнїв Еберта-Ґафвкого і т. д. Всего того доконують пісьля него аґлютінїни-субстанциї близше не знані в спілцї з алєксинами. В наслїдок дїланя аґлютінів має пучнїти ослонка мікробів, а відтак доперва вдирають ся алєксини і гублять бактериї. На відворот удержуючи годівлю знаних бацилїв міг Ґрубер по змішаню єї з сироватию якогось зьвіряти сказати, против якого рода заразнїв імунїзоване єсть зьвіря. Коротко, найшов спосіб розпізнавати поодинокі роди бактерий. Тут і вся практична вартість єго експериментів для медицини. От возьмім примір: Якийсь чоловік перебув тиф кишковий. Після нових теорий є він обезпечений супроти бацилїв Еберта. Єго сировать так і показує. Однак чи чоловік що іно запавший на сю недугу набирає зараз тої реакциї на культури прутнїв тифових? Ґрубер перший звернув на се увагу, але не розвязав того проблєму, поручаючи свої вислїдки клїнїцистам до з'ужиткованя і до дальшого роз'ясненя.

В тім самім менше-більше часї працював також Пфайфер над вияснєнєм наслїдків імунїзациї зьвірят. До досьвідчень своїх уживав морщака (морскої свинї) і кози. Він поперед імунїзу-

---

[1]) Gruber: Wiener klinische Wochenschrift M. 11 und 12 1896.

[2]) Pfeiffer und Kolle, Deutsche Medizinische Wochenschrift N. 7 und 8 1896.

вав зьвіря приміром супротив тифу. Відтак вприскував такому зьвіряти до ямини черевної певну скількість сумішки культури прутнїв Еберта і якихсь иньших бактерий (bacterium colli). Зьвіря не гинуло, а Пфайфер по виконаню ляпаратомії чи секциї міг під мікроскопом виказати, що прутнї тифові улягли деґенерациї, поклубились, по части поросплювались. Прочі бактериї полишились живі, не нарушені.

Окрім того він виконав богато досьвідчень з сироватию тифовою в епруветцї. Именно до годівлї прутнїв тифових доливав сировати зьвірят обезпечених, а для контролї брав другу пробівку з такою самою культурою і додавав сировати з крови зьвіряти звичайного, нормального. Показало ся, що не однако заховували ся оба плини. В пробівцї з сироватию зьвіряти імунїзованого плин проявив ся вже в кілька, найпізнїйше кільканайцять годин, і на спід пробівки опадали клочки з позбиваних бацилїв, а в пробівцї другій осталась тїч цїла змутнїла від скорого розросту мікробів. Дійшов отже до тих самих результатів що Ґрубер. Однак не поперестав на тім. З Коллєм, Ісаєвим і Івановим розвідував дальше сю річ. Вони найшли, що сировать чи тифова, чи холєрична в міру чим раз більшого розрідженя, дїлає що раз слабше на відповідні мікроорґанїзми, аж вконець цїлковито устає, так що заразнї хвилево лише ошоломлені по кількох вже годинах приходять до себе і на користній поживі бульоновій обильно розроджують ся, та нераз вже по 24 годинах (прим. vibrio cholerae) вкривають густим мохом тїч в пробівцї. Колиж тоту саму сумішку — де serum не впливало цїлком на бактериї — вприскуєм до ямини черевної зьвіряти імунїзованого, то при осмотрі мікроскопнім показалось, що бацилї відповідні понищені, розпущені. Отсе задїланє на мікроби приписує Пфайфер окремій силї сировати кровної. З другої сторони знов переконались, що і serum звичайного зьвіряти (кози) впливає на бактериї подібно як сировать зьвірят імунїзованих, але в меншій мірі і то лише о стілько, о скілько тикає аґлютинациї. Дальше бачили вони, що serum тифова зовсїм не впливає на культуру прутнїв холєричних і на відворот.

На підставі своїх розслїдів поставив Пфайфер теорію о цїлковитій відрубности аґлютинінів від субстанциї — лізоґенів — в serum, що роспускають мікроорґанізми, але не годить ся з Ґрубером, мов би то вони були ідентичні з алєксинами. І він вказує на вартість і можливий примін сих вислїдків в діяґнозї тифу кишкового,

але доперва зі школи єго Колле[1]) почав уживати сего способу до роспізнаня згаданої недуги.

Коли Пфайфер[2]) з Ґрубером[3]) перечились, полємізували і кождий з них приписував собі першеньство винайденя сеї реакциї — працював тихонько і без розголосу французкий бактериольоґ Відаль над введенєм сеї цїкавої власности сировати кровної до практичної медицини і він перший почав роспізнавати тиф кишковий на підставі тої проби. Про свою розвідку розповів перший раз дня 26 червня 1896[4]) на засїданю товариства Société médicale des hôpitaux. Він представив спосіб переведеня цїлого досьвідченя, подав результати і від разу признав сїй новій реакциї дуже високе значенє діяґнози клїнїчної тифу кишкового.

Відаль вийшов з заложеня, що сировать людей по тифі, подібно як serum зьвірят штучно імунїзованих, дїлає убійчо на культуру прутня тифового. В тій цїли брав він serum людей, що вже давно перед роками перебули сю хоробу, дальше від реконвалєсцентів, а в кінцї від хорих в початках недуги і під конець єї. Позитивну, дїйсну реакцию находив в с е серед недуги, в часї горячки; находив єї також у здоровіючих, а раз мав найти у чоловіка, що перед сїмома роками лежав на тиф. Но переважно не удавалось єму викрити реакциї вже у реконвалєсцентів зараз по уступленю горячки, а чим дальше по за недугу, тим рідшою, тим слабшою бувала сеся проба. Найскорше же находив єї в початках другого тижня хороби, так що Відаль уважає сесе специфічне дїланє serum на бацилї н е р е а к ц и є ю і с т н у ю ч о ї з а б е з п е к и о р ґ а н ї з м у л ю д с к о г о — п і с л я ш к о л и н ї м е ц к о ї — а л е з а п р и з н а к у з а к а ж е н я є г о. Кромі serum людей тифових, уживав також Відаль і сировати цїлком здорових, а також людей горячкуючих, але з причини иньшої недуги. Реакция все випадала неґативно. А переводив він свої дослїди з сироватию крови, з течею міхуря по плястрі кантаридовім, з молоком. Робив він тото або в епруветцї, або брав зараз під мікроскоп і оглядав препарат в каплї висячій, або уживав витягу з крови засушеної. При тім все вів контролю з serum чоловіка здорового. Спосіб переведеня тої проби переймили

---

[1]) W. Kolle: Deutsche Medicinische Wochenschrift Nr. 9, 1897.
[2]) R. Pfeiffer: „ „ „ „ 15, 1896.
[3]) M. Gruber: „ „ „ „ „ „
[4]) Widal: Bulletin de la Société Médicale des Hôpitaux 27. VII. 1896. Semaine médicale 1896.

від него майже всї пізнїйші інтернїсти і роблять пісьля Відаля до тепер з малими змінами. Він був такий: Коли Відаль хотїв перевести реакцию в пробівцї, потребував все більше сировати до того. Отже або натинав чи проколював жилу: vena media cubiti, або одержував кров при помочи тятих баньок, або в конець наколював глубоко пучку пальця і видушував певну скількість крови. Одержану кров котрим будь з тих способів зливав до рурки скляної (епруветки), а відтак оставляв єї, щоби кров стужіла. Відтак відливав осторожно сировать і тепер вже міг пробу свою зачати. Або прикладав недужим на тїло плястер кантаридовий на так довго, аж натягнув міхур. Серед відповідних приписів антисептики отвирав він міхур і збирав тїч з міхуря до пробівки. Маючи вже serum готове, брав він тепер культуру прутнїв тифових на бульонї в епруветцї, не старшу, як 24 годин і доливав до неї сировати в тім відношеню, що на 10 частин булїонової годівлї припадала одна частина serum даного хорого. Пробівку з такою сумішкою вставляв він до окремої печи — термостат — призначеної до годівлї бактерий, о сталій температурі 37°C. По кількох, найпізнїйше по 24 годинах бачив він наслїдки реакциї serum на бацилї. Цїла тїч в пробівцї була ясна, а на днї лежали позбивані в клочки і купки прутнї Еберта-Ґафкого.

Уживав і другого способу. Іменно каплю сировати мішав з 10 каплями культури булїонової і брав частину з того під мікроскоп. Як відомо, бацилї (прутнї) тифові, о формі подовгастих паличок, суть дуже рухливі. Дуже добре мож помічати їх рухи в висячій каплї під мікроскопом. Зі скоростю стріли прошибають вони поле зріня мікроскопу, а рухи їх трівають день, навіть два і довше.

Колиж Відаль частину сумішки serum і культури тифової взяв на вижолоблене (concav) скло підставне під мікроскоп, переконав ся, що прутнї стратили свою рухливість. Неподвижно уклались в громадки, потворили клубки, платки, клапочки, позлїплювались клочковато. Реакция тота виступала зараз або найпізнїйше в $^1/_4$—$^1/_2$ години.

Серед дальших розслїдів дійшов Відаль до того, що сировать недужих на тиф кишковий, ще і в дальшім розрідженю не тратила своєї аґлютинацийної сили. Так само добре впливала і в відношеню

1 ser. : 15 культ.
1 „ : 20 „
1 „ : 30 „

В більшім розрідженю не дїлала вона вже так виразно, хоть, як переконав ся він сам і другі учені, сировать тифова ще

і в сотім а навіть в тисячнім розпущеню посїдає власности аґлютинувати. Отже за норму розрідженя своєї реакциї поставив він відношеня 1 serum : 10 культури.

Як згадано висше, перевів він також значне число досьвідчень з недужими на ріжні хороби з високою горячкою (pneumonia, tuberculosis, gastroenteritis acuta, erysipelas, meningitis і т. д.) і нїколи не найшов такої реакциї як у тифі. Колиж до того реакцию тоту удавалось Відалеви найти вже 5-го або 9-го дня занедужаня на тиф кишковий, де нераз иньші об'яви клїнїчні суть ще дуже невиразні — коли дальший перебіг хороби, а в многих случаях секция виказала дїйстно тиф — почув ся він цїлком в праві висказати, що викрив він певний, ба найпевнїйший до тепер симптом в діяґнозї клїнічнїй тифу кишкового.

Скоро розійшлась вість про дослїди Відаля. Заінтересувались в першій лїнїї інтернїсти. Одні вірили і тїшились, що вже прецїнь раз найдено можність певно і скоро розпізнавати тиф, другі недовірчиво кивали головами і чекали дальших результатів, оголошень, а таки значна часть клїнїцистів, головно французких і нїмецких занялась переведенєм проб на взір Відаля, щоби наочно пересвідчитись, що в тім є правди.

По оголошеню працї Відаля дня 26 юнія 1896, що доповнив він другим відчитом дня 29 вересня того самого року на засїданю парижскої Académie de médicine — якийсь час було тихо. Нїхто нїчого не писав, не оголошував, гейби призабули на се. Але нї, річ була за важна, за цїкава, щоби лишилась без осуду фахових людей. Та й справдї посипались густим градом многоязичні розправи, клїнїчні розвідки, реферати, а в француских працях аж лунало від имнів похвальних Відалеви. Обережнїйше виражались Нїмцї, Анґлїчане, але таки всї признали велику і неоспориму вартість методи Відаля.

От їх голоси: Chantemesse[2]) перевів свої досьвідченя на 11 случаях тифу кишкового і знаходив все дуже виразну реакцию почавши від 9-го дня хороби. У всїх иньших недугах аґлютинациї не було.

Achard найшов навіть, що в молоцї недужої на тиф містилась сила реаґованя на бактериї тифові.

---

[1]) Widal: Semaine médicale 1896, p. 393.

[2]) Chantemesse: loco citato 1896, p. 303.

Nicolle і Halipré[1]) брали до своїх дослїдок каплю сировати крови, мішали єї з 3 cm³ свіжої годівлї бацилїв (прутень, Bacillus) і так вставляли тоту мішанку до термостату на 24 годин при температурі 35° С. Плин цїлковито вияснив ся, прутнї тифові творили клочковатий осад. Анї разу не завів їх Відаль.

Villier і Battle[2]) знаходили ві всїх случаях тифу реакцию Відаля позитивну.

Thiloroix[3]) мав в своїх 21 случаях тифу реакцию Відаля виразну, раз навіть вже 4 дня від початку недуги.

Так само вповні потвердили стале виступуванє сеї проби в тифі Grandmaison[4]), Sicard[5]), Thiercelin[6]), Dieulafoy, Catrin, Rendu, Lemoine, Mentrier і Sinedey і много других французких авторів на великім числї хорих.

Два автори французкі Achard і Bensaude[7]) стрінули реакцию Відаля в 2 случаях Psittacosis, хороби первістної папуг. Викликують єї бацилї Nocard-а і вона легко удїляє ся людям. Дїланє однак аґлютинацийне сировати тих недужих виступило доперва при розрідженю 1 : 5, та до того самі автори подають, що тут вони в розпізнаню псітакози покладались головно на допити (anamnesis) дотичних недужих і цїлковито не збивають проби Відаля, котрий знов просто каже[8]), що тут ходило о Pneumotyphus.

Так само похвально в переважнїй части виражають ся о Відалю і Нїмцї. Перший відай з них писав про ту реакцию Breuer[9]), що працював над серодіяґнозою наперед на клїнїцї Lichtheima, а відтак Nothnagla. Свої досьвіди робив в 43 случаях тифу. Проби звершав лише в пробівцї реакцийній, мікроскопу не уживав. Результати мав користні.

Послїдував єму Stern[10]) з 16 припадками тифу кишкового. В розслїдах своїх послугував ся він самою кровию, з котрої відтак за помочию центіфруґи елїмінував тїльця червоні, хотяй і присут-

---

[1]) Nicolle і Halipré: Tribune méd. 1896. p. 592.
[2]) Villier і Battle: Presse méd. 14. X. 1896.
[3]) Thiloroix: Presse méd. N. 90.
[4]) Grandmaison: Méd. moderne 12. XII. 1896.
[5]) Siccard: Sem. médicale 1896, p 484.
[6]) Thiercelin: loco citato 1896, p. 496.
[7]) Achard і Bensaude: Bulletins de la société méd. des hôpitaux 27. XI. 1896.
[8]) Widal: loco citato.
[9]) Breuer — Berlin. Klinische Wochenschrift 1896 N. 47 і 48.
[10]) Stern: Centralblatt der inneren Medizin 1896 N 49.

ність морфотичних складнів крови зовсїм не впливає на саму реакцию. І в него випадала проба Відаля додатно, але при контролї найшов в однім случаю otitis media виразну реакцию в розрідженю 1 : 20 у чоловіка, котрий — як подавав — нїколи не слабував на тиф. Тож Stern видить в реакциї Відаля середник помічний, і корисний для розпізнаня тифу, але не цїлковитий і не завсїгди певний (nicht verlässlich).

Дальше оголосив Haedke[1]) результати з 22 случаїв тифу. Він робив проби в пробівцї і під мікроскопом. До проб брав кров з пальцїв. Переведенє проби при помочи мікроскопу уважає за вигіднїйше і лїпше. Ві всїх случаях найшов в серодіяґнозї Відаля потвердженє дїйстної недуги. Слїди реакциї стрітив раз у хорого, в котрого розпізнанє посмертне звучало: Gangraena pulmonum.

Зараз таки по оповіщеню розвідки Гедкого в слїдуючім числї Deutsche Medicinische Wochenschrift подибуємо дуже красну і докладну працю проф. Fraenkla о Відали. Довгий час не мав він потрібного материялу до своїх дослїдів — тиф кишковий рідка хороба в краях нїмецких — аж в груднї 1896 лучилась мала епідемія тифусу в селї Альмріх і він зараз туди удав ся, щоби на місци вести свої досьвідченя. За цїлий час свого побиту мав він до розпорядженя 28 случаїв тифу в ріжних стадіях занедужаня. Ві всїх случаях знаходив повне потвердженє серодіяґнози Відаля. За найлїпший і найскорший спосіб переведеня сеї проби уважає методу мікроскопну, та признає отверто, без застережень, що ся реакция стоїть без порівнаня висше, як всї прочі до тепер уживані в цїли діяґностикованя тифу.

Не довго по нїм дав ся чути Kolle[2]) ученик Пфайфера. Сей досить скептично виражає ся о Відалю, бо каже, що реакцию Відаля находив вправдї у тифових недужих, але доперва в третім тижни, коли вже иньшими способами (метода Ельзнера) о много скорше розпізнанє хороби поставити можна.

Дальше Єж[3]) описав оден случай meningitis tuberculosa basilaris, де мав дуже виразну реакцию Відаля, тай на підставі того відмовляє серодіяґнозї Відаля так загально приписуваної вартости.

Дуже горячо знов боронить Відаля Pick[4]), описуючи своїх 20 випадків тифу кишкового, в котрих єго нїколи серодіяґноза не за-

[1]) Haedke: Deutsche Medizinische Wochenschritt 1897 N. 2.
[2]) Kolle: Deutsche Medizinische Wochenschrift 1897 N 9.
[3]) V. Jeż: Wiener Medizinische Wochenschrift 1897 N. 3.
[4]) Pick loco citato 1897 N. 4.

вела. Дуже поручає методу з засушеною кровию. Він виконує се в слїдуючий спосіб: По точнім витертю пушки пальця етером, наколює він єї лянсетом і бере одну до трех каплей крови на стяжечку паперу помазану пр. ґумою арабскою. Відтак вставляє тоту стяжечку під якусь судину (кльош скляний), щоби охоронити від занечищеня і полишає так, щоби кров засохла. По 24—28 годинах кров присихає звичайно добре. Колиж тепер хоче перевести пробу з нею, наливає на засохлу пляму кровну каплю води дестильованої і по кількох мінутах, коли в тій каплї пічне роспускатись кров, мішає ту каплю з культурою булїоновою в відношеню 1 : 5 і оглядає під мікроскопом. В тій своїй методї видить він велику користь для лїкарів практичних, що не мають потрібних до сеї проби річей. Лїкар такий потребує лише — в сумнївних случаях — набрати кілька крапельок крови на візитову карту або стяжку паперу, засушити сесе, відтак овинути пр. в батист Більрота і в коверті вислати до якоїсь найблизшої лябораториї бактеріольоґічної, в цїли переведеня проби Відаля.

Під конець минувшого року працював над тою реакциєю також Grünbaum під проф. Ґрубером і свої помічаня оголосив по анґлїйски в The Lancet в грудни 1896. В своїй розвідцї годить ся з твердженєм Відаля.

З поміж Анґлїйцїв писали ще про серодіяґнозу Wyatt Johnston і Mc. Taggart[1]), Durham[2]), однак результатами не дуже вдоволені. Bebi-ови[3]) в єго розслїдах повелось знаменито.

З польских праць знана менї по нинїшний день всего одна і то Fr. Simona[4]) лїкаря в шпитали св. Людвика в Кракові. Він цїлковито прилучує ся до виводів Відаля. Впрочім нїчо нового не подає.

Що до мене, то був я сьвідком через цїлий ток дослїдів Єжа, а відтак сам попробував я сеї реакциї, як до тепер лише на двох случаях тифу кишкового — тут сей тиф хороба дуже рідка — і на однім недужім з meningitis. До проб моїх уживав я serum з міхуря по плястрі кантаридовім і також крови. Досьвідченє моє робив я обома методами Відаля т. є. в пробівцї і під мікроскопом. Окрім того до проби мікроскопної брав я просто кров з пальця і мішав

---

[1]) Wyatt Johnston i Mc Taggart: British medical Journal. 5 December 1896.

[2]) Durham: Lancet 1896 II. p. 1746.

[3]) Bebi: Gazzeta degli ospedali 1896.

[4]) Fr. Simon: Przegląd lekarski N. 7 i 8. 1897.

відразу з годівлею прутнів Еберта-Ґафкого в відношеню 1 : 10 і відтак переглядав під мікроскопом в висячій каплї. Морфотичні складнї крови цїлковито не впливали на результат. Тут мушу також замітити, що на саму реакцию цїлковито впливу не має сесе, в якій температурі виросли прутнї (bacilli) тифові. Так само улягають вони впливови відповідного serum, чи вони годовані в термостатї при 37°, чи в теплотї комнатній.

Хорі мої були такі:

1. О. Г. лїт 27, досить притомний. З допитів стільки довідав ся я, що від дитинячих лїт нїколи не слабував. Занеміг перед 5 днями. При осмотрі зараз по принятю до шпиталю найшов я горячку високу 39·6°, пульс: 110, віддих приспішений 30 разів на мінуту. Хорий жалує ся на великий біль голови, шум в ушах, біль в мязах, особливо в литках. Разить єго сьвітло і чує ся дуже ослаблений, з лиця пробиває велика утома і цїлковита байдужність на все, що коло него дїє ся.

Скіра на нїм суха, горяча, дуже вразлива; на щоках легонькі румяньцї, очи запалі, зріницї узкі. Губи поспікані, язик сильно намулений, ледви дрібку вохкий. В легких нїчо особлившого, окрім незначного нежиту озявного (Bronchitis). Хорий не кашлає, нїчо не випльовує. Серце здорове, печінка не побільшена. Селезїнка велика, висуває ся далеко поза край ребер своїм заокругленим, мягким берегом. При дотику селезїнки болить єго. Цїле черево здуте, дає випук високий тимпанїчний. При глубшім обмацюваню чути гуркіт в кишках, особливо над кишкою слїпою. Вже за легким дотиком скіри, при ущіпленю мязів недужий кричить, що єго дуже болить. Рожечки нїгде анї слїд. Найменшого апетиту, спрага велика. Столець запертий від трох дней. Мочи не богато, брунатно-червонава, виказує грубу обручку білка.

Діязореакция Ерлїха дуже виразна.

В крови тїлець червоних 4,960.000, тїлець білих 1990. Отже лєвкопенія.

В дальшім тягу недуги горячка удержувалась стало межи 38·9—40°, хорий дуже ослаблений, делїрій нема. Проба Відаля зроблена другого дня Єжом не повела ся. Четвертого доперва дня побиту єго в шпитали, отже 9 чи 10 дня від занедужаня удалось менї ствердити в пробівцї слїди сеї діязореакциї. По кількох днях десь з початком третого тижня хороби зробив я другий раз пробу з єго кровию методою другою, т. є. мікроскопною і тепер що

іно міг я сказати, що реакция Відаля певна. Позитивною була і пізнїйше.

Тимчасом вже десь 10 чи 11 дня недуги виступило кілька ґузків рожечки по боках клїти грудної, що остаточно при добрій воли мож було взяти за висипку тифову, а в такім разї правдоподібно вже була діяґноза хороби підпомагана лєвкопенією і діязореакциєю о много скорше, як показалась позитивна реакция Відалева.

Хорий помер. Секция виказала тиф кишковий.

2. Р. Е. лїт 19. Майже непритомний. Дома лежав вже від тижня. Status praesens: Чоловічок худенький, бідолаха, дуже лихо віджвлений. Скіра на нїм суха, горяча. Очи примкнені, з тяжкостию підносить повіки і дивить ся мутно, розсїяно. Сильний катар носа, язик обложений жовто-сїрим мулом, по берегах червоний, вохкий. Жадобно дуже пє воду і всякі подані охолоди. В легких нїчо, в серци так само. Віддих прискорений 32 рази на мінуту, живчик ударяє дуже слабо (pulsus dicroticus) 120 разів. Селезїнка побільшена, но з трудностю єї лише мож вичути під луком ребровим. Цїла клїть грудна, цїлий живіт, рамена на внутреннїй сторонї, плечі, крижі, густо вкриті рожечкою всїлякої форми; ґузки, плоска висипка, менші і більші прищики, розсїлись густо на цїлім кадовбі недужого, так що робить вражінє тифу плямистого. Лице і шия вільна.

Стільцї скупі, не воднисті, містять в собі дуже богато слизи і ґусників оболонок з кишок. Під мікроскопом видно в них богато тїлець червоних, білих, прочки (останки) не стравлених куснїв корму, кристалики потрійних фосфоранів і незвичайне множество бактерий (тояжків) найріжнороднїйших. В мочи білок, діязореакция виразна.

Хорий слабшав що раз більше, горячка не переходила 40°. Дня 16-го марта сего року найшов Єж в него досить виразну реакцию Відаля, але так він як і директор Тельґ не вдоволились нею. Дня 18 марта с. р. отже вже менше більше 12 дня від початку хороби зробив я пробу, наколовши палець. Каплю крови змішав я з 10 каплями культури тифової і пересмотрював під мікроскопом. Реакция випала цїлковито позитивна. Хорий умер 27-го марта. Секция відбута 29-го марта виказала розлогий тиф кишковий.

Проба з хорим на meningitis виказала брак реакциї Відаля.

Судити о вартости серодіяґнози Відаля я бодай ще тепер рішучо не міг бим. Однак вже на підставі того, чого я сам

досьвідчив, що сам видів, дальше на підставі так численних праць ріжнородних, знаменитих авторів клінїцистів, дійшов я до слїдуючих заключень:

1. В тифі кишковім певнім нїколи не бракує серореакциї Відаля.

2. Виступає вона ріжно від 6-го дня занедужаня аж по день подужаня, зглядно до спадку горячки правильно. Може однак появитись і значно пізнїйше.

3. Брак сеї реакциї не виключає тифу, бо вона може появитись пізнїйше, а позитивна реакция каже на певно розпізнавати тиф кишковий.

4. Відай не залежить вона анї від висоти горячки, анї від тяжкого чи легкого перебігу недуги.

5. Із усїх до тепер бодай знаних симптомів клїнїчних тифу серореакция Відаля єсть найстальшою, найпевнїйшою і вартість єї хиба дуже мало обнижать кілька всего описаних случаїв иньших недуг горячкових з правдоподібною реакциєю позитивною.

6. Поки що, серодіяґноза Відаля може найти примін до інтерни лишень в клїнїках і шпиталях, при котрих суть відповідні ляборатори бактеріольоґічні.

На сїм місцї най менї буде вільно зложити прилюдну подяку Вп. асистентови Дру Єжови за удїлені ради і указки в моїй розвідцї.

Відень 19 марта, 1897.

Вже в часї коректи довелось менї пізнати нові працї над реакциєю Відаля і читати результати дальших дослїдів в тім напрямі чим раз то нових авторів французких і нїмецких. Всї ті розвідки роблять таке вражінє, що погляди бактериольоґів і клїніцистів що до вартости сеї реакциї доси не змінились, тай при тім все щось нового докидають. Понятна річ, що се заєдно ще суть д о с в і д ч е н я, р о з в і д и, що sero-реакция не стала ще п р а в и л о м в медицинї узнаним загально. Все ще приходять зміни, доповненя, улекшеня в слїдженях. Сам Відаль на засїданю французкої академії медичної подає простїйший спосіб переведеня сеї проби. Він радить наколювати палець, брати відтак каплю крови на папір і висушити; потому розмочити засохлу пляму кровну в водї на склї годинниковім (Uhrgläschen), додати до того 5—6 капель культури бацилів

тифових, а відтак перешукати під мікроскопом. Реакция має виступати дуже виразно.

Sabrazés і Hugon звітували (давали звіт, давали справозданє) на засїданю товариства Société des hôpitaux про свої дослїди над Відалем і кажуть, що найшли серо-реакцию єго ві всїх случаях тифу кишкового і то виразнїйшу в случаях тяжшої недуди. Також вони признають, що реакция сеся не виступає зараз в самих початках занедужаня, а доперва в дальшім пробігу єї і кріпшає в міру чим раз сильнїйшого розвитку хороби.

Професор Френкель забрав в друге голос в Deutsche Medizinische Wochenschrift Nr 16 з дня 15 цьвітня 1897 і на своїх 66 случаях тифу черевного рішучо стверджує велику вартість серодиягнози Відаля.

Знов Dr Ziomke в Deutsche Medizinische Wochenschrift, відай також в цьвітни 1897, розказує аж про кільканайцять случаїв ріжних горячкових недуг (meningitis, erysipelas, septicaemia, malaria і т. д.), де мав найти виразну реакцию Відаля, на підставі чого відмовляє їй всякого значеня при розпізнаваню тифу кишкового.

Не богато се пошкодило Відалеви.

VI Пироговський з'їзд лікарів у Київі.

Др. О. Ч.

В Київі з 21-го по 28-го квітня 1896 р. відбув ся VI з'їзд товариства російських лікарів в память Пирогова. Доклади, прочитані на окремих секциях, мають значну наукову вартість, через те ми тут подамо відомости про цікавійші з них, користуючись дневником з'їзда.

21 квітня відбуло ся перше загальне засїданнє; на йому говорили промови, витаючи членів з'їзда, ріжні орґанїзатори з'їзда, а теж проф. Склифосовский та Бехтерев. Так проф. Ерісман в своїй промові намалював історию виникненя з'їзда і насьлїдки, яких досягло товариство за 10 років істновання: складено земський медичний збірник і зібрано гроші на його виданнє, зібрано гроші на памятник Пирогову, на росповсюдженнє в народї гіґієнїчних відомостей, Др. Глушановска-Яковлева зібрала велику лїтературу до медичних і санїтарних питань; постановлено звернути ся до уряду, з проханнєм дозволити лїкарям читати народу про гіґієнічні питання, дозволити більше видань такогож змісту і иньші.

Проф. Склифосовский з поводу інтернаціонального з'їзду лїкарів в Москві говорив про те, яку мову на тому з'їзді треба обрати задля ужитку і спинив ся на французькій. Ранїйш він вказав на неможливість для з'їзда а також для учення, хоча б і в унїверситетї уживати волапюк а також латинь, бо на сих мовах можливо для зазначення нових наукових розумінь укладати тільки какофонічні, штучні слова, а вченнє може бути успішне тільки на рідній мові. Нарештї проф. Бехтерев сказав цїкаву промову, про локалїзацию сьвідомої дїяльности.

Перш над усе проф. вказав, що питаннє про льокалїзацию сьвідомої дїяльности мусить бути поставлено, через те що його ще нерозвязано. Обидві сфери псіхічного життя людини, сьвідома і несьвідома, звязані дуже тісно проміж себе, навіть так, що у одному й тому самому актї сьвідомий і несьвідомий процеси переходять один в один: напр. при аритметичному складанню і відниманню. Треба звернути увагу, що прості псіхічні процеси напр. біганнє, ходженнє і т. и. схожі з рефлєкторними рухами в тім, що вони роблять ся несьвідомо; з другого боку і рефлєкторні (відпорні) рухи мають в собі зачаток сьвідомости. Таким способом від більш складних до найпростїйших рефлєкторних актів істнують переходові ступені, а з другого боку складні псіхічні акти не завжди сьвідомі і прості рефлєкси не завжди сьвідомі. Через сьвідоме розумієть ся усе субєктивне, що одкриваємо ми в нас самих. З сього погляду сьвідомість єсть і у всїх тварів, хоч у більш елєментарній формі, анїж у людини. Про власну сьвідомість дізнаємо ся з власного внутрішнього досьвіду, а про сьвідомість другого з визначених обєктивних ознак, власне з ріжних форм руху, або з пояснення, яке може нам дати другий про себе і кожного разу ми користуємо ся анальоґією з власною особою. Переходячи до тварів, ми повинні сказати, що одна доцїльність не може бути ознакою, яка дала нам можливість віднести даний псіхічний процес до катеґорії сьвідомих або несьвідомих, бо й напевно несьвідомі рефлекси теж доцїльні. Такою ознакою є власний досьвід, результат сьвідомости. Досьвід відбиваєть ся на рухах так, що він не тілько не псує доцїльности, але ще більш її усовершає, прикладуючи її до внїшнїх умовин, що раз по раз відміняють ся, або сказати инакше власний досьвід направляє рухи так, що вони стають відповідними надвірним впливам, відповідними внутрішньому цїнуванню сьвідомости. Власний досьвід вводить в несьвідому машинність рухів особливий фактор — вибір, а де вже є останнїй там вже можна прийняти сьвідоме відріжненнє надвірних впливів і присутність памяти, що являють ся першими і основними примітами сьвідомости. Користуючись сим критеріем, можна встановити, що сьвідомість єсть навіть у таких тварий, що не мають уже особливої нервової системи; прикладом можуть бути інфузорії (наливочки) та розкорінки. Скоро появляєть ся найпростїйша відокремлена нервова система власне у виглядї узлової системи, то вона бере на себе усе псіхічне житє твари. Але хоч про деяких з тварий, що мають таку відокремлену нервову систему (виріжнений уклад нервний), не можна сказати, що вони розумнїйші від розвинених одноклїтинних орґанїзмів, проте розум иньших заступників з узловою си-

стемою (укладом узловим) як пчоли, терміти (половці), навіть вищий від розуму багатьох тварів з кодла хребовців (vertebrata). У таких вищих тварий вже відокремлюєть ся узол на грудях, що він відповідав мозку голови у vertebrata. У vertebrata сьвідомі процеси виключно утворюють ся в центральній нервовій системі, хоч тут виступають великі одміни, що до льокалїзациї сьвідомости. Напр. у тиравки ланцетоватої amphioxus lanceolatus вона льокалїзуєть ся у мозку спини, у иньших риб теж у мозку спини а теж і в підкоркових центрах, бо у останнїх навіть після вирізування мозкових півкуль зберігаються скірні, мускульні (мязові) і иньші почування, вони навіть вибирають собі їжу. Теж саме треба сказати і про амфібій (земноводники); жаба з вирізаними півкулями перелазить з одного краю дощечки на другий, коли помалу її обертати в повітрі, вона вилазить на дощечку, що пливає в банцї з водою, теж вона обходить раз-у-раз, при усякій переміні умовин затримку на своїй путї теж вона вибірає свої рухи відповідно даним зрітельним вражінням. Значить у всїх сих тварий сьвідомість єсть не тільки в корі мозку, а сама кора єсть у їх місцем утворення складних процесів сьвідомости, що відповідають нашим уявленням. З досьвідів над птицями видно, що у їх елементарні форми сьвідомости у вигляді вражінь можуть утворяти ся теж у підкоркових центрах, що лежать на підвалині мозка, тодї як кора принимає більш виразно вражіння а теж утворює складні уявлення. Навпаки, коли у ссавцїв mammalia вирізати кору, то вони цїлком стають несьвідомими, не можуть вибирати рухів. Питаннє про льокалїзацию сьвідомости у людини, ще ретельно не розвязано. Напр. Герцен визнає присутність його в мозку спини і в кулях (ядрах) мозкового ствола, хоч йому перечать дати патольоґії; власне сьвідомість страчуєть ся тільки при заслабленню кори і нїколи нижчих центрів; тож, коли здушити обидві art. carotides, то людина цїлком страчує сьвідомість, хоч течія крови в малому мозку, мозковому стволі і мозку спини значно не псуєть ся. Таким способом, укупі з розвитком орґанїзациї у царстві тварий, здатність до сьвідомої дїяльности усе більш та більш концентруєть ся в складнїйших, що до своєї будови, частинах нервової системи, тодї як иньші простїйші частини єї беруть на себе несьвідому рефлєкторну дїяльність. Разом з тим сьвідома дїяльність стає усе більш совершенною, досягаючи вищого свого розвою у людини.

Треба звернути увагу на те, що у період розвою нервової сістеми вищих vertebrata сьвідома дїяльність залежить від нижчих видїлів нервової сістеми і тільки укупі з цїлковитим розвоєм

останньої вона потроху концентрує ся у мізкових півкулях. Досьвідом можна довести, що у новонароджених тварий функциї нервової сістеми починають ся тільки з того часу, коли починає відділяти ся мієлін. Таким способом в йому примітно ствердженнє загального біольоґічного закона: нервова система в розвою своїх частин неначе йде по слідах розвою мозка і нервової системи тварий, починаючи з нижчих, кінчаючи найбільш розвиненим. Укупі з сим сьвідомість, виникаючи в епоху первістного розвою людського мозку в нижчих центрах нервової системи, як се буває впродовж цїлого життя у нижчих тварий, помалу з розвоєм орґанїзма знаходить для своєї льокалїзациї усе вищі складнїйші орґани нервової системи і нарештї у індівідуума визначного зросту оселяєть ся в великих півкулях мозку.

Проте треба зауважити, що не всї процеси в півкулях мозку сьвідомі і що сьвідомість проявляючись майже раз-у-раз користуєть ся з продуктів несьвідомої діяльности. Теж можна довести, що несьвідома діяльність виявляє з себе не що иньше, як згаслу сьвідому діяльність. Напр. при вивченню чужої мови або гри на фортепіанї бере значну участь сьвідома діяльність, тоді як згодом сї акти зводять ся на ступінь рефлекторного несьвідомого акта, хоч сї акти суть продуктами діяльности кори мозку. Звідсїля по анальоґії можна визнати, що усї процеси, в яких частинї мозку вони не утворяли ся-б, з початку були сьвідомими процесами, а тільки згодом перейшли в несьвідому сферу, лишаючи для сьвідомої діяльности вищі продукти псіхіки. Треба мати на увазї, що виконаннє сьвідомого руху і побпраннє почування часом можуть перемістити ся звідти, де вони нормально утворяють ся в розвиненому мозку, в иньші видїли кори мозку. Напр. коли у якого хребовця вирізати частину кори, що завідує визначеною функциєю, то він стає нездатним робити по своїй волї визначений рух або діставати відповідне вражіннє, але згодом страчена функция може знову вернути ся. Се вказує, що сьвідома діяльність може переселяти ся з одного місця в друге, хочаб останнє в розвиненому мозку і не було призначено до сьвідомої діяльности. З другого боку єсть факти, які доводять, що частини мозку призначені до несьвідомих процесів можуть при визначених умовинах проявляти сьвідому діяльність, напр. почування наших внутрішнїх орґанів звичайно несьвідомі, але при певних хоробливих становищах сї почування стають сьвідомими. Далї треба сказати, що, коли ми виріжем напр. у собаки кору мозку не відразу, а помалу, то сьвідома діяльність буде проявляти ся, хоч і омежована, нижчими підкорко-

вими центрами, які нормально її не проявляють (досьвід Goltz'a). Се доводить, що частини мозку, які не виконують звичайно сьвідомої діяльности, при певних умовинах можуть її проявляти. Се цілком відповідає тому факту, що у новонародженних тварий сьвідому діяльність проявляють підкоркові центри, які у дорослих виконують рефлєкторну діяльність, а теж що у нижчих хребовців (vertebrata) сьвідомі функциї гніздять ся в узлах мозку і на центрах мозку спини.

Значить в ряді тварий усі частини нервової сістеми, опріч проводів, можуть послуговувати до сьвідомої діяльности, але разом з поступом живих істот нижчі виділи нервової сістеми потроху страчують сьвідому діяльність, яка льокалїзуєть ся у вищих центрах, виграючи од сього в свому розвою і улїпшенню.

Переходячи далї до окремих секций, почнем з секциї анатомії, гистольогії та фізиольогії. Проф. Кульчицький подав реферат „Будова і діяльність слизнових клїтин в залозах і епітелїяльних покровах". Будова клїтин епітелїя (наболони) слизнової плївки кишок має велику цїкавість вже через те, що в процесах всисання та виділення головна роля належить до сих клїтин. Як відомо епітелїй кишок подвійний, одні клїтини характерні цїліндрові з рубчиком на верхнї, другі слизнові-бокальові. Як завжди при гістольогічних працях, так і тут велике значіннє мають способи фіксациї материяла і способи сї повинні мати підвалиною своєю грунтовні властивости матерії, яку ми досьлїджуємо в нашому випадку. Ми повинні, значить, звернути увагу на властивости муціна. Муцін же осаджуєть ся оцетовим квасом (acidum aceticum), а, коли останнього багато, то муцін розпускаєть ся в йому; невважаючи на те, що муцін є глїкопротеід, він не осаджуєть ся солями важких металів а теж і пікріновим квасом. Значить фіксируючий муцін реагент мусить мати в собі конечне оцетовий квас. Сим з'ясовуєть ся, через що Hoyer та Paneth не дістали при своїх досьлїдах позитивних насьлїдків — їх фіксіруючі реагенти не мали в собі оцетового квасу. Реагент Кульчицького складаєть ся з Kali bichromicum 2 ч. Hydr. sublimat. 0.25ч. 2% оцетового квасу 50г. 96° алькоголя 50 ч.; в йому держались обєкти од 4 до 6 днїв. Щоб пофарбувати обєкти ужито було Safranin, який роспускав ся в 2% оцетовому квасї; він фарбує в чорно-фіолетовий кольор. Опріч того можна уживати Neutralroth, Thionin. Сї слизнові елементи, як відомо, складають ся з протоплязматичної частини, де єсть і ядро (nucleus) і слизевої — Theca (Schultze).

Що до взаємних відносин сих частин, то List каже, буцїм вони не мають ясної межі промеж себе, що слизева частина про-

низана сїткою, яка йде од протоплязматичної частини. Paneth каже, що в Theca завжди єсть певна кількість одностайної материї і що сїточка в нїй є штучне утворенне, яке залежить від дїлання реагентів. Ланковський зустрічав сїтчасту і гомогенну, а опріч того ще зернисту. Дати самого Кульчицького найбільш відповідають датам Ланковського. Що до функциї слизевих клїтин, то вона може бути тільки в видїленню муціна. Але що робить ся з клїтиною, коли муцін видїлив ся? Одні кажуть, що послї його клїтина пропадає, другі, що страчена частина реґенерує ся і може знов функціонувати; до останнього погляда на підставі своїх мікроскопних досьлїдів приходить і Кульчицький. Далї він сперечаєть ся проти погляда Hoyer'а, що материї Theca ідентічні з зернами зернистих клїтин Ерлїх'а, бо при фіксірованню Flemming'овою тічю і тічю автора і при фарбуванню Safranin'ом Theca фарбуєть ся в темнофіялкову фарбу, а зерна ситих клїтин (Mastzellen) в жовту або оранжеву. До того ще фарбуваннє на Theca держить ся дуже міцно, а на Mastzellen швидко счезає послї промивки в алькоголї. Neutralroth Theca фарбує в чорну, а Mastzellen в червону фарбу. Methylenblau фарбує Mastzellen в темносинїй кольор, а Theca цїлком не фарбуєть ся. Кульчицький згоджуєть ся тільки в тому з Hoyer'ом, що Theca і зерна Mastzellen мають ґазофільні властивости.

Кульчицький. Про ацідофільні клїтини в епітелїї кишок.

В епітелїї кишок Кульчицький описує особливі елементи, що їх ще не було ніким сконстатовано. Обєкти фіксірували ся в течі, яка вказана в попередньому відчиті і фарбовані мішаниною Ерлїх-Біонді. Сї елементи нїщо иньше, як звичайні клїтини епітелія, але в протоплязмі їх находять ся особливі характерні зерна. Часом їх буває дуже багато, часом дуже мало. Клїтини з такими зернами попадають ся і в епітелїї ворсинок і в епітелїї лїберююнових залоз. Коли фарбувати 24 години, то зерна сї стають жовтї — теж захоплюють з мішанини Ерлїх-Біонді orange, колиж фарбуваннє тягло ся кілька день, то вони стають червоними і теж захоплюють кислий фуксін. Тодїж видно сї елементи дуже виразно, бо решта клїтин фарбуєть ся в брудний синїй кольор. Значить, можна сказати, що зерна сього епітелія мають ацідофільні властивости, через те, що вони з мішанини Ерліха-Біонді захоплюють тільки кислї фарби. Схожі елементи описав Heidenhain, але то були лейкоцїти кишок, які з'являють ся кожного разу, коли в кишки введено яку небудь материю, хочаб навіть $MgSO_4$. Коли твар годуєть ся нормально, то завжди можна знайти в епітелії ацідофільні зерна, і завжди трохи більше

в епітелії лїберкюнових залоз (желез Лїберкіна). Колиж його нагодувати дуже добре мнясом і потім за 14—16 годин убити, то сих елементів найбільше. При голоді сї зерна майже зовсім не попадають ся. Heidenhain каже, що його лейкоцити характеризують дїяльне становище все рівно чим би воно не викликалось чи їжою, чи дратуваннєм (дразненєм) якою небудь хемічною материєю, навпаки Кульчицький каже, що ацідофільні зерна попадають ся виключно послї годування. Позаяк сих зерен найбільше буває послї годування, то певно вони вступають в клїтини, а не суть продуктами внутрішньої структури клїтини. Треба ще сказати, що сих зерен найбільше буває в частинї клїтини, яка повернена до підлежачої тканини. Сю ріжницю в кількости зерен можна з'ясувати тим, що одні клїтини тільки захоплюють зерна і передають або передали другим; навпаки другі захоплють ся фіксациєю у момент найбільшої своєї дїяльности, може незадовго перед тим, як вони передадуть зерна далї в тканеві перемежні або в залозистий шар слизевої плївки; на сїй пути вони захоплюють ся лейкоцитами Heidenhaina. Коли се так, то можна собі з'ясувати деякі з'явища, які до того здавали ся парадоксальними. Так Heidenhain каже, що при сильному годуванню кількість червоних лейкоцитів зменьшаєть ся, хоч вона дуже побільшуєть ся, коли твар була нагодована хоч раз добре. Се може стати ся од зменшення здатности всисання послї довгої і енергічної дїяльности епітеліяльних клїтин, а через се повинно бути мало зерен і в лейкоцитах. Хоч не можна цїлком певно сказати, який хемічний склад сих зерен, проте усе таки вони скорійш усього мають білковий характер. Теж на підставі дослїдження ацідофільних клїтин можна вияснити функцию Lieberkühn'ових залоз, властиво вони з одного боку видїляють секрет, бо в них єсть бокальові клїтини, а з другого вони можуть і всисати ріжні материї.

Н о т к і н. Теорія фізіологічної функциї gl. thy.

Екстірпация gl. thyreoid супроваджує за собою так звану струмипрівну кахексию. Ся хороба складаєть ся з клонїчних і тонїчних корчів, а теж з кахексиї, симптоми якої ідентичні з симптомами генуінної атрофічної мікседеми. Автори, що досьлїджували корчі у людий і зьвірят, вважають їх ідентичними і дають назву тетанії.

Патогого анатомічне досьлїдженнє не дало жадних насьлїдків, факти експеріментальної патольоґії примушують дивити ся на тетанію, як на самоотруєннє орґанїзма продуктами міни материй, сї материї не білкового характера, бо їх можна знайти в мочі тіреоідектомірованих тварий, коли з мочі видїлити білок. Після до-

сьлїдів Ноткіна, хоч ще не конечних, можна ізолювати сю отруту в крови тварий і віддїлити од їх білок. Але послї того отрутна материя дїлає меньш їдко, анїж сама кров, тоб то, або сама отрута не легко розкладаєть ся, або меж білковими материями єсть ще одна материя, що прилучає своє дїланнє до небілкових отрут і сокупне дїланнє їх споводує тіреопрівну тетанію. Більш позитивні насьлїдки дала патольоґічна анатомія у людей та тварий, що пропали од мікседеми. Тут було знайдено інфільтрацию орґанїзма особливим білком, схожим з муціном, але се не муцін, найбільше се доводять досьвіди Гейнаца, який показав, що муцін цїлком не шкодлива материя. Мабуть материя ся єсть тіреопротеід, який видїлив Ноткін з коллоїда gl. thyreoid. Се доводить його отрутність, — тварі пропадають од його при сімптомах загального паралїча, або коли його взято меньше, то при вирізуванню частини gl. thyreoid у них розвиваєть ся тетанїя, теж те, що він є продукт загальної міни материй, а не секрет залози, бо в мочі і нирках тіреоідектомірованих тварів єсть коллоїд, який переважно складаєть ся з тіреопротеіда. Хемічні властивости його з'ясовують через що автори приймали тіреопротеїд за муцін. Він звертаєть ся до алькоголя, але невелика його кількість може розпустити ся од їдкого лугу (Кон-Наон) або баритової води. При кипінню 35% H_2SO_4 або все він розпадаєть ся на материї, з яких одна дає троммерову реакцию, значить своїми хемічними властивостями він близько стоїть до муціна. Нарештї інфільтруюча материя мікседематозних не тягуча, як муцін, а подібна до желе, як тіреопротеїд. Значить ся материя умовляє собою мікседему, через те то тіреоантітоксін Fränkel'я, що неутралїзує тільки не білкові материї, не спасає од смерти тіреоідектомірованих тварий, а тіроіодін Вайтанйа, що вилїчує мікседему, не спасає од корчів. Тіреопротеїд розпадаєть ся в gl. thyreoid на свої складові части, власне в залозї єсть материя схожа на тваряче гуммі, яка редуцірує послї кипіння з квасами, лужний (alkalisch) розчин мідї і яке дає з фенілгідраціном озазон, кріталїчна форма якого а також і температура плавіння (160°) ідентічні формою та температурою материї, яку дістаємо послї дїлання на тіреопротеід квасів. Сей розклад утворяєть ся в залозї під впливом неорґанїзованих ферментів. Значить функция gl. thyreoid у тому, що вона неутралїзує в самій крові небілкову отруту своїм тіреоантітоксіном, білковий же тіреопротеїд збирає вона з крови і неутралїзує в своїх acini тіроіодіном, для якого вступає в орґанїзм с їжою. Розклад тіреопротоїда робить ся під впливом фермента.

Потім в сїй секциї Чірьев зробив відчит про нову гіпотезу почування сьвіта (почува зірного).

Пашковський про означіннє видїли тонких кишок після високости або широкости їх кризок (mesenterium).

Поповський. Про розвиток мускулятури (мязнї) perinaei (межикрочя) у людського зародка.

Карузін. Про переміни мозка спини (стрижа хребетного) в випадку прирожденної атрофії і контрактури ніг.

Стефаніс. Два варіянти людського бронхіяльного (озявного) дерева.

Тіхоміров демонстрував препарати анатомічних аномалїй.

Лауденбах демонстрував собаки селезїнку (lien), яка цїлком регенеріровала послї цїлковитої екстірпациї.

Секция патологічної анатомії і загальної патології.

Сімонович. Про переміни в сїмяних залозах (железах) при голодуванню.

При абсолютному голодуванню сїмяна залоза паренхіматозно перероджуєть ся, а теж в нїй наступає жирове (тукове) переродженнє. Тут загибають деякі клїтини, які не відограють значної ролї в фізиольоґічному життю залози, від простого некроза. Дезорганїзация білкових молекул послї доброго годування минаєть ся, деґенеративні страти поповнюють ся відродженнєм від 3 до 8 день. Фізіольоґічна дїяльність залози звичайно при голодуванню не псуєть ся, а тільки тодї, коли від голодування настає дуже значна морфольоґічна та фізикохемічна дезорґанїзация. Полова підбуженість при голодуванню трохи побільшуєть ся. При доброму годуванню залоза швидко справляєть ся з дефектами, що утворили ся при недостачі їжі і швидко стає здатною до енерґічної продукциї. При побільшеному годуванню спостерігаєть ся значна інфільтрация салом залози, тодї багато сала збіраєть ся коло лімфатичних щілин та кровяних жил. Сїмяна залоза належить до тих орґанів, які виконують дуже важну ролю в орґанїзмі і заховують ся ним навіть, коли цїлому орґанїзму загрожує погибель.

Ноткін. До патогенеза cachexiae strumiprivae. Cachexia strumipriva єсть складна автоінтоксікация, яка складаєть ся з гострої тетанїї та мікседеми. Тетанїя є насьлїдком цїлковитого зруйновання, а мікседема частиною gl. thyreoid.

Боткін. Форми роспускання лейкоцїтів і їх клїнічне значіннє. Лейкоцїтоліз єсть фізіольоґічне з'явище. Цїлий ряд формених елементів крови суть тільки ріжні форми лейкоцїтоліза і великі лімфоцїти, прозорі кульки, переходові форми кульок (Усков), кульки дїраві

і кульки, готові розпасти ся. Бляшки Біцоцеро, мабуть частинки протоплязми лейкоцїтів, межзерниста материя яких вже по части розпустила ся. Патольоґічному побільшенню лейкоцїтоліза мабуть спріяє їх власний протеолїтичний фермент, який видїляєть ся при їх роспусканню. Про патольоґічний лейкоцїтоліз в крові можна казати, коли процент форм розпускання побільшений. Колиж він меньший, то ще не можна казати про зменшеннє розпускання лейкоцїтів, коли при зменшенню процента форм розпускання лейкоцїтів в крові мають перевагу форми первістного або остатнього ступня розпускання, то можна казати про побільшений лейкоцитолїз в крові, колиж мають перевагу середні форми, то можна казати про ослабленнє лейкоцитолїза. Ослабленнє лейкоцитолїза може залежати від більшої встійности лейкоцїтів, від ослаблення їх протеолїтичного фермента і хемічних перемін плязми крові, як напр. зменшення її лужности, побільшеннє в нїй продуктів розпускання лейкоцитів.

Про кількість сих продуктів в плязмі можна дізнати ся з хода лейкоцитолїза в дослїдженню крови поза орґанїзмом. При дослїдженню крови треба завжди звертати увагу на форми лейкоцитолїза, його треба мати на увазї при студийованню обертання крови. Хенцїнський демонстрував препарати мозка з формалїна.

Секция внутрішнїх та дитячих хороб.

Штангеєв. До питання про курованнє туберкульоза легких креозотом і салом риб. Автор на підставі великої кількости спостережень власних і лїкарів міста Ялти, де курують ся туберкульозні, висловлює, що креозот і гваякон тільки сімптоматичні лїки, але вони без сумнїву гаразд впливають на процес; автор теж вказує при яких формах помагають сї лїки гаразд, при яких гірше, а теж, коли не можна давати їх. Далї автор каже, що на процент смертельности креозот не впливає, через те він призначує туберкульозним сало риб і 3—5 ложок в день його у $^{9}/_{10}$ принижують температуру. Вкінци він викладає свою охоту курування туберкульоза і кінчає, що клїматичне курованнє укупі з рибячим салом є саме найкраще тепер.

Костке вич. Про потребу ізоляциї фтізиків (сухітників, чахотників) і улаштовання для них особливих шпиталїв. Конечне треба ізолювати фтізиків, улаштовавши окремі шпиталї з потрібними приряджениями до користування повітрям і добрим годуваннєм. Треба віддїляти туберкульозних з початковим периодом від слабих з кінцевим. До будови шпиталїв сих треба звернути ся до особистої добродїйности до земств і міських урядів. Слабих треба посилати в шпиталї

з початку хороби. В шпиталях сих слабі повинні бути довго. Курованнє в шпиталях повинно бути дешеве, аби мали змогу з них користувати ся бідні люди.

Штейнбер. Нездатні нижні чини, слабі на туберкулйоз, як розносителї зарази і засоби проти неї.

Долгов. До питання про материю, яка споводує діазореакцию Ерлїха. Материя, яка викликає діазореакцию, єсть продуктом патольоґічної зміни, вона не єсть звичайним патольоґічним продуктом мочі; вона належить до фарбових материй мочі, поглитаєть ся синім і фіолетним спектром. Випадає з мочі основним оцтовоквасним свинцем з аміаком. Воно орґанїчне, має в собі азот, може воно сполучене в орґанах з сїрчаним квасом.

Бендерський. До питання про спосіб означення внутрішних орґанів „авскультатівною перкусиєю". Прінцип сього способа у тому, що перкуторний гук вислухуєть ся особливим стетоскопом, що складаєть ся з фільтровальної скляної лїйки, надітої на кінець її каучукової дудочки, і деревляного кінчика, як у отоскопі. Після сього способу можна точнїйше означати границї орґанів анїж звичайною перкусиєю, можна дослїджувати орґанів, які дуже болять. Через те, що тут перкутовати можна дуже помалу. Linossier (Lion Medical N. 50 т. LXXX) згоджуєть ся з автором і визнає значіннє сього способу.

Могутковський. З патольоґії processus vermicularis (вирістка хробаковатого). Автор наводить випадок, де істнував хронїчний катар кишок і тлунка (жолудка). Потім були підгострі запальні з'явиска в окружі сьлїпої кишки і processus vermicularis. Наслїдком того була перфорация proc. vermicular. яке дало навкруги запаленнє і флегмону. Бруд вийшов в сьлїпу кишку і проштовхнув туди process. vermicul.

Коровіцький. Хитаннє кількости гемоґльобіна крови при thyph. abdom. і pn. cruposa. При тіфі і пневмонії в крові стає меньше гемоґльобіна; се зменшеннє починаєть ся ще в период пропасниці. В одних випадках гемоґльобіна меньше в одиниці обсяга, в других навпаки в одиниці обсягу навіть більше, що залежить від компенсаторних перемін концентрациї.

Філонович демонстрував свій плесиметр, що одріжняєть ся від звичайного тим, що в йому середина є порожня. Такий плесиметр дає майже певні границї орґанів.

Яновський демонстрував стетоскоп зі скла; його легко стерілїзувати і акустичні властивости його вище анїж у звичайних.

Демченко. З питання про курованнє плеврітів способом проф. Левашова. Спосіб проливки плеври (олегочної, pleuva) при брудових

плеврітах гірше від торакотомії, при серьозних плеврітах його можна ужити разом зі всисаннєм не ранїйш, як скінчать ся гострі запальні з'явища.

Поляк демонстрував Рентґеновську фотоґрафію.

Долгов. До питання про діазореакцию Ерлїха при thyph. abdom.

Діазореакция є одним з сталих сімптомів thyph. abdom., не буває її тільки в 1.4% випадків. Істнує вона відповідно істнованню пропасниці, але найбільш кінчаєть ся за 4—5 днів до нормальної t°. Ясна реакция найбільш буває при хоробі середньої довжини. Інтензивна реакция, що довго тягнеть ся відповідає важким формам хороби, інтензивна і коротка може трапляти ся і при легких формах. Крива діазореакция паралельна кривій температурі, але безпосередньої залежности від температури нема. Взагалї кількість матерії, що дає діазореакцию просто пропорційна інтензивности і довжині хороби. Реакциї сеї не було при катарах тлунка (жолудка) і кишок, інтермітентї, фоллїкурярній ангінї, катаральній жовтяницї, перікардіті, гострому нефрітї; вона була не кожного разу при туберкульозї легких, ексудативно-тіфозному плевріті, pn. cruposa; завжди була при туберкульозному перітоніті, туберкулїозї лїмфатичних залоз, брудовому плевріті, міліярному туберкульозї.

Крива діазореакция має прогностичне значіннє, більше навіть від кривої t°, позаяк вона попереджає її кількома днями.

Троіцький. Rhachitis clinica et experimentalis.

Шмуклер. Онанізм у дїтий, його причини, сімптоми і курация.

Кисїль. Частість рахіта в Москві.

Ковесніков. До питання про курацию емпієми у дїтий. Брудові плеврїти у дїтий треба куровати ранньою плевротомією злученою з ресекциєю ребра. Операция ся не трудна і безпечна, вона не веде за собою ні деформациї грудий і не ослаблює функцию легкого. Колиб завжди уживали рано плевротомію, то булоб меньш емпіємних фістул.

Семьонов. Деякі дати про трахеотомію в Росиї при діфтериї і крупі. Цїкаво те, що більш третьої частини дїтий, що, як здавалось, повинні були вмерти від задушення, лишились живими. (Дати зібрано з відчитів ріжних шпиталїв Росиї). Вкінцї автор радить уживати сю операцию частїйше, не вважаючи на несприяючі сторонні обставини.

Скловський. Куровання діфтериї сироваткою в клїнічному дитячому видїлї Олександровського мійського шпиталю Київа. 1) Сироватка зменьшає смертельність з 41.5% до 20.3% теж на поло-

вину. 2) Мазати горло при курациї сироваткою не треба. 3) При курованню сироваткою послї діфтериї постерігаємо більш небезпечних послїдуючих прояв парези, нефріта, паралїчи, але його не можна з'ясувати шкодливостию сироватки, швидче се од того робить ся, що при сироватковій курациї видужують слабі з тяжкими формами хороби, які без такого курування умерли-б перш, анїж у їх розвили ся згадані вгорі послїдуючі прояви. Інекциї сироватки дають іммунїтет на дуже невеликий час, автор бачив 2 випадки, де був по курациї рецідів через місяць. Але усе таки охоронне щепіннє треба робити, не вважаючи на можливість рецідіва.

Дрейер. Курация діфтериї сироваткою в Московському мійському дитячому шпиталї св. Володимира р. 1895-го. Сироватка зменьшила відсоток смертельности на $^2/_3$. Вона дає можливість в недавнїх випадках заслаблення усунути цїлком усї шкодливі наслїдки хороби. Випадки з одною тільки Лефлеровською бактериєю курують ся найкраще. Шкодливі наслїдки інекцій сироватки, рівняючи до користи, дуже незначні.

Контребінський. Деякі дати з клїнічного відчита про курованнє скарлатини р. 1894—5.

Жуковський. Scleroma neonatorum.

Троїцький. Дозіровка (подавок) лїків відповідно до хемічних, анатомічних і фізіольоґічних особливостий дитячого орґанїзма.

Секция фармакольоґії, загальної терапії і фармациї.

Шацький. Про дїлання лїків в стані пари.

Куруюча енерґія материї повинна бути звязана з фізично-хемічною енерґією. Через се лїки найдужче дїлають in statu nascendi, далї в становищі сьвіжо приготованих продуктів подвійної хемічної зміни, в становищі несталої хемічної рівноваги емульсованих сапоніном олїй, бальзамів і багатьох иньших матерій, що можуть розпустити ся в них, в станї пари летивої материї, що переганяють ся з парою води не розкладаючись. Сї теоретичні погляди можуть мати направляюче значіннє для рационального вибору фармацевтичних препаратів і їх форм.

Зернов. Ессентуки, як курорт. Природа і вода Ессентуків дуже добрі, але усе паралїзуєть ся браком навіть елементарних вигод для слабих. Лектор вкінцї висловлює потребу реформи в Ессентуках.

Косторін. Славянск і його лїчебні засоби.

Дейг Гідротерапія, яко науковий метод.

Філїппович. Наслїдки ужитку лїманного курування в дитячому віцї.

Секция інфекцийних хороб з бактеріольоґією.

Мойсеєв. Патальоґоанатомічні переміни внутрішнїх орґанів дїтий, що вмерли з діфтериї. Автор досьлїдив 150 випадків. Між ними туберкульозних було 26%, хронїчний нефріт 22%; позаяк в деяких випадках туберкульоз був разом з нефрітом, то можна сказати, що на 100 дїтий, що вмерли з діфтериї, 40 слабували вже ранїйше на важкі хронічні хороби. Значить, ослаблений такими хоробами орґанїзм швидче занепав на діфтерию а також не витримав боротьби з дужим ворогом. Праця автора має те значіннє, що вона зводить до реальної причини особливости конституциї, що мають великий вплив на течію та кінцеві наслїдки інфекцийних хороб, тодї як ранїйш з сього поводу складали тільки гипотези.

Щабад. Про змішану інфекцию при туберкульозї легких.

За змішану інфекцию треба вважати випадки, де сторонні мікроорґанїзми (дрібнотвори) істнують в легкому (альвеолах або капілярних бронхах) або в крові.

Знайденнє патогенного мікроорґанїзма в харкотінню після способу Kitasato не досить, щоби констатувати змішану інфекцию, позаяк досьвід показує, що не всї відокремлені таким способом мікроби (дрібноживки) мають походженє з легкого, виключаючи справжнього піогенного стрептокока.

Дуже велике має значіннє відріжнити в харкотінню справжнїй піогенний стрептокок від так званих стрептококів слизевих плївок. Присутність перших має великий прогностичний інтерес. Змішана інфекция трапляєть ся найбільше в останнїх стадиях туберкульоза легких і хутко провадить за собою exitus letalis. Трохи не всї трупи з туберкулїозом легких виявляють з'явище змішаної інфекциї. Сторонні бактериї (тояжки) разом з туберкульозною провадять за собою катаральну пневмонїю, руйнують легке, утворяють каверни, а теж утворяють септіцемію. Але трапляють ся випадки туберкульоза легкого, що мають усї ознаки гектичного (сухітничого) стадия і кінчають ся летально (смертно) без участи сторонних мікроорґанїзмів.

Бухштаб. Випадок малярії, комплїкованої з typh. recurrens. (тифом опятним).

Щеглов. До питання про переміни в печінках при діфтериї.

Білок в мочі не залежав від ін'єкций сироваткою; його найбільш було там, де знайдено було гломерулїт. Альбумінурия не відповідала важкости заслаблення. Велике значіннє має цїлїндроурия і присутність епітелії (наболони) нирок (почок). Переміни були деґенеративно-запального характера — однакові при курованню сиро-

ваткою і без сього курування. Важне прогностичне значіннє мають зменшання специфічної ваги мочі, злучені з цілїндроурнєю, напруженим пульсом і сонливостию слабого.

Габрічевський. Засади серотерапії typh. recurrentis. Гейденрейх поставив в звязок зникання спірохетів Obermeier'а з високою температурою, що при нїй вони повинні пропасти. Мочутковський дав друге поясненнє, після якого від патольоґічного процеса кров стає ґустїйшою і се провадить за собою погибель спірохетів. Далї для з'ясування зникання спірохетів появилась хемічна гіпотеза Albrechta заснована на доглядах шкодливого впливу продуктів життєвої діяльности на самих бактерий. Нарештї Мечніков дав свою фагоцітарну гіпотезу, але й ся гіпотеза багато дечого не з'ясовує. Головні погляди у автора вже склали ся, коли він дізнав ся про працю R. Pfeiffer'а, який на підставі своїх доглядів над умовинами погибели холєрних вібріонів в орґанїзмі іммунізованих проти них тварий, висловив ся, що тодї утворюють ся особливі, специфічні бактеріцідні материї, які мають змогу за кілька минут в орґанїзмі знищити несчисленну кількість мікроорґанїзмів. Се з'явище визнає він за загальний закон іммунїтета і робить здогад, що погибель спірохет при кризісї typh. recurrentis мабуть залежить від вступлення в кров бактеріоцідних материй, які він рівняє до ферментів і одріжняєть ся од бактеріцідних материй крови, що на їх перш усього вказав Fodor, а дослїдила школа Flügye і Emmerich'а, особливо Büchner. Дати автора стверджують догади попередників. Коли взяти краплю крови людини після приступа або після видужання і покласти на скло рядом з краплею слабого, де єсть живі спірохети, обмазати воском сї дві краплї і постановити в термостат, то через годину спірохети усї будуть мертві, тодї як на контрольному препаратї будуть живі. Кров дужих людей, що ще не слабували на typh. recurrens, не має бактеріцідних властивостей до спірохет. Бактеріцідні властивости крови з'являють ся під час приступа, наростають примітно до кінця його і досягають свого maximum під час кризіса і в першу добу аперексиї. За часи аперексиї бактеріцідні властивости потроху зменьшають ся до початку нового приступа, але з кожною новою аперексиєю вони усе дужчають і довше держать ся. Після видужання слабі можуть заховувати бактеріцідні властивости крови, хоч і меньші анїж при кінцї хороби; вони лишають ся місяцями або може роками. Бактеріцідні властивости можуть хитати ся відповідно до патольоґічного та фізиольоґічного становища орґанїзма. Бактеріцідні материї дужче впливають при 37°, анїж при хатнїй температурі. Бактеріцідні власти-

вости крови при typh. recurrens проявляють ся з такою цїлковитою відповідностю до зникання з крови спірохетів, що роля сих материй в утворенню кризіса і видужання не може підлягати сумнїву. Коли взагалї утвореннє бактеріцідних материй в крові відповідає температурній крові, то усе таки треба сказати, що ложний кризіс температури не злучено з значним утвореннєм бактеріцідних материй і останнї утворяють ся в значній кількости тільки до часу справжнього кризіса. Се видно ще й з того, що життє спірохет поза орґанїзмом слабих тим меньше, чим ближче було взято кров до кінця приступа. Значить процеси при typh. recurrens можна зрозуміти так: під впливом інфекциї і продуктів житєвої дїяльности спірохет орґанїзм реагує не тільки високою температурою, що сприяє дїланню бактеріцідних материй, але й утвореннєм остатнїх. Коли кількість останнїх досягає визначеного ступеня, спірохети стають меньш рухомі, і тодї їх легше можуть подолати фагоцїти, друга частина спірохет може пропадає від бактеріцідних материй крови.

Так Мамуровський бачив утвореннє чотковатих (рожанцеватих) форм спірохет під кінець приступа і вважає їх за форми, які стоять на краю погибели. Але за першим разом орґанїзм не утворяє стільки бактеріцідних материй, щоб ними убити усї спірохети та їх спори (розроднї), останні лишають ся живими і дають через кілька днїв новий вибух хороби; орґанїзм тепер утворяє вже більш бактеріцідних материй, в третїй ще більше і т. д. аж поки сокупна праця фагоцїтів разом з бактеріцідними властивостями крови не закінчать сю боротьбу перевагою орґанїзма. Догляди над довжиною приступів і аперексий стверджують сей погляд, напр. догляди Могутковського: приступ I: $6^3/_4$, II: $5^1/_2$, III: $3^1/_4$, IV: $2^1/_8$, V: $1^2/_3$; аперексия I: $5^1/_4$, II: $6^1/_6$, III: 9, IV: $10^1/_2$, значить приступи стають коротші, аперексиї довші. Теж з дат Litten'a видно, що при інфекциї, яка причіпляєть ся другий раз, з 5 випадків в 4 хороба проявила ся тільки одним приступом, значить орґанїзм тепер має змогу швидче знищити інфекцию. Далї аби з'ясувати деякі подробицї, було зроблено досьвіди над малпами, які можуть слабувати на typh. recurrens. Силу бактеріцідних материй можна висловити навіть цифрами, коли ми назвем коефіцієнтом бактеріцідних властивостий крови відносини довжини життя спірохет в власній крові до довжини житя тих самих спірохет в крові та сироватцї, яку досліджуємо. Так у нормальної людини, що не слабувала на typh. recurrens коефіцієнт сей 0.9; він же до крізиса, поки ще є спірохети в крові 1.4; за час кризіса і добу послї його 90.0, потім в сьлїдуючі днї падає до 68. У одного індівідуума, що слабував 20 місяцїв назад 2.6; у другого, що слабу-

вав 1892 року 60.0. Теж констатовано піднесеннє сього коефіцієнта у малпи, якій прищеплено було typh. recurrens. Автор далї прищепив typh. recurr. двом малпам і потім зробив інекцию одній з них сироваткою другої малпи, наслїдком сього було скороченнє хороби, зменшеннє швидко послї інекциї кількости спірохет на препаратах. На підставі сих дат автор думає, що можлива серотерапія typh. recurrens, длячого можна користувати ся кровию малпи.

Гаврілов. Холєра і діфтеріт. Холєра і діфтерия хороби ектогенні.

Боротьбу з ними треба звести на знищеннє місцевих умовин, які сприяють розвою їх.

Поляк. Про вченнє про так званий холєрний тіфоїд.

Секция нервових і псіхічних хороб.

Чиж. Coitus reservatus, як причина нейрастенії. На підставі своїх доглядів автор визнає coitus reservatus частою причиною нейрастенії, якої легко можна позбути ся, коли перестать його уживати.

Говсєєв. Bettbehandlung (Лїченнє в постели) і його значіннє при курованню псіхічних слабих.

Курованнє псіхічних слабих не повинно одріжняти ся принціпіяльно од курування иньших слабих. Через те навіть не можна тримати ся принціпа laisser faire до неспокійних слабих через те, що в ізоляторах такий слабий швидко переходить од вищих форм псіхічної реакциї до нижчих, рве на собі тїло, волоссє, розмазує свої екскременти, а тим більш не можна заживати репресивних засобів, які шкодливо впливають на слабих і деморалїзують прислугу. І того і другого можна уникнути, уживаючи курування в постели. Для сього треба мати обсервацийні кімнати, де не булоб нїчого, що нагадує дім божевільних, а щоб се був звичайний терапевтичний виділ. Над усїми слабими повинен бути сталий догляд.

На постелях повинні лежати соматичні слабі, марантичні, паралїтики, слабі на гострі псіхози, хронїки з рвучими сімптомами. На сих всїх слабих пробуваннє в постели впливає дуже добре. З буйними слабими можна завжди справлять ся, поводячись тактовно, уживаючи гідротерапевтичних засобів, дюбуазін, нарештї коли се все не помагає можна ужити ізоляциї. Але потреба уживати сеї останньої так трапляєть ся рідко, що автор за $1^1/_2$ року не користував ся нею нї одного разу. Найкраще виявляєть ся значіннє куровати в постелї, коли порівняємо кількість снотворних лїків, яка уживала ся в катеринославському псіхіатричному закладї ранїйш і тепер, коли слабих тримають в постели.

Так снотворні уживали ся на рік 2511 раз, а потім теж на рік 196 раз. Пробуваннє в ліжку не веде за собою анемії, і його уживають тільки до визначеного часу, а потім переводять в иньший видїл. До того легче доглядати неспокійних слабих, вони не загиджують ся екскрементами (відходами), не може бути копрофаґії (лайноїдства, калоглитання), меньш розбитих і подертих річий. Нарештї се споводує моральний під'єм прислуги, бо злоужиток силою над слабими стає неможливим.

Говеєв. Засадні питання догляду псіхічних слабих. Автор каже, що треба улаштувати три типи закладів. I. Шпиталь для усїх слабих, що потрібують куровання і він поділяєть ся на 1) обсерваційний видїл для куровання в ліжках (Bettbehandlung), 2) інфекційний і хірурґічний видїл, 3) видїл для хронїчних і слабих божевільних, 4) видїл для реконвалесцентів (одужуючих), куди можна прилучити салї, біблїотеку і т. и. II. Patronage familial — віддаваннє великої катеґориї хронїків в сїм'ї селян, а в виключних випадках і мійські семії. III. Приют — asylum куди треба поміщати слабих, яких не треба куровати в шпиталю, або яких не можна помістити в Patronage familial.

Суханов. Про клїнічні особливости деяких періодичних та ремітуючих форм острої аменциї.

Муратов. Diplegia spastica congenita, як клїнична форма. 1) Diplegia cerebralis означує тільки анатомофізиольоґічну діаґностику в розумінню двобічного руйновання центральних виїмок в обох півкулях. 2) Через Little-вську хоробу треба розуміти тільки прирожденні форми двобічного паралїча — diplegia spastica congenita. 3) Клїнична картина Little-вської хороби — при сталости загальних характеристичних ознак і загальної льокалїзациї — має ріжні одміни, що залежать од великости і серьозности руйнованя. 4) Сї умовини з'ясовують як розміщеннє паралїчних з'явищ у виглядї diplegia cum hemiplegia cerebrali, hemiplegia cerebralis duplex, так і розладдє псіхічної сфери, значить сим визначають проґноз. 5) Діференцияльна діаґностика від набутої форми засаджаєть ся на анамнезї і реґресивности течії хороби. 6) Трудні і несправедливі родини складають характерну анамнестичну ознаку: що до етіольоґії, то не доведено, чи вони суть першим причиновим моментом, чи виявленнєм конституцийного заслаблення материї і плоду (сіфіліс Fournier). 7) Спадщинні родинні діплеґії не видїлено досить, як визначену посольоґічну одиницю. З клїнічного боку вони характеризують ся початком по народженню, поступовою течію, збереженнєм псіхіки. 8) Патольоґофізиольоґічна характеристика Little'вської хороби складаєть ся з прі-

марного (первістного) руйновання центральних виїмок в обох півкулях (походженнє з кровяних жил — жовте мнякшаннє і вилиттє крови) і з секундарного (вторичного) переродження як спінального (стрижевого), так і церебрального (мозкового). 9) Поменьшена рухливість і паралїч складають з себе симптоми переродження пірамідальної пути і послїдуючої гіпертонії клїтин переднього рога. 10) Дефекти псіхічної сфери залежать від великости прімарного руйновання і широкости переродженъ в мозку. 11) Силоміцні рухи і епілептичні припадки не завжди трапляють ся при Little'вській хоробі. 12) Курованнє Little'вської хороби можливо тільки в самих сприяючих випадках, зводить ся воно до ортопедичних та виховуючих засобів.

А. Ковалевський. Два випадки розладдя нервової сістеми у покусаних скаженою собакою послї куровання щепіннєм після Pasteur'a. Автор наводить два випадки, де послї інекциї розвили ся картини міелїта, менінгоміелїта і гніздове заслабленнє мозку голови. Кінчилась хороба в обох випадках видужаннєм.

Чиж. Кататонїя. Автор доглядав 15 чоловіків і 4 дївчини. 1) Кататонїя є хороба мозку голови, що розвиваєть ся від 16 до 24 літ. 2) Патольоґічної спадщиности у кататонїків нема. 3) Кататонїя розвиваєть ся без усякої причини; в деяких випадках в анамнезї можна найти переляк. 4) Кататонїя є хороба волї; течія думок, настрій, рухи кататонїка залежать не від волї, а від імпульсів. 5) Нема галлюцінаций, ідей маячливих, маніакального становища і меланхолїї, слабі визнають свою хоробу. 6) Кататонїчний сімптомокомплекс особливо що до рухів постережено і при иньших псіхічних хоробах. 7) Цїлковитого видужання від кататонїї не буває. 8) Куровати кататонїків найтруднїйше; ріжні narcotica на їх впливають дуже мало.

Гейденберг. До статистики та етіольоґії проґресивного паралїча божевільних. 1) Заслабленнє на паралїч дуже побільшуєть ся серед жінок. 2) Відносини жінок до чоловіків 4—(5): 10 в Таврії. 3) Паралїч тепер росповсюджуєть ся і серед селян. 4) Причини: сіфілїс, піяцтво, спадщинність, моральне нещастє, траума. 5 Сіфілїс не складає з себе одинокої причини паралїча. 6) Етіольоґія паралїча залежить від ріжних умовин індивідуальних, расових, національних.

Країнський. До патольоґії епілепсиї. Автор зводить хоробу на періодичне утвореннє в орґанїзмі карбаміновокислого аміака, який споводує епілептичний припадок; їм розкладаєть ся на мо-

*

чевину і воду, послї чого орґанїзм стає дужим, аж поки знову не зробить ся переміна в течії реакций нормальної міни материй.

Токарський. Курованнє піяцтва гіпнотизуваннєм. Автор оповіщає, що він дістав дуже добрі наслїдки при курованню пяниць гіпнотизуваннєм; при сьому він уживав часами стріхнін і опій.

Могутковський. До сімптоматольоґії Parkinson'ової хороби. Коли слабого примусити зморщити лоб, то потім він його не має змоги одразу росправити і держить секунд 40—60 зморщеним.

Штейнберг. Про потребу узнання псіхічної хороби за причину шлюбної розлуки.

Шулянський. Про курованнє інекциями стріхніна псіхічних хороб, що мають в анамнезї алькоголїзм.

Автор бачив користь від стріхніна не тільки у слабих, де алькоголїзм був причиновим моментом хороби, але і там де він мав другорядне значіннє в етіольоґії.

Шулянський. Про курованнє gl. thyreoid і thyreoidi-йом хронїчних псіхозів. Не дістав добрих насьлїдків з своїх досьвідів над курованнєм хронїчних божевільних. З 15 слабих видужав тільки один і то автор не вважає його видужаннє сталим.

Секция хірурґії.

Фалькенберґ. До хірурґії черепа (лобини) і мозку голови. Трепановать треба при некрозї кісток, при розвитку мізкових з'явиск послї хронїчних і брудових заслаблень середнього уха, при переломах черепа, злучених з роздертєм шкури, при опухах в голові, коли відома льокалїзация їх.

Бобров. Appendicitis і курованнє його. В етіольоґії запалення proc. vermicularis мають значіннє аномалії положення і будови його, теж і моменти, що спроваджують стази крови і катаральне становище слизової плївки (оболони слизної, слизниці). Курованнє тіповою ресекциєю.

Красінцев. До питання про операцийне курованнє запалення proc. vermicularis.

Сініцин. Про лїтотомію.

Волкович. Про костнопластичні дісцизиї ступні і голеноступневого суглоба з демонстрациєю гіпсових моделів оперованих ступень. Про курованнє емпіеми робили доклад: Козловський, Краснов, Бочаров, Воблий.

Сапєжко. Exarticulatio humeri cum scapula. — Amputatio interscapulathoracica.

Сапєжко. Спосіб утворення піднебіння (піднїбя) послї ресекциї maxillae super.

Лисенков. Радикальна операция гриж мозкових.

Зененко. Умовини раціонального метода операциї при вродженних грижах мозкових os. sacr.

Доброхотов. До куровання стріктур уретри (з'уженя цїви мочевої). Найкраще розширювать стріктури тонкими стальовими бужами; се не має в собі нїчого небезпечного, коли не форсувати. Ужиток бужів робить лишнім уретротомію, аспірацию мочі і пункцию v. urinariae.

Биховський До казуїстики актіномікоза. Автор радить уживати при актіномікозї операцию, бо на підставі статистичних дат при ужитку операциї видужало 51%, умерло 29%, а без операциї видужало 13%, умерло 41%.

Краснобаєв. Курованнє актіномікоза. І. К. бачив наслїдки добрі од ужитку.

Богаєвський. До казуїстіки куровання туберкульоза peritonei (очеревної) і кишок через ляпаротомію.

Ляпаротомія може споводувати видужаннє, в иньших випадках здоровлє їх тільки покращало. Ляпаротомія при ужитку відповідних засобів цїлком не має в собі нїчого небезпечного.

Сапєжко. Бокаловидна ресекция туберкульозних суглобів.

Ващенко. До питання про ресекцию колїна і тазобедренного суглоба (лоханно-стегнового суставу).

Зільберштейн. Про курованнє туберкульозних суглобів.

Сегал. Про курованнє карбункула (чорноснїти).

Блянк. Про орґанїзацию куровання зубів у школах.

Розенблят. Myxo-fibro-chondro-endothelio adeno-carcinoma telangiectodes colli.

Розенблят. До казуїстики сторонніх річий в v. urinar. автор витягав багато раз з пузиря (міхуря мочевого) одної жінки шматки печінки, мускулів, селезїнки, нирок, шкури, яєць і иньші частини птиць, які попали туди для онанїровання. Слабувала пацієнтка на grande histerie і, коли робив ся приступ хороби, вона собі запихала несьвідомо усе се в пузир.

Волкович. Про курованнє переламаних кісток картоногіпсовими повязками.

Волкович. Про апарати для куровання переломів бедра і хороб тазобедренного суглоба (лоханно-стегнового суставу). Апарати і повязки автора дешеві, легкі і їх можна улаштувати при самій бідній практицї.

Янченко. Про курованнє переломів.

Сапєжко. Курация lupus'a. Автор радить уживати ножа замість caustic', електролїза, випікання залїзом.

Козловський. Радикальна операция hern. lumbal. після Kocher'a. Автор вважає спосіб Kocher'a найлучшим при курованню hern. lumbal.

Жирмунський. До казуїстики ехінококка.

Богаєвський. 41 випадок ехінококка в кременчуцькому земському шпиталю.

Родзевич. До казуїстики ехінококка.

Кроненберґ. До казуїстики ехінококка.

Кісельов. До хірурґічного куровання струми (вола або ґуші). Хірурґічним способом можна куровати зоб. В Росиї зоб (воле або ґуша) менше шкодливий, як у прочій Европі.

Козловський. До казуїстики трепанациї черепа (лобини). Фалькенберґ демонстрував слабого з грижою (грузлом) мозка послї трепанациї черепа

Секция акушерства і гінекольоґії.

Богаєвський. Короткий відчит 150 ляпаротомій з кременчуцького земського шпиталю.

Автору довело ся працювати при несприяючих умовинах в земстві, але наслїдки операциї у його вдоволяючі.

Отт. Про курованнє фіброміом ураза (матки, матерниці) через цїлковиту екстірпацию. Автор оперуючи своїм способом надваґінальної ампутациї фіброматозноперероджeного уразу мав тільки 4.3% смертий.

Міронов. Ляпаротомія і оперуваннє через ваґіну. Автор каже, що завжди безпечнїйше при усїх операциях розтинати черевину через ваґіну (піхву маточну), а не через стінку живота.

Яровий. Дзеркало для ваґіни у виглядї ложки, з підємником, що сам тримаєть ся.

Букоємський. Про наркотізацию при родинах. Автор рекомендує при злогах уживати анестетичні засоби, між ними він вказує на етер і хлороформ, теж на гіпнотизм.

Секция хороб на очі.

Шимановський. До питання про ґрирожденні кісти нижньої повіі з microphthalmus'ом. Після Mitvalsk'ого кіста така є зморщкою ретіни (сїтчанки), яка в період утворення другого пухиря ока не завернулась шаром паличок до пігментового шара, а виперлась через зародкову щілину в клїтчатку, що оточує око і ростючи укупі з нижньою повікою, витягнулась вперед; через се шар паличок

в кісті повинен дивити ся в середину, або інакше внутрішня плївка кісти є ретіною з заворітним розположеннєм шарів, 2) тїч в середині кісти є серозна (сироватна) тїч, що містить ся в оці меж піґментовим епітелїєм (барвинною наболонию) і самою ретіною. Хороба ся трапляєть ся дуже не часто, можна сказати: один раз на 40000 инших хороб ока. Такі слабі мають повіку, що оддуваєть ся вперед, шкура на них не спухла, рухома, через неї просьвічує синїй кольор, щілина ока зрушена з місця в гору, нижня повіка трохи вивернена, верхня завернена, нижня повіка мнягка, елястична, з виразною флюктуациєю, в глибинї кон'юнктівального (спійничого) мішка видно маленьке око, а часто його можна тільки намацати. Автору поталанило оперувати дві такі кісти. Розтята була кіста і око відразу і зондом була досьлїджена середина ока через кісту Око було в одному з випадків спуке, мало впоперек один сантіметр і здавалось цїлком розвиненим; опріч своєї великости, воно було злучено з кістою коротенькою, порожньою шийкою, що починала ся зараз під n. optic., кіста була завбільшки, як голубине яйце. Око в серединї було виповнене кристаликом. Препарат ока був покладений в целлоїдін і розрізаний в площах, паралельних поземому мерідіану ока. Стінка кісти складалась з двох шарів. Зверхнїй шар був з зеднаючої тканини (лучноткани), тут видно розрізані нерви і кровяні жили і вже на око видно звязок склери (твердицї) ока з сим шаром кісти. Внутрішнїй шар має безлїч зморщок, гребнів, наростів, що обернуті в середину кісти, теж сей шар робить ускі заворотки в зверхнїй шар. Вона є продовженнєм ретіни і виявляє з себе тогліоматозні маси, які особливо розвинені коло шийки кісти, то цілїндрічний епітелїй, то звичайну ретіну тільки з заворітним розположеннєм шарів. В самому оцї є всї складовини. Arlt вважає причиною утворення кісти внутрішнє давленнє ока; Kundrat причиновим моментом вважає пору розвитку; Mitvalski каже, що кіста випірає через незачинену щілину ока од побільшенного давлення і відносить її до ретенціонних кіст. Знайдені з'явиска запалення і шрами з погляду автора вказують на істнованнє запалення в пору розвитку верхнїх щелепів (щоки горішної) і заростання зародкової щілини в n. opt., запалення, яке споводувало шрами, а вже останнї вивернули ту частину секундарного пухиря коло n. opt., що з неї утворяєть ся ретіна. А позаяк ся частина пухиря тільки є внизу, то і кіста утворяєть ся тільки внизу і захоплюєть ся при рості щелепів вперед тільки нижньою повікою.

Хвалинський. До питання про тонометрию ока. Давленнє в нормальному оцї хитаєть ся од 23—26 mm. Hg. Найчастїйше трапляєть ся 25 mm. нижня границя 20 mm. верхня 24 mm, воно в обох очах здебільшого однакове, ріжниця трапляєть ся од 0.5 mm. до 1.5 mm. Зрост не впливає на його, теж і аномалїї рефракциї ($H^1/_4$, $H^1/_5$, $M^1/_5$, $M^1/_2$); иньшим разом ті самі очі дають ріжницю од 1—5 mm. Hg. В двох випадках тонометрія допомогла поставити діаґноз. 1) Слабий В. 70 років мав Vod = $^{20}/_{40}$, Vos $^{20}/_{200}$. Поле зору з'ужене з внутрішнього боку, тут же білий сосок. Пальпация не виявила побільшеного давлення. Субєктивно нїщо не вказувало на ґлявкому. Питаннє: чи се атрофія, чи ґлявкома? Тонометрія дала в правому оцї 41 mm. Hg., в лївому 49 mm. Hg. Пілокарпін поправив зір, в правому оцї послї того стало до $^{20}/_{20}$. 2) Слабий Ж. 75 р. вступив в клїнику з катарактою на лївому оцї. Послї екстракциї катаракти зір не полїпшив ся. Око було прозоре, тільки було видно екскавацию і атрофію n. opt. таким способом можна було думать про ґлявкому. Пальпация нїчого не дала. Через рік слабий вступив знов в клїнику з catarracta incipiens правого ока. Vod = $^{20}/_{200}$. Давленнє було в правому оцї 38 mm. Hg., в лївому 49 mm. Hg. Автор навів чотири історії хороби, де паралельно з становищем ока визначено скалю давлення. Тут в течії ґлявкоми давленнє дуже хитаєть ся; хитання меньші при glaucoma simpl., анїж при gl. inflamator., а особливо gl. acutum. Разом з зменьшеннєм давлення зір лїпшає: при 65 mm. Hg. — $^{5}/_{200}$, при 23 mm. — $^{20}/_{400}$. Око мутнїє і просьвітлюєть ся пропорцийно підвисшенню і зменьшенню давлення. В сих історіях видно, як впливає на давленнє озерін, пілокарпін і операция. Езерін впливає найкраще при гострій ґлявкомі, при gl. simpl. гірше. Склеротомія тільки трохи зменьшає давленнє, іридентомія (секундарна) зменьшає до норми.

Піунов. Субкон'юнктивальні інєкциї $HgCl_2$ при низькоокості (міопії, короткозорости). Інєкциї ужито було при ріжних ступенях низькоокости (200 випадків), получених з перемінами в серединї ока, з'явищами дратування choroideae et retinae (судинницї і сїтчанки), теж з астенопією і зменьшеннєм бистроти зору. $HgCl_2$ роспускала ся 1: 2000; інєкций уживало ся од 2 до 10, кількість $HgCl_2$ од 2 до 5 крапель. Потім уживалось вохке тепло, легкий масаж і легка марлева повязка на кілька годин. Мускульна астенопія послї інєкций швидко зникала, з'явиска дратування хороідеї і ретіни зникали, фотопсия і ентоптичні з'явища, які залежали од згаданих з'явиск дратування пропадали. Сьвіжі

глибокі запалення на дні ока, що залежали од розтягання ретіни, а теж кровотоки зникали. Бистрота зору, що зменьшилась од переміни внутрішнїх складовин ока, підвисшувалась, процеси в оці од інекций нїколи не гіршали. Прогресивна низькоокість спиняєть ся. Аби не було рецідівів дратування хороїдеї і ретіни інекциї треба знов робити через 6—8 місяців. Чим дужча реакция послї інекциї і чим вона тривалїйше держить ся, тим наслїдки кращі. Се усе примушує пропонувати курацию $HgCl_2$ (хльораком ртутним).

Крайський. До питання про курованнє глибоких заслаблень ока субкон'юнктивальними інекціями $HgCl_2$. При глибоких заслабленнях ока антісептична сила $HgCl_2$ не має значіння, а тут Hg побільшує міну матерій і одтягує ad peripheriam. При небрудових заслабленнях хороїдеї і ретіни $HgCl_2$ впливає краще від усїх иньших лїків. При симпатичній офтальмії впливає часово. При курованню брудових заслаблень внутрішнїх складовин ока помагає трохи. При небрудових запаленнях corneae (роговатки) $HgCl_2$ заживати нема на що. Позаяк головне дїланнє належить ртути Hg, а $HgCl_2$ навіть розпущений 1 : 2000 дратує тканини, то для інекцій треба уживати другу сіль Hg, що її можна було б багато одразу інеціровати в око.

Евменієв. Вплив неврожаїв рр. 1891—1892-го на хороби очей в Острогожському повітї (Воронеж. губ.).

Шкодливий вплив неврожаїв виявив ся в некротичному заслабленню corneae (роговатки) у виснажених од недостачі їжі. Некротичний процес, почавшись острою плямою на cornea, швидко розпливав ся на періферію, і кінчав ся в 4—6 день омертвіннєм більшої частини corneae, а часом панофтальмітом. Терапія не могла спинити процеса. % слїпих через сю хоробу на амбуляторіях з 24% підвисшив ся до 31%, між ними були слїпі, що їм помогти не можна було жадним способом. В діспутах з сього поводу др. Тезяков сказав, що в Херсонщинї, коли приходить багато людий на заробітки і цїна на робучі руки низька, слабих на курячу слїпоту буває 20%—30% усїх слабих на очі, через се % хороб на очі може бути покажчиком заможности.

Шимановський. Про вилущеннє сльозового мішка. Автор радить вирізувати мішок через те, що звичайне курованнє дакріоцїстіта тягнеть ся довго і часто не дає наслїдків. Уживаючи свого засобу вилущення, автор дістав добрі наслїдки.

Попов. Ужиток іхтіола при атрофії n. opticí. Автор бачив при ужитку іхтіола при заслабленню дна ока теж при атрофії nervi opticí (нерва зірного) підвисшеннє остроти зору і затриманнє процеса in statu quo.

Волков. Визволеннє зїньки (зрячки) при synechiae posteriores-corelysis. Автор радить уживати при деяких synechiae posteriores розривання дісцігіонною голкою. Але з дебатів стало ясним, що операция ся небезпечна і не досягає мети.

Волков. До питання про ентоптичні з'явища. Опріч звичайних ентоптичних з'явищ, коли дивити ся у просторінь, не фіксіруючи очий на якому небудь пунктї і цїлком розслабивши аккомодацию, можна побачити круглу туманну пляму, схожу на хмару з пороху, що не має виразних меж. Діаметр (промір) плями сантім. 40—50, віддаль од ока метрів 12. В серединї сеї плями видно прозорий кружечок, але з більш виразними межами. По усї плями з центра проходять темні, зігнуті пасма, дуже подібні до кровяних жил pupillae n. optici і retinae. Усе се нагадує pupil. n. opt. разом з кровяними жилами retinae. Коли зачинити очі рукою і трохи надушити на них, або, й цїлком не надавлюючи, дивити ся в цїлком темну, зачинену руками просторонь, то можна побачити ясну пляму, дуже схожу на те світло, що утворюєть ся в оцї при електризациї голови ґальваничним током. Потім з'являєть ся кружечок з доволї ясними межами сїрого кольору, з трохи примітним червоним відтїнком. Кружечок сей оточено темним тлом, що на йому видно темні, тонкі, звернені пасма, що переходять на кружечок і там перехрещують ся. Значить і тут видно пляму, яка схожа з pupil. n. opt. і кровяними жилами retinae.

Волков. Зонд á demeure з олова при курованню canal. naso-lacrimalis.

Коган. До операциї завернутої повіки. Автор рекомендує свій засоб, який йому все давав гарнї наслїдки.

Секция дерматольоґічна і венеричних хороб.

Тарновський. Серотерапія сіфілїса. Серотерапію при сіфілїсі доси було ужито так: інецировано було сіфілїтикам сироватку ягняти, теляти, собаки; інецірована сироватка слабих з ґумозного і секундарного періода, теж од дїтий, що дістали сіфілїс у спадщину; інецировано сироватку тварий, що їм попереду прищіплював ся сіфілїс сироваткою слабих первістного або секундарного періода, теж брудом ріжних сіфілїстичних болячок. Але усї сї змагання не дали позітивних наслїдків. Хоч твердо встановлено факт, що нема тварий, на яких, прищіпивши сіфілїс, сей процес розвивав ся б, але усе таки у лошат послї прищепки сіфілїса в ріжних орґанах можна констатувати переміни схожі з сіфілїстичними перемінами у людий. Се дає надію скористувати ся лошатами в серотерапії

сіфілїса. Маючи згадані в горі спостереження в лябораториї автора прищіплено було багато раз тром лошатам сіфілїс і з їх випущено було крови на сироватку.

Але інекция такої сироватки цїлком не виявила вплива на сіфілїс. Через се автор, думаючи, що меркурий впливає не руйнованнєм або нейтралїзациєю сіфілїстичної отрути, а підбудженнєм відпору слабого орґанїзма, зробив переміну в способах досягнення антітоксичної сироватки. Він вводив в кров тварям меркурий (ртуть), які до визначеного ступня реаґують на щепіннє сіфілїса і сим сподіваєть ся зробити їх сироватку (сировать) більш впливовою на сіфілїс людини. Але наслїдків сього способу він не опублїкував, обіцяючи зробити се дуже незабаром.

Лурве. Вплив інекций кровяної сироватки (сировати) коней на склад крови у людий. Автор не бачив жадного позитивного впливу сироватки у людий.

Нікольський. Випадок тяжкого ґальопуючого сіфілїса з довгою пропасницею.

Миронович. Виділеннє меркурия потом. Меркурий виділяєть ся потом, хоч деякі автори не згоджують ся з сим, виділяєть ся він далеко енерґічнїйше, анїж то думали раннїш.

Нікольський. До питання про боротьбу з сіфілїсом в Росиї. Автор радить, аби боротьба з сіфілїсом провадила ся з більшим успіхом, то треба, щоб земства мали теж специялїстів сіфілїдольоґів.

Семьонов. До патольоґії мультіплїкарної піґментної ідіопатичної саркоми шкіри.

Манасеін. До питання про діткливість шкіри. Через живу шкіру без виразок при звичайних засобах фрікций масти не проходять. Масть при звичайних засобах фрікций входить на ріжну глибину в волосяні мішечки.

Петерсен. Про сіфілїстичні заслаблення горла. Треба сіфілїдольоґам збирати систематичну статистику сіфілїстичних заслаблень горла, бо сучасна не дає певних дат. Erythema syphiliticum laryngis не єсть специфічне з'явище, бо вона однаково часто трапляєть ся при syphilis recens і s. recidiva. Папули laryngis при рецідивах трапляють ся 4 рази частїйше, анїж при сьвіжому сіфілїсі.

Ліндстрем. До питання про molluscum cantagiosum. Автор говорить про випадок molluscum contagiosum, що йому трафив ся, і схиляєть ся до тих, що визнають паразитарне походженнє сеї хороби.

Нікольський. Pemphigus foliaceus Cazenavi.

Течію хороби треба уявити собі так: зпочатку слабшає звязок між роговим і зернистим шаром шкіри, яке є наслідком трофічного розладдя у всій шкірі. Поки се ослабленнє не велике, на шкірі може не бути нїяких перемін, коли-ж воно більшає, то вже звичайне надушіннє споводує оддїленнє рогового шара і невелика кількість лїмфи підіймає епідерміс у вигляді пухиря. Далї прилучають ся секундарні переміни: шкаралупки, луска, шматочки рогового шара. Значить осередком ваги при сїй хоробі є оддїленнє рогового шара, а не утвореннє пухирів, через те хоробу треба називати Veratolysis universalis.

Миронович. Інекциї меркурия при курованню сїрчаними купелями в Пятіґорскі. Автор каже, що інекциї меркурия під шкіру особливо помагають при курованню сїрчаними купелями.

Кудіш. Видїленнє меркурия мочею при введенню її в вени. Меркурий виділяєть ся при введенню в вени скорійше, як при решті методів.

Коппель. Росповсюдженнє лепри і боротьба з нею в Прибалтийському краю. В Прибалтийському краю багато є лепрозних, для боротьби з хоробою улаштовано коло Дорпата лепрозерию на 20 ліжок.

Нікольський. Трофічні виразки шкіри при заслабленню caudae equinae. Діаґнозуєть ся хороба на підставі паралїча і пареза чутливости (вразливости) в місцях, що інервують ся з plex. sacralis. Хороба у дївчини 24 років, почалась 13 років назад. Виразки на пятах, голїнях, бедрах не ятрять ся, утворяють ся з пухиря і загоюють ся з утвореннєм значного рогового шара.

Ліндстрем. До патольоґічної анатомії склеродермії. З початку хороби у пацієнтки 42 р. на обох ступнях почало дуже свербіти і мокріти, потім почало твердішати на лївій нозї, а далї на правій, потім хороба заняла ноги, нижню частину живота і т. и. У слабої свербить і терпне шкіра, болить спина. Рефлєкси підвисшені. Нема тактільного почування на ступенях і в серединї третинї голені, почуваннє тепла дуже підвисшено на склеродермичних місцях, на усьому лївому боцї тїла зменьшена електрошкіряна і електроболева чутливість. При мікроскопному дослїдженню вирізано шматки шкіри: роговий шар не товстий, зернистий і мальпіґієвий шари мало примітні, міжсосочкового продовження епітелія майже не примітно. Сосочки мало виступають, а то їх і зовсїм не видно. Волокна з'єднуючої ткани сочії товсті; скрізь примітно натовп молодих клїтинних елементів круглої і веретенча-

тої форми. Стінки артерий і вен товстїйші, як при нормі, од розростання тканевих елементів, часто вони заперті од розростання ендотелія. При дослїдженню елястичности ткани після Taeuzer-Unn'a стало видно, що з початку склеродермії утворяєть ся багато елястичних елементів, хоч в других місцях вони щезають. Ся хороба єсть ангіоневроз.

Боровський. Статистика сіфіліса і венеричних хороб в війську київської військової округи з 1889 по 1893 р. В київськім окрузї хорувало на сї хороби більш 125 солдат, і на тисячу припадало 35 сіфілїтиків і венериків.

Секция гиґієни і судової медицини.

Шперлінґ. Популяризация щепіння віспи. Автор каже, що для популяризациї щепіння віспи треба навчити священиків, учителїв, учеників в школах щепінню. Теж при шпиталях одкрити курси і улаштувати телятник.

Чиж. Підданнє гадки і злочиньство. Злочиньство не можливе під впливом піддання гадки для дужих псіхічно. Теоретично треба допустити можливість злочиньства під впливом піддання гадки для деяких слабих. Але на суді не треба виставляти злочиньства, як наслїдки піддання гадки, треба тільки довести на суді, що даний суб'єкт не зовсїм нормальний, тодї буде однаково для суда, під якими впливами зроблено злочиньство, бо легке підданнє гадки легко сімулювати на суді і се може дати можливість ріжним шантажистам користувати ся сим, як доказом своєї невинности.

Соколовський. Лїкарі вільні практики ex officio в ролї судових лїкарів. Треба кого небудь з лїкарів — практиків вибирати за помічника повітового лїкаря, визначивши їм удержаннє. За кожде огляданнє лїкареви платити, чого нема тепер.

Бєлоусов. Переміни хемічного складу ґрунта, угноєного мійським сміттєм, під впливом культур і ріжних натуральних факторів. Кількість орґанїчних материй швидко росте і залежить од кількости і властивости сміття. Але у Тулї, не вважаючи на множество сміття, що вивозилось на асанїзацийні поля (2 500 бочок на десятину), кількість орґаничних материй не досягала того ступеня, який було знайдено для ріжних иньших міст. Орґаничні материї швидко на полях розкладають ся і розклад сей має характер скиснення. Показчиком розкладу углевих складовин є хутке наростаннє углекислих солий. Показчиком розкладу азотних складовин є зменшеннє загальної кількости азота, бо аналїзом не знаходять ся азотні продукти розкладу; вони певно вимивають ся во-

дою. Розклад орґанїчних материй переважно утворяєть ся під впливом натуральних чинників: повітря, тепла, мікроорґанїзмів і т. и., культивоване ростин сприяє розкладу, але не відограє у сьому процесї важної ролї. Швидкий розклад можна з'ясувати тим, що мійське сміттє уже значно розложило ся, поки ще навіть не попало в ґрунт. Розклад буває цїлковитий до Co_2,H_2O, перемежних продуктів дуже мало. Дуже сприяє розкладу оранка поля (аеразия), на один шматок випускало ся умисно дуже багато сміття, але аналїз не виявив присутности великої кількости орґанїчних материй, бо сей кавалок часто орали.

Бєлоусов. Схема ріжних засобів каналїзаций для невеликих міст. При сучасних економічних обставинах каналїзацию не має змоги запровадити більшість російських міст і місточок. Для оздоровлення таких міст потрібно знищити помийні і вигребні ями (смітники) і замінити їх підземними збірателями (прієвник). Бочечна сістема і сістема сухої ассенїзациї найбільш придатні для таких невеликих міст, бо рідко сміттє можна спускати тутже в оселї на городи (на чоловіка потрібно од 20—80 сяж. кв.) Тверді лишки легко вивозити, коли їх оддїлено вже од рідких. Часте оранне найкраще мінералїзує орґанічні лишки.

Фадєєв. Каналїзация Київа.

Воскресенський. Ассенїзация і каналїзация Київа.

Розанов. Каналїзация Ялти.

Прожийко. Щепіннє віспи в Київський ґуб. за 10 років.

Сервічковський. Бажані переміни в становищі судово-медичної справи.

Беллін. Принесеннє людий в жертву у Вотяків. Вотяки обвинувачували ся у тому, що вони убили одного жебрака і тельбухи (тенеса) його спалили перед своїми богами. Але дослїди автора довели, що тельбухи з трупа було вийнято кілька тижнїв послї того, як у жебрака відтято було голову. Значить, се не було рітуальним душегубством, бо Вотякам потрібні тільки сьвіжі тельбухи. А характерні для жертвоприносин Вотяцьких розрізи було зроблено умисно, аби обвинуватить нещасних Вотяків.

Беллін. Будова Vaginae і hymen'a в їх безпосередному взаємному звязку.

Сервічковський. Про хиби судово-медичної експертизи.

Беллін. Про розширеннє проґрами судової медицини на правничих виділах.

Колєсніков. Глухонімота з судово-медичного погляду.

Секция суспільної медицини.

Левицький. Неземська медицина. Неземська медицина не задовольняє потреб мешканців, через малу кількість лікарів (два на повіт). Дуже розвинений фельдшерізм. Опріч того недостача ліків зменьшає можливість допомагати людям. Напр. для боротьби з холерою лікареви Шіперовичу було дано: Сублімата 30.0; карболевого квасу 720.0; I-rae valerian. 8.0; Gutta Inosemcevi 20.0. Материяльна незабезпеченість медичного персонала примушує його шукати иньших джерел до зарібку. Урядова формалістика затрудняє штучно працю лікарів і взагалї гальмує справу. Доб е те в неземській медицинї се істнованнє невеликих шпиталів в кожному участку. Через се автор пропонує просити уряд о запровадженнє земства в неземських ґуберніях, а коли се неможливо, то прохати о побільшеннє лікарських пунктів, кількости ліків, удержання медичного персоналу. Теж треба улаштувати повітові медичні ради, що малиб право улаштовувати медичний уклад відповідно місцевим умовинам, маючи на се визначені кошти. Прохати аби лікарі мали право голоса, при рішенню усїх питань, що стосують ся до здоровля суспільства.

Татаров. Селянська медицина в Подольській ґуб. з часу закона 24 квітня 1887 р. справа стоїть також погано, як і скрізь. Як і в попередньому відчитї, автор визнає потребу побільшення коштів на селянську медицину, побільшити персонал і передати кошти з ґуберньского розпорядительного комітета в врачебне отдїленнє.

Омеляновський. Хиби неземської медицини. Автор констатує майже ті самі хиби і бажає тих самих перемін в орґанїзациї, як і попереднї два автори.

Гукович. Про орґанїзацию земських лїкарських курсів у Москві. Аби задовольнити потребам земських лїкарів, що їх командирують земства на практики, треба орґанизовати курси в Москві, бо петербурґські не можуть задовольнити усїх потреб.

Жбанков. Деякі порівнуючі дати про земську і неземську медицину.

Жбанков. Мети ґуберніяльних земських медично-статистичних видїлів. Медично-статистичний видїл потрібен до дальшого розвитку земської лїкарсько-санїтарної справи в ґуберниї. Мети видїлу повинні бути у тому: орґанїзация санїтариї, запровадженнє медично-статистичних праць і практичних санїтарних заходів через особливих лїкарів, а почасти і через участкових, провадженнє усїх земських лїкарських справ, загальних для усїєї ґуберниї. Бюро повинно мати

досить коштів. Інститут санїтарних лїкарів повинен складати неминуче продовженнє дїяльности бюра.

Рашкович. До питання про догляд над підкинутими дїтьми. В приютах смертельність дїтий була ранїйш 100%—75%. Тепер хитаєть ся од 51·7% до 13·8 (у Петербурзї). Закони, що відносять ся до догляду підкинутих дїтий потрібують багато перемін. Далї автор застановлюєть ся на ріжних засобах, що ними можна полїпшити долю підкинутих дїтий.

Горохов. До питання про сіфілїс. Аби боротьба з сіфілїсом була успішна, потрібно зменшеннє радіуса лїкарського участка. В земських шпиталях для сіфілїтиків треба мати ізольовані помешкання. В селах постерігаєть ся побільшеннє кількости сіфілїстичних сїмей і окремих сіфілїстиків. Стаціонарний устрій медицини з невеликими радіусами участків, є одною з перших умовин до систематичної терапії сіфілїса, до певної реґістрациї сіфілїстиків і до вивчення впливу сіфілїса на мешканцїв. Амбуляторний і госпітальний спосіб курования не можуть дати наслїдків без підвисшення культурности мешканцїв. Треба улаштувати систематичний лїкарський догляд там, де істнує натовп робочих. Рух сіфілїса по селах може бути з'ясований тільки посїмейним записом, що довжить ся багато років.

Авсєєв. Про санїтарний догляд за початковими мійськими школами з боку товариства лїкарів в Курску.

Санїтарний догляд над початковими школами, в звязку з дослїдженнєм учеників, повинно складати одну з головних мет лїкарських товариств. Мети догляду: ізоляция слабих на інфекційні хороби, усуненнє злих умовин шкільної обстанови, можливість медичної запомоги бідним недужим школярам. Дослїдженнє фізичного розвою учеників і тих умовин, що перешкоджають йому. Таке дослїдженнє почасти з'ясовує санїтарні обставини усїх мешканьцїв. Санїтарний догляд зближає лїкарів з школярами, робить у остатнїх довірє до медицини, через се потім можливо буде здїйснити у житю ріжні вимагання гиґієни, яким тепер стоїть на перешкодї загальна темнота і ворогуваннє до лїкарів.

Яковенко. Про потребу полїпшення догляду за божевільними. В Росиї божевільних 2—3 на 100. Закон примушує приймати в шпиталї усїх божевільних, але у земств на се не вистарчає коштів. Через се шпиталї повні хронїками, що їм навіть не дуже потрібен шпиталь, а острі слабі сидять часто по селах на ланцухах, бо їх приняти у шпиталь через недостачу місця не можна. Через те

земства повинні статистикою доповнити ся, скільки між божевільними є таких, що їх дійсно треба куровати в шпиталях і улаштувати на ту кількість земські псіхіатрічні заклади; слабих повинен приймати у заклад псіхіатр після власного вибору.

Хіжін. Сіфілїс серед селян. — Автор стоїть за те, що одиноким рациональним засобом довідати ся про кількість сіфілїстиків є доброхотний огляд усїх мешканців. Головним джерелом сіфілїса суть селянські слабі в конділоматозному періодї, а не жовнїри та захожі робітники. Головні засоби боротьби суть переміна умовин селянського життя і побуту і підвисшенє культурности, популяризация наукових питань про сю хоробу. Запровадженнє стаціонарної сістеми курування з побільшеннєм кількости лїкарів і при них шпиталїв з великими амбуляториями. Радіус участка не повинен бути більше 15 верст. Запровадити при стаціонарних земських шпиталях видїли для сіфілїстиків. За курованнє сіфілїстиків гроший не брати. До сих слабих не уживати жадних репресий.

Долженков. Про виданнє Російського Епідеміольоґічного Листка. Аби з успіхом бороти ся з пошестями, аби концентрувати на потрібних місцях сили, потрібен напрямок руху і розповсюдженнє пошестей. Се досягаєть ся епідеміольоґічним листком, який повинен бути широко розповсюдженний. Виданнє такого листка повинно взяти на себе товариство російських лїкарів.

Дмітрієв. Платня за курованнє тубольцїв і прийшлих. За курованнє тубольцїв і прийшлих грошвй брати не можна. Податки на медицину з селян, як самої біднїйшої частини мешканцїв, треба скасувати. Не можна лишити курованнє робітників на обовязку фабрикантів, маючи на увазї санїтарні мети. Податки на шпиталї з прийшлих робітників дуже важкі для останнїх і не вертають видатків на курованнє. В курованню прийшлих повинні брати участь фабриканти, місцеві суспільні заклади і заклади тих міст (місць), звідки прийшов робітник. Опріч курування прийшлих робітників їх родини потрібують підтримки на випадок хороби і смерти робітників. Аби досягнути сї мети, треба улаштовати: державну асекурацию робітників з участию уряду, земств, дум, фабрикантів, дїдичів, підрядчиків і иньших предприємцїв, теж самих робітників. З сих капіталів вертались би кошти шпиталям і видавались би гроші слабим і їх сїмям.

Корчак-Чепурковський. Ступінь придатности метричних дат про смертність до мет вивчення епідемій по селах Росиї. Метричні записи, правильно ведені, моглиб дати можливість вивчення течії пошестий на великих териториях. Вивченнє епідемій по ме-

тричним записам допроваджує до встановлення для окремих пошестий специфічних властивостей в розкладі загальної смертности після місяців року, після віку вмерлих і т. и. а се дає можливість означити присутність і род пошести на підставі невеликої кількости елементів, що їх треба обробити. Ступінь певности записів не однаковий в ріжних частинах Росиї. Певність ся виростає відповідно розширенню лїкарської помочи селянам. Було б важно вияснити ступінь певности записів для ріжних районів (округів).

Лебедєв. Ґубернське земство і його обовязки, що до улаштовання земської медицини в повітах.

Яковлєва. Доклад комісиї для шкільної гіґієни і розповсюдженню гіґієнічного знаття в народі. Автор перелїчує брошури, які представлено в комісиї і дає теми з гіґієни на брошури, що їх треба ще написати для народа.

Тєзяков. Про орґанїзацию лїкарсько-годувальних пунктів для робітників хлїборобів, що приходять на заробітки з чужих міст. Аби хоч трохи уреґульовати положеннє робітників хлїборобів, улаштовано року 1894 особливу комісию мінїстром внутрішнїх справ, яка звертала увагу на економічний і санїтарний бік питання. Для сього було командировано д. Пономарьова в південні ґубернії і між ними в Херсонську. Улаштованнє руху робітників хлїборобів можна досягнути з погляду референта поліпшеннєм міст (місць), де наймають ся робітники і широкому оголошенню цїн найма робіт. Першої мети можна досягнути: збудованнєм на містах (місцях) найма будівль з дахами, де моглиб робітники знайти захист од негоди, дешеву їжу і добру воду, улаштуваннє амбуляторий для слабих. Питаннє про рух робітників було зачіплено на V Пироговському з'їзді а теж на IX натуралїстів і лїкарів; на останньому було постановлено прохати статистичний видїл московського юридичного товариства розробити проґраму до дослїду руху робітницького. Така цїкавість сим питаннєм досить зрозуміла, бо від його залежить доля мілїонів. Теперішнїй з'їзд повинен постановити рішеннє сього питання, яке булоб найпевнїйшою підставою для праць урядових комісий. Найкращим обєктом до дослїду може бути харківська ґубернія, де робітницький рух самий інтензивний. Так 1886 року санїтарна земська орґанїзация включила в проґраму своїх праць вивченнє значіння мандрівцїв робітників в справі міского заслаблення, а 1887 року можна було видїлити на підставі особливої реґістрациї з загальної кількости слабих кількість хороб захожих робочих. Далї було дослїджено санїтарне становище робітників по економіях і усїма сими засобами було констатовано, що захожі робітники слабують найбільш, рівня-

ючи до иньших професіональних ґруп і виявилась потреба особливих засобів, аби запобігти розповсюдженню пошестий серед захожих робітників зглядно до особливостий їх побуту. Земство р. 1892 на підставі сих дослїдів постановило: реґістровати робітників, улаштувати захисти, дешевих столових і неплатної медичної запомоги. За чотиролїтнє істнованнє таких пунктів в херсонській ґуб. систематично було зареєстровано 200.000 робітників, медичної запомоги удїлено 20.000 і було видано 160.000 дешевих обідів. На деяких місцях найма робітників побудовано будинки до захисту робітників. Теж було з'ясовано умовини побуту сих мандрівцїв. Статистика ся показує, що 70% йде на заробітки пішки, з їх хиба $^1/_4$ має підводи, що на них їдуть пакунки і зовсїм слабі робітники. Таким способом на дорогу тратить ся безлїч часу, пересїчно 10 днів на чоловіка. Іде на заробітки безчисленний пролетаріят. Доставшись до місця найму робітник не може бути певним, що його зараз наймуть, бо в урожайні роки завжди робітників більше анїж звичайно. На заробітки усе більше тепер іде жінок — 26% та дїтий, праця яких замінює працю дорослого чоловіка через те, що тепер скрізь понаставали усякі машини. Найбільше захожі робітники слабують на thyph. abdominal і exantemat., дізентерию, грипи, на f. intermit., сіфілїс найбільш заразливих форм і так первістна виразка попадаєть ся в $^1/_3$ випадків. Більш хороб легких, шлунків, анїж у сталих робітників, багато хороб на очі. Взагалї навіть поки робітник дойде і найметь ся, то од одної дороги захорує 10%. Взагалї робітники руйнують своє здоровлє, виходячи на заробітки, псують ся морально, опріч того шкодливо впливають на здоровлє тубольцїв Херсонщини, розповсюджуючи і між ними усякі хороби. Орґанїзация догляду над робітниками в Херсонському земстві поліпшує умовини побуту робітників, бо дає спромогу їм мати добру дешеву їжу і медичну запомогу, з другого боку забезпечає тубольцїв од усяких пошестий. Взагалї ходить на південь на заробітки 3.000.000 людий, йдуть переважно з Курської, Орловської, Тульської, Рязанської, Нижегородської, Пензенської, Воронежської, Казанської, Сімбірської, Харковської, Полтавської, Київської, Подольської, Волинї, Чернигівщини. Але не вважаючи на таку масу людий иньші земства опріч Херсонського не орґанізували систематичної запомоги робітникам. Після рахунку Крамаренка в південних губ., рівняючи до решти Росиї на весну припадає дуже малий % родин, навіть по зменшенню відсотки його можна дізнати ся про розповсюдженнє виходу на заробітки. Нарештї треба звернути увагу на становище робітників по економіях, бо в законї не вказані обовязки хазяїнів, че-

*

рез се тільки деякі з них курують робітників, а то більшість лишає без усякої помочи. Вкінци автор звертаєть ся до з'їзду з проханнєм звернути увагу на робітниче питаннє півдня і постановити на оборону міліонів такі рішення. Треба аби суспільні і урядові заклади раз-у-раз досліджували умовини побуту робітників, що вийшли на заробітки. Скрізь треба улаштовати пункти до медичної запомоги і дешевого харчування. Прохати уряд про поліпшеннє переїздів для робітників на зелїзницях і пароходах і щоби в дорозї давалась їм за дармо добра вода; теж визнати великі хлїборобські економії промисловими закладами і на підставі сього поставити їх під лїкарсько-санїтарний контроль.

Тєзяков. Про забезпеченнє робітників-хлїборобів од калїчення хлїборобськими машинами.

Останнїми часами по економіях машини випирають людську працю. Але машини сї збудовано без самих примітивних апаратів, які забезпечалиб од небезпечних частий машини, через що а також через брак елєментарної знаємости з улаштованнєм машини, безлїч робочих калїчить ся машинами. Через те треба конче реґіструвати таких калїчених, треба щоб уряд доповнив закони про найманнє сїльських робітників таким способом, щоби можна було уживати тільки безпечні машини і аби покалїчені не з своєї провини робітники мали право на пенсію од хазяїна.

Секция питань лїкарського побуту фабричної, морської і т. и. медицини.

Еберман. Про запровадженнє мінїстерства народного здоровля.

Соколов. Чи має право лїкар робити операцию дитинї, не спитавшись батьків її.

Шінгарев Про вільну практику на селах. Вільна практика на селї в деяких випадках виявилась можливою і вона розівєть ся і буде підтримувати земську медичну орґанїзацию. Вона може з поспіхом розвити ся, коли її будуть підтримувати селянські громади та земства.

Океман. Про незаконне курованнє.

Вакуловський. Про виданнє творів Пирогова і його біоґрафії.

Вакуловський. Значіннє просвіти для зменшення заслаблень і смертности.

Троїцький. Хиби російського санїтарного законодавства.

Гуревич. Про незавидне становище лїкаря.

Жбанков. Кілька слів про товариство до побільшення коштів жіночого медичного інститута.

Соломка. Кількість гриж в військах київської округи.

Соломка. Про штучні грижі у рекрутів.

Глоба пропонував замінити сучасну амуніцию салдатів на таку, яка б підлягала більш кольору місцевости і таким способом оборонювали од ворогів і уложену на тїлї так, щоб центр ваги припадав на os sacrum (крижницю), ослобонивши груди.

Юркевич. Сточні води південного західного края. Санїтарне становище сїл і місточок південно-західного краю, дякуючи забрудненню води і повітря почасти самими мешканцями, а головним робом цукроварнями і горальнями дуже погане. Потрібні переміни в російському законодавстві, деб точно було вказано на процентний склад течей, що їх можна випускати в річки, стави і т. и., за виконаннєм постанов закона мусить бути пильний догляд. Цукроварні і горальнї не повинні випускати в воду своїх брудних течей.

Богословський. Про потребу перегляду закона про забезпеченнє медичної запомоги робітникам на фабриках і закона, що тикає увільнення слабих на заразливі хороби з фабрик.

Долгополов. Умовини працї на цукрово-рафінадних заводах. Продукция цукру дуже небезпечна і підточує здоровлє робітників, через що потрібно запровадити день працї в 8-м годин, що користно і для самих фабрикантів.

Фадієв. Про обеззараженнє фабричних відкидів полями орошення. Поля орошення для більшости фабрик єдиний можливий, дешевий а часто і користний засоб обеззараження.

Шперлїнґ. Про санїтарні непорядки на фабриках. Фабрики дуже часто не виконують санїтарних постанов уряду, через те треба для догляду за ними обрати особливий орґан, бо фабричні інспектори не мають змоги за усїм сим доглянути.

Погожев. Про порядок видачі дозволу на будованнє промислових закладів. — Про переміну сучасного порядка видання суспільних постанов для фабрик, заводів та иньших промислових закладів. — Про засоби до розвою фабрично-санїтарної технїки в Росиї.

Рутковський. Становище цукроварень в 5 повітах Подольської ґуб. р. 1894—95. Автор, фабричний інспектор, тенденцийно описував становище робітників на цукроварнях дуже добрим, що йому було доведено в дебатах.

Божко-Божинський. Про карткову систему відпорности в залізнодорожній медицині.

Маявко. Нарис лікарської діяльности на залізницях.

Взагалї з'їзд був багатий на доклади наукового характера і питання суспільного значіння, на жаль за недостачею місця ми не мали змоги подати зміст дебатів, які часто мали велику вартість.

АДРЕСА ТОВАРИСТВА:

Львів, улиця Академічна ч. 8.

ADRESSE:

Šewčenko-Gesellschaft der Wissenschaften, Lemberg, Akademiestrasse 8.

Ціна 3 корони.