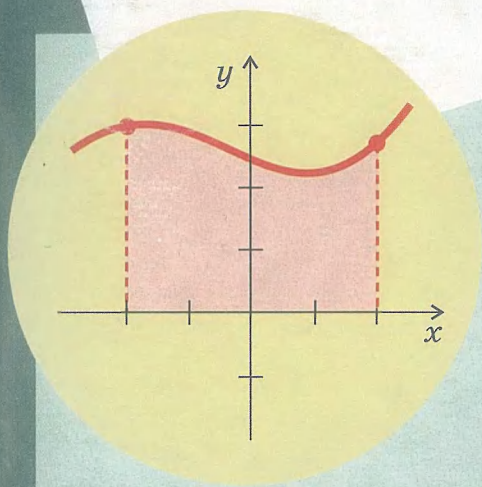


МАТЕМАТИКА

Самостійні
та контрольні роботи



А. П. Єршова
В. В. Голобородько

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗА

10-11 клас

А.П. Єршова, В.В. Голобородько

**САМОСТІЙНІ
ТА
КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ
З АЛГЕБРИ
ТА ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ
ДЛЯ 10–11 КЛАСУ**

Різнорівневі дидактичні матеріали

«Гімназія» Харків

2008

Посібник містить самостійні на контрольні роботи з усіх найважливіших тем курсу алгебри та початків аналізу 10–11 класу.

Роботи складаються з 6 варіантів трьох рівнів складності.

Дидактичні матеріали призначені для організації диференційованої самостійної роботи учнів.

Передрук окремих розділів і всього видання — заборонено.

Будь-яке комерційне використання цього видання можливе лише з дозволу авторів

Рецензенти:

Ю.В. Гандель, доктор фізико-математичних наук,
професор Харківського Національного університету,
відмінник освіти України

О.Ю. Харик, Соросівський учитель, учитель-методист,
викладач математики фізико-математичного
ліцею № 27 м. Харкова

Художник-оформлювач *М. Л. Курдюмов*

ЄРШОВА Алла Петрівна
ГОЛОБОРОДЬКО Вадим Володимирович

Самостійні та контрольні роботи
з алгебри та початків аналізу
для 10–11 класу

Відповідальний за випуск *К. П. Бондаренко*
Комп'ютерна верстка *С. І. Удалов*

ПЕРЕДМОВА

Основні особливості запропонованого збірника самостійних та контрольних робіт:

1. Збірник містить повну добірку самостійних та контрольних робіт з усього курсу алгебри 10–11 класу, як основного, так і поглибленого.
Контрольні роботи розраховані на один урок, самостійні роботи — на 25–40 хвилин, у залежності від теми та рівня підготовки учнів.
2. Збірник дозволяє здійснити диференційований контроль навчальних досягнень, оскільки завдання розподілені за трьома рівнями складності А, Б і В. Рівень А відповідає обов'язковим програмним вимогам, Б — середньому рівню складності, завдання рівня В призначені для учнів, які виявляють підвищений інтерес до математики, а також для використання в класах, школах, гімназіях і ліцеях з поглибленим вивченням математики. Для кожного рівня наведено 2 розміщених поруч рівноцінних варіанти (як вони зазвичай записуються на дошці), тому на уроці достатньо одної книги на парті.
3. Як правило, на одному розвороті книги подаються обидва варіанти всіх трьох рівнів. Завдяки цьому учні можуть порівняти завдання різних рівнів і, з дозволу вчителя, обрати придатний для себе рівень складності.
4. До книги включено домашні самостійні і практичні роботи, які містять творчі, нестандартні задачі з кожної з розглянутих тем, а також завдання підвищеної складності. Ці завдання можуть в повному обсязі або частково пропонуватися як додаткові завдання при проведенні контрольних робіт. За бажанням вчителя виконання кількох або навіть одного з таких завдань може оцінюватися найвищою оцінкою. Відповіді до контрольних і домашніх самостійних робіт подаються в кінці книги.
5. Тематика та зміст робіт охоплюють вимоги діючих програм з алгебри та початків аналізу для 10–11 класу. Для зручності користування книгою подається таблиця тематичного розподілу робіт за підручниками М. І. Шкіля, В. І. Слєпкань та О. С. Дубинчук (для масової школи) та М. І. Шкіля, Т. В. Колесник і Т. М. Хмари (для поглибленого навчання).

С-1. ОЗНАЧЕННЯ ТА ВЛАСТИВОСТІ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ. ГРАДУСНА ТА РАДІАННА МІРА КУТА*

Варіант А1

1. Обчисліть:

а) $2 \cos 60^\circ - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$;

б) $\sin(-420^\circ)$.

2. Порівняйте значення виразів:

а) $\sin \frac{8\pi}{7}$ і $\cos 90^\circ$;

б) $\sin \frac{\pi}{2}$ і $\frac{\pi}{2}$.

3. Знайдіть найбільше та найменше значення виразу

$0,5 \cos \alpha + 2$.

Варіант А2

а) $\operatorname{ctg} 45^\circ - 2 \sin \frac{\pi}{6}$;

б) $\cos(-750^\circ)$.

а) $\cos \frac{4\pi}{7}$ і $\sin 180^\circ$;

б) $\frac{\pi}{3}$ і $\cos \frac{\pi}{3}$.

$3 \sin \alpha - 1$.

Варіант Б1

1. Обчисліть:

а) $2 \cos 30^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ - \sin \frac{3\pi}{2}$;

б) $\frac{\sin 390^\circ - \sin(-390^\circ)}{\operatorname{tg}(-765^\circ)}$.

а) $2 \sin 60^\circ \operatorname{tg} 30^\circ - \cos \pi$;

б) $\frac{\operatorname{ctg} 405^\circ - \operatorname{ctg}(-405^\circ)}{2 \sin(-750^\circ)}$.

2. Порівняйте значення виразів:

а) $\cos \frac{25\pi}{13} \operatorname{tg} \frac{11\pi}{10}$

і $\sin(-330^\circ) \operatorname{ctg} 100^\circ$;

б) $\cos 2^\circ$ і $\cos 2$.

а) $\sin 1,2\pi \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{7}$

і $\cos(-300^\circ) \operatorname{tg} 110^\circ$;

б) $\sin 4$ і $\sin 4^\circ$.

* Автори звертають увагу на те, що роботи з тригонометрії за рівнем складності орієнтовані на учнів, які вивчали початки тригонометрії в 9 класі. Для учнів, які вивчають тригонометричні формули вперше, рекомендуємо добірку самостійних робіт, запропоновану в збірнику авторів для 9 класу.

3. При яких значеннях a можлива рівність

$$\sin x = a^2 + 1?$$

$$\cos x = -1 - a^2?$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Обчисліть:

а) $\sin(-45^\circ) \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} + \cos(-45^\circ) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}$;

а) $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \operatorname{tg} 45^\circ + \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \operatorname{ctg} 45^\circ$;

б) $\frac{\cos 540^\circ - \sin 810^\circ}{\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{2} - \operatorname{tg}\left(-\frac{9\pi}{4}\right)}$.

б) $\frac{\sin \frac{7\pi}{2} - \cos 6\pi}{\operatorname{tg} 540^\circ - \operatorname{ctg}\left(-\frac{9\pi}{4}\right)}$.

2. Порівняйте значення виразів:

а) $\sin 2 \cos 3 \operatorname{tg} 4$ і $\cos 5$;

а) $\cos 1 \operatorname{tg} 2 \operatorname{ctg} 3$ і $\sin 4$;

б) $\sin 200^\circ$ і $\sin(-200^\circ)$.

б) $\operatorname{tg}(-100^\circ)$ і $\operatorname{tg} 100^\circ$.

3. При яких значеннях a нерівність

$$\sin x \leq a^2 - a - 1$$

$$\cos x \geq a^2 - 3a + 1$$

справджується для будь-яких значень x ?

С-2. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ТОТОЖНОСТІ

Варіант А1

Варіант А2

1. Відомо, що

$$\sin \alpha = 0,8 \text{ і } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

$$\cos \alpha = 0,6 \text{ і } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

Знайдіть значення трьох інших тригонометричних функцій кута α .

2. Спростіть вирази:

а) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta$;

а) $\operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \beta - \sin^2 \alpha$;

б) $\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha} \cdot (1 - \sin^2 \alpha)$.

б) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

3. Доведіть тотожність:

$$\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha} = \operatorname{tg} \alpha.$$

$$\frac{1 + \operatorname{ctg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

Варіант Б1

1. Відомо, що

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4} \text{ і } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{3} \text{ і } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

Знайдіть значення трьох інших тригонометричних функцій кута α .

2. Спростіть вирази:

$$\text{а) } \frac{1}{\sin^2 \alpha} - \operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \beta;$$

$$\text{а) } \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \beta;$$

$$\text{б) } (\operatorname{ctg}^2 \alpha - \cos^2 \alpha) \left(\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 \right).$$

$$\text{б) } (\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1 \right).$$

3. Доведіть тотожність:

$$\frac{\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha}{(1 - \sin \alpha)(1 + \sin \alpha)} + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

$$\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{(1 - \cos \alpha)(1 + \cos \alpha)} + 2 \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}.$$

Варіант В1

1. Відомо, що

$$25 \sin^2 \alpha + 5 \sin \alpha - 12 = 0$$

$$\text{і } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

$$25 \cos^2 \alpha - 5 \cos \alpha - 12 = 0$$

$$\text{і } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$$

Знайдіть значення чотирьох основних тригонометричних функцій кута α .

2. Спростіть вирази:

$$\text{а) } \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + \frac{3 - 3 \cos^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\text{а) } \cos^6 \alpha + \sin^6 \alpha - \frac{3 \sin^2 \alpha - 3}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha};$$

$$б) \operatorname{ctg}^6 \beta - \frac{\cos^2 \beta - \operatorname{ctg}^2 \beta}{\sin^2 \beta - \operatorname{tg}^2 \beta}.$$

$$б) \operatorname{tg}^6 \beta - \frac{\sin^2 \beta - \operatorname{tg}^2 \beta}{\cos^2 \beta - \operatorname{ctg}^2 \beta}.$$

3. Доведіть тотожність:

$$\frac{\sin \alpha - \cos \beta}{\sin \beta + \cos \alpha} = \frac{\sin \beta - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \beta}.$$

$$\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \beta + \cos \alpha} = \frac{\cos \beta - \cos \alpha}{\sin \alpha + \sin \beta}.$$

С-3. ФОРМУЛИ ЗВЕДЕННЯ. ФОРМУЛИ ДОДАВАННЯ

Варіант А1

Варіант А2

1. Обчисліть:

а) $\sin 300^\circ$;

а) $\cos 210^\circ$;

б) $\cos 62^\circ \cos 28^\circ - \sin 62^\circ \sin 28^\circ$.

б) $\sin 112^\circ \cos 22^\circ - \sin 22^\circ \cos 112^\circ$.

2. Спростіть вирази:

а) $\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\pi - \alpha)}$;

а) $\frac{\sin(2\pi - \alpha)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$;

б) $\frac{1}{2} \sin \alpha - \sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)$.

б) $\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha - \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

3. Доведіть тотожність:

$$\begin{aligned} \sin \alpha \cos 3\alpha - \cos \alpha \sin 3\alpha &= \\ &= \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 4\alpha \sin \alpha - \cos 4\alpha \cos \alpha &= \\ &= \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 5\alpha\right). \end{aligned}$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Обчисліть:

а) $\sin \frac{17\pi}{6} + \cos 240^\circ$;

а) $\cos \frac{10\pi}{3} + \sin 150^\circ$;

б) $\frac{\cos 52^\circ \cos 7^\circ + \sin 52^\circ \sin 7^\circ}{\sin 29^\circ \cos 16^\circ + \sin 16^\circ \cos 29^\circ}$.

б) $\frac{\sin 72^\circ \cos 12^\circ - \sin 12^\circ \cos 72^\circ}{\cos 18^\circ \cos 12^\circ - \sin 18^\circ \sin 12^\circ}$.

2. Спростіть вирази:

$$a) \frac{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)};$$

$$a) \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(2\pi - \alpha)}{\cos(\pi + \alpha)};$$

$$б) \sin(\alpha - 30^\circ) + \cos(60^\circ + \alpha). \quad б) \cos(60^\circ - \alpha) - \sin(\alpha + 30^\circ).$$

3. Доведіть тотожність:

$$\frac{\cos(2\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)} = \frac{\operatorname{tg} 40^\circ + \operatorname{tg} 5^\circ}{1 - \operatorname{tg} 40^\circ \operatorname{tg} 5^\circ}.$$

$$\frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{\operatorname{tg} 55^\circ - \operatorname{tg} 10^\circ}{1 + \operatorname{tg} 55^\circ \operatorname{tg} 10^\circ}.$$

Варіант В1**1. Обчисліть:**

$$a) \sin 530^\circ - \cos \frac{22\pi}{9};$$

$$a) \cos 770^\circ - \sin \frac{25\pi}{9};$$

$$б) \frac{\sin 21^\circ \cos 9^\circ + \cos 159^\circ \cos 99^\circ}{\sin 20^\circ \cos 10^\circ + \cos 160^\circ \cos 100^\circ}.$$

$$б) \frac{\sin 22^\circ \cos 8^\circ + \cos 158^\circ \cos 98^\circ}{\sin 23^\circ \cos 7^\circ + \cos 157^\circ \cos 97^\circ}.$$

2. Спростіть вирази:

$$a) \frac{\cos(\pi - \alpha) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha - \beta)} + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos(2\pi - \beta)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha - \beta)};$$

$$a) \frac{\sin(\pi - \alpha) \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)} + \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(2\pi + \beta)}{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \beta\right)};$$

$$б) \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) + \cos^2 \alpha + \sin^2 \beta.$$

$$б) \sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) + \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha.$$

3. Доведіть тотожність:

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta + (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \cdot \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = 1.$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) = \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta.$$

С-4. ФОРМУЛИ ПОДВІЙНОГО ТА ПОЛОВИННОГО КУТА

Варіант А1

1. Обчисліть:

$$а) \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8};$$

$$б) 2 \cos^2 15^\circ \operatorname{tg} 15^\circ.$$

2. Знайдіть $\cos 2\alpha$, якщо

$$\sin \alpha = -0,6.$$

3. Спростіть вираз:

$$\operatorname{tg} 2\alpha \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{4 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}.$$

4. Доведіть тотожність:

$$\sin 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha = \cos 2\alpha \operatorname{tg} \alpha.$$

Варіант Б1

1. Обчисліть:

$$а) 4 \sin \frac{7\pi}{12} \cos \frac{7\pi}{12};$$

$$б) \frac{\sin 15^\circ}{\sin 5^\circ} - \frac{\cos 15^\circ}{\cos 5^\circ}.$$

2. Відомо, що

$$\cos \alpha = -0,28$$

і α — кут II чверті.

$$\text{Знайдіть } \sin \frac{\alpha}{2}.$$

3. Спростіть вираз:

$$4 \sin \alpha \cos^3 \alpha - 4 \sin^3 \alpha \cos \alpha.$$

Варіант А2

$$а) 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12};$$

$$б) 1 - 2 \sin^2 22^\circ 30'.$$

$$\cos \alpha = 0,8.$$

$$\frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot (1 + \cos 4\alpha).$$

$$\operatorname{ctg} \alpha - \sin 2\alpha = \cos 2\alpha \operatorname{ctg} \alpha.$$

Варіант Б2

$$а) \cos^4 \frac{5\pi}{12} - \sin^4 \frac{5\pi}{12};$$

$$б) \operatorname{ctg} 15^\circ - \operatorname{tg} 15^\circ.$$

$$\cos \alpha = 0,28$$

і α — кут I чверті.

$$\text{Знайдіть } \cos \frac{\alpha}{2}.$$

$$\frac{1 - 4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha - 1}.$$

4. Доведіть тотожність:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \cos 2\alpha.$$

$$\frac{\operatorname{tg} 2\alpha \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} 2\alpha - \operatorname{tg} \alpha} = \sin 2\alpha.$$

Варіант В1

1. Обчисліть:

а) $\sin 75^\circ \sin 15^\circ$;

б) $\left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12} \right) \times$
 $\times \left(\cos^3 \frac{\pi}{12} + \sin^3 \frac{\pi}{12} \right).$

2. Відомо, що

$$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \text{ і } 0 < \alpha < \frac{\pi}{4}.$$

Знайдіть $\operatorname{tg}(\pi + 4\alpha)$.

а) $\cos 15^\circ \cos 75^\circ$;

б) $\left(\cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right) \left(\cos^3 \frac{\pi}{8} - \sin^3 \frac{\pi}{8} \right).$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ и } 0 < \alpha < \frac{\pi}{4}.$$

Знайдіть $\operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} - 4\alpha \right).$

3. Спростіть вираз:

$$\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} - \sin \alpha}.$$

$$\frac{\cos 4\alpha}{\sin 4\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha}.$$

4. Доведіть тотожність:

$$\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} 2\alpha = \frac{1}{\sin 2\alpha}.$$

$$1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{1}{\cos 2\alpha}.$$

С-5. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФОРМУЛИ ПЕРЕТВОРЕННЯ СУМИ НА ДОБУТОК І ДОБУТКУ НА СУМУ

Варіант А1

Варіант А2

1. Перетворіть вираз

а) на добуток:

$$\sin 6\alpha - \sin 4\alpha;$$

$$\cos 7\alpha - \cos 3\alpha;$$

б) на суму:

$$\cos 3\alpha \cos 2\alpha.$$

$$\sin 5\alpha \cos 2\alpha.$$

2. Спростіть вирази:

а)
$$\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha}{\cos 3\alpha - \cos \alpha};$$

а)
$$\frac{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}{\sin 4\alpha - \sin 2\alpha};$$

б) $2\sin 35^\circ \cos 10^\circ - \sin 25^\circ.$

б) $\sin 25^\circ \sin 5^\circ - 0,5\cos 20^\circ.$

3. Доведіть тотожність:

$$\frac{\sin 4\alpha + 2\cos 3\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 4\alpha - 2\sin 3\alpha - \cos 2\alpha} = -\operatorname{ctg} 3\alpha.$$

$$\frac{\cos \alpha + 2\cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin \alpha + 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha.$$

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Знайдіть значення виразу, використовуючи подання тригонометричних виразів у вигляді

а) добутку:

$$\frac{\cos 18^\circ + \cos 42^\circ}{\cos 12^\circ};$$

$$\frac{\cos 29^\circ - \cos 91^\circ}{\sin 31^\circ};$$

б) суми:

$$\sin 105^\circ \sin 15^\circ.$$

$$\cos 75^\circ \cos 15^\circ.$$

2. Спростіть вирази:

а)
$$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right);$$

а)
$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right);$$

б) $2\cos(\alpha + \beta)\cos(\alpha - \beta) - 1 + 2\sin^2 \beta.$

б) $2\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta) + 2\cos^2 \alpha - 1.$

3. Доведіть тотожність:

$$\begin{aligned} \frac{2\sin 3\alpha \cos \alpha - \sin 2\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 6\alpha} &= \frac{2\cos 3\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha}{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha} \\ &= \frac{1}{4\sin \alpha \cos \alpha}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2\cos 3\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha}{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha} &= \frac{1}{4\sin \alpha \cos \alpha}. \end{aligned}$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Обчисліть:

а)
$$\frac{\sin \frac{7\pi}{18} - \sin \frac{\pi}{9}}{\cos \frac{7\pi}{18} - \cos \frac{\pi}{9}};$$

а)
$$\frac{\sin \frac{5\pi}{18} + \sin \frac{2\pi}{9}}{\cos \frac{5\pi}{18} + \cos \frac{2\pi}{9}};$$

- б) $\cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}$, якщо $\cos \alpha = 0,6$. б) $\sin \alpha \sin 3\alpha$, якщо $\cos 2\alpha = -0,8$.

2. Спростіть вирази:

а) $\frac{\sin 6\alpha - \sin 4\alpha + \sin 2\alpha}{4 \cos 3\alpha \cos 2\alpha}$;

а) $\frac{4 \sin 3\alpha \sin 2\alpha}{\sin 4\alpha - \sin 6\alpha + \sin 2\alpha}$;

б) $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \times$
 $\times (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$.

б) $(\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta) \times$
 $\times (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$.

3. Доведіть тотожність:

$$\frac{\sin A + \sin B}{\cos A + \cos B} = \operatorname{ctg} \frac{C}{2},$$

$$\frac{\cos A - \cos B}{\sin A - \sin B} = -\operatorname{ctg} \frac{C}{2},$$

якщо A, B і C — кути трикутника.

C-6*. ДОДАТКОВІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ЗАДАЧІ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Обчисліть, використовуючи множення та ділення на відповідний тригонометричний вираз:

а) $\sin 18^\circ \sin 54^\circ$;

а) $\cos 36^\circ \cos 72^\circ$;

б) $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$.

б) $\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5}$.

2. Спростіть вирази, використовуючи формули зниження степеня:

а) $\sin^2 \left(\frac{9\pi}{8} + \alpha \right) - \sin^2 \left(\frac{15\pi}{8} + \alpha \right)$;

а) $\cos^2 \left(\frac{3\pi}{8} - \alpha \right) - \cos^2 \left(\frac{11\pi}{8} + \alpha \right)$;

б) $\sin^2 2\alpha + \sin^2 \beta +$
 $+ \cos(2\alpha + \beta) \cos(2\alpha - \beta)$.

б) $\sin^2(\alpha + \beta) +$
 $+ \cos^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \sin 2\beta$.

3. Розв'яжіть нерівності, використовуючи тригонометричні перетворення:

а) $\cos(91^\circ - x) \cos x -$
 $- \sin(91^\circ - x) \sin x < 0$;

а) $\sin(179^\circ + x) \cos x -$
 $- \cos(179^\circ + x) \sin x > 0$;

$$б) x^2 + 2x \cos 3,5 \sin 0,5 - \\ - \sin 3 \sin 4 < 0.$$

$$б) x^2 - 2x \cos 6,5 \cos 0,5 + \\ + \cos 6 \cos 7 < 0.$$

4. Оцініть значення виразів,
використовуючи метод введення
допоміжного кута:

$$а) \sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha;$$

$$а) \sin 2\alpha + \cos 2\alpha;$$

$$б) 5 \cos 2\alpha + 12 \sin 2\alpha.$$

$$б) 7 \sin \alpha - 24 \cos \alpha.$$

5. Знайдіть значення виразів,
використовуючи універсальну триго-
нометричну підстановку:

$$а) \cos 2\alpha, \text{ якщо } \operatorname{tg} \alpha = -3;$$

$$а) \sin 4\alpha, \text{ якщо } \operatorname{tg} 2\alpha = 3;$$

$$б) \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \text{ якщо } \sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}.$$

$$б) \operatorname{tg} \alpha, \text{ якщо } \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = -\frac{7}{25}.$$

К-1. ПЕРЕТВОРЕННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ВИРАЗІВ

Варіант А1

Варіант А2

1. Обчисліть:

$$а) 2 \sin \frac{2\pi}{3} - \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6};$$

$$а) 2 \cos \frac{5\pi}{6} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{3};$$

$$б) \sin 56^\circ \cos 34^\circ + \cos 56^\circ \sin 34^\circ.$$

$$б) \cos 111^\circ \cos 69^\circ - \sin 111^\circ \sin 69^\circ.$$

2. Відомо, що

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Знайдіть $\sin 2\alpha$.

Знайдіть $\cos 2\alpha$.

3. Спростіть вирази:

$$а) \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha - \frac{1}{\cos^2 \alpha};$$

$$а) \operatorname{ctg}^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha};$$

$$б) \frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{2 \cos \alpha} + 2 \sin^2 \alpha.$$

$$б) \frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{2 \cos 3\alpha} \cdot \operatorname{ctg} \alpha - 1.$$

4. Доведіть тотожність:

$$1 - \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\cos^2 \alpha}.$$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha - 1 = \frac{\cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

5. Знайдіть значення x (в радіанах),
якщо x — кут I чверті і

$$\sin 32^\circ + \sin 28^\circ = 2 \sin x \cos 2^\circ. \quad \cos 74^\circ + \cos 16^\circ = 2 \cos x \cos 29^\circ.$$

Варіант Б1

1. Обчисліть:

$$\text{а) } \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}} - \sqrt{2} \cos \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{б) } \frac{\sin 50^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 25^\circ \cos 5^\circ + \sin 25^\circ \sin 5^\circ}.$$

2. Відомо, що

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 0,5 \text{ і } \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$$

Знайдіть $\sin(60^\circ - \alpha)$.

3. Спростіть вирази:

$$\text{а) } \left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\cos \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha}\right)^2 - 2 \sin^2 \alpha;$$

$$\text{б) } \frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha} (1 - \cos 4\alpha).$$

$$\text{а) } \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{ctg} \frac{\pi}{3}} + \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{б) } \frac{\cos 25^\circ \cos 15^\circ - \sin 25^\circ \sin 15^\circ}{\cos 100^\circ + \cos 20^\circ}.$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\frac{1}{2} \text{ і } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}.$$

Знайдіть $\sin(30^\circ + \alpha)$.

3. Спростіть вирази:

$$\text{а) } 2 \cos^2 \alpha - (\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha)^2 -$$

$$- (\operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha)^2;$$

$$\text{б) } \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} (1 + \cos 4\alpha).$$

4. Доведіть тотожність:

$$\operatorname{tg} 2\alpha \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \sin 2\alpha.$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = \cos 2\alpha.$$

5. Знайдіть значення x , якщо
 x — кут II чверті і

$$\sin 57^\circ + \sin 41^\circ =$$

$$= 2 \sin x \cos 8^\circ.$$

$$\cos 62^\circ - \cos 18^\circ =$$

$$= -2 \sin x \sin 22^\circ.$$

Варіант В1

1. Обчисліть:

$$\text{а) } \frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{tg} 22^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{tg} 22^\circ} +$$

$$+ 4 \sin 105^\circ \cos 105^\circ;$$

Варіант В2

$$\text{а) } \frac{\operatorname{tg} 29^\circ + \operatorname{tg} 16^\circ}{1 - \operatorname{tg} 29^\circ \operatorname{tg} 16^\circ} -$$

$$- 4 \sin 75^\circ \cos 75^\circ;$$

$$6) \sqrt{\frac{1 + \cos 4}{2}} + \cos 2.$$

$$6) \sqrt{\frac{1 - \cos 8}{2}} + \sin 4.$$

2. Відомо, що

$$\sin 2\alpha = 0,8 \text{ і } 45^\circ < \alpha < 90^\circ.$$

Знайдіть $\operatorname{tg} \alpha$.

$$\cos 2\alpha = 0,6 \text{ і } 135^\circ < \alpha < 180^\circ.$$

Знайдіть $\operatorname{ctg} \alpha$.

3. Спростіть вирази:

$$a) \frac{4 \cos \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \frac{\alpha}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}};$$

$$a) \frac{\operatorname{tg}^2 2\alpha - \operatorname{ctg}^2 2\alpha}{4 \operatorname{ctg} 4\alpha};$$

$$6) \frac{\cos \alpha + \cos 3\alpha}{\sin 2\alpha} + \frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{1 + \cos 2\alpha}.$$

$$6) \frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha}{1 - \cos 2\alpha} + \frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\sin 2\alpha}.$$

4. Доведіть тотожність:

$$4 \sin \alpha \sin \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) \sin \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) = \\ = \sin 3\alpha.$$

$$4 \cos \alpha \cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) \cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) = \\ = \cos 3\alpha.$$

5. Знайдіть два значення x
з проміжку $[-2\pi; 0]$,
які задовольняють рівності:

$$\cos 21^\circ - \cos 51^\circ = \\ = 2 \sin x \sin 396^\circ.$$

$$\sin 5^\circ + \sin 65^\circ = \\ = 2 \sin 395^\circ \cos x.$$

С-7. ЗАГАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЙ. ПЕРЕТВОРЕННЯ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ

Варіант А1

Варіант А2

1. В одній системі координат побудуйте графіки функцій:

$$y = \cos x,$$

$$y = \sin x,$$

$$y = \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right),$$

$$y = 3 \sin x,$$

$$y = 2 \cos x.$$

$$y = \sin x + 2.$$

2. Знайдіть область означення функції:

$$a) y = \sqrt{x+1};$$

$$б) y = \operatorname{tg} x.$$

$$a) y = \frac{1}{x^2 + x};$$

$$б) y = \operatorname{ctg} x.$$

3. Знайдіть область значень функції:

$$y = \sin x - 2.$$

$$y = 0,5 \cos x.$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. В одній системі координат побудуйте графіки функцій:

$$y = \sin x,$$

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right),$$

$$y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$$

$$y = \cos x,$$

$$y = -0,5 \cos x,$$

$$y = -0,5 \cos x + 1.$$

2. Знайдіть область означення функції:

$$a) y = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1};$$

$$б) y = \operatorname{ctg} 3x.$$

$$a) y = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x-1}};$$

$$б) y = \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

3. Знайдіть область значень функції:

$$y = 2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 5.$$

$$y = 3 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1.$$

Варіант В1

Варіант В2

1. В одній системі координат побудуйте графіки функцій:

$$y = \operatorname{ctg} x,$$

$$y = 2 \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right),$$

$$y = \left| 2 \operatorname{ctg}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right|.$$

$$y = \operatorname{tg} x,$$

$$y = 0,5 \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right),$$

$$y = 0,5 \operatorname{tg}\left|x + \frac{\pi}{4}\right|.$$

2. Знайдіть область означення функції:

$$a) y = \frac{\sqrt{x+6-x^2}}{x^2-1};$$

$$a) y = \frac{\sqrt{20-x-x^2}}{4-x^2};$$

$$b) y = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}.$$

$$b) y = \frac{1}{4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}.$$

3. Знайдіть область значень функції:

$$y = 4 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - 3.$$

$$y = 4 - 6 \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right).$$

С-8. ПАРНІСТЬ І ПЕРІОДИЧНІСТЬ ФУНКЦІЙ

Варіант А1

Варіант А2

1. Доведіть, що функція $f(x)$ є парною, а функція $g(x)$ — непарною, якщо

$$f(x) = 3x^2 - \cos x,$$

$$f(x) = 2x^4 + \cos x,$$

$$g(x) = \sin 2x + x^3.$$

$$g(x) = \operatorname{tg} x - 4x^5.$$

2. Знайдіть найменший додатний період функції:

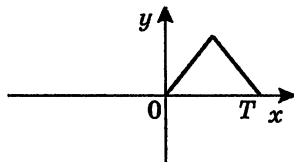
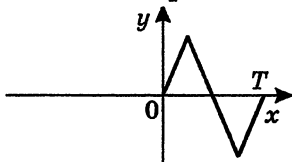
$$a) y = \sin \frac{x}{3};$$

$$a) y = \cos 2x;$$

$$b) y = \operatorname{tg} 4x.$$

$$b) y = \operatorname{ctg} \frac{x}{3}.$$

3. На рисунку зображено частину графіка функції, яка має період T . Добудуйте графік цієї функції на проміжку $[-T; 2T]$. Чи є ця функція парною або непарною?



Варіант Б1

1. Дослідіть функції на парність або непарність:

а) $f(x) = x^3 \cos x$;

б) $f(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{x^2 - 4}$.

2. Знайдіть найменший додатний період функції:

а) $y = \sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x$;

б) $y = \frac{2 \cos 0,5x}{\sin 0,5x}$.

3. Побудуйте на відрізку $[-3; 3]$ графік

парної функції з найменшим додатним періодом 2.

Варіант Б2

а) $f(x) = x^4 \sin x$;

б) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg} x}{x^3}$.

а) $y = \cos 5x \cos 3x + \sin 5x \sin 3x$;

б) $y = \frac{3 \sin \frac{x}{3}}{\cos \frac{x}{3}}$.

непарної функції з найменшим додатним періодом 3.

Варіант В1

1. Дослідіть функції на парність або непарність:

а) $f(x) = x \operatorname{tg} x - \sin^2 x$;

б) $f(x) = \frac{2x^3}{\cos x - 1}$.

а) $f(x) = x^3 \operatorname{ctg} x + |\sin x|$;

б) $f(x) = \frac{x^5 + x}{\cos x + 1}$.

2. Знайдіть найменший додатний період функції:

а) $y = \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} \frac{x}{3}}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} \frac{x}{3}}$;

б) $y = 2 \sin 2x \cos x - \sin x$.

а) $y = \frac{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 0,25x}{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 0,25x}$;

б) $y = \cos 3x - 2 \cos 4x \cos x$.

3. Наведіть приклад

двох непарних періодичних функцій, добуток яких — парна періодична функція.

парної та непарної періодичних функцій, добуток яких — непарна періодична функція.

Відповідь підтвердіть доведенням.

С-9. МОНОТОННІСТЬ ФУНКЦІЙ. ЕКСТРЕМУМИ

Варіант А1

Варіант А2

1. Використовуючи властивості зростання та спадання тригонометричних функцій, порівняйте значення виразів:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{10}$ і $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$;

а) $\sin \frac{\pi}{12}$ і $\sin \frac{\pi}{6}$;

б) $\cos \frac{\pi}{8}$ і $\cos \frac{3\pi}{8}$.

б) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{5}$ і $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{5}$.

2. Знайдіть проміжки зростання та спадання, точки екстремуму та екстремуми функції:

$$y = 2 \sin x + 1.$$

$$y = 0,5 \cos x - 1.$$

3. Функція $y = f(x)$ має максимум в точці $(x_0; y_0)$. Знайдіть точку мінімуму і мінімум функції $y = -3f(x)$.

3. Функція $y = f(x)$ має мінімум в точці $(x_0; y_0)$. Знайдіть точку максимуму і максимум функції $y = -f(x) - 2$.

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Розташуйте в порядку зростання числа:

а) $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}$; $\operatorname{tg} \frac{\pi}{5}$; $\operatorname{tg} \frac{6\pi}{7}$;

а) $\sin \frac{\pi}{5}$; $\sin \frac{7\pi}{6}$; $\sin \frac{\pi}{3}$;

б) $\cos(-1,8)$; $\cos 2,3$; $\cos 2$.

б) $\operatorname{ctg}(-0,3)$; $\operatorname{ctg} 1,2$; $\operatorname{ctg} 1$.

2. Знайдіть проміжки монотонності, точки екстремуму та екстремуми функції:

$$y = 0,5 \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$y = 3 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right).$$

3. Дана функція $y = f(x)$, у якої

$$x_{\min} = -1, y_{\min} = 1, \\ x_{\max} = 2, y_{\max} = 4.$$

$$x_{\min} = 0, y_{\min} = -8, \\ x_{\max} = 5, y_{\max} = 10.$$

Знайдіть точки екстремуму та екстремуми функції

$$y = -2f(x + 1).$$

$$y = -0,5f(x - 2).$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Розташуйте дані числа

а) в порядку зростання:

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}; \operatorname{tg} \frac{5\pi}{3}; \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{8}\right); \operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}; \quad \sin \frac{\pi}{3}; \sin \frac{9\pi}{7}; \cos \frac{\pi}{10}; \sin \frac{4\pi}{3};$$

б) в порядку спадання:

$$\cos(-\pi); \cos 4; \cos 6; \sin 0,1. \quad \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}; \operatorname{ctg} 5; \operatorname{ctg} 1,8; \operatorname{tg} 0,9.$$

2. Знайдіть проміжки монотонності, точки екстремуму та екстремуми функції:

$$y = \left| \operatorname{ctg} \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right| - 1.$$

$$y = \left| 3 \operatorname{tg} \left(x - \frac{\pi}{3} \right) \right| + 2.$$

3. Використовуючи означення, доведіть, що:

якщо $y = f(x)$ — парна функція, яка зростає на проміжку $[0; a]$, то на проміжку $[-a; 0]$ функція $y = -f(x)$ також зростає.

якщо $y = f(x)$ — непарна функція, яка спадає на проміжку $[0; a]$, то на проміжку $[-a; 0]$ функція $y = -f(x)$ зростає.

С-10*. ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЙ. ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ

(домашня практична робота)

Дослідіть функцію і побудуйте її графік:

Рівень А

1) $y = 1,5 \sin 2x;$

6) $y = 2 - \cos 2x;$

2) $y = 2 \cos \frac{x}{2};$

7) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg} 2x;$

3) $y = -\operatorname{tg} 3x;$

8) $y = -2 \operatorname{ctg} \frac{2x}{3};$

4) $y = 0,5 \operatorname{ctg} 0,5x$;

5) $y = \sin \frac{1}{3}x - 1$;

9) $y = 1 + \operatorname{tg} \frac{x}{4}$;

10) $y = -3 \cos 1,5x$.

Рівень Б

1) $y = \sin \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$;

2) $y = \cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2} \right)$;

3) $y = -\operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6} \right)$;

4) $y = \operatorname{ctg} \left(2x + \frac{2\pi}{3} \right) + 1$;

5) $y = \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2} \right)$;

6) $y = 1 + \cos \left(\frac{2}{3}x + \frac{2\pi}{3} \right)$;

7) $y = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{3} - 2x \right)$;

8) $y = 2 \operatorname{ctg} \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right)$;

9) $y = 1 - \cos \left(2x - \frac{4\pi}{3} \right)$;

10) $y = -\sin \left(1,5x + \frac{\pi}{2} \right)$.

Рівень В

1) $y = \left| \sin \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \right) \right|$;

2) $y = \operatorname{tg} \left(2|x| + \frac{\pi}{4} \right)$;

3) $y = 3 - 2 \cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{2x}{3} \right)$;

4) $y = -\operatorname{ctg} \left(2\pi x - \frac{\pi}{4} \right)$;

5) $y = -0,5 \sin \left| 2x + \frac{\pi}{3} \right|$;

6) $y = 3 \cos \left(2|x| - \frac{\pi}{3} \right)$;

7) $y = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 2x}}$;

8) $y = \left| \operatorname{tg} \left| \frac{x}{2} \right| \right| - 1$;

9) $y = \frac{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} 2x}{\sqrt{3} + \operatorname{tg} 2x}$;

10) $y = 2 \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$.

К-2. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

Варіант А1

1. Побудуйте графік функції

$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right).$$

Користуючись графіком, визначте:

а) нулі функції;

б) проміжки спадання функції.

Варіант А2

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right).$$

б) проміжки зростання функції.

2. Визначте, чи є функція $f(x)$ парною або непарною, і знайдіть її найменший додатний період, якщо

$$f(x) = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 3x.$$

$$f(x) = 2 - 4 \cos \frac{x}{3}.$$

3. Не здійснюючи побудови, знайдіть:

а) область означення і область значень функції

$$y = 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 2;$$

$$y = 0,5 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1,5;$$

б) точки екстремуму і екстремуми функції

$$y = -4 \sin x.$$

$$y = -2 \cos x.$$

4. Знайдіть область означення функції

$$y = \sqrt{2 \cos^2 \frac{x}{2} - 1}.$$

$$y = \sqrt{4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}.$$

Варіант Б1

1. Побудуйте графік функції

$$y = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} - \frac{1}{2}.$$

Варіант Б2

$$y = 2 \sin 2x + 2.$$

Користуючись графіком, визначте:

- нулі функції;
 - точки екстремуму і екстремуми функції.
2. Знайдіть область означення функції та з'ясуйте, чи є вона парною або непарною:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{\sin x}.$$

$$f(x) = \frac{x^3}{\cos x - 1}.$$

3. Не здійснюючи побудови, знайдіть:

- область значень і найменший додатний період функції

$$y = 4 \sin 5x \cos 2x - 4 \cos 5x \sin 2x; \quad y = 2 \cos^4 x - 2 \sin^4 x;$$

- область означення і проміжки монотонності функції

$$y = \operatorname{tg} 2x.$$

$$y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}.$$

4. Знайдіть область означення та область значень функції

$$y = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}.$$

$$y = \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x}.$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Побудуйте графік функції

$$y = \frac{1}{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$y = 2 \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3} \right).$$

Користуючись графіком, визначте:

- проміжки знакосталості функції;
- точки екстремуму і екстремуми функції.

2. Дослідіть на парність і періодичність функцію

$$f(x) = \cos 4x + \sin^2 x.$$

$$f(x) = \sin 3x - \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

3. Не здійснюючи побудови, знайдіть:

а) область значень і проміжки монотонності функції

$$y = \cos x + \sqrt{3} \sin x;$$

$$y = \sin x - \cos x;$$

б) асимптоти та нулі функції

$$y = 2 \operatorname{tg} \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4} \right).$$

$$y = -\operatorname{ctg} \left(3x - \frac{\pi}{3} \right).$$

4. Побудуйте схематичний графік функції

$$y = \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{2}} + \cos x.$$

$$y = \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}} - \sin x.$$

Чи є ця функція періодичною? Якщо так, то знайдіть її найменший додатний період.

С-11. ОБЕРНЕНІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ

Варіант А1

1. Обчисліть:

а) $\arcsin 1 - \operatorname{arctg} 0$;

б) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$;

в) $\operatorname{ctg} \left(\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

Варіант А2

а) $\arccos 0 - \operatorname{arctg} 1$;

б) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{2}$;

в) $\operatorname{tg} \left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

2. Порівняйте числа:

$$\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) \text{ і } \arccos \left(-\frac{1}{2} \right).$$

$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \text{ і } \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right).$$

3. Визначте, чи має зміст вираз

$$\arcsin(x-1) \text{ при } x = \sqrt{5};$$

$$\arccos(x+1) \text{ при } x = -\sqrt{3};$$

$$x = 0,9; x = \sin \left(-\frac{\pi}{6} \right).$$

$$x = \cos \frac{\pi}{3}; x = -\frac{1}{3}.$$

Відповідь поясніть.

Варіант Б 1

1. Обчисліть:

а) $\arccos(-1) - 2 \operatorname{arctg} 0$;

б) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

в) $\arccos\left(\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

2. Порівняйте числа

$\sin 1$ і $\arcsin 1$.

Варіант Б 2

а) $\arcsin(-1) + 2 \operatorname{arctg} 0$;

б) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{3}$;

в) $\arccos\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$.

$\arccos 0$ і $\cos 0$.

3. Визначте, при яких значеннях a має зміст вираз

$\arccos(2a - 1)$.

$\arcsin(3a + 2)$.

Варіант В 1

1. Обчисліть:

а) $\arccos\left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}\right) - 2 \arcsin 1$;

б) $\sin\left(2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg} \sqrt{3}\right)$;

в) $\arccos(\sin(\operatorname{arctg} 0))$.

2. Порівняйте числа

$\operatorname{arctg}(a - 1)$ і $\operatorname{arctg}(a + 1)$.

а) $\arcsin\left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}\right) + 2 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\cos\left(2 \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;

в) $\arcsin(\cos(\operatorname{arctg} 0))$.

$\operatorname{arctg} a$ і $\operatorname{arctg}(a + 2)$.

3. Знайдіть область означення функції:

$y = \sqrt{-\arcsin(x + 1)}$.

$y = \sqrt{\frac{\pi}{2} - \arccos(x - 1)}$.

**С-12*. ЗАСТОСУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ
ОБЕРНЕНИХ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ
(домашня самостійна робота)****Варіант 1**1. Визначте, при яких значеннях параметра a виконується тотожність, і доведіть її:

а) $\sin(\arccos a) = \sqrt{1 - a^2}$;

Варіант 2

а) $\cos(\arcsin a) = \sqrt{1 - a^2}$;

б) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} a) = \frac{1}{a}$;

б) $\operatorname{tg}(\operatorname{arccos} a) = \frac{1}{a}$;

в) $\operatorname{tg}(\operatorname{arcsin} a) = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}}$;

в) $\operatorname{tg}(\operatorname{arccos} a) = \frac{\sqrt{1-a^2}}{a}$;

г) $\cos(\operatorname{arccos} a) = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$;

г) $\sin(\operatorname{arctg} a) = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$;

д) $\operatorname{arcsin} a + \operatorname{arccos} a = \frac{\pi}{2}$.

д) $\operatorname{arctg} a + \operatorname{arccotg} a = \frac{\pi}{2}$.

2. Обчисліть:

а) $\sin\left(2 \operatorname{arccos} \frac{12}{13}\right)$;

а) $\cos\left(\frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \frac{5}{13}\right)$;

б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{1}{2} \operatorname{arcsin} \frac{5}{13}\right)$;

б) $\operatorname{ctg}\left(2 \operatorname{arcsin} \frac{3}{5}\right)$;

в) $\sin\left(\operatorname{arctg} 3 - \operatorname{arccotg}\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$.

в) $\cos\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{2} - \operatorname{arccotg} 3\right)$.

3. Враховуючи область значень аркфункцій, обчисліть:

а) $\operatorname{arccos}(\cos 10)$;

а) $\operatorname{arcsin}(\sin 6)$;

б) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{5}\right)$.

б) $\operatorname{arccotg}\left(\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8}\right)$.

4. Знайдіть область означення функції:

а) $y = \operatorname{arcsin}(x^2 + x - 1)$;

а) $y = \operatorname{arccos}(x^2 - 3)$;

б) $y = \operatorname{arccos}\sqrt{2-x}$.

б) $y = \operatorname{arcsin} \frac{1}{x-1}$.

5. Знайдіть область означення та область значень функції:

а) $y = \sqrt{-\operatorname{arcsin} x}$;

а) $y = \frac{1}{\operatorname{arcsin} x}$;

б) $y = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x}$.

б) $y = \frac{\pi}{2} + 2 \operatorname{arccotg}(-\sqrt{x})$.

6. Розв'яжіть рівняння:

а) $\cos(\arccos(x+2)) = x^2$;

а) $\sin(\arcsin(4x-1)) = 3x^2$;

б) $6 \operatorname{arctg} \frac{x+1}{2} = 2\pi$;

б) $2 \operatorname{arctg}(2x-3) = \pi$;

в) $\arcsin(x^2-4) = \arcsin(2x+4)$;

в) $\arccos(x^2-x) = \arccos(2x-2)$;

г) $(\operatorname{arctg} x)^2 - 6 \operatorname{arctg} x + 8 = 0$.

г) $2(\operatorname{arctg} x)^2 - 5 \operatorname{arctg} x + 2 = 0$.

С-13. НАЙПРОСТІШІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ**Варіант А1****Варіант А2****1. Розв'яжіть рівняння:**

а) $2 \sin x = \sqrt{3}$;

а) $2 \cos x = 1$;

б) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1$;

б) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$;

в) $\operatorname{tg} 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

в) $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$.

2. Знайдіть нулі функції

$$y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right) + 1.$$

$$y = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + 1.$$

3. Розв'яжіть рівняння і знайдіть

його найменший додатний корінь:

$$\operatorname{ctg} \frac{x}{3} = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}.$$

його найбільший від'ємний корінь:

$$\operatorname{tg} 4x = \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right).$$

Варіант Б1**Варіант Б2****1. Розв'яжіть рівняння:**

а) $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$;

а) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 1 = 0$;

$$\text{б) } 1 - 2 \cos^2 2x = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\text{б) } \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} = -\frac{1}{4};$$

$$\text{в) } \sqrt{3} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{6} - x \right) = -1.$$

$$\text{в) } \sqrt{3} \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = -3.$$

2. Знайдіть нулі функції

$$y = \operatorname{ctg} \left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4} \right) - 1.$$

$$y = \operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) + 1.$$

3. Розв'яжіть рівняння і знайдіть його корені, які належать проміжку $[0; \pi]$:

$$\left(\sin 2x + \sin \frac{\pi}{6} \right) (\sin 2x - 3) = 0.$$

$$\left(\cos 2x + \cos \frac{\pi}{4} \right) (\cos 2x + 4) = 0.$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } 4 \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{8} = 0;$$

$$\text{а) } 4 \cos \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6} \right) + \sqrt{12} = 0;$$

$$\text{б) } \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi x}{2} \right) = -\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6};$$

$$\text{б) } \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi x}{3} \right) = \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{3} \right);$$

$$\text{в) } \left| \cos \left(x \sin \frac{\pi}{6} \right) + 0,5 \right| = 0,5.$$

$$\text{в) } \left| 0,5 - \sin \left(x \cos \frac{\pi}{3} \right) \right| = 0,5.$$

2. Не здійснюючи побудов, знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій

$$f(x) = \cos 5x \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \text{ і}$$

$$f(x) = \sin 3x \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ і}$$

$$g(x) = \sin 5x \sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$g(x) = \cos 3x \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right).$$

3. Визначте кількість коренів рівняння, які належать відрізьку $[-\pi; \pi]$:

$$(\sin x - 1) \left(\operatorname{tg} \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) + 1 \right) = 0.$$

$$(\cos x - 1) \left(\operatorname{ctg} \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) - 1 \right) = 0.$$

С-14. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ

Варіант А1Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $2\sin^2 x - 3\sin x - 2 = 0$;

а) $2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$;

б) $\sin 2x - \cos x = 0$;

б) $\sqrt{3}\cos x + \sin 2x = 0$;

в) $\cos 7x + \cos x = 0$.

в) $\sin x + \sin 5x = 0$.

2. Знайдіть корені рівняння

на відрізку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$:

$3\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x = 2$.

$\operatorname{tg} x - 2\operatorname{ctg} x = -1$.

Варіант Б1Варіант Б2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $4\cos^2 x + 4\sin x - 1 = 0$;

а) $4\sin^2 x - 4\cos x - 1 = 0$;

б) $2\cos^2 x - \sin 2x = 0$;

б) $\sin^2 x - 0,5\sin 2x = 0$;

в) $\cos x + \cos 3x = \cos 2x$.

в) $\sin 2x + \sin 6x = \cos 2x$.

2. Знайдіть корені рівняння

на інтервалі $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$:

$\sin^2 x + 5\sin x \cos x + 2\cos^2 x = -1$. $3\sin^2 x + 3\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 1$.

Варіант В1Варіант В2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\cos 4x - 3\cos 2x = 1$;

а) $\cos x + 3\sin \frac{x}{2} = -1$;

б) $4\cos^2 x - \sin 2x = 1$;

б) $6\sin^2 x + \sin 2x = 4$;

в) $\sin 6x - 2\sin 2x = 0$.

в) $\cos 6x + 2\cos 2x = 0$.

2. Доведіть, що на проміжку $[0; \pi]$ дане рівняння має єдиний корінь, і знайдіть його:

$\sin x \operatorname{tg} x + 1 = \sin x + \operatorname{tg} x$.

$1 - \operatorname{ctg} x = \cos x - \cos x \operatorname{ctg} x$.

**С-15. ВІДБІР КОРЕНІВ
У ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯННЯХ.
СИСТЕМИ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ
РІВНЯНЬ**

Варіант А1

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $(\operatorname{ctg} x - 1)(\cos x + 1) = 0$;

б) $\frac{\cos x}{1 + \sin x} = 0$;

в) $\sin 2x\sqrt{\cos x} = 0$.

Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $(\operatorname{tg} x + 1)(\sin x - 1) = 0$;

б) $\frac{\sin x}{1 - \cos x} = 0$;

в) $\sin 2x\sqrt{\sin x} = 0$.

2. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1, \\ x + y = 2\pi. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = \sqrt{3}, \\ x + y = \pi. \end{cases}$$

Варіант Б1

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $(1 + \cos 2x) \operatorname{tg} x = \cos x$;

б) $\frac{\sin x - \sin 3x}{1 + \cos x} = 0$;

в) $\sqrt{\operatorname{ctg} x} = \sqrt{2 \cos x}$.

а) $(1 - \cos 2x) \operatorname{ctg} x = \sin x$;

б) $\frac{\cos 3x + \cos x}{1 + \sin x} = 0$;

в) $\sqrt{\operatorname{tg} x} = \sqrt{2 \sin x}$.

2. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sin x \cos y = 0,75, \\ \sin y \cos x = 0,25. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x \cos y = 0,75, \\ \sin x \sin y = 0,25. \end{cases}$$

Варіант В1

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{\operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} x} (\sqrt{2} \cos^2 x - \cos x) = 0$;

б) $\frac{\cos^2 2x - \sin^2 x}{1 - \sin 3x} = 0$;

в) $\sqrt{2 \sin^2 x - 1} = \cos x - \sin x$.

Варіант В2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} x} (\sqrt{2} \sin^2 x + \sin x) = 0$;

б) $\frac{\sin^2 2x - \sin^2 x}{1 + \cos 3x} = 0$;

в) $\sqrt{1 - 2 \cos^2 x} = \sin x + \cos x$.

2. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \cos x \cos y = \sin^2 x, \\ \sin x \sin y = \cos^2 x. \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x \sin y = \sin^2 x, \\ \sin x \cos y = \cos^2 x. \end{cases}$$

С-16*. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sin(\cos x) = 0,5$;	а) $\cos(\sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;
б) $\operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} 2x = 1$;	б) $\operatorname{tg} x \operatorname{tg} 2x = -1$;
в) $\cos 4x \cos 7x = \cos 6x \cos 3x$;	в) $\sin 7x \sin x = \sin 3x \sin 5x$;
г) $\sin 4x - \cos 4x \operatorname{tg} 2x = \sqrt{3}$.	г) $\sin 6x + \cos 6x \operatorname{ctg} 3x = \sqrt{3}$.

2. Використовуючи заміну змінної, розв'яжіть рівняння:

а) $2\operatorname{tg}^2 x + 3 = \frac{3}{\cos x}$;	а) $\frac{1}{\sin^2 x} = \operatorname{ctg} x + 3$;
б) $1 - \sin 2x = \cos x - \sin x$;	б) $4(\cos x - \sin x) = 4 - \sin 2x$;
в) $\operatorname{tg}^4 x + \operatorname{ctg}^4 x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x = 4$.	в) $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + 3\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x = -4$.

3. Використовуючи розклад на множники, розв'яжіть рівняння:

а) $\cos 2x = \sin x - \cos x$;	а) $\sin 2x + 1 = \sin x + \cos x$;
б) $1 - \cos x = \operatorname{tg} x - \sin x$;	б) $1 + \sin x = \operatorname{ctg} x + \cos x$;
в) $\sin^2 3x + \sin^2 4x =$ $= \sin^2 5x + \sin^2 6x$.	в) $\sin^2 x + \sin^2 2x =$ $= \cos^2 3x + \cos^2 4x$.

4. Розв'яжіть дане рівняння трьома способами (за допомогою формул подвійного кута, метода допоміжного кута й універсальної тригонометричної підстановки) і доведіть, що отримані відповіді збігаються:

$$2\sin x - 3\cos x = 2. \quad 3\cos x - 4\sin x = 5.$$

5. Використовуючи множення на тригонометричну функцію, розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } 4\cos x \cos 2x \cos 3x = \cos 6x; \quad \text{а) } \cos x \cos 2x \cos 4x = \frac{1}{8};$$

$$6) \cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = -0,5. \quad 6) \sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} x.$$

6. Розв'яжіть тригонометричні рівняння:

$$a) 2\sqrt{\operatorname{ctg} x} = 3 - \operatorname{ctg} x;$$

$$a) 2 - \operatorname{tg} x = \sqrt{\operatorname{tg} x};$$

$$6) \sqrt{0,5 \cos x} = \sin \frac{x}{2};$$

$$6) \sqrt{-\cos 4x} = \sqrt{2} \cos 2x;$$

$$в) \sqrt{\sin 3x + \sin 5x} = \sqrt{\sin 4x}.$$

$$в) \sqrt{\cos 5x + \cos 7x} = \sqrt{\cos 6x}.$$

С-17*. СИСТЕМИ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ РІВНЯНЬ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Розв'яжіть системи рівнянь:

$$a) \begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos^2 x - \cos^2 y = -\frac{3}{4}; \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}, \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x + y = \frac{4\pi}{3}, \\ \sin x \sin y = \frac{3}{4}; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x - y = \frac{\pi}{6}, \\ \cos x \sin y = \frac{1}{4}; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x - y = \frac{\pi}{2}, \\ \cos 2x + 5 \cos y = 3; \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} x + y = \frac{5\pi}{2}, \\ \cos 2x + \sin y = 2; \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x + y = \frac{3}{4}, \\ \operatorname{tg} \pi x - \operatorname{tg} \pi y = 2. \end{cases}$$

$$г) \begin{cases} x - y = \frac{1}{3}, \\ \operatorname{ctg} \pi x - \operatorname{ctg} \pi y = -\sqrt{3}. \end{cases}$$

2. Знайдіть рішення системи, використовуючи:

а) підстановку та почленне додавання
(віднімання) рівнянь системи:

$$\begin{cases} \cos x \cos y = 0,75, \\ \operatorname{ctg} x \operatorname{ctg} y = 3; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 1; \end{cases}$$

б) розклад на множники та почленне ділення рівнянь системи:

$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1, \\ \cos x - \cos y = \sqrt{3}; \end{cases} \quad \begin{cases} \sin x - \sin y = 0,5, \\ \cos x - \cos y = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases}$$

в) заміну змінних:

$$\begin{cases} \sin x + \cos y = 1, \\ \cos 2x + \cos 2y = 2. \end{cases} \quad \begin{cases} \cos x + \cos y = 0,5, \\ \sin^2 x + \sin^2 y = 1,75. \end{cases}$$

С-18. НАЙПРОСТІШІ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ

Варіант А1

1. Розв'яжіть нерівності:

а) $2\sin x > 1;$

б) $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq -\frac{\sqrt{2}}{2};$

в) $\operatorname{tg} 2x \leq \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}.$

2. Знайдіть значення x , при яких
графік функції

$$y = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

лежить нижче осі x .

Варіант А2

а) $\sqrt{2} \cos x < 1;$

б) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq -\frac{1}{2};$

в) $\operatorname{tg} \frac{x}{3} \geq \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}.$

графік функції

$$y = \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

лежить вище осі x .

Варіант Б1

1. Розв'яжіть нерівності:

а) $-2\sin 2x < \sqrt{3};$

а) $-2\cos \frac{x}{3} > 1;$

$$\text{б) } \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) \leq \cos \frac{5\pi}{3};$$

$$\text{б) } \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq \sin \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{в) } \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \sqrt{3} \geq 0.$$

$$\text{в) } \sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} - x\right) - 1 \leq 0.$$

2. Знайдіть значення x , при яких
графік функції

$$y = 1 - 2 \cos^2 \frac{x}{8}$$

графік функції

$$y = 2 \sin^2 4x - 1$$

лежить нижче прямої $y = 0,5$. лежить вище прямої $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Варіант В1

Варіант В2

1. Розв'яжіть нерівності:

$$\text{а) } -4 \sin\left(\frac{3}{4}x + \frac{\pi}{4}\right) > -2\sqrt{2};$$

$$\text{а) } -\sqrt{3} \cos\left(1,5x + \frac{\pi}{6}\right) < -1,5;$$

$$\text{б) } \cos^2 x \geq 0,25;$$

$$\text{б) } \sin^2 x \leq 0,25;$$

$$\text{в) } \left| \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}\right) \right| \geq \sqrt{3}.$$

$$\text{в) } \left| \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) \right| \geq 1.$$

2. Знайдіть значення x , при яких

графік функції

$$y = \frac{\sin x + \cos x}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}$$

графік функції

$$y = \frac{\sin x - \cos x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

лежить вище осі x .

лежить нижче осі x .

С-19*. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ НЕРІВНОСТЕЙ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Розв'яжіть нерівності:

$$\text{а) } \sqrt{\sin^2\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)} < \sqrt{0,75};$$

$$\text{а) } \sqrt{\cos^2\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{3}\right)} < \sqrt{0,25};$$

б) $\sin^4 x + \cos^4 x \leq \frac{5}{8}$;

в) $\cos 2x (\sin 8x - 1) \leq 0$.

б) $\sin^6 x + \cos^6 x \geq \frac{5}{8}$;

в) $\sin 3x (\cos 2x + 1) \geq 0$.

2. Використовуючи заміну змінних,
розв'яжіть нерівності:

а) $\cos 2x + 3\sin x \geq -1$;

б) $\frac{1}{\sin^2 x} + \operatorname{ctg} x - 3 < 0$;

в) $\operatorname{tg} x + \sin 2x \geq 2$;

г) $\sin^2 x + \sin 2x - 3\cos^2 x > 0$.

а) $\cos 2x + 3\cos x \leq 1$;

б) $\frac{2}{\cos^2 x} - \operatorname{tg} x - 3 < 0$;

в) $2\sin 2x + 3\operatorname{tg} x \leq 5$;

г) $2\sin^2 x + \sin 2x - 4\cos^2 x > 0$.

3. Використовуючи метод інтервалів,
розв'яжіть нерівності:

а) $\cos 3x + 2\cos x \geq 0$;

б) $\sin x \cos 5x < \sin 2x \cos 4x$;

в) $1 - \cos x \leq \operatorname{tg} x - \sin x$.

а) $\sin 3x - 2\sin x \leq 0$;

б) $\cos x \cos 7x > \cos 3x \cos 5x$;

в) $1 + \sin x \leq \operatorname{ctg} x + \cos x$.

К-3. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ, СИСТЕМИ

Варіант А1

Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $2\sin x = \sqrt{3}$;

б) $\sin x - \sqrt{3}\cos x = 0$;

в) $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$;

г) $\frac{\sin 3x + \sin x}{\cos x} = 0$.

а) $\sqrt{2}\cos x = 1$;

б) $\sin x + \cos x = 0$;

в) $2\cos^2 x - \sin x = -1$;

г) $\frac{\cos 3x - \cos x}{\sin x} = 0$.

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $1 - 2\cos \frac{x}{2} > 0$;

б) $\operatorname{tg}(\pi - x) < \frac{1}{\sqrt{3}}$.

а) $-\sqrt{3} - 2\sin 3x < 0$;

б) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right) > \sqrt{3}$.

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sin x = \cos y, \\ 2\cos^2 y + \sin x = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos x = \sin y, \\ \sin^2 y - \cos x = 2. \end{cases}$$

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 3x - \frac{1}{2} \cos 3x = -1$;

а) $\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = 1$;

б) $\sin^2 x - 2 \sin 2x - 5 \cos^2 x = 0$;

б) $\cos^2 x + \sin 2x - 3 \sin^2 x = 0$;

в) $1 - \cos x = \sin \frac{x}{2}$;

в) $1 + \cos 4x = \cos 2x$;

г) $\frac{\sin 2x}{1 + \sin x} = -2 \cos x$.

г) $\frac{\sin 2x}{1 - \cos x} = 2 \sin x$.

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) - \sqrt{3} < 0$;

а) $\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) + 1 > 0$;

б) $\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - 2x \right) \geq 1$.

б) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) \leq \sqrt{3}$.

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x \cos y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \sin x \sin y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0,75$;

а) $\cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = 0,5$;

б) $2 \cos^2 \frac{x}{2} - 3 \sin x + 2 = 0$;

б) $2 \sin^2 \frac{x}{2} + 3 \sin x + 2 = 0$;

в) $\sin^2 x + \sin^2 2x = \sin^2 3x$;

в) $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1,5$;

г) $\frac{\cos x - 2 \sin x \sin 2x}{1 + \sin 3x} = 0$.

г) $\frac{2 \cos x \cos 2x - \cos x}{1 - \sin 3x} = 0$.

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $\sin \left(\frac{\pi}{3} + 2x \right) + \sin \left(\frac{\pi}{6} - 2x \right) \geq 1$;

а) $\cos \left(\frac{\pi}{3} - 2x \right) - \cos \left(\frac{\pi}{6} + 2x \right) \leq 1$;

$$б) \sqrt{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{4}\right)} < 1.$$

$$б) \sqrt{-\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right)} < 1.$$

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \cos x - \frac{2}{\sin y} = 3, \\ 2 \cos x \sin y = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x + \frac{1}{\cos y} = 3, \\ \frac{\sin x}{\cos y} = 2. \end{cases}$$

С-20. КОРІНЬ n-ГО СТЕПЕНЯ І ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

Варіант А1

Варіант А2

1. Обчисліть:

$$а) \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[3]{9} + \sqrt[4]{(-2)^4};$$

$$а) \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{-4} + \sqrt[6]{(-3)^6};$$

$$б) \sqrt[7]{5 - \sqrt{26}} \cdot \sqrt[7]{5 + \sqrt{26}}.$$

$$б) \sqrt[9]{6 + \sqrt{35}} \cdot \sqrt[9]{6 - \sqrt{35}}.$$

**2. Позбавтеся ірраціональності
в знаменнику дробу:**

$$а) \frac{3}{\sqrt[3]{3}}; б) \frac{1}{\sqrt{2+1}}.$$

$$а) \frac{5}{\sqrt[5]{5}}; б) \frac{4}{\sqrt{3-1}}.$$

3. Спростіть вирази:

$$а) \sqrt[3]{\sqrt{a}} + \sqrt[18]{a^3};$$

$$а) \sqrt[20]{a^2} - \sqrt[5]{\sqrt{a}};$$

$$б) 6a\sqrt[4]{a^5} : (3\sqrt[4]{a}).$$

$$б) 2a\sqrt[3]{a^4} \cdot 3\sqrt[3]{a^2}.$$

**4. а) Винесіть множник з-під знака ко-
рени ($x > 0, y > 0$):**

$$\sqrt[4]{81x^5y^9}.$$

$$\sqrt{25x^3y^7}.$$

**б) Внесіть множник під знак кореня
($x > 0$):**

$$2x\sqrt{x}.$$

$$4x^2\sqrt[3]{x}.$$

5. Спростіть вираз і знайдіть його значення при $a = 3$:

$$\sqrt{(2 + \sqrt{a})^2 - 8\sqrt{a}}.$$

$$\sqrt{(\sqrt{a} - 1)(1 + \sqrt{a}) - 2(\sqrt{a} - 1)}.$$

Варіант Б1

1. Обчисліть:

а) $\sqrt[3]{-2\sqrt{2}} + \sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$;

а) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[10]{3} + \sqrt[5]{-3\sqrt{3}}$;

б) $\sqrt[4]{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

б) $\sqrt{1 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt[4]{6 - 2\sqrt{5}}$.

2. Позбавтеся ірраціональності в знаменнику дробу:

а) $\frac{a + \sqrt{3}}{a - \sqrt{3}}$; б) $\frac{a - 1}{\sqrt[3]{a^2 + \sqrt[3]{a} + 1}}$.

а) $\frac{\sqrt{2 - b}}{\sqrt{2 + b}}$; б) $\frac{a + 1}{\sqrt[3]{a^2 - \sqrt[3]{a} + 1}}$.

3. Спростіть вирази:

а) $\sqrt[3]{\sqrt{a^6}} + \frac{2a}{\sqrt[3]{a^2}}$;

а) $\sqrt[10]{\sqrt{a^4}} - \frac{3a}{\sqrt[5]{a^4}}$;

б) $\sqrt{2a^3} \cdot \sqrt[3]{2a} : \sqrt[6]{32a^{12}}$.

б) $\sqrt[6]{27a^5} \cdot \sqrt[4]{9a} : \sqrt{9a^2}$.

4. а) Винесіть множник з-під знака кореня:

$$\sqrt[3]{32x^5y^{10}}.$$

$$\sqrt[3]{81x^4y^{10}}.$$

б) Внесіть множник під знак кореня:

$$-2ab^2 \sqrt[6]{\frac{1}{16a^5b^{10}}}.$$

$$-\frac{1}{3a^2b} \sqrt[4]{243a^{10}b^5}.$$

5. Спростіть вираз і знайдіть його значення при $a = 0,8$:

$$\sqrt{\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a} + 2}\right)\left(\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a} - 2}\right)(a - 4) + a} \cdot \sqrt{\frac{a\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} + 1} - \sqrt{a} + \sqrt{a}}.$$

Варіант В1

1. Обчисліть:

а) $\sqrt{3 + \sqrt{(-8)^2}} - \sqrt{3 - \sqrt{(-8)^2}}$;

а) $\sqrt{4 + \sqrt[3]{(-15)^4}} - \sqrt{4 - \sqrt[3]{(-15)^4}}$;

Варіант В2

$$6) \sqrt[3]{1-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{4+2\sqrt{3}}.$$

$$6) \sqrt[3]{1-\sqrt{5}} \cdot \sqrt[3]{6+2\sqrt{5}}.$$

2. Позбавтеся ірраціональності в чисельнику дробу і порівняйте дріб з нулем:

$$a) \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{12}}{2};$$

$$a) \frac{\sqrt[4]{7} - \sqrt[3]{2}}{2};$$

$$6) \frac{2 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}.$$

$$6) \frac{3 - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2} - \sqrt{3}}.$$

3. Спростіть вирази:

$$a) \sqrt[4]{8a} \cdot 9\sqrt[4]{12a^5} : (3\sqrt[4]{6a^2});$$

$$a) 25\sqrt[3]{9a^5} \cdot \sqrt[3]{6a^2} : (5\sqrt[3]{2a});$$

$$6) \sqrt[3]{2a^4 \sqrt{\frac{1}{a}}} - \frac{a\sqrt[4]{a}}{\sqrt{a}}.$$

$$6) \sqrt[5]{a^3 \sqrt{\frac{1}{a^2}}} - \frac{2a\sqrt[6]{a}}{\sqrt[3]{a^2 \sqrt{a}}}.$$

4. а) Винесіть множник з-під знака кореня (n — натуральне число):

$$^{n+1}\sqrt{2^{n+3} \cdot a^{n^2-1} \cdot b^{3n+1}},$$

якщо $a \geq 0, b \geq 0$.

$$^{n+2}\sqrt{3^{n+3} \cdot a^{n^2-4} \cdot b^{5n+2}},$$

якщо $a \geq 0, b \geq 0$.

б) Внесіть множник під знак кореня:

$$0,5ab^4\sqrt{-16ab^2}.$$

$$-3a^2b^9\sqrt{-\frac{b}{27a^4}}.$$

5. Спростіть вираз і знайдіть його значення при $a = 6$:

$$\sqrt{a+4\sqrt{a-4}} - \sqrt{a-4\sqrt{a-4}}.$$

$$\sqrt{a-2\sqrt{a-1}} + \sqrt{a+2\sqrt{a-1}}.$$

C-21. ІРРАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ

Варіант А1

Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

$$a) \sqrt{x^2 - 4x} = \sqrt{6 - 3x};$$

$$a) \sqrt{x^2 - 10} = \sqrt{-3x};$$

$$6) \sqrt{3x+1} = x-1;$$

$$6) \sqrt{2x+4} = x-2;$$

в) $2\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} = 1$;

в) $3\sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x} = 5$;

г) $\sqrt{x} + \sqrt{x-3} = 3$.

г) $\sqrt{x} - \sqrt{x-5} = 1$.

2. Визначте, при яких значеннях x

функція $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ набуває значення 2.

функція $y = \sqrt[3]{x^2 + 2}$ набуває значення 3.

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{x^2 + x - 3} = \sqrt{1 - 2x}$;

а) $\sqrt{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{1 - x}$;

б) $\sqrt{2x^2 + 7} = x^2 - 4$;

б) $\sqrt{18x^2 - 9} = x^2 - 4$;

в) $x^2 + 3x - \sqrt{x^2 + 3x} - 2 = 0$;

в) $x^2 - 8x - 2\sqrt{x^2 - 8x} - 3 = 0$;

г) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = \sqrt{3x+4}$.

г) $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-2} = \sqrt{4x+1}$.

2. Знайдіть абсцису точки перетину графіків функцій

$$y = \sqrt[3]{x-1} \text{ і } y = \sqrt[6]{x+5}.$$

$$y = \sqrt[6]{x+3} \text{ і } y = \sqrt[3]{x+1}.$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x+6} = 4$;

а) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$;

б) $\sqrt{3x+12} - \sqrt{x+1} = \sqrt{4x+13}$;

б) $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-4} = \sqrt{x-1}$;

в) $3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$;

в) $(x+4)(x+1) - 3\sqrt{x^2 + 5x + 2} = 6$;

г) $\sqrt[3]{x-10} + \sqrt[3]{x-17} = 3$.

г) $\sqrt[3]{4x+3} - \sqrt[3]{x+2} = 1$.

2. Знайдіть точки перетину графіків функцій

$$y = \sqrt{x+2} \text{ і } y = \sqrt[3]{3x+2}.$$

$$y = \sqrt[3]{x+7} \text{ і } y = \sqrt{x+3}.$$

С-22. ІРРАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ. СИСТЕМИ ІРРАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Варіант А1

Варіант А2

1. Розв'яжіть системи рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ \sqrt{xy} = 3; \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ \sqrt{xy} = 2; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt[3]{x-y+27} = 3, \\ \sqrt{2x-y+2} = x. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt[3]{x-y+8} = 2, \\ \sqrt{3x-2y+6} = y. \end{cases}$$

2. Розв'яжіть нерівності:

$$\text{а) } (x+1)\sqrt{2-x} > 0;$$

$$\text{а) } (x-5)\sqrt{x+1} < 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{2x+4} \leq 2;$$

$$\text{б) } \sqrt{3x+1} \leq 1;$$

$$\text{в) } \sqrt{x^2-3x+2} > -4.$$

$$\text{в) } \sqrt{2+x-x^2} > -2.$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Розв'яжіть системи рівнянь:

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4, \\ x - y = 8; \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1, \\ x - y = 3; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} - 2\sqrt{\frac{x}{y}} = 1, \\ \sqrt{5x+y} + \sqrt{5x-y} = 4. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{2}, \\ \sqrt{x-3y} + \sqrt{x+5y} = 4. \end{cases}$$

2. Розв'яжіть нерівності:

$$\text{а) } (9-x^2)\sqrt{x^2-4} \leq 0;$$

$$\text{а) } (x^2-4)\sqrt{25-x^2} \geq 0;$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{x^2-x}{x+3}} > 1;$$

$$\text{б) } \sqrt{\frac{x+2}{x-4}} < 1;$$

$$\text{в) } x + \sqrt{x} < 2.$$

$$\text{в) } x - 3\sqrt{x} > 4.$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Розв'яжіть системи рівнянь:

а)
$$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 6, \\ x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = 9; \end{cases}$$

а)
$$\begin{cases} x\sqrt{x} - y\sqrt{y} = 26, \\ x\sqrt{y} - y\sqrt{x} = 6; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{2y-5x} = x, \\ \sqrt{x+y} + \sqrt{2y-5x} = y. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 2\sqrt{3y+x} - \sqrt{6y-x} = x, \\ \sqrt{3y+x} + \sqrt{6y-x} = 3y. \end{cases}$$

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $(x-1)\sqrt{x^2-x-2} \geq 0;$

а) $(x-3)\sqrt{x^2-6x+8} \leq 0;$

б) $\sqrt{2x+4} < \sqrt{x^2+4};$

б) $\sqrt{x^2+3} > \sqrt{3x+3};$

в) $x^2 - 8x - 2\sqrt{x^2 - 8x} \leq 3.$

в) $x^2 - 3x - \sqrt{x^2 - 3x} \leq 2.$

**С-23*. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ
ІРРАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ,
НЕРІВНОСТЕЙ, СИСТЕМ
(домашня самостійна робота)****Варіант 1****Варіант 2**

1. Розв'яжіть ірраціональні рівняння, використовуючи при розв'язуванні вказані способи:

— розклад на множники (з урахуванням ОДЗ):

а)
$$\begin{aligned} (x+2)\sqrt{x^2-x-20} &= \\ &= 6x+12; \end{aligned}$$

а) $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6;$

б)
$$\begin{aligned} \sqrt{x^2+x-2} + \sqrt{x^2-4x+3} &= \\ &= \sqrt{x^2-1}; \end{aligned}$$

б)
$$\begin{aligned} 2\sqrt{x^2-2x-8} - \sqrt{x^2-16} &= \\ &= \sqrt{3x^2-13x+4}; \end{aligned}$$

— введення одної або кількох нових змінних:

в)
$$\frac{x^2}{\sqrt{x+2}} + x = 2\sqrt{x+2};$$

в)
$$\frac{x^2}{\sqrt{2x+5}} + \sqrt{2x+5} = 2x;$$

$$г) \sqrt[3]{x-4} = 1 - \sqrt{x+1};$$

$$г) \sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1};$$

$$д) \sqrt[4]{x+8} - \sqrt[4]{x-8} = 2;$$

$$д) \sqrt[4]{1-x} + \sqrt[4]{15+x} = 2;$$

$$е) \sqrt{x+5} + \sqrt{x} =$$

$$е) \sqrt{x} + \sqrt{x-8} =$$

$$= 2x - 15 + 2\sqrt{x^2 + 5x};$$

$$= 2x - 20 + 2\sqrt{x^2 - 8x};$$

— множення на спряжений радикал:

$$ж) \sqrt{2x^2 + 3x + 5} + \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 3x;$$

$$ж) (\sqrt{x+1} + 1)(\sqrt{x+10} - 4) = x;$$

$$з) \frac{\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = \frac{2}{x};$$

$$з) \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{6-x}}{\sqrt{x+6} + \sqrt{6-x}} = \frac{x}{6};$$

— виділення повного квадрату:

$$і) \sqrt{x+5} - 4\sqrt{x+1} + \sqrt{x+10} - 6\sqrt{x+1} = 1;$$

$$і) \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 3;$$

— порівняння значень обох частин рівняння на ОДЗ:

$$к*) \sqrt{4x^2 - 1} = 1 - \sqrt{4x - 1}.$$

$$к*) \sqrt{x+3} + \sqrt{x-1} = \frac{2}{x}.$$

2. Розв'яжіть нерівності, використовуючи рівносильні перетворення або метод інтервалів:

$$а) \sqrt{x^2 - 3x - 4} > x - 2;$$

$$а) \sqrt{x^2 + 3x - 4} > x + 2;$$

$$б) \sqrt{2x^2 - 3x - 5} < x - 1;$$

$$б) \sqrt{x^2 - x - 2} < x - 1;$$

$$в) \sqrt{x-5} + \sqrt{10-x} < 3;$$

$$в) \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+15} < 5;$$

$$г) \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{2x+5} \geq \frac{\sqrt{6+x-x^2}}{x+4};$$

$$г) \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{x+8} \leq \frac{\sqrt{3-2x-x^2}}{2x+1};$$

$$д) \frac{\sqrt{x^2-1}+1}{x} \geq 1.$$

$$д) \frac{1-\sqrt{1-4x^2}}{x} \leq 3.$$

3. Розв'яжіть системи рівнянь, використовуючи при розв'язуванні вказані способи:

а) введення нових змінних:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+y+4} + \sqrt[3]{y+7} = 4, \\ x+2y = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+2y} + \sqrt[3]{x-y+2} = 3, \\ 2x+y = 7; \end{cases}$$

б) множення рівнянь системи:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{108x}{5y}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}, \\ \sqrt{\frac{20y}{3x}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}; \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{\frac{16x}{5y}} = \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y}, \\ \sqrt{\frac{20y}{x}} = \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y}; \end{cases}$$

в) спосіб підстановки:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 10, \\ \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 4. \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 5, \\ \sqrt[6]{x} - \sqrt[6]{y} = 1. \end{cases}$$

С-24. УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОНЯТТЯ СТЕПЕНЯ

Варіант А1

Варіант А2

1. Подайте вираз у вигляді степеня числа x ($x > 0$):

а) $\sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt{x}$;

а) $\sqrt[10]{x^9} \cdot x^{1,1}$;

б) $\frac{x^{0,5}}{(\sqrt[4]{x})^2}$.

б) $\frac{(\sqrt[9]{x})^3}{\sqrt{x}}$.

2. Обчисліть:

а) $\frac{3^{\frac{2}{3}} \cdot 81^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{1}{3}}}$; б) $\left(10^{-\frac{1}{3}} \cdot 0,01^{\frac{1}{3}}\right)^{-1}$.

а) $\frac{\sqrt{2} \cdot 8^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{1}{2}}}$; б) $\left(25^{-\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{1}{2}}\right)^{-1}$.

3. Спростіть вирази:

а) $(16x)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{1}{8}x^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{2}{3}}$;

а) $(1000x)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(0,01x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$;

б) $\left(a + b^{\frac{1}{4}}\right)\left(a - b^{\frac{1}{4}}\right) + \sqrt{b}$;

б) $\left(a^{\frac{1}{3}} - b\right)\left(a^{\frac{1}{3}} + b\right) - \sqrt[3]{a^2}$;

$$\text{в)} \frac{ab^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{3}}b}{(ab)^{\frac{1}{3}}}$$

$$\text{в)} \frac{a^{\frac{1}{4}}b + b^{\frac{1}{4}}a}{(ab)^{\frac{1}{4}}}$$

4. Порівняйте числа:

$$\text{а)} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \text{ і } \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}};$$

$$\text{а)} 3^{\frac{1}{3}} \text{ і } 3^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{б)} \sqrt[7]{5^3} \text{ і } 5^{0,4}.$$

$$\text{б)} (0,5)^{0,2} \text{ і } \sqrt[3]{0,25}.$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Подайте у вигляді степеня з основою x ($x > 0$):

$$\text{а)} \frac{x \cdot \sqrt[3]{x}}{x^{\frac{2}{3}}};$$

$$\text{а)} \frac{x \cdot \sqrt[4]{x^3}}{x^{\frac{5}{4}}};$$

$$\text{б)} \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x} \cdot \left(x^{\frac{1}{8}}\right)^{-6}.$$

$$\text{б)} \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot (x^5)^{\frac{1}{6}}.$$

2. Обчисліть:

$$\text{а)} \frac{4^{-0,5} \cdot 8^{\frac{4}{5}}}{(\sqrt[5]{2})^2}; \text{ б)} \left(0,001^{\frac{1}{3}} \cdot 10^3\right)^{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{а)} \frac{27^{\frac{1}{4}} \cdot 9^{1,5}}{(\sqrt[3]{3})^2}; \text{ б)} \left(0,04^{\frac{1}{2}} \cdot 5^4\right)^{\frac{1}{3}}.$$

3. Спростіть вирази:

$$\text{а)} \left(0,36ac^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{1}{125}a^{\frac{3}{4}}c\right)^{\frac{1}{3}};$$

$$\text{а)} (0,027a^2c)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{1}{25}ac^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}};$$

$$\text{б)} \frac{x^{1,5} - x^{0,5}}{x^{0,5} - x};$$

$$\text{б)} \frac{x^{\frac{4}{3}} - x}{x - x^{\frac{3}{5}}};$$

$$\text{в)} \frac{a^{\frac{1}{4}} - 4}{a^{\frac{1}{4}} + 4a^{\frac{1}{8}} + 4}$$

$$\text{в)} \frac{a^{\frac{1}{3}} - 6a^{\frac{1}{6}} + 9}{a^{\frac{1}{3}} - 9}$$

4. Оцініть значення виразу:

а) $x^{\frac{2}{5}}$, якщо $1 \leq x \leq 32$;

а) $x^{\frac{4}{3}}$, якщо $0,008 \leq x \leq 1$;

б) $x^{\frac{1}{2}}$, якщо $\frac{4}{9} \leq x \leq 1\frac{11}{25}$.

б) $x^{\frac{1}{4}}$, якщо $\frac{1}{625} \leq x \leq 5\frac{1}{16}$.

Варіант В1**Варіант В2**1. Подайте у вигляді степеня з основою x ($x > 0$):

а) $x\sqrt{x^3\sqrt[5]{x}}$;
б) $\sqrt[3]{\frac{x^{\frac{8}{3}} \cdot x^{-2,5}}{x^{\frac{1}{6}}}}$.

а) $\sqrt[3]{x\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{x}}$;
б) $\sqrt{\frac{x^{\frac{11}{6}} \cdot x^{-1,5}}{x^{\frac{1}{3}}}}$.

2. Обчисліть:

а) $\left(4\frac{17}{27}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{81^{1,5}}{625}\right)^{\frac{1}{2}}$;

а) $\left(5\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot \left(\frac{32^{1,2}}{729}\right)^{\frac{1}{2}}$;

б) $\left(3\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt{\frac{27^{\frac{2}{3}} \cdot 49^{0,5}}{21}}$.

б) $\left(4\sqrt{2}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \sqrt{\frac{16^{0,75} \cdot 343^{\frac{1}{3}}}{28}}$.

3. Спростіть вираз:

а) $\left(0,0625a^{1,2}b^{0,8}c^{-1}\right)^{\frac{3}{4}} \times \left(\frac{1}{32}a^{\frac{3}{2}}bc^{\frac{5}{12}}\right)^{-0,6}$;

а) $\left(0,00032a^{-\frac{1}{3}}b^2c^{-\frac{5}{6}}\right)^{0,4} \times \left(\frac{1}{125}a^{0,2}b^{1,2}c\right)^{\frac{2}{3}}$;

б) $\frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} + \sqrt{x} - \sqrt{y}}{1 + x^{\frac{1}{4}} - y^{\frac{1}{4}}}$;

б) $\frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} + \sqrt[6]{x} - \sqrt[6]{y}}{x^{\frac{1}{6}} - y^{\frac{1}{6}}}$;

в) $\frac{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{2}{3}} + y}{x - y}$.

в) $\frac{x^{1,5} + y^{1,5}}{x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y - x^{\frac{5}{6}}y^{\frac{1}{2}}}$.

4. Запишіть формулу залежності між змінними a і b , якщо

а) $a = t^{\frac{1}{4}}, b = t^{\frac{1}{3}}$;

а) $a = t^{\frac{1}{2}}, b = t^{\frac{1}{5}}$;

б) $a = t^{0,8} + 1, b = t^{-0,8} - 1$.

б) $a = (t+1)^{\frac{2}{3}}, b = (t-1)^{\frac{2}{3}}$.

К-4. СТЕПЕНІ ТА КОРЕНІ

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть значення виразу:

а) $\left(\sqrt[3]{2^2 \cdot \sqrt{2}}\right)^{\frac{6}{5}}$;

а) $\left(\sqrt{3^3 \cdot \sqrt[3]{3}}\right)^{\frac{3}{5}}$;

б) $\frac{2x^{\frac{1}{2}}}{x-4} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}-2}$ при $x = 9$.

б) $\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}-3} - \frac{6}{x^{\frac{2}{3}}-9}$ при $x = 8$.

2. Розв'яжіть рівняння:

а) $(y^2 - 1)^{\frac{1}{3}} = 2$;

а) $(y^2 - 19)^{\frac{1}{4}} = 3$;

б) $\sqrt{x+12} = x$;

б) $\sqrt{7-x} = x-1$;

в) $\sqrt{3-x} \cdot \sqrt{1-3x} = x+5$;

в) $\sqrt{2-x} \cdot \sqrt{1-4x} = x+8$;

г) $x^2 + x + 2\sqrt{x^2 + x} = 0$.

г) $x^2 - 3x + 2\sqrt{x^2 - 3x} = 0$.

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 7, \\ xy = 4. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y - 2\sqrt{xy} = 2, \\ xy = 9. \end{cases}$$

4. Визначте значення a , для яких при $x = 1$ виконується нерівність:

$\sqrt{a-x} \geq x$.

$\sqrt{x-a} \geq \sqrt{x+3}$.

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Знайдіть значення виразу:

а) $\frac{\sqrt[4]{3 \cdot \sqrt[3]{9}}}{\sqrt[9]{9 \cdot \sqrt{3}}}$;

а) $\frac{\sqrt[4]{2 \cdot \sqrt[3]{4}}}{\sqrt[9]{4 \cdot \sqrt{2}}}$;

$$6) \left(\frac{x - x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} - 1} - 2\sqrt[3]{x} + 1 \right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{3}} + 1}{x^{\frac{1}{3}} - 1}$$

при $x = 8$.

$$6) \left(1 + 2\sqrt[3]{x} + \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1} \right) \cdot \frac{x^{\frac{1}{4}} - 1}{x^{\frac{1}{4}} + 1}$$

при $x = 16$.**2. Розв'яжіть рівняння:**

а) $2x^{\frac{2}{3}} + 3x^{\frac{1}{3}} - 5 = 0$;

а) $x^{0.4} + 5x^{0.2} - 14 = 0$;

б) $\sqrt{6 - 4x - x^2} - x = 4$;

б) $\sqrt{2x^2 + 8x + 7} - 2 = x$;

в) $\sqrt{x + 3} - \sqrt{7 - x} = 2$;

в) $\sqrt{x + 4} - \sqrt{6 - x} = 2$;

г) $(x^2 - 9x + 14)\sqrt{x^2 - 9} = 0$.

г) $(x^2 - 9)\sqrt{x^2 - 5x + 4} = 0$.

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sqrt{x + y} + \sqrt{x^2 + xy} = 3, \\ x + y + x^2 + xy = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - y^2} + \sqrt{x - y} = 6, \\ x^2 - y^2 - x + y = 12. \end{cases}$$

4. Використовуючи метод інтервалів, розв'яжіть нерівність:

$$\sqrt{x^2 - x} < \frac{6}{\sqrt{x^2 - x}}$$

$$\sqrt{x^2 + x} > \frac{2x^2 - 12}{\sqrt{x^2 + x}}$$

Варіант В1**Варіант В2****1. Знайдіть значення виразу:**

а) $\sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} \cdot (2 - \sqrt{3})$;

а) $\sqrt[3]{7 - 5\sqrt{2}} \cdot (1 + \sqrt{2})$;

б) $\frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{2}{3}}}{x + x^{\frac{2}{3}}} \cdot \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x - 1} + \frac{1}{x^{\frac{1}{3}} - 1} \right)$

б) $\left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}} + 1} - \frac{3x^{\frac{1}{3}} - 1}{x + 1} \right) \cdot \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{1}{3}}}$

при $x = 125$.при $x = 64$.**2. Розв'яжіть рівняння:**

а) $\sqrt{3 + \sqrt{5 - x}} = \sqrt{x}$;

а) $\sqrt{1 + \sqrt{3x + 1}} = \sqrt{x}$;

б) $4\sqrt{3 - \frac{1}{x}} - \sqrt{3x - 1} = 3$;

б) $3\sqrt{\frac{x}{x - 1}} - 2,5 = 3\sqrt{1 - \frac{1}{x}}$;

в) $\sqrt[3]{x+7} = \sqrt{x+3}$;

в) $\sqrt{x+2} = \sqrt[3]{3x+2}$;

г) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-16} = \sqrt[3]{x-8}$.

г) $\sqrt[3]{x+7} - \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{2x-1}$.

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} x + y - 2\sqrt{xy} - \sqrt{x} + \sqrt{y} = 2, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y + 2\sqrt{xy} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 12, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1. \end{cases}$$

4. Знайдіть значення a , при яких рівносильні нерівності:

(x - a) $\sqrt{x-2} > 0$ і $x > a$.

(x - 2) $\sqrt{x-a} > 0$ і $x > 2$.

С-25. ПОКАЗНИКОВІ РІВНЯННЯ. СИСТЕМИ ПОКАЗНИКОВИХ РІВНЯНЬ

Варіант А1Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $3^{x^2-x} = 9$;

а) $2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$;

б) $2^{x-1} + 2^{x+2} = 36$;

б) $5^x - 5^{x-2} = 600$;

в) $25^x + 10 \cdot 5^{x-1} - 3 = 0$;

в) $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$;

г) $2^x \cdot 5^{x+2} = 2500$.

г) $7^{x+1} \cdot 2^x = 98$.

2. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 6, \\ 3 \cdot 2^x - 2^y = 10. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x - 3^y = 6, \\ 2 \cdot 3^x + 3^y = 21. \end{cases}$$

Варіант Б1Варіант Б2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $(2^{x+4})^{x-3} = 0,5^x \cdot 4^{x-4}$;

а) $(3^{x-3})^{x+4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-1} \cdot 9^{x+1}$;

б) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 13 \cdot 3^{x-7}$;

б) $2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^{x+4} = 7 \cdot 2^{x^2}$;

$$\text{в)} \frac{5^x - 4}{5} = \frac{3 - 5^{x-1}}{2 \cdot 5^x};$$

$$\text{в)} \frac{7^x - 1}{3} = \frac{7^{x+1} + 49}{7^{x+1}};$$

$$\text{г)} 2^{x^2+2x} \cdot 3^{x^2+2x} = 216^{x+2}.$$

$$\text{г)} 2^{x^2-2x} \cdot 5^{x^2-2x} = 1000^{2-x}.$$

2. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} 4^x - 4^y = 15, \\ x + y = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5^x + 5^y = 30, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а)} \sqrt[3]{3^{x+1}} = \left(\sqrt[4]{9^{x-2}}\right)^{x+1};$$

$$\text{а)} \sqrt[3]{2^{x-2}} = \left(\sqrt[4]{4^{x+3}}\right)^{x-2};$$

$$\text{б)} 6^x + 6^{x+1} = 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2};$$

$$\text{б)} 3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 12^{x-1} + 12^x;$$

$$\text{в)} 10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99;$$

$$\text{в)} 5^{1+x^2} - 5^{1-x^2} = 24;$$

$$\text{г)} 6^{2x+4} = 2^{x+8} \cdot 3^{3x}.$$

$$\text{г)} 20^{3x+2} = 4^{x+12} \cdot 5^{5x-8}.$$

2. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} 3^x \cdot 5^y = 75, \\ 3^y \cdot 5^x = 45. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12, \\ 2^y \cdot 3^x = 18. \end{cases}$$

С-26. ПОКАЗНИКОВІ НЕРІВНОСТІ

Варіант А1

Варіант А2

1. Розв'яжіть нерівності:

$$\text{а)} 5^{1-2x} > \frac{1}{125};$$

$$\text{а)} 7^{3-x} < \frac{1}{49};$$

$$\text{б)} \left(\frac{1}{4}\right)^{x^2+3x} \leq 16;$$

$$\text{б)} \left(\frac{1}{5}\right)^{2x^2-3x} \geq 5;$$

$$\text{в)} 3^x - 3^{x-3} > 26;$$

$$\text{в)} 2^{x+2} + 2^{x+5} < 9;$$

$$\text{г)} 4^x - 2^x \geq 2.$$

$$\text{г)} 9^x - 3^x \leq 6.$$

2. Розв'яжіть графічно нерівність:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2.$$

$$2^x \geq \frac{1}{2}.$$

Варіант Б1**Варіант Б2****1. Розв'яжіть нерівності:**

$$\text{а) } (1,5)^{\frac{x^2+x-20}{x}} \leq 1;$$

$$\text{а) } (3,2)^{\frac{x^3+2x-3}{x}} \geq 1;$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{3}\right)^{x^3-4x-1} > 9^{x-1};$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x-2} < 4^{x-1};$$

$$\text{в) } 3^{x^3+1} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-x^2} > 162;$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2} + 2^{x^2+3} < 18;$$

$$\text{г) } 5^x + 5^{1-x} \geq 6.$$

$$\text{г) } 4^{1-x} + 4^x \geq 5.$$

2. Розв'яжіть графічно нерівність:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x > 2^x.$$

$$3^x < (0,5)^x.$$

Варіант В1**Варіант В2****1. Розв'яжіть нерівності:**

$$\text{а) } \frac{2^{x^2-x-2} - 1}{x^2 - x - 2} \geq 0;$$

$$\text{а) } \frac{1 - 3^{x^2+2x-3}}{x^2 + 2x - 3} \leq 0;$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{5}\right)^{x^3-7} - 5 \cdot 0,2^x < 0;$$

$$\text{б) } (0,25)^{x^2-4} - 16 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x > 0;$$

$$\text{в) } 5^x \cdot 2^{1-x} + 5^{x+1} \cdot 2^{-x} > > 7 \cdot (0,4)^{\frac{1}{x}};$$

$$\text{в) } 4^{x+2} \cdot 3^{-x} - 4^x \cdot 3^{2-x} < < 7 \cdot (0,75)^{\frac{4}{x}};$$

$$\text{г) } 4^{x+1} - 13 \cdot 6^x + 9^{x+1} \leq 0.$$

$$\text{г) } 25^{x+0,5} - 7 \cdot 10^x + 2^{2x+1} \geq 0.$$

2. Розв'яжіть графічно нерівність:

$$2^{|x|} < -\frac{2}{x}.$$

$$3^{|x|} < \frac{3}{x}.$$

С-27*. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПОКАЗНИКОВИХ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Розв'яжіть показникові рівняння, використовуючи при розв'язуванні вказані способи:

— розклад на множники:

$$\text{а) } 6^x + 6 \cdot 25^x - 6 = 5^x \cdot 30^x;$$

$$\text{а) } 7^x \cdot 14^x + 8 = 2^x + 8 \cdot 49^x;$$

$$\text{б) } x^2 \cdot 2^{\sqrt{-x}} + 4 = 2^{\sqrt{-x}} + 4x^2;$$

$$\text{б) } x^2 \cdot 3^{\sqrt{1-x}} - 9x^2 = 4 \cdot 3^{\sqrt{1-x}} - 36;$$

— введення нової змінної:

$$\text{в) } 4^{x-\sqrt{x^2-5}} - 12 \cdot 2^{x-1-\sqrt{x^2-5}} + 8 = 0;$$

$$\text{в) } 4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \cdot 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6;$$

$$\text{г) } 3^{2x+1} + 3^{1-2x} - 7(3^x + 3^{-x}) = 4;$$

$$\text{г) } 5^{2x+1} + 5^{1-2x} - 31(5^x + 5^{-x}) + 36 = 0;$$

$$\text{д) } 7^{\cos^2 x} + 7^{\sin^2 x} = 8;$$

$$\text{д) } 81^{\sin^2 x} + 81^{\cos^2 x} = 30;$$

$$\text{е) } 4^{\lg^2 x} + 8 = 3 \cdot 2^{\frac{1}{\cos^2 x}};$$

$$\text{е) } 3^{\cos 2x} = 3^{1+\cos^2 x} - 6;$$

$$\text{ж) } \left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^x + \left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^x = 10; \quad \text{ж) } \left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^x - \left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^x = 4\sqrt{2};$$

— застосування властивостей прогресій:

$$\text{з) } 2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot \dots \cdot 2^{2x-1} = 512;$$

$$\text{з) } 5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^6 \cdot \dots \cdot 5^{2x} = 0,04^{-28};$$

$$\text{и) } 5^{\sin x} \cdot 5^{\sin^2 x} \cdot 5^{\sin^3 x} \cdot \dots = 5;$$

$$\text{и) } 4^{\cos x} \cdot 4^{\cos^2 x} \cdot 4^{\cos^3 x} \cdot \dots = 4;$$

— ділення на вираз, який містить показникову функцію:

$$\text{к) } 3^x + 4^x = 5^x;$$

$$\text{к) } 2^x + 7^x = 9^x;$$

$$\text{л) } 6\sqrt[3]{9} - 13\sqrt[3]{6} + 6\sqrt[3]{4} = 0.$$

$$\text{л) } 3\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{36} - 2\sqrt[3]{81} = 0.$$

2. Розв'яжіть показникові нерівності:

$$\text{а) } \left(\frac{1}{9}\right)^{-\sqrt{x^2-3}} + 3 < 28 \cdot 3^{\sqrt{x^2-3}-1};$$

$$\text{а) } (0,25)^{2-\sqrt{6x+1}} - 4 \cdot 2^{\sqrt{6x+1}} \leq 0;$$

$$\text{б) } 2^{x+3} - 5^x < 7 \cdot 2^{x-2} - 3 \cdot 5^{x-1};$$

$$\text{б) } 3^{x+2} + 7^x > 4 \cdot 7^{x-1} + 34 \cdot 3^{x-1};$$

в) $x^2 \cdot 2^x + 4 \geq x^2 + 2^{x+2}$;

в) $x^2 \cdot 3^x - 3^{x+4} \leq x^2 - 81$;

г) $\sqrt{9^x - 3^{x+2}} > 3^x - 9$;

г) $\sqrt{9^x + 3^x - 2} > 3^x - 9$;

д) $(\sqrt{2} + 1)^{\frac{6x-6}{x+1}} \leq (\sqrt{2} - 1)^{-x}$.

д) $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$.

**С-28*. ПОКАЗНИКОВО-СТЕПЕНЕВІ
РІВНЯННЯ ТА НЕРІВНОСТІ
(домашня самостійна робота)**

Варіант 1**Варіант 2****1. Розв'яжіть рівняння:**

а) $(x+1)^{x^2-x} = (x+1)^2$;

а) $(x-1)^{x^2+x} = (x-1)^6$;

б) $(x^2 - 4x + 3)^{x^2-1} = 1$;

б) $(x^2 + 2x - 8)^{x^2-4} = 1$;

в) $|x-3|^{3-x} = |3-x|^{x-3}$;

в) $|x-2|^{x-2} = |2-x|^{2-x}$;

г) $(x^2 - 4)^x = (3x + 6)^x$.

г) $(x^2 - 1)^x = (2x + 2)^x$.

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $x^{4x^2} < x$, $x > 0$;

а) $x^{x^2} > x^{0,5x}$, $x > 0$;

б) $|x+5|^{x^2-4x+3} > 1$;

б) $|x+3|^{x^2-5x+4} < 1$;

в) $(x^2 + x + 1)^{2x^2+5x+2} \leq 1$;

в) $(4x^2 + 2x + 1)^{x^2-x} \geq 1$;

г) $(1+x^2)^{x-1} + 1 \geq 2(1+x^2)^{1-x}$.

г) $(2x^2 + 1)^{2-x} + 4 \geq 5(2x^2 + 1)^{x-2}$.

3. Розв'яжіть системи:

а)
$$\begin{cases} (x^2 + 2x - 7)^{x^2+2x-15} = 1, \\ |x+1|^{x+6} > |x+1|; \end{cases}$$

а)
$$\begin{cases} (x^2 - 3x - 9)^{x^2-5x-6} = 1, \\ |x-1|^{x-1} > |x-1|; \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} x^{y^2-7y+10} = 1, \\ x+y = 5. \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} y^{x^2-8x+15} = 1, \\ x-y = 3. \end{cases}$$

К-5. ПОКАЗНИКОВА ФУНКЦІЯ

Варіант А1Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3-2x} = 125;$

а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{4-2x} = 9;$

б) $3^{x+3} - 3^x = 78;$

б) $5^{x+2} + 5^x = 130;$

в) $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4 = 0.$

в) $3^{2x+1} - 28 \cdot 3^x + 9 = 0.$

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $(0,4)^{9-x^2} \leq 1;$

а) $(0,8)^{2x-x^2} \geq 1;$

б) $2^x \cdot 5^x < 10^{x^2} \cdot 0,01;$

б) $2^x \cdot 3^x > 6^{2x^2} \cdot \frac{1}{6};$

в) $3^{x^2-x} \leq (5^{x-1})^x.$

в) $7^{x^2+4x} \geq (2^x)^{x+4}.$

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} 3^x + 3^y = 12, \\ x + y = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2^x + 2^y = 10, \\ x + y = 4. \end{cases}$$

4. Знайдіть

найбільше значення

найменше значення

функції, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}.$ функції $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}.$ При яких значеннях x воно досягається?Варіант Б1Варіант Б2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\left(\frac{1}{4} \cdot 8^x\right)^{3x+2} = \frac{1}{32^x};$

а) $\left(\frac{1}{27} \cdot 9^x\right)^{2x+3} = \frac{1}{3^{9x}};$

б) $9^x + 3^{2x+1} = 4^{x+1};$

б) $5^{2x+1} - 25^x = 4^{x+1};$

в) $5 \cdot 4^x + 3 \cdot 10^x = 2 \cdot 25^x.$

в) $3 \cdot 4^x + 6^x = 2 \cdot 9^x.$

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $\left(\cos \frac{\pi}{10}\right)^{x^2+x} < 1 - \sin^2 \frac{\pi}{10};$

а) $(\sin 3)^{x^2-x} > 1 - \cos^2 3;$

б) $3^{x^2-2x+2} - 3^{x^2-2x} \leq 8 \cdot 27^{4-x};$

б) $7^{x^2+x+1} - 7^{x^2+x} \geq 6 \cdot 49^{x+10};$

в) $2^{4x} - 5 \cdot 4^x \geq -4.$

в) $9^x + 3 \leq 4 \cdot 3^x.$

3. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} 3^{2x} - (0,25)^y = 5, \\ 3^x + (0,5)^y = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (0,2)^x - 2^{0,5y} = 3, \\ (0,04)^x - 2^y = 21. \end{cases}$$

4. Знайдіть область значень функцій:

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x+1} \quad \text{і} \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\cos x} + 1.$$

$$y = \left(\frac{1}{3}\right)^{3 \sin x} \quad \text{і} \quad y = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin x}.$$

Визначте, в якій з даних функцій область значень є проміжок більшої довжини.

Варіант В1**Варіант В2****1. Розв'яжіть рівняння:**

а) $(4^{x+2})^x \cdot \sqrt[3]{32^{x-1}} = 64;$

а) $(9^x)^{x+1} \cdot \sqrt{27^{x-3}} = 3;$

б) $3^{2x-1} + 11^{2x-1} = 121^x - 3^{2x+1};$

б) $2^{2x} + 6^{2x} = 6^{2x+1} - 4^{x+1};$

в) $5^{\sin^2 x} - 5^{\cos^2 x} = 4.$

в) $2^{\cos 2x} - 2^{2 \sin^2 x} = 1.$

2. Розв'яжіть нерівності:

а) $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\frac{x^2-x-6}{x^2-9}} > \arccos \frac{1}{\sqrt{2}};$

а) $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{\frac{x^2-x-2}{x^2-4}} < \arcsin 1;$

б) $2^{x^2+x-1} \cdot 3^{x^2+x+1} \leq 1,5 \cdot 216^{x+1};$

б) $3^{x^2-2x+1} \cdot 5^{x^2-2x-1} \geq 0,6 \cdot 225^{x-6};$

в) $(\sqrt{5}-2)^{x+1} \geq 2(\sqrt{5}+2)^{x+1} - 1.$

в) $(2-\sqrt{3})^{x-1} \leq 3(2+\sqrt{3})^{x-1} - 2.$

3. Розв'яжіть систему:

$$\begin{cases} 4 \cdot 8^x - 9 \cdot 18^x = 4 \cdot 12^x - 9 \cdot 27^x, \\ (0,25)^{|x+1|} \geq 0,5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \cdot 27^x - 3 \cdot 18^x = 2 \cdot 12^x - 3 \cdot 8^x, \\ 9^{|x-1|} \leq 3. \end{cases}$$

4. Серед нулів функції

$$y = 3^{\sin \frac{\pi x}{2}} - 3$$

$$y = (0,5)^{\cos \frac{\pi x}{4}} - 1$$

знайдіть точки, в яких функція

 $f(x) = (0,2)^{\sqrt{15+2x-x^2}}$ набуває
найбільшого значення.

 $f(x) = 2^{\sqrt{8+2x-x^2}}$ набуває най-
меншого значення.

С-29. ЛОГАРИФМ. ВЛАСТИВОСТІ ЛОГАРИФМІВ

Варіант А1Варіант А2

1. Обчисліть:

а) $\log_3 27 - \log_{\frac{1}{7}} 7$;

а) $\log_2 16 + \log_{\frac{1}{3}} 9$;

б) $2^{1+\log_2 5}$;

б) $5^{\log_5 10-1}$;

в) $\lg 4 + 2 \lg 5$;

в) $\log_6 9 + 2 \log_6 2$;

г) $\log_5 \sqrt{10} - \log_5 \sqrt{2}$.

г) $\lg \sqrt{30} - \lg \sqrt{3}$.

2. Знайдіть значення x , якщо:

а) $3^x = 7$;

а) $2^x = 11$;

б) $\log_4 x = \log_{0,5} \sqrt{2}$.

б) $\log_{0,2} x = \log_{\sqrt{5}} 5$.

3. За допомогою логарифмічних тотожностей спростіть вирази ($a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$):

а) $\frac{\lg b}{\lg a} + \frac{2}{\log_b a} - \log_a b^3$;

а) $\frac{3}{\log_a b} - \log_b a^2 - \frac{\log_3 a}{\log_3 b}$;

б) $a^{2 \log_a b} - (\log_a a^b)^2$.

б) $\log_b b^a - b^{2 \log_b \sqrt{a}}$.

4. Порівняйте числа:

а) $\log_3 10$ і $\lg 3$;

а) $\log_2 7$ і $\log_7 2$;

б) $\log_2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{8} + \log_2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{8}$ і 0.

б) $\lg \sin \frac{\pi}{4} - \lg \cos \frac{\pi}{4}$ і 0.

Варіант Б1**1. Обчисліть:**

а) $\log_5 \frac{1}{25} + \log_{\sqrt{5}} 27$;

б) $\log_{1,5} \log_4 8$;

в) $4^{\log_2 3 + 0,5 \log_2 9}$;

г) $10^{\lg \frac{1}{5} - \lg 2}$.

Варіант Б2

а) $\log_{0,5} 4 + \log_{\sqrt{5}} 25$;

б) $\log_{0,75} \log_{27} 81$;

в) $100^{2 \lg 2 + \lg 3}$;

г) $3^{\log_3 2 - \log_3 \frac{1}{6}}$.

2. Знайдіть значення x , якщо:

а) $2^{2x-4} = 9$;

а) $5^{3x+6} = 27$;

б) $\log_4 x = \log_{\sqrt{2}} 6^{\frac{1}{\log_2 6}}$.

б) $\log_{\sqrt{5}} x = \log_{\frac{1}{5}} 2^{\frac{1}{\log_5 2}}$.

3. Порівняйте числа:

а) $\log_3 10$ і $\log_8 62$;

а) $\log_2 9$ і $\lg 900$;

б) $\log_2 9 \cdot \log_3 4$ і $\frac{\lg \frac{1}{16\sqrt{2}}}{\lg \sin \frac{\pi}{6}}$.

б) $\log_2 25 \cdot \log_5 \sqrt{2}$ і $\frac{\log_3 0,75}{\log_3 \sin \frac{\pi}{3}}$.

4. Знайдіть значення виразу:

а) $\lg \operatorname{tg} 31^\circ + \lg \operatorname{tg} 59^\circ$;

а) $\lg \operatorname{ctg} 42^\circ + \lg \operatorname{ctg} 48^\circ$;

б) $\frac{\log_3^2 6 - \log_3^2 2}{\log_3 12}$.

б) $\frac{\log_5^2 10 - \log_5^2 2}{\log_5 20}$.

Варіант В1**1. Обчисліть:**

а) $10 \log_9 \sqrt[5]{27} + \log_6 \log_5 \sqrt[3]{\sqrt{5}}$;

а) $\log_6 \log_7 \sqrt[4]{\sqrt[3]{49}} + 9 \log_8 \sqrt[3]{16}$;

б) $12^{\frac{1}{1+\log_3 4}}$;

б) $18^{\frac{1}{1+\log_5 2}}$;

в) $\log_2 \sin \frac{\pi}{8} + \log_2 2 \cos \frac{\pi}{8}$;

в) $\log_2 \operatorname{tg} \frac{\pi}{12} + \log_2 2 \cos^2 \frac{\pi}{12}$;

г) $\log_{\sqrt{7}} 2 \cdot \log_4 5 \cdot \log_{125} 49$.

г) $\log_{\sqrt{5}} 5 \cdot \log_{25} 6 \cdot \log_6 27$.

Варіант В2

2. Знайдіть x , якщо:

а) $4^{2x} - 2^{2x+4} + 15 = 0$;

а) $9^{2x} - 3^{2x+2} + 14 = 0$;

б) $\log_2 x = \frac{\lg 5}{\lg 0,5} + \log_4 225$.

б) $\lg x = \frac{\log_7 18}{\log_7 0,1} + \log_{\sqrt{10}} 6$.

3. Знайдіть значення виразу:

а) $3^{\log_4 5} - 5^{\log_4 3}$;

а) $2^{\lg 7} - 7^{\lg 2}$;

б) $\lg 5 \cdot \lg 20 + \lg^2 2$.

б) $\log_{16}^2 9 + \log_{15} 5 \cdot \log_{15} 45$.

4. Виразіть:

а) $\log_6 9$, якщо $\log_6 2 = a$;

а) $\lg 25$, якщо $\lg 2 = a$;

б) $\lg 56$, якщо $\lg 2 = a$ і

б) $\log_5 54$, якщо $\log_5 3 = a$ і

$\log_2 7 = b$.

$\log_3 2 = b$.

С-30. ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ Й СИСТЕМИ

Варіант А1

Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\log_4(x^2 - 15x) = 2$;

а) $\log_2(x^2 - 2x) = 3$;

б) $\lg(x^2 - 9) = \lg(4x + 3)$;

б) $\lg(2x^2 + 3x) = \lg(6x + 2)$;

в) $2\log_2(-x) = 1 + \log_2(x + 4)$;

в) $2\log_3(-x) = 1 + \log_3(x + 6)$;

г) $\log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0$.

г) $\log_4^2 x - 2\log_4 x - 3 = 0$.

2. Розв'яжіть систему:

$$\begin{cases} \lg x + \lg y = 2, \\ x^2 + y^2 = 425. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1, \\ x^2 - y^2 = 27. \end{cases}$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $\log_3(x + 3) = \log_3(x^2 + 2x - 3)$;

а) $\log_2(2x - 4) = \log_2(x^2 - 3x + 2)$;

$$\begin{aligned} \text{б) } \log_2(2x-1) - 2 &= \\ &= \log_2(x+2) - \log_2(x+1); \end{aligned}$$

$$\text{в) } \frac{\log_5(2x^2 - x)}{\log_4(2x + 2)} = 0;$$

$$\text{г) } \log_{2x}(x^2 + x - 2) = 1.$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \log_3(3x-1) - 1 &= \\ &= \log_3(x+3) - \log_3(x+1); \end{aligned}$$

$$\text{в) } \frac{\log_4(2x^2 + x)}{\log_5(2 - 2x)} = 0;$$

$$\text{г) } \log_{-2x}(2x^2 - x - 1) = 1.$$

2. Розв'яжіть систему:

$$\begin{cases} \log_x y + 2 \log_y x = 3, \\ x + y = 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \log_x y + \log_y x = 4, \\ x + y = 10. \end{cases}$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } \log_{x-1}(2x^2 - 5x - 3) = 2;$$

$$\text{а) } \log_{x+1}(2x^2 + 5x - 3) = 2;$$

$$\text{б) } \lg(x-2) - \frac{1}{2} \lg(3x-6) = \lg 2;$$

$$\text{б) } \lg 5 - 1 = \lg(x-3) - \frac{1}{2} \lg(3x+1);$$

$$\text{в) } \log_3^2(9x) + \log_3^2(3x) = 1;$$

$$\text{в) } \log_2^2(4x) + \log_2^2(2x) = 1;$$

$$\text{г) } \log_2(9 - 2^x) = 3^{\log_3(3-x)}.$$

$$\text{г) } \log_6(5 + 6^{-x}) = 10^{\lg(x+1)}.$$

2. Розв'яжіть систему:

$$\begin{cases} 1 + \log_2 x + \log_2 y = \log_2(x^2 + y^2 - 4), \\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 3. \end{cases} \quad \begin{cases} \log_2(4-y) + \log_2(4+y) = \log_2 x + \log_2(x+2y), \\ \log_2(x+y) + \log_2(x-y) = 3. \end{cases}$$

С-31*. ЗАСТОСУВАННЯ ЛОГАРИФМІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ТРАНСЦЕНДЕНТНИХ РІВНЯНЬ І СИСТЕМ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Розв'яжіть показникові рівняння:

$$\text{а) } 3^{x^2+4x} = \frac{1}{25};$$

$$\text{а) } 5^{x^2-2x} = 128;$$

б) $2 \cdot 25^x - 5 \cdot 10^x + 2 \cdot 4^x = 0;$

б) $16^x - 5 \cdot 36^x + 4 \cdot 81^x = 0;$

в) $5^x \cdot 8^{\frac{x}{x+1}} = 100.$

в) $3^x \cdot 8^{\frac{x}{x+1}} = 36.$

2. Використовуючи метод логарифмування, розв'яжіть рівняння:

а) $x^{\log_3 x} = 64x;$

а) $x^{\log_3 x} = 9x;$

б) $x^{2 \lg^3 x - 3 \lg x} = 0,1;$

б) $x^{9 \lg^2 x - 11 \lg x} = 0,01;$

в) $\frac{1}{4} x^{\log_4 x} = 2^{\frac{1}{2} \log_2^2 x};$

в) $27x^{\log_{27} x} = 9^{\log_{27} x^5};$

г) $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 6.$

г) $2 \cdot 6^{\log_6^2 x} - x^{\log_6 x} = 6.$

3. Розв'яжіть системи:

а) $\begin{cases} x^{2y^2-1} = 3, \\ x^{y^2+2} = 27; \end{cases}$

а) $\begin{cases} y^{x^2+1} = 100, \\ y^{3x^2-2} = 10; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x = 2 + \log_3 y, \\ y^x = 3^8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y = 1 + \log_4 x, \\ x^y = 4^8; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^{\log_8 y} + y^{\log_8 x} = 4, \\ \log_4 x - \log_4 y = 1. \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^{\log_5 y} + y^{\log_5 x} = 50, \\ \log_5 y - \log_5 x = 1. \end{cases}$

4*. Використовуючи властивості логарифмічної функції, розв'яжіть рівняння:

а) $3^x = 10 - \log_2 x;$

а) $2^x = 18 - \log_2 x;$

б) $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) = 2x^2 - 4x + 1.$

б) $-3x^2 + 6x - 2 = \log_2(x^2 + 1) - \log_2 x.$

С-32. ЛОГАРИФМІЧНІ НЕРІВНОСТІ

Варіант А1

Варіант А2

1. Розв'яжіть нерівності:

а) $\log_2(8 - x) < 1;$

а) $\log_3(x - 2) < 2;$

б) $\log_{\frac{1}{3}}(x + 1) \geq \log_{\frac{1}{3}}(3 - x);$

б) $\log_{0,5}(2x - 4) \geq \log_{0,5}(x + 1);$

в) $\log_2 x + \log_2(x-1) \leq 1.$

в) $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \leq 1.$

2. За допомогою методу інтервалів визначте, при яких значеннях x функція

$$y = (2-x)\lg x$$

$$y = (x-3)\lg(x+1)$$

набуває додатних значень.

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Розв'яжіть нерівності:

а) $\log_2(x^2 - 3x) < 2;$

а) $\log_3(x^2 + 2x) < 1;$

б) $\log_{0,3}(2x^2 - 9x + 4) \geq 2\log_{0,3}(x+2);$

б) $\log_{0,5}(2x^2 + 3x + 1) \geq 2\log_{0,5}(x-1);$

в) $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 > 0.$

в) $\log_2^2 x + 2\log_2 x - 3 > 0.$

2. Знайдіть область означення функції

$$y = \sqrt{(4-x^2)\log_{\frac{1}{2}}(x+5)}.$$

$$y = \sqrt{(x^2-1)\log_{\frac{1}{2}}(3-x)}.$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Розв'яжіть нерівності:

а) $\log_{\frac{1}{2}} \log_5(x^2 - 4) > 0;$

а) $\log_{\frac{1}{2}} \log_4(x^2 - 5) > 0;$

б) $2\log_2(x-2) + \log_{0,5}(x-3) > 2;$

б) $2\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + \log_2(x^2 - 2x - 1) < 1;$

в) $\log_{\frac{1}{3}} x \geq \log_x 3 - 2,5.$

в) $2\log_5 x - \log_x 125 \leq 1.$

2. Знайдіть область означення функції

$$y = \lg\left(\frac{\log_2 x^2}{\lg(x+3)}\right).$$

$$y = \log_2\left(\frac{\lg(x+4)}{\log_2 x^4}\right).$$

**С-33*. МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ
ЛОГАРИФМІЧНИХ РІВНЯНЬ, НЕРІВНОСТЕЙ,
СИСТЕМ
(домашня самостійна робота)**

Варіант 1**Варіант 2**

**1. Розв'яжіть рівняння, використовуючи
вказані способи:**

— перетворення і потенціювання рівняння:

- | | |
|---|--|
| а) $\log_3 \log_8 \log_2(x-5) = \log_3 2 - 1$; | а) $\log_4 \log_2 \log_{\sqrt{5}}(x+1) = 3^{\log_{\frac{1}{3}} 4}$; |
| б) $\lg(3^x + x - 12) = x \lg 30 - x$; | б) $\lg(2^x + x - 9) = x - x \lg 5$; |
| в) $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$; | в) $2 \log_2 \log_2 x + \log_{\frac{1}{2}} \log_2(2\sqrt{2}x) = 1$; |

— введення нової змінної:

- | | |
|--|--|
| г) $\log_2^2(2-x) - \log_2(x-2)^2 +$
$+ 3 \log_2 x-2 = 2$; | г) $\log_{0,5}^2(1-x) - \log_{0,5}(x-1)^2 +$
$+ \log_{0,5} x-1 = 2$; |
| д) $\lg(10x) \cdot \lg(0,1x) = \lg x^3 - 3$; | д) $\log_2(\frac{1}{4}x) \cdot \log_2(4x) = \log_2 x^2 - 1$; |
| е) $\log_{2 \operatorname{ctg} x}(2 \operatorname{ctg} x) +$
$+ \log_{2 \operatorname{ctg} x}(2 \operatorname{tg} x) = 2$; | е) $\log_{\cos x} \sin x + \log_{\sin x} \cos x = 2$; |
| ж) $\log_{\frac{1}{2}} x^2 - 14 \log_{16x} x^3 +$
$+ 40 \log_{4x} \sqrt{x} = 0$; | ж) $5 \log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} x^3 + 8 \log_{9x^2} x^2 = 2$; |

— введення параметра:

- | | |
|--|---|
| з)* $\log_2^2 x + (x-1) \log_2 x = 6 - 2x$; | з)* $(x+1) \log_2^2 x + 4x \log_2 x - 16 = 0$; |
| и)* $\lg(x^3 + x) = \log_2 x$. | и)* $\log_5(1 + \sqrt{x}) = \log_{16} x$. |

2. Розв'яжіть нерівності:

- | | |
|---|---|
| а) $\log_{0,5} \log_6 \frac{x^2 + x}{x+4} \leq 0$; | а) $\log_{\frac{1}{2}} \log_3 \frac{x^2 - 1}{x-2} \leq 0$; |
| б) $\frac{\log_2(3 \cdot 2^{x-1} - 1)}{x} \geq 0$; | б) $\frac{x-1}{\log_3(9-3^x) - 3} \geq 0$; |

в) $x^{2-4\log_2 x + \log_2^2 x} < \frac{1}{x}$;

в) $x^{\lg^2 x - 2\lg x - 1} < x^2$;

г) $(2^x + 3 \cdot 2^{-x})^{2\log_2 x - \log_2(x+6)} > 1$;

г) $(4 \cdot 3^x + 3^{-x})^{2\log_3(x-1) - \log_3(2x+1)} > 1$;

д) $\log_{x-2}(x^2 - 8x + 15) > 0$;

д) $\log_{2x+4}(x^2 - x) > 1$;

е) $\log_x \log_9(3^x - 9) \leq 1$;

е) $\log_x \log_2(4^x - 12) \leq 1$;

ж) $\sqrt{\log_9(3x^2 - 4x + 2)} >$
 $> \log_3(3x^2 - 4x + 2) - 1$;

ж) $\sqrt{1 + \log_2(7x^2 + 14x + 8)} <$
 $< 1 + \log_8(7x^2 + 14x + 8)$;

з)* $16^{-0,5 + \log_4^2 x} + \frac{11}{16} \geq x^{\log_2 \sqrt{x}}$.

з)* $(\sqrt{3})^{2 + \log_{\sqrt{3}}^2 x} - 1,5 \leq x^{\log_3 x^4}$.

3. Розв'яжіть системи:

а) $\begin{cases} x^{\log_3 y} = 3, \\ xy = 6; \end{cases}$

а) $\begin{cases} y^{\log_6 x} = 64, \\ xy = 500; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x^y = \frac{1}{\sqrt{1000}}, \\ \frac{1}{y} \lg x = -6; \end{cases}$

б) $\begin{cases} y^x = 100, \\ \frac{1}{x} \lg y = 0,5; \end{cases}$

в) $\begin{cases} \log_x(xy) = \log_y x^2, \\ y^{2\log_y x} = 4y - 3. \end{cases}$

в) $\begin{cases} \log_y \frac{x}{y} = \log_x y^2, \\ x^{-2\log_x y} = 5x - 4. \end{cases}$

К-6. ЛОГАРИФМІЧНА
ФУНКЦІЯВаріант А1Варіант А2

1. Обчисліть:

а) $3 \log_2 \frac{1}{8} + 10^{\lg 2 + \lg 5}$;

а) $2 \log_3 \frac{1}{27} + 6^{\log_6 72 - \log_6 2}$;

б) $2 \log_3 6 - \log_3 12$.

б) $3 \lg 5 + \lg 8$.

2. Розв'яжіть рівняння:

а) $\log_{0,5}(x^2 + x) = -1$;

а) $\log_{0,1}(x^2 - 3x) = -1$;

б) $2\log_3 x = \log_3(2x^2 - x)$.

б) $2\log_5(-x) = \log_5(x + 2)$.

3. Розв'яжіть нерівності:

а) $\log_7(2 - x) \leq \log_7(3x + 6)$;

а) $\log_{0,2}(3x - 1) \geq \log_{0,2}(3 - x)$;

б) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4) > \log_{\frac{1}{2}}(x + 2) - 1$.

б) $\log_3(x^2 - 1) < \log_3(x + 1) + 1$.

4. Розв'яжіть систему:

$$\begin{cases} \log_3(x + y) = 2, \\ 9^{\log_3 \sqrt{x-y}} = 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2(x - y) = 3, \\ 4^{\log_2 \sqrt{x+y}} = 10. \end{cases}$$

5. Знайдіть значення x , при яких функція

$f(x) = x^{\log_2 x + 2}$

$f(x) = x^{\log_3 x - 2}$

набуває значення,

що дорівнює 8.

що дорівнює 27.

Варіант Б1**1. Обчисліть:**

а) $\log_{0,6}(\log_3 32) + 49^{\log_{\sqrt{e}} \sqrt{2}}$;

а) $\log_{1,2}(\log_{64} 32) + 9^{\log_{\sqrt{5}} \sqrt{5}}$;

б) $\frac{\lg 900 - 2}{2\lg 0,5 + \lg 12}$.

б) $\frac{2\lg 0,2 + \lg 200}{\lg 20 - 1}$.

2. Розв'яжіть рівняння:

а) $\log_{\frac{1}{2}} x =$

а) $\log_{0,2}(x + 1) =$

$= \log_{\frac{1}{2}}(x + 3) - \log_{\frac{1}{2}}(x - 1)$;

$= \log_{0,2}(8 - x) - \log_{0,2} x$;

б) $\log_2^2 x^2 + 6\log_{0,25} x - 1 = 0$.

б) $\log_3^2 x^3 - 20\log_9 x + 1 = 0$.

3. Розв'яжіть нерівності:

а) $\log_2(x^2 - 3x + 2) \leq 1 + \log_2(x - 2)$;

а) $\log_6(x^2 + 10x + 24) \leq 1 + \log_6(x + 6)$;

б) $2\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x^2 > 4$.

б) $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x^2 > 3$.

Варіант Б2

4. Розв'яжіть систему:

$$\begin{cases} 2^{2+\log_2(x^2+y^2)} = 20, \\ \lg(x^2 - y^2) - \lg(x - y) = 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 3^{1+\log_3(x^2-y^2)} = 15, \\ \log_2(x^2 - y^2) - \log_2(x + y) = 0. \end{cases}$$

5. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій

$$f(x) = x^{\log_3 x} \quad \text{і} \quad g(x) = \frac{1}{27} x^4. \quad f(x) = x^{\log_2 x} \quad \text{і} \quad g(x) = \frac{8}{x^2}.$$

Варіант В1

1. Обчисліть:

а) $3^{\frac{2}{\log_5 3}} + \frac{\log_2 \frac{1}{3}}{\log_4 81};$

б) $\log_{\sqrt{2}}(\log_2 3 \cdot \log_3 4).$

Варіант В2

2. Розв'яжіть рівняння:

а) $\log_2(x-2) \cdot \log_3 2 + \log_3(x+3) = 1 + \lg(x-1) \log_3 10;$

а) $\log_3(x-3) \cdot \log_2 3 + \log_2(x+2) = 1 + \log_5(x-1) \log_2 5;$

б) $\log_x(9x^2) \log_3^2 x = 4.$

б) $\log_x(125x) \log_{25}^2 x = 1.$

3. Розв'яжіть нерівності:

а) $\log_x(x+2) > 2;$

а) $\log_x(6-x) > 2;$

б) $\log_5(\log_{0,5}^2 x + \log_{0,5} x^2 - 3) \geq 1.$

б) $\log_2(\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 2) \geq 2.$

4. Розв'яжіть систему:

$$\begin{cases} 3^{\log_3 y} - \log_3 x = 1, \\ x^y = 3^{12}. \end{cases} \quad \begin{cases} \log_5 x + 5^{\log_5 y} = 7, \\ x^y = 5^{12}. \end{cases}$$

5. Розв'яжіть рівняння:

$$\log_2(x^2 - x - 2) = 1 + \log_2(x-2) \log_2(x+1).$$

$$\log_3(x^2 - 2x - 3) = 1 + \log_3(x+1) \log_3(x-3).$$

С-34. УЗАГАЛЬНЕННЯ ПОНЯТТЯ МОДУЛЯ. РІВНЯННЯ І НЕРІВНОСТІ З МОДУЛЕМ

Варіант А1

Варіант А2

1. Розкрийте модулі:

а) $|\sqrt{5} - 2|$;

а) $|1 - \sqrt{2}|$;

б) $|3 - \pi|$;

б) $|4 - \pi|$;

в) $|1 + x^2|$;

в) $|-x^4 - 2|$;

г) $|\sqrt{x} - x^8|$.

г) $|x^2 + \sqrt[4]{x}|$.

2. Розв'яжіть рівняння:

а) $|2x - 3| = 5$;

а) $|2x + 4| = 6$;

б) $|x^2 - 4| = x^2 - 4$;

б) $|x^2 - 1| = 1 - x^2$;

в) $|x^2 + x| = |3x + 3|$;

в) $|x^2 - x| = |2x - 2|$;

г) $x^2 - |x| - 2 = 0$.

г) $x^2 + |x| - 6 = 0$.

3. Розв'яжіть нерівності:

а) $|x - 2| \leq 2$;

а) $|x + 1| \leq 1$;

б) $\left|2 + \frac{1}{x}\right| > -3$;

б) $\left|1 + \frac{1}{x-1}\right| > -1$;

в) $|x^2 - 9| > 16$;

в) $|x^2 - 4| > 12$;

г) $|2 + x| \leq x$.

г) $|4 - x| \leq x$.

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Розкрийте модулі:

а) $|3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}|$;

а) $|3\sqrt{5} - 5\sqrt{3}|$;

б) $|2^{30} - 3^{20}|$;

б) $|3^{40} - 4^{30}|$;

в) $|-x^2 + 2x - 2|$;

в) $|x^2 + 6x + 10|$;

г) $|\sqrt{x+1} - \sqrt{x}|$.

г) $|\sqrt{x-2} - \sqrt{x}|$.

2. Розв'яжіть рівняння:

а) $|x^2 + x| = 2$;

а) $|x^2 - x| = 6$;

б) $|x - 1| = 3x + 5$;

б) $|x + 1| = 2x + 8$;

в) $x^2 - 4 \frac{x+2}{|x+2|} = 0$;

в) $x^2 + \frac{|x-1|}{x-1} = 0$;

г) $x^2 - 6x + |x - 4| + 8 = 0$.

г) $x^2 + 4x + |x + 3| + 3 = 0$.

3. Розв'яжіть нерівності:

а) $|\sqrt{x+1} - 1| > -2$;

а) $|4 - \sqrt{x-2}| > -5$;

б) $|4x + 1| \geq 3$;

б) $|4x - 3| \leq 1$;

в) $|x^2 - 4| \leq 3x$;

в) $|x^2 - 2x| \geq x$;

г) $|x + 1| < |x - 3|$.

г) $|x + 2| < |x - 4|$.

Варіант В1**Варіант В2****1. Розкрийте модулі:**

а) $|\sqrt{2} - \sqrt[3]{3}|$;

а) $|\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{5}|$;

б) $|\cos 20^\circ - \cos 21^\circ|$;

б) $|\sin 1^\circ - \sin 2^\circ|$;

в) $|2 - x^2 - \frac{1}{x^2}|$;

в) $|\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 2|$;

г) $|x^6 + 3 - 2x^3|$.

г) $|4x^5 - x^{10} - 5|$.

2. Розв'яжіть рівняння:

а) $||x^2 - x| - 1| = 1$;

а) $||x^2 + x| - 3| = 3$;

б) $|x^2 + x - 3| = x$;

б) $|x^2 - x - 8| = -x$;

в) $\sqrt{9 - x^2} = -|x^2 + 4x + 3|$;

в) $\sqrt{25 - x^2} = -|x^2 + 2x - 15|$;

г) $|x| + |x - 2| = 4$.

г) $|x - 1| + |x + 1| = 4$.

3. Розв'яжіть нерівності:

а) $|x^2 + 3x| \geq 2 - x^2$;

а) $|x^2 - 2x| \geq 12 - x^2$;

б) $|x^2 - 2x| \leq x$;

б) $|x^2 + 2x| \leq 4x$;

в) $|x^2 + x - 2| > |x + 2|$;

в) $|2x^2 + x - 1| > |x + 1|$;

г) $\left| \frac{\sqrt{x+3} - 1}{x^2 - 1} \right| > 0$.

г) $\left| \frac{\sqrt{x+5} - 2}{4 - x^2} \right| > 0$.

**С-35. ОБЧИСЛЕННЯ ГРАНИЦЬ
ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ
І ФУНКЦІЙ.
НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЙ**

Варіант А1**Варіант А2**

1. Знайдіть границі числових послідовностей:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2 + 4}$;

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3 - 2}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n + 2}{n^2 + 1}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n - 2}{4n^2 + 1}$;

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$;

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-3})$;

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 1}{3^{n+1}}$.

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2}}{2^n + 2}$.

2. Обчисліть границі:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2+x}$;

а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+4}{x^2-2}$;

б) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x+3}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{16-x^2}{4-x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{3x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{15x}{3 \sin x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4-1}{2x^3+x}$.

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+x^3}{3x^2+5x}$.

**3. Користуючись означенням
неперервності функції в точці,
доведіть, що**

функція $f(x) = x + \frac{1}{x}$ є неперервною в точці $x_0 = -1$, але не є неперервною в точці $x_1 = 0$.

функція $g(x) = \frac{x}{x-2}$ є неперервною в точці $x_0 = 3$, але не є неперервною в точці $x_1 = 2$.

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Знайдіть границі числових послідовностей:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^2 + 2}$;

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3n^3 - 1}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 - 3n}{n + 4}$;

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{5 - 4n}$;

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n} - n)$;

в) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 - 2n})$;

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{3^{n+1} + 4}$.

г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 5^{n+2}}{5^{n+1} + 4^{n+1}}$.

2. Обчисліть границі:

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$;

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{\sqrt{x^2+2}}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 - 1}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - 5x + 2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{\sin x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin x}{\sin 2x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{\cos(x+2)}$.

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{\sin(x-1)}$.

3. Визначте, чи є неперервною функція:

а) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ в точці $x_0 = 1$;

а) $f(x) = \frac{2+x}{2-x}$ в точці $x_0 = -2$;

б) $g(x) = \begin{cases} x^2, & \text{при } x \leq -1, \\ 3x+4, & \text{при } x \geq -1 \end{cases}$

б) $g(x) = \begin{cases} 2x-3, & \text{при } x < 1, \\ x^2-2, & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$

в точці $x_0 = -1$.

в точці $x_0 = 1$.

Варіант В1**Варіант В2**

1. Знайдіть границі числових послідовностей:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{n} \cos n;$$

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \cos \left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{n} \right) \sin n;$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 - n - 1}{n^2 - 1} \right)^3;$$

$$б) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + n - 2}{2n^2 - 2} \right)^2;$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n} - \sqrt[3]{n+1});$$

$$в) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+2} - \sqrt[3]{n});$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1-n)n!}{(n+1)! - n!}.$$

$$г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)! + n!}{(2-n)n!}.$$

2. Обчисліть границі:

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\lg(3-x)}{2+x};$$

$$a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin(x+1)}{x-1};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 + 1};$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - x - 2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{4x};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{4x^2};$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\operatorname{tg} x}.$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2 \operatorname{ctg} x}.$$

3. Знайдіть значення a , при якому функція $f(x)$ є неперервною на $D(f)$, якщо:

$$a) f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & \text{при } x \leq 2, \\ ax - 6, & \text{при } x > 2; \end{cases}$$

$$a) f(x) = \begin{cases} 4 + x, & \text{при } x \leq 1, \\ 2x^2 - a, & \text{при } x > 1; \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}, & \text{при } x \neq 0, \\ a, & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

$$б) f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{2x}, & \text{при } x \neq 0, \\ a, & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

С-36. ОЗНАЧЕННЯ ПОХІДНОЇ. НАЙПРОСТІШІ ПРАВИЛА ОБЧИСЛЕННЯ ПОХІДНИХ

Варіант А1

1. Знайдіть приріст функції:

а) $f(x) = 2x - 3$,

якщо $x_0 = 1$, $\Delta x = 0,2$;

б) $f(x) = x^2 + 2$,

якщо $x_0 = -2$, $\Delta x = 0,01$.

Варіант А2

1. Знайдіть приріст функції:

а) $f(x) = 3x + 1$,

якщо $x_0 = -2$, $\Delta x = 0,1$;

б) $f(x) = x^2 - 4$,

якщо $x_0 = 1$, $\Delta x = 0,02$.

2. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = 2x^5 - \frac{4}{x^2}$;

б) $f(x) = (2\sqrt{x} + 1) \cdot x^3$.

а) $f(x) = 3x^4 + \frac{2}{x^3}$;

б) $f(x) = (3\sqrt{x} - 2) \cdot x^2$.

3. Розв'яжіть рівняння $f'(x) = 0$, якщо:

а) $f(x) = \frac{x^2 - 3}{x + 2}$;

б) $f(x) = 4x + \frac{1}{x} - \sqrt{5}$.

а) $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$;

б) $f(x) = -\frac{1}{x} - 9x + \sqrt{2}$.

4. Розв'яжіть нерівність

$f'(x) > 0$, якщо:

а) $f(x) = 8x - x^2 - \frac{x^3}{3}$;

б) $f(x) = \frac{x}{x + 2}$.

$f'(x) < 0$, якщо:

а) $f(x) = \frac{x^3}{6} + x^2 - 6x$;

б) $f(x) = \frac{x}{x - 3}$.

Варіант Б1

1. Користуючись означенням, знайдіть похідну функції $f(x)$ в точці x_0 :

а) $f(x) = \frac{x^2}{4} - x$, $x_0 = 2$;

а) $f(x) = \frac{x^2}{2} + 2x$, $x_0 = -1$;

б) $f(x) = \frac{2}{x} + 1, x_0 = -1.$

б) $f(x) = 3 - \frac{4}{x}, x_0 = 2.$

2. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = x\sqrt{x} - 8x^3;$

а) $f(x) = 3x^5 + x^2\sqrt{x};$

б) $f(x) = \left(3 - \frac{4}{x^4}\right)(x^2 + 1).$

б) $f(x) = \left(2 + \frac{3}{x^3}\right)(x - 1).$

3. Складіть і розв'яжіть рівняння:

а) $f'(x) = f'(-2),$

а) $f'(x) = f'(6),$

якщо $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x + 4};$

якщо $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 4};$

б) $f'(x) = f(x) - 2x,$

б) $xf'(x) = f(x) + 4,$

якщо $f(x) = 2x + \frac{1}{x}.$

якщо $f(x) = x - \frac{1}{x}.$

4. Складіть і розв'яжіть нерівність

$f(x) \cdot f'(x) \geq 0,$ якщо:

$f(x) \cdot f'(x) \leq 0,$ якщо:

а) $f(x) = x^2 - 2x - 3;$

а) $f(x) = x^2 - 4x + 3;$

б) $f(x) = \frac{2-x}{x+3}.$

б) $f(x) = \frac{x+1}{4-x}.$

Варіант В1**Варіант В2**1. Користуючись означенням, знайдіть похідну функції $f(x)$ в кожній точці $D(f)$:

а) $f(x) = \sqrt{x-2};$

а) $f(x) = \sqrt{x+1};$

б) $f(x) = 4 - \frac{2}{x^2};$

б) $f(x) = \frac{3}{x^2} - 7.$

2. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = 4x^5 - \frac{2}{x\sqrt{x}};$

а) $f(x) = \frac{4}{x^2\sqrt{x}} + 3x^6;$

б) $f(x) = \left(x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)(2+5x-3x^2).$

б) $f(x) = (15-2x-x^2)\left(2x + \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}\right).$

3. Складіть і розв'яжіть рівняння:

а) $|f(x)| = f'(x)$,

якщо $f(x) = x^2 + x + 1$;

а) $|f(x)| = -f'(x)$,

якщо $f(x) = -x^2 - 4x - 1$;

б) $f'(x) = f'(5) - f'(1)$,

якщо $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 3}$.

б) $f'(x) = f'(-1) + f'(-5)$,

якщо $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 3}$.

4. Складіть і розв'яжіть нерівність

$\frac{f(x)}{f'(x)} \geq 0$, якщо:

а) $f(x) = x^4 - 4x^2$;

б) $f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2$.

$\frac{f(x)}{f'(x)} \leq 0$, якщо:

а) $f(x) = 9x - x^3$;

б) $f(x) = \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2$.

С-37. ПОХІДНІ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ І СКЛАДЕНИХ ФУНКЦІЙ

Варіант А1Варіант А21. Знайдіть $f'(x_0)$, якщо:

а) $f(x) = (4x + 3)^6$, $x_0 = -1$;

б) $f(x) = 2 - 2 \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$;

в) $f(x) = \sqrt{x^2 - 8}$, $x_0 = 3$;

г) $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x$, $x_0 = \frac{\pi}{8}$.

а) $f(x) = (3x - 2)^5$, $x_0 = 1$;

б) $f(x) = 4 \sin x - x$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$;

в) $f(x) = \sqrt{5 - x^2}$, $x_0 = -2$;

г) $f(x) = \frac{1}{4} \cos 4x$, $x_0 = \frac{\pi}{16}$.

2. Розв'яжіть рівняння $f'(x) = 0$, якщо:

а) $f(x) = (x^2 - 6x + 5)^2$;

б) $f(x) = \cos^2 \frac{x}{4} - \sin^2 \frac{x}{4}$.

а) $f(x) = (x^2 - 2x - 3)^2$;

б) $f(x) = 4 \sin \frac{x}{8} \cos \frac{x}{8}$.

3. Доведіть тотожності:

$$\text{а) } f'(x) = \frac{1}{x-2} f'(3) \cdot f(x),$$

$$\text{якщо } f(x) = \frac{1}{(x-2)^2};$$

$$\text{а) } f'(x) = \frac{1}{x+1} f'(0) \cdot f(x),$$

$$\text{якщо } f(x) = \frac{1}{(x+1)^3};$$

$$\text{б) } g'(x) = \left(\frac{g(x)}{\sin x} \right)^2,$$

$$\text{якщо } g(x) = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} \pi.$$

$$\text{б) } g'(x) = \left(\frac{g(x)}{\cos x} \right)^2,$$

$$\text{якщо } g(x) = \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}.$$

Варіант Б1

1. Знайдіть $f'(x_0)$, якщо

$$\text{а) } f(x) = (3x-5)^3 + \frac{1}{(3-x)^2},$$

$$x_0 = 2;$$

$$\text{б) } f(x) = \sin 3x - \operatorname{tg} x, x_0 = 0;$$

$$\text{в) } f(x) = \sqrt{5-4x-x^2}, x_0 = -2;$$

$$\text{г) } f(x) = x^2 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right), x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

$$\text{а) } f(x) = \frac{1}{(2x+7)^4} - (1-x)^3,$$

$$x_0 = -3;$$

$$\text{б) } f(x) = \cos 4x + \operatorname{ctg} x, x_0 = \frac{\pi}{2};$$

$$\text{в) } f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 12}, x_0 = 4;$$

$$\text{г) } f(x) = x \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right), x_0 = \pi.$$

2. Розв'яжіть рівняння $f'(x_0)$, якщо:

$$\text{а) } f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{x}};$$

$$\text{б) } f(x) = \cos 5x \cos 3x + \sin 5x \sin 3x - x.$$

$$\text{а) } f(x) = \sqrt{x^3 + \frac{243}{x}};$$

$$\text{б) } f(x) = \sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x + 1, 5x.$$

3. Доведіть, що при всіх допустимих значеннях x похідна функції $g(x)$ не може набувати

додатних

від'ємних

значень, якщо:

$$\text{а) } g(x) = \frac{1}{3(2x-1)^3} + 2\sqrt{1-x^2};$$

$$\text{а) } g(x) = \frac{0,2}{(5-4x)^5} - \sqrt{2-x^5};$$

$$\text{б) } g(x) = \operatorname{ctg} \frac{x}{9} + \cos \frac{\pi}{9}.$$

$$\text{б) } g(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{7} - \sin \frac{\pi}{7}.$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Знайдіть $f'(x_0)$, якщо:

$$\text{а) } f(x) = (x^2 + 3x - 4)^5 - \sin \pi x, \quad x_0 = 1;$$

$$\text{а) } f(x) = (2x^2 - x - 3)^6 + \cos \pi x, \quad x_0 = -1;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{\cos^3 \frac{x}{3}}, \quad x_0 = -3\pi;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{1}{\sin^4 \frac{x}{2}}, \quad x_0 = 3\pi;$$

$$\text{в) } f(x) = \sqrt{\operatorname{ctg} x}, \quad x_0 = \frac{\pi}{4};$$

$$\text{в) } f(x) = \sqrt{\operatorname{tg} x}, \quad x_0 = \frac{3\pi}{4};$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{1}{\arccos x}, \quad x_0 = 0.$$

$$\text{г) } f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, \quad x_0 = 1.$$

2. Розв'яжіть рівняння $(f(g(x)))' = 0$ і

$(g(f(x)))' = 0$, якщо:

$$f(x) = x^2 - x \quad \text{і} \quad g(x) = \frac{1}{x}.$$

$$f(x) = x^2 - 4x \quad \text{і} \quad g(x) = \sqrt{x}.$$

3. Доведіть, що при всіх допустимих значеннях x справджується рівність:

$$\text{а) для } f(x) = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \quad \text{і}$$

$$\text{а) для } f(x) = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{x}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2}} \quad \text{і}$$

$$g(x) = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$g(x) = \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x}$$

$$f'(x) \cdot g'(x) = -f(x) \cdot g(x);$$

$$\frac{1}{f'(x)} - \frac{1}{g'(x)} = 1;$$

б) для $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$

$$(f(f(x)))' = -\frac{f'(x)}{(f(x))^2}.$$

б) для $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

$$(f(f(x)))' = \frac{f'(x)}{(f(x))^2}.$$

С-38. ГЕОМЕТРИЧНИЙ І МЕХАНІЧНИЙ ЗМІСТ ПОХІДНОЇ

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть тангенс кута нахилу дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 :

а) $f(x) = 3x^2 - 12x + 5$, $x_0 = -1$;

а) $f(x) = 2x^2 + 8x - 3$, $x_0 = -3$;

б) $f(x) = 4 \cos x + x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

б) $f(x) = 2x - 3 \sin x$, $x_0 = \pi$.

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці M :

а) $f(x) = 2x^2 + \frac{1}{3}x^3$, $M(-3; 9)$;

а) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x$, $M(3; 9)$;

б) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $M(2; 3)$.

б) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, $M(-2; 3)$.

3. Тіло рухається за законом

$$x(t) = t^4 + 0,5t^2 - 3t$$

$$x(t) = t^3 - 2t^2 + 5$$

(x — в метрах, t — в секундах).

Знайдіть швидкість і прискорення тіла через 2с після початку руху.

4. На графіку функції $f(x)$ знайдіть точку, в якій дотична до $f(x)$ нахилена до осі абсцис під кутом α , якщо

$$f(x) = \sqrt{2x-1}, \quad \alpha = 45^\circ.$$

$$f(x) = \sqrt{4x+8}, \quad \alpha = 45^\circ.$$

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 , якщо:

а) $f(x) = (x^2 - 1)(x^3 + x)$, $x_0 = -1$;

а) $f(x) = (x^2 + 1)(x^3 - x)$, $x_0 = 1$;

б) $f(x) = \sin^2 x$, $x_0 = \frac{\pi}{12}$.

б) $f(x) = \cos^2 x$, $x_0 = -\frac{\pi}{12}$.

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 :

а) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$, $x_0 = 2$;

а) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$, $x_0 = -2$;

б) $f(x) = \cos(1 + 4x)$, $x_0 = -0,25$.

б) $f(x) = \sin(1 - 2x)$, $x_0 = 0,5$.

3. Тіло масою m кг рухається за законом $x(t)$ (x — в метрах, t — в секундах). Знайдіть силу, яка діє на тіло в момент часу t_0 , якщо

$m = 3$, $t_0 = 2$,

$m = 2$, $t_0 = 3$,

$x(t) = 0,25t^4 + \frac{1}{3}t^3 - 7t + 2$.

$x(t) = 2t^3 - 6t^2 + t + 3$.

4. На графіку функції

$g(x) = \sqrt{8x - x^2}$

$g(x) = \sqrt{-x^2 - 10x}$

знайдіть точку, в якій дотична до графіка паралельна осі абсцис.

Варіант В1**Варіант В2**

1. Знайдіть кут між віссю абсцис і дотичною до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 :

а) $f(x) = \sqrt{x^2 + 6}$, $x_0 = \sqrt{3}$;

а) $f(x) = \sqrt{x^2 - 6}$, $x_0 = 3$;

б) $f(x) = -x \cos 2x$, $x_0 = 0$.

б) $f(x) = -x \sin 2x$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 :

а) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$, x_0 — точка

перетину графіка з віссю абсцис;

б) $f(x) = (7-3x)^3$, x_0 — точка перетину графіка з прямою $y = 1$.

а) $f(x) = \frac{3x^2+2}{x-1}$, x_0 — точка

перетину графіка з віссю ординат;

б) $f(x) = (4x+3)^5$, x_0 — точка перетину графіка з прямою $y = -1$.

3. З точки A вздовж координатних осей Ox і Oy рухаються два тіла за законами

$$x(t) = \sqrt{t^4 + 3},$$

$$y(t) = \sqrt{4t^2 + 1}, \quad A(\sqrt{3}; 1)$$

$$x(t) = \sqrt{3t^4 + 4t^2},$$

$$y(t) = \sqrt{t^4 + 1}, \quad A(0; 1)$$

(x, y — в метрах, t — в секундах).
Визначте, з якою швидкістю вони віддаляються одне від одного.

4. На графіку функції

$$f(x) = \frac{x+1}{x+2}$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

знайдіть точки, в яких дотична паралельна прямій

$$y = x - 3.$$

$$y = 2x + 3.$$

К-7. ПОХІДНА

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть похідні функцій:

а) $y = 2x^3 - \frac{x^2}{2} + 4;$

б) $y = 2 \cos x - 3 \operatorname{tg} x;$

в) $y = \frac{x-3}{x+2}.$

а) $y = 4x^5 + \frac{x^3}{3} - 2;$

б) $y = 4 \sin x - 5 \operatorname{ctg} x;$

в) $y = \frac{x-2}{x+3}.$

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 :

$$f(x) = \frac{2}{x^2} - x, \quad x_0 = -1.$$

$$f(x) = \frac{3}{x^3} + 2x, \quad x_0 = 1.$$

3. Складіть і розв'яжіть рівняння:

$$f'(x) = g'(x), \quad \text{якщо}$$

$$f'(x) = -g'(x), \quad \text{якщо}$$

$$f(x) = (2x - 1)^5, \quad g(x) = 10x + 7.$$

$$f(x) = (3x - 5)^4, \quad g(x) = 96x - 17.$$

4. Матеріальна точка рухається за законом

$$x(t) = t^3 + 1$$

$$x(t) = t^4 + 3t$$

(x — в метрах, t — в секундах).

Визначте

швидкість точки в момент, коли її координата дорівнює 9 м.

координату точки в момент, коли її швидкість дорівнює 7 м/с.

5. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної, проведеної до графіка функції

$$g(x) = \frac{1}{2 - 3x} \quad \text{в точці з ординатою } -1.$$

$$g(x) = \frac{2}{1 - x} \quad \text{в точці з ординатою } 1.$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Знайдіть похідні функцій:

$$\text{а) } y = \frac{x^4}{4} - \frac{4}{x^4} + 8\sqrt{x};$$

$$\text{а) } y = \frac{3}{x^3} + \frac{x^3}{3} - 6\sqrt{x};$$

$$\text{б) } y = (x^2 + 1) \cos x;$$

$$\text{б) } y = (4 - x^2) \sin x;$$

$$\text{в) } y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}.$$

$$\text{в) } y = \frac{x^2 - 6x}{x + 2}.$$

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 :

$$f(x) = \frac{1}{(2x - 1)^2}, \quad x_0 = 1.$$

$$f(x) = \frac{1}{(3x - 8)^2}, \quad x_0 = 3.$$

3. Складіть і розв'яжіть рівняння

$f'(x) = -g'(x), \text{ якщо}$

$f'(x) = g'(x), \text{ якщо}$

$f(x) = \sin^2 x,$

$f(x) = \cos^2 x,$

$g(x) = \cos x + \cos \frac{\pi}{12}.$

$g(x) = \sin x - \sin \frac{\pi}{10}.$

4. Матеріальна точка рухається за законом

$x(t) = 5t + 6t^2 - t^3$

$x(t) = \frac{t^3}{3} - t^2 + 2t - 4$

(x — в метрах, t — в секундах).

Визначте

швидкість точки в момент, коли її прискорення дорівнює нулю.

прискорення точки в момент, коли її швидкість дорівнює 1 м/с.

5. Знайдіть гострий кут, який утворює з віссю ординат дотична до графіка функції $g(x)$ в точці x_0 , якщо

$f(x) = \sqrt{x^2 + 2}, x_0 = 1.$

$f(x) = \sqrt{x^2 - 6}, x_0 = 3.$

Варіант В1Варіант В2

1. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = (x + 1)^2(x - 1);$

а) $f(x) = (x - 1)^2(x + 1);$

б) $f(x) = \operatorname{ctg}^2 x - \cos 2x;$

б) $f(x) = \sin \frac{x}{3} - \operatorname{tg}^2 x;$

в) $f(x) = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 + 1}}.$

в) $f(x) = \frac{x - 4}{\sqrt{x^2 - 8}}.$

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$, якщо її кутовий коефіцієнт дорівнює k :

$f(x) = \sqrt{2x + 1}, k = \frac{1}{3}.$

$f(x) = \sqrt{1 - 4x}, k = -\frac{2}{3}.$

3. Складіть і розв'яжіть нерівність:

$f'(x) \leq f''(x), \text{ якщо}$

$f'(x) \geq f''(x), \text{ якщо}$

$f(x) = (3 - 2x)^4.$

$f(x) = (2x - 1)^6.$

4. Матеріальна точка рухається за законом

$$x(t) = t^4 - 4t^3 + 12t^2 - 3$$

$$x(t) = 1 + 6t + 3t^2 - t^3$$

(x — в метрах, t — в секундах).

Визначте

швидкість точки в момент,
коли її прискорення
мінімальне.

прискорення точки в момент,
коли її швидкість
максимальна.

5. Пряма проходить через точки

$$A(-4; -2) \text{ і } B(0; 1).$$

$$A(4; 6) \text{ і } B(0; 1).$$

Визначте, в якій точці вона дотикається до графіка функції

$$g(x) = \frac{x^2 + 1}{x}.$$

$$g(x) = \frac{x^2 - 1}{x}.$$

С-39. ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ НА МОНОТОННІСТЬ ТА ЕКСТРЕМУМИ

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть критичні точки функції:

а) $f(x) = x^3 + 6x^2$;

а) $f(x) = 12x - x^3$;

б) $f(x) = 2\sin x - x$.

б) $f(x) = x + \sqrt{2} \cos x$.

2. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 1.$$

$$f(x) = 3 + 24x - 3x^2 - x^3.$$

3. Знайдіть точки екстремуму функції:

$$f(x) = \frac{x^2 - 3}{x - 2}.$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}.$$

4. Доведіть, що функція $g(x)$ на множині \mathbb{R} є

зростаючою, якщо

$$g(x) = 2x^5 + 4x^3 + 3x - 7.$$

спадною, якщо

$$g(x) = 5 - 2x - x^3 - 4x^7.$$

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Знайдіть критичні точки функції:

а) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 7$;

а) $f(x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 1$;

б) $f(x) = \cos 2x - \sqrt{3}x + \frac{\pi}{4}$.

б) $f(x) = \sin \frac{x}{2} + \frac{x}{2\sqrt{2}} - \pi$.

2. Знайдіть проміжки монотонності функції:

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x + 4}$$

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x - 4}$$

3. Знайдіть точки екстремуму функції:

$$f(x) = (x + 1)^2(x + 5)^2$$

$$f(x) = (x + 3)^2(x - 5)^2$$

4. Доведіть, що функція $g(x)$ на множині \mathbb{R} є зростаючою (спадною), і визначте, якою саме:

$$g(x) = 4x + \sin^2 x$$

$$g(x) = \cos^2 x - 3x$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Знайдіть критичні точки функції:

а) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$;

а) $f(x) = (x-1)\sqrt{x}$;

б) $f(x) = x^2 - 4|x|$.

б) $f(x) = |2x + x^2|$.

2. Знайдіть проміжки монотонності функції:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 6x}$$

$$f(x) = \sqrt{4x - x^2}$$

3. Знайдіть точки екстремуму функції:

$$f(x) = x^5 - 15x^3 + 8$$

$$f(x) = 35x^7 - x^5 + 1$$

4. Визначте, при яких значеннях a функція $g(x)$ на кожному з проміжків $D(g)$ є

строго спадною, якщо

$$g(x) = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + ax.$$

строго зростаючою, якщо

$$g(x) = \operatorname{tg} 3x - ax.$$

С-40*. ДОДАТКОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЇ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Дослідіть функцію на опуклість:

а) $f(x) = x^4 - 4x^3 - 18x^2 + x - 3;$

а) $f(x) = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 - 5x + 3;$

б) $f(x) = \frac{x^6}{30} - 3x^4;$

б) $f(x) = 2x^6 - 5x^4;$

в) $f(x) = \sin 2x - x^2.$

в) $f(x) = \cos 2x + x^2.$

2. Знайдіть значення a , при якому точка x_0 буде точкою перегибу кривої $g(x)$, якщо

$$g(x) = x^3 + ax^2, x_0 = -1.$$

$$g(x) = ax^3 - 6x^2, x_0 = 1.$$

3. Зобразіть схематично фрагмент графіка функції $f(x)$ в околі точки розриву x_0 (для кожного випадку наведіть приклад такої функції), якщо:

а) $x_0 = 2,$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = 4;$$

а) $x_0 = 3,$

$$\lim_{x \rightarrow 3+0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3-0} f(x) = 6;$$

б) $x_0 = 1, \lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = 1,$

$$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = 2;$$

б) $x_0 = 2, \lim_{x \rightarrow 2-0} f(x) = 1,$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} f(x) = -1;$$

в) $x_0 = 0, \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty,$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = 0;$$

в) $x_0 = 0, \lim_{x \rightarrow -0} f(x) = 0,$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = +\infty;$$

$$\text{г) } x_0 = -1, \lim_{x \rightarrow -1-0} f(x) = +\infty,$$

$$\lim_{x \rightarrow -1+0} f(x) = -\infty.$$

$$\text{г) } x_0 = -2, \lim_{x \rightarrow -2-0} f(x) = -\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow -2+} f(x) = +\infty.$$

4. Серед даних функцій оберіть ті, які мають вертикальні асимптоти (відповідь підтвердіть доведенням):

$$1) y = \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1};$$

$$1) y = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4};$$

$$2) y = \begin{cases} \sqrt{-x+1}, & \text{якщо } x \leq 1, \\ \frac{1}{1+x}, & \text{якщо } x > 1; \end{cases}$$

$$2) y = \begin{cases} 2x^2 - 7, & \text{якщо } x \leq 2, \\ \frac{1}{x-2}, & \text{якщо } x > 2; \end{cases}$$

$$3) y = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1};$$

$$3) y = \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3};$$

$$4) y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{якщо } x < 0, \\ 3x, & \text{якщо } x \geq 0. \end{cases}$$

$$4) y = \begin{cases} 2x + 2, & \text{якщо } x \leq -1, \\ \frac{1}{x+2}, & \text{якщо } x > -1. \end{cases}$$

5. Дослідіть функцію на наявність асимптот:

$$\text{а) } f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1};$$

$$\text{а) } f(x) = \frac{4x^3}{2x^2 + 1};$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 3}};$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^4 + 4}};$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 2};$$

$$\text{в) } f(x) = \frac{2x}{x^2 + x - 6};$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{1-x}};$$

$$\text{г) } f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x-1}};$$

$$\text{д) } f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 9}.$$

$$\text{д) } f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}.$$

С-41*. ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ (домашня практична робота)

Дослідіть функцію і побудуйте її
графік:

Рівень А

1) $y = x^3 - 3x$;

5) $y = \frac{2x+1}{x-1}$;

9) $y = \frac{1}{x^2+1}$;

2) $y = x^3 - 4x^2 + 3$;

6) $y = \frac{2x-3}{x+1}$;

10) $y = x + \frac{4}{x}$;

3) $y = (x-2)^4$;

7) $y = \frac{1}{x^2-3x}$;

11) $y = \frac{x+3}{x^2-9}$;

4) $y = 4x^2 - x^4$;

8) $y = \frac{1}{4-x^2}$;

12) $y = \frac{x^2-25}{x+5}$.

Рівень Б

1) $y = 0,5x^2 - 0,2x^5$;

5) $y = \frac{x}{(x-1)^2}$;

9) $y = \frac{x}{4-x^2}$;

2) $y = x(x-1)^2$;

6) $y = \frac{1}{x^2-2x-8}$;

10) $y = \frac{2x}{x^2+1}$;

3) $y = x^2(x-2)^2$;

7) $y = \frac{x^2-9}{x^2-4}$;

11) $y = x\sqrt{2-x}$;

4) $y = -x^2(x+4)^2$;

8) $y = \frac{x+2}{x^2-9}$;

12) $y = (x-1)\sqrt{x}$.

Рівень В

1) $y = 3x^4 - 4x^3 + 2$;

5) $y = \frac{7x}{2x^2-3x-2}$;

9) $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x-1}}$;

2) $y = (x^2-1)^3$;

6) $y = \frac{16}{x^3-4x}$;

10) $y = \frac{x^3}{x^2-4}$;

3) $y = x^2 - \frac{2}{x}$;

7) $y = \frac{1-x}{(x-2)^3}$;

11) $y = 2\sin x - \cos 2x$;

4) $y = \frac{x^3+1}{x^2}$;

8) $y = x^2\sqrt{x+1}$;

12) $y = \sin x - \cos x + x$.

С-42. НАЙБІЛЬШЕ ТА НАЙМЕНШЕ ЗНАЧЕННЯ ФУНКЦІЇ. ЕКСТРЕМАЛЬНІ ЗАДАЧІ

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на даному проміжку:

а) $f(x) = x - \frac{1}{3}x^3, [-2; 0];$

а) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x, [0; 3];$

б) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}, [0; 2].$

б) $f(x) = \frac{x-1}{x^2}, [1; 3].$

2. Тіло, кинуте вертикально вгору, рухається за законом

$$h(t) = 8t - t^2$$

$$h(t) = 12t - 0,5t^2$$

(h — в метрах, t — в секундах).

Визначте, в який момент часу тіло досягне найбільшої висоти, і яке буде її значення в цей момент.

3. Подайте число 12 у вигляді суми двох невід'ємних доданків так, щоб

їхній добуток був найбільшим.

сума їхніх квадратів була найменшою.

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на даному проміжку:

а) $f(x) = (x+1)^2(x-1), [-2; 0];$

а) $f(x) = (1-x^2)(x-1), [0; 2];$

б) $f(x) = \frac{x^2 + 8}{x+1}, [0; 3].$

б) $f(x) = \frac{x^2 + 8}{x-1}, [-3; 0].$

2. Матеріальна точка рухається прямолінійно за законом

$$x(t) = 18t^2 - t^3$$

$$x(t) = t^3 - 12t^2 + 60t$$

(x — в метрах, t — в секундах).

Визначте, в якій момент часу

з проміжку $[4; 8]$

з проміжку $[1; 5]$

швидкість точки буде найбільшою, і знайдіть значення швидкості в цей момент.

3. З усіх прямокутників з діагоналлю 18 см знайдіть прямокутник найбільшої площі.

3. З усіх прямокутників з площею 25 см^2 знайдіть прямокутник з найменшим периметром.

Варіант В1

1. Знайдіть множину, на яку функція $f(x)$ відображує даний проміжок:

а) $f(x) = |x^2 - 2x - 8|, [0; 5];$

а) $f(x) = x^2 - 4|x| - 5, [-1; 3];$

б) $f(x) = x + \cos^2 x, \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right].$

б) $f(x) = x - \sin^2 x, [0; \pi].$

2. Знайдіть найкоротшу відстань від точки A до графіка функції $f(x)$, якщо

$A(1; 0), f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 10}.$

$A(-3; 0), f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 6}.$

3. Серед усіх рівнобедрених трикутників

з бічною стороною a знайдіть трикутник найбільшої площі.

з даним периметром $2P$ знайдіть трикутник найбільшої площі.

С-43*. ВИБРАНІ ЗАДАЧІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$, яка проходить через точку M , що не належить даному графіку, якщо

$f(x) = -x^2 - 5x - 6, M(-1; -1).$

$f(x) = x^2 - 4, M(2; -1).$

2. Знайдіть рівняння спільної дотичної до графіків функцій:

$$f(x) = x^2 - 2x + 5,$$

$$f(x) = x^2 + 4x + 8,$$

$$g(x) = x^2 + 2x - 11.$$

$$g(x) = x^2 + 8x + 4.$$

3. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$, перпендикулярної до прямої $g(x)$, якщо:

$$f(x) = x^2 + 2x, \quad g(x) = x - 7.$$

$$f(x) = -x^2 - 3, \quad g(x) = x + 3.$$

4. До графіка функції $f(x)$ проведено дві дотичні в точках x_1 і x_2 . Знайдіть площу трикутника, утвореного цими дотичними і

віссю абсцис, якщо

$$f(x) = 4x - x^2, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 4.$$

віссю ординат, якщо

$$f(x) = -8x - x^2, \quad x_1 = -6, \quad x_2 = 1.$$

5. Знайдіть кут при вершині рівнобедреного трикутника з заданою площею, в який можна вписати коло найбільшого радіуса.

5. В рівнобедрений трикутник вписано коло радіуса r . Яким має бути кут при основі, щоб площа трикутника була найменшою?

6. Визначте кількість коренів рівняння

$$3x - x^3 - 1 = 0.$$

$$x^3 - 3x^2 + 1 = 0.$$

К-8. ЗАСТОСУВАННЯ ПОХІДНОЇ

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть критичні точки функції:

а) $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3;$

а) $f(x) = 2 + 18x^2 - x^4;$

б) $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x + 4}.$

б) $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x - 4}.$

2. Дослідіть функцію і побудуйте її графік:

$$y = x^3 - 3x^2.$$

$$y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x.$$

3. Знайдіть число,

яке в сумі зі своїм квадратом давало б найменшу величину.

різниця якого зі своїм квадратом була б найбільшою.

Варіант Б1**1. Знайдіть проміжки монотонності функції:**

$$a) f(x) = \frac{(x-2)^2}{x+1};$$

$$b) f(x) = \sqrt{x} - x.$$

$$a) f(x) = \frac{(x+2)^2}{x-1};$$

$$b) f(x) = x - 4\sqrt{x}.$$

2. Дослідіть функцію і побудуйте її графік:

$$y = \frac{4x}{1+x^2}.$$

$$y = \frac{4}{x^2+1}.$$

3. Подайте

число 12 у вигляді суми двох невід'ємних доданків так, щоб добуток куба одного з них на подвоєний другий був найбільшим.

число 20 у вигляді суми двох невід'ємних доданків так, щоб добуток одного з них на куб іншого був найбільшим.

Варіант В1**1. Знайдіть точки екстремуму функції:**

$$a) f(x) = x^2\sqrt{1-x^2};$$

$$b) f(x) = \sin^2 x - \cos x.$$

$$a) f(x) = x\sqrt{2-x^2};$$

$$b) f(x) = 2\sin x + \cos 2x.$$

2. Дослідіть функцію і побудуйте її графік:

$$y = \frac{4x^2+1}{x}.$$

$$y = -\frac{9x^2+1}{x}.$$

3. Відомо, що

найменше значення функції $g(x) = 3x^2 - x^3$ на проміжку $[-1; a]$ дорівнює нулю. При якому максимальному значенні a виконується ця умова?

найбільше значення функції $g(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ на проміжку $[a; 0]$ дорівнює 1. При якому мінімальному значенні a виконується ця умова?

Варіант Б2**Варіант В2**

С-44. ПЕРВІСНА. ОБЧИСЛЕННЯ ПЕРВІСНИХ

Варіант А1

Варіант А2

1. Доведіть, що функція F є первісною для функції f на \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} F(x) &= x^2 - \sin 2x - 1, \\ f(x) &= 2x - 2 \cos 2x. \end{aligned}$$

$$F(x) = -\cos \frac{x}{2} - x^3 + 4,$$

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin \frac{x}{2} - 3x^2.$$

2. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:

а) $f(x) = x^2 - \sin x$;

а) $f(x) = 4x^3 + \cos x$;

б) $f(x) = 4 - \frac{2}{x^3}$.

б) $f(x) = \frac{4}{x^5} - 3$.

3. Для функції f знайдіть первісну F , яка набуває даного значення у вказаній точці:

а) $f(x) = (x - 8)^3, F(8) = 1$;

а) $f(x) = (x + 4)^2, F(-4) = 3$;

б) $f(x) = \frac{3}{2\sqrt{x}}, F(9) = 9$.

б) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, F(4) = 4$.

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Визначте, чи є функція F первісною для функції f на \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} F(x) &= 2x^4 + \cos^2 x - 3, \\ f(x) &= 8x^3 + \sin 2x - 3x. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(x) &= 3x^5 - \sin^2 x + 2, \\ f(x) &= 15x^4 - \sin 2x. \end{aligned}$$

2. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:

а) $f(x) = \frac{4}{x^5} - (1 - 2x)^3$;

а) $f(x) = (3x + 2)^4 - \frac{1}{x^6}$;

б) $f(x) = x + \frac{2}{\cos^2 x} - 1$.

б) $f(x) = 2 - \frac{3}{\sin^2 x} + 6$.

3. Для функції $f(x)$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку A :

а) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x+2}} + 3x^2$, $A(-1; 0)$;

а) $f(x) = 4x^3 - \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$, $A(2; 0)$;

б) $f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x - 2 \cos \frac{x}{2}$,
 $A(2\pi; 2\pi)$.

б) $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x +$
 $+\frac{1}{3} \sin 3x$, $A\left(\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}\right)$.

Варіант В1

Варіант В2

1. Знайдіть функцію f , для якої функція F є одною з первісних на \mathbb{R} :

$$F(x) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) - \operatorname{arctg} x + 2x. \quad F(x) = \sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{4}\right) + \operatorname{arctg} x - 3x^2.$$

2. Знайдіть невизначені інтеграли:

а) $\int \left(\frac{8}{\sin^2 x} + 6 \cos^2 \frac{x}{6} \right) dx$;

а) $\int \left(\frac{8}{\cos^2 x} - 8 \sin^2 2x \right) dx$;

б) $\int \left(3 - \frac{2}{(2x+5)^2} \right) dx$.

б) $\int \left(\frac{6}{(3x-1)^3} - 5 \right) dx$.

3. Для функції $f(x)$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку A :

а) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{5-2x}} + 4x$, $A(2; 6)$;

а) $f(x) = 6x^2 - \frac{1}{6\sqrt{2-\frac{x}{3}}}$, $A(3; 55)$;

б) $f(x) = \sin x \sin 5x$, $A\left(\frac{\pi}{4}; \frac{1}{24}\right)$.

б) $f(x) = \cos x \cos 5x$, $A\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{1}{24}\right)$.

С-45. ВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ. ОБЧИСЛЕННЯ ПЛОЩ ЗА ДОПОМОГОЮ ВИЗНАЧЕНОГО ІНТЕГРАЛУ

Варіант А1

Варіант А2

1. Обчисліть інтеграли:

$$а) \int_0^3 (x^2 + 4x - 1) dx;$$

$$а) \int_0^2 (3x^2 - 2x + 4) dx;$$

$$б) \int_{\frac{1}{3}}^1 \left(3 - \frac{1}{x^2} \right) dx;$$

$$б) \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(\frac{2}{x^3} + 8 \right) dx;$$

$$в) \int_0^3 \left(\frac{2}{\sqrt{x+1}} + 3x^2 \right) dx;$$

$$в) \int_3^6 \left(4x - \frac{1}{2\sqrt{x-2}} \right) dx;$$

$$г) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} dx.$$

$$г) \int_0^{\frac{\pi}{6}} 3 \sin 3x dx.$$

2. Знайдіть площу фігури, обмеженої
лініями:

$$y = x^2 - 1, y = 3.$$

$$y = 5 - x^2, y = 1.$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Обчисліть інтеграли:

$$а) \int_1^2 \left(4x + 3 - \frac{4}{x^2} \right) dx;$$

$$а) \int_1^2 \left(\frac{6}{x^3} + 9x^2 - 5 \right) dx;$$

$$б) \int_1^4 \left(\frac{\sqrt{x}}{x} + 8(2x - 5)^3 \right) dx;$$

$$б) \int_4^{16} \left(\frac{(\sqrt{x})^3}{x^2} + \left(\frac{x}{4} - 3 \right)^3 \right) dx;$$

$$в) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x - 1};$$

$$в) \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{dx}{1 - \sin^2 x};$$

$$г) \int_0^{2\pi} \left(\cos \frac{x}{8} - \sin \frac{x}{8} \right)^2 dx.$$

$$г) \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin 2x + \cos 2x)^2 dx.$$

2. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = x^2 - 4x + 4,$$

$$y = 4 - x.$$

$$y = x^2 + 4x + 4,$$

$$y = x + 4.$$

Варіант В1

1. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_1^3 \frac{3x^4 - 2x^2 + 6}{x^2} dx;$

б) $\int_1^5 \left(\frac{1}{\sqrt{11-2x}} + 1 \right) dx;$

в) $\int_0^{2\pi} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{8} \right) dx;$

г) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^2 x dx.$

Варіант В2

а) $\int_1^2 \frac{2x^5 - x^3 - 8}{x^3} dx;$

б) $\int_1^6 \left(\frac{3}{2\sqrt{3x-2}} - 2 \right) dx;$

в) $\int_0^{2\pi} \sin^2 \left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{4} \right) dx;$

г) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx.$

2. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = 4x - x^2, y = x, y = 0.$$

$$y = x^2 + 4x, y = x, y = 0.$$

C-46. ЗАСТОСУВАННЯ ПЕРВИСНОЇ ТА ІНТЕГРАЛУ

Варіант А1

1. Точка рухається прямолінійно зі швидкістю

$$v(t) = 6t^2 - 4t - 1.$$

Знайдіть закон руху точки, якщо

в момент часу $t = 1$ с координата точки дорівнювала 4 м.

Варіант А2

$$v(t) = 4t^3 + 2t - 3.$$

в момент часу $t = 2$ с координата точки дорівнювала 10 м.

2. Знайдіть об'єм тіла, отриманого при обертанні навколо осі абсцис криволінійної трапеції, обмеженої лініями:

$$y = 2\sqrt{x}, x = 4, y = 0.$$

$$y = \sqrt{x}, x = 9, y = 0.$$

3. Знайдіть роботу, яку необхідно витратити

на розтяг пружини на 2 см, якщо сила в 2 Н розтягує її на 4 см.

на розтяг пружини на 5 см, якщо сила в 4 Н розтягує її на 10 см.

4. Доведіть за допомогою визначеного інтегралу

формулу об'єму циліндра $V = \pi R^2 H$, де R – радіус циліндра, H – його висота.

формулу об'єму рівностороннього циліндра $V = 2\pi R^3$, де R – радіус циліндра.

Варіант Б1

1. Точка рухається прямолінійно з прискоренням

$$a(t) = \cos \frac{t}{2}.$$

$$a(t) = -\sin \frac{t}{3}.$$

- Знайдіть закон руху точки, якщо

в момент часу $t = \frac{2\pi}{3}$ с її швидкість дорівнює $\sqrt{3}$ м/с, а координата дорівнює 2 м.

в момент часу $t = \frac{\pi}{2}$ с її швидкість дорівнює $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ м/с, а координата дорівнює 1,5 м.

2. Знайдіть об'єм тіла, отриманого при обертанні навколо осі абсцис фігури, обмеженої лініями:

$$y = \sqrt{x}, y = 0, 5x.$$

$$y = \sqrt{-x}, y = x^2.$$

3. Лінійна густина неоднорідного стрижня змінюється за законом

$$\rho(l) = 8l + 1$$

$$\rho(l) = 32l + 2$$

(густина вимірюється в кг/м).

Варіант Б2

Знайдіть масу стрижня, якщо його довжина

дорівнює 50 см.

дорівнює 25 см.

4. Виведіть за допомогою визначеного інтегралу

формулу об'єму конуса з радіусом R і висотою H .

формулу об'єму зрізаного конуса з радіусами R і r і висотою H .

Варіант В1

Варіант В2

1. Тіло масою m рухається прямолінійно під дією сили $F(t)$ (F – в ньютонках).

Знайдіть закон його руху, якщо

$m = 2$ кг, $F(t) = 12t - 8$, і в момент часу $t = 3$ с швидкість тіла дорівнює 10 м/с, а координата 21 м.

$m = 3$ кг, $F(t) = 36 - 18t$, і в момент часу $t = 2$ с швидкість тіла дорівнює 14 м/с, а координата 20 м.

2. Знайдіть об'єм тіла, обмеженого поверхнями:

$$x^2 + y^2 = 3z^2 + 1, z = 1, z = -1.$$

$$x^2 + y^2 = 1 + 6z^2, z = 0, z = 1.$$

3. Знайдіть роботу, яку необхідно витратити на відкачку води з резервуара, якщо

резервуар має форму циліндра радіуса 1 м і глибину 4 м.

резервуар має глибину 2 м, а його поперечний переріз — квадрат зі стороною 1 м.

4. Виведіть за допомогою визначеного інтегралу

формулу об'єму піраміди.

формулу об'єму зрізаної піраміди.

С-47*. ВИБРАНІ ЗАДАЧІ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

(домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Знайдіть невизначені інтеграли, використовуючи при розв'язуванні вказані способи:

— перетворення підінтегрального виразу:

а) $\int \frac{x^5 + x^3 - 2}{x^2 + 1} dx;$

а) $\int \frac{x^2 - 1}{1 + x^2} dx;$

б) $\int \frac{dx}{1 - \cos x};$

б) $\int \frac{dx}{1 + \cos x};$

в) $\int \sin^4 \frac{x}{8} dx;$

в) $\int \cos^4 2x dx;$

г) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}};$

г) $\int \frac{dx}{-\sqrt{-2x - x^2}};$

д) $\int \frac{dx}{x^2 + 6x + 10};$

д) $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 5};$

— заміна змінної:

е) $\int (x^3 - 1)^4 x^2 dx;$

е) $\int \frac{xdx}{(x^2 + 1)^3};$

ж) $\int \frac{dx}{\sqrt{9 - 4x^2}};$

ж) $\int \frac{dx}{4x^2 + 25};$

з) $\int \frac{\operatorname{tg} x}{\cos x} dx;$

з) $\int \frac{\operatorname{ctg} x}{\sin^2 x} dx;$

и) $\int \cos^3 x dx;$

и) $\int \sin^3 x dx;$

к) $\int \frac{xdx}{\sqrt{x - 1}};$

к) $\int x\sqrt{x - 4} dx;$

— інтегрування частинами:

л) $\int x \cos 2x dx;$

л) $\int x \sin \frac{x}{3} dx;$

$$м) \int \frac{xdx}{\sqrt{9+16x}};$$

$$м) \int (2x+1)^4 x dx;$$

$$н) \int \arcsin x dx.$$

$$н) \int \arccos x dx.$$

2. Використовуючи геометричні або аналітичні міркування, обчисліть інтеграли:

$$а) \int_{-3}^0 \sqrt{9-x^2} dx;$$

$$а) \int_{-6}^6 -\sqrt{36-x^2} dx;$$

$$б) \int_{-2}^1 (|x+1| + |x|) dx;$$

$$б) \int_{-1}^2 (|x| + |x-1|) dx;$$

$$в) \int_{-2}^2 x^4 \sin^5 x dx.$$

$$в) \int_{-1}^1 x \sqrt{4-x^4} dx.$$

3. Знайдіть площі фігур, обмежених лініями:

$$а) y = 4 - x^2, y = 3x, y = -3x;$$

$$а) y = 2x - x^2, y = -x, y = x - 2;$$

$$б) y = \sin x, y = \cos x, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2};$$

$$б) y = \sin x, y = -\sin x, 0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2};$$

$$в) y = |x^2 - 2x|, y = 11 - |x - 1|;$$

$$в) y = \frac{1}{4}|x^2 - 4|, y = 7 - |x|;$$

$$г) y = \frac{8}{x^2}, y = x, y = 4, x = 0.$$

$$г) y = -\frac{4}{x^2}, y = -4, y = -\frac{1}{2}x, x = 0.$$

4. Знайдіть всі значення a , при яких виконується умова:

$$а) \int_0^a (2x - 5) dx \leq 6;$$

$$а) \int_0^a (4 - 2x) dx \geq 3;$$

$$б) \int_a^{\frac{\pi}{2}} (\operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{ctg}^4 x) dx = \frac{1}{3};$$

$$б) \int_a^{\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg}^4 x) dx = \frac{1}{3};$$

в) функція $f(a) = \int_a^{2a} (2x + 1) dx$
набуває найменшого значення.

в) функція $f(a) = \int_{\frac{a}{2}}^a (1 - 4x) dx$
набуває найбільшого значення.

К-9. ПЕРВІСНА ТА ІНТЕГРАЛ

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:

а) $f(x) = x^3 - \frac{2}{\sqrt{x}}$;

а) $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{x}} - x^2$;

б) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 3 \sin x$.

б) $f(x) = 2 \cos x - \frac{1}{\sin^2 x}$.

2. Для функції $f(x)$ знайдіть первісну, графік якої проходить через дану точку:

а) $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$, $A(-1; 0)$;

а) $f(x) = 4 + 2x - 6x^2$, $A(-2; 0)$;

б) $f(x) = \cos \frac{x}{2}$, $A\left(\frac{\pi}{3}; 1\right)$.

б) $f(x) = \sin 3x$, $A\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

3. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_1^2 \left(2x - \frac{1}{x^2}\right) dx$;

а) $\int_1^2 \left(3x^2 - \frac{2}{x^3}\right) dx$;

б) $\int_{-2}^0 (0,5x + 1)^5 dx$.

б) $\int_{-1}^0 (2x + 1)^4 dx$.

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$y = x^2 + 2$, $y = 4 - x$.

$y = x^2 + 2$, $y = 4 + x$.

5. Відомо, що $\int_a^b f(x) dx = 2$. Знайдіть:

$2 \int_a^a f(x) dx + \int_b^a f(x) dx$.

$\int_b^b f(x) dx - 3 \int_b^a f(x) dx$.

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції:

а) $f(x) = \frac{1}{3 \sin^2 x} + \frac{1}{x^3}$;

а) $f(x) = -\frac{1}{x^4} + \frac{1}{5 \cos^2 x}$;

б) $f(x) = 1 + \cos \frac{x}{4}$.

б) $f(x) = \sin 5x - x$.

2. Для функції $f(x)$ знайдіть первісну, графік якої проходить через дану точку:

а) $f(x) = 2x + \frac{2}{\sqrt{1-x}}$, $A(-3; 1)$;

а) $f(x) = 3 + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$, $A(-4; 0)$;

б) $f(x) = 6 \sin 3x$, $A\left(\frac{\pi}{9}; 0\right)$.

б) $f(x) = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{4}$, $A\left(\frac{2\pi}{3}; 1\right)$.

3. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_0^1 \frac{dx}{(2x+1)^3}$;

а) $\int_0^2 \frac{dx}{(2-0,5x)^2}$;

б) $\int_0^{\frac{\pi}{8}} (1 - 2 \sin^2 2x) dx$.

б) $\int_0^{\frac{\pi}{12}} \sin 3x \cos 3x dx$.

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$y = -x^2 - 4x$, $y = x + 4$.

$y = 4x - x^2$, $y = 4 - x$.

5. Точка рухається вздовж прямої зі швидкістю

$v(t) = 2 + \frac{1}{\sqrt{t+2}}$

$v(t) = 4 - \frac{2}{\sqrt{t-1}}$

(v — в метрах за секунду, t — в секундах).

Знайдіть шлях, який пройде точка

в проміжку часу $[2; 7]$.

в проміжку часу $[2; 5]$.

Варіант В1**Варіант В2**

1. Знайдіть інтеграли:

а) $\int (x-1)(x+1)(x+2)dx;$

а) $\int (x+1)(x+2)(x-2)dx;$

б) $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 x} dx.$

б) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} dx.$

2. Для функції $f(x)$ знайдіть первісну, яка має вказані властивості:а) графік первісної має тільки одну спільну точку з прямою y , якщо

$f(x) = 4x + 8, y = 3;$

$f(x) = 3 - x, y = 7;$

б) графік первісної проходить через точки A і B , якщо

$f'(x) = \frac{16}{x^3}, A(1; 10), B(4; -2).$

$f'(x) = \frac{54}{x^4}, A(-1; 4), B(3; 4).$

3. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_0^1 \frac{9 - 4x^2 + \sqrt{3 - 2x}}{3 - 2x} dx;$

а) $\int_0^1 \frac{9x^2 - 1 - \sqrt{3x + 1}}{3x + 1} dx;$

б) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{3}} \left(\frac{1}{3} \cos \frac{x}{3} - 2 \sin 2x \right) dx.$

б) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} - 3 \sin 3x \right) dx.$

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$y = \frac{4}{x^2}, y = -3x + 7.$

$y = \frac{9}{x^2}, y = -4x + 13.$

5. Підберіть функцію $f(x)$, яка при будь-якому значенні a задовольняла б рівності:

$\int_0^a f(x) dx = 2a^2 - 3a.$

$\int_0^a f(x) dx = 4a - a^2.$

**С-48. ПОХІДНА ТА ПЕРВІСНА
ПОКАЗНИКОВОЇ ФУНКЦІЇ****Варіант А1****Варіант А2****1. Знайдіть похідні функцій:**

а) $f(x) = 4^x + 4x^3$;

а) $f(x) = 3x^2 - 2^x$;

б) $f(x) = 2e^x - e^{-2x}$.

б) $f(x) = e^{2x} - 2e^x$.

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 :

$f(x) = e^{x^2}, x_0 = 0.$

$f(x) = e^{-4x}, x_0 = 0.$

3. Знайдіть критичні точки функції:

$f(x) = x^2 e^x.$

$f(x) = \frac{x^2}{e^x}.$

4. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_0^1 3^x dx$;

а) $\int_1^2 2^x dx$;

б) $\int_2^4 0,5e^{\frac{x}{2}} dx$.

б) $\int_3^6 \frac{1}{3} e^{\frac{x}{3}} dx$.

5. Знайдіть дві різних первісних для функції $g(x)$ і вкажіть, графік якої з них лежить вище, якщо:

$g(x) = e^{7-3x} - 0,5^{-x}.$

$g(x) = e^{4x-3} + 0,1^{-x}.$

Варіант Б1**Варіант Б2****1. Знайдіть похідні функцій:**

а) $f(x) = 3e^x - 3^x$;

а) $f(x) = 2^x + 2e^x$;

б) $f(x) = e^{2\sqrt{x}} + 0,5^{-x}$.

б) $f(x) = e^{x^2-x} - 0,2^{-x}$.

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці x_0 :

$$f(x) = e^{\cos x}, \quad x_0 = 0.$$

$$f(x) = e^{\sin x}, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

3. Знайдіть проміжки монотонності функції:

$$f(x) = xe^{1-2x^2}.$$

$$f(x) = x^2e^{2x-1}.$$

4. Обчисліть інтеграли:

$$\text{а) } \int_0^1 (e^{-x} + 1)^2 dx;$$

$$\text{а) } \int_0^1 (e^{-x} - 1)^2 dx;$$

$$\text{б) } \int_{-2}^{-1} 10^x 2^{-x} dx.$$

$$\text{б) } \int_{-3}^{-1} 3^{-x} 6^x dx.$$

5. Для функції $f(x)$ знайдіть хоча б одну первісну, яка при будь-яких значеннях x

додатна, якщо

$$f(x) = e^x (xe^{-x} - e^{5-3x}).$$

від'ємна, якщо

$$f(x) = e^{-x} (e^{4-x} - x^3 e^x).$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Знайдіть похідні функцій:

$$\text{а) } f(x) = \sin e^{\sqrt{x}} - 2^{2x-x^2};$$

$$\text{а) } f(x) = \cos e^{x^2-x} + 3^{\sqrt{2x+1}};$$

$$\text{б) } f(x) = e^{\arctg x} (1 + x^2).$$

$$\text{б) } f(x) = e^{\text{tg} x} \cos^2 x.$$

2. Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x)$ в точці, в якій кутковий коефіцієнт дорівнює k :

$$f(x) = e^{3x-2}, \quad k = 3.$$

$$f(x) = e^{5-2x}, \quad k = -2.$$

3. Знайдіть точки екстремуму та екстремуми функції:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 e^x}.$$

$$f(x) = \frac{e^{x^2}}{x^2}.$$

4. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_{\ln 2}^{\ln 3} e^{-3x} dx;$

а) $\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x} dx;$

б) $\int_0^1 \frac{2^x + 3^x}{6^{x+1}} dx.$

б) $\int_0^1 \frac{2^{x-1} + 5^{x-1}}{10^x} dx.$

5. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x)$ і визначте, при яких значеннях C первісна при будь-якому значенні x

від'ємна, якщо

додатна, якщо

$f(x) = (5^{-x} - 0,1^{-x})(5^{-x} + 0,1^{-x}).$

$f(x) = (0,5^{-x} - 3^{-x})(0,5^{-x} + 3^{-x}).$

C-49. ПОХІДНА ТА ПЕРВІСНА
ЛОГАРИФМІЧНОЇ
ФУНКЦІЇВаріант А1Варіант А2

1. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = 2 \ln(x + 1);$

а) $f(x) = 3 \ln(x - 2);$

б) $f(x) = \lg x + 1.$

б) $f(x) = 2 - \lg x.$

2. Знайдіть проміжки зростання та спадання функції:

$f(x) = \ln(x^2 + 4).$

$f(x) = \ln(1 + x^4).$

3. Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x)$ на даному проміжку:

а) $f(x) = \frac{4}{x}$ на $(-\infty; 0) \cup (0; \infty);$

а) $f(x) = -\frac{2}{x}$ на $(-\infty; 0) \cup (0; \infty);$

б) $f(x) = \frac{4}{2x - 1}$ на $[0, 5; +\infty).$

б) $f(x) = \frac{3}{5 + 3x}$ на $\left[-\frac{5}{3}; +\infty\right).$

4. Знайдіть площу криволінійної трапеції, обмеженої лініями:

$$y = \frac{6}{x}, y = 0, x = 1, x = e.$$

$$y = \frac{4}{x}, y = 0, x = e, x = e^2.$$

5. Визначте, при яких значеннях x виконується рівність:

$$(\ln(x^2 - x - 2))' = \frac{2x - 1}{x^2 - x - 2}.$$

$$(\ln(3 - 2x - x^2))' = -\frac{2x + 2}{3 - 2x - x^2}.$$

Варіант Б1

1. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = -3 \ln \frac{x+1}{3}$;

а) $f(x) = 4 \ln \frac{x+3}{2}$;

б) $f(x) = \log_2 \cos x$.

б) $f(x) = \log_3 \sin x$.

2. Знайдіть точки екстремуму функції:

$$f(x) = \ln x^3 + \frac{6}{x}.$$

$$f(x) = \ln \frac{1}{x} - \frac{3}{x}.$$

3. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_e^{e^2} \frac{2}{x} dx$;

а) $\int_1^{e^3} -\frac{3}{x} dx$;

б) $\int_0^6 \frac{dx}{0,5x+1}$.

б) $\int_1^3 \frac{3}{3x-2} dx$.

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = \frac{2}{x}, y = 2, x = \frac{1}{e^2}.$$

$$y = \frac{1}{x}, y = 1, x = \frac{1}{e}.$$

5. Визначте, чи збігається область означення функції $g(x)$ з областю означення

її похідної, якщо

$$g(x) = \ln(9x^2 + 6x + 1).$$

її первісної, якщо

$$g(x) = \frac{1}{8-x} + \frac{1}{\sqrt{4-0,5x}}.$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = \lg \frac{x}{x+2}$;

а) $f(x) = \ln \frac{3x^2 + 2}{x^2 + 1}$;

б) $f(x) = x^{\ln x}$.

б) $f(x) = \log_x e^x$.

2. Дослідіть функцію на монотонність і екстремуми:

$$f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$$

$$f(x) = \frac{x}{\ln^2 x}$$

3. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_2^4 \frac{dx}{3-2x}$;

а) $\int_2^8 \frac{dx}{0,5x-5}$;

б) $\int_0^{\sqrt{e-1}} \frac{2x dx}{x^2+1}$.

б) $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{e+2}} \frac{2x dx}{x^2-2}$.

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = \frac{5}{x}, y = 6 - x.$$

$$y = \frac{3}{x}, y = 4 - x.$$

5. Знайдіть всі значення a , при яких область означення функції $g(x)$ збігається з областю означення її похідної, якщо

$$g(x) = \ln(ax^2 - (a+1)x + 2a - 1). \quad g(x) = \ln(ax^2 + 4x + a + 3).$$

С-50. СТЕПЕНЕВА ФУНКЦІЯ

Варіант А1Варіант А2

1. Знайдіть значення похідної функції $f(x)$ у вказаній точці x_0 :

а) $f(x) = 3x^{\frac{4}{3}}$, $x_0 = 8$;

а) $f(x) = 2x^{1.5}$, $x_0 = 9$;

б) $f(x) = x^{-\sqrt{3}}$, $x_0 = 1$.

б) $f(x) = x^{\lg 2}$, $x_0 = 1$.

2. Побудуйте схематично графік функції на проміжку $(0; \infty)$:

а) $y = x^{\sqrt{5}-2}$;

а) $y = x^{1-\sqrt{2}}$;

б) $y = x^{\frac{e}{2}}$.

б) $y = x^{\frac{\pi}{3}}$.

3. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на даному проміжку:

$f(x) = x^{-3}$, $[1; 3]$.

$f(x) = \sqrt[3]{x}$, $[1; 8]$.

4. Обчисліть інтеграли:

а) $\int_1^8 \frac{2dx}{\sqrt[3]{x}}$;

а) $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt[4]{x^3}}$;

б) $\int_4^9 \sqrt{x} dx$.

б) $\int_8^{27} \sqrt[3]{x} dx$.

5. Дано додатні числа a і b . Порівняйте $f(a)$ і $f(b)$, якщо

$a > b$, $f(x) = \frac{x^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{x}}$.

$a < b$, $f(x) = \frac{x^{\sqrt{3}}}{x}$.

Варіант Б1Варіант Б2

1. Знайдіть $f'(x_0)$, якщо:

а) $f(x) = -x^{-x}$, $x_0 = 1$;

а) $f(x) = 2x^{\frac{e}{2}}$, $x_0 = 1$;

$$б) f(x) = (16x)^{\frac{3}{4}}, \quad x_0 = 16.$$

$$б) f(x) = \left(\frac{x}{8}\right)^{\frac{1}{3}}, \quad x_0 = \frac{8}{27}.$$

2. Побудуйте схематично графік функції:

$$а) y = x^{2 \sin \frac{\pi}{4}};$$

$$а) y = x^{\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6}};$$

$$б) y = x^{\ln 0,5}.$$

$$б) y = x^{\ln 2}.$$

3. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на даному проміжку:

$$f(x) = 2x - 3x^{\frac{2}{3}}, \quad [0; 8].$$

$$f(x) = 4x^{\frac{3}{4}} - 3x, \quad [0; 16].$$

4. Обчисліть інтеграли:

$$а) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}};$$

$$а) \int \frac{dx}{\sqrt{x^3}};$$

$$б) \int_1^5 \sqrt{3x+1} dx.$$

$$б) \int_0^1 \sqrt[3]{7x+1} dx.$$

5. Дано функцію $f(x) = x^a$ і додатні числа a і b . Порівняйте $f(a)$ і $f(b)$, якщо

$$a > b, \quad 0 < a < 1.$$

$$a < b, \quad a < 0.$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Знайдіть $f'(x_0)$, якщо:

$$а) f(x) = \sqrt[5]{x\sqrt{x}}, \quad x_0 = 1;$$

$$а) f(x) = \sqrt{x\sqrt[3]{x}}, \quad x_0 = 1;$$

$$б) f(x) = (10x)^{\lg 30}, \quad x_0 = 10.$$

$$б) f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{\log_2 6}, \quad x_0 = 2.$$

2. Побудуйте схематично графік функції:

$$а) y = x^{\frac{1}{\ln 3}};$$

$$а) y = x^{\frac{1}{\lg 5}};$$

$$б) y = \left(\frac{x}{3}\right)^{2 \sin \frac{\pi}{5}}.$$

$$б) y = (4x)^{\cos \frac{3\pi}{5}}.$$

3. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на даному проміжку:

$$f(x) = \ln x - \sqrt[3]{x}, [1; 64].$$

$$f(x) = \sqrt[4]{x} - \frac{1}{2} \ln x, [1; 81].$$

4. Обчисліть інтеграли:

$$а) \int_1^{81} \frac{x^{\frac{3}{4}} - x^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{x}} dx;$$

$$а) \int_1^{64} \frac{x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{x}} dx;$$

$$б) \int_{-1}^{15} \frac{dx}{\sqrt{x+10} - \sqrt{x+1}}.$$

$$б) \int_3^{19} \frac{dx}{\sqrt{x+6} + \sqrt{x-3}}.$$

5. Дано функцію $f(x) = x^a$ і додатні числа a і b , причому $a > b$. Порівняйте a з нулем і одиницею, якщо

$$f(a) > f(b), f'(a) < f'(b).$$

$$f(a) > f(b), f'(a) > f'(b).$$

С-51*. ДОДАТКОВІ ЗАДАЧІ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ (домашня самостійна робота)

Варіант 1

Варіант 2

1. Дослідіть функції і побудуйте їх графіки:

$$а) f(x) = \sqrt[3]{4 - x^2};$$

$$а) f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x};$$

$$б) f(x) = x e^{-x^2};$$

$$б) f(x) = x^2 e^{-x};$$

$$в) f(x) = \frac{\ln x}{x};$$

$$в) f(x) = \frac{x}{\ln x};$$

$$г) f(x) = \ln \sin x;$$

$$г) f(x) = \ln \cos x;$$

д) $f(x) = x^2 \ln^2 x$;

д) $f(x) = x \ln x$;

е) $f(x) = \log_2(4x - x^2)$.

е) $f(x) = \log_2(4 - x^2)$.

2. Знайдіть невизначені інтеграли, використовуючи при розв'язуванні вказані способи:

— заміна змінної:

а) $\int x e^{x^2} dx$;

а) $\int \frac{e^x}{x^2} dx$;

б) $\int \frac{dx}{x \ln x}$;

б) $\int \frac{\ln^2 x dx}{x}$;

в) $\int \operatorname{ctg} x dx$;

в) $\int \operatorname{tg} x dx$;

г) $\int \frac{x^2 dx}{x^3 + 1}$;

г) $\int \frac{2x dx}{x^2 + 3}$;

д) $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \cos^2 x}$;

д) $\int \frac{\sin 2x dx}{1 + \sin^2 x}$;

е) $\int (x+1)\sqrt{x^2 + 2x} dx$;

е) $\int (x^2 - 1)\sqrt{x^3 - 3x + 2} dx$;

— інтегрування частинами:

ж) $\int x e^{2x} dx$;

ж) $\int x e^{-x} dx$;

з) $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$;

з) $\int x^2 \ln x dx$;

и) $\int \sin x \ln \cos x dx$;

и) $\int \cos x \ln \sin x dx$;

— комбінування попередніх методів:

к) $\int \arcsin x dx$;

к) $\int \arccos x dx$;

л) $\int \frac{2x^3 dx}{\cos^2 x^2}$;

л) $\int \frac{2x^3 dx}{\sin^2 x^2}$;

м*) $\int e^x \cos x dx$.

м*) $\int \sin(\ln x) dx$.

3. Знайдіть розв'язок диференціального рівняння, який задовольняє даним умовам:

а) $y' = 3y, y(0) = 2;$

а) $y' = -4y, y(0) = 3;$

б) $y'' = -4y, y(0) = 1, y'(0) = -2\sqrt{3};$ б) $y'' = -3y, y(0) = 2, y'(0) = 6;$

в) $y' = \frac{y}{1-x}, y(0) = 3;$

в) $y' = \frac{y}{1+x}, y(0) = 4;$

г) $y' = 4x^3y, y(0) = -2.$

г) $y' = 3x^2y, y(0) = -1.$

К-10. ПОХІДНА ТА ПЕРВІСНА ПОКАЗНИКОВОЇ, ЛОГАРИФМІЧНОЇ ТА СТЕПЕНЕВОЇ ФУНКЦІЇ

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = e^x + x^{2,5};$

а) $f(x) = x^{1,2} - e^x;$

б) $f(x) = \ln(x^2 + 1) - 4^x.$

б) $f(x) = \ln(8 - 3x) + 8^x.$

2. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на даному проміжку:

$f(x) = e^{x^2-2x}, [0; 2].$

$f(x) = e^{4x-x^2}, [0; 4].$

3. Для функції $f(x)$ знайдіть первісну, графік якої проходить через точку A :

$f(x) = \frac{3}{x+2}, A(-3; 1).$

$f(x) = \frac{2}{x-3}, A(2; 3).$

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$y = \sqrt{x}, y = 1, x = 9.$

$y = \sqrt[3]{x}, y = 1, x = 8.$

5. Для функції

$g(x) = e^{2x} + \frac{1}{2x+1}$

$g(x) = e^{-3x} - \frac{1}{3x+1}$

знайдіть первісну, яка в точці $x_0 = 0$ набувала б такого ж значення, як і похідна $g(x)$ в цій точці.

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = e^{x^2-1} + \log_3 x$;

а) $f(x) = \log_2 x - e^{4-x^3}$;

б) $f(x) = x^{\ln 2e} - \ln \frac{1}{x}$.

б) $f(x) = x^{\ln 3e} + \ln \sqrt{x}$.

2. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на даному проміжку:

$f(x) = x^2 e^{2x}$, $[-2; 1]$.

$f(x) = \frac{x^2}{e^{2x}}$, $[-1; 2]$.

3. Для функції $f(x)$ знайдіть первісну, графік якої

перетинає вісь Ox в точці з абсцисою 1, якщо

$f(x) = 2x - \frac{2}{4x-5}$.

перетинає вісь Oy в точці з ординатою 3, якщо

$f(x) = 3x^2 + \frac{6}{3x-1}$.

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$y = \sqrt{2x}$, $y = x$.

$y = \sqrt{3x}$, $y = x$.

5. Для функції $g(x)$ знайдіть первісну, графік якої перетинається з графіком похідної цієї функції в точці x_0 , якщо

$g(x) = (3x-2)^{\frac{1}{3}}$, $x_0 = 1$.

$g(x) = (4x+5)^{\frac{1}{4}}$, $x_0 = -1$.

Варіант В1**Варіант В2**

1. Знайдіть похідні функцій:

а) $f(x) = e^{\sin^3 x} - \lg \cos x$;

а) $f(x) = e^{-\cos^2 x} + \log_2 \sin x$;

б) $f(x) = 2^{\sqrt[4]{x}} + \ln^2(x^2 - 1)$.

б) $f(x) = 3^{\sqrt[3]{x}} - \ln^3(9 - x^2)$.

2. Знайдіть найбільше та найменше значення функції на даному проміжку:

$$f(x) = \ln \frac{2-4x}{2+x^2}, \quad [-4; 0].$$

$$f(x) = \ln \frac{2x-1}{x^2+2}, \quad [1; 5].$$

3. Для функції

$$f(x) = \frac{6}{7-3x}$$

$$f(x) = \frac{2}{0,5x-1}$$

знайдіть первісну, графік якої проходить через точку M , якщо M – точка перетину прямих в графічному розв'язку рівняння

$$xy - 3x - 2y + 6 = 0.$$

$$xy + 2x - 4y - 8 = 0.$$

4. Знайдіть площу фігури, обмеженої лініями:

$$y = 2\sqrt{x+1}, \quad y = x + 1.$$

$$y = 2\sqrt{x-1}, \quad y = x - 1.$$

5. Для функції $g(x)$ знайдіть первісну, найменше значення якої дорівнює y_0 :

$$g(x) = \frac{2x}{1+x^2} + 6x^5 e^{x^6}, \quad y_0 = 3.$$

$$g(x) = \frac{4x^3}{x^4+1} + 2xe^{x^2}, \quad y_0 = 4.$$

С-52. ПОНЯТТЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА. ДІЇ З КОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛАМИ В АЛГЕБРАЇЧНІЙ ФОРМІ

Варіант А1

Варіант А2

1. Дано комплексні числа

$$z_1 = 1 - i \quad \text{і} \quad z_2 = 4i - 2.$$

$$z_1 = 1 + i \quad \text{і} \quad z_2 = -6 + 4i.$$

Знайдіть:

а) суму $z = z_1 + z_2$ і вкажіть

Re z ;

Im z ;

б) різницю $z = z_1 - z_2$ і вкажіть

комплексне число, яке

спряжене з z ;

протилежне z ;

в) добуток $z = z_1 \cdot z_2$;

г) частку $z = \frac{z_2}{z_1}$.

2. За формулою різниці квадратів розкладіть на множники:

$$9x^2 + 25.$$

$$4x^2 + 1.$$

3. Обчисліть:

а) $(1 + 3i)(1 - 3i) - 2$;

а) $(5 - 2i)(5 + 2i) + 1$;

б) $(2 - i)^2 + i(3i + 4)$;

б) $(3 + i)^2 - 3i(2 + 3i)$;

в) $i^{16} + \frac{2}{i^6}$.

в) $i^{10} - \frac{3}{i^8}$.

4. Розв'яжіть рівняння:

а) $2x^2 + 8 = 0$;

а) $3x^2 + 27 = 0$;

б) $3ix = 9 - 6i$.

б) $2ix = -10 + 8i$.

5. Знайдіть x і y з рівності

$$(-2 - i)x + 4iy = 6 + 7i.$$

$$3x + (5 - 2i)y = 1 + 2i.$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Дано комплексні числа

$$z_1 = 15 - 5i, \quad z_2 = 1 + 2i.$$

$$z_1 = 5 + 10i, \quad z_2 = 2 - i.$$

Знайдіть:

а) суму $z = z_1 + z_2$ і вкажіть її дійсну та уявну частину;

б) різницю $z = z_1 - z_2$ і вкажіть комплексні числа, які спряжені і протилежні до z ;

в) добуток $z = z_1 \cdot z_2$;

г) частку $z = \frac{z_2}{z_1}$.

2. Розкладіть на множники за формулою різниці квадратів ($a > 0$):

$$a + 16.$$

$$a + 49.$$

3. Обчисліть:

$$\text{а) } (2 - 3i)^2 + (1 + i\sqrt{2})(1 - i\sqrt{2});$$

$$\text{а) } (3 + 2i)^2 - (1 - i\sqrt{3})(1 + i\sqrt{3});$$

$$\text{б) } \frac{8 + 6i}{(1 - i)^2} - 2i(2 - i);$$

$$\text{б) } \frac{6 - 4i}{(1 + i)^2} + 3i(1 - 2i);$$

$$\text{в) } (2i)^6 + \frac{32}{i^{20}}.$$

$$\text{в) } 10i^{18} + \left(\frac{2}{i}\right)^4.$$

4. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } x^2 - 2x + 5 = 0;$$

$$\text{а) } x^2 + 4x + 13 = 0;$$

$$\text{б) } (1 + i)x = 6 - 2i.$$

$$\text{б) } (1 - i)x = 8 + 6i.$$

5. Знайдіть x і y з рівності:

$$(5 + 3i)x + (2 - i)y = -1 - 5i.$$

$$(4 - 3i)x + (1 + 2i)y = 2 - 7i.$$

Варіант В1

Варіант В2

1. Дано комплексні числа $z_1 - 2i$ і $z_2 - 2i$, де z_1 и z_2 — корені рівняння

$$z^2 + 4z + 5 = 0.$$

$$z^2 - 2z + 2 = 0.$$

Знайдіть:

а) число, спряжене до їх суми;

б) число, протилежне їх різниці;

в) добуток даних чисел;

г) частку даних чисел і число, обернене до неї.

2. Розкладіть двома способами на комплексні множники за формулою різниці квадратів

число 17.

число 10.

3. Обчисліть:

а) $(2+i)^3 - (1-i)^2$;

а) $(2-i)^3 + (1+2i)^2$;

б) $\frac{1-i}{2i^{17} + i^{19}} + \frac{2i}{i-1}$;

б) $\frac{1+i}{i^{21} - 2i^{25}} + \frac{2i}{1+i}$;

в) $1 + i^3 + i^6 + \dots + i^{90}$.

в) $1 + i^5 + i^{10} + \dots + i^{100}$.

4. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^4 + 13x^2 + 36 = 0$;

а) $x^4 + 20x^2 + 64 = 0$;

б) $(1+2i)(1-i)x = 20 - 30i$.

б) $(1-2i)(1+i)x = -40 + 50i$.

5. Знайдіть комплексне число z , яке задовольняє рівності:

$i + \operatorname{Re} z = iz$.

$i \cdot \operatorname{Im} z + 1 = iz$.

С-53. МОДУЛЬ І АРГУМЕНТ КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА. ДІЇ З КОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛАМИ В ГЕОМЕТРИЧНІЙ ФОРМІ

Варіант А1**Варіант А2****1. Знайдіть модуль і головний аргумент комплексного числа:**

а) $z = 4 + 4i$;

а) $z = 3 - 3i$;

б) $z = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

б) $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

2. Виконайте дії на комплексній площині:

а) $(4+i) + (-1+3i)$;

а) $(3-2i) + (1+3i)$;

б) $(1-3i) - (-2-i)$.

б) $(5+i) - (3-2i)$.

3. Зобразіть множину точок комплексної площини, які задовольняють умові:

а) $\operatorname{Im} z = -2$;

а) $\operatorname{Re} z = 3$;

б) $|z| = 1$.

б) $\operatorname{Arg} z = \frac{\pi}{4}$.

4. Розв'яжіть рівняння:

$$|z| = z - 3i + 1.$$

$$|z| = z + 5i + 1.$$

Варіант Б1Варіант Б2

1. Знайдіть модуль і аргумент комплексного числа:

а) $z = (1 - 2i)^2$;

а) $z = (2 + i)^2$;

б) $z = \frac{2}{1+i}$.

б) $z = \frac{2}{1-i}$.

2. Виконайте дії на комплексній площині:

а) $2i + (1 - 4i)$;

а) $(-3 + 2i) + 5$;

б) $2(3 - 2i) - 3(1 + i)$.

б) $4(-1 - i) - 2(-3 - 2i)$.

3. Знайдіть геометричне місце точок комплексної площини, які задовольняють умові:

а) $\operatorname{Re} z < -1$;

а) $\operatorname{Im} z > 2$;

б) $\frac{\pi}{4} \leq \operatorname{Arg} z \leq \frac{\pi}{2}$.

б) $1 \leq |z| \leq 3$.

4. Розв'яжіть рівняння:

$$|z|^2 + z^2 = 8 - 4i.$$

$$|z|^2 - z^2 = 2 - 4i.$$

Варіант В1Варіант В2

1. Знайдіть модуль і аргумент комплексного числа:

а) $\frac{2 + 2i}{1 - i}$;

а) $\frac{3 - 3i}{1 + i}$;

б) $(1 - i)(4 + 3i)(2 + i)(3 + i)$.

б) $(1 + i)(4 - 3i)(2 - i)(3 - i)$.

2. Виконайте дії на комплексній площині:

а) $z + 2\bar{z}$, де $z = 1 + i$;

а) $2z - \bar{z}$, де $z = 2 - i$;

б) $\frac{2i - 3}{i} - 2i$.

б) $\frac{-4 + 3i}{i} - 3$.

3. Знайдіть геометричне місце точок комплексної площини, які задовольняють умові:

а) $\operatorname{Re}(z \cdot \bar{z}) < 4$;

а) $\operatorname{Im} z^2 > 2$;

б) $\frac{\pi}{4} \leq \operatorname{Arg}(z + 2 - i) \leq \frac{3\pi}{4}$.

б) $1 \leq |z - 3 + 3i| \leq 3$.

4. Розв'яжіть рівняння:

$z|iz| - z - 2i = 0$.

$z|iz| - z + 6i = 0$.

С-54. ТРИГОНОМЕТРИЧНА ФОРМА КОМПЛЕКСНОГО ЧИСЛА. ФОРМУЛА МУАВРА

Варіант А1

Варіант А2

1. Подайте дане комплексне число

а) в алгебраїчній формі:

а) $z = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$;

а) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$;

б) в тригонометричній формі:

б) $z = 1 + \sqrt{3}i$.

б) $z = 2 + 2i$.

2. Виконайте дії:

а) $3\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right) \times$

а) $\sqrt{3} \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \times$

$\times \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$;

$\times \sqrt{12} \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$;

б) $\frac{18(\cos 47^\circ + i \sin 47^\circ)}{9(\cos 17^\circ + i \sin 17^\circ)}$.

б) $\frac{20(\cos 72^\circ + i \sin 72^\circ)}{5(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)}$.

3. Користуючись формулою Муавра, обчисліть:

а) $(-1 + i)^4$;

а) $(-1 + \sqrt{3}i)^3$;

б) $\sqrt[3]{8(\cos \pi + i \sin \pi)}$.

б) $\sqrt{16 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right)}$.

4. Розкладіть на лінійні множники:

$z^4 - 16$.

$81 - z^4$.

5. Знайдіть усі корені рівняння:

$4z^2 + 8i = 0$.

$3z^3 - 24 = 0$.

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Подайте дані комплексні числа в тригонометричній формі:

а) $z = -2 - 2i$;

а) $z = \sqrt{3} - i$;

б) $z = -\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6}$.

б) $z = -\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$.

2. Виконайте дії і подайте відповідь в тригонометричній формі:

а) $3 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) \cdot 2i$;

а) $2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \cdot (-3i)$;

б) $\frac{\sqrt{20}(\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ)}{\sqrt{5}(\cos 48^\circ + i \sin 48^\circ)}$.

б) $\frac{\sqrt{18}(\cos 4^\circ + i \sin 4^\circ)}{\sqrt{2}(\cos 64^\circ + i \sin 64^\circ)}$.

3. Обчисліть, користуючись формулою Муавра, і подайте відповідь в алгебраїчній формі:

а) $(1 - \sqrt{3}i)^9$;

а) $(-1 + i)^{10}$;

б) $\sqrt[4]{-4}$.

б) $\sqrt[3]{-8}$.

4. Розкладіть на лінійні множники:

$3z^3 - 24$.

$2z^4 + 8$.

5. Розв'яжіть рівняння:

$z^3 + z^2 + z + 1 = 0$.

$z^3 - z^2 + z - 1 = 0$.

Варіант В1**Варіант В2**

1. Подайте дані комплексні числа в тригонометричній формі:

а) $z = \frac{2}{-1+i}$;

а) $z = \frac{2}{1-i}$;

б) $z = \cos \frac{\pi}{5} - i \sin \frac{\pi}{5}$.

б) $z = -2 \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$.

2. Виконайте дії і подайте відповідь в тригонометричній формі:

а) $4 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right) \cdot \frac{1}{2} i$;

а) $6 \left(\cos \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{2\pi}{3} \right) \cdot \left(-\frac{1}{3} i \right)$;

б) $\frac{1+i\sqrt{3}}{2i(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)}$.

б) $\frac{i-1}{2(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)}$.

3. Обчисліть і подайте відповідь в алгебраїчній формі:

а) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{i-1} \right)^{20}$;

а) $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{1+i} \right)^{10}$;

б) $\sqrt[3]{8i}$.

б) $\sqrt[3]{-8i}$.

4. Розкладіть на лінійні множники:

$z^4 + 2z^2 + 4$.

$z^4 - 4z^2 + 16$.

5. Розв'яжіть рівняння:

$(z+i)^6 = z^2 + 2iz - 1$.

$(z-2i)^5 = z^2 - 4iz - 4$.

**С-55*. ДОДАТКОВІ ЗАДАЧІ
З КОМПЛЕКСНИМИ ЧИСЛАМИ
(домашня самостійна робота)**

Варіант 1**Варіант 2**

**1. Побудуйте на комплексній площині
геометричні образи співвідношень:**

а) $z\bar{z} + 2z + 2\bar{z} = 0$;

а) $z\bar{z} + 2iz - 2i\bar{z} = 0$;

б) $z^2\bar{z}^2 - 5z\bar{z} + 4 \geq 0$;

б) $z^2\bar{z}^2 - 10z\bar{z} + 9 \leq 0$;

в) $\operatorname{Im} \frac{2}{\bar{z}-1} \geq 1$;

в) $\operatorname{Re} \frac{-2i}{\bar{z}+1} \geq 1$;

г) $|z-1|^2 + |z+1|^2 = 10$.

г) $|z+i|^2 + |z-i|^2 = 16$.

**2. Виведіть за допомогою формули Му-
авра тригонометричні формули, які
виражають:**

а) $\cos 3\alpha$ через $\cos \alpha$;

а) $\sin 3\alpha$ через $\sin \alpha$;

б) $\sin 4\alpha$ через $\sin \alpha$ і $\cos \alpha$.

б) $\cos 4\alpha$ через $\cos \alpha$.

**3. Для будь-яких комплексних чисел z_1
і z_2 доведіть нерівність:**

$$\|z_1 - z_2\| \leq |z_1| + |z_2|.$$

$$\|z_1 - z_2\| \leq |z_1 - z_2|.$$

**4. Знайдіть комплексне число,
яке задає четверту вершину паралеле-
лограма, три послідовних вершини
якого знаходяться в точках:**

$z_1 = 1 + 2i,$

$z_1 = -1 + 2i,$

$z_2 = -1 - i,$

$z_2 = -3 - i,$

$z_3 = 2 - 2i.$

$z_3 = 1 - 2i.$

5. Розв'яжіть рівняння:

а) $(z^2 + 3z + 6)^2 +$
 $+ 2z(z^2 + 3z + 6) - 3z^2 = 0;$

а) $(z^2 + 4z + 8)^2 +$
 $+ 3z(z^2 + 4z + 8) + 2z^2 = 0;$

б) $z^3 - 4z^2 - 4z - 5 = 0;$

б) $z^3 + 8z^2 + 15z + 18 = 0;$

в) $(z^2 + z)^4 = 1.$

в) $(z^2 - z)^4 = 16.$

К-11. КОМПЛЕКСНІ ЧИСЛА

Варіант А1Варіант А2

1. Виконайте дії:

а) $2i(3+i) - 6i^5$;

а) $3i(i-4) - 12i^7$;

б) $\frac{-1-i}{1-i}$.

б) $\frac{3-3i}{1+i}$.

2. Знайдіть множину точок комплексної площини, які задовольняють умовам:

$$\begin{cases} \operatorname{Re} z > 1, \\ |z| \leq 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{Im} z < 1, \\ |z| \geq 2. \end{cases}$$

3. Обчисліть:

а) $(2+2i)^4$;

а) $(\sqrt{3}+i)^3$;

б) $\sqrt{-16}$.

б) $\sqrt{-25}$.

4. Розв'яжіть рівняння:

а) $z + iz = 1 + 7i$;

а) $z - iz = 8 + 2i$;

б) $z^2 + 4z + 13 = 0$.

б) $z^2 - 2z + 10 = 0$.

5. Знайдіть значення a , при якому числа

$a^2 + 1 + 6i$ та $5 - 3ai$

$a^2 - 3 - 4i$ та $-2 + 4ai$

є спряженими.

Варіант Б1Варіант Б2

1. Виконайте дії:

а) $\frac{5-15i}{1+2i} - (1-3i)^2$;

а) $\frac{30+20i}{3-i} + (2i-3)^2$;

б) $\frac{\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right)}{i^{23}} \cdot (2-2i)$.

б) $\frac{2 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6} \right)}{i^{17}} \cdot (\sqrt{3}+3i)$.

2. Знайдіть геометричне місце точок комплексної площини, які задовольняють умовам:

$$\begin{cases} |z + 3i| \leq 3, \\ \operatorname{Re} z > -\operatorname{Im} z. \end{cases}$$

$$\begin{cases} |z - 3| < 3, \\ \operatorname{Re} z \leq \operatorname{Im} z. \end{cases}$$

3. Обчисліть:

а) $(-1 + i\sqrt{3})^{12}$;

а) $(\sqrt{3} - i)^6$;

б) $\sqrt[3]{27i}$.

б) $\sqrt{-9i}$.

4. Розв'яжіть рівняння:

а) $|z + 1| + i|z| = 4\sqrt{2} + 5i$;

а) $|z - i| - i|z| = 3\sqrt{2} - 5i$;

б) $z^2 + 2iz - 5 = 0$.

б) $z^2 - 4iz - 20 = 0$.

5. Дано комплексні числа

$z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ та $z_2 = -\sqrt{3} + i$.

$z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ та $z_2 = \sqrt{3} - i$.

Задайте рівністю геометричне місце точок комплексної площини, які лежать на бісектрисі кута $z_1 O z_2$.

Варіант В1

1. Виконайте дії:

а) $\frac{(2i + 3)^2}{i - 1} - \frac{i^{41}}{i + 1}$;

а) $\frac{(2i - 3)^2}{i + 1} + \frac{i^{43}}{i - 1}$;

б) $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^6 + \left(\frac{1}{\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}}\right)^6$.

б) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^6 + \left(\frac{1}{\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\frac{5\pi}{4}}\right)^6$.

2. Знайдіть геометричне місце точок комплексної площини, які задовольняють умовам:

$$\begin{cases} |z - 1 + i| \geq |z + 1 - i|, \\ \frac{\pi}{2} \leq \operatorname{Arg}(z - 2) \leq \frac{3\pi}{4}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} |z + 1 + i| \geq |z - 1 - i|, \\ \frac{3\pi}{2} \leq \operatorname{Arg}(z + 2) \leq \frac{7\pi}{4}. \end{cases}$$

3. Обчисліть:

а) $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)^{-6}$;

а) $\left(\frac{\sqrt{3}-i}{2}\right)^{-12}$;

б) $\sqrt{1+i\sqrt{3}}$.

б) $\sqrt{9+4i}$.

4. Розв'яжіть рівняння:

а) $|z|^2 + \bar{z} - 2iz = 2i$;

а) $|z|^2 - 3z + 3i = i\bar{z}$;

б) $(z+1)^4 = (z-i)^4$.

б) $(z+i)^4 = (z-i)^4$.

5. Доведіть, що

для будь-яких комплексних чисел z_1 і z_2

якщо $|z_1| = |z_2| = d$, то

$$|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2). \quad |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 4d^2.$$

Яку геометричну інтерпретацію має ця рівність?

С-56. МНОЖИНИ. ОПЕРАЦІЇ НАД МНОЖИНАМИ

Варіант А1

Варіант А2

1. Нехай M — множина підручників з математики, F — множина підручників з фізики, K — множина книг шкільної бібліотеки. Запишіть за допомогою знаків операцій над множинами:

а) множину підручників з фізики, наявних у шкільній бібліотеці;

б) множину підручників з фізики і математики;

в) множину книг, наявних у шкільній бібліотеці, окрім підручників з математики.

а) множину підручників з математики, наявних у шкільній бібліотеці;

б) множину підручників з фізики і книг шкільної бібліотеки;

в) множину книг, наявних у шкільній бібліотеці, окрім підручників з фізики.

2. Нехай A , B і C — множини коренів рівнянь

$$x^2 = 4, (x+1)(x-2) = 0$$

$$\text{і } |x| = 1$$

$$|x| = 9, (x-3)(x+4) = 0$$

$$\text{і } x^2 = 16$$

відповідно.

Назвіть елементи множин:

а) $A \cup B$;

в) $A \cap C$;

д) $B \setminus C$;

б) $B \cap C$;

г) $C \setminus B$;

е) $A \cup B \cup C$.

Назвіть будь-яку множину D з одного елемента таку, що $D \subset B$.

3. Кожен з 36 учнів класу вивчає хоча б одну з іноземних мов (англійську або німецьку). Відомо, що англійську мову вивчають 24 учні, німецьку — 18 учнів. Скільки учнів вивчають і німецьку, і англійську мови?

3. В усіх дворах селища Уткіно селяни тримають худобу (корів або свиней). Відомо, що в 43 дворах тримають корів, в 39 дворах — свиней, а в 12 дворах — і корів, і свиней. Скільки всього дворів у селищі Уткіно?

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Нехай U — множина вчених, F — множина фізиків, M — множина математиків, L — множина лауреатів Державної премії. Запишіть за допомогою операцій над множинами:

а) множину вчених і лауреатів Державної премії;

б) множину вчених-лауреатів Державної премії;

в) множину лауреатів Державної премії, які не вивчають ні фізику, ні математику.

а) множину фізиків і математиків;

б) множину людей, які вивчають фізику і математику;

в) множину вчених, які не вивчають ні фізику, ні математику.

2. Нехай множини A , B і C — числові проміжки, причому

$$A = [-5; 1], B = [0; 8],$$

$$C = [2; 10].$$

$$A = (-8; -2), B = (-3; 4),$$

$$C = (0; 5).$$

Знайдіть:

- а) $A \cup B$; б) $B \cap C$; в) $A \cap C$;
 г) $C \setminus B$; д) $B \setminus C$; е) $A \cup B \cup C$.

Назвіть будь-яку множину D таку, що $D \subset C$.

3. З 40 учасників конференції 6 не знають ні російської, ні німецької мови, 19 знають російську мову, 5 знають обидві мови. Скільки чоловік знають лише німецьку мову?
3. З 46 студентів 11 не займаються ні баскетболом, ні футболом, 22 займаються футболом, 8 — і футболом, і баскетболом. Скільки студентів займаються лише баскетболом?

Варіант В1Варіант В2

1. Нехай A — множина парних чисел, B — множина непарних чисел, C — множина чисел, кратних 3, D — множина чисел, кратних 5. Запишіть за допомогою знаків операцій над множинами:

- а) множину чисел, кратних 2 або 3; а) множину чисел, кратних 2 або 5;
 б) множину чисел, кратних 10; б) множину чисел, кратних 6;
 в) множину непарних чисел, не кратних 15. в) множину парних чисел, не кратних 15.

2. Нехай A, B, C і D — множини кутів α , для яких виконуються умови:

$$A: \sin \alpha \geq \frac{1}{2},$$

$$A: \sin \alpha \leq -\frac{1}{2},$$

$$B: \cos \alpha \geq \frac{1}{2},$$

$$B: \cos \alpha \leq -\frac{1}{2},$$

$$C: \operatorname{tg} \alpha \geq 0,$$

$$C: \operatorname{ctg} \alpha \leq 0,$$

$$D: \operatorname{ctg} \alpha = -1.$$

$$D: \operatorname{tg} \alpha = 1.$$

Відмітьте частину дуги одиничного кола, яка відповідає множині:

- а) $A \cap B$; б) $B \cup C$;
 в) $A \setminus D$; г) $(A \cup B) \setminus C$;
 д) $(A \cup B) \cap C$; е) $C \setminus (A \cup B)$.

Запишіть символами, підмножиною яких з даних множин є множина D .

3. З 44 членів літературної студії 25 чоловік пишуть вірші, 28 — прозу і 26 — есе, причому 15 чоловік пишуть вірші і есе, 13 — прозу і есе, а 5 чоловік — і вірші, і прозу, і есе. Скільки чоловік пишуть вірші і прозу?

3. З 120 учасників екологічної конференції 60 займаються біологією, 48 — географією, 32 — хімією, причому 21 чоловік займаються біологією і географією, 19 — географією і хімією, 15 — біологією і хімією, а 10 — усіма трьома науками. Скільки учасників не займаються жодною з цих наук?

С-57. ОСНОВНІ ФОРМУЛИ КОМБІНАТОРИКИ. НАЙПРОСТІШІ КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ

Варіант А1

1. Обчисліть:

а) $\frac{P_4}{P_8} \cdot A_8^4$;

б) $C_8^6 \cdot P_2$.

2. Скількома способами можна скласти розклад одного навчального дня з 6 різних уроків?

3. Скількома способами з 7 членів президії можна обрати голову, його заступника й секретаря?

4. Скількома способами з 10 гравців волейбольної команди можна обрати стартову шістку?

Варіант А2

а) $\frac{P_5}{P_9} \cdot A_9^5$;

б) $C_{10}^7 \cdot P_3$.

2. Скільки різних п'ятицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5 (цифри в одному числі не повинні повторюватися)?

3. Скількома способами з 9 навчальних предметів можна скласти розклад одного навчального дня з 6 різних уроків?

4. Скількома способами з 25 учнів класу можна обрати чотирьох для участі в святковому концерті?

5. Розв'яжіть рівняння:

$$A_{x+1}^2 = 20.$$

$$C_x^{x-1} \cdot (x-1) = 30.$$

Варіант Б1**Варіант Б2**

1. Обчисліть:

$$а) \frac{P_{20}}{A_{20}^{15}} - \frac{A_{20}^5}{C_{20}^5};$$

$$а) \frac{P_{14}}{A_{14}^{10}} - \frac{A_{14}^4}{C_{14}^4};$$

$$б) C_5^3 C_4^2 + C_4^2 C_3^1.$$

$$б) C_6^4 C_5^3 - C_5^3 C_4^2.$$

2. Скільки різних п'ятицифрових чисел можна скласти з цифр 6, 7, 8, 9, 0 (цифри в одному числі не повинні повторюватися)?

2. Скількома способами можна розставити на книжковій полиці томи 4-томника Едгара По так, щоб четвертий том не стояв крайнім ліворуч?

3. Скільки можна скласти різних правильних дробів, використовуючи в чисельнику і знаменнику числа 2, 3, 5, 7, 11, якщо в запису кожного дробу використовувати 2 числа?

3. Скільки різних трицифрових чисел можна скласти з цифр 0, 1, 2, 3, 4, якщо цифри в одному числі не повинні повторюватися?

4. Скільки діагоналей має опуклий семикутник?

4. Скільки існує різних трикутників з вершинами в 7 даних точках, якщо відомо, що 3 з них лежать на одній прямій?

5. Розв'яжіть рівняння:

$$A_x^5 = 336C_{x-2}^{x-5}.$$

$$12C_{x+3}^{x-1} = 55A_{x+1}^2.$$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Обчисліть:

$$а) \frac{A_{12}^4 - A_{11}^4}{C_{11}^3};$$

$$а) \frac{A_{15}^5 - A_{14}^5}{C_{14}^4};$$

$$б) \frac{(k+1)C_{n+1}^{k+1}}{(n+1)C_n^k}.$$

$$б) \frac{C_n^k + C_n^{k+1}}{C_{n+1}^{k+1}}.$$

2. Скількома способами можна розсадити за круглим столом 6 чоловік, якщо не важливо, хто на якому стільці сидить, а важливо, хто є сусідом одної людини праворуч і ліворуч?
3. Скільки різних неправильних дробів можна скласти, використовуючи в чисельнику і знаменнику числа 2, 3, 5, 7, 11, 13?
4. Скільки різних натуральних дільників має число 210?
2. Скільки різних «слів» (наборів літер) з 7 літер можна скласти шляхом переставлення літер в слові «барабан»?
3. З 11 навчальних предметів складають розклад дня з 5 уроків. Скількома способами це можна зробити за умови, щоб у розкладі була фізкультура, але не на перших трьох уроках?
4. Скільки різних добутків, кратних 10, можна скласти з множників 2, 3, 5, 7, 11, 13?

5. Знайдіть усі значення x , які задовольняють нерівності:

$$C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 \leq 9x^2 - 14x.$$

$$C_{x+1}^{x-1} + C_{x+1}^x + C_x^{x-2} \leq C_{x+3}^{x+1}.$$

С-58. БІНОМ НЬЮТОНА. ВЛАСТИВОСТІ БІНОМІАЛЬНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Варіант А1

Варіант А2

1. За формулою бінома Ньютона розкрийте дужки і спростіть вираз:

а) $(x - 2)^4$;

а) $(x + 2)^5$;

б) $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^5$.

б) $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^4$.

2. Знайдіть член, який не містить x , в розкладі бінома

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^6.$$

$$\left(3x + \frac{1}{x}\right)^4.$$

3. Дано біном

$(3a - b)^n.$

$(2a^3 + b)^n.$

Знайдіть n , якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів

дорівнює 128.

дорівнює 256.

4. За допомогою формули бінома Ньютона обчисліть

$99^3.$

$101^3.$

Варіант Б1Варіант Б2

1. Розкрийте дужки і спростіть вираз:

а) $(x + \sqrt{2})^6;$

а) $(x - \sqrt{3})^5;$

б) $\left(\frac{x}{2} - \frac{3}{y}\right)^5.$

б) $\left(3x + \frac{1}{2y}\right)^6.$

2. Знайдіть показник степеня бінома

 $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^n$, якщо другий член розкладу не залежить від x . $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + x\right)^n$, якщо третій член розкладу не залежить від x .

3. Знайдіть член розкладу бінома

 $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$, який містить x в першому степені, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів дорівнює 512. $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$, який містить x в першому степені, якщо сума всіх біноміальних коефіцієнтів дорівнює 128.

4. Доведіть тотожність

 $(k, n \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n):$

$n(C_{2n}^n - C_{2n}^{n+1}) = C_{2n}^{n+1}.$

$C_{n+1}^{k+1} = C_n^k + C_n^{k+1}.$

Варіант В1**Варіант В2**

1. Розкрийте дужки та спростіть вираз:

а) $\left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$;

а) $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^2}\right)^5$;

б) $(2\sqrt{3} + \sqrt{6})^5$.

б) $(\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^4$.

2. В розкладі бінома

$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ коефіцієнти тре-

тього і п'ятого членів відно-
сяться як 2 : 7.

$\left(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}\right)^n$ третій біноміальний
коефіцієнт в 4 рази більше за
другий.

Знайдіть член розкладу, який містить

x^1 .

x^4 .

3. Знайдіть показник бінома $(a + b)^n$, якщо

сума всіх його біноміальних
коефіцієнтів на 256 більше
суми біноміальних коефіцієн-
тів, які стоять на парних міс-
цях.

потрійна сума біноміальних кое-
фіцієнтів, які стоять на парних
місцях, на 512 більше суми
біноміальних коефіцієнтів, які
стоять на непарних місцях.

4. Знайдіть кількість раціональних чле-
нів у розкладі бінома

$(\sqrt[4]{2} + \sqrt[3]{3})^{80}$.

$(\sqrt[5]{3} - \sqrt[10]{5})^{100}$.

С-59. КОМБІНАТОРНІ ЗАДАЧІ. ПРАВИЛО СУМИ І ПРАВИЛО ДОБУТКУ

Варіант А1

1. У вазі стоять 10 білих і 5 червоних троянд. Визначте, скількома способами з вази можливо обрати букет, який складається з

двох білих і одної червоної троянди.

2. Дано цифри 1, 2, 5, 8, 9. Визначте, скільки чотиризначних чисел можна скласти з них (цифри в одному числі не повинні повторюватися) за умови, що всі складені числа мають бути

менше 6000.

3. Три стрільці мають вразити 6 мішеней (кожен по дві). Скількома способами вони можуть розподілити мішені між собою?

Варіант А2

двох червоних і одної білої троянди.

більше 4000.

3. Три автори мають скласти довідник з 9 розділів (кожен складає по 3 розділи). Скількома способами вони можуть розподілити роботу?

Варіант Б1

1. У вазі стоять 10 білих і 5 червоних троянд. Визначте, скількома способами з вази можна обрати букет з трьох квітів, у якому буде

не менше двох білих троянд.

2. 12 чоловік розподілені на групи

по 4 людини в кожній.

не менше двох червоних троянд.

по 3 людини в кожній.

Скількома способами це можна зробити?

3. Шістьох нових учнів треба розподілити в три паралельних класи. Скількома способами це можна зробити?

3. Сім книг необхідно розмістити на чотирьох книжкових полицях. Скількома способами це можна зробити?

Варіант В1**Варіант В2**

1. У вазі стоять 10 білих і 5 червоних троянд. Визначте, скількома способами з вази можна обрати букет з трьох квітів, у якому була б

хоча б одна біла троянда.

хоча б одна червона троянда.

2. З 8 юнаків і 6 дівчат обирають три пари для участі в танцювальному конкурсі. Скількома способами можливо зробити такий вибір?

2. З 6 різних літер і 10 різних цифр складають 4 коди «літера-цифра». Скількома способами це можливо зробити?

3. На чотирьох полицях необхідно розмістити п'ять книг. Скількома способами це можливо зробити, якщо на першій полиці має стояти тільки одна будь-яка книга?

3. За п'ять днів садівник має висадити шість різних дерев. Скількома способами він може розподілити роботу, якщо в перший день він має висадити тільки одне будь-яке дерево?

**С-60*. ДОДАТКОВІ ЗАДАЧІ
З КОМБІНАТОРИКИ
(домашня самостійна робота)**

Варіант 1**Варіант 2**

1. Доведіть тотожності:

$$\text{а) } C_n^k + 2C_n^{k+1} + C_n^{k+2} = C_{n+2}^{k+2};$$

$$\text{а) } C_n^k + 3C_n^{k+1} + 3C_n^{k+2} +$$

$$+ C_n^{k+3} = C_{n+3}^{k+3};$$

$$\text{б) } C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n = \\ = n \cdot 2^{n-1}.$$

$$\text{б) } C_n^1 - 2C_n^2 + 3C_n^3 - \dots + \\ + (-1)^{n-1} nC_n^n = 0.$$

2. Підставляючи до розкладу $(x+a)^n$ необхідні значення a і x , знайдіть суму:

$$1 + 2C_n^1 + 2^2 C_n^2 + \dots + 2^n C_n^n.$$

$$1 + 10C_n^1 + 100C_n^2 + \dots + 10^n C_n^n.$$

3. Знайдіть коефіцієнт

при x^8 в розкладі виразу
 $(1 + 2x^2 - 3x^4)^{10}$.

при x^4 в розкладі виразу
 $(1 + 2x + 3x^2)^{10}$.

4. Знайдіть раціональні члени в розкладі бінома

$$(\sqrt[4]{4} + \sqrt[7]{7})^{15}.$$

$$(\sqrt[5]{3} + \sqrt[7]{2})^{24}.$$

5. Скількома способами можна розсадити за круглим столом 8 чоловіків і 8 жінок так, щоб особи одної статі не сиділи поруч?

5. Скількома способами можна виписувати в одну шеренгу гравців двох футбольних команд так, щоб гравці одної команди не стояли поруч?

6. Яка мінімальна кількість мешканців має бути в населеному пункті, щоб заздалегідь стверджувати, що принаймні двоє з них мають однакові ініціали

прізвища та імені?

прізвища, імені та по-батькові?

К-12. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ

Варіант А1

Варіант А2

1. Знайдіть:

а) $A_8^6 - P_4$;

б) третій член розкладу бінома
 $(x + 2)^4$.

а) $A_7^5 - P_5$;

б) четвертий член розкладу бінома
 $(2x + 1)^5$.

2. На площині дано 8 точок, причому ніякі три з них не лежать на одній прямій.

а) Скільки існує відрізків з кінцями в цих точках?

б) Скільки існує променів з початком у будь-якій з даних точок, які проходять через будь-яку іншу з даних точок?

а) Скільки існує трикутників з вершинами в цих точках

б) Скільки існує векторів з початком і кінцем у будь-яких двох з даних точок?

3. В розкладі бінома $\left(x - \frac{1}{x}\right)^n$

другий і третій біноміальні коефіцієнти рівні.

другий і четвертий біноміальні коефіцієнти рівні.

Знайдіть і запишіть формулу цього розкладу.

4. Скількома способами можна здійснити перестановку 10 різних паф уздовж двох стін, якщо вздовж одної стіни поміститься 6 паф, а вздовж іншої – 4?

4. Скількома способами можна організувати розміщення тур-групи з 7 чоловік у два готельних номери на три і чотири людини?

5. Розв'яжіть рівняння:

$$A_x^2 - C_x^{x-1} = 24.$$

$$A_{x+1}^2 + C_x^1 = 24.$$

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Знайдіть:

а) $\frac{A_9^3}{P_6} - C_{21}^1$;

а) $\frac{A_8^4}{P_5} - C_{14}^{13}$;

б) середній член розкладу бінома $(2x - 1)^6$.

б) середній член розкладу бінома $(3x + 1)^4$.

2. На колі обрано 8 різних точок.

а) Скільки існує вписаних опуклих чотирикутників з вершинами в даних точках?

б) Скільки існує ненульових векторів з початком і кінцем в даних точках?

а) Скільки існує вписаних трикутників з вершинами в даних точках?

б) Скільки існує вписаних кутів з вершиною в одній з даних точок і сторонами, які проходять через дві інші точки?

3. Знайдіть суму біноміальних коефіцієнтів бінома

$(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^n$, якщо четвертий коефіцієнт розкладу в 5 разів більше за другий.

$\left(x + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$, якщо другий коефіцієнт розкладу в 7 разів менше за четвертий.

4. Скількома способами з колоди в 36 карт можна обрати 10 карт так, щоб серед обраних карт було

рівно два валети?

рівно три тузи?

5. Знайдіть всі значення n , які задовольняють нерівності

$$A_{n-1}^2 - C_n^{n-1} < 23.$$

$$A_{n+1}^2 + C_n^1 < 24.$$

Варіант В1

1. Знайдіть:

а) $\frac{A_n^{n-2}}{P_{n-2}} - C_n^2;$

б) суму біноміальних коефіцієнтів і суму коефіцієнтів розкладу бінома

$$(2x - 1)^9.$$

2. На одній з двох паралельних прямих обрано 5 різних точок, а на другій – 4 точки.

а) Скільки існує січних даних прямих, які проходять через дві будь-які дані точки?

б) Скільки існує трикутників з вершинами в даних точках?

а) $\frac{A_n^3}{P_3} - C_n^{n-3};$

а) Скільки існує відрізків, які мають кінці в даних точках і не лежать на жодній з даних прямих?

б) Скільки існує опуклих чотирикутників з вершинами в даних точках?

3. Знайдіть найбільший член розкладу

$$(1 + \sqrt{2})^{50}.$$

$$(1 + \sqrt{3})^{60}.$$

4. У списку виступаючих на засіданні 6 чоловік. Скільки існує варіантів регламенту засідання, якщо

виступаючий А має виступити раніше В і С?

виступаючий В має виступити пізніше А, але раніше С?

5. Розв'яжіть систему рівнянь:

$$\begin{cases} C_{x-1}^y = 10, \\ C_x^{y+1} = \frac{5}{2}x. \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2}, \\ C_x^2 = 153. \end{cases}$$

С-61. КЛАСИЧНА ЙМОВІРНІСТЬ. ВИКОРИСТАННЯ ФОРМУЛ КОМБІНАТОРИКИ ПРИ ОБЧИСЛЕННІ ЙМОВІРНОСТІ

Варіант А1

Варіант А2

1. З 30-томного зібрання творів Льва Толстого учень навмання обирає один том. Яка ймовірність того, що

- а) в цьому томі буде роман «Анна Каренина»?
б) цей том буде мати парний номер?

- а) в цьому томі буде роман «Война и мир»?
б) цей том буде мати непарний номер?

2. Кидають дві однакові монети. Яка ймовірність того, що

випадуть «герб» і «число»?

випадуть два «герби»?

3. З літер слова «провал» навмання обирають 5 літер. Знайдіть ймовірність того, що з обраних літер можна буде скласти

слово «право».

слово «повар».

4. З 28 кісток доміно навмання обирають одну. Що ймовірніше:

що сума цифр на ній буде дорівнювати 6 або 8?

що сума цифр на ній буде дорівнювати 3 або 4?

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Яка ймовірність того, що ваша майбутня дитина

- а) народиться в квітні?
б) народиться 30-го числа?

- а) народиться в січні?
б) народиться 31-го числа?

2. Кидають два однакових гральних кубики. Яка ймовірність того, що сума цифр, які випали, буде

дорівнювати 3?

дорівнювати 11?

3. З літер слова «апельсин» послідовно обирають 4 літери. Знайдіть ймовірність того, що обрані літери в порядку їх вибору утворюють

слово «лиса».

слово «план».

4. Що ймовірніше при киданні двох однакових гральних кубиків:

що сума, яка випала, буде дорівнювати 6 або що вона буде більше 10?

що сума, яка випала, буде дорівнювати 10 або що вона буде менше 4?

Варіант В1**Варіант В2**

1. З 28 кісток доміно обирають одну.

Яка ймовірність того, що

а) сума цифр на ній менше 3?

а) сума цифр на ній більше 9?

б) обидві цифри на ній — парні?

б) обидві цифри на ній — непарні?

2. В скрині лежать 15 куль, з яких 5 — чорні. Яка ймовірність того, що при виборі зі скрині трьох куль

одна буде чорною?

дві будуть чорними?

3. З літер слова «комбінаторика» навмання обирають 4 літери. Знайдіть ймовірність того, що

з обраних літер можна буде скласти слово «корт».

обрані літери в порядку їх вибору утворюють слово «атом».

4. В колоді 32 карти. Що ймовірніше:

знайти серед чотирьох обраних карт рівно два тузи або всі чотири карти чорні?

знайти серед трьох обраних карт рівно одну даму або рівно дві червоні карти?

С-62. ТЕОРЕМИ ДОДАВАННЯ ТА МНОЖЕННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Варіант А1

Варіант А2

1. З 30 учнів спорткласу 11 займаються футболом, 6 — волейболом, 8 — бігом, а всі інші — стрибками в довжину. Яка ймовірність того, що один навмання обраний учень класу

- а) не займається стрибками?
б) займається ігровим видом спорту?

- а) не займається футболом?
б) займається легкою атлетикою?

2. Ніна і Лора пишуть диктант. Ймовірність того, що Ніна припуститься в ньому помилки, складає 60%, ймовірність помилки Лори — 40%. Знайдіть ймовірність того, що

- а) обидві дівчинки напишуть диктант без помилок;
б) Ніна напише без помилок, а Лора помилиться.

- а) обидві дівчинки в диктанті помиляться;
б) Лора напише без помилок, а Ніна помилиться.

3. Монету кидають 6 разів поспіль. Знайдіть ймовірність того, що

хоча б один раз випаде «число».

хоча б один раз не випаде «число».

Варіант Б1

Варіант Б2

1. У безпрограшній лотереї випущено 10000 квитків, серед яких 100 виграшів по 1000 гривень, 200 виграшів по 500 гривень, 500 виграшів по 200 гривень і 1000 виграшів по 100 гривень, а інші квитки виграють по 1 гривні. Яка ймовірність того, що при купівлі одного білету виграш складе

- а) не більше 200 гривень?
б) більше 200 гривень?

- а) не менше 500 гривень?
б) менше 500 гривень?

2. Кожен з трьох стрільців стріляє в мішень по одному разу, причому ймовірність влучання першого стрільця складає 90%, другого — 80%, третього — 70%. Знайдіть ймовірність того, що

- а) всі три стрільці влучать в мішень;
б) двоє з трьох стрільців схиблять.

- а) всі три стрільці схиблять;
б) двоє з трьох стрільців влучать у мішень.

3. Монету кидають 5 разів поспіль. Знайдіть ймовірність того, що

- «число» випаде не менше 2 разів.

- «герб» випаде не менше 4 разів.

Варіант В1

Варіант В2

1. У скрині лежать 6 білих, 4 чорних, 5 червоних і 3 синіх кулі. Зі скрині навмання обирають 2 кулі. Яка ймовірність того, що

- а) кулі будуть обидві білими або обидві чорними?
б) одна з куль буде синьою, а інша — червоною?

- а) кулі будуть обидві червоними або обидві синіми?
б) одна з куль буде білою, а інша — чорною?

2. Три референти стенографують виступ міністра. Відомо, що ймовірність складання дослівної стенограми у першого референта складає 75%, у другого — 80%, у третього — 90%. Крім того, ймовірність граматичної помилки у кожного з референтів складає 10%. Знайдіть ймовірність того, що

- а) жоден з референтів не складе дослівної стенограми;
б) рівно один з референтів зможе дослівно записати виступ, але припуститься граматичних помилок.

- а) всі три референти складуть дослівну стенограму;
б) рівно два референти зможуть дослівно записати виступ, але припустяться граматичних помилок.

3. Монету кидають 6 разів поспіль.

Знайдіть імовірність того, що

«число» буде випадати частіше,
ніж «герб».

«герб» буде випадати не рідше,
ніж «число».

С-63. ЙМОВІРНІСТЬ ЗДІЙСНЕННЯ ХОЧА Б ОДНОЇ З НЕЗАЛЕЖНИХ ПОДІЙ. СХЕМА БЕРНУЛЛІ

Варіант А1

Варіант А2

1. Стрелець стріляє по мішені 4 рази поспіль. Відомо, що

Ймовірність влучання в мішень при кожному пострілі дорівнює 0,9. Знайдіть імовірність того, що мішень буде вражено хоча б один раз.

Ймовірність промаху при кожному пострілі дорівнює 0,1. Знайдіть імовірність того, що стрелець хоча б один раз схибить.

2. В класі 15 хлопчиків і 10 дівчаток. Відомо, що на кожному з 6 уроків до дошки викликають одного учня. Знайдіть імовірність того, що

а) на всіх уроках викличуть дівчаток;

б) протягом дня викличуть 4 хлопчиків і двох дівчаток.

а) на всіх уроках викличуть хлопчиків;

б) протягом дня викличуть 5 дівчаток і одного хлопчика.

3. Що ймовірніше при киданні монети:

випадіння «числа» чотири рази з п'яти або шість разів з дев'яти?

випадіння «герба» чотири рази з семи або два рази з трьох?

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Три найкращих спортсмени школи беруть участь у загальноміському забігу. Відомо, що

ймовірність стати призером для кожного з учнів складає $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ і $\frac{1}{4}$ відповідно. Яка ймовірність того, що хоча б один учень стане призером?

ймовірність не зайняти призове місце для кожного з учнів складає $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ і $\frac{1}{5}$ відповідно. Яка ймовірність того, що хоча б один учень не стане призером?

2. Знайдіть ймовірність того, що при 6 киданнях грального кубика

а) п'ятірка випаде 5 разів;
б) цифра менше трьох випаде 3 рази.

а) трійка випаде 3 рази;
б) цифра більше чотирьох випаде 4 рази.

3. Що ймовірніше при грі з рівним по силі суперником (без нічиїх):

виграти три партії з чотирьох або шість партій з восьми?

виграти дві партії з трьох або чотири партії з шести?

Варіант В1

Варіант В2

**1. Знайдіть ймовірність того, що на-
вмання взяте двозначне число**

буде кратне 2 або 5 або 10.

буде кратне 3 або 10 або 30.

2. Завод виготовляє вироби, кожен з яких з ймовірністю p — бракований. При огляді брак виявляють з ймовірністю q . Для контролю продукції обирають n виробів. Знайдіть ймовірність того, що при огляді

а) брак не виявлять в жодному виробі;
б) брак виявлять не менше, ніж в $(n - 1)$ виробах.

а) брак виявлять в усіх виробах;
б) брак виявлять не більше, ніж в одному виробі.

3. Що ймовірніше при випадковому виборі кісток доміно:

що шістька буде хоча б раз зустрічатися на двох кістках з чотирьох або на трьох з шести?

що одиниця буде хоча б раз зустрічатися на двох кістках з трьох або на чотирьох з шести?

**С-64*. ДОДАТКОВІ РОЗДІЛИ
ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ
(домашня самостійна робота)**

Варіант 1**Варіант 2**

1. Використовуючи поняття умовної та повної ймовірності та формулу Байєса, розв'яжіть задачу:

а) У скрині лежать 12 білих, 8 чорних і 10 червоних куль. Яка ймовірність того, що навмання обрана куля

буде червоною, якщо відомо, що вона не чорна?

буде чорною, якщо відомо, що вона не біла?

б) На заводі 50% деталей типу А1 виробляє робітник Уткін, 30% — робітник Чайкін і 20% — робітник Воронін. Ймовірність браку у цих робітників складає 5%, 3% і 2% відповідно. З партії деталей навмання обирається одна. Знайдіть ймовірність того, що ця деталь

1) якісна;

1) бракована;

2) бракована і вироблена Уткіним. 2) якісна і вироблена Чайкіним.

в) У цеху 10 верстатів марки А, 6 — марки Б і 4 — марки С. Ймовірність випуску якісної продукції для кожного типу верстатів складає 0,9, 0,8 і 0,7 відповідно.

Який процент

якісної

бракованої

продукції випускає цех в цілому?

2. Використовуючи поняття геометричної ймовірності, розв'яжіть задачу:

а) Після бурі на ділянці між 40-м і 70-м кілометрами телефонної лінії стався

розрив дроту. Яка ймовірність того, що розрив стався між

50-м і 55-м кілометрами?

60-м і 66-м кілометрами?

б) В коло навмання кинули n точок. Знайдіть ймовірність того, що всі точки потраплять усередину вписаного в це коло правильного

шестикутника.

трикутника.

в) Сума модулів двох чисел не перевищує $\sqrt{2}$. Яка ймовірність того, що сума їх квадратів

більша за одиницю?

менша за одиницю?

г)* Коефіцієнти p і q квадратного тричлена $x^2 + px + q$ довільно обираються з відрізка $[-1;1]$. Знайдіть ймовірність того, що даний тричлен

має дійсні корені.

не має дійсних коренів.

3. Розв'яжіть задачі:

а) Стрижень довжиною l зламали на 3 частини, обираючи навмання місце зламу. Визначте ймовірність того, що з отриманих частин

можливо скласти трикутник.

неможливо скласти трикутник.

б) Два приятелі зумовились про зустріч у встановленому місці між 12 і 13 годинами. Той, хто прийде першим, очікує на іншого протягом a хвилини ($a < 60$). Яка ймовірність того, що

приятелі зустрінуться?

приятелі не зустрінуться?

К-13. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Варіант А1

Варіант А2

1. В гральній колоді 36 карт. Яка ймовірність того, що навмання обрана карта буде:

- а) валетом?
б) бубновою?

- а) тузом?
б) піковою?

2. Стрілець влучає в десятку з імовірністю 0,05, у дев'ятку — 0,1, у вісімку — 0,2, у сімку — 0,4. Знайдіть імовірність вибити з одного пострілу

- а) більше семи очок;
б) не більше восьми очок.

- а) більше восьми очок;
б) не більше семи очок.

3. В процесі виробництва заготовка послідовно обробляється на двох верстатах. Перший верстат виробляє 97% якісної продукції, а другий видає 3% браку. Яка ймовірність того, що деталь, отримана з заготовки,

буде якісною?

буде бракованою?

4. Монету кидають 3 рази поспіль. Чи можна стверджувати

з ймовірністю 0,9, що «герб»
не випаде всі три рази?

з ймовірністю 0,8, що «число»
не випаде всі три рази?

5. Імовірність зустріти на вулиці чоловіка-блондина складає 0,4. Яка ймовірність того, що серед чотирьох пересічних чоловіків зустрінеться

три блондини?

один блондин?

Варіант Б1

Варіант Б2

1. Знайдіть імовірність того, що навмання взяте двозначне число

2. На клас з 30 учнів розподілили туристичні путівки: 12 – до Криму, 8 – до Санкт-Петербурга, 5 – до Угорщини. Яка ймовірність того, що

- а) двоє друзів поїдуть до Санкт-Петербурга? а) троє друзів поїдуть до Криму?
б) троє друзів поїдуть за одним маршрутом? б) двоє друзів поїдуть за одним маршрутом?

3. У скрині лежать 10 куль, серед яких 3 – білі. Зі скрині послідовно виймають і видаляють по одній кулі до тих пір, поки не з'явиться біла куля. Знайдіть ймовірність появи білої кулі

в третій спробі.

в четвертій спробі.

4. Три стрільці стріляють по одній цілі по 2 рази кожен. Відомо, що ймовірність влучання для кожного стрільця дорівнює 0,5 і не залежить від результатів інших стрільців і попередніх пострілів. Чи можна стверджувати

з ймовірністю 0,99, що в ціль влучить хоча б один стрілець?

з ймовірністю 0,5, що кожен стрілець влучить в ціль хоча б один раз?

5. П'ять куль навмання розкидають в 6 лунок. Знайдіть ймовірність того, що

в другу лунку попадуть 2 кулі.

в третю лунку попадуть 3 кулі.

ВІДПОВІДІ*

К-1	А 1	А 2	Б 1
1а)	0	0	2
1б)	1	-1	1
2	1	0	-1
3а)	$-\cos^2 \alpha$	$-\sin^2 \alpha$	$\cos 2\alpha$
3б)	1	$\cos 2\alpha$	$-\sin 4\alpha$
5	$\pi/6$	$\pi/4$	131°
	Б 2	В 1	В 2
1а)	2	0	0
1б)	1	0	0
2	-1	2	-2
3а)	$\cos 2\alpha$	$\sin^2 \alpha$	$-1/\sin 4\alpha$
3б)	$\sin 4\alpha$	$1/\sin \alpha$	$1/\cos \alpha$
5	140°	$-345^\circ; -195^\circ$	$-30^\circ; -330^\circ$

К-2	А 1	А 2	Б 1
1а)	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n$	$4\pi n$
1б)	$\left[\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n \right]$	$\left[-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n \right]$	$x_{\min} = 2\pi + 4\pi n$ $y_{\min} = -1,5$ $x_{\max} = 4\pi n; y_{\max} = -0,5$
2	непарна $T = \pi/3$	парна $T = 6\pi$	непарна $x \neq \pi n$
3а)	$D(f) = R$ $E(f) = [-5; 1]$	$D(f) = R$ $E(f) = [1; 2]$	$[-4; 4]; T = \frac{2\pi}{3}$
3б)	$x_{\min} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ $y_{\min} = -4$ $x_{\max} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ $y_{\max} = 4$	$x_{\min} = 2\pi n$ $y_{\min} = -2$ $x_{\max} = \pi + 2\pi n$ $y_{\max} = 2$	$\left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2} \right)$ зростає на кожному проміжку $D(y)$

* В усіх наведених відповідях $n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$.

4	$\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$	$[2\pi n; \pi + 2\pi n]$	$x \neq \pi n; (0; 1]$
	Б 2	В 1	В 2
1а)	$-\pi/4 + \pi n$	$y > 0$, якщо $x \in \left(\frac{\pi}{8} + \pi n; \frac{5\pi}{8} + \pi n\right)$; $x \in \left(-\frac{5\pi}{8} + 4\pi n; \frac{\pi}{8} + 4\pi n\right)$ $y < 0$, якщо $x \in \left(-\frac{3\pi}{8} + \pi n; \frac{\pi}{8} + \pi n\right)$.	$y > 0$, якщо $x \in \left(-\frac{5\pi}{8} + 4\pi n; \frac{\pi}{8} + 4\pi n\right)$ $y < 0$, якщо $x \in \left(\frac{\pi}{8} + 4\pi n; \frac{7\pi}{8} + 4\pi n\right)$.
1б)	$x_{\min} = -\frac{\pi}{4} + \pi n$ $y_{\min} = -1$ $x_{\max} = \frac{\pi}{4} + \pi n$ $y_{\max} = 3$	$x_{\min} = -\frac{\pi}{8} + \pi n$ $y_{\min} = -0,5$ $x_{\max} = \frac{3\pi}{8} + \pi n$ $y_{\max} = 0,5$	$x_{\min} = \frac{4\pi}{3} + 4\pi n$ $y_{\min} = -2$ $x_{\max} = -\frac{2\pi}{3} + 4\pi n$ $y_{\max} = 2$
2	непарна $x \neq 2\pi n$	парна $T = \pi$	непарна $T = 2\pi$
3а)	$[-2; 2]$ $T = \pi$	$[-2; 2]$ зростає при $x \in \left[-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right)$ спадає при $x \in \left[\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n\right)$	$[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ зростає при $x \in \left[-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n\right)$ спадає при $x \in \left[\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; \frac{7\pi}{4} + 2\pi n\right)$
3б)	$(2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$ спадає на кожному проміжку $D(y)$	$x = \pi + 4\pi n$, нулі: $x = -\pi + 4\pi n$	$x = \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$ нулі: $x = \frac{5\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}$
4	$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n;$ $(0; 1]$	$y = \begin{cases} 2 \cos x, \cos x \geq 0 \\ 0, \cos x < 0 \end{cases}$ $T = 2\pi$	$y = \begin{cases} 0, \sin x \geq 0 \\ -2 \sin x, \sin x < 0 \end{cases}$ $T = 2\pi$

K-3	A 1	A 2	B 1
1a)	$(-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}$
1б)	$\frac{\pi}{3} + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	$\arctg 5 + \pi n$ $-\frac{\pi}{4} + \pi k$
1в)	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$2\pi n$ $(-1)^k \frac{\pi}{3} + 2\pi k$
1г)	πn	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$ $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$
2a)	$\left(\frac{2\pi}{3} + 4\pi n; \frac{10\pi}{3} + 4\pi n\right)$	$\left(-\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}; \frac{4\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}\right)$	$\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right)$
2б)	$\left(-\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k\right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n\right)$	$\left[-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi n}{2}\right]$
3	$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi k\right)$	$\left(\pi + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$	$\left(\frac{\pi}{3} + \pi k; \pi k\right)$ $\left(\pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi n\right)$

K-3	B 2	B 1	B 2
1a)	$\frac{\pi}{6} + \pi n$	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$	$\frac{\pi n}{2}$
1б)	$-\arctg 3 + \pi n$ $\frac{\pi}{4} + \pi k$	$2\arctg 2 + 2\pi k$ $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$-2\arctg \frac{1}{2} + 2\pi k$ $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$

K-3	B 2	B 1	B 2
1в)	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \pm \frac{\pi}{6} + \pi k$	$\frac{\pi n}{2}; \pm \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4}; \pm \frac{\pi}{3} + \pi n$
1г)	$\pi + 2\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$	$\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$	$-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$
2а)	$\left(2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right)$	$\left[-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{12} + \pi n \right]$	$\left[-\frac{7\pi}{12} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n \right]$
2б)	$\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \pi + 2\pi n \right)$	$(4\pi n; \pi + 4\pi n)$	$\left[\frac{\pi}{2} + 3\pi n; \frac{5\pi}{4} + 3\pi n \right)$
3	$\left(\frac{\pi}{6} + \pi k; \frac{\pi}{6} - \pi k \right)$	$\left(\pi + 2\pi n; (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k \right)$	$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k \right)$

K-4	A 1	A 2	B 1	B 2	B 1	B 2
1а)	1	1	1	1	1	-1
1б)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	3	3	6	3
2а)	± 3	± 10	1	32	4	5
2б)	4	3	-1	-1	$\frac{1}{2}$	$1\frac{4}{5}$
2в)	-1	-2	6	5	1	2
2г)	-1; 0	0; 3	$\pm 3; 7$	-3; 1; 4	8	1
3	$(1; 4)$ $(4; 1)$	$(9; 1)$ $(-1; -9)$	$(4; -3)$ $\left(\frac{1}{4}; 3\frac{3}{4} \right)$	$(4; 0)$	$(25; 9)$ $\left(12\frac{1}{4}; 20\frac{1}{4} \right)$	$(4; 1)$
4	$a \geq 2$	$a \leq -3$	$(-2; 0) \cup$ $\cup (1; 3)$	$(-3; -1) \cup$ $\cup (0; 4)$	$[2; \infty)$	$(-\infty; -2]$

K-5	A 1	A 2	B 1	B 2	B 1	B 2
1а)	3	3	$-1; \frac{4}{9}$	$-3; \frac{3}{4}$	$1; -\frac{23}{6}$	$1; -\frac{11}{4}$
1б)	1	1	0	0	0	0

K-5	A 1	A 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1в)	- 1; 2	- 1; 2	1	1	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	πn
2а)	[- 3; 3]	$(-\infty; 0] \cup [2; \infty)$	$(-\infty; -2) \cup (1; \infty)$	(- 1; 2)	$(-3; 3) \cup (3; \infty)$	$(-2; 2) \cup (2; \infty)$
2б)	$(-\infty; -1) \cup (2; \infty)$	$\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$	[- 4; 3]	$(-\infty; -4] \cup [5; \infty)$	[- 1; 3]	$(-\infty; -6) \cup (2; \infty)$
2в)	$(-\infty; 0] \cup [1; \infty)$	$(-\infty; -4] \cup (0; \infty)$	$(-\infty; 0] \cup [1; \infty)$	[0; 1]	$(-\infty; -1]$	[1; ∞)
3	(1; 2); (2; 1)	(1; 3); (3; 1)	(1; -1)	(- 1; 2)	- 1	1
4	3; $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$\frac{1}{3};$ $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$\left[\frac{1}{4}; 1\right];$ $\left[1\frac{1}{2}; 3\right];$ у другої	$\left[\frac{1}{27}; 27\right];$ [1; 9]; у пер- шої	- 3	- 2

K-6	A 1	A 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	1	30	3	24	24,5	1,5
1б)	1	3	2	3	2	- 2
2а)	- 2; 1	- 2; 5	3	2	3	4
2б)	1	- 1	$2; \frac{1}{\sqrt{2}}$	$3; \sqrt[3]{3}$	$\frac{1}{9}; 3$	$\frac{1}{625}; 5$
3а)	[- 1; 2)	$\left(\frac{1}{3}; 1\right]$	(2; 3]	(- 4; 2]	(1; 2)	(1; 2)
3б)	(2; 4)	(1; 4)	(0; 0,04) $\cup (5; \infty)$	$\left(0; \frac{1}{8}\right) \cup (2; \infty)$	$\left(0; \frac{1}{4}\right] \cup [16; \infty)$	$\left(0; \frac{1}{8}\right] \cup [4; \infty)$
4	(7; 2)	(9; 1)	(2; - 1)	(3; 2)	(27; 4)	(125; 4); (625; 3)
5	$\frac{1}{8}; 2$	$\frac{1}{3}; 27$	3; 27	$\frac{1}{8}; 2$	4	6

К-7	A 1	A 2	Б 1
1а)	$6x^2 - x$	$20x^4 + x^2$	$x^3 + \frac{16}{x^5} + \frac{4}{\sqrt{x}}$
1б)	$-2\sin x - \frac{3}{\cos^2 x}$	$4\cos x + \frac{5}{\sin^2 x}$	$2x \cos x - (x^2 + 1) \sin x$
1в)	$\frac{5}{(x+2)^2}$	$\frac{5}{(x+3)^2}$	$\frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$
2	$y = 3x + 6$	$y = -7x + 12$	$y = -4x + 5$
3	0; 1 .	1	$\pi n; \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k$
4	12 м/с	4 м	17 м/с
5	3	1/2	$\pi/3$
	Б 2	В 1	В 2
1а)	$-\frac{9}{x^4} + x^2 - \frac{3}{\sqrt{x}}$	$(x+1)(3x-1)$	$(x-1)(3x+1)$
1б)	$-2x \sin x + (4-x^2) \times \cos x$	$-\frac{2\cos x}{\sin^3 x} + 2\sin 2x$	$\frac{1}{3} \cos \frac{x}{3} - \frac{2\sin x}{\cos^3 x}$
1в)	$\frac{x^2 + 4x - 12}{(x+2)^2}$	$\frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$	$\frac{4x-8}{(x^2-8)\sqrt{x^2-8}}$
2	$y = -6x + 19$	$y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$	$y = -\frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$
3	$\frac{\pi}{2} + \pi n; (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$	$(-\infty; 4,5]$	$\{0,5\} \cup [5,5; \infty)$
4	0 м/с ²	16 м/с	0 м/с ²
5	$\pi/6$	(2; 2,5) (-2; -2,5)	(2; 1,5) (-2; -1,5)

К-8	A 1	A 2	Б 1	Б 2
1а)	-1; 0; 1	-3; 0; 3	$\nearrow(-\infty; -4]; [2; \infty)$ $\searrow[-4; -1); (-1; 2]$	$\nearrow(-\infty; -2]; [4; \infty)$ $\searrow[-2; 1); [4; \infty)$
1б)	-6; -2	2; 6	$\nearrow[0; 1/4]$ $\searrow[1/4; \infty)$	$\nearrow[4; \infty)$ $\searrow[0; 4]$
3	-1/2	1/2	12 = 9 + 3	20 = 15 + 5

К-8	Б 1	Б 2
1а)	$x_{\min} = 0; x_{\max} = \pm \sqrt{2}/3$	$x_{\min} = -1; x_{\max} = 1$
1б)	$x_{\max} = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; x_{\min} = \pi k$	$x_{\min} = \frac{\pi}{2} + \pi n; x_{\max} = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$
3	3	$-\sqrt{2}$

К-9	A 1	A 2	Б 1
1а)	$\frac{x^4}{4} - 4\sqrt{x} + c$	$\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{x^3}{3} + c$	$-\frac{1}{3}\operatorname{ctg} x - \frac{1}{2x^2} + c$
1б)	$\operatorname{tg} x + 3\cos x + c$	$2\sin x + \operatorname{ctg} x + c$	$x + 4\sin \frac{x}{4} + c$
2а)	$x^3 - 2x^2 + 2x + 5$	$4x + x^2 - 2x^3 - 12$	$x^2 - 4\sqrt{1-x}$
2б)	$2\sin \frac{x}{2}$	$-\frac{1}{3}\cos 3x$	$-2\cos 3x + 1$
3а)	$2\frac{1}{2}$	$6\frac{1}{4}$	$\frac{2}{9}$
3б)	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$
4	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$
5	-2	6	12 м

	В 2	В 1	В 2
1а)	$\frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5} \operatorname{tg} x + c$	$\frac{x^4}{4} + \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x + c$	$\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 4x + c$
1б)	$-\frac{1}{5} \cos 5x - \frac{x^2}{2} + c$	$- \operatorname{ctg} x - 2x + c$	$2x - \operatorname{tg} x + c$
2а)	$3x - 2\sqrt{5-x} + 18$	$2x^2 + 8x + 11$	$3x - \frac{x^2}{2} + 2,5$
2б)	$2 \sin \frac{x}{4}$	$\frac{8}{x} - 2x + 4$	$\frac{9}{x^2} + 2x - 3$
3а)	1	$3 + \sqrt{3}$	$-\frac{1}{6}$
3б)	$\frac{1}{12}$	1	1
4	$4\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	4
5	8 м	$4x - 3$	$4 - 2x$

K-10	A 1	A 2	Б 1
1а)	$e^x + 2,5x^{1,5}$	$1,2x^{0,2} - e^x$	$2xe^{x^2-1} + \frac{1}{x \ln 3}$
1б)	$\frac{2x}{x^2+1} - 4^x \ln 4$	$-\frac{3}{8-3x} + 8^x \ln 8$	$x^{\ln 2} (\ln 2 + 1) + \frac{1}{x}$
2	$1; \frac{1}{e}$	$1; e^4$	$e^2; 0$
3	$3 \ln x+2 + 1$	$2 \ln x-3 + 3$	$x^2 - \frac{1}{2} \ln 4x-5 - 1$
4	$17\frac{1}{3}$	$11\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$
5	$\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{2} \ln 2x+1 - \frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}e^{-3x} - \frac{1}{3} \ln 3x+1 + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}(3x-2)^{\frac{3}{4}} + \frac{3}{4}$

K-10	B 2	B 1	B 2
1a)	$\frac{1}{x \ln 2} + 3x^2 e^{4-x^3}$	$3 \sin^2 x \cos x e^{\sin^3 x} + \operatorname{tg} x$	$\sin 2x e^{-\cos^2 x} + \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln 2}$
1б)	$x^{\ln 3} (\ln 3 + 1) + \frac{1}{2x}$	$\frac{2^{\sqrt{x}-2} \ln 2}{\sqrt[4]{x^3}} + \frac{4x \ln(x^2 - 1)}{x^2 - 1}$	$\frac{3^{\sqrt{x}-1} \ln 3}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{6x \ln^2(9 - x^2)}{9 - x^2}$
2	$e^2; 0$	$\ln 2; 0$	$-\ln 3; -\ln 2$
3	$x^3 + 2 \ln 3x - 1 + 3$	$-2 \ln 7 - 3x + 3$	$4 \ln 0,5x - 1 - 2$
4	1,5	$2\frac{2}{3}$	$2\frac{2}{3}$
5	$\frac{1}{5}(4x + 5)^{5/4} + \frac{4}{5}$	$\ln(x^2 + 1) + e^{x^5} + 2$	$\ln(x^4 + 1) + e^{x^2} + 3$

K-11	A 1	A 2	B 1	B 2
1a)	- 2	- 3	$3 + i$	$12 - 3i$
1б)	- i	- 3i	- 4	$-4\sqrt{3}$
3a)	- 64	8i	2^{12}	- 64
3б)	$\pm 4i$	$\pm 5i$	$\pm \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3i}{2}; -3i$	$\pm \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} i \right)$
4a)	$4 + 3i$	$3 + 5i$	$3 \pm 4i$	$\pm 3 + 4i$
4б)	$-2 \pm 3i$	$1 \pm 3i$	$\pm 2 - i$	$\pm 4 + 2i$
5	$a = 2$	$a = 1$	$\operatorname{Re} z = -\operatorname{Im} z$	$\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$

К-11	В 1	В 2
1а)	$3 - 9i$	$-4 - 8i$
1б)	$2i$	$-2i$
3а)	1	1
3б)	$\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}; -\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}$	$2 + i; -2 - i$
4а)	$-1; -2i$	$3; i$
4б)	$0; -1 + i$	$0; \pm 1$
5	Сума квадратів діагоналей паралелограма дорівнює сумі квадратів всіх його сторін	Сума квадратів діагоналей ромба в 4 рази більше за квадрат його сторони

К-12	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	32	162	0	0	0	0
1б)	$24x^2$	$40x^2$	$-160x^8$	$54x^2$	512; 1	256; 1
2а)	28	56	70	56	20	20
2б)	56	56	56	168	70	60
3	$x^3 - 3x + \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$	$x^4 - 4x^2 + 6 - \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^4}$	128	256	$2^{14}\sqrt{2} \cdot C_{70}^{29}$	$C_{70}^{38} \cdot 3^{19}$
4	210	35	$C_4^2 \cdot C_{32}^8$	$C_4^3 \cdot C_{32}^7$	240	120
5	6	4	3, 4, 5, 6	1, 2, 3	(6; 3)	(18; 8)

К-13	А 1	А 2	Б 1	Б 2
1а)	1/9	1/9	0,2	0,1
1б)	1/4	1/4	0,1	0,2
2а)	0,35	0,15	0,54	0,36
2б)	0,85	0,65	0,12	0,18
3	$0,97^2$	$0,03^2$	0,388	0,997
4	ні	так	ні	ні
5	0,0384	0,0864	$1 - 0,6^4 - 0,4 \cdot 0,6^3$	$1 - 0,4^4 - 0,6 \cdot 0,4^3$

K-13	B 1	B 2
1a)	$1/15$	$8/15$
1б)	$0,2$	$1/3$
2a)	$16/225$	$8/125$
2б)	$\left(\frac{4}{15}\right)^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 + \left(\frac{2}{5}\right)^3$	$\left(\frac{4}{15}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2$
3	$7/40$	$1/8$
4	ні	ні
5	$5^3/6^5$	$5^2/6^5$

ВІДПОВІДІ ДО ДОМАШНІХ САМОСТІЙНИХ РОБІТ

C-6*	Варіант 1	Варіант 2
1a)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
1б)	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
2a)	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\alpha$
2б)	1	1
3a)	R	R
3б)	$(\sin 3; -\sin 4)$	$(\cos 7; \cos 6)$
4a)	$[-2; 2]$	$[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$
4б)	$[-13; 13]$	$[-25; 25]$
5a)	$-0,8$	$0,6$
5б)	$-\frac{1}{3}; 2$	$\pm \frac{4}{3}$

C-12*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
1б)	$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$	$(-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
1в)	$(-1; 1)$	$[-1; 0) \cup (0; 1]$
1г)	\mathbb{R}	\mathbb{R}
1д)	$[-1; 1]$	$[-1; 1]$
2а)	120/169	$\frac{5}{\sqrt{26}}$
2б)	5	7/24
2в)	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{7}{5\sqrt{2}}$
3а)	$4\pi - 10$	$6 - 2\pi$
3б)	$-\pi/10$	$5\pi/8$
4а)	$[-2; -1] \cup [0; 1]$	$[-2; -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}; 2]$
4б)	$[1; 2]$	$(-\infty; 0] \cup [2; \infty)$
5а)	$D(f) = [-1; 0];$ $E(f) = [0; \sqrt{\pi/2}]$	$D(f) = [-1; 0) \cup (0; 1];$ $E(f) = (-\infty; -2/\pi) \cup (2/\pi; \infty)$
5б)	$D(f) = [0; \infty); E(f) = [0; \pi)$	$D(f) = [0; \infty); E(f) = [3\pi/2; 5\pi/2)$
6а)	-1	1/3
6б)	$2\sqrt{3} - 1$	1,5
6в)	-2	1
6г)	$\operatorname{ctg} 2$	$\operatorname{tg} 1/2$

C-16*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	$\pm \arccos \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$(-1)^n \arcsin \frac{\pi}{4} + \pi n; (-1)^{k+1} \arcsin \frac{\pi}{4} + \pi k$
1б)	$\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$	Коренів немає
1в)	$\frac{\pi n}{10}$	$\frac{\pi n}{4}$
1г)	$\frac{\pi n}{6} + \frac{\pi n}{2}$	$\frac{\pi n}{18} + \frac{\pi n}{3}$
2а)	$2\pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n; \operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \pi k$

2б)	$2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + \pi m$	$2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$
2в)	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$
3а)	$\frac{\pi}{4} + \pi n; \pi + 2\pi k; -\frac{\pi}{2} + 2\pi l$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi m$
3б)	$\frac{\pi}{4} + \pi n; 2\pi k$	$\frac{\pi}{4} + \pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi k$
3в)	$\frac{\pi n}{9}; \frac{\pi}{2} + \pi k$	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{10} + \frac{\pi k}{5}$
5а)	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi k}{3}, k \neq 3m$	$\frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{9}, n \neq 4p; \frac{2\pi k}{7}, k \neq 7m$
5б)	$\frac{\pi k}{7}, k \neq 7n$	$\frac{\pi}{14} + \frac{\pi n}{7}$
6а)	$\frac{\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
6б)	$\frac{\pi}{3} + 2\pi n$	$\pm \frac{\pi}{6} + \pi n$
6в)	$\frac{\pi n}{4}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k$	$\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{6}$

C-17*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	$\left((-1)^k \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2}; (-1)^k \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{2} \right)$	$\left(\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi k}{2}; -\frac{\pi}{8} - \frac{\pi k}{2} \right)$
1б)	$\left(\frac{2\pi}{3} + \pi k; \frac{2\pi}{3} - \pi k \right)$	$\left(\frac{\pi}{3} + \pi k; \frac{\pi}{6} + \pi k \right)$
1в)	$\left((-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k; (-1)^k \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + \pi k \right)$	$\left(2\pi k; \frac{5\pi}{2} - 2\pi k \right)$
1г)	$\left(\frac{5}{12} + k; \frac{1}{3} - k \right); \left(\frac{1}{12} + k; \frac{2}{3} - k \right)$	$\left(\frac{1}{2} + k; \frac{1}{6} + k \right);$ $\left(-\frac{1}{6} + k; -\frac{1}{2} + k \right)$

2а)	$\left(\pm \frac{\pi}{6} + \pi(n+k); \right.$ $\left. \pm \frac{\pi}{6} + \pi(n-k) \right)$	$\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(n+2k); \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \right);$ $\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}(n+2k); \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}(n-2k) \right)$
2б)	$\left((-1)^n \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} + \pi(2n+k) \right)$ $\left((-1)^n \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \pi(2n-k) \right)$	$\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi(n+k); \frac{\pi}{6} + 2\pi(n-k) \right)$
2в)	$(\pi k; 2\pi n)$	$\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \right) \left(\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$

C-19*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	$\left(\frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}; \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} \right)$	$(2\pi + 3\pi n; 3\pi + 3\pi n)$
1б)	$\left[\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{3} + \frac{\pi n}{2} \right]$	$\left[-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2} \right]$
1в)	$\left\{ \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{4} \right\} \cup \left[-\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k \right]$	$\left\{ \frac{\pi}{2} + \pi n \right\} \cup \left[\frac{2\pi k}{3}; \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3} \right]$
2а)	$\left[-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \right]$	$\left[\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{5\pi}{3} + 2\pi n \right]$
2б)	$\left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \pi - \arctg 2 + \pi n \right)$	$\left(-\arctg \frac{1}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi n \right)$
2в)	$\left[\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n \right)$
2г)	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\arctg 3 + \pi n \right) \cup$ $\cup \left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; -\arctg 2 + \pi n \right) \cup$ $\cup \left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$

3а)	$\left[-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; -\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right] \cup$ $\cup \left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right] \cup$ $\cup \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n\right]$	$\left[-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; 2\pi n\right] \cup$ $\cup \left[\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right] \cup$ $\cup \left[\pi + 2\pi n; \frac{7\pi}{6} + 2\pi n\right]$
3б)	$\left(\pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n\right)$	$\left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right) \cup \left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{3\pi}{4} + \pi n\right)$
3в)	$\{2\pi n\} \cup \left[\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$	$\left\{-\frac{\pi}{2} + 2\pi n\right\} \cup \left(\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi n\right]$

C-23*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	- 7; 8	0; 5
1б)	1	4
1в)	$2 - 2\sqrt{3}; 2$	$1 + \sqrt{6}$
1г)	3	1; 2; 10
1д)	8	- 15; 1
1е)	4	9
1ж)	4	- 1
1з)	± 2	± 6
1и)	[3; 8]	Коренів немає
1к*)	1/2	1
2а)	$(-\infty; -1] \cup (8; \infty)$	$(-\infty; -4]$
2б)	[2,5; 3)	[2; 3)
2в)	$[5; 6) \cup (9; 10]$	$\left[\frac{1}{2}; 1\right)$
2г)	$[-2; -1] \cup \{3\}$	$\{-3\} \cup \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$
2д)	[1; ∞)	$\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$

C-23*	Варіант 1	Варіант 2
3а)	(3; 1)	$(2; 3); \left(\frac{13}{3}; -\frac{5}{3}\right)$
3б)	(10; 6)	(5; 4)
3в)	(1; 81); (81; 1)	(64; 1)

C-27*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	0; 1	0; 3
1б)	- 1; - 4	- 2; - 3
1в)	$3; 2\frac{1}{4}$	1,5
1г)	± 1	± 1
1д)	$\frac{\pi n}{2}$	$\pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2}$
1е)	$\pm \frac{\pi}{4} + \pi n; \pm \arctg 2 + \pi k$	πn
1ж)	± 2	2
1з)	3	7
1и)	$(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$
1к)	2	1
1л)	\emptyset	2
2а)	$(-\sqrt{7}; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; \sqrt{7})$	$\left[-\frac{1}{5}; 7\right]$
2б)	(3; ∞)	(2; ∞)
2в)	$[- 2; 0] \cup [2; \infty)$	$[- \infty; - 9] \cup [0; 9]$
2г)	(2; ∞)	[0; ∞)
2з)	$(- 1; 2] \cup [3; \infty)$	$[- 2; - 1] \cup [1; \infty)$

C-28*	(в поданих розв'язках передбачається, що основа степеня може набувати недодатних значень)	
	Варіант 1	Варіант 2
1а)	$-2; -1; 0; 2$	$-3; 0; 1; 2$
1б)	$-1; 2 \pm \sqrt{2}$	$-2; -1 \pm \sqrt{10}$
1в)	$2; 4$	$1; 3$
1г)	$0; 5$	0
2а)	$\left(\frac{1}{2}; 1\right)$	$\left(0; \frac{1}{2}\right) \cup (1; \infty)$
2б)	$(-\infty; -6) \cup (-4; 1) \cup (3; \infty)$	$(-4; -2) \cup (1; 4)$
2в)	$[-2; -1] \cup \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$	$\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup [1; \infty) \cup \{0\}$
2г)	$[1; \infty) \cup \{0\}$	$(-\infty; 2]$
3а)	$-4; 2; 3$	$5; 6$
3б)	$(1; 4); (-1; 6); (3; 2)$	$(4; 1); (5; 2)$

C-31*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	$-2 \pm \sqrt{\log_3 \frac{81}{25}}$	$1 \pm \sqrt{\log_5 640}$
1б)	$\pm \frac{1}{\log_2 2,5}$	$0; \frac{1}{\log_2 \frac{2}{3}}$
1в)	$2; -\frac{1}{\lg 5}$	$2; -\log_3 6$
2а)	$8; \frac{1}{4}$	$9; \frac{1}{3}$
2б)	$10; \frac{1}{10}; 10^{\pm \frac{1}{\sqrt{2}}}$	$10; \frac{1}{10}; 10^{\pm \frac{\sqrt{2}}{3}}$
2в)	$4^{\pm \sqrt{2}}$	$3; 3^9$
2г)	$3; \frac{1}{3}$	$6; \frac{1}{6}$
3а)	$(3; 1); (3; -1)$	$(1; 10); (-1; 10)$

C-31*	Варіант 1	Варіант 2
3б)	$(4; 9); \left(-2; \frac{1}{81}\right)$	$(256; 5); \left(\frac{1}{1024}; -4\right); (16; 3); \left(\frac{1}{64}; -2\right)$
3в)	$(2\sqrt{2}; \sqrt{2}); (\sqrt{2}; 2\sqrt{2});$ $(8; 2); \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{8}\right)$	$(5; 25); \left(\frac{1}{25}; \frac{1}{5}\right)$
4а)	2	4
4б)	1	1

C-33*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	21	24
1б)	12	9
1в)	16	8
1г)	0; 1,75	- 1; 0,75
1д)	10; 100	$\frac{1}{2}; 8$
1е)	$\frac{\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
1ж)	$1; \frac{1}{\sqrt{2}}; 4$	$\sqrt{3}; 3$
1з*)	$\frac{1}{4}; 2$	$\frac{1}{81}; 3$
1и*)	2 (заміна $y = \log_2 x$)	16 (заміна $y = \log_{16} x$)
2а)	$(-4; -3] \cup [8; \infty)$	$(2; 3] \cup [5; \infty)$
2б)	$\left(\log_2 \frac{2}{3}; 0\right) \cup \left[\log_2 \frac{4}{3}; \infty\right)$	$[1; 2)$
2в)	$(0; 1) \cup (2; 8)$	$(0; 0,1) \cup (1; 1000)$
2г)	$(3; \infty)$	$(4; \infty)$
2д)	$(4 - \sqrt{2}; 3) \cup (4 + \sqrt{2}; \infty)$	$(-1,5; -1) \cup (4; \infty)$
2е)	$(\log_3 10; \infty)$	$(\log_4 13; 2]$

2ж)	$\left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup \left[1; 2\frac{1}{3}\right)$	$(-\infty; -2] \cup [0; \infty)$
2з*)	$\left(0; 2^{-\sqrt{2\log_2 \frac{4+\sqrt{5}}{2}}}\right] \cup \left[2^{\sqrt{2\log_2 \frac{4+\sqrt{5}}{2}}}; \infty\right)$	$\left(0; 3^{-\sqrt{0,5\log_3 \frac{3+\sqrt{3}}{2}}}\right] \cup \left[3^{\sqrt{0,5\log_3 \frac{3+\sqrt{3}}{2}}}; \infty\right)$
3а)	(2; 3); (3; 2)	(125; 4); (4; 125)
3б)	$\left(0,001; \frac{1}{2}\right); \left(1000; -\frac{1}{2}\right)$	(2; 10); (-2; 0,1)
3в)	(3; 3)	$\left(4; \frac{1}{4}\right)$

С-40*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	оп. вниз $(-\infty; 1); (3; \infty)$ оп. вгору $(-1; 3)$	оп. вниз $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right); (1; \infty)$ оп. вгору $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$
1б)	оп. вниз $(-\infty; -6); (6; \infty)$ оп. вгору $(-6; 6)$	оп. вниз $(-\infty; -1); (1; \infty)$ оп. вгору $(-1; 1)$
1в)	оп. вниз $\left(\frac{7\pi}{12} + \pi n; \frac{11\pi}{12} + \pi n\right)$ оп. вгору $\left(-\frac{\pi}{12} + \pi n; \frac{7\pi}{12} + \pi n\right)$	оп. вниз $\left(-\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{6} + \pi n\right)$ оп. вгору $\left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{5\pi}{6} + \pi n\right)$
2	3	2
4	3); 4)	1); 2)
5а)	$y = x$	$y = 2x$
5б)	$y = 2$	$y = 1$
5в)	$x = -1; x = 2; y = 0$	$x = -3; x = 2; y = 0$
5г)	$x = 1$	$x = 1$
5д)	$x = -3; x = 3; y = x$	$x = -2; x = 2; y = x$

С-43*	Варіант 1	Варіант 2
1	$y = -5x - 6; y = -x - 2$	$y = 2x - 5; y = 6x - 13$
2	$y = 8x - 20$	$y = 8x + 4$
3	$y = -x - 2,25$	$y = -x - 2,75$

C-43*	Варіант 1	Варіант 2
4	13,5	175/4
5	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$
6	3	3

C-47*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	$\frac{x^3}{3} - 2 \operatorname{arctg} x + c$	$x - 2 \operatorname{arctg} x + c$
1б)	$-\operatorname{ctg} \frac{x}{2} + c$	$\operatorname{tg} \frac{x}{2} + c$
1в)	$\frac{3}{8}x - 2 \sin \frac{x}{4} + \frac{1}{4} \sin \frac{x}{2} + c$	$\frac{3}{8}x + \frac{1}{8} \sin 4x + \frac{1}{64} \sin 2x + c$
1г)	$\arcsin(x-1) + c$	$\arccos(x+1) + c$
1д)	$\operatorname{arctg}(x+3) + c$	$\operatorname{arctg}(x-2) + c$
1е)	$\frac{1}{15}(x^3-1)^5 + c$	$-\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(x^2+1)^2} + c$
1ж)	$\frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{3} + c$	$\frac{1}{10} \operatorname{arctg} \frac{2x}{5} + c$
1з)	$\frac{1}{\cos x} + c$	$-\frac{1}{2 \sin^2 x} + c$
1и)	$\sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + c$	$\frac{1}{3} \cos^3 x - \cos x + c$
1к)	$\frac{2}{3} \sqrt{(x-1)^3} + 2\sqrt{x-1} + c$	$\frac{2}{5} \sqrt{(x-4)^5} + \frac{8}{3} \sqrt{(x-4)^3} + c$
1л)	$\frac{1}{2} \left(x \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) + c$	$9 \sin \frac{x}{3} - 3x \cos \frac{x}{3} + c$
1м)	$\frac{1}{192} (8x-9) \sqrt{9+16x} + c$	$\frac{1}{120} (2x+1)^5 (10x-1) + c$
1н)	$x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c$	$x \arccos x - \sqrt{1-x^2} + c$
2а)	$\frac{9}{4} \pi$	-18π

2б)	5	5
2в)	0	0
3а)	$4\frac{1}{3}$	$2\frac{1}{3}$
3б)	$2(\sqrt{2}-1)$	6
3в)	$42\frac{1}{3}$	32
3г)	$8\sqrt{2}-6$	5
4а)	[-1; 6]	[1; 3]
4б)	$\pi/4$	0
4в)	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

C-51*	Варіант 1	Варіант 2
2а)	$\frac{1}{2}e^{x^2} + c$	$-e^{1/x} + c$
2б)	$\ln \ln x + c$	$\frac{1}{3}\ln^3 x + c$
2в)	$\ln \sin x + c$	$-\ln \cos x + c$
2г)	$\frac{1}{3}\ln x^3 + 1 + c$	$\ln(x^2 + 3) + c$
2д)	$-\ln(1 + \cos^2 x) + c$	$\ln(1 + \sin^2 x) + c$
2е)	$\frac{(x^2 + 2x)^{3/2}}{3} + c$	$\frac{2(x^2 - 3x + 2)^{3/2}}{9} + c$
2ж)	$\frac{e^{2x}}{4} \cdot (2x - 1) + c$	$e^{-x}(x + 1) + c$
2з)	$\frac{-2\ln x - 1}{4x^2} + c$	$\frac{x^3}{9}(3\ln x - 1) + c$
2и)	$\cos x(1 - \ln \cos x) + c$	$\sin x(\ln \sin x - 1) + c$
2к)	$x \arcsin x + \sqrt{1 - x^2} + c$	$x \arccos x - \sqrt{1 - x^2} + c$

C-51*	Варіант 1	Варіант 2
2л)	$x^2 \operatorname{tg} x^2 + \ln \cos x^2 + c$	$-x^2 \operatorname{ctg} x^2 + \ln \sin x^2 + c$
2м*)	$\frac{1}{2} e^x (\cos x + \sin x) + c$	$\frac{1}{2} x (\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + c$
3а)	$2e^{3x}$	$3e^{-4x}$
3б)	$\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x$	$2 \cos \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} \sin \sqrt{3}x$
3в)	$\frac{3}{1-x}$	$4x + 4$
3г)	$-2e^{x^4}$	$-e^{x^3}$

C-55*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	$x^2 + y^2 + 4x = 0$ Коло з центром в в точці (-2; 0) і $R = 2$	$x^2 + y^2 + 4y = 0$ Коло з центром в точці (0; -2) і $R = 2$
1б)	$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \geq 0$ Точки поза кільцем, утвореним колами $x^2 + y^2 = 1$ і $x^2 + y^2 = 4$	$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 9) \leq 0$ Точки всередині кільця, утво- реного колами $x^2 + y^2 = 1$ і $x^2 + y^2 = 9$
1в)	Точки поза колом $x^2 + (y + 1)^2 = 2$ і саме коло, окрім точки (1; 0)	Точки всередині кола $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$ і саме коло, окрім точки (-1; 0)
1г)	$x^2 + y^2 = 4$ Коло з центром в т. (0; 0) і $R = 2$	$x^2 + y^2 = 9$ Коло з центром в т. (0; 0) і $R = 3$
4	$z_4 = 4 + i$	$z_4 = 3 + i$
5а)	$-1 \pm i\sqrt{5}; -3 \pm \sqrt{3}$	$-4; -2 \frac{-5 \pm i\sqrt{7}}{2}$
5б)	$5; \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$	$-6; -1 \pm i\sqrt{2}$
5в)	$\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}; \frac{-1 \pm i\sqrt{5}}{2}; \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$	$\frac{1 \pm i\sqrt{7}}{2}; 2; -1; \frac{1 \pm \sqrt{1+8i}}{2}$

C-60*	Варіант 1	Варіант 2
3	- 555	8085
4	$112C_{15}^8$	$36 \cdot C_{24}^{10}$
5	$\frac{1}{8}(8!)^2$	$2(11!)^2$
6	$A_{30}^2 + 1$	$A_{30}^3 + 1$

C-64*	Варіант 1	Варіант 2
1а)	5/11	4/9
1б)₁₎	0,962	0,038
1б)₂₎	0,025	0,291
1в)	83%	17%
2а)	1/6	1/5
2б)	$\left(\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)^n$	$\left(\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}\right)^n$
2в)	$1 - \frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$
2г*)	1/12	11/12
3а)	1/4	3/4
3б)	$1 - \left(1 - \frac{a}{60}\right)^2$	$\left(1 - \frac{a}{60}\right)^2$

ЛІТЕРАТУРА

1. *Н. И. Шкиль* и др. Алгебра и начала анализа 10-11. К., 1995
2. *А. Н. Колмогоров* и др. Алгебра и начала анализа 10-11. М., 1999
3. *Н. Я. Виленкин* и др. Алгебра и математический анализ 10, 11. М., 1997
4. *М. И. Башмаков*. Алгебра и начала анализа 10-11. М., 1999
5. *Ш. А. Алимов* и др. Алгебра и начала анализа 10-11. М., 1998
6. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. Под ред. *М. И. Сканава*. Мн, 1990
7. *В. В. Вавилов* и др. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. М., 1988
8. *В. В. Вавилов* и др. Задачи по математике. Алгебра. М., 1987
9. *А. Г. Мерзляк* и др. Тригонометрия. М., 1998
10. *А. Г. Мерзляк* и др. Алгебраический тренажер. М.—Х., 1998
11. *А. Г. Мерзляк* и др. Учимся решать задачи по началам анализа. К., 1998
12. *В. С. Лютикас*. Факультативный курс по математике. Теория вероятностей. М., 1990

ЗМІСТ

Роботи	Шкіль (осн.)	Шкіль (погл.)	стор.
С-1. Означення та властивості тригонометричних функцій. Градусна та радіанна міра кута	Гл. I, § 1	10 кл., § 12	4
С-2. Тригонометричні тотожності	Гл. I	10 кл. § 12	5
С-3. Формули зведення. Формули додавання	Гл. I	10 кл. § 12	7
С-4. Формули подвійного та половинного кута	Гл. I	10 кл. § 12	9
С-5. Тригонометричні формули перетворення суми на добуток і добутку на суму	Гл. I	10 кл. § 12	10
С-6*. Додаткові тригонометричні задачі (домашня самостійна робота)	Гл. I	10 кл. § 12	12
К-1. Перетворення тригонометричних виразів	Гл. I	10 кл. § 12	13
С-7. Загальні властивості функцій. Перетворення графіків функцій	Гл. I, § 1	10 кл. § 5, 12	15
С-8. Парність і періодичність функцій	Гл. I, § 5	10 кл. § 5, 12	17
С-9. Монотонність функцій. Екстремуми	Гл. I	10 кл. § 5, 12	19
С-10*. Дослідження функцій. Гармонічні коливання (домашня практична робота)	Гл. I	10 кл., п. 32	20
К-2. Тригонометричні функції	Гл. I	10 кл. § 12	22

Роботи	Шкіль (осн.)	Шкіль (погл.)	стор.
С-11. Обернені тригонометричні функції	Гл. II, § 1	10 кл. § 13	24
С-12*. Застосування властивостей обернених тригонометричних функцій (домашня самостійна робота)	Гл. II	10 кл. § 13	25
С-13. Найпростіші тригонометричні рівняння	Гл. II, § 2	10 кл. п. 38	27
С-14. Тригонометричні рівняння	Гл. II, § 3, § 4	10 кл. п. 39	29
С-15. Відбір коренів у тригонометричних рівняннях. Системи тригонометричних рівнянь	Гл. II	10 кл. п. 39	30
С-16*. Методи розв'язування тригонометричних рівнянь (домашня самостійна робота)	Гл. II	10 кл. п. 39	31
С-17*. Системи тригонометричних рівнянь (домашня самостійна робота)	Гл. II	10 кл. п. 39	32
С-18. Найпростіші тригонометричні нерівності	Гл. II, § 5	10 кл. п. 40	33
С-19*. Методи розв'язування тригонометричних нерівностей (домашня самостійна робота)	Гл. II	10 кл. п. 40	34
К-3. Тригонометричні рівняння, нерівності, системи	Гл. II	10 кл. § 13	35
С-20. Корінь n -го степеня і його властивості	Гл. III, § 1	11 кл. § 3	37
С-21. Ірраціональні рівняння	Гл. III, § 2	11 кл. п. 22	39
С-22. Ірраціональні нерівності. Системи ірраціональних рівнянь	Гл. III, § 2	11 кл. п. 23	41

Роботи	Шкіль (осн.)	Шкіль (погл.)	стор.
С-23*. Методи розв'язування ірраціональних рівнянь, нерівностей, систем (домашня самостійна робота)	Гл. III	11 кл. § 4	42
С-24. Узагальнення поняття степеня	Гл. III, § 3	11 кл. п. 9, 10	44
К-4. Степені та корені	Гл. III	11 кл. § 3, 4	47
С-25. Показникові рівняння. Системи показникових рівнянь	Гл. IV	11 кл. п. 14	49
С-26. Показникові нерівності	Гл. IV	11 кл. п. 14	50
С-27*. Методи розв'язування показникових рівнянь та нерівностей (домашня самостійна робота)	Гл. IV	11 кл. п. 14	52
С-28*. Показниково-степеневі рівняння та нерівності (домашня самостійна робота)	Гл. IV	11 кл. п. 14	53
К-5. Показникова функція	Гл. IV	11 кл. § 3	54
С-29. Логарифм. Властивості логарифмів	Гл. V, § 1, § 2	11 кл. п. 12, 13	56
С-30. Логарифмічні рівняння й системи	Гл. V, § 3	11 кл. п. 15	58
С-31*. Застосування логарифмів при розв'язуванні трансцендентних рівнянь і систем (домашня самостійна робота)	Гл. V, § 3	11 кл. п. 14, 15	59
С-32. Логарифмічні нерівності	Гл. V, § 3	11 кл. п. 15	60
С-33*. Методи розв'язування логарифмічних рівнянь, нерівностей, систем (домашня самостійна робота)	Гл. V, § 3	11 кл. п. 14, 15	62
К-6. Логарифмічна функція	Гл. V	11 кл., § 3	63

Роботи	Шкіль (осв.)	Шкіль (поги.)	стор.
С-34. Узагальнення поняття модуля. Рівняння і нерівності з модулем	Гл. VI, § 1	10 кл. § 9	66
С-35. Обчислення границь числових послідовностей і функцій. Неперервність функції	Гл. VI	10 кл. § 9, 10, 11	68
С-36. Означення похідної. Найпростіші правила обчислення похідних	Гл. VII	10 кл. § 14	71
С-37. Похідні тригонометричних і складених функцій	Гл. VII	10 кл. § 15	73
С-38. Геометричний і механічний зміст похідної	Гл. VII, § 2	10 кл. § 15	76
К-7. Похідна	Гл. VII	10 кл. § 14, 15	78
С-39. Дослідження функції на монотонність та екстремуми	Гл. VIII, § 2, § 3	10 кл. § 16	81
С-40*. Додаткове дослідження функції (домашня самостійна робота)	Гл. VIII	10 кл. § 16	83
С-41*. Побудова графіків функцій (домашня практична робота)	Гл. VIII, § 5	10 кл. § 16	85
С-42. Найбільше та найменше значення функції. Екстремальні задачі	Гл. VIII, § 4	10 кл. § 16	86
С-43*. Вибрані задачі диференціального числення (домашня самостійна робота)	Гл. VIII	10 кл. § 16	87
К-8. Застосування похідної	Гл. VIII	10 кл. § 16	88
С-44. Первісна. Обчислення первісних	Гл. IX, § 1	11 кл. § 1	90
С-45. Визначений інтеграл. Обчислення площ за допомогою визначеного інтегралу	Гл. IX	11 кл. § 2	92
С-46. Застосування первісної та інтегралу	Гл. IX	11 кл. § 2	93

Роботи	Шкіль (осв.)	Шкіль (погл.)	стор.
С-47*. Вибрані задачі інтегрального числення (домашня самостійна робота)	Гл. ІХ	11 кл. § 1, 2	96
К-9. Первісна та інтеграл	Гл. ІХ	11 кл. § 1, 2	98
С-48. Похідна та первісна показникової функції	Гл. Х	11 кл. § 4	101
С-49. Похідна та первісна логарифмічної функції	Гл. Х	11 кл. § 4	103
С-50. Степенева функція	Гл. Х	11 кл. § 4	106
С-51*. Додаткові задачі математичного аналізу (домашня самостійна робота)	Гл. Х	11 кл. § 3, 4, 5	108
К-10. Похідна та первісна показникової, логарифмічної та степеневі функції	Гл. Х	11 кл. § 3, 4	110
С-52. Поняття комплексного числа. Дії з комплексними числами в алгебраїчній формі	Гл. ХІ	10 кл. § 4	112
С-53. Модуль і аргумент комплексного числа. Дії з комплексними числами в геометричній формі	Гл. ХІ	10 кл. § 4	115
С-54. Тригонометрична форма комплексного числа. Формула Муавра	Гл. ХІ	10 кл. § 4	117
С-55*. Додаткові задачі з комплексними числами (домашня самостійна робота)	Гл. ХІ	10 кл. § 4	120
К-11. Комплексні числа	Гл. ХІ	10 кл. § 4	121
С-56. Множини. Операції над множинами	Гл. ХІІ	11 кл. § 9	123
С-57. Основні формули комбінаторики. Найпростіші комбінаторні задачі	Гл. ХІІ	11 кл. § 10, 11	126

Роботи	Шкіль (осн.)	Шкіль (погл.)	стор.
С-58. Біном Ньютона. Властивості біноміальних коефіцієнтів	Гл. XII, § 4	11 кл. § 13	128
С-59. Комбінаторні задачі. Правило суми і правило добутку	Гл. XII	11 кл. § 11, 12, 13	131
С-60*. Додаткові задачі з комбінаторики (домашня самостійна робота)	Гл. XII	11 кл. § 11, 12, 13	132
К-12. Елементи комбінаторики	Гл. XII	11 кл. § 11, 12, 13	133
С-61. Класична ймовірність. Використання формул комбінаторики при обчисленні ймовірності	Гл. XIII, § 1—§ 4	11 кл. § 15	136
С-62. Теореми додавання та множення ймовірностей	Гл. XIII, § 5—§ 6	11 кл. § 15	138
С-63. Ймовірність здійснення хоча б одної з незалежних подій. Схема Бернуллі	Гл. XIII, § 7, § 8	11 кл. § 15	140
С-64*. Додаткові розділи теорії ймовірностей (домашня самостійна робота)	Гл. XIII	11 кл. § 15	142
К-13. Елементи теорії імовірності	Гл. XIII	11 кл. § 15	144
Відповіді			147
Відповіді до домашніх самостійних робіт			157

ISBN 5-89237-094-1



97858921370943