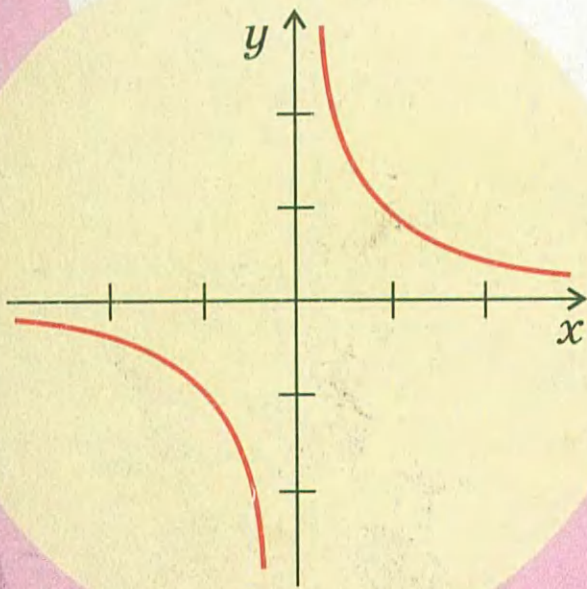


# МАТЕМАТИКА

Самостійні  
та контрольні  
роботи



А.П. Єршова  
В.В. Голобородько  
Г. С. Єршова

## АЛГЕБРА ГЕОМЕТРІЯ

8 клас

*А.П. Єршова, В.В. Голобородько, Г.С. Єршова*

**САМОСТІЙНІ  
І  
КОНТРОЛЬНІ РОБОТИ  
З АЛГЕБРИ ТА ГЕОМЕТРІЇ  
ДЛЯ 8 КЛАСУ**

*Різнорівневі дидактичні матеріали*

**ГІМНАЗІЯ**

**Харків**

*2003*

Посібник містить самостійні і контрольні роботи з усіх найважливіших тем курсу алгебри та геометрії 8 класу. Роботи складаються з 6 варіантів трьох рівнів складності.

Дидактичні матеріали призначені для організації диференційованої самостійної роботи учнів.

Передрук окремих розділів і всього видання — заборонено. Будь-яке комерційне використання даного видання можливе лише з дозволу видавця.

### Рецензенти:

*Ю.В. Гандель*, доктор фізико-математичних наук, професор Харківського державного університету;

*О.Ю. Харік*, Соросівський учитель, учитель-методист, викладач математики фізико-математичного ліцею № 27 м.Харкова.

*Посібник пройшов експериментальну перевірку в Академічній гімназії № 45 м. Харкова.*

Художник-оформлювач *М.Л. Курдюмов*

## **Самостійні та контрольні роботи з алгебри і геометрії для 8 класу**

Відповідальний за випуск *Л.А. Кирик*

ТОВ “Гімназія”,  
м. Харків, вул. Тобольська, 46а.  
Тел. (0572) 11-80-62

ISBN 966-7384-11-X

© Єршова А.П.,  
Голобородько В.В.,  
Єршова Г.С., 1999

# ПЕРЕДМОВА

*Основні особливості запропонованого збірника  
самотійних і контрольних робіт:*

1. В одній порівняно невеликій книзі міститься *повна добірка перевірочних робіт* (разом з підсумковими контрольними роботами) з *усього курсу алгебри та геометрії 8-го класу*, завдяки чому досить придбати один комплект книг на клас. Контрольні роботи розраховано на урок, самотійні роботи — на 20-35 хвилин, у залежності від теми. Для зручності користування книгою у *назві кожної самотійної і контрольної роботи відбито її тематику*.
2. Збірник дозволяє здійснити *диференційований контроль знань*, оскільки завдання розподіляються за *трьома рівнями складності А, Б і В*. Рівень А відповідає обов'язковим вимогам програми, Б — середньому рівню складності, завдання рівня В призначені для учнів, які виявляють підвищений інтерес до математики, а також для використання в класах, школах, гімназіях та ліцеях з *поглибленим вивченням математики*. Для кожного рівня наведено *2 розташованих поряд рівноцінних варіанти* (як вони записуються учителем на дошці), тому на уроці досить мати *одну книгу на парті*.
3. Як правило, на *одному розвороті книги наведено обидва варіанти всіх трьох рівнів складності*. Завдяки цьому учні можуть порівняти завдання різних рівнів і, з дозволу вчителя, *обрати відповідний рівень складності самі*.
4. Окрім використання книг у класі можливо запропонувати учням також *домашні самотійні і контрольні роботи* (в такому разі учні після виконання роботи повинні прокоментувати розв'язання). В кінці книги наведено відповіді до усіх контрольних робіт.
5. Тематика і зміст робіт зорієнтовані на *підручник "Алгебра-8" під редакцією С.А. Теляковського і підручник з геометрії О.В. Погорелова та Л.С. Атанасяна та інш.*, однак запропоновані завдання можуть бути використані і при роботі з іншими підручниками.

# АЛГЕБРА

## С-1. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ. СКОРОЧЕННЯ ДРОБІВ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Знайдіть значення виразу:

$$\frac{a-5}{a^2+5}, \text{ якщо } a = -1.$$

$$\frac{a^2-1}{a-5}, \text{ якщо } a = -3.$$

2. Скоротіть дроби:

$$\text{а) } \frac{14b^3}{21b}; \quad \text{б) } \frac{x^2-9}{3x-9};$$

$$\text{а) } \frac{16b}{20b^4}; \quad \text{б) } \frac{4x-16}{x^2-16};$$

$$\text{в) } \frac{5y-10y^2}{2y-1}.$$

$$\text{в) } \frac{12y^3-8y^2}{2-3y}.$$

3. Вкажіть значення  $x$ , за яких не має змісту вираз:

$$\frac{x-1}{x+1}.$$

$$\frac{x+3}{x-3}.$$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Знайдіть значення виразу:

$$\frac{a+1}{a} + \frac{a}{a-1}, \text{ якщо } a = 0,5.$$

$$\frac{a}{a-2} - \frac{a-5}{a}, \text{ якщо } a = 2,5.$$

2. Скоротіть дроби:

$$\text{а) } \frac{6x^3y^2}{15xy^3}; \quad \text{б) } \frac{2b+18}{b^2+18b+81};$$

$$\text{а) } \frac{15x^2y^6}{9x^3y^4}; \quad \text{б) } \frac{b^2+10b+25}{5b+25};$$

$$\text{в) } \frac{y^2-2y+1}{1-y^2}.$$

$$\text{в) } \frac{4-y^2}{y^2-4y+4}.$$

3. Вкажіть допустимі значення змінної у виразі:

$$\frac{1}{x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-1}.$$

$$\frac{x+1}{x^2-4} - \frac{1}{x^2+4}.$$

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Знайдіть значення виразу:

$$\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}, \text{ якщо } a = \frac{2}{3}; b = \frac{1}{3}. \quad \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 - b^2}, \text{ якщо } a = \frac{4}{7}; b = \frac{3}{7}.$$

2. Скоротіть дробі:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } \frac{x^7 - x^5}{x^7 - x^9}; & \text{б) } \frac{2 - 2b^2}{4b^2 - 8b + 4}; \\ \text{в) } \frac{x^3 - 3x^2 + 2x - 6}{x^3 - 27}. & \text{а) } \frac{a^3 - a^5}{a^3 - a}; \quad \text{б) } \frac{2b^2 - 8b + 8}{16 - 4b^2}; \\ & \text{в) } \frac{x^3 - 8}{x^3 - 2x^2 + x - 2}. \end{array}$$

3. Знайдіть область визначення функції:

$$y = \frac{1}{x - \frac{1}{x}}.$$

$$y = \frac{x}{1 - \frac{1}{x}}.$$

**С-2. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ****Варіант А1****Варіант А2**

1. Виконайте дії:

$$\text{а) } \frac{3x}{x-4} - \frac{x+8}{x-4};$$

$$\text{а) } \frac{4x}{x+1} - \frac{x-3}{x+1};$$

$$\text{б) } \frac{y-x}{y^2-9} - \frac{x-3}{9-y^2}.$$

$$\text{б) } \frac{2-x}{4-y^2} - \frac{x+y}{y^2-4}.$$

2. Подайте у вигляді дробу:

$$\text{а) } \frac{b-a}{ab} + \frac{b-a}{b^2};$$

$$\text{а) } \frac{a-b}{a^2} + \frac{a-b}{ab};$$

$$\text{б) } x^2 + \frac{2x^2}{x-2};$$

$$\text{б) } 2x + \frac{2x^2}{1-x}.$$

3. Доведіть, що за будь-яких допустимих значень  $y$  значення виразу не залежить від  $y$ :

$$\frac{y^2 - 2y - 3}{y^2 - 1} + \frac{4}{2y - 2}.$$

$$\frac{9}{3y + 6} + \frac{y^2 - 3y + 2}{y^2 - 4}.$$

**Варіант Б1****Варіант Б2**

1. Виконайте дії:

а)  $\frac{2x+17}{49-x^2} - \frac{10+x}{49-x^2}$ ;

а)  $\frac{3-2x}{x^2-25} - \frac{8-x}{x^2-25}$ ;

б)  $\frac{y^2-8y}{y-3} - \frac{9+2y}{3-y}$ .

б)  $\frac{y^2+30}{y-6} - \frac{6-12y}{6-y}$ .

2. Подайте у вигляді дробу:

а)  $\frac{15b-2}{10b^2} + \frac{5+b}{5b^3}$ ;

а)  $\frac{3-b}{3b^4} + \frac{2-9b}{6b^3}$ ;

б)  $x-3 - \frac{x^2-x}{x+2}$ .

б)  $x+5 - \frac{3x-10}{x-2}$ .

3. Доведіть, що за будь-яких допустимих значень змінних значення виразу не залежить від  $x$  і  $y$ :

$$\frac{2y^2}{xy+2y^2} - \frac{2xy-x^2}{x^2-4y^2}$$

$$\frac{x^2+2xy}{x^2-4y^2} + \frac{2y^2}{2y^2-xy}$$

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Виконайте дії:

а)  $\frac{x^2-6x}{x^2-16} - \frac{2x-16}{x^2-16}$ ;

а)  $\frac{5x^2+4x}{4x^2-1} - \frac{x^2-1}{4x^2-1}$ ;

б)  $\frac{2x^2+2x}{4x^2-y^2} + \frac{xy+y}{y^2-4x^2}$ .

б)  $\frac{xy-x}{x^2-9y^2} + \frac{3y-3y^2}{9y^2-x^2}$ .

2. Подайте у вигляді дробу:

а)  $\frac{11+3a^2}{33a^3b} - \frac{2b^2+11}{22ab^3}$ ;

а)  $\frac{7a-3b}{21ab^2} - \frac{7b-2a}{14a^2b}$ ;

б)  $\frac{2y^3-3}{y^2} - 2y+3$ .

б)  $\frac{6y^2+1}{2y} - 3y-1$ .

3. Доведіть, що за даної умови значення виразу є додатним числом:

$$\frac{a-2}{a^2+2a+4} + \frac{6a}{a^3-8}, \text{ якщо } a > 2.$$

$$\frac{a-1}{a^2+a+1} + \frac{3a}{a^3-1}, \text{ якщо } a > 1.$$

## К-1. РАЦІОНАЛЬНІ ДРОБИ. ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ

### Варіант А1.

### Варіант А2

1. Скоротіть дроби:

а)  $\frac{2xy^3}{8x^2y^2}$ ;

а)  $\frac{3x^4y}{9x^3y^2}$ ;

б)  $\frac{3x^2 + 9x}{3x}$ ;

б)  $\frac{2x^2 - 6x}{2x}$ ;

в)  $\frac{a - 3}{a^2 - 6a + 9}$ .

в)  $\frac{a + 1}{a^2 + 2a + 1}$ .

2. Перетворіть на дріб вирази:

а)  $\frac{a^2 + 3}{a^3} - \frac{3 - a}{3a}$ ;

а)  $\frac{a + 4}{4a} - \frac{a - 2}{a^2}$ ;

б)  $\frac{x}{x - 1} + \frac{x}{x + 1}$ ;

б)  $\frac{3x}{x + 3} + \frac{3x}{x - 3}$ ;

в)  $\frac{x}{x - 2y} - \frac{4y^2}{x^2 - 2xy}$ ;

в)  $\frac{9x^2}{3xy - y^2} - \frac{y}{3x - y}$ ;

г)  $2a + b - \frac{4ab}{2a + b}$ .

г)  $a - 3b + \frac{6ab}{a - 3b}$ .

3. Спростіть вираз:

$$\frac{3}{x + 3} + \frac{3}{x^2 - 3x} + \frac{2x}{9 - x^2}.$$

$$\frac{1}{x + 2} + \frac{2}{x^2 - 2x} - \frac{4}{4 - x^2}.$$

4. Знайдіть допустимі значення  
змінної у виразі:

$$\frac{x - 2}{x^2 - x}.$$

$$\frac{x + 3}{x^2 + x}.$$



**Варіант Б1****Варіант Б2**

1. Скоротіть дроби:

$$\text{а) } \frac{15x^4 - 25x^3}{5x^5};$$

$$\text{а) } \frac{6x^2 + 18x^4}{12x^3};$$

$$\text{б) } \frac{9y^2 - 1}{9y - 3};$$

$$\text{б) } \frac{25y^2 - 4}{25y + 10};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 + 4a + 4}{4 - a^2}.$$

$$\text{в) } \frac{9 - a^2}{a^2 + 6a + 9}.$$

2. Перетворіть на дріб вирази:

$$\text{а) } \frac{x+2}{x+3} - \frac{x-1}{x};$$

$$\text{а) } \frac{x}{x-4} - \frac{x+2}{x-2};$$

$$\text{б) } 2y - \frac{4y^2}{2y-1} - 1;$$

$$\text{б) } 6y + \frac{12y}{6y-1} - 1;$$

$$\text{в) } \frac{5a^2}{5ab - b^2} - \frac{b}{25a - 5b};$$

$$\text{в) } \frac{a}{3a - 9b} - \frac{3b^2}{a^2 - 3ab};$$

$$\text{г) } \frac{x^2}{x^3 - x} + \frac{1}{2 - 2x}.$$

$$\text{г) } \frac{x^2}{x^3 - 4x} + \frac{1}{4 - 2x}.$$

3. Доведіть, що за будь-яких допустимих значень  $a$  вираз тотожно дорівнює нулю:

$$\frac{4(a+1)}{a^3 - 8} + \frac{a}{a^2 + 2a + 4} + \frac{1}{2 - a} \quad \frac{2a+1}{a^3 - 1} + \frac{a}{a^2 + a + 1} + \frac{1}{1 - a}.$$

4. Визначте, за яких натуральних значень  $n$  поданий вираз набуває цілих значень:

$$\frac{2n + 12}{2n}.$$

$$\frac{3n - 18}{3n}.$$

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Скоротіть дроби:

а)  $\frac{(a-1)(a+1)}{a^4 - 2a^2 + 1}$ ;

а)  $\frac{(a+2)(a-2)}{a^4 - 8a^2 + 16}$ ;

б)  $\frac{4y^2 - 1}{1 + 8y^3}$ ;

б)  $\frac{27y^3 + 1}{1 - 9y^2}$ ;

в)  $\frac{x^2 - y^2 + 2x - 2y}{x + y + 2}$ .

в)  $\frac{x^2 - y^2 - 3x - 3y}{x - y - 3}$ .

2. Перетворіть на дріб вирази:

а)  $\frac{ab}{ab-1} - \frac{1+ab}{ab}$ ;

а)  $\frac{xy-2}{xy} - \frac{xy}{2+xy}$ ;

б)  $\frac{1}{x^2 - 4x + 4} + \frac{1}{2x - x^2}$ ;

б)  $\frac{1}{1 - 2x + x^2} - \frac{1}{x^2 - x}$ ;

в)  $\frac{4b^2 + 9}{2b + 3} - 2b - 3$ ;

в)  $\frac{9b^2 + 1}{3b - 1} - 3b + 1$ ;

г)  $\frac{a+1}{a^2 + a + 1} + \frac{a+2}{a^3 - 1}$ .

г)  $\frac{2a+8}{a^3 - 8} + \frac{a+2}{a^2 + 2a + 4}$ .

3. Доведіть, що за будь-яких допустимих значень змінних вираз тотожно дорівнює нулю:

$$\frac{1}{(x-1)(x-y)} + \frac{1}{(1-x)(1-y)} + \frac{1}{(y-x)(y-1)} \cdot \frac{1}{(y-x)(y+2)} + \frac{1}{(x+2)(x-y)} + \frac{1}{(x+2)(y+2)}$$

4. За умови  $\frac{a}{b} = 2$  знайдіть значення виразу:

$$\frac{2b - a}{a}$$

$$\frac{a + 2b}{2a}$$

## С-3. МНОЖЕННЯ ТА ДІЛЕННЯ ДРОБІВ. ПІДНЕСЕННЯ ДРОБУ ДО СТЕПЕНЮ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Виконайте дії:

$$а) \frac{12x^3}{25} \cdot \frac{5}{4x^4};$$

$$а) \frac{2}{3x^3} \cdot \frac{9x^4}{4};$$

$$б) (2x - 6) \cdot \frac{x^2}{x - 3};$$

$$б) (x + 2) \cdot \frac{x}{3x + 6};$$

$$в) \left(-\frac{3a}{b^2}\right)^2;$$

$$в) \left(-\frac{a^3}{2b}\right)^2;$$

$$г) \frac{y^2 - y}{2xy} \cdot \frac{2x}{y^2 - 1}.$$

$$г) \frac{y^2 - 4}{3y} \cdot \frac{3y^2}{y^2 - 2y}.$$

2. Подайте у вигляді дробу:

$$а) -\frac{4a}{5c^2} : \left(-\frac{a}{10c^4}\right);$$

$$а) -\frac{3a^3}{2b^2} : \left(-\frac{a}{4b^2}\right);$$

$$б) \frac{m^2 - 4n^2}{m^2} : (4m - 8n);$$

$$б) \frac{9m^2 - n^2}{n^2} : (15m + 5n);$$

$$в) \frac{\cdot 2x - 1}{x^2 - 6x + 9} : \frac{1 - 2x}{x^2 - 3x}$$

$$в) \frac{x^2 + 2x}{2 - 3x} : \frac{x^2 + 4x + 4}{3x - 2};$$

$$г) \frac{2a - 4}{a^2 + 4} : \frac{a^2 - 4a + 4}{a^4 - 16}.$$

$$г) \frac{a^4 - 1}{a^2 + 2a + 1} : \frac{a^2 + 1}{2a + 2}.$$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Виконайте дії:

$$а) \frac{18x^3}{7b^4} \cdot \frac{14b}{9x^2};$$

$$а) \frac{9x}{10b^2} \cdot \frac{5b^3}{3x^3};$$

$$б) \frac{2}{9a^2 - b^2} \cdot (6a - 2b);$$

$$б) \frac{3}{a^2 - 4b^2} \cdot (5a + 10b);$$

$$в) \left(-\frac{2a^4}{3b^2}\right)^3;$$

$$в) \left(-\frac{3a^5}{4b^3}\right)^2;$$

$$\text{г) } \frac{x^3 - 16x}{3xy} \cdot \frac{6y}{2x + 8}.$$

$$\text{г) } \frac{4xy}{x^2 - 5x} \cdot \frac{2x^2 - 50}{8y}.$$

2. Подайте у вигляді дробу:

$$\text{а) } -\frac{c^3 + 7c^2}{2b} : \frac{49 - c^2}{4b^2};$$

$$\text{а) } \frac{c^2 - 36}{9b^3} : \left( -\frac{6c + c^2}{3b^2} \right);$$

$$\text{б) } \frac{3m - 6n}{mn} : (m^2 - 4mn + 4n^2);$$

$$\text{б) } \frac{2m + 6n}{nm} : (m^2 + 6mn + 9n^2);$$

$$\text{в) } \frac{ax - 3a}{2x + 6} : \frac{9 - x^2}{x^2 + 6x + 9};$$

$$\text{в) } \frac{a^2 - 4}{a^2 + 4a + 4} : \frac{16 - 8a}{ax + 2x};$$

$$\text{г) } \frac{a^3 + 1}{a - 1} : \frac{a^2 - a + 1}{a^2 - 1}.$$

$$\text{г) } \frac{a + 1}{a^3 - 1} : \frac{a^2 - 1}{a^2 + a + 1}.$$

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Виконайте дії:

$$\text{а) } \left( \frac{2ab^2}{3c^3} \right)^3 \cdot \frac{9c^8}{4a^3b^5};$$

$$\text{а) } \left( \frac{3a^2}{4b^3c} \right)^2 \cdot \frac{8b^5c^2}{27a^3};$$

$$\text{б) } (-y^2 + 3y - 9) \cdot \frac{2y}{y^3 + 27};$$

$$\text{б) } \frac{3y}{y^3 - 8} \cdot (-y^2 - 2y - 4);$$

$$\text{в) } \frac{x^4 - 1}{x^3 - x} \cdot \frac{x}{1 + x^2};$$

$$\text{в) } \frac{x^2}{1 - x^4} \cdot \frac{1 - x^8}{x^6 + x^2};$$

$$\text{г) } \frac{5a + 10b}{a - 5} \cdot \frac{15 - 3a}{4b^2 + 4ab + a^2}.$$

$$\text{г) } \frac{12a - 4b}{3a + 1} \cdot \frac{1 + 6a + 9a^2}{5b - 15a}.$$

2. Подайте у вигляді дробу:

$$\text{а) } \frac{a^2b - 36b^3}{6a^3b^2} : \frac{a^2 + 6ab}{a^4b};$$

$$\text{а) } \frac{a^3 - 64ab^2}{8a^3b^3} : \frac{ab - 8b^2}{a^2b^4};$$

$$\text{б) } \frac{(3m - 3)^2}{3} : (3m^2 - 3);$$

$$\text{б) } \frac{8m^2 - 32}{2} : (2m + 4)^2;$$

$$\text{в) } \frac{x^2 - 100}{x^2 + xy - 10x - 10y} : \frac{x^2 + xy + 10x + 10y}{x^2 + 2xy + y^2};$$

$$\text{в) } \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - xy - 7x + 7y} : \frac{x^2 - xy + 7x - 7y}{x^2 - 49};$$

$$\text{г) } \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}{x^2 - 1} : \frac{x^2 + 2x + 1}{2 - 2x}.$$

$$\text{г) } \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{3 - 3x^2} : \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1}.$$

## С-4. ПЕРЕТВОРЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ВИРАЗІВ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Виконайте дії:

$$\text{а) } \left( \frac{x}{x-1} - 1 \right) \cdot \frac{xy-y}{x};$$

$$\text{а) } \left( 1 - \frac{x}{x+1} \right) \cdot \frac{x}{xy+y};$$

$$\text{б) } \frac{a}{b} - \frac{a^2-b^2}{b^2} : \frac{a+b}{b};$$

$$\text{б) } \frac{b}{a} + \frac{a^2-b^2}{a^2} \cdot \frac{a}{a+b};$$

$$\text{в) } \left( \frac{y+3}{y-3} - \frac{y-3}{y+3} \right) : \frac{12y}{y^2+6y+9}.$$

$$\text{в) } \left( \frac{y-2}{y+2} + \frac{y+2}{y-2} \right) : \frac{2y^2+8}{y^2+4y+4}.$$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Виконайте дії:

$$\text{а) } \left( a+b - \frac{2ab}{a+b} \right) \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2};$$

$$\text{а) } \left( a-b + \frac{2ab}{a-b} \right) \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2};$$

$$\text{б) } \left( \frac{m}{mn-n^2} - \frac{1}{m-n} \right) : \frac{n}{n-m};$$

$$\text{б) } \left( \frac{1}{m-n} - \frac{n}{m^2-mn} \right) : \frac{m}{n-m};$$

$$\text{в) } \frac{4x^2-9}{9x^2-6x+1} : \frac{2x-3}{3x-1} + \frac{4-x}{1-3x}.$$

$$\text{в) } \frac{9x^2-4}{4x^2-4x+1} : \frac{3x-2}{2x-1} + \frac{x+3}{1-2x}.$$

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Виконайте дії:

$$\text{а) } \left( \frac{4y}{x^2-3xy} - \frac{x}{xy-3y^2} \right) : \frac{x^2-4y^2}{9xy^2-x^2y};$$

$$\text{а) } \left( \frac{x}{2xy-y^2} - \frac{9y}{2x^2-xy} \right) : \frac{9y^2-x^2}{xy^2-2x^2y};$$

$$\text{б) } \left( \frac{n^2-5n}{n^2-10n+25} + \frac{25}{n^2-25} \right) : \frac{5+n}{125-n^3};$$

$$\text{б) } \left( \frac{16}{n^2-16} + \frac{n^2+4n}{n^2+8n+16} \right) : \frac{4-n}{64+n^3};$$

$$\text{в) } \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x+1}}}.$$

$$\text{в) } \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x-1}}}.$$

**Додаткові завдання**

1. Спростіть вирази:

а)  $\frac{1}{(x-y)(x-3)} + \frac{1}{(y-3)(y-x)} + \frac{1}{(3-x)(3-y)}$ ;

б)  $\frac{1}{(a+4)(b+4)} + \frac{1}{(a-b)(a+4)} + \frac{1}{(b+4)(b-a)}$ ;

в)  $\frac{1}{a(a+2)} + \frac{1}{(a+2)(a+4)} + \frac{1}{(a+4)(a+6)} + \frac{1}{(a+6)(a+8)}$ ;

г)  $\frac{1}{b(b+3)} + \frac{1}{(b+3)(b+6)} + \frac{1}{(b+6)(b+9)} + \frac{1}{(b+9)(b+12)}$ .

2. Обчисліть:

а)  $\frac{a^2 - ab + b^2}{a^2 + b^2}$ , якщо  $b : a = 1 : 2$ ;

б)  $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + xy - y^2}$ , якщо  $x : y = 1 : 2$ .

3. Визначте, за яких натуральних значень  $n$  подані вирази набувають цілих значень:

а)  $\frac{n^2 + 3n - 2}{n + 2}$ ;

б)  $\frac{n^2 - 3n + 5}{n - 1}$  ?

4. Доведіть, що якщо  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , то подані похідні пропорції є вірними:

а)  $\frac{a \pm b}{a} = \frac{c \pm d}{c}$ ;

б)  $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$ ;

в)  $\frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ;

г)  $\frac{a \pm b}{c \pm d} = \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ;

д)  $\frac{a + b}{a - b} = \frac{c + d}{c - d}$ .

## С-5. ОБЕРНЕНА ПРОПОРЦІЙНІСТЬ ТА ЇЇ ГРАФІК

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Функцію задано формулою:

$$y = \frac{6}{x};$$

$$y = -\frac{6}{x};$$

а) знайдіть значення  $y$   
якщо  $x = -2$ ;

якщо  $x = 3$ ;

б) знайдіть значення  $x$ ,  
за якого

$$y = 1;$$

$$y = -6;$$

в) чи належить графіку  
функції точка  
 $A(0;6)$ ?

$B(-6; 0)$ ?

г) Побудуйте графік цієї  
функції.

2. Функцію задано формулою  $y = \frac{k}{x}$ .

Знайдіть число  $k$ , якщо відомо, що  
графік функції проходить через  
точку

$C(0,25; -16)$ .

$D(-0,2; 15)$ .

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Функцію задано формулою:

$$y = -\frac{16}{x};$$

$$y = \frac{16}{x};$$

а) знайдіть значення функції, якщо  
значення аргументу дорівнює  
 $-4$ ;

$-8$ ;

б) знайдіть значення аргументу, за  
якого значення функції дорівнює  
 $1$ ;

$-16$ ;

в) які з точок  $A, B, C, D$  належать графіку цієї функції, якщо

$$A(-0,5; 32); \quad B(32; 0,5); \quad C\left(-1\frac{1}{3}; -12\right); \quad D\left(1\frac{3}{5}; -10\right)?$$

г) Побудуйте графік цієї функції.

2. Графік оберненої пропорційності проходить через точку  $M$ . Чи проходить він через точку  $N$ , якщо:

$$M(-2; -5); \quad N(0,2; 50)?$$

$$M(2; -2); \quad N(-0,8; 5)?$$

### Варіант В 1

### Варіант В 2

1. Функцію задано формулою:

$$y = \frac{20}{x};$$

$$y = -\frac{20}{x};$$

а) знайдіть значення функції, якщо значення аргументу дорівнює

$$-15;$$

$$16;$$

б) знайдіть значення аргументу, за якого значення функції дорівнює

$$25;$$

$$-30;$$

в) за якого значення  $m$  графік цієї функції проходить через точку  $A$ , якщо

$$A(m; -10)?$$

$$A(-10; m)?$$

г) Побудуйте графік цієї функції.

2. Графік функції  $y = \frac{k}{x}$  проходить через точку  $B$ . Знайдіть число  $k$ , якщо

$$B(k^2; -0,5).$$

$$B\left(-k^2; \frac{1}{3}\right).$$



## К-2. РАЦІОНАЛЬНІ ДРОБИ

Варіант А1Варіант А2

1. Виконайте дії:

а)  $\frac{24a^4}{b^3} \cdot \frac{b^4}{8a^4}$ ;

а)  $\frac{a^2}{6b^3} \cdot \frac{24b^3}{a}$ ;

б)  $\frac{7xy^2}{2} : 14x^2y^2$ ;

б)  $21x^3y : \frac{7x^3y^2}{3}$ ;

в)  $\frac{m+2n}{m-n} \cdot \frac{m^2-n^2}{5m+10n}$ ;

в)  $\frac{m-3n}{m+n} \cdot \frac{m^2-n^2}{3m-9n}$ ;

г)  $\frac{x^2-2x+1}{x^2-25} : \frac{x-1}{x^2+5x}$ .

г)  $\frac{x^2-16}{x^2+4x+4} : \frac{x^2-4x}{x+2}$ .

2. Побудуйте графік функції:

$$y = -\frac{4}{x}.$$

$$y = \frac{4}{x}.$$

3. Спростіть вирази:

а)  $\left(\frac{x-y}{2x}\right)^2 \cdot \left(\frac{4x}{x-y} + \frac{4x}{y}\right)$ ;

а)  $\left(\frac{9y}{x} - \frac{9y}{x+y}\right) \cdot \left(\frac{x+y}{3y}\right)^2$ ;

б)  $\left(x - \frac{5x-16}{x-3}\right) : \left(3x - \frac{3x}{x-3}\right)$ .

б)  $\left(4x - \frac{12x}{x-2}\right) : \left(x - \frac{8x-25}{x-2}\right)$ .

Варіант Б1Варіант Б2

1. Виконайте дії:

а)  $\frac{28ab^2}{9c^3} \cdot \frac{18c^5}{35a^2b}$ ;

а)  $\frac{17a^2}{26b^2c^3} \cdot \frac{39b^3c^2}{34a^4}$ ;

б)  $(x^2 - 4y^2) : \frac{x+2y}{2y}$ ;

б)  $\frac{4x-y}{4x} : (16x^2 - y^2)$ ;

в)  $\frac{8m-2n}{2n+3} \cdot \frac{9+6n}{32m^2-2n^2}$ ;

в)  $\frac{3m+1}{3m^2-27n^2} \cdot \frac{3m+9n}{2+6m}$ ;

г)  $\frac{y+6}{y^2-12y+36} : \frac{6y+36}{y^3-6y^2}$ .

г)  $\frac{7y-49}{y^2+7y} : \frac{y-7}{y^2+14y+49}$ .

## 2. Побудуйте графік функції:

$$y = \frac{12}{x}.$$

$$y = -\frac{12}{x}.$$

## 3. Спростіть вирази:

$$\text{а) } \left( \frac{a^2 + b^2}{ab} + 2 \right) \cdot \frac{ab}{a + b};$$

$$\text{а) } \left( \frac{a^2 + b^2}{2ab} - 1 \right) \cdot \frac{2ab}{a - b};$$

$$\text{б) } \left( \frac{x+2}{x^2+2x+4} - \frac{6x-13}{x^3-8} \right) \cdot \frac{2x^2+4x+8}{3-x}.$$

$$\text{б) } \left( \frac{x-2}{x^2-2x+4} - \frac{2x-5}{x^3+8} \right) \cdot \frac{3x^2-6x+12}{1-x}.$$

Варіант В1Варіант В2

## 1. Виконайте дії:

$$\text{а) } \frac{a^3b - ab^3}{2b - a} \cdot \frac{-a + 2b}{a^4 - b^4};$$

$$\text{а) } \frac{2a - b}{a^2b - 2b^2} \cdot \frac{a^4 - 4b^2}{-b + 2a};$$

$$\text{б) } \frac{2x + 10}{3x} : (2x^2 + 20x + 50);$$

$$\text{б) } \frac{3x - 9}{2x} : (3x^2 - 18x + 27);$$

$$\text{в) } \frac{x^2 - 4y^2}{x^3 + 8y^3} \cdot \frac{(x + 2y)^2 - 6xy}{2y - x};$$

$$\text{в) } \frac{8x^3 - y^3}{4x^2 - y^2} \cdot \frac{y + 2x}{(2x - y)^2 + 6xy};$$

$$\text{г) } \frac{m^6 + m^5}{(2m - 2)^2} : \frac{m^5 + m^4}{4m^2 - 4m}.$$

$$\text{г) } \frac{9m^2 - 9m}{m^4 + m^3} : \frac{(3m - 3)^2}{m^5 + m^4}.$$

## 2. Побудуйте графік функції:

$$y = -\frac{18}{x}.$$

$$y = \frac{18}{x}.$$

## 3. Спростіть вирази:

$$\text{а) } \frac{2ab + 4b - 3a - 6}{2b + 2b^2} : \left( \frac{4b^2 + 21}{2b + 2} - 6 \right);$$

$$\text{а) } \left( \frac{9a^2 - 8}{3a - 3} - 4 \right) : \frac{3ax - 2x + 9a^2 - 6a}{3a^2 - 3a};$$

$$\text{б) } \left( \frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1} \right) : \left( 1 + \frac{9}{x^3-1} \right).$$

$$\text{б) } \left( 1 - \frac{9}{x^3+1} \right) : \left( \frac{x-1}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} \right).$$

## С-6. АРИФМЕТИЧНИЙ КВАДРАТНИЙ КОРІНЬ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Обчисліть:

а)  $2\sqrt{16} + \sqrt{36}$  ;

а)  $4\sqrt{25} + \sqrt{81}$  ;

б)  $0,1\sqrt{2500}$  ;

б)  $0,2\sqrt{4900}$  ;

в)  $\sqrt{\frac{4}{9}}$  ;

в)  $\sqrt{\frac{9}{16}}$  ;

г)  $\sqrt{196} - 10\sqrt{0,01}$  .

г)  $100\sqrt{0,04} - \sqrt{289}$  .

2. Знайдіть значення виразу:

$\sqrt{2x - 3}$  , якщо  $x = 1,5$ .

$\sqrt{3 - 6x}$  , якщо  $x = 0,5$ .

3. Знайдіть значення  $x$  (якщо воно існує), за якого виконується рівність:

а)  $\sqrt{x} = 9$  ;

а)  $\sqrt{x} = 4$  ;

б)  $2\sqrt{x} - 20 = 0$  ;

б)  $3\sqrt{x} - 27 = 0$  ;

в)  $\sqrt{x} + 3 = 0$  .

в)  $2 + \sqrt{x} = 0$  .

4. За яких значень  $x$  має зміст вираз:

$\sqrt{4x}$  ?

$\sqrt{x^3}$  ?

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Обчисліть:

а)  $2\sqrt{49} - 3\sqrt{25}$  ;

а)  $4\sqrt{16} - 2\sqrt{81}$  ;

б)  $\frac{2}{3}\sqrt{3600}$  ;

б)  $\frac{3}{4}\sqrt{6400}$  ;

в)  $3\sqrt{\frac{64}{81}}$  ;

в)  $10\sqrt{\frac{49}{100}}$  ;

г)  $10\sqrt{3,24} - \sqrt{256}$  .

г)  $\sqrt{361} - 10\sqrt{2,89}$  .

2. Знайдіть значення виразу:

$\sqrt{2x + 5}$  , якщо  $x = -2,5$ .

$\sqrt{4x + 2}$  , якщо  $x = -0,5$ .

3. Знайдіть значення  $x$  (якщо воно існує), за якого виконується рівність:

а)  $\sqrt{x} - 25 = 0$ ;

а)  $16 - \sqrt{x} = 0$ ;

б)  $\frac{1}{2}\sqrt{x} - 5 = 1$ ;

б)  $\frac{1}{3}\sqrt{x} - 1 = 2$ ;

в)  $\sqrt{x} + 3 = 2,4$ .

в)  $2 + \sqrt{x} = 1,3$ .

4. За яких значень  $x$  має зміст вираз:

$\sqrt{-5x}$  ?

$\sqrt{-x^7}$  ?

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Обчисліть:

а)  $\sqrt{16} \cdot \sqrt{225} - 3\sqrt{81}$ ;

а)  $\sqrt{9} \cdot \sqrt{196} - 4\sqrt{64}$ ;

б)  $1\frac{4}{7}\sqrt{4900}$ ;

б)  $1\frac{2}{5}\sqrt{2500}$ ;

в)  $\frac{6}{7} \cdot \sqrt{1\frac{13}{36}}$ ;

в)  $\frac{7}{8} \cdot \sqrt{1\frac{15}{49}}$ ;

г)  $\sqrt{\sqrt{0,64} + \sqrt{0,0001}}$ .

г)  $\sqrt{\sqrt{0,81} - \sqrt{0,0081}}$ .

2. Знайдіть значення виразу:

$$\sqrt{4x^2 - y^2}, \text{ якщо } x = 0,5, y = -1. \quad \sqrt{x^2 - 25y^2}, \text{ якщо } x = 1, y = -0,2.$$

3. Знайдіть значення  $x$  (якщо воно існує), за якого виконується рівність:

а)  $\sqrt{2x - 3} = 9$ ;

а)  $\sqrt{3x - 2} = 4$ ;

б)  $7 - \frac{2}{3}\sqrt{1 - x} = 3$ ;

б)  $9 - \frac{3}{4}\sqrt{2 - x} = 3$ ;

в)  $1 + \sqrt{2x} = 0$ .

в)  $\sqrt{4x} + 2 = 0$ .

4. За яких значень  $x$  має зміст вираз:

$\frac{x+2}{\sqrt{-x}}$  ?

$\frac{x-3}{\sqrt{x}}$  ?

## С-7. РІВНЯННЯ $x^2 = a$ . ФУНКЦІЯ $y = \sqrt{x}$

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Обчисліть:

а)  $(2\sqrt{3})^2$ ;

б)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}$ ;

в)  $2(\sqrt{12})^2 + \sqrt{1}$ .

а)  $(3\sqrt{2})^2$ ;

б)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}$ ;

в)  $\sqrt{1} + 2(\sqrt{11})^2$ .

2. Розв'яжіть рівняння:

а)  $x^2 = 25$ ;

б)  $x^2 - 5 = 0$ ;

в)  $9 + x^2 = 0$ .

а)  $x^2 = 36$ ;

б)  $x^2 - 6 = 0$ ;

в)  $16 + x^2 = 0$ .

3. Порівняйте числа:

а)  $\sqrt{13}$  і  $\sqrt{15}$ ;

б)  $8$  і  $\sqrt{63}$ .

а)  $\sqrt{3}$  і  $\sqrt{2}$ ;

б)  $4$  і  $\sqrt{17}$ .

4. Чи належить графіку функції

$$y = \sqrt{x} \text{ точка}$$

А(4; -2)?

В(49; -7)?

5. За яких значень  $y$  виконується  
рівність:

$(y - 1)^2 = 4?$

$(y + 1)^2 = 1?$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Обчисліть:

а)  $(-4\sqrt{5})^2$ ;

б)  $-5\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ ;

в)  $4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - 3\sqrt{1}$ .

а)  $(-5\sqrt{3})^2$ ;

б)  $3\sqrt{11} \cdot (-\sqrt{11})$ ;

в)  $9\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2\sqrt{1}$ .

2. Розв'яжіть рівняння:

а)  $2x^2 = 0,98$ ;

а)  $3x^2 = 0,75$ ;

б)  $1 - x^2 = -4$ ;  
в)  $x^2 + 5 = 4$ .

б)  $2 - x^2 = -1$ ;  
в)  $9 + x^2 = 8$ .

3. Розташуйте числа в порядку зростання:

а)  $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ,  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  і  $\sqrt{\frac{1}{5}}$ ;  
б)  $\sqrt{24}$ ,  $\sqrt{27}$  і 5.

а)  $\sqrt{\frac{1}{6}}$ ,  $\sqrt{\frac{1}{8}}$  і  $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ;  
б) 3,  $\sqrt{8}$  і  $\sqrt{11}$ .

4. Оберіть серед даних точок ті, які належать графіку функції

$$y = \sqrt{x} :$$

$A(0,1; 0,01)$ ;  $B(2; \sqrt{2})$ ;  $C(81; -9)$ .       $A(-4; 2)$ ;  $B(0,2; 0,04)$ ;  $C(5; \sqrt{5})$ .

5. За яких значень  $y$  виконується рівність:

$$(y - 2)^2 = 3?$$

$$(y + 3)^2 = 2?$$

### Варіант В 1

### Варіант В 2

1. Обчисліть:

а)  $(-2\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{5})^2$ ;

а)  $(-4\sqrt{3})^2 - 4(\sqrt{3})^2$ ;

б)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\right) \cdot \sqrt{2}$ ;

б)  $\left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3}$ ;

в)  $\left(\frac{1}{3}\sqrt{27}\right)^2 - 0,1(\sqrt{30})^2$ .

в)  $\left(\frac{1}{2}\sqrt{20}\right)^2 - 0,2(\sqrt{20})^2$ .

2. Розв'яжіть рівняння:

а)  $4x^2 - 9 = 0$ ;

а)  $9x^2 - 1 = 0$ ;

б)  $10 - \frac{1}{3}x^2 = 0$ ;

б)  $7 - \frac{1}{2}x^2 = 0$ ;

в)  $0,4 - 2x^2 = 0,6$ .

в)  $3x^2 + 2 = 1,7$ .

3. Розташуйте числа в порядку зростання:

а)  $\sqrt{\frac{5}{6}}$ ,  $\sqrt{\frac{6}{7}}$  і  $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ;

а)  $\sqrt{\frac{7}{8}}$ ,  $\sqrt{\frac{6}{7}}$  і  $\sqrt{\frac{3}{4}}$ ;

б)  $-7$ ,  $-\sqrt{50}$  і  $-\sqrt{47}$ .

б)  $-\sqrt{60}$ ,  $-8$  і  $-\sqrt{65}$ .

4. Точка  $A(m; n)$  належить графіку функції  $y = \sqrt{x}$ . Знайдіть  $m$  і  $n$ , якщо відомо, що

$$m = 3n.$$

$$m = 5n.$$

5. За яких значень  $x$  виконується рівність:

$$\frac{24}{(2x-1)^2} = 6.$$

$$\frac{27}{(2x+1)^2} = 3.$$

## С-8. КВАДРАТНИЙ КОРІНЬ ІЗ ДОБУТКУ, ДРОБУ, СТЕПЕНЯ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Обчисліть:

а)  $\sqrt{25 \cdot 400}$ ; б)  $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ ;

а)  $\sqrt{16 \cdot 900}$ ; б)  $\sqrt{3\frac{1}{16}}$ ;

в)  $\sqrt{(-16)^2}$ .

в)  $\sqrt{(-25)^2}$ .

2. Використовуючи властивості кореня, знайдіть значення виразів:

а)  $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$ ; б)  $\frac{\sqrt{300}}{\sqrt{3}}$ ;

а)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ ; б)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{500}}$ ;

в)  $\sqrt{5^2 \cdot 2^4}$ .

в)  $\sqrt{3^2 \cdot 10^4}$ .

3. Спростіть вирази:

а)  $\sqrt{4x^2}$ , якщо  $x \geq 0$ ;

а)  $\sqrt{9x^2}$ , якщо  $x \geq 0$ ;

б)  $\sqrt{y^8}$ .

б)  $\sqrt{y^{12}}$ .

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Обчисліть:

а)  $\sqrt{1,44 \cdot 36}$ ; б)  $\sqrt{5\frac{1}{16}}$ ;

а)  $\sqrt{25 \cdot 1,69}$ ; б)  $\sqrt{2\frac{2}{49}}$ ;

в)  $2\sqrt{(-81)^2}$ .

в)  $3\sqrt{(-25)^2}$ .

2. Використовуючи властивості кореня, знайдіть значення виразів:

а)  $\sqrt{19,6} \cdot \sqrt{0,4}$ ;

а)  $\sqrt{22,5} \cdot \sqrt{0,4}$ ;

б)  $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{240}}$ ;

б)  $\frac{\sqrt{104}}{\sqrt{26}}$ ;

в)  $\sqrt{5^4 \cdot 2^6}$ .

в)  $\sqrt{2^8 \cdot 3^4}$ .

3. Спростіть вирази:

а)  $\sqrt{0,64x^2}$ , якщо  $x \geq 0$ ;

а)  $\sqrt{0,25x^2}$ , якщо  $x \geq 0$ ;

б)  $-\sqrt{y^6}$ , якщо  $y < 0$ .

б)  $-\sqrt{y^{10}}$ , якщо  $y < 0$ .

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Обчисліть:

а)  $\sqrt{1,44 \cdot 0,25 \cdot 16}$ ;

а)  $\sqrt{2,25 \cdot 0,16 \cdot 49}$ ;

б)  $\frac{1}{\sqrt{1\frac{23}{121}}}$ ;

б)  $\frac{1}{\sqrt{2\frac{1}{144}}}$ ;

в)  $-0,3\sqrt{(-49)^2}$ .

в)  $-0,2\sqrt{(-64)^2}$ .

2. Використовуючи властивості кореня, знайдіть значення виразів:

а)  $\sqrt{\frac{2}{9}} \cdot \sqrt{1\frac{13}{32}} \cdot \sqrt{5}$ ;

а)  $\sqrt{\frac{3}{5}} \cdot \sqrt{1\frac{8}{27}} \cdot \sqrt{7}$ ;

б)  $\frac{\sqrt{3,38}}{\sqrt{0,2}}$ ;

б)  $\frac{\sqrt{0,3}}{\sqrt{3,63}}$ ;

в)  $\sqrt{3^8 \cdot 0,1^4}$ .

в)  $\sqrt{5^6 \cdot 0,1^4}$ .

3. Спростіть вирази:

а)  $\sqrt{(a-b)^2}$ , якщо  $a > b$ ;

а)  $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ , якщо  $x > 1$ ;

б)  $\sqrt{4x^2 - 8x + 4}$ , якщо  $x < 1$ .

б)  $\sqrt{9(x-y)^2}$ , якщо  $y > x$ .



## К-3. АРИФМЕТИЧНИЙ КВАДРАТНИЙ КОРІНЬ І ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Знайдіть значення виразу:

а)  $\sqrt{144} + 5\sqrt{0,64}$  ;

а)  $4\sqrt{0,81} + \sqrt{196}$  ;

б)  $(4\sqrt{2})^2$  ;

б)  $(3\sqrt{7})^2$  ;

в)  $\sqrt{0,16 \cdot 25} - 6\sqrt{\frac{1}{36}}$  .

в)  $\sqrt{0,04 \cdot 81} - 7\sqrt{\frac{1}{49}}$  .

2. Обчисліть, використовуючи властивості кореня:

а)  $\sqrt{11} \cdot \sqrt{44}$  ;

а)  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$  ;

б)  $\frac{\sqrt{44}}{\sqrt{11}}$  ;

б)  $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$  ;

в)  $\sqrt{6^4}$  .

в)  $\sqrt{3^6}$  .

3. Розв'яжіть рівняння:

а)  $\sqrt{x} = 3$  ;

а)  $\sqrt{x} = 6$  ;

б)  $x^2 = 3$  ;

б)  $x^2 = 6$  ;

в)  $x^2 = -3$  ;

в)  $x^2 = -6$  ;

г)  $x^2 - 2,25 = 0$  .

г)  $x^2 - 1,21 = 0$  .

4. Вкажіть усі цілі числа, розташовані на координатній прямій між числами

$\sqrt{2}$  і 5.

1 і  $\sqrt{10}$  .

5. Спростіть вирази:

а)  $2a\sqrt{a^2}$  , якщо  $a \geq 0$  ;

а)  $b^2\sqrt{b^2}$  , якщо  $b \geq 0$  ;

б)  $-\sqrt{49c^2}$  , якщо  $c < 0$  .

б)  $-\sqrt{81d^2}$  , якщо  $d < 0$  .

**Варіант Б 1****Варіант Б 2**

1. Знайдіть значення виразу:

а)  $\frac{1}{3}\sqrt{324} + 20\sqrt{0,36}$  ;

а)  $\frac{1}{4}\sqrt{256} + 30\sqrt{0,64}$  ;

б)  $(-9\sqrt{3})^2$  ;

б)  $(-8\sqrt{2})^2$  ;

в)  $\sqrt{0,81 \cdot 625} - \sqrt{2\frac{1}{4}}$  .

в)  $\sqrt{0,49 \cdot 225} - \sqrt{1\frac{11}{25}}$  .

2. Обчисліть, використовуючи властивості кореня:

а)  $\sqrt{1,3} \cdot \sqrt{5,2}$  ;

а)  $\sqrt{1,1} \cdot \sqrt{9,9}$  ;

б)  $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{63}}$  ;

б)  $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{12}}$  ;

в)  $\sqrt{(-7)^4}$  .

в)  $\sqrt{(-3)^6}$  .

3. Розв'яжіть рівняння:

а)  $\sqrt{x} - 4 = 0$  ;

а)  $\sqrt{x} - 9 = 0$  ;

б)  $\frac{1}{3}x^2 = 3$  ;

б)  $\frac{1}{2}x^2 = 2$  ;

в)  $-4x^2 = \frac{1}{4}$  ;

в)  $-5x^2 = \frac{1}{5}$  ;

г)  $-2x^2 + 2,42 = 0$  .

г)  $-3x^2 + 2,43 = 0$  .

4. Вкажіть усі цілі числа, розташовані на координатній прямій між числами

$\sqrt{3}$  і  $\sqrt{13}$  .

$\sqrt{2}$  і  $\sqrt{10}$  .

5. Спростіть вирази:

а)  $\frac{1}{x^8} \cdot \sqrt{x^8}$  ;

а)  $\frac{1}{x^4} \cdot \sqrt{x^4}$  ;

б)  $\sqrt{\frac{9a^2}{b^{10}}}$  , якщо  $a > 0$  ,  $b < 0$  .

б)  $\sqrt{\frac{a^6}{4b^2}}$  , якщо  $a < 0$  ,  $b > 0$  .

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Знайдіть значення виразу:

$$\text{а) } \frac{2}{3}\sqrt{12,96} + \frac{1}{7}\sqrt{4,41};$$

$$\text{а) } \frac{3}{4}\sqrt{10,24} + \frac{1}{6}\sqrt{5,76};$$

$$\text{б) } \left(-\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2;$$

$$\text{б) } \left(-\frac{\sqrt{15}}{3}\right)^2;$$

$$\text{в) } \sqrt{1\frac{40}{81} \cdot \frac{4}{49}} - \sqrt{1}.$$

$$\text{в) } \sqrt{2\frac{14}{121} \cdot \frac{4}{25}} - \sqrt{1}.$$

2. Обчисліть, використовуючи властивості кореня:

$$\text{а) } \sqrt{21} \cdot \sqrt{3\frac{6}{7}};$$

$$\text{а) } \sqrt{15} \cdot \sqrt{6\frac{2}{3}};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{147}}{\sqrt{48}};$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{108}};$$

$$\text{в) } \sqrt{(-2)^6 \cdot 9^3}.$$

$$\text{в) } \sqrt{(-5)^4 \cdot 4^5}.$$

3. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } \sqrt{13x - 1} = 5;$$

$$\text{а) } \sqrt{8x + 1} = 7;$$

$$\text{б) } (x - 3)^2 + 6x = 10;$$

$$\text{б) } (x + 2)^2 - 4x = 5;$$

$$\text{в) } 1 - x^2 = -2x^2;$$

$$\text{в) } -3x^2 = 2 + x^2;$$

$$\text{г) } (\sqrt{2x})^2 = 4.$$

$$\text{г) } (\sqrt{3x})^2 = 9.$$

4. Вкажіть усі цілі числа, розташовані на координатній прямій між числами

$$-(\sqrt{5})^2 \text{ і } -\sqrt{5}.$$

$$-(\sqrt{7})^2 \text{ і } -\sqrt{7}.$$

5. Спростіть вирази:

$$\text{а) } -\sqrt{a^4 b^6} \text{ якщо } b > 0;$$

$$\text{а) } -\sqrt{a^{10} b^8}, \text{ якщо } a > 0;$$

$$\text{б) } \frac{3x^5}{\sqrt{9x^{10}}}, \text{ якщо } x < 0.$$

$$\text{б) } \frac{\sqrt{4x^6}}{2x^3}, \text{ якщо } x < 0.$$

## С-9. ВНЕСЕННЯ І ВИНЕСЕННЯ МНОЖНИКА В КВАДРАТНИХ КОРЕНЯХ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Винесіть множник з-під кореня:

а)  $\sqrt{28}$ ; б)  $0,2\sqrt{75}$ .

а)  $\sqrt{27}$ ; б)  $\frac{1}{5}\sqrt{50}$ .

2. Внесіть додатний множник під корінь:

а)  $4\sqrt{5}$ ; б)  $-3\sqrt{a}$ .

а)  $9\sqrt{2}$ ; б)  $-2\sqrt{b}$ .

3. Порівняйте значення виразів:

а)  $\sqrt{27}$  і  $4\sqrt{3}$ ;

а)  $\sqrt{18}$  і  $4\sqrt{2}$ ;

б)  $3\sqrt{2}$  і  $2\sqrt{3}$ .

б)  $5\sqrt{3}$  і  $3\sqrt{5}$ .

4. Винесіть множник з-під кореня:

а)  $\sqrt{y^3}$ ;

а)  $\sqrt{3y^2}$ , якщо  $y \geq 0$ ;

б)  $\sqrt{7y^8}$ .

б)  $\sqrt{y^5}$ .

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Винесіть множник з-під кореня:

а)  $\sqrt{72}$ ; б)  $0,01\sqrt{800}$ .

а)  $\sqrt{98}$ ; б)  $0,02\sqrt{1200}$ .

2. Внесіть множник під корінь:

а)  $3\sqrt{5a}$ ; б)  $-10\sqrt{0,2b}$ .

а)  $5\sqrt{2a}$ ; б)  $-20\sqrt{0,1b}$ .

3. Порівняйте значення виразів:

а)  $\frac{1}{3}\sqrt{54}$  і 3;

а) 2 і  $\frac{1}{4}\sqrt{48}$ ;

б)  $4\sqrt{50}$  і  $5\sqrt{32}$ .

б)  $5\sqrt{27}$  і  $3\sqrt{75}$ .

4. Винесіть множник з-під кореня:

а)  $\sqrt{4y^3}$ ;

а)  $\sqrt{25y^5}$ ;

б)  $\sqrt{8y^6}$ , якщо  $y < 0$ .

б)  $\sqrt{18y^2}$ , якщо  $y < 0$ .

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Винесіть множник з-під кореня:

а)  $\sqrt{112}$ ; б)  $-0,125\sqrt{320}$ .

а)  $\sqrt{126}$ ; б)  $-0,25\sqrt{512}$ .

2. Внесіть множник під корінь:

а)  $-\frac{1}{3}\sqrt{6x}$ ; б)  $a\sqrt{\frac{1}{a}}$ .

а)  $-\frac{1}{5}\sqrt{10x}$ ; б)  $\frac{1}{a}\sqrt{2a}$ .

3. Розташуйте числа в порядку зростання:

а)  $\sqrt{43}$ ,  $2\sqrt{10}$ ,  $3\sqrt{5}$ ;

а)  $3\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{55}$ ,  $5\sqrt{2}$ ;

б)  $-2\sqrt{50}$ ,  $-4\sqrt{18}$ ,  $-\sqrt{162}$ .

б)  $-4\sqrt{27}$ ,  $-\sqrt{243}$ ,  $-2\sqrt{75}$ .

4. Спростіть вирази:

а)  $\frac{1}{3x}\sqrt{-27x}$ ; б)  $ab^2\sqrt{\frac{1}{a^3b^4}}$ .

а)  $\frac{2}{x}\sqrt{-\frac{x}{8}}$ ; б)  $\frac{1}{a^4b}\sqrt{a^8b^3}$ .

## С-10. ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ, ЯКІ МІСТЯТЬ КВАДРАТНІ КОРЕНІ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Спростіть вираз:

$\sqrt{36b} - \sqrt{16b} + 2\sqrt{b}$ .

$\sqrt{81b} - \sqrt{25b} + 3\sqrt{b}$ .

2. Виконайте дії:

а)  $(3\sqrt{8} + \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2}$ ;

а)  $\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{12} + \sqrt{48})$ ;

б)  $(2a - \sqrt{b})(2a + \sqrt{b})$ ;

б)  $(\sqrt{a} + 3b)(\sqrt{a} - 3b)$ ;

в)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24}$ .

в)  $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 + \sqrt{40}$ .

3. Скоротіть дріб:

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt{3}}{x - 3}.$$

$$\frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2}.$$

**Варіант Б1****Варіант Б2**

1. Спростіть вираз:

$$\sqrt{2a} - 2\sqrt{18a} + \sqrt{72a}.$$

$$\sqrt{5a} - 3\sqrt{20a} + \sqrt{125a}.$$

2. Виконайте дії:

$$\text{а) } (4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}) \cdot \sqrt{3} + \sqrt{60};$$

$$\text{а) } (3\sqrt{2} + 2\sqrt{7}) \cdot \sqrt{2} - \sqrt{56};$$

$$\text{б) } (\sqrt{13} + 4)(4 - \sqrt{13});$$

$$\text{б) } (\sqrt{7} - 3)(3 + \sqrt{7});$$

$$\text{в) } (2\sqrt{3} - 1)^2 + 2\sqrt{12}.$$

$$\text{в) } (3\sqrt{2} + 1)^2 - 2\sqrt{18}.$$

3. Скоротіть дріб:

$$\frac{x + \sqrt{x}}{x - 1}.$$

$$\frac{x - 4}{x - 2\sqrt{x}}.$$

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Спростіть вираз:

$$\frac{1}{3}\sqrt{27a} - 0,1\sqrt{300a} - 2\sqrt{147a}. \quad 0,2\sqrt{200a} - \frac{1}{2}\sqrt{8a} - 2\sqrt{162a}.$$

2. Виконайте дії:

$$\text{а) } (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{8});$$

$$\text{а) } (4\sqrt{3} + 3\sqrt{2})(\sqrt{27} - \sqrt{2});$$

$$\text{б) } (\sqrt{11} - 0,5\sqrt{22})(0,5\sqrt{22} + \sqrt{11});$$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{3}\sqrt{6} + \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{6}\right);$$

$$\text{в) } (\sqrt{42})^2 - (2\sqrt{6} - 3\sqrt{2})^2.$$

$$\text{в) } (\sqrt{52})^2 - (2\sqrt{5} + 4\sqrt{2})^2.$$

3. Скоротіть дріб:

$$\frac{27 - 3x}{x - 3\sqrt{x}}.$$

$$\frac{4\sqrt{x} - x}{2x - 32}.$$

## К-4. ЗАСТОСУВАННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ АРИФМЕТИЧНОГО КВАДРАТНОГО КОРЕНЯ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Спростіть вирази:

а)  $4\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{18}$  ;

а)  $7\sqrt{3} - \sqrt{48} + \sqrt{27}$  ;

б)  $\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3} + \sqrt{12})$  ;

б)  $\sqrt{2}(\sqrt{8} + 4\sqrt{2})$  ;

в)  $(\sqrt{5} - 2)^2$  ;

в)  $(\sqrt{3} + 5)^2$  ;

г)  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  .

г)  $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$  .

2. Порівняйте значення виразів:

$3\sqrt{7}$  і  $4\sqrt{5}$  .

$2\sqrt{6}$  і  $4\sqrt{2}$  .

3. Скоротіть дроби:

а)  $\frac{3 - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$  ;

а)  $\frac{\sqrt{5} + 5}{4\sqrt{5}}$  ;

б)  $\frac{4b - 2}{2\sqrt{b} - \sqrt{2}}$  .

б)  $\frac{9b - 3}{3\sqrt{b} + \sqrt{3}}$  .

4. Звільніться від знака кореня в  
знаменнику дробу:

а)  $\frac{2}{\sqrt{7}}$  ;

а)  $\frac{4}{\sqrt{11}}$  ;

б)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$  .

б)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2}$  .

5. Розв'яжіть рівняння, попередньо  
спростивши його праву частину:

$x^2 = \sqrt{\sqrt{10} - 3} \cdot \sqrt{\sqrt{10} + 3}$  .

$x^2 = \sqrt{\sqrt{17} + 4} \cdot \sqrt{\sqrt{17} - 4}$  .

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Спростіть вирази:

а)  $\frac{1}{2}\sqrt{12} - 2\sqrt{27} + \sqrt{75}$  ;

а)  $\frac{1}{3}\sqrt{18} + 3\sqrt{8} - \sqrt{98}$  ;

б)  $3\sqrt{2}(5\sqrt{2} - \sqrt{32})$ ;

б)  $2\sqrt{5}(\sqrt{20} - 3\sqrt{5})$ ;

в)  $(4 - 5\sqrt{2})^2$ ;

в)  $(3 + 2\sqrt{7})^2$ ;

г)  $(\sqrt{7} - 2\sqrt{3})(\sqrt{7} + 2\sqrt{3})$ .

г)  $(\sqrt{11} + 2\sqrt{5})(\sqrt{11} - 2\sqrt{5})$ .

2. Порівняйте значення виразів:

6  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  і  $\frac{1}{2}\sqrt{88}$ .

8  $\sqrt{\frac{3}{4}}$  і  $\frac{1}{3}\sqrt{405}$ .

3. Скоротіть дроби:

а)  $\frac{5 - \sqrt{5}}{\sqrt{10} - 5\sqrt{2}}$ ;

а)  $\frac{\sqrt{3} - 3}{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}$ ;

б)  $\frac{4a^2 + 4a\sqrt{b} + b}{4a^2 - b}$ .

б)  $\frac{9a - b^2}{9a - 6b\sqrt{a} + b^2}$ .

4. Звільніться від знака кореня в знаменнику дроби:

а)  $\frac{10}{3\sqrt{5}}$ ;

а)  $\frac{15}{2\sqrt{6}}$ ;

б)  $\frac{11}{2\sqrt{3} + 1}$ .

б)  $\frac{19}{2\sqrt{5} - 1}$ .

5. Доведіть, що дане рівняння має цілі корені, і знайдіть їх:

$x^2 = (\sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}})^2$ .

$x^2 = (\sqrt{7 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{7 + 2\sqrt{6}})^2$ .

## Варіант В1

## Варіант В2

1. Спростіть вирази:

а)  $\frac{1}{5}\sqrt{300} - 4\sqrt{\frac{3}{16}} - \sqrt{75}$ ;

а)  $\frac{1}{2}\sqrt{200} - 7\sqrt{\frac{2}{49}} - \sqrt{72}$ ;

б)  $(3\sqrt{2} - 1)(\sqrt{8} + 2)$ ;

б)  $(2\sqrt{5} + 1)(\sqrt{20} - 2)$ ;

в)  $(\sqrt{5} + 2)^2 - (3 - \sqrt{5})^2$ ;

в)  $(\sqrt{3} - 1)^2 - (2 + \sqrt{3})^2$ ;



$$\text{г) } 1 - (3\sqrt{7} + 8)(3\sqrt{7} - 8).$$

$$\text{г) } 1 - (4\sqrt{5} - 9)(4\sqrt{5} + 9).$$

2. Порівняйте значення виразів:

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \text{ і } (\sqrt{4})^2.$$

$$\frac{1}{\sqrt{2} - 1} + \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \text{ і } (\sqrt{3})^2.$$

3. Скоротіть дроби:

$$\text{а) } \frac{2 + \sqrt{6}}{\sqrt{6} + 3};$$

$$\text{а) } \frac{5 - \sqrt{15}}{\sqrt{15} - 3};$$

$$\text{б) } \frac{a\sqrt{a} + 27}{a - 3\sqrt{a} + 9}.$$

$$\text{б) } \frac{a + 2\sqrt{a} + 4}{a\sqrt{a} - 8}.$$

4. Звільніться від знака кореня в знаменнику дроби:

$$\text{а) } \frac{a}{\sqrt{a-1}};$$

$$\text{а) } \frac{2}{\sqrt{a+2}};$$

$$\text{б) } \frac{34}{1 + \sqrt{32} - \sqrt{2}}.$$

$$\text{б) } \frac{22}{1 + \sqrt{27} - \sqrt{3}}.$$

5. Розв'яжіть рівняння:

$$x^2 = (\sqrt{5} - 2)\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}.$$

$$x^2 = (2 - \sqrt{3})\sqrt{7 + 4\sqrt{3}}.$$

## С-11. НЕПОВНІ КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } 2x^2 - 18 = 0;$$

$$\text{а) } 3x^2 - 12 = 0;$$

$$\text{б) } x^2 + 2x = 0;$$

$$\text{б) } x^2 - 3x = 0;$$

$$\text{в) } 4x^2 = 0;$$

$$\text{в) } -7x^2 = 0;$$

$$\text{г) } 4x^2 - 11 = x^2 - 11 + 9x.$$

$$\text{г) } 7x + 3 = 2x^2 + 3x + 3.$$

2. Знайдіть корінь рівняння:

$$x^2 - 2x + 1 = 0.$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0.$$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Розв'яжіть рівняння:

$$\text{а) } 9x^2 - 4 = 0;$$

$$\text{а) } 4x^2 - 25 = 0;$$

б)  $2x^2 = 3x$ ;

в)  $2 = 7x^2 + 2$ ;

г)  $(2x + 1)(x - 4) = (x - 2)(x + 2)$ .

б)  $3x^2 = -2x$ ;

в)  $9x^2 - 1 = -1$ ;

г)  $(2x - 9)(x + 1) = (x - 3)(x + 3)$ .

2. За якого значення  $a$  один з коренів даного рівняння дорівнює 1:

$3x^2 - ax = 0?$

$3x^2 - a = 0?$

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Розв'яжіть рівняння:

а)  $-0,2x^2 + 4 = 0$ ;

а)  $3 - 0,4x^2 = 0$ ;

б)  $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{9}x = 0$ ;

б)  $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x = 0$ ;

в)  $(2x - 1)^2 = 1 - 4x$ ;

в)  $(3x + 2)^2 = 4 + 12x$ ;

г)  $3 - (4x + 1)(3 - x) = x^2$ .

г)  $x^2 - (2x - 3)(1 - x) = 3$ .

2. За якого значення  $a$  корені даного рівняння будуть протилежними числами:

$x^2 + (a - 2)x + a - 6 = 0?$

$x^2 + (a + 1)x + a - 8 = 0?$

## С-12. ФОРМУЛА КОРЕНІВ КВАДРАТНОГО РІВНЯННЯ

**Варіант А1****Варіант А2**

1. Розв'яжіть рівняння:

а)  $x^2 - 5x + 6 = 0$ ;

а)  $x^2 - 7x + 10 = 0$ ;

б)  $y^2 + 8y + 16 = 0$ ;

б)  $y^2 - 10y + 25 = 0$ ;

в)  $-t^2 - 3t + 1 = 0$ ;

в)  $-t^2 + t + 3 = 0$ ;

г)  $3a^2 + a = 7$ .

г)  $2a^2 - a = 3$ .

2. За яких значень  $x$  значення многочленів рівні:

$(x + 1)^2$  і  $7x - 3x^2$  ?

$(x - 1)^2$  і  $2x - 2x^2$  ?

**Варіант Б1****Варіант Б2**

1. Розв'яжіть рівняння:

а)  $x^2 + 7x - 44 = 0$ ;

б)  $9y^2 + 6y + 1 = 0$ ;

в)  $-2t^2 + 8t + 2 = 0$ ;

г)  $a + 3a^2 = -11$ .

а)  $x^2 - 10x - 39 = 0$ ;

б)  $4y^2 - 4y + 1 = 0$ ;

в)  $-3t^2 - 12t + 6 = 0$ ;

г)  $4a^2 + 5 = a$ .

2. За яких значень  $x$  значення многочленів рівні:

$(2 - x)(2x + 1) \text{ і } (x - 2)(x + 2)?$

$(1 - 3x)(x + 1) \text{ і } (x - 1)(x + 1)?$

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Розв'яжіть рівняння:

а)  $x^2 + x - 72 = 0$ ;

б)  $2y^2 - 2y + 0,5 = 0$ ;

в)  $-15 = 3t(2 - t)$ ;

г)  $\frac{1}{3}a = a^2 + 4$ .

а)  $x^2 - 5x - 84 = 0$ ;

б)  $8y^2 + 4y + 0,5 = 0$ ;

в)  $10t = 5(t^2 - 4)$ ;

г)  $\frac{1}{7}a = a^2 + 1$ .

2. За яких значень  $x$  значення многочленів рівні:

$x^2 - \frac{3x - 1}{2} \text{ і } x - 1?$

$x^2 - \frac{2x - 1}{3} \text{ і } 2x + 4?$

**С-13. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ КВАДРАТНИХ РІВНЯНЬ.  
ТЕОРЕМА ВІСТА****Варіант А1****Варіант А2**

1. Розв'яжіть рівняння і виконайте перевірку за теоремою, оберненою до теореми Віста:

$x^2 + 3x - 18 = 0$ .

$x^2 - 2x - 24 = 0$ .

2. Розв'яжіть задачу:

Одно з двох натуральних чисел більше за друге на 5. Знайдіть ці числа, якщо їхній добуток дорівнює 24.

Одно з двох натуральних чисел менше за друге на 6. Знайдіть ці числа, якщо їхній добуток дорівнює 27.

3. Запишіть обернену теорему Вієта для даного рівняння і знайдіть підбором його корені:

$$x^2 - 12x + 20 = 0.$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0.$$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Знайдіть підбором корені рівняння:

$$x^2 - x - 20 = 0.$$

$$x^2 + 3x - 28 = 0.$$

2. Розв'яжіть задачу:

В прямокутному трикутнику один з катетів на 7 см більший за інший. Знайдіть периметр трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 13 см.

Одна з сторін прямокутника на 2 см менша за іншу, а його діагональ дорівнює 10 см. Знайдіть периметр прямокутника.

3. Один з коренів даного рівняння дорівнює 2. Знайдіть другий корінь і коефіцієнт  $a$ :

$$x^2 + ax - 12 = 0.$$

$$x^2 - 7x + a = 0.$$

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Знайдіть підбором корені рівняння:

$$x^2 + 20x + 36 = 0.$$

$$x^2 + 14x + 24 = 0.$$

2. Розв'яжіть задачу:

Сума катетів прямокутного трикутника дорівнює 23 см. Знайдіть катети трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 17 см.

В прямокутному трикутнику сума гіпотенузи і одного з катетів дорівнює 32 см, а другий катет дорівнює 24 см. Знайдіть невідомі сторони трикутника.

3. Один з коренів даного рівняння вдвічі більший за інший. Знайдіть корені рівняння і коефіцієнт  $k$ :

$$2x^2 - 3x + k = 0.$$

$$2x^2 - kx + 4 = 0.$$

## К-5. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

а)  $x^2 - 4x + 3 = 0$ ;

б)  $x^2 + 9x = 0$ ;

в)  $7x^2 - x - 8 = 0$ ;

г)  $2x^2 - 50 = 0$ .

а)  $x^2 - 6x + 5 = 0$ ;

б)  $x^2 - 5x = 0$ ;

в)  $6x^2 + x - 7 = 0$ ;

г)  $3x^2 - 48 = 0$ .

2. Розв'яжіть задачу:

Довжина прямокутника на 5 см більша за ширину, а його площа дорівнює 36 см<sup>2</sup>. Знайдіть сторони прямокутника.

Ширина прямокутника на 6 см менша від довжини, а його площа дорівнює 40 см<sup>2</sup>. Знайдіть сторони прямокутника.

3. Визначте значення  $y$ , за яких виконується рівність:

$$y^2 - \frac{9y - 2}{7} = 0.$$

$$y^2 - \frac{11y - 2}{9} = 0.$$

4. Один з коренів даного рівняння дорівнює 4. Знайдіть другий корінь і число  $a$ .

$$x^2 + x - a = 0.$$

$$x^2 - ax - 8 = 0.$$

5. Складіть квадратне рівняння, корені якого дорівнюють

$$-5 \text{ і } 8.$$

$$9 \text{ і } -4.$$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Розв'яжіть рівняння:

а)  $x^2 + 2x - 63 = 0$ ;

б)  $0,9x - 3x^2 = 0$ ;

в)  $2x^2 - 5x + 2 = 0$ ;

г)  $x^2 - 2x - 6 = 0$ .

а)  $x^2 + 18x + 65 = 0$ ;

б)  $0,6x + 2x^2 = 0$ ;

в)  $2x^2 - 3x - 2 = 0$ ;

г)  $x^2 + 2x - 4 = 0$ .

2. Розв'яжіть задачу:

Знайдіть сторони прямокутника, периметр якого дорівнює 32 см, а площа дорівнює 55 см<sup>2</sup>.

Знайдіть сторони прямокутника, площа якого дорівнює 51 см<sup>2</sup>, а периметр дорівнює 40 см.

3. Визначте значення  $y$ , за яких виконується рівність:

$$\frac{y^2 + 6y}{6} - \frac{2y + 3}{2} = 12.$$

$$\frac{y^2 + 10y}{10} - \frac{2y + 5}{2} = 20.$$

4. Розв'яжіть задачу:

Один з коренів рівняння  $2x^2 + 10x + q = 0$  на 3 більший за другий. Знайдіть вільний член  $q$ .

Один з коренів рівняння  $3x^2 - 21x + q = 0$  на 1 менший за другий. Знайдіть вільний член  $q$ .

5. Складіть квадратне рівняння, корені якого дорівнюють

$$-3 \text{ і } -\frac{1}{3}.$$

$$-2 \text{ і } -\frac{1}{2}.$$

## Варіант В1

## Варіант В2

1. Розв'яжіть рівняння:

а)  $x^2 + x = 90$ ;

б)  $-4x = 7x^2$ ;

в)  $\frac{1}{5}x^2 + x - 10 = 0$ ;

г)  $x^2 + 4x + 5 = 0$ .

а)  $x^2 - x = 110$ ;

б)  $-3x^2 = 11x$ ;

в)  $\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$ ;

г)  $x^2 - 2x + 3 = 0$ .

2. Розв'яжіть задачу:

Коли від квадратного листа фанери відрізали прямокутну смугу завширшки 2 м, площа листа склала  $24 \text{ м}^2$ . Знайдіть початкову площу листа.

Від прямокутного листа картону завдовжки 16 см відрізали квадрат, сторона якого дорівнює ширині листа. Площа прямокутника, який лишився, дорівнює  $60 \text{ см}^2$ . Знайдіть ширину листа картону.

3. Визначте значення  $x$ , за яких виконується рівність:

$$\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(x-2)^2}{4} = \frac{1-x}{2}.$$

$$\frac{(x+1)^2}{12} - \frac{(x-1)^2}{3} = \frac{2x-1}{4}.$$

4. Розв'яжіть задачу:

Різниця коренів рівняння  $2x^2 - 5x + c = 0$  дорівнює 1,5. Знайдіть  $c$ .

Різниця коренів рівняння  $2x^2 - 3x + c = 0$  дорівнює 2,5. Знайдіть  $c$ .

5. Складіть квадратне рівняння, корені якого дорівнюють

$$2 + \sqrt{3} \text{ і } 2 - \sqrt{3}.$$

$$1 - \sqrt{2} \text{ і } 1 + \sqrt{2}.$$

**С-14. ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ****Варіант А1****Варіант А2****1. Розв'яжіть рівняння:**

а)  $\frac{x^2 - 6}{x - 3} = \frac{x}{x - 3};$

а)  $\frac{x^2 + 2x}{x + 4} = \frac{8}{x + 4};$

б)  $\frac{20}{x} = 9 - x;$

б)  $\frac{10}{x} = 7 - x;$

в)  $\frac{x - 4}{x} = \frac{2x + 10}{x + 4}.$

в)  $\frac{x + 3}{x} = \frac{2x + 10}{x - 3}.$

**Варіант Б1****Варіант Б2****1. Розв'яжіть рівняння:**

а)  $\frac{x^2 - 12}{x - 3} = \frac{x}{3 - x};$

а)  $\frac{x^2 - 8x}{5 - x} = \frac{15}{x - 5};$

б)  $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2} = 4x + 1;$

б)  $\frac{2x^2 + x - 1}{x + 1} = 3x + 1;$

в)  $\frac{2x - 3}{x} - \frac{1}{x + 2} = \frac{4x - 6}{x^2 + 2x}.$

в)  $\frac{3x + 1}{x} + \frac{5}{x - 2} = \frac{6x - 2}{x^2 - 2x}.$

**Варіант В1****Варіант В2****1. Розв'яжіть рівняння:**

а)  $\frac{3x^2 + 2x - 1}{x + 1} = 5;$

а)  $\frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1} = 6;$

б)  $\frac{x}{x - 4} - \frac{2}{x + 4} = \frac{32}{x^2 - 16};$

б)  $\frac{x}{x + 3} - \frac{4}{x - 3} = \frac{18}{x^2 - 9};$

в)  $\frac{1}{2x - x^2} + \frac{x - 4}{2x + x^2} = \frac{2}{4 - x^2}.$

в)  $\frac{x - 2}{x^2 - x} + \frac{1}{x^2 + x} = \frac{2}{x^2 - 1}.$

## С-15. ЗАСТОСУВАННЯ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. За якого значення  $x$  значення функції

$$y = \frac{3x + 2}{x - 1} \text{ дорівнює } 8?$$

$$y = \frac{2x + 4}{x - 2} \text{ дорівнює } 10?$$

2. Розв'яжіть задачу:

Чисельник звичайного дробу на 2 менший за знаменник. Якщо чисельник збільшити на 1, а знаменник збільшити на 3, то отримаємо дріб, рівний даному. Знайдіть даний дріб.

Знаменник звичайного дробу на 1 більший від його чисельника. Якщо до чисельника дробу додати 2, а до знаменника додати 3, то отримаємо дріб, рівний даному. Знайдіть даний дріб.

3. За якого значення  $y$

сума дробів  $\frac{1}{y}$  і  $\frac{y}{y-1}$  дорівнює їхньому добутку?

різниця дробів  $\frac{1}{y}$  і  $\frac{y}{y+1}$  дорівнює їхньому добутку?

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій:

$$y = \frac{x - 8}{x - 20} \text{ і } y = \frac{1}{x}.$$

$$y = \frac{x - 1}{x - 2} \text{ і } y = \frac{6}{x}.$$

2. Розв'яжіть задачу:

Моторний човен пройшов 60 км за течією річки і 36 км по озеру, витративши на весь шлях 5 годин. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії дорівнює 2 км/год.

Відстань між пристанями дорівнює 112 км. Рухаючись за течією, катер пройшов цю відстань на 1 годину швидше, ніж зворотний шлях. Знайдіть власну швидкість катера, якщо швидкість течії дорівнює 1 км/год.



3. За яких значень  $y$ 

сума дробу  $\frac{y+1}{y-1}$  і дробу, оберненого до даного, дорівнює 2,5?

різниця дробу  $\frac{y+3}{y-3}$  і дробу, оберненого до даного, дорівнює 1,5?

Варіант В1Варіант В2

1. Знайдіть координати точок перетину з віссю абсцис графіка функції:

$$y = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x - 1}.$$

$$y = \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x - 2}.$$

2. Розв'яжіть задачу:

Шлях від  $A$  до  $B$ , який становить 20 км, турист мав подолати за певний час. Однак його було затримано з виходом з  $A$  на 1 годину, тому він був змушений збільшити швидкість на 1 км/год, щоб ліквідувати запізнення. З якою швидкістю мав рухатися турист?

На шляху довжиною 300 км поїзд збільшив швидкість на 10 км/год, внаслідок чого прибув до кінцевої станції на 1 годину раніше, ніж планувалося за розкладом. З якою швидкістю мав рухатися поїзд за розкладом?

3. За яких значень  $y$  значення виразів рівні:

$$\frac{3y + 1}{9y^2 + 3y + 1} - \frac{1}{3y - 1}$$

$$\text{і } \frac{3y^2 - 13y + 1}{27y^3 - 1} ?$$

$$\frac{2y - 1}{4y^2 - 2y + 1} + \frac{1}{2y + 1}$$

$$\text{і } \frac{6y^2 + y + 2}{8y^3 + 1} ?$$

**К-6. ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ**Варіант А1Варіант А2

1. Знайдіть корені рівнянь:

$$\text{а) } \frac{x^2}{x + 6} = \frac{1}{2};$$

$$\text{а) } \frac{x^2}{x + 3} = \frac{1}{4};$$

$$б) \frac{x^2 - x}{x + 3} = \frac{12}{x + 3}.$$

$$б) \frac{x^2 - 10}{x + 2} = \frac{3x}{x + 2}.$$

### 2. Розв'яжіть задачу:

Катер пройшов 80 км за течією річки і повернувся назад, витративши на весь шлях 9 годин.

Знайдіть власну швидкість катера, якщо швидкість течії дорівнює 2 км/год.

Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість катера дорівнює 18 км/год.

### 3. Функцію задано формулою

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}.$$

$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}.$$

Визначте, за якого значення  $x$  значення даної функції дорівнює нулю.

### 4. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{3}{a + 2} + 1 = \frac{4}{a^2 + 4a + 4}.$$

$$\frac{2}{a - 3} + 1 = \frac{15}{a^2 - 6a + 9}.$$

## Варіант Б1

## Варіант Б2

### 1. Знайдіть корені рівнянь:

$$а) \frac{3x + 1}{x - 2} = \frac{2x - 10}{x + 1};$$

$$а) \frac{4x - 1}{x + 2} = \frac{2x + 12}{x - 1};$$

$$б) \frac{x + 2}{x - 1} + \frac{x}{x + 1} = \frac{6}{x^2 - 1}.$$

$$б) \frac{x - 1}{x + 2} + \frac{x}{x - 2} = \frac{8}{x^2 - 4}.$$

### 2. Розв'яжіть задачу:

З міста до селища, відстань до якого становить 120 км, вирушив велосипедист. Через 6 годин слідом за ним вирушив мотоцикліст, швидкість якого на 10 км/год більша за швидкість велосипедиста. Визначте швидкість велосипедиста і мотоцикліста, якщо до селища вони прибули одночасно.

Відстань 700 км експрес проходить на 4 години швидше, ніж товарний поїзд, оскільки його швидкість більша за швидкість товарного поїзда на 20 км/год. Визначте швидкість кожного з поїздів, якщо відомо, що вони рухаються зі сталою швидкістю без зупинок.

## 3. Функцію задано формулою

$$y = \frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 9} \quad y = \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 4}$$

Визначте, за якого значення  $x$  графік цієї функції перетинається з прямою  $y = 1$ .

## 4. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{1}{a^2 - 4a + 4} - \frac{4}{a^2 - 4} = \frac{1}{a + 2} \quad \frac{4}{a^2 - 4} - \frac{1}{a^2 + 4a + 4} = \frac{1}{a - 2}$$

Варіант В1Варіант В2

## 1. Знайдіть корені рівнянь:

$$\text{а) } \frac{x^2 - 12}{x^2 - 4} + \frac{x}{x - 2} = 1;$$

$$\text{а) } \frac{x^2 - 3}{x^2 - 1} + \frac{x}{x - 1} = 1;$$

$$\text{б) } \frac{x}{x + 1} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2 + x}.$$

$$\text{б) } \frac{x}{x - 2} - \frac{1}{x} = \frac{4}{x^2 - 2x}.$$

## 2. Розв'яжіть задачу:

Два слюсарі, працюючи разом, можуть виконати завдання на 8 днів швидше, ніж один перший слюсар, і на 18 днів швидше, ніж один другий. Скільки днів знадобиться слюсарям на спільне виконання завдання?

Майстру на виконання замовлення знадобиться на 5 днів менше, ніж його учневі, але при спільній роботі вони виконають замовлення на 4 дні швидше, ніж майстер, якби він працював сам. За скільки днів майстер сам виконає замовлення?

3. За яких значень  $a$  рівняння

$$\frac{x^2 - 8x + 15}{x - a} = 0 \quad \frac{x^2 + 4x - 21}{x + a} = 0$$

буде мати один корінь?

## 4. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{1}{a - 2} + \frac{2}{a^2 + 1} = \frac{5}{a^3 - 2a^2 + a - 2} \quad \frac{1}{a - 1} - \frac{3}{a^2 + 2} = \frac{3}{a^3 - a^2 + 2a - 2}$$

## С-16. ВЛАСТИВОСТІ ЧИСЛОВИХ НЕРІВНОСТЕЙ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Порівняйте числа  $a$  і  $b$ , якщо

$$a - b = 0,04.$$

$$a - b = -0,01.$$

2. Доведіть, що за будь-яких значень  $x$  виконується нерівність:

$$(x - 3)^2 > x(x - 6).$$

$$(x + 5)^2 > x(x + 10).$$

3. Знаючи, що  $5 < c < 6$ , оцініть значення виразів:

а)  $c - 4$ ;

б)  $-2c$ .

а)  $c + 3$ ;

б)  $-4c$ .

4. Дано прямокутник зі сторонами  $x$  см і  $y$  см. Відомо, що  $1,2 < x < 1,3$  і  $4 < y < 5$ .

Оцініть периметр прямокутника.

Оцініть площу прямокутника.

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Знаючи, що  $a < b$ , порівняйте значення виразів:

$$-2a \text{ і } -2b.$$

$$-\frac{1}{2}b \text{ і } -\frac{1}{2}a.$$

2. Доведіть нерівність:

$$x^2 + 1 \geq 2(3x - 4).$$

$$x^2 + 5 \geq 10(x - 2).$$

3. Знаючи, що  $4 < x < 5$  і  $1 < y < 2$ , оцініть значення виразів:

а)  $xy$ ;

б)  $2x - y$ .

а)  $x + 3y$ ;

б)  $\frac{x}{y}$ .

4. Розв'яжіть задачу:

Дано трапецію з основами  $a$  см і  $b$  см. Відомо, що  $2,4 < a < 2,6$  і  $3,6 < b < 4$ . Оцініть середню лінію трапеції.

Дано трикутник з кутами  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\gamma$ . Відомо, що  $30^\circ < \alpha < 32^\circ$  і  $95^\circ < \beta < 96^\circ$ . Оцініть кут  $\gamma$ .

Варіант В1Варіант В2

1. Відомо, що  $a < b$ ,  $c > b$ .

Порівняйте значення виразів  $\frac{1}{a}$ ,

$\frac{1}{b}$  і  $\frac{1}{c}$ , якщо

$a, b, c$  — додатні числа.

$a, b, c$  — від'ємні числа.

2. Доведіть нерівність:

$$x^2 + 5 > 4x - 5.$$

$$x^2 - 3x > 3x - 11.$$

3. Знаючи, що  $2 < x < 4$  і  $1 < y < 2$ ,  
оцініть значення виразів:

а)  $x - 4y$ ;

а)  $y - 2x$ ;

б)  $\frac{x}{y^2}$ .

б)  $\frac{x^2}{y}$ .

4. Розв'яжіть задачу:

Доведіть, що правильний дріб  $\frac{a}{b}$  ( $a > 0$ ;  $b > 0$ ) при збільшенні чисельника і знаменника на одне й те ж додатне число збільшується.

Доведіть, що неправильний дріб  $\frac{a}{b}$  ( $a > 0$ ;  $b > 0$ ) при збільшенні чисельника і знаменника на одне й те ж додатне число зменшується.

## К-7. ЧИСЛОВІ НЕРІВНОСТІ ТА ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ

Варіант А1Варіант А2

1. Доведіть нерівності:

а)  $2(4x - 1) + x < 3(3x + 2)$ ;

а)  $3(2x - 5) - x < 5(x + 1)$ ;

б)  $(y - 1)(y + 1) > y^2 - 2$ .

б)  $(y - 2)(y + 2) > y^2 - 5$ .

2. Знаючи, що

$8 < x < 10$  і  $2 < y < 4$ ,

$4 < x < 6$  і  $1 < y < 2$ ,

оцініть значення виразів:

а)  $x + y$ ; б)  $x - y$ ; в)  $xy$ ; г)  $\frac{x}{y}$ .

## 3. Розв'яжіть задачу:

Сторона рівностороннього трикутника дорівнює  $a$  см. Відомо, що  $1,1 \leq a \leq 1,2$ . Оцініть периметр трикутника.

Периметр квадрата дорівнює  $P$  см. Відомо, що  $4,4 \leq P \leq 4,8$ . Оцініть сторону квадрата.

4. Користуючись нерівністю  $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ , оцініть значення виразів:

а)  $-4\sqrt{3}$ ;

а)  $3\sqrt{3}$ ;

б)  $2\sqrt{3} + 1$ .

б)  $5 - 2\sqrt{3}$ .

5. Яких цілих значень може набувати  $y$ , якщо

$0,125 < \frac{1}{y} < 0,25 ?$

$0,25 \leq \frac{1}{y} \leq 0,5 ?$

Варіант Б1Варіант Б2

## 1. Доведіть нерівності:

а)  $(x + 2)^2 \geq 4(x + 1)$ ;

а)  $(x - 3)^2 \geq 3(3 - 2x)$ ;

б)  $(a - 2)(a - 5) < (a - 3)(a - 4)$ .

б)  $(a + 1)(a - 4) < a(a - 3)$ .

2. Знаючи, що  $1 < x < 2$  і  $3 < y < 4$ , оцініть значення виразів:

а)  $4x + y$ ; б)  $3xy$ ;

а)  $x + 3y$ ; б)  $2xy$ ;

в)  $2y - x$ ; г)  $\frac{y}{x}$ .

в)  $3x - y$ ; г)  $\frac{x}{y}$ .

## 3. Розв'яжіть задачу:

Оцініть периметр рівнобедреного трикутника з основою  $a$  см і бічною стороною  $b$  см, якщо  $5,1 < a < 5,2$  і  $2,9 < b < 3$ .

Оцініть середнє арифметичне чисел  $a$  і  $b$ , якщо відомо, що  $2,4 < a < 2,5$  і  $3,6 < b < 3,7$ .

## 4. Користуючись нерівностями

$1,4 < \sqrt{2} < 1,5$  і  $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$ ,

оцініть значення виразів:

а)  $\sqrt{20} - \sqrt{2}$ ;

а)  $\sqrt{18} - \sqrt{5}$ ;

б)  $\sqrt{10} + \sqrt{5}$ .

б)  $\sqrt{2} + \sqrt{10}$ .

5. Дано три послідовних натуральних числа.

Порівняйте подвоєний квадрат середнього з них з сумою квадратів двох інших чисел.

Порівняйте квадрат середнього з них з добутком двох інших чисел.

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Доведіть нерівності:

а)  $4ab \leq (a + b)^2$ ;

а)  $2b(a - 2b) \leq a(a - 2b)$ ;

б)  $4x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 4$ .

б)  $\frac{1}{x^2} \geq 10 - 25x^2$ .

2. Знаючи, що  $9 < x < 12$  і  $3 < y < 4$ , оцініть значення виразів:

а)  $2x + 3y$ ; б)  $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ ;

а)  $3x + 4y$ ; б)  $\frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ ;

в)  $x^2 - y^2$ ; г)  $-\frac{x}{y^2}$ .

в)  $y^2 - x^2$ ; г)  $-\frac{y^2}{x}$ .

3. Розв'яжіть задачу:

Основи трапеції дорівнюють  $a$  см і  $b$  см, середня лінія —  $m$  см. Відомо, що  $4 \leq m \leq 5$  і  $6 \leq b \leq 7$ . Оцініть величину  $a$ .

Кут при основі рівнобедреного трикутника дорівнює  $\alpha$ , а кут, який лежить проти основи, —  $\beta$ . Відомо, що  $50^\circ < \beta < 52^\circ$ . Оцініть величину  $\alpha$ .

4. Користуючись нерівностями

$$1,4 < \sqrt{2} < 1,5 \text{ і } 1,7 < \sqrt{3} < 1,8,$$

оцініть значення виразів:

а)  $\sqrt{6} + \sqrt{12}$ ;

а)  $\sqrt{8} - \sqrt{6}$ ;

б)  $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ .

б)  $\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ .

5. Доведіть нерівність:

$$a^2 + b^2 + 2a - 4b + 5 > 0.$$

$$a^2 + b^2 - 6a + 2b + 10 > 0.$$

## С-17. ЛІНІЙНІ НЕРІВНОСТІ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Розв'яжіть нерівності:

а)  $7x - 3 > 11$ ;

а)  $4x + 7 < 11$ ;

б)  $2y - 4,8 \leq 4y + 1,2$ .

б)  $3y + 1,3 \geq 5y - 0,1$ .

2. За яких значень  $a$

двочлен  $21 - 7a$  набуває додатних значень?

двочлен  $15 - 3a$  набуває від'ємних значень?

3. Розв'яжіть нерівність і знайдіть найбільше ціле число, яке задовільняє нерівності:

$3(2x - 1) < 5,4 - x$ .

$2(5x + 1) < 6,8 + 2x$ .

4. За яких значень  $y$  має зміст вираз:

$$\sqrt{\frac{1 + 2y}{5}} ?$$

$$\sqrt{\frac{5y - 2}{4}} ?$$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Розв'яжіть нерівності:

а)  $2(x + 3) < 3 - x$ ;

а)  $3(x - 2) > x - 12$ ;

б)  $1,4x - 3 \geq 2(0,5x - 2,6)$ .

б)  $1,8x + 6 \leq 3(0,7x - 0,1)$ .

2. За яких значень  $a$  дріб

$\frac{11 - 4a}{3}$  є правильним?

$\frac{13 - 2a}{5}$  є неправильним?

3. Вкажіть найменший цілий розв'язок нерівності:

$$\frac{x - 1}{5} - 2x < 2.$$

$$\frac{x + 1}{3} - 4x < -7.$$

4. Вкажіть допустимі значення змінної у виразі:

$$\sqrt{\frac{-2x - 3}{4}}.$$

$$\sqrt{\frac{-3x - 4}{5}}.$$



**Варіант В1****Варіант В2**

1. Розв'яжіть нерівності:

а)  $4(1 - x) - 3(x + 2) < 5;$

а)  $3(x + 1) - 2(2 - x) > -11;$

б)  $(x - 4)^2 \geq (x + 4)(x - 4).$

б)  $(x + 3)(x - 3) \leq (x + 3)^2.$

2. За яких значень  $a$

дріб  $\frac{3a - 5}{a - 1}$  є правильним?

дріб  $\frac{4a + 1}{a - 2}$  є неправильним?

3. Вкажіть найбільший цілий розв'язок нерівності:

$$\frac{x - 2}{5} - \frac{3x + 2}{6} \leq \frac{2}{3} - x.$$

$$\frac{x}{4} + \frac{2x - 1}{9} \leq \frac{x - 9}{6} + 2.$$

4. Вкажіть допустимі значення змінної у виразі:

$$\frac{x - 1}{\sqrt{-x - 1}}.$$

$$\frac{x + 1}{\sqrt{-x + 1}}.$$

**С-18. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ****Варіант А1****Варіант А2**

1. Розв'яжіть системи нерівностей:

а) 
$$\begin{cases} 3x + 9 > 0, \\ x - 5 < 1; \end{cases}$$

а) 
$$\begin{cases} 2x - 10 < 0, \\ x + 4 > 5; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 2 - y \geq 3, \\ 3y - 1 \leq 2. \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} 5y - 4 \geq 6, \\ 4 - y \leq 3. \end{cases}$$

2. Розв'яжіть подвійну нерівність:

$$-2 < a + 1 < 7.$$

$$-1 < a - 3 < 5.$$

3. За яких  $x$  значення дробу

$$\frac{x - 1}{2}$$

$$\frac{x + 2}{3}$$

належать проміжку  $[-1; 1]$ ?

**Варіант Б 1****Варіант Б 2**

1. Розв'яжіть системи нерівностей:

$$\text{а) } \begin{cases} 3x - 1 < x + 5, \\ 7x + 4 > 3x; \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} 2x + 3 > x - 1, \\ 9x - 5 < 4x; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2 \leq 4(y - 1), \\ 1 - 5y \leq y - 5. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2 - 4y \geq 2y - 10, \\ 3 \geq 2(y + 3). \end{cases}$$

2. Розв'яжіть подвійну нерівність:

$$-1 < \frac{2a + 1}{3} < 5.$$

$$-7 < \frac{3a - 2}{2} < 2.$$

3. За яких  $x$  значення дробу

$$\frac{8 - x}{4}$$

$$\frac{2 - x}{5}$$

належать проміжку  $[-1; 4)$ ?

**Варіант В 1****Варіант В 2**

1. Розв'яжіть системи нерівностей:

$$\text{а) } \begin{cases} 3(x - 2)(x + 2) \leq x(3x - 1), \\ 5x - 6 > 4 - 5x; \end{cases}$$

$$\text{а) } \begin{cases} (x - 4)(5x - 1) - 5x^2 \geq x + 40, \\ 2x - 4 < 6 + 3x; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} y \leq 4y + 6, \\ \frac{y}{2} - 1 < 0, \\ 7 - y < 8. \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2y \leq 9y + 21, \\ \frac{y}{2} - 2 < 0, \\ 2 - y < 4. \end{cases}$$

2. Розв'яжіть подвійну нерівність:

$$-1 < \frac{1 - 3a}{2} \leq 2.$$

$$-3 \leq \frac{5 - 2a}{3} < 1.$$

3. Розв'яжіть нерівність:

$$|2x - 1| < 3.$$

$$|4x + 2| < 6.$$

## К-8. ЛІНІЙНІ НЕРІВНОСТІ ТА СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ З ОДНІЄЮ ЗМІННОЮ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Розв'яжіть нерівності:

а)  $1 + 4x < 17$ ;

б)  $2x - 1 \geq 4x + 1$ ;

в)  $4(x + 1) - 5x \leq 3$ .

а)  $6x - 7 > 5$ ;

б)  $x + 3 \leq 3x - 5$ ;

в)  $5(x - 1) + 6 \geq 6x$ .

2. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{cases} 3 - x \leq 5, \\ 4x - 2 < 8. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 9 < 6, \\ 7 - x \geq 1. \end{cases}$$

3. Розв'яжіть подвійну нерівність:

$-10 < 8x - 2 < 14$ .

$-2 < 5x + 3 < 13$ .

4. За яких значень  $a$  корінь рівняння

$$x + 3 = a$$

додатним числом?

від'ємним числом?

5. За яких значень  $y$  має зміст вираз

$$\sqrt{2y - 4} + \sqrt{5 - \frac{y}{2}} ?$$

$$\sqrt{9 - 3y} + \sqrt{\frac{y}{4} + 1} ?$$

6. Розв'яжіть задачу:

Довжина прямокутника 4 см.  
Якою має бути його ширина,  
щоб периметр прямокутника  
був менше 20 см?

Ширина прямокутника 3 см.  
Якою має бути його довжи-  
на, щоб периметр прямокут-  
ника був більше 30 см?

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Розв'яжіть нерівності:

а)  $x - 9 < 8x + 5$ ;

б)  $4(x - 11) - 5(2x - 7) > 0$ ;

в)  $\frac{x}{3} + 9 \leq x$ .

а)  $2x + 5 > 7x - 10$ ;

б)  $2(3x + 7) - 8(x + 3) \leq 0$ ;

в)  $\frac{x}{7} - 6 \geq x$ .

2. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{cases} 2(x + 3) - 3(x - 2) > 0, \\ 2x + 3(2x - 3) \leq 7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(x - 4) - 4(x + 3) \leq 0 \\ 3x + 2(3x - 2) > 5. \end{cases}$$

## 3. Розв'яжіть подвійну нерівність:

$$-4 < \frac{x-3}{2} \leq 3.$$

$$-2 < \frac{x+1}{3} \leq 7.$$

4. За яких значень  $a$ 

рівняння  $x^2 = 2a - 3$  має два корені?

рівняння  $x^2 = 3a + 2$  не має коренів?

5. За яких значень  $y$  має зміст вираз

$$\sqrt{12-3y} + \frac{1}{\sqrt{y+2}}?$$

$$\sqrt{4+y} + \frac{1}{\sqrt{15-5y}}?$$

## 6. Розв'яжіть задачу:

Крамниця має замовити по-стачальникам стільки кілограмів цукру, скільки і борошна. Цукор розфасовано в 50-кілограмові мішки, а борошно — в 60-кілограмові. По скільки кілограмів цукру і борошна може замовити крамниця, якщо у сховищі вміщується не більше 22 мішків?

Спортсмени вирушають в похід на байдарках річкою, швидкість течії якої становить 3 км/год. Власна швидкість байдарок 15 км/год. На яку відстань від місця старту можуть від'їхати спортсмени, якщо вони мають повернутися до місця старту не пізніше, ніж через 5 годин?

Варіант В1Варіант В2

## 1. Розв'яжіть нерівності:

а)  $-(4x+1) \leq 3(x+9)$ ;

а)  $-(3x+10) \geq 2+x$ ;

б)  $x^2 - (x+3)(x-3) < 3x$ ;

б)  $x^2 - (x-4)(x+4) > 2x$ ;

в)  $\frac{x+3}{4} - \frac{x}{2} \geq 3$ .

в)  $\frac{x-2}{6} - \frac{x}{3} \leq 2$ .

## 2. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{cases} (x+3)(x-4) \leq x^2, \\ \frac{x+1}{3} - \frac{x}{4} > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+2)(x-3) \leq x^2, \\ \frac{4x+1}{7} - \frac{x}{2} > 0. \end{cases}$$

## 3. Розв'яжіть подвійну нерівність:

$$-1 < \frac{3-x}{4} \leq 2.$$

$$-2 \leq \frac{4-x}{3} < 1.$$

4. За яких значень  $a$  справджується рівність

$$|9-2a| = 2a-9?$$

$$|4-3a| = 4-3a?$$

5. За яких значень  $x$  має зміст вираз

$$\frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{x}}} + \frac{1}{x} ?$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{\sqrt{x}-1}} ?$$

6. Розв'яжіть задачу:

Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 9 см. Якою може бути його основа, якщо периметр трикутника більший за 24 см?

Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 8 см. Якою може бути його бічна сторона, якщо периметр трикутника менший за 22 см?

## С-19. СТЕПІНЬ 3 ВІД'ЄМНИМ ПОКАЗНИКОМ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Подайте у вигляді степеня з від'ємним показником:

а)  $\frac{1}{x^5}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ .

а)  $\frac{1}{a^7}$ ; б)  $\frac{1}{6}$ .

2. Знайдіть значення виразів:

а)  $2^{-7} \cdot 2^6$ ; б)  $5:5^{-2}$ ;

а)  $3 \cdot 3^{-4}$ ; б)  $9^{-3} \cdot 9^{-4}$ ;

в)  $\left( \left( \frac{1}{4} \right)^{-1} \right)^2$ .

в)  $\left( \left( \frac{1}{2} \right)^{-2} \right)^{-2}$ .

3. Спростіть вирази:

а)  $2x^{-3}y^2 \cdot (3x^{-2}y^{-4})$ ;

а)  $4x^3y^{-4} \cdot (2x^{-1}y^{-2})$ ;

б)  $\left( \frac{1}{2}xy^{-3} \right)^{-2}$ ;

б)  $\left( \frac{1}{3}x^{-2}y \right)^{-3}$ ;

в)  $\frac{25x^{-3}}{y^{-2}} \cdot \frac{y^2}{5x^{-5}}$ .

в)  $\frac{4x^{-1}}{y^2} \cdot \frac{y^{-2}}{2x^{-3}}$ .

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Подайте у вигляді добутку:

а)  $\frac{2x}{y}$ ; б)  $\frac{x^2}{5y^4}$ .

а)  $\frac{3y^2}{x^2}$ ; б)  $\frac{x}{2y}$ .

## 2. Знайдіть значення виразів:

а)  $25 \cdot 5^{-3}$ ;

а)  $\frac{1}{8} \cdot 2^{-2}$ ;

б)  $\left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^4$ ;

б)  $\frac{1}{3} : \left(\frac{1}{3}\right)^4$ ;

в)  $(-0,1^{-1})^2$ .

в)  $(-0,1^2)^{-1}$ .

## 3. Спростіть вирази:

а)  $4x^{-3}y^2 \cdot (2xy^{-3})^{-2}$ ;

а)  $27x^3y^{-2} \cdot (3xy^{-1})^{-3}$ ;

б)  $\left(\frac{3x}{y^{-2}}\right)^{-3} \cdot 81xy$ ;

б)  $8xy \cdot \left(\frac{2x^{-3}}{y}\right)^{-2}$ ;

в)  $(x^{-2} - y^{-2}) \cdot (x + y)^{-1}$ .

в)  $\left(\frac{1}{x^{-2}} - \frac{1}{y^{-2}}\right) \cdot (x - y)^{-1}$ .

Варіант В1Варіант В2

## 1. Подайте у вигляді дробу:

а)  $xy^{-2} + x^{-2}y$ ;

а)  $x^{-1}y - xy^{-1}$ ;

б)  $(1 - x^{-3}) \cdot (1 - x)^{-1}$ .

б)  $(x^{-3} - 1) \cdot (x - 1)^{-2}$ .

## 2. Знайдіть значення виразів:

а)  $\frac{4^{-3} \cdot 4^{-5}}{4^{-10}}$ ;

а)  $\frac{3^{-2} \cdot 3^{-4}}{3^{-9}}$ ;

б)  $\left(-2\frac{1}{4}\right)^{-5} \cdot \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^{-2}$ ;

б)  $\left(-1\frac{7}{9}\right)^{-7} \cdot \left(\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}\right)^2$ ;

в)  $125^{-3} : (0,2^{-4})^{-2}$ .

в)  $32^{-2} : (0,5^{-3})^{-3}$ .

3. Спростіть вирази, якщо  $n$  — натуральне число:

а)  $\left(\frac{2x^3}{y^4}\right)^{-2} \cdot (x^{-2}y)^{-4}$ ;

а)  $\left(\frac{x^3}{3y^2}\right)^{-4} \cdot (xy^{-2})^{-3}$ ;

б)  $\frac{2^{-n} + 1}{2^n + 1}$ ;

б)  $\frac{3^n - 1}{1 - 3^{-n}}$ ;

в)  $\frac{3^{n-1} \cdot 7^{n+1}}{21^n}$ .

в)  $\frac{15^n}{3^{n+1} \cdot 5^{n-1}}$ .

## К-9. СТЕПІНЬ З ЦІЛИМ ПОКАЗНИКОМ

### Варіант А1

### Варіант А2

#### 1. Обчисліть:

а)  $3 \cdot 3^{-4}$ ; б)  $5^{-6} \cdot 5^{-4}$ ; в)  $(2^{-3})^2$ .      а)  $2^{-2} \cdot 2^{-3}$ ; б)  $4^{-2} \cdot 4$ ; в)  $(7^{-2})^{-1}$ .

#### 2. Спростіть вирази:

а)  $(a^{-5})^2 \cdot a^{12}$ ; б)  $0,5ab^{-3} \cdot 4a^{-2}b^4$ .      а)  $(a^{-4})^{-3} \cdot a^{-10}$ ; б)  $6a^2b^{-4} \cdot \frac{1}{3}a^{-3}b^5$ .

#### 3. Подайте число в стандартному вигляді:

а) 210000000; б) 0,00016.      а) 480000; б) 0,000025.

#### 4. Перетворіть на дріб вирази:

а)  $(3a^{-2}b^3)^{-1} \cdot 9a^{-2}b$ ;      а)  $(4ab^{-3})^{-1} \cdot 16a^{-2}b^{-3}$ ;  
 б)  $ab^{-1} - ba^{-1}$ .      б)  $ab^{-2} - ba^{-2}$ .

#### 5. Швидкість світла дорівнює $3 \cdot 10^5$ км/с.

Який шлях подолає світло за  $1,4 \cdot 10^7$  с?

За який час світло подолає відстань  $1,5 \cdot 10^7$  км?

### Варіант Б1

### Варіант Б2

#### 1. Обчисліть:

а)  $2^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ ; б)  $25^{-4} \cdot 5^{-7}$ ;      а)  $3^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ ; б)  $4^{-9} \cdot 16^{-4}$ ;

в)  $(-3)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ .      в)  $(-2)^{-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ .

#### 2. Спростіть вирази:

а)  $\frac{(a^{-3})^{-2} \cdot a^{-8}}{a^{-3}}$ ;

а)  $\frac{a^{-3} \cdot (a^{-2})^4}{a^{-9}}$ ;

б)  $\left(\frac{a^2}{b^3}\right)^{-3} \cdot a^5b^{-8}$ .

б)  $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^{-2} \cdot a^7b^{-3}$ .

#### 3. Подайте число в стандартному вигляді:

а) 5201,4; б) 0,00214.

а) 3025,1; б) 0,0149.

## 4. Перетворіть на дріб вирази:

а)  $\left(-\frac{2}{3}a^{-2}b^3\right)^{-2} \cdot \frac{8b^4}{a^2}$ ;

а)  $\left(-\frac{5}{3}a^3b^{-2}\right)^{-3} \cdot \frac{125a^4}{b}$ ;

б)  $(b^{-2} - a^{-2}) \cdot \left(\frac{a+b}{ab}\right)^{-1}$ .

б)  $(a^{-2} - b^{-2}) \cdot \left(\frac{b-a}{ab}\right)^{-1}$ .

5. Густина повітря при температурі  
0° С дорівнює  $1,29 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>.Яку масу мають 1200 см<sup>3</sup> повітря?

Який об'єм займають 322,5 г повітря?

Варіант В1Варіант В2

## 1. Обчисліть:

а)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot (-3)^0$ ;

б)  $\frac{2^{-3} \cdot 4^2}{8^{-2}}$ ;

а)  $(-2)^0 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ ;

б)  $\frac{3^{-3} \cdot 9^{-3}}{27^{-2}}$ ;

в)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{-2} \cdot (1,5)^{-3}$ .

в)  $(2,5)^{-3} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{-2}$ .

## 2. Спростіть вирази:

а)  $\frac{(a^3)^{-2} \cdot (a^{-7})^{-1}}{a^{-3}}$ ;

а)  $\frac{(a^{-2})^{-4} \cdot (a^3)^{-2}}{a^{-2}}$ ;

б)  $\left(-\frac{2a}{3b^{-3}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{a^{-2}}{4b^5}\right)^{-1}$ .

б)  $\left(\frac{3a^{-1}}{5b^2}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{a}{25b^5}\right)^{-1}$ .

## 3. Подайте число в стандартному вигляді:

а)  $204 \cdot 10^{-5}$ ;

б)  $0,00312 \cdot 10^6$ .

а)  $4201 \cdot 10^{-8}$ ;

б)  $0,0175 \cdot 10^7$ .

4. Перетворіть на дріб вирази, якщо  
 $n$  — натуральне число:

а)  $\frac{4^{n+2} - 4^n}{15^{n+1}} \cdot \frac{5^n}{12^{-n}}$ ;

б)  $\left(\frac{a^{-1} - 1}{a^{-1} + 1}\right)^{-1}$ .

а)  $\frac{7^{n+1} + 7^n}{8^{n+1}} \cdot \frac{2^n}{28^{-n}}$ ;

б)  $\left(\frac{1+a^{-2}}{1-a^{-2}}\right)^{-1}$ .

## 5. Розв'яжіть задачу:

Знайдіть гіпотенузу прямокутного трикутника з катетами  $8 \cdot 10^4$  м і  $1,5 \cdot 10^5$  м. Результат подайте в стандартному вигляді.В прямокутному трикутнику з гіпотенузою  $2,5 \cdot 10^6$  м і катетом  $7 \cdot 10^7$  м знайдіть довжину другого катета. Результат подайте в стандартному вигляді.



## К-10. РІЧНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

Варіант А1Варіант А2

1. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - 1} = 0.$$

$$\frac{2x^2 - 5x - 3}{x^2 - 9} = 0.$$

2. Розв'яжіть нерівність:

$$2(5x + 3) - 1 > 7x - 2.$$

$$4(2x + 3) - 3 \leq 6x - 7.$$

3. Спростіть вираз:

$$(4 - \sqrt{2})^2 + 4\sqrt{8}.$$

$$(\sqrt{3} + 2)^2 - 2\sqrt{12}.$$

4. Подайте степінь у вигляді добутку:

$$(0,2a^{-3}b^2)^{-3}.$$

$$(0,5x^4y^{-3})^{-2}.$$

5. Розв'яжіть задачу:

Дві друкарки мали надрукувати по 60 сторінок кожна. Друга друкарка за 1 годину друкувала на 2 сторінки менше, ніж перша, тому закінчила роботу на 1 годину пізніше. Скільки сторінок за годину друкувала перша друкарка?

Робітник і учень мали виготовити по 40 деталей. Робітник виготовляв за 1 годину на 3 деталі більше, ніж учень, тому впорався із замовленням на 3 години раніше. Скільки деталей за годину виготовляв учень?

Варіант Б1Варіант Б2

1. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{2x^2 + 5x - 3}{2x^2 - x} = 0.$$

$$\frac{2x^2 - 7x - 4}{2x^2 + x} = 0.$$

2. Розв'яжіть систему нерівностей:

$$\begin{cases} 2x + 3 > 5(2 - x), \\ 3x - 4 \leq 2x + 5. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 18 \leq 3(x + 2), \\ 4x - 8 > 3x - 12. \end{cases}$$

3. Спростіть вираз:

$$(8 - 2\sqrt{15})(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2.$$

$$(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2(8 + 2\sqrt{12}).$$

## 4. Спростіть вираз:

$$\left(\frac{3x}{2y^{-2}}\right)^{-2} \cdot 18x^2y^3 \quad 27a^5b^3 \cdot \left(\frac{3b}{a^{-2}}\right)^{-2}$$

## 5. Розв'яжіть задачу:

Басейн наповнюється двома трубами за 3 години. Перша труба, діючи одна, може наповнити басейн на 8 годин повільніше, ніж друга. За скільки годин наповнює басейн одна друга труба?

Дві бригади, працюючи разом, можуть виконати замовлення за 2 години. Першій бригаді, якщо вона працюватиме одна, знадобиться на виконання замовлення на 3 години більше, ніж другій. За скільки годин впорається із замовленням одна друга бригада?

Варіант В1Варіант В2

## 1. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{x}{x-1} - \frac{5}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$\frac{2}{x+3} - \frac{x}{x-3} = \frac{4x}{x^2-9}$$

2. За яких значень  $x$  визначений вираз

$$\sqrt{4x-3} + \frac{5+x}{\sqrt{5-2(x+1)}} ?$$

$$\frac{x}{\sqrt{5-2x}} + \sqrt{4(x-2)+3} ?$$

## 3. Спростіть вираз:

$$\sqrt{0,0081a^2b^4}, \text{ де } a \leq 0.$$

$$\sqrt{0,0144x^8y^6}, \text{ де } y \leq 0.$$

## 4. Подайте у вигляді степеня

з основою 2:  
 $0,125 \cdot 4^{n+2}$ .

з основою 5:  
 $0,008 \cdot 25^{n-2}$ .

## 5. Розв'яжіть задачу:

Дві друкарки передрукували частину рукопису за 2 години, а потім перша з них за 1 годину самостійно закінчила роботу. За скільки годин перша друкарка самостійно передрукувала б рукопис, якщо, працюючи одна, вона витратила б на 4 години менше, ніж друга?

Після того, як перша труба за 1 годину заповнила частину басейну, увімкнули другу трубу, і вони разом заповнили басейн через три години. Якщо кожна труба працювала б окремо, то першій трубі знадобилося б на 2 години більше, ніж другій. За скільки годин самостійної роботи заповнить басейн перша труба?

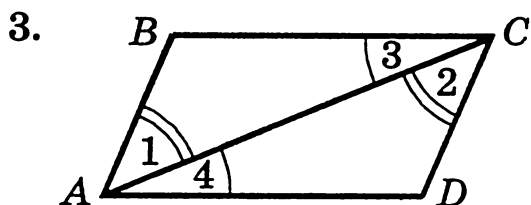
# ГЕОМЕТРІЯ (за Погорєловим)

## С-1. ВЛАСТИВОСТІ І ОЗНАКИ ПАРАЛЕЛОГРАМА

### Варіант А1

1. Один з кутів паралелограма дорівнює  $55^\circ$ . Знайдіть інші кути.

2. Периметр паралелограма дорівнює 64 см, а одна з його сторін більша за іншу сторону на 4 см. Знайдіть сторони паралелограма.



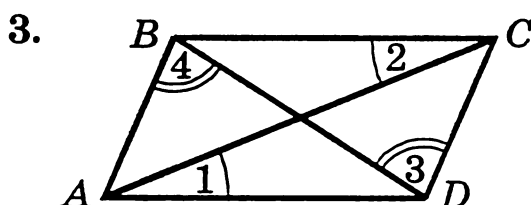
Дано:  $\angle 1 = \angle 2$ ;  
 $\angle 3 = \angle 4$ .

Довести:  $ABCD$  — паралелограм.

### Варіант А2

1. Один з кутів паралелограма дорівнює  $138^\circ$ . Знайдіть інші кути.

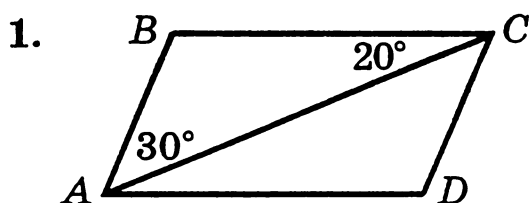
2. Периметр паралелограма дорівнює 36 см, а одна з його сторін більша за іншу сторону в 2 рази. Знайдіть сторони паралелограма.



Дано:  $\angle 1 = \angle 2$ ;  
 $\angle 3 = \angle 4$ .

Довести:  $ABCD$  — паралелограм.

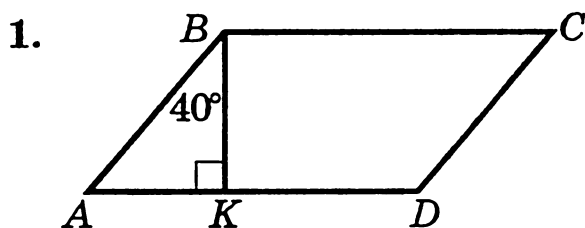
### Варіант Б1



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $\angle BCA = 20^\circ$ ;  
 $\angle BAC = 30^\circ$ .

Знайти: кути паралелограма  $ABCD$ .

### Варіант Б2



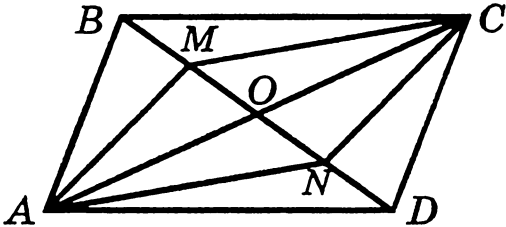
Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $\angle ABK = 40^\circ$ ;  
 $BK$  — висота.

Знайти: кути паралелограма  $ABCD$ .

2.

Сума двох сторін паралелограма дорівнює 24 см, а периметр — 56 см. Знайдіть сторони паралелограма.

3.



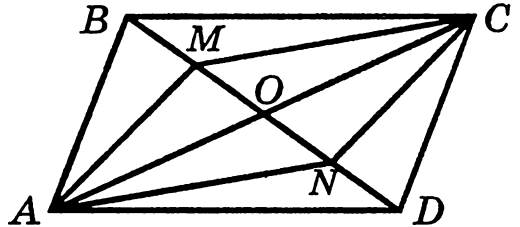
Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $M$  — середина  $BO$ ;  
 $N$  — середина  $DO$ .

Довести:  $AMCN$  — паралелограм.

2.

Півпериметр паралелограма дорівнює 26 см, а сума двох сторін — 22 см. Знайдіть сторони паралелограма.

3.



Дано:  $AMCN$  — паралелограм;  
 $OM = MB$ ;  
 $ON = ND$ .

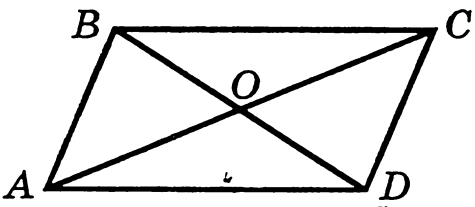
Довести:  $ABCD$  — паралелограм.

### Варіант В1

1.

В паралелограмі  $ABCD$   $AM$  — бісектриса  $\angle BAD$ . Знайдіть кути паралелограма  $ABCD$ , якщо  $\angle BAM = 25^\circ$ .

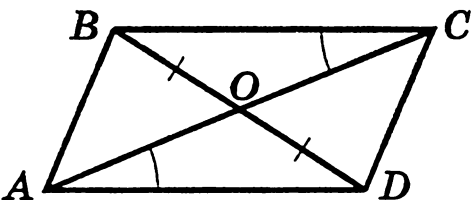
2.



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $BC = 12$  см;  
 $P_{COD} = 24$  см;  
 $P_{AOD} = 28$  см.

Знайти:  $P_{ABCD}$ .

3.



Дано:  $\angle OAD = \angle OCB$ ;  
 $BO = OD$ .

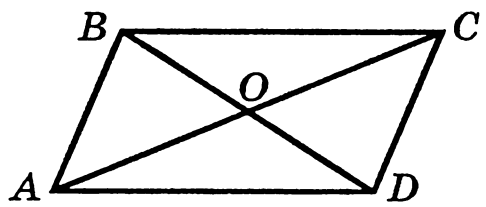
Довести:  $ABCD$  — паралелограм.

### Варіант В2

1.

В паралелограмі  $ABCD$   $BK$  — бісектриса  $\angle ABC$ . Знайдіть кути паралелограма  $ABCD$ , якщо  $\angle BKA = 50^\circ$ .

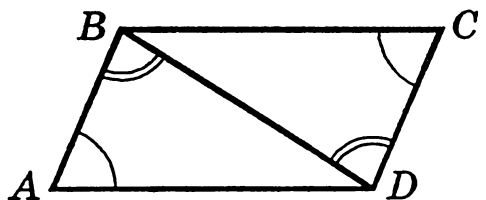
2.



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $P_{AOB} = 17$  см;  
 $BC = 9$  см;  
 $CD = 6$  см;

Знайти:  $P_{AOD}$ .

3.



Дано:  $\angle ABD = \angle CDB$ ;  
 $\angle A = \angle C$ .

Довести:  $ABCD$  — паралелограм.

**С-2. ПРЯМОКУТНИК. РОМБ. КВАДРАТ****Варіант А1**

1.  
Діагональ ромба утворює з однією з його сторін кут  $20^\circ$ . Знайдіть кути ромба.

2.  
Діагоналі прямокутника перетинаються під кутом  $20^\circ$ . Знайдіть кути, які утворює діагональ зі сторонами прямокутника.

3.  
Доведіть, що якщо діагоналі ромба рівні, то він є квадратом.

**Варіант А2**

1.  
Сторона ромба утворює з однією з діагоналей кут  $50^\circ$ . Знайдіть кути ромба.

2.  
Діагональ прямокутника утворює з однією з його сторін кут  $40^\circ$ . Знайдіть гострий кут, який утворюється при перетині діагоналей даного прямокутника.

3.  
Доведіть, що якщо діагоналі прямокутника перпендикулярні, то він є квадратом.

**Варіант Б1**

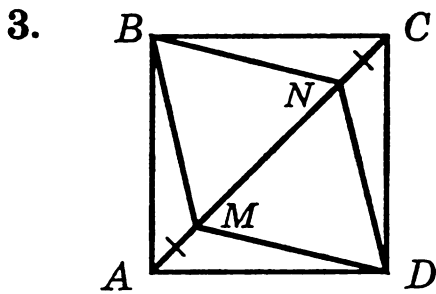
1.  
Сторона ромба утворює з його діагоналями кути, один з яких в 4 рази більший за інший. Знайдіть кути ромба.

2.  
Діагональ ділить кут прямокутника у відношенні 2:7. Знайдіть кути між діагоналями даного прямокутника.

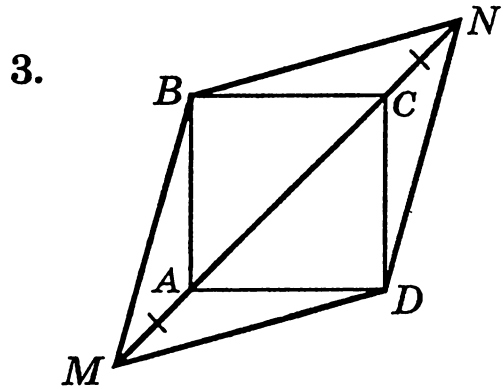
**Варіант Б2**

1.  
Діагоналі ромба утворюють з його стороною кути, один з яких на  $50^\circ$  менший від іншого. Знайдіть кути ромба.

2.  
Кути, які утворюються при перетині діагоналей прямокутника, відносяться як 2:7. Знайдіть кути, які утворює діагональ зі сторонами даного прямокутника.



На діагоналі  $AC$  квадрата  $ABCD$  відкладено рівні відрізки  $AM$  і  $CN$ . Доведіть, що  $BNDM$  — ромб.



На продовженні діагоналі  $AC$  квадрата  $ABCD$  відкладено рівні відрізки  $AM$  і  $CN$ . Доведіть, що  $BNDM$  — ромб.

### Варіант В1

1.  
Висота ромба, проведена з вершини тупого кута, ділить сторону ромба навпіл. Знайдіть кути ромба.

2.  
В прямокутнику  $ABCD$  бісектриса кута  $A$  утворює з діагоналлю  $BD$  кути, один з яких дорівнює  $105^\circ$ . Знайдіть кут між діагоналями прямокутника.

3.  
Доведіть, що середини сторін квадрата являються вершинами іншого квадрата.

### Варіант В2

1.  
В ромбі  $ABCD$  бісектриса кута  $ABD$  проходить через середину сторони  $AD$ . Знайдіть кути ромба.

2.  
В прямокутнику  $ABCD$  бісектриса кута  $A$  утворює з діагоналлю  $AC$  кут  $20^\circ$ . Знайдіть кут між діагоналями прямокутника.

3.  
На сторонах квадрата  $ABCD$  от вершин  $B$  і  $D$  відкладено рівні відрізки  $BK$ ,  $BM$ ,  $DN$  і  $DP$ . Доведіть, що точки  $K$ ,  $M$ ,  $N$  і  $P$  являються вершинами прямокутника.

**К-1. ПАРАЛЕЛОГРАМ****Варіант А1**

1. Один з кутів паралелограма на  $50^\circ$  менший від іншого. Знайдіть усі кути паралелограма.
2. Бісектриса кута прямокутника ділить його сторону на дві частини, кожна з яких дорівнює 5 см. Знайдіть периметр прямокутника.
3. Периметр ромба дорівнює 40 см, а один з його кутів дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть довжину діагоналі, протилежної до цього кута.

**Варіант Б1**

1. Градусні міри двох кутів паралелограма відносяться як 4:5. Знайдіть усі кути паралелограма.
2. В паралелограмі  $ABCD$  бісектриса кута  $A$  ділить сторону  $BC$  на відрізки  $BK$  і  $KC$ . Знайдіть периметр паралелограма, якщо відомо, що  $AB = 4$  см і  $BK$  в 2 рази менший від  $KC$ .
3. Доведіть, що паралелограм, в якому кути рівні, а діагоналі перпендикулярні, є квадратом.

**Варіант А2**

1. Один з кутів паралелограма в 3 рази більший за інший. Знайдіть усі кути паралелограма.
2. Бісектриса кута прямокутника ділить його більшу сторону навпіл. Менша сторона прямокутника дорівнює 5 см. Знайдіть периметр прямокутника.
3. Один з кутів ромба дорівнює  $120^\circ$ , а діагональ, яка виходить з вершини цього кута, дорівнює 10 см. Знайдіть периметр ромба.

**Варіант Б2**

1. Різниця двох кутів паралелограма дорівнює  $40^\circ$ . Знайдіть усі кути паралелограма.
2. В паралелограмі  $ABCD$  бісектриса кута  $A$  ділить сторону  $BC$  на відрізки  $BK$  і  $KC$ . Знайдіть периметр паралелограма, якщо відомо, що  $KC = 3$  см і  $AD = 10$  см.
3. Доведіть, що паралелограм, в якому сторони рівні і діагоналі рівні, є квадратом.

Варіант В1

1.

Кут між висотами паралелограма, проведеними з однієї вершини, дорівнює  $125^\circ$ . Знайдіть кути паралелограма.

2.

Через середину основи рівнобедреного трикутника проведено прямі, паралельні до його бічних сторін.

а) Визначте вид чотирикутника, який утворився.

б) Знайдіть периметр цього чотирикутника, якщо бічна сторона трикутника дорівнює 8 см.

3.

Бісектриси двох кутів прямокутника ділять його сторону на три частини, кожна з яких дорівнює 3 см. Знайдіть периметр прямокутника. Скільки розв'язків має задача?

Варіант В2

1.

З вершини одного з кутів паралелограма проведено бісектрису цього кута і висоту. Кут між ними дорівнює  $30^\circ$ . Знайдіть кути паралелограма.

2.

Через середину гіпотенузи прямокутного трикутника проведено прямі, паралельні до його катетів.

а) Визначте вид чотирикутника, який утворився.

б) Знайдіть периметр цього чотирикутника, якщо катети трикутника дорівнюють 6 см і 8 см.

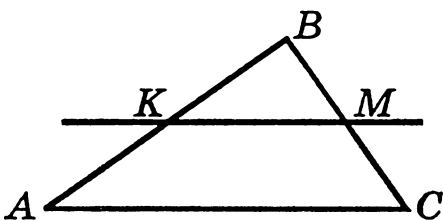
3.

Бісектриси двох кутів прямокутника ділять його сторону на частини, які дорівнюють 4 см, 2 см і 4 см. Знайдіть периметр прямокутника. Скільки розв'язків має задача?

### С-3. ТЕОРЕМА ФАЛЕСА. СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРИКУТНИКА

Варіант А1

1.

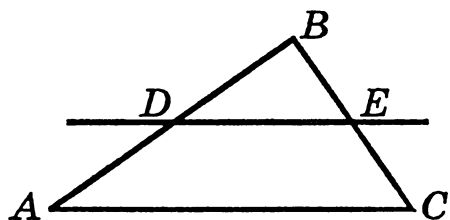


Дано:  $AB = 10$  см;  $AK = 5$  см;  
 $AC \parallel KM$ .

Довести:  $BM = MC$ .

Варіант А2

1.

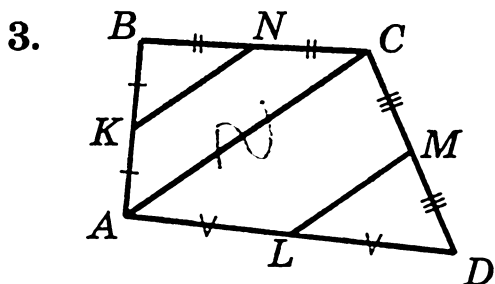


Дано:  $EC = 4$  см;  $BC = 8$  см;  
 $DE \parallel AC$ .

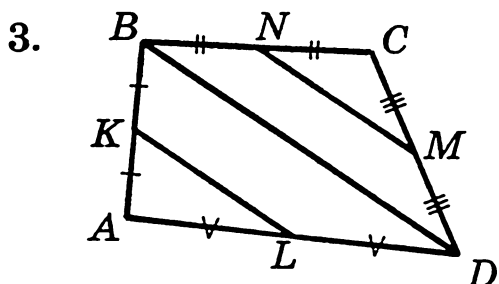
Довести:  $AD = DB$ .



2. В трикутнику  $ABC$  точки  $M$  і  $N$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  відповідно. Периметр трикутника  $ABC$  дорівнює 22 см. Знайдіть периметр трикутника  $MBN$ .
2. В трикутнику  $ABC$  точки  $M$  і  $N$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  відповідно. Периметр трикутника  $MBN$  дорівнює 22 см. Знайдіть периметр трикутника  $ABC$ .

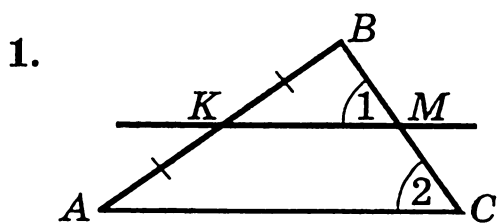


Точки  $K, L, M, N$  — середини сторін чотирикутника  $ABCD$ . Доведіть, що  $KN \parallel LM$ .



Точки  $K, L, M, N$  — середини сторін чотирикутника  $ABCD$ . Доведіть, що  $KL \parallel NM$ .

### Варіант Б1

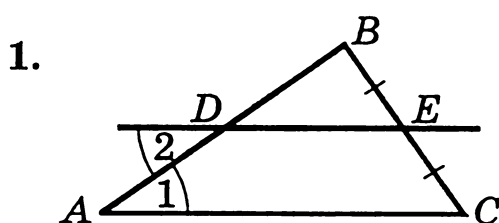


Дано:  $AK = KB$ ;  $\angle 1 = \angle 2$ .

Довести:  $BM = MC$ .

2. Точки  $P, R$  і  $S$  — середини сторін трикутника  $ABC$ . Периметр трикутника  $PRS$  дорівнює 12 см. Знайдіть периметр трикутника  $ABC$ .

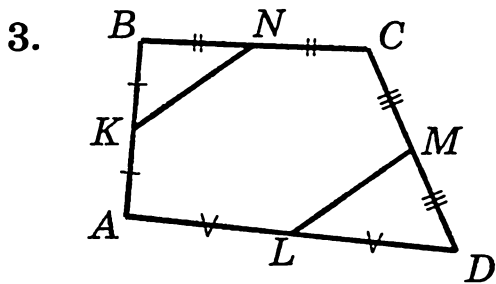
### Варіант Б2



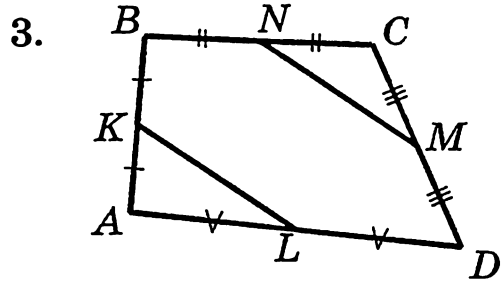
Дано:  $BE = EC$ ;  $\angle 1 = \angle 2$ .

Довести:  $AD = DB$ .

2. Точки  $P, R$  і  $S$  — середини сторін трикутника  $ABC$ . Периметр трикутника  $ABC$  дорівнює 12 см. Знайдіть периметр трикутника  $PRS$ .

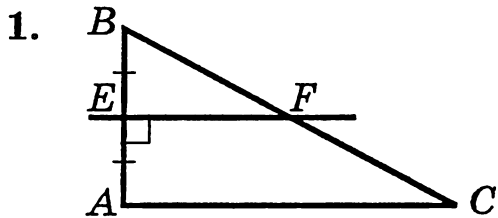


Точки  $K, L, M, N$  — середини сторін чотирикутника  $ABCD$ . Доведіть, що  $KN = LM$ .



Точки  $K, L, M, N$  — середини сторін чотирикутника  $ABCD$ . Доведіть, що  $KL = NM$ .

### Варіант В 1



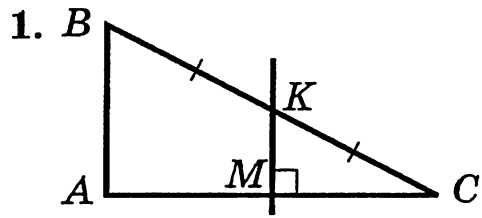
Дано:  $\angle B = 58^\circ$ ;  $\angle C = 32^\circ$ ;  
 $EF \perp AB$ ;  $AE = EB$ .

Довести:  $BF = FC$ .

2.  
Периметр трикутника дорівнює 76 см. Сторони трикутника, утвореного середніми лініями даного трикутника, відносяться як 4:7:8. Знайдіть сторони даного трикутника.

3.  
Доведіть, що пряма, яка проходить через середини протилежних сторін паралелограма, проходить через точку перетину його діагоналей.

### Варіант В 2



Дано:  $\angle B = 65^\circ$ ;  $\angle C = 25^\circ$ ;  
 $KM \perp AC$ ;  $BK = KC$ .

Довести:  $AM = MC$ .

2.  
Сторони трикутника відносяться як 7:8:11. Периметр трикутника, утвореного середніми лініями даного трикутника, дорівнює 52 см. Знайдіть сторони даного трикутника.

3.  
Через точку перетину діагоналей паралелограма проведено пряму, паралельну до двох його сторін. Доведіть, що ця пряма проходить через середини двох інших сторін паралелограма.

**C-4. ТРАПЕЦІЯ. СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРАПЕЦІЇ****Варіант А1**

1.  
В трапеції  $ABCD$  з основами  $AD$  і  $BC$  кут  $A$  дорівнює  $50^\circ$ , а кут  $C$  дорівнює  $100^\circ$ . Знайдіть інші кути трапеції.

2.  
Середня лінія трапеції дорівнює 7 см, а більша основа — 10 см. Знайдіть меншу основу трапеції.

3.  
Діагональ рівнобічної трапеції з основами 8 см і 5 см є бісектрисою гострого кута трапеції. Знайдіть периметр трапеції.

**Варіант А2**

1.  
В трапеції  $ABCD$  з основами  $AD$  і  $BC$  кут  $B$  дорівнює  $95^\circ$ , а кут  $C$  дорівнює  $110^\circ$ . Знайдіть інші кути трапеції.

2.  
Середня лінія трапеції дорівнює 11 см, а менша основа — 6 см. Знайдіть більшу основу трапеції.

3.  
Діагональ рівнобічної трапеції з основами 4 см і 10 см є бісектрисою тупого кута трапеції. Знайдіть периметр трапеції.

**Варіант Б1**

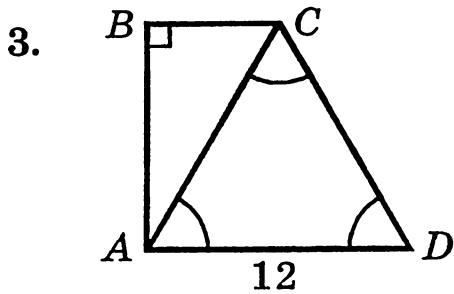
1.  
Різниця протилежних кутів рівнобічної трапеції дорівнює  $20^\circ$ . Знайдіть кути трапеції.

2.  
Бічна сторона рівнобічної трапеції дорівнює 6 см, а середня лінія — 10 см. Знайдіть периметр трапеції.

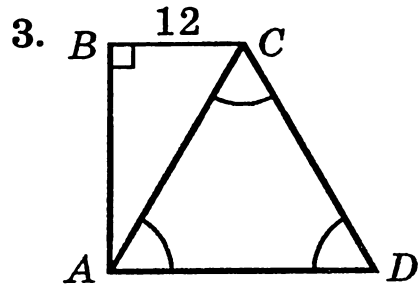
**Варіант Б2**

1.  
Протилежні кути рівнобічної трапеції відносяться як 2:7. Знайдіть кути трапеції.

2.  
Периметр рівнобічної трапеції дорівнює 32 см, а середня лінія — 9 см. Знайдіть бічні сторони трапеції.



Діагональ  $AC$  ділить прямокутну трапецію  $ABCD$  на два трикутники — прямокутний і рівносторонній. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо її більша основа дорівнює 12 см.



Діагональ  $AC$  ділить прямокутну трапецію  $ABCD$  на два трикутники — прямокутний і рівносторонній. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо її менша основа дорівнює 12 см.

### Варіант В1

1.  
Діагональ ділить рівнобічну трапецію на два рівнобедрених трикутники. Знайдіть кути трапеції.

2.  
З одного боку від прямої  $a$  позначено точки  $C$  і  $D$ . Середина відрізка  $CD$  віддалена від даної прямої на 12 см. Знайдіть відстань від точок  $C$  і  $D$  до даної прямої, якщо точка  $C$  знаходиться втричі даліше від прямої, ніж точка  $D$ .

3.  
В рівнобічній трапеції з гострим кутом  $60^\circ$  бісектриса цього кута ділить меншу основу, яка дорівнює 16 см, навпіл. Знайдіть середню лінію трапеції.

### Варіант В2

1.  
Три сторони трапеції рівні між собою, а її діагональ дорівнює одній з основ. Знайдіть кути трапеції.

2.  
З одного боку від прямої  $a$  позначено точки  $C$  і  $D$ . Середина відрізка  $CD$  віддалена від даної прямої на 12 см. Знайдіть відстань від точок  $C$  і  $D$  до даної прямої, якщо точка  $D$  знаходиться на 8 см даліше від прямої, ніж точка  $C$ .

3.  
В рівнобічній трапеції з тупим кутом  $120^\circ$  бісектриса цього кута ділить більшу основу, яка дорівнює 16 см, навпіл. Знайдіть середню лінію трапеції.

## К-2. ТРАПЕЦІЯ. СЕРЕДНІ ЛІНІЇ ТРИКУТНИКА І ТРАПЕЦІЇ

### Варіант А1

1.  
В рівносторонньому трикутнику  $ABC$  зі стороною 10 см точки  $K$  і  $M$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  відповідно.

а) Доведіть, що  $AKMC$  — трапеція.

б) Знайдіть периметр  $AKMC$ .

2.  
Середня лінія трапеції дорівнює 16 см. Знайдіть основи трапеції, якщо вони відносяться як 3:5.

3.  
Діагональ трапеції ділить середню лінію на відрізки 4 см і 9 см. Знайдіть основи трапеції.

### Варіант А2

1.  
В рівнобедреному трикутнику  $ABC$  з основою  $AC$ , яка дорівнює 12 см, і бічною стороною 10 см точки  $D$  і  $E$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  відповідно.

а) Доведіть, що  $ADEC$  — трапеція.

б) Знайдіть периметр  $ADEC$ .

2.  
Середня лінія трапеції дорівнює 20 см. Знайдіть основи трапеції, якщо вони відносяться як 3:7.

3.  
Основи трапеції дорівнюють 8 см і 14 см. Знайдіть відрізки, на які діагональ трапеції ділить середню лінію.

### Варіант Б1

1.  
В рівнобедреному трикутнику  $ABC$   $AB = BC = 10$  см. Точки  $K$ ,  $N$  і  $D$  — середини сторін  $AB$ ,  $BC$  і  $AC$  відповідно. Визначте вид чотирикутника  $KBND$  і знайдіть його периметр.

### Варіант Б2

1.  
В рівносторонньому трикутнику  $ABC$  зі стороною 6 см точки  $D$ ,  $E$  і  $F$  — середини сторін  $AB$ ,  $BC$  і  $AC$  відповідно. Визначте вид чотирикутника  $ADEF$  і знайдіть його периметр.

2. Бісектриси гострих кутів рівнобічної трапеції перетинаються в точці, яка лежить на меншій основі трапеції. Більша основа трапеції дорівнює 18 см, а бічна сторона — 4 см. Знайдіть середню лінію трапеції.
3. Доведіть, що якщо діагоналі чотирикутника перпендикулярні, то середини його сторін являються вершинами прямокутника.
2. Бісектриси тупих кутів рівнобічної трапеції перетинаються в точці, яка лежить на більшій основі трапеції. Менша основа трапеції дорівнює 8 см, а бічна сторона — 9 см. Знайдіть середню лінію трапеції.
3. Доведіть, що якщо діагоналі чотирикутника рівні, то середини його сторін являються вершинами ромба.

### Варіант В1

1. Діагоналі трапеції ділять середню лінію на три відрізки, два з яких дорівнюють 5 см і 7 см. Знайдіть основи трапеції. Скільки розв'язків має задача?
2. Середня лінія даної трапеції ділить її на дві трапеції, середні лінії яких дорівнюють 10 см і 18 см. Знайдіть основи даної трапеції.
3. Доведіть, що якщо в рівнобічній трапеції діагоналі взаємно перпендикулярні, то її висота дорівнює середній лінії.

### Варіант В2

1. Діагоналі трапеції ділять середню лінію на три відрізки, один з яких дорівнює 3 см. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо її більша основа дорівнює 14 см. Скільки розв'язків має задача?
2. Середня лінія довжиною 21 см ділить дану трапецію на дві трапеції, середні лінії яких відносяться як 2:5. Знайдіть основи даної трапеції.
3. Доведіть, що якщо в рівнобічній трапеції висота дорівнює середній лінії, то діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні.

**C-5. ТЕОРЕМА ПІФАГОРА****Варіант А1**

1. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 см і 8 см. Знайдіть довжину гіпотенузи.
2. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 5 см, а висота, проведена до основи, — 4 см. Знайдіть периметр трикутника.
3. Знайдіть катети рівнобедреного прямокутного трикутника, гіпотенуза якого дорівнює  $\sqrt{2}$  см.

**Варіант Б1**

1. Діагональ прямокутника дорівнює 13 см, а одна з його сторін — 12 см. Знайдіть периметр прямокутника.
2. Знайдіть периметр прямокутної трапеції, основи якої дорівнюють 2 см і 8 см, а більша бічна сторона — 10 см.
3. Медіана рівностороннього трикутника дорівнює  $\sqrt{3}$  см. Знайдіть сторону трикутника.

**Варіант В1**

1. У колі радіуса 13 см проведено хорду на відстані 5 см від центра кола. Знайдіть довжину хорди.

**Варіант А2**

1. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 15 см, а один з його катетів — 12 см. Знайдіть довжину другого катета.
2. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 8 см, а висота, проведена до основи, — 3 см. Знайдіть периметр трикутника.
3. Знайдіть сторону квадрата, діагональ якого дорівнює  $\sqrt{8}$  см.

**Варіант Б2**

1. Периметр прямокутника дорівнює 34 см, а одна з його сторін дорівнює 5 см. Знайдіть діагональ прямокутника.
2. Знайдіть периметр рівнобічної трапеції, основи якої дорівнюють 3 см і 9 см, а висота — 4 см.
3. Бісектриса рівностороннього трикутника дорівнює  $2\sqrt{3}$  см. Знайдіть сторону трикутника.

**Варіант В2**

1. У колі радіуса 15 см проведено хорду довжиною 18 см. Знайдіть відстань від центра кола до даної хорди.

2. В прямокутній трапеції більша діагональ дорівнює 15 см, а бічні сторони — 12 см і 13 см. Знайдіть середню лінію трапеції.
3. Одна з сторін прямокутника на 2 см менша за діагональ, а інша сторона дорівнює 8 см. Знайдіть периметр прямокутника.
2. В прямокутній трапеції менша діагональ дорівнює 13 см, а бічні сторони — 12 см і 20 см. Знайдіть середню лінію трапеції.
3. Сторони прямокутника відносяться як 3:4, а його діагональ дорівнює 50 см. Знайдіть периметр прямокутника.

## С-6. ТЕОРЕМА, ОБЕРНЕНА ДО ТЕОРЕМИ ПІФАГОРА. ПЕРПЕНДИКУЛЯР І ПОХИЛА

### Варіант А1

1. Доведіть, що трикутник зі сторонами 8 см, 15 см і 17 см є прямокутним. Визначте довжину гіпотенузи цього трикутника.
2. З точки, яка не належить даній прямій, проведено перпендикуляр до прямої, довжина якого 24 см, і похилу довжиною 25 см. Знайдіть периметр трикутника, який утворився.
3. З точки, яка не належить даній прямій, проведено до прямої дві похилі  $l_1$  і  $l_2$ , проекції яких дорівнюють 5 см і 8 см відповідно. Яка з похилих має більшу довжину? Відповідь обґрунтуйте.

### Варіант А2

1. Доведіть, що трикутник зі сторонами 5 см, 12 см і 13 см є прямокутним. Визначте довжини катетів цього трикутника.
2. З точки, яка не належить даній прямій, проведено перпендикуляр до прямої і похилу довжиною 26 см. Проекція похилої на дану пряму дорівнює 10 см. Знайдіть периметр трикутника, який утворився.
3. З точки, яка не належить даній прямій, проведено до прямої дві похилі  $l_1 = 14$  см і  $l_2 = 13$  см. Яка з похилих має більшу проекцію? Відповідь обґрунтуйте.



**Варіант Б1**

1. Сторони трикутника пропорційні числам 7, 24 і 25. Доведіть, що даний трикутник — прямокутний.
2. З точки  $A$ , яка не належить прямій  $a$ , проведено до цієї прямої перпендикуляр  $AD$  і дві похилі —  $AB$  і  $AC$ . Знайдіть відстань між точками  $B$  і  $C$ , якщо  $AD = 12$  см,  $AB = 15$  см,  $AC = 20$  см і точка  $D$  належить відрізку  $BC$ .
3. В трикутнику  $ABC$   $AB = 11$  см,  $BC = 7$  см,  $BD$  — висота. Який з відрізків більший —  $AD$  чи  $DC$ ? Чому?

**Варіант В1**

1. Доведіть, що якщо  $a > 1$ , то трикутник зі сторонами  $a^2 + 1$ ,  $a^2 - 1$  і  $2a$  — прямокутний. Визначте довжину гіпотенузи цього трикутника.
2. З точки, яка не належить прямій, проведено до цієї прямої перпендикуляр і дві похилі. Знайдіть довжину перпендикуляра, якщо похилі дорівнюють 25 см і 30 см, а довжини їхніх проєкцій на дану пряму відносяться як 7:18.
3. Проєкції катетів на гіпотенузу прямокутного трикутника дорівнюють 9 см і 16 см. Знайдіть катети трикутника.

**Варіант Б2**

1. Сторони трикутника пропорційні числам 8, 15 і 17. Доведіть, що даний трикутник — прямокутний.
2. З точки  $A$ , яка не належить прямій  $a$ , проведено до цієї прямої перпендикуляр  $AD$  і дві похилі —  $AB$  і  $AC$ . Знайдіть відстань між точками  $B$  і  $C$ , якщо  $AD = 8$  см,  $AB = 17$  см,  $AC = 10$  см і точка  $D$  не належить відрізку  $BC$ .
3. В трикутнику  $ABC$  висота  $BD$  ділить сторону  $AC$  на відрізки  $AD = 7$  см,  $DC = 8$  см. Яка з сторін більша —  $AB$  чи  $BC$ ? Чому?

**Варіант В2**

1. Доведіть, що якщо  $a > b > 0$ , то трикутник зі сторонами  $a^2 + b^2$ ,  $a^2 - b^2$  і  $2ab$  — прямокутний. Визначте довжини катетів цього трикутника.
2. З точки, яка не належить прямій, проведено до цієї прямої перпендикуляр і дві похилі. Знайдіть довжину перпендикуляра, якщо довжини похилих відносяться як 3:4, а їхні проєкції на дану пряму дорівнюють 9 см і 16 см.
3. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 15 см і 20 см. Знайдіть їхні проєкції на гіпотенузу.

**C-7. НЕРІВНІСТЬ ТРИКУТНИКА****Варіант А1**

1.  
Чи існує трикутник зі сторонами  $a$ ,  $b$  і  $c$ , якщо  $a = 8$  см,  $b = 5$  см,  $c = 3$  см? Відповідь обґрунтуйте.

2.  
Дві сторони рівнобедреного трикутника дорівнюють 9 см і 4 см. Яку довжину може мати третя сторона? Чому?

3.  
Доведіть, що сторона паралелограма менша за півсуму його діагоналей.

**Варіант Б1**

1.  
Чи перетинаються кола з радіусами  $R_1$  і  $R_2$  і відстанню між центрами  $d$ , якщо  $R_1 = 9$  см,  $R_2 = 4$  см,  $d = 11$  см? Відповідь обґрунтуйте.

2.  
Дві сторони трикутника дорівнюють 0,8 см і 1,8 см. Яку довжину може мати третя сторона, якщо її довжина вимірюється цілим числом сантиметрів?

3.  
Доведіть, що сума діагоналей паралелограма менша за його периметр.

**Варіант А2**

1.  
Чи існує трикутник зі сторонами  $a$ ,  $b$  і  $c$ , якщо  $a = 4$  см,  $b = 9$  см,  $c = 5$  см? Відповідь обґрунтуйте.

2.  
Дві сторони рівнобедреного трикутника дорівнюють 11 см і 5 см. Яку довжину може мати третя сторона? Чому?

3.  
Доведіть, що бічна сторона рівнобедреного трикутника більша за половину основи.

**Варіант Б2**

1.  
Чи перетинаються кола з радіусами  $R_1$  і  $R_2$  і відстанню між центрами  $d$ , якщо  $R_1 = 6$  см,  $R_2 = 5$  см,  $d = 13$  см? Відповідь обґрунтуйте.

2.  
Дві сторони трикутника дорівнюють 2,2 см і 1,1 см. Яку довжину може мати третя сторона, якщо її довжина вимірюється цілим числом сантиметрів?

3.  
Доведіть, що сума діагоналей паралелограма більша за половину його периметра.

Варіант В1

1. Діагоналі паралелограма дорівнюють 6 см і 10 см. Чи може його сторона дорівнювати 9 см? Відповідь обґрунтуйте.

2. В трикутнику  $ABC$   $AB = 7$  см,  $AC = 16$  см. В яких межах може змінюватися довжина медіани  $AD$ ?

3. Доведіть, що середня лінія трапеції менша від півсуми її діагоналей.

Варіант В2

1. Дві сторони трикутника дорівнюють 4 см і 8 см. Чи може відрізок, який сполучає їх середини, дорівнювати 6 см? Відповідь обґрунтуйте.

2. В трикутнику  $ABC$   $AB = 4$  см,  $AC = 6$  см. В яких межах може змінюватися довжина медіани  $AD$ ?

3. Доведіть, що різниця основ трапеції менша від суми її бічних сторін.

## К-3. ТЕОРЕМА ПІФАГОРА

Варіант А1

1. Сторони прямокутника дорівнюють 9 см і 12 см. Знайдіть діагоналі прямокутника.

2. Периметр рівностороннього трикутника дорівнює 6 см. Знайдіть його висоту.

3. Основи прямокутної трапеції дорівнюють 2 см і 10 см, а бічні сторони відносяться як 3:5. Знайдіть периметр трапеції.

Варіант А2

1. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 5 см і 12 см. Знайдіть периметр трикутника.

2. Периметр ромба дорівнює 20 см, а одна з його діагоналей дорівнює 8 см. Знайдіть другу діагональ ромба.

3. Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 8 см і 16 см, а бічна сторона відноситься до висоти як 5:3. Знайдіть периметр трапеції.

**Варіант Б1**

1.  
Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 16 см, а його основа — 6 см. Знайдіть бісектрису трикутника, проведену до основи.

2.  
Основи прямокутної трапеції дорівнюють 26 см і 36 см, а більша діагональ є бісектрисою гострого кута. Знайдіть периметр трапеції.

3.  
Діагоналі ромба відносяться як 3:4, а сторона дорівнює 50 см. Знайдіть діагоналі і висоту ромба.

**Варіант В1**

1.  
Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 17 см, а висота, проведена до неї, дорівнює 8 см. Знайдіть основну трикутника.

2.  
Діагональ рівнобічної трапеції перпендикулярна до бічної сторони і відноситься до неї як 4:3. Більша основа трапеції дорівнює 50 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.  
Діагоналі паралелограма дорівнюють 30 см і 26 см, а висота дорівнює 24 см. Знайдіть сторони паралелограма.

**Варіант Б2**

1.  
Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 36 см, а його бічна сторона — 13 см. Знайдіть медіану трикутника, проведену до основи.

2.  
Основи прямокутної трапеції дорівнюють 15 см і 6 см, а менша діагональ є бісектрисою тупого кута. Знайдіть периметр трапеції.

3.  
Більша діагональ ромба дорівнює 40 см, а менша діагональ відноситься до сторони як 6:5. Знайдіть сторону і висоту ромба.

**Варіант В2**

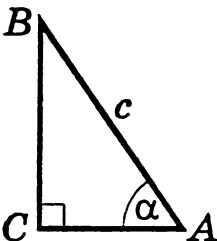
1.  
Сторона ромба дорівнює 25 см, а висота — 24 см. Знайдіть меншу діагональ ромба.

2.  
Діагональ рівнобічної трапеції дорівнює 20 см і перпендикулярна до бічної сторони. Бічна сторона і більша основа трапеції відносяться як 3:5. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.  
Сторони паралелограма дорівнюють 15 см і 25 см, а висота, проведена до більшої сторони, дорівнює 12 см. Знайдіть діагоналі паралелограма.

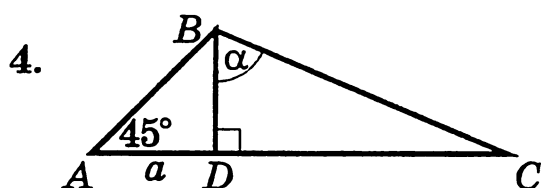
## С-8. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРЯМОКУТНИХ ТРИКУТНИКІВ

### Варіант А1

1.  Дано:  
 $\angle C = 90^\circ$ ;  
 $\angle A = \alpha$ ;  
 $AB = c$ ;  
 Знайти:  $AC$ ,  
 $BC$ ,  $\angle B$ .

2. В прямокутному трикутнику  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 4$  см,  $\sin \angle B = 0,8$ . Знайдіть  $AB$  і  $BC$ .

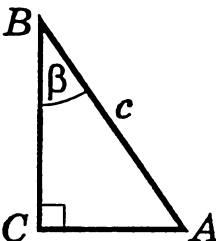
3. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює  $4\sqrt{3}$  см, а бічна сторона — 4 см. Знайдіть кути трикутника.



Дано:  $BD \perp AC$ ;  $\angle DBC = \alpha$ ;  
 $\angle A = 45^\circ$ ;  $AD = a$ ;

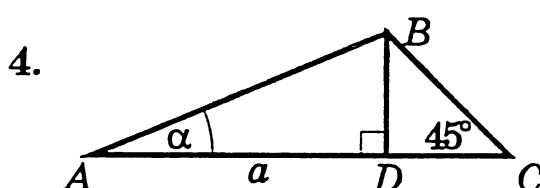
Знайти:  $DC$ .

### Варіант А2

1.  Дано:  
 $\angle C = 90^\circ$ ;  
 $\angle B = \beta$ ;  
 $AB = c$ ;  
 Знайти:  $AC$ ,  
 $BC$ ,  $\angle A$ .

2. В прямокутному трикутнику  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 3$  см,  $\cos \angle B = 0,6$ . Знайдіть  $AB$  і  $AC$ .

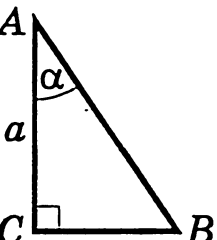
3. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 10 см, а висота, проведена до основи, —  $5\sqrt{3}$  см. Знайдіть кути трикутника.



Дано:  $BD \perp AC$ ;  $\angle A = \alpha$ ;  
 $\angle C = 45^\circ$ ;  $AD = a$ ;

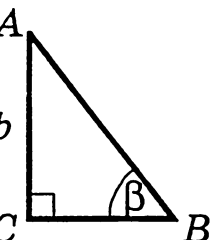
Знайти:  $DC$ .

### Варіант Б1

1.  Дано:  $\angle C = 90^\circ$ ;  
 $\angle A = \alpha$ ;  $AC = a$ ;  
 Знайти: невідомі  
 сторони і кути  
 трикутника  $ABC$ .

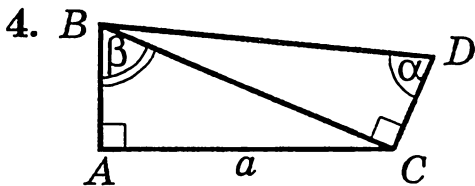
2. В прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює 25 см, а синус одного з кутів дорівнює 0,28. Знайдіть катети трикутника.

### Варіант Б2

1.  Дано:  $\angle C = 90^\circ$ ;  
 $\angle B = \beta$ ;  $AC = b$ ;  
 Знайти: невідомі  
 сторони і кути  
 трикутника  $ABC$ .

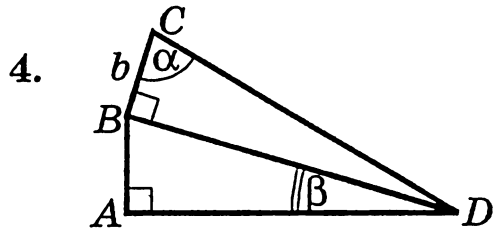
2. В прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює 34 см, а косинус одного з кутів дорівнює  $8/17$ . Знайдіть катети трикутника.

3. Діагональ прямокутника дорівнює 8 см, а одна з його сторін —  $4\sqrt{3}$  см. Знайдіть гострий кут між діагоналями прямокутника.
3. Сторони прямокутника дорівнюють  $2\sqrt{3}$  см і 2 см. Знайдіть гострий кут між діагоналями прямокутника.



Дано:  $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$ ;  
 $\angle ABC = \beta$ ;  $\angle BDC = \alpha$ ;  
 $AC = a$ ;

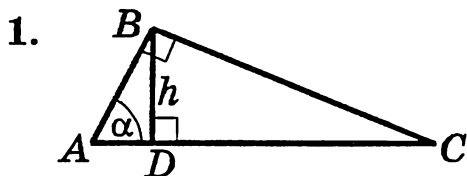
Знайти:  $DC$ .



Дано:  $\angle BAD = \angle CBD = 90^\circ$ ;  
 $\angle BCD = \alpha$ ;  $\angle BDA = \beta$ ;  
 $CB = b$ ;

Знайти:  $AB$ .

**Варіант В1**

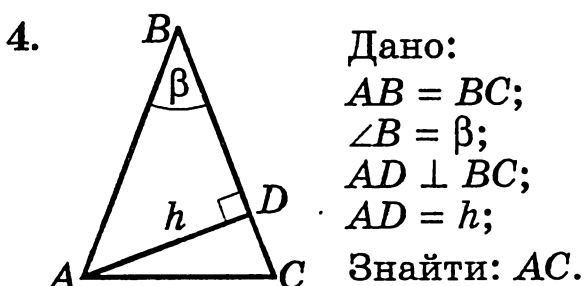


Дано:  $\angle ABC = 90^\circ$ ;  $BD \perp AC$ ;  
 $BD = h$ ;  $\angle A = \alpha$ ;

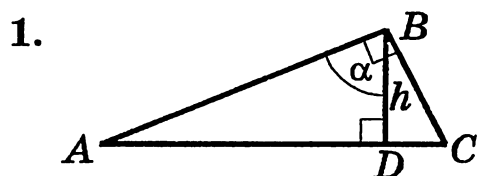
Знайти: сторони трикутника  $ABC$ .

2. В трикутнику  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 6$ ,  $\text{tg} \angle B = 1/3$ . Знайдіть  $AB$  і  $AC$ .

3. Бічні сторони прямокутної трапеції відносяться як  $1:\sqrt{2}$ . Знайдіть кути трапеції.



**Варіант В2**

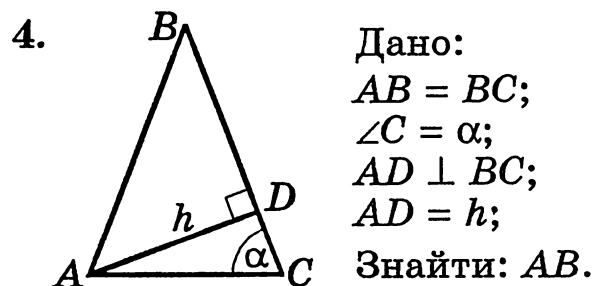


Дано:  $\angle ABC = 90^\circ$ ;  $BD \perp AC$ ;  
 $BD = h$ ;  $\angle ABD = \alpha$ ;

Знайти: сторони трикутника  $ABC$ .

2. В трикутнику  $ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 6$ ,  $\text{tg} \angle B = 1/2$ . Знайдіть  $AB$  і  $BC$ .

3. Бічна сторона рівнобічної трапеції відноситься до висоти як  $2:\sqrt{3}$ . Знайдіть кути трапеції.



## С-9. ВЛАСТИВОСТІ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ФУНКЦІЙ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Обчисліть:

$$\operatorname{tg} 45^\circ - \sin 30^\circ.$$

$$\cos 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ.$$

2. Спростіть вирази:

а)  $(1 + \sin \alpha)(1 - \sin \alpha);$

а)  $(1 + \cos \alpha)(1 - \cos \alpha);$

б)  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha;$

б)  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{1}{\sin \alpha};$

в)  $1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$

в)  $1 + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha.$

3. Знайдіть значення

$\cos \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = 0,6.$

$\sin \alpha$ , якщо  $\cos \alpha = 0,8.$

4. Який з кутів більший —  $\alpha$  чи  $\beta$ , якщо

$\sin \alpha = 0,25, \sin \beta = 0,2?$

$\operatorname{tg} \alpha = 0,4, \operatorname{tg} \beta = 0,41?$

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Обчисліть:

$$4\operatorname{tg} 60^\circ - 2\cos 30^\circ.$$

$$\sqrt{2} \sin 45^\circ - \sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ.$$

2. Спростіть вирази:

а)  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha + \cos^2 \alpha;$

а)  $\operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha;$

б)  $(\sin \alpha + \cos \alpha)(\sin \alpha - \cos \alpha) + 2\cos^2 \alpha;$

б)  $(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha) + 2\sin^2 \alpha;$

в)  $\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}.$

в)  $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}.$

3. Знайдіть значення

$\cos \alpha$  і  $\operatorname{tg} \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = \frac{5}{13}.$

$\sin \alpha$  і  $\operatorname{tg} \alpha$ , якщо  $\cos \alpha = \frac{12}{13}.$

4. Який з кутів більший —  $\alpha$  чи  $\beta$ , якщо

$\cos \alpha = \frac{1}{6}; \cos \beta = \frac{1}{7}?$

$\cos \alpha = \frac{2}{5}; \cos \beta = \frac{2}{3}?$

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Обчисліть:

$$\sin 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \frac{1}{\operatorname{tg} 45^\circ}.$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ - \sqrt{2} \cos 45^\circ.$$

2. Спростіть вирази:

а)  $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha;$

а)  $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha;$

б)  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha;$

б)  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} - \cos^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha;$

в)  $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} + \sin \alpha \cos \alpha.$

в)  $\frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} - \sin \alpha \cos \alpha.$

3. Знайдіть значення

$$\sin \alpha \text{ і } \cos \alpha, \text{ якщо } \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}.$$

$$\sin \alpha \text{ і } \cos \alpha, \text{ якщо } \operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}.$$

4. Розташуйте в порядку зростання кути  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\gamma$ , якщо

$$\cos \alpha = \frac{3}{8}; \cos \beta = \frac{2}{5}; \cos \gamma = \frac{7}{20}.$$

$$\cos \alpha = \frac{2}{3}; \cos \beta = 0,7; \cos \gamma = \frac{11}{15}.$$

**Додаткові завдання**

Спростіть вирази:

а)  $\frac{\sin^3 \alpha}{\cos \alpha - \cos^3 \alpha};$

а)  $\frac{\sin \alpha - \sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha};$

б)  $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \operatorname{tg} \alpha;$

б)  $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha};$

в)  $(1 + \sin \alpha + \cos \alpha)(\sin \alpha + \cos \alpha - 1);$

в)  $(1 - \sin \alpha - \cos \alpha)(1 + \sin \alpha + \cos \alpha);$

г)  $\frac{1 - 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} + 2\sin \alpha \cos \alpha;$

г)  $\frac{1 - 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2} - 2\sin \alpha \cos \alpha;$

д)  $\operatorname{tg}^2 \alpha (2\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha - 1).$

д)  $(2\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 1) \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \alpha}.$



## К-4. ПРЯМОКУТНИЙ ТРИКУТНИК (ПІДСУМКОВА КОНТРОЛЬНА РОБОТА)

### Варіант А1

1.  
В прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює  $4\sqrt{2}$  см, а один з катетів — 4 см. Знайдіть інший катет і гострі кути трикутника.
2.  
В трикутнику  $ABC$  висота  $BD$ , довжина якої дорівнює 12 см, ділить сторону  $AC$  на відрізки  $AD = 5$  см і  $DC = 16$  см. Знайдіть периметр трикутника.
3.  
Один з кутів ромба дорівнює  $60^\circ$ , а діагональ, проведена з вершини цього кута, дорівнює  $4\sqrt{3}$  см. Знайдіть периметр ромба.

### Варіант Б1

1.  
Діагональ прямокутника дорівнює 8 см і утворює з однією зі сторін кут  $60^\circ$ . Знайдіть сторони прямокутника.
2.  
Катет прямокутного трикутника дорівнює 8 см, а медіана, проведена до нього, дорівнює  $2\sqrt{13}$  см. Знайдіть периметр трикутника.

### Варіант А2

1.  
В прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює 2 см, а один з катетів —  $\sqrt{2}$  см. Знайдіть інший катет і гострі кути трикутника.
2.  
В трикутнику  $ABC$  висота  $BD$  ділить сторону  $AC$  на відрізки  $AD$  і  $DC$ . Відомо, що  $BC = 20$  см,  $AB = 13$  см,  $BD = 12$  см. Знайдіть периметр трикутника.
3.  
Один з кутів ромба дорівнює  $120^\circ$ , а діагональ, проведена з вершини іншого кута, дорівнює  $2\sqrt{3}$  см. Знайдіть периметр ромба.

### Варіант Б2

1.  
В прямокутному трикутнику з гіпотенузою 6 см один з кутів дорівнює  $30^\circ$ . Знайдіть катети трикутника.
2.  
Катет прямокутного трикутника дорівнює 8 см, а медіана, проведена до іншого катета, дорівнює  $\sqrt{73}$  см. Знайдіть периметр трикутника.

3. Діагональ прямокутної трапеції дорівнює  $4\sqrt{2}$  см і ділить трапецію на два рівнобедрених прямокутних трикутники. Знайдіть сторони і гострий кут трапеції.
3. Висоти рівнобічної трапеції ділять її на квадрат і два рівнобедрених трикутники. Бічна сторона трапеції дорівнює  $4\sqrt{2}$  см. Знайдіть основи і тупий кут трапеції.

### Варіант В1

1. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює  $4\sqrt{3}$  см, а висота, проведена до неї, в 2 рази менша від бічної сторони. Знайдіть невідомі сторони і кути даного трикутника.
2. Дві сторони трикутника дорівнюють 17 см і 25 см. Висота ділить третю сторону на відрізки, різниця яких дорівнює 12 см. Знайдіть периметр трикутника.
3. З вершини тупого кута ромба, який дорівнює  $120^\circ$ , проведено перпендикуляри до сторін ромба. Відстань між основами перпендикулярів дорівнює 6 см. Знайдіть периметр ромба.

### Варіант В2

1. Бічна сторона рівнобедреного трикутника відноситься до основи як  $1:\sqrt{3}$ , а висота, проведена до основи, дорівнює 2 см. Знайдіть сторони і кути даного трикутника.
2. Одна з сторін трикутника на 2 см менша за іншу. Висота ділить третю сторону на відрізки 5 см і 9 см. Знайдіть периметр трикутника.
3. Один з кутів ромба дорівнює  $120^\circ$ . Точка перетину діагоналей ромба віддалена від сторони ромба на  $2\sqrt{3}$  см. Знайдіть периметр ромба.

**С-10. КООРДИНАТИ СЕРЕДИНИ ВІДРІЗКА.  
ВІДСТАНЬ МІЖ ТОЧКАМИ. РІВНЯННЯ КОЛА****Варіант А1**

1.  
Дано точки  $A(-1; 7)$  і  $B(7; 1)$ .
  - а) Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ .
  - б) Знайдіть довжину відрізка  $AB$ .
2.
  - а) Запишіть рівняння кола з центром в точці  $M$  радіуса  $R$ , якщо  $M(2; -1)$ ,  $R = 3$ .
  - б) Чи проходить це коло через точку  $C(2; 2)$ ?
3.  
Кінці діаметра кола знаходяться в точках  $E(3; -4)$  і  $F(-3; 4)$ . Знайдіть радіус кола.

**Варіант Б1**

1.  
Дано точки  $A(-7; -3)$  і  $M(-4; 1)$ . Точка  $M$  — середина відрізка  $AB$ .
  - а) Знайдіть координати другого кінця відрізка  $AB$ .
  - б) Знайдіть довжину відрізка  $AB$ .
2.  
Коло з центром в точці  $O(0; 4)$  проходить через точку  $K(4; 1)$ .
  - а) Запишіть рівняння цього кола.
  - б) Знайдіть точки кола, абсциса яких дорівнює 3.

**Варіант А2**

1.  
Дано точки  $A(9; 4)$  і  $B(1; -2)$ .
  - а) Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ .
  - б) Знайдіть довжину відрізка  $AB$ .
2.
  - а) Запишіть рівняння кола з центром в точці  $M$  радіуса  $R$ , якщо  $M(-3; 2)$ ,  $R = 2$ .
  - б) Чи проходить це коло через точку  $D(-3; 4)$ ?
3.  
Коло з центром у початку координат проходить через точку  $K(-3; -4)$ . Знайдіть діаметр кола.

**Варіант Б2**

1.  
Дано точки  $M(2; 1)$  і  $B(6; -2)$ . Точка  $M$  — середина відрізка  $AB$ .
  - а) Знайдіть координати другого кінця відрізка  $AB$ .
  - б) Знайдіть довжину відрізка  $AB$ .
2.  
Коло з центром в точці  $O(-4; 0)$  проходить через точку  $K(-1; 4)$ .
  - а) Запишіть рівняння цього кола.
  - б) Знайдіть точки кола, ордината яких дорівнює 3.

3.

Дано коло з центром в точці  $O$ , задане рівнянням  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ , і точка  $A(2; 3)$ . Доведіть, що дане коло проходить через середину відрізка  $OA$ .

### Варіант В1

1.

Дано точки  $A(-2; 3)$ ,  $B(-3; 1)$  і  $C(1; 3)$ .  $AM$  — медіана трикутника  $ABC$ .

- Знайдіть координати точки  $M$ .
- Знайдіть довжину медіани  $AM$ .

2.

Відрізок  $CD$  — діаметр кола. Запишіть рівняння цього кола, якщо  $C(-3; 1)$ ,  $D(1; 5)$ .

3.

- Знайдіть центр і радіус кола, заданого рівнянням  $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 1 = 0$ .
- Знайдіть точки перетину цього кола з осями координат.

3.

Дано коло з центром в точці  $O$ , задане рівнянням  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$ , і точка  $A(4; 1)$ . Доведіть, що дане коло проходить через середину відрізка  $OA$ .

### Варіант В2

1.

Дано точки  $A(-2; 2)$ ,  $B(0; 3)$  і  $C(-2; -1)$ .  $AM$  — медіана трикутника  $ABC$ .

- Знайдіть координати точки  $M$ .
- Знайдіть довжину медіани  $AM$ .

2.

Відрізок  $CD$  — діаметр кола. Запишіть рівняння цього кола, якщо  $C(1; -3)$ ,  $D(5; -1)$ .

3.

- Знайдіть центр і радіус кола, заданого рівнянням  $x^2 - 6x + y^2 + 2y + 1 = 0$ .
- Знайдіть точки перетину цього кола з осями координат.

## С-11. РІВНЯННЯ ПРЯМОЇ

Варіант А1

1.
  - а) Складіть рівняння прямої  $AB$ , якщо  $A(0; 4)$ ,  $B(-2; 0)$ .
  - б) Чи проходить ця пряма через точку  $C(2; -1)$ ?
2. В яких точках перетинається з осями координат пряма, задана рівнянням  $3x + 2y - 12 = 0$ ?
3. Чи паралельні прямі, задані рівняннями  $y = 3x - 1$  і  $y = 4 + 3x$ ? Відповідь обґрунтуйте.
4. Запишіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $(-2; -3)$  і паралельна осі  $Ox$ .

Варіант А2

1.
  - а) Складіть рівняння прямої  $AB$ , якщо  $A(0; -6)$ ,  $B(2; 0)$ .
  - б) Чи проходить ця пряма через точку  $C(-3; 1)$ ?
2. В яких точках перетинається з осями координат пряма, задана рівнянням  $2x - 5y + 20 = 0$ ?
3. Чи паралельні прямі, задані рівняннями  $y = 3 - 2x$  і  $y = -2x + 5$ ? Відповідь обґрунтуйте.
4. Запишіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $(-2; -3)$  і паралельна осі  $Oy$ .

Варіант Б1

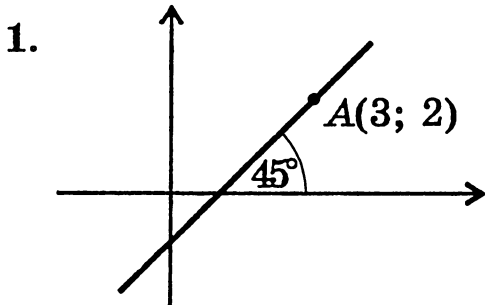
1.
  - а) Складіть рівняння прямої, яка проходить через точки  $A(2; -3)$  і  $B(4; 1)$ .
  - б) Знайдіть координати точки перетину цієї прямої з віссю абсцис.
2. Знайдіть координати точки перетину прямих, заданих рівняннями  $2x + 3y - 10 = 0$  і  $x - 2y + 9 = 0$ .

Варіант Б2

1.
  - а) Складіть рівняння прямої, яка проходить через точки  $A(-1; -2)$  і  $B(2; 10)$ .
  - б) Знайдіть координати точки перетину цієї прямої з віссю ординат.
2. Знайдіть координати точки перетину прямих, заданих рівняннями  $x + 2y - 5 = 0$  і  $3x - y - 8 = 0$ .

3. Запишіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $(3; 7)$  і паралельна до прямої  $y = 2x - 3$ .
4. Дано точки  $A(-2; 1)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(4; 1)$ . Для трикутника  $ABC$  складіть рівняння медіани  $BD$ .
3. Запишіть рівняння прямої, яка проходить через точку  $(1; 1)$  і паралельна до прямої  $y = -3x - 2$ .
4. Дано точки  $A(-2; 1)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(4; 1)$ . Для трикутника  $ABC$  складіть рівняння медіани  $CK$ .

**Варіант В 1**



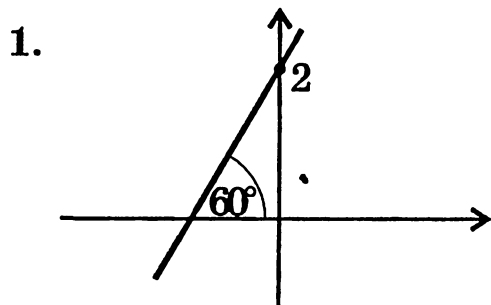
Складіть рівняння прямої, яку зображено на малюнку.

2. Знайдіть координати вершин трикутника, сторони якого належать прямим, заданим рівняннями  $y = 0$ ,  $x - y + 2 = 0$ ,  $x + 2y - 4 = 0$ .

3. Дано точки  $A(-2; 1)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(4; 1)$ . Складіть рівняння середньої лінії трикутника  $ABC$ , яка паралельна до сторони  $BC$ .

4. Дано коло радіуса 5 з центром у початку координат. Деяка пряма перетинає це коло в точках  $P$  і  $Q$ . Знайдіть координати цих точок і довжину хорди  $PQ$ , якщо пряму задано рівнянням  $x - y + 7 = 0$ .

**Варіант В 2**



Складіть рівняння прямої, яку зображено на малюнку.

2. Знайдіть координати вершин трикутника, сторони якого належать прямим, заданим рівняннями  $x = 0$ ,  $x - y - 1 = 0$ ,  $x + 2y - 4 = 0$ .

3. Дано точки  $A(-2; 1)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(4; 1)$ . Складіть рівняння середньої лінії трикутника  $ABC$ , яка паралельна до сторони  $AB$ .

4. Дано коло радіуса 5 з центром у початку координат. Деяка пряма перетинає це коло в точках  $P$  і  $Q$ . Знайдіть координати цих точок і довжину хорди  $PQ$ , якщо пряму задано рівнянням  $x + y - 7 = 0$ .

## К-5. ДЕКАРТОВІ КООРДИНАТИ

### Варіант А1

1.  
Дано точки  $A(1; 5)$ ,  $B(-3; 1)$ .  
а) Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ .  
б) Знайдіть довжину відрізка  $AB$ .  
в) Визначте, яка з даних точок належить прямій  $x - y + 4 = 0$ .
2.  
Дано коло радіуса 5 з центром у початку координат.  
а) Запишіть рівняння цього кола.  
б) Знайдіть точки перетину цього кола з прямою  $x = 3$ .
3.  
Дано точки  $M(-2; -1)$ ,  $N(-3; 1)$ ,  $K(0; 1)$ . Знайдіть координати точки  $P$ , знаючи, що  $MNKP$  — паралелограм.

### Варіант Б1

1.  
Пряму задано рівнянням  $3x + 2y - 12 = 0$ .  
а) Знайдіть координати точок  $A$  і  $B$  перетину цієї прямої з осями координат.  
б) Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ .  
в) Знайдіть довжину відрізка  $AB$ .
2.  
Дано точки  $C(3; -4)$  і  $D(-3; 4)$ . Відомо, що  $CD$  — діаметр деякого кола.  
а) Знайдіть координати центра кола.

### Варіант А2

1.  
Дано точки  $A(4; 8)$ ,  $B(2; -2)$ .  
а) Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ .  
б) Знайдіть довжину відрізка  $AB$ .  
в) Визначте, яка з даних точок належить прямій  $x - y + 4 = 0$ .
2.  
Дано коло радіуса 10 з центром у початку координат.  
а) Запишіть рівняння цього кола.  
б) Знайдіть точки перетину цього кола з прямою  $y = 8$ .
3.  
Дано точки  $M(-2; -1)$ ,  $N(-3; 1)$ ,  $K(0; 1)$ . Знайдіть координати точки  $P$ , знаючи, що  $MNPK$  — паралелограм.

### Варіант Б2

1.  
Пряму задано рівнянням  $4x + 3y - 24 = 0$ .  
а) Знайдіть координати точок  $A$  і  $B$  перетину цієї прямої з осями координат.  
б) Знайдіть координати середини відрізка  $AB$ .  
в) Знайдіть довжину відрізка  $AB$ .
2.  
Дано точки  $C(4; 3)$  і  $D(-4; -3)$ . Відомо, що  $CD$  — діаметр деякого кола.  
а) Знайдіть координати центра кола.

- б) Знайдіть радіус кола.  
в) Запишіть рівняння кола.

3.

Дано точки  $A(0; 1)$ ,  $B(2; 5)$ ,  $C(4; 1)$  і  $D(2; -3)$ . Доведіть, що

- а)  $ABCD$  — паралелограм;  
б)  $ABCD$  — ромб.

- б) Знайдіть радіус кола.  
в) Запишіть рівняння кола.

3.

Дано точки  $A(1; 5)$ ,  $B(-2; 2)$ ,  $C(0; 0)$  і  $D(3; 3)$ . Доведіть, що

- а)  $ABCD$  — паралелограм;  
б)  $ABCD$  — прямокутник.

### Варіант В1

1.

Дано точки  $A(2; -1)$  і  $B(0; 7)$ .

- а) Знайдіть відстань між точками  $A$  і  $B$ .  
б) Запишіть рівняння прямої  $AB$ .  
в) Складіть рівняння прямої, яка проходить через середину  $AB$  і паралельна до прямої  $y = 2x + 5$ .

2.

Прямі  $y = x + 4$  і  $y = -2x - 5$  перетинаються в точці  $O$ .

- а) Знайдіть координати точки  $O$ .  
б) Запишіть рівняння кола з центром в точці  $O$ , яке проходить через точку  $A(1; -2)$ .  
в) Знайдіть точки перетину цього кола з віссю  $Oy$ .

3.

Дано точки  $A(1; 6)$ ,  $B(-2; 3)$  і  $C(0; 1)$ .

- а) Доведіть, що трикутник  $ABC$  — прямокутний.  
б) Знайдіть точку  $D$  таку, що  $ABCD$  — прямокутник.

### Варіант В2

1.

Дано точки  $A(-2; 0)$  і  $B(4; 6)$ .

- а) Знайдіть відстань між точками  $A$  і  $B$ .  
б) Запишіть рівняння прямої  $AB$ .  
в) Складіть рівняння прямої, яка проходить через середину  $AB$  і паралельна до прямої  $y = 2x + 5$ .

2.

Прямі  $y = x + 4$  і  $y = -2x + 1$  перетинаються в точці  $O$ .

- а) Знайдіть координати точки  $O$ .  
б) Запишіть рівняння кола з центром в точці  $O$ , яке проходить через точку  $B(2; -1)$ .  
в) Знайдіть точки перетину цього кола з віссю  $Ox$ .

3.

Дано точки  $A(-1; 1)$ ,  $B(1; 5)$  і  $C(3; 1)$ .

- а) Доведіть, що трикутник  $ABC$  — рівнобедрений.  
б) Знайдіть точку  $D$  таку, що  $ABCD$  — ромб.



## С-12. РУХ І ЙОГО ВЛАСТИВОСТІ. ЦЕНТРАЛЬНА І ОСЬОВА СИМЕТРІЇ. ПОВОРОТ

### Варіант А1

1.  
Дано точку  $A(2; -3)$ .
  - а) Побудуйте точку  $B$ , симетричну до точки  $A$  відносно початку координат.
  - б) Побудуйте точку  $C$ , симетричну до точки  $A$  відносно осі  $Ox$ .
  - в) Вкажіть координати точок  $B$  і  $C$ .
2.  
Скільки осей симетрії має рівносторонній трикутник? Відповідь підтвердіть малюнком.
3.  
Дано відрізок  $AB$ . Побудуйте фігуру, в яку він переходить при повороті на  $60^\circ$  за годинниковою стрілкою відносно точки  $A$ .

### Варіант Б1

1.  
Дано точки  $A(-3; 1)$ ,  $B(1; 5)$  і  $C(1; 1)$ .
  - а) Побудуйте відрізок  $A'B'$ , симетричний до відрізка  $AB$  відносно точки  $C$ .
  - б) Побудуйте точку  $C'$ , симетричну до точки  $C$  відносно прямої  $AB$ .
  - в) Вкажіть координати точок  $A'$ ,  $B'$  і  $C'$ .

### Варіант А2

1.  
Дано точку  $A(-1; 4)$ .
  - а) Побудуйте точку  $B$ , симетричну до точки  $A$  відносно початку координат.
  - б) Побудуйте точку  $C$ , симетричну до точки  $A$  відносно осі  $Oy$ .
  - в) Вкажіть координати точок  $B$  і  $C$ .
2.  
Скільки осей симетрії має квадрат? Відповідь підтвердіть малюнком.
3.  
Дано відрізок  $AB$ . Побудуйте фігуру, в яку він переходить при повороті на  $90^\circ$  проти годинникової стрілки відносно точки  $B$ .

### Варіант Б2

1.  
Дано точки  $A(-1; -1)$ ,  $B(2; 2)$  і  $C(2; -1)$ .
  - а) Побудуйте відрізок  $A'B'$ , симетричний до відрізка  $AB$  відносно точки  $C$ .
  - б) Побудуйте точку  $C'$ , симетричну до точки  $C$  відносно прямої  $AB$ .
  - в) Вкажіть координати точок  $A'$ ,  $B'$  і  $C'$ .

2. Скільки осей симетрії має ромб, який не є квадратом? Відповідь проілюструйте малюнком.
3. Дано квадрат  $ABCD$ . Побудуйте фігуру, в яку він переходить при повороті на  $90^\circ$  за годинниковою стрілкою відносно точки  $C$ .
2. Скільки осей симетрії має прямокутник, який не є квадратом? Відповідь проілюструйте малюнком.
3. Дано квадрат  $ABCD$ . Побудуйте фігуру, в яку він переходить при повороті на  $90^\circ$  проти годинникової стрілки відносно точки  $A$ .

### Варіант В1

1. Дано точку  $A(1; 1)$  і пряму  $a$ , задану рівнянням  $y = x + 2$ .
- а) Побудуйте точку  $A'$ , в яку переходить точка  $A$  при симетрії відносно прямої  $a$ . Вкажіть координати точки  $A'$ .
- б) Побудуйте пряму  $a'$ , в яку переходить пряма  $a$  при симетрії відносно точки  $A$ . Запишіть рівняння прямої  $a'$ .

2. Дано рівносторонній трикутник  $ABC$ . Побудуйте фігуру, в яку він переходить при симетрії відносно прямої  $BC$ . Чи можна отримати ту ж саму фігуру за допомогою центральної симетрії? Якщо так, вкажіть центр симетрії.

3. Дано квадрат  $ABCD$ . Побудуйте фігуру, в яку він переходить при повороті на  $90^\circ$  за годинниковою стрілкою відносно середини сторони  $BC$ .

### Варіант В2

1. Дано точку  $A(1; 2)$  і пряму  $a$ , задану рівнянням  $y = -x + 1$ .
- а) Побудуйте точку  $A'$ , в яку переходить точка  $A$  при симетрії відносно прямої  $a$ . Вкажіть координати точки  $A'$ .
- б) Побудуйте пряму  $a'$ , в яку переходить пряма  $a$  при симетрії відносно точки  $A$ . Запишіть рівняння прямої  $a'$ .

2. Дано рівносторонній трикутник  $ABC$ . Побудуйте фігуру, в яку він переходить при симетрії відносно точки  $B$ . Чи можна отримати ту ж саму фігуру за допомогою осової симетрії? Якщо так, вкажіть вісь симетрії.

3. Дано квадрат  $ABCD$ . Побудуйте фігуру, в яку він переходить при повороті на  $90^\circ$  проти годинникової стрілки відносно середини сторони  $AD$ .

## С-13. ПАРАЛЕЛЬНЕ ПЕРЕНЕСЕННЯ

Варіант А1

1. Паралельне перенесення задано формулами

$$\begin{cases} x' = x + 3, \\ y' = y - 1. \end{cases}$$

- а) В яку точку при такому перенесенні переходить точка  $A(2; 0)$ ?
- б) Яка точка при такому перенесенні переходить в точку  $B'(1; -1)$ ?

2. Дано точки  $A(0; 1)$ ,  $B(3; -2)$ ,  $C(-2; 1)$  і  $D(1; -2)$ .

- а) Чи існує паралельне перенесення, при якому точка  $A$  переходить в точку  $B$ , а точка  $C$  — в точку  $D$ ?
- б) Якщо таке перенесення існує, задайте його формулами.

Варіант А2

1. Паралельне перенесення задано формулами

$$\begin{cases} x' = x - 2, \\ y' = y + 4. \end{cases}$$

- а) В яку точку при такому перенесенні переходить точка  $A(2; 0)$ ?
- б) Яка точка при такому перенесенні переходить в точку  $B'(1; -1)$ ?

2. Дано точки  $A(0; 1)$ ,  $B(3; -2)$ ,  $C(-2; 1)$  і  $D(1; -2)$ .

- а) Чи існує паралельне перенесення, при якому точка  $A$  переходить в точку  $C$ , а точка  $B$  — в точку  $D$ ?
- б) Якщо таке перенесення існує, задайте його формулами.

Варіант Б1

1. При паралельному перенесенні точка  $A(-1; 1)$  перейшла в точку  $A'(0; 3)$ .

- а) Задайте це паралельне перенесення формулами.

Варіант Б2

1. При паралельному перенесенні точка  $A(-1; 1)$  перейшла в точку  $A'(2; 0)$ .

- а) Задайте це паралельне перенесення формулами.

б) В яку точку при такому перенесенні переходить початок координат?

в) Яка точка при такому перенесенні переходить в точку  $B'(2; -2)$ ?

б) В яку точку при такому перенесенні переходить початок координат?

в) Яка точка при такому перенесенні переходить в точку  $B'(2; -2)$ ?

2.

Дано паралелограм  $ABCD$ . Відомо, що при паралельному перенесенні точка  $A$  перейшла в точку  $B$ . В яку точку при такому перенесенні переходить точка  $D$ ? Відповідь обґрунтуйте.

2.

Дано паралелограм  $ABCD$ . Відомо, що при паралельному перенесенні точка  $B$  перейшла в точку  $C$ . В яку точку при такому перенесенні переходить точка  $A$ ? Відповідь обґрунтуйте.

## Варіант В1

1.

Кінці діаметра кола знаходяться на точках  $A(-5; -4)$  і  $B(3; 2)$ . При паралельному перенесенні центр кола перейшов в точку  $O'(1; 2)$ .

а) Задайте це перенесення формулами.

б) Запишіть рівняння кола, отриманого після перенесення.

2.

Паралельне перенесення за-

дано формулами 
$$\begin{cases} x' = x - 2, \\ y' = y + 3. \end{cases}$$

Якими формулами задається перетворення, обернене до даного?

## Варіант В2

1.

При паралельному перенесенні кінці діаметра кола з центром у початку координат перейшли в точки  $A'(4; -5)$  і  $B'(-2; 3)$ .

а) Задайте це перенесення формулами.

б) Запишіть рівняння кола, отриманого після перенесення.

2.

Паралельне перенесення за-

дано формулами 
$$\begin{cases} x' = x - 2, \\ y' = y + 3. \end{cases}$$

Якими формулами задається перетворення, отримане після послідовного виконання такого перенесення двічі?

## С-14. ПОНЯТТЯ ВЕКТОРА. РІВНІСТЬ ВЕКТОРІВ

### Варіант А1

1.  
Дано точки  $A(-1; 3)$ ,  $B(3; 6)$ .  
а) Знайдіть координати вектора  $\overline{AB}$ .  
б) Знайдіть абсолютну величину вектора  $\overline{AB}$ .
  
2.  
Накресліть паралелограм  $ABCD$ . Вкажіть на малюнку вектор, який дорівнює вектору  $\overline{AB}$ , і вектор, який дорівнює вектору  $\overline{DA}$ .
  
3.  
Дано вектор  $\overline{a}(3; 2)$ . Відомо, що  $\overline{a} = \overline{KM}$ . Знайдіть координати точки  $M$ , якщо  $K(1; -1)$ .

### Варіант А2

1.  
Дано точки  $A(2; -3)$ ,  $B(-1; 1)$ .  
а) Знайдіть координати вектора  $\overline{AB}$ .  
б) Знайдіть абсолютну величину вектора  $\overline{AB}$ .
  
2.  
Накресліть паралелограм  $ABCD$ . Вкажіть на малюнку вектор, який дорівнює вектору  $\overline{CD}$ , і вектор, який дорівнює вектору  $\overline{BC}$ .
  
3.  
Дано вектор  $\overline{a}(3; 2)$ . Відомо, що  $\overline{a} = \overline{KM}$ . Знайдіть координати точки  $K$ , якщо  $M(5; -2)$ .

### Варіант Б1

1.  
Дано точки  $A(-2; 4)$ ,  $B(-2; 1)$  і  $C(2; 1)$ .  
а) Знайдіть вектор  $\overline{AB}$ .  
б) Знайдіть абсолютну величину вектора  $\overline{AC}$ .  
в) Знайдіть координати точки  $D$ , для якої справджується рівність  $\overline{AB} = \overline{CD}$ .

### Варіант Б2

1.  
Дано точки  $A(1; 3)$ ,  $B(1; -1)$  і  $C(-2; -1)$ .  
а) Знайдіть вектор  $\overline{AB}$ .  
б) Знайдіть абсолютну величину вектора  $\overline{AC}$ .  
в) Знайдіть координати точки  $D$ , для якої справджується рівність  $\overline{AC} = \overline{BD}$ .

2. Дано прямокутник  $ABCD$ .  
Оберіть серед даних рівностей вірні:
- а)  $\overline{AB} = \overline{CD}$ ; б)  $\overline{DA} = \overline{CB}$ ;  
в)  $\overline{AC} = \overline{BD}$ ; г)  $|\overline{CA}| = |\overline{BD}|$ .
2. Дано прямокутник  $ABCD$ .  
Оберіть серед даних рівностей вірні:
- а)  $\overline{BC} = \overline{AD}$ ; б)  $\overline{DC} = \overline{BA}$ ;  
в)  $\overline{DB} = \overline{CA}$ ; г)  $|\overline{AC}| = |\overline{DB}|$ .
3. Дано вектор  $\vec{a}$ , абсолютна величина якого дорівнює  $\sqrt{5}$ . Відомо, що  $\vec{a}(1; p)$ . Знайдіть  $p$ .
3. Дано вектор  $\vec{a}$ , абсолютна величина якого дорівнює  $\sqrt{5}$ . Відомо, що  $\vec{a}(k; -2)$ . Знайдіть  $k$ .

**Варіант В1****Варіант В2**

1. Дано точки  $A(-4; 7)$ ,  $B(2; -1)$ .
- а) Знайдіть координати точки  $O$ , для якої справджується рівність  $\overline{AO} = \overline{OB}$ .
- б) Знайдіть координати і абсолютну величину вектора  $\overline{AO}$ .
1. Дано точки  $A(3; -5)$ ,  $B(-5; 1)$ .
- а) Знайдіть координати точки  $O$ , для якої справджується рівність  $\overline{BO} = \overline{OA}$ .
- б) Знайдіть координати і абсолютну величину вектора  $\overline{BO}$ .
2.  $O$  — точка перетину діагоналей прямокутника  $ABCD$ . Серед даних тверджень оберіть правильні:
- а)  $\overline{AB} < \overline{AC}$ ; б)  $\overline{BO} = \overline{OD}$ ;  
в)  $\overline{DO} = \overline{AO}$ ; г)  $|\overline{CA}| > |\overline{CB}|$ .
2.  $O$  — точка перетину діагоналей прямокутника  $ABCD$ . Серед даних тверджень оберіть правильні:
- а)  $\overline{BO} = \overline{CO}$ ; б)  $\overline{CA} > \overline{CD}$ ;  
в)  $\overline{AO} = \overline{OB}$ ; г)  $|\overline{BA}| < |\overline{BD}|$ .
3. Дано вектор  $\vec{a}(-3; 2)$ . Відкладіть вектор, який дорівнює  $\vec{a}$ , від точки  $K(-3; 2)$ .
3. Дано вектор  $\vec{a}(-3; 2)$ . Відкладіть вектор, який дорівнює  $\vec{a}$ , від точки  $M(3; -2)$ .

## С-15. ДІЇ З ВЕКТОРАМИ В КООРДИНАТНІЙ ФОРМІ. КОЛІНЕАРНІ ВЕКТОРИ

### Варіант А1

### Варіант А2

1. Дано вектори  $\bar{a}$  (4; 0) і  $\bar{b}$  (1; -2).

а) Знайдіть координати і абсолютну величину вектора  $\bar{c}$ , якщо

$$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}. \qquad \bar{c} = \bar{a} - \bar{b}.$$

б) Знайдіть координати і абсолютну величину вектора  $\bar{d}$ , якщо

$$\bar{d} = -3\bar{a}. \qquad \bar{d} = 2\bar{a}.$$

б) Чи будуть вектори  $\bar{a}$  і  $\bar{d}$  співнаправлені? Відповідь обґрунтуйте.

2. Дано вектори

$$\bar{m}(1; -1) \text{ і } \bar{n}(x; 4). \qquad \bar{m}(2; x) \text{ і } \bar{n}(4; -2).$$

За якого значення  $x$  дані вектори будуть колінеарні?

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Дано вектори  $\bar{a}$  (6; -8) і  $\bar{b}$  (2; -3).

а) Знайдіть вектор  $\bar{c}$ , якщо

$$\bar{c} = \frac{1}{2}\bar{a} - 3\bar{b}. \qquad \bar{c} = 4\bar{b} - 2\bar{a}.$$

б) Знайдіть число  $\lambda$ , якщо

$$|\lambda\bar{a}| = 20. \qquad |\lambda\bar{a}| = 5.$$

в) Які координати буде мати вектор

$\bar{d}$ , якщо відомо, що  $\bar{d}$  протилежно напрямлений до  $\bar{b}$  і  $|\bar{d}| = 2|\bar{b}|$ ?  $\bar{d}$  протилежно напрямлений до  $\bar{a}$  і  $|\bar{d}| = \frac{1}{2}|\bar{a}|$ ?

2. Дано точки  $A(-1; 0)$ ,  $B(-2; 2)$ ,  $C(2; -1)$  і

$D(0; m)$ . Знайдіть значення  $m$ , за якого

вектори  $\overline{AB}$  і  $\overline{CD}$  колінеарні.

вектори  $\overline{BA}$  і  $\overline{DC}$  колінеарні.

**Варіант В1**

**Варіант В2**

1. Дано точки  $A(1; 3)$ ,  $B(0; 1)$  і  $C(-2; -3)$ .

а) Знайдіть вектор  $\vec{a}$ , якщо

$$\vec{a} = 2\vec{AB} - 3\vec{BC}.$$

$$\vec{a} = -\vec{BA} + 2\vec{AC}.$$

б) Знайдіть координати точки  $M$ , для якої справджується рівність

$$\vec{AM} = 2\vec{AB}.$$

$$\vec{BM} = -3\vec{BA}.$$

в) Користуючись поняттям колінеарності, доведіть, що

точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  належать одній прямій.

точка  $B$  належить відрізку  $AC$ .

2. Дано вектор  $\vec{b}(-1; 2)$ . Знайдіть координати вектора  $\vec{a}$ , якщо відомо, що

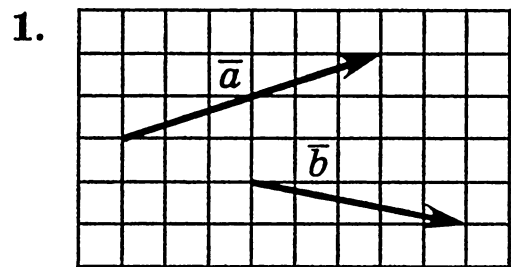
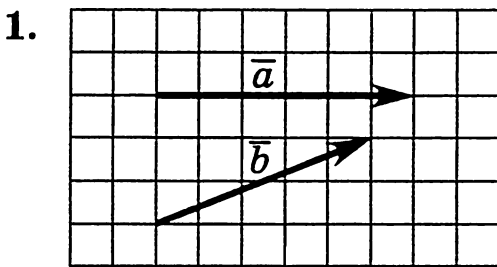
$|\vec{a}| = \sqrt{20}$  і  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  співнапрямлені.

$|\vec{a}| = \sqrt{45}$  і  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  протилежно напрямлені.

**C-16. ДІЇ З ВЕКТОРАМИ В ГЕОМЕТРИЧНІЙ ФОРМІ**

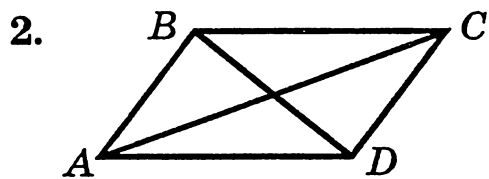
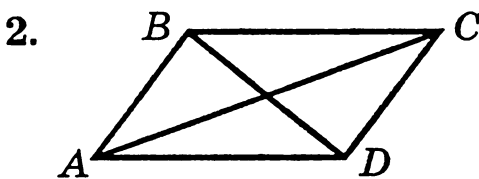
**Варіант А1**

**Варіант А2**



Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .  
Побудуйте вектори:  
 $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $-0,5\vec{a}$ .

Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .  
Побудуйте вектори:  
 $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{b} - \vec{a}$ ,  $2\vec{b}$ .

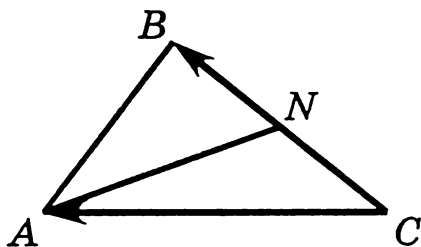


Дано паралелограм  $ABCD$ .  
Побудуйте вектори:  
 $\vec{AB} + \vec{BD}$ ,  $\vec{BA} + \vec{BC}$ ,  $\vec{DB} - \vec{DC}$ .

Дано паралелограм  $ABCD$ .  
Побудуйте вектори:  
 $\vec{AC} + \vec{CD}$ ,  $\vec{CB} + \vec{CD}$ ,  $\vec{AD} - \vec{AC}$ .

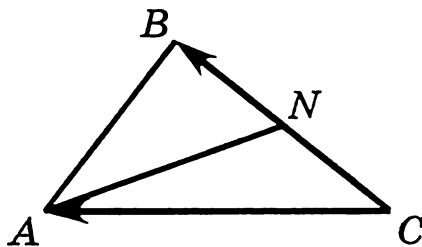


3.



В трикутнику  $ABC$  точка  $N$  — середина  $BC$ ,  $\overline{CB} = \vec{a}$ ,  $\overline{CA} = \vec{b}$ . Виразіть через  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  вектори  $\overline{AB}$  і  $\overline{NA}$ .

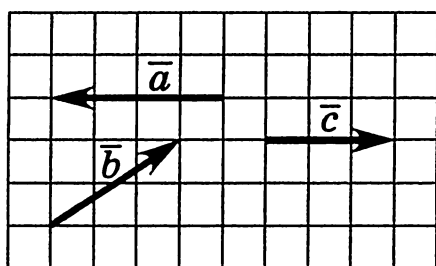
3.



В трикутнику  $ABC$  точка  $N$  — середина  $BC$ ,  $\overline{CB} = \vec{a}$ ,  $\overline{CA} = \vec{b}$ . Виразіть через  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  вектори  $\overline{BA}$  і  $\overline{AN}$ .

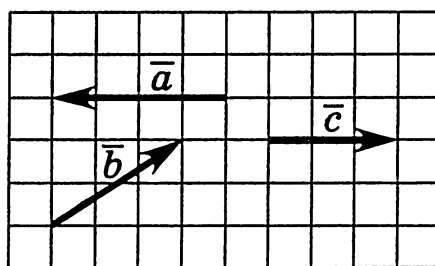
### Варіант Б1

1.



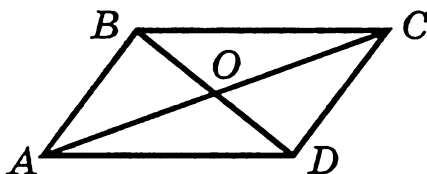
Дано вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  і  $\vec{c}$ . Побудуйте вектори:  $\vec{a} + \vec{c}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{b} + 2\vec{c}$ .

1.



Дано вектори  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  і  $\vec{c}$ . Побудуйте вектори:  $\vec{a} - \vec{c}$ ,  $\vec{b} - \vec{c}$ ,  $0,5\vec{a} + \vec{b}$ .

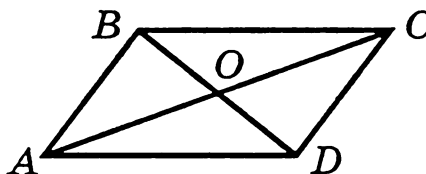
2.



$O$  — точка перетину діагоналей паралелограма  $ABCD$ .

Побудуйте вектори:  $\overline{OA} - \overline{OB}$ ,  $\overline{CD} + 2\overline{DO}$ ,  $\overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC}$ .

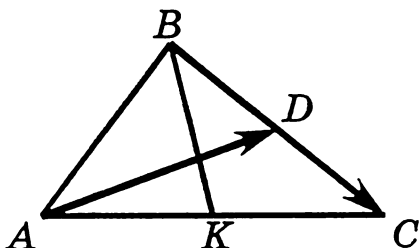
2.



$O$  — точка перетину діагоналей паралелограма  $ABCD$ .

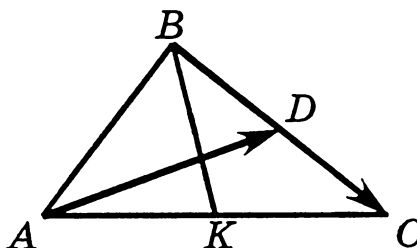
Побудуйте вектори:  $\overline{OD} - \overline{OC}$ ,  $2\overline{BO} + \overline{DA}$ ,  $\overline{CD} + \overline{DB} + \overline{BA}$ .

3.



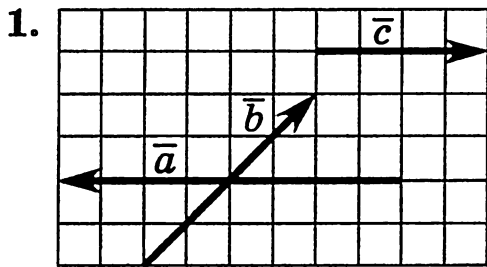
$AD$  і  $BK$  — медіани трикутника  $ABC$ . Виразіть через  $\vec{b} = \overline{BC}$  і  $\vec{m} = \overline{AD}$  вектори  $\overline{AB}$  і  $\overline{AK}$ .

3.



$AD$  і  $BK$  — медіани трикутника  $ABC$ . Виразіть через  $\vec{b} = \overline{BC}$  і  $\vec{m} = \overline{AD}$  вектори  $\overline{BA}$  і  $\overline{KC}$ .

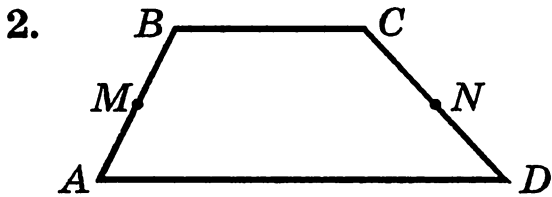
**Варіант В1**



Дано вектори  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  і  $\bar{c}$ .

Побудуйте вектори:

$$\bar{a} + \bar{b} + \bar{c}, \bar{a} + 2\bar{c}, 0,5\bar{b} - 2\bar{c}.$$

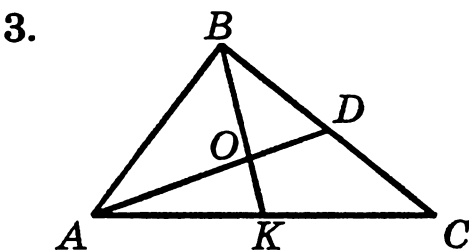


Дано трапецію  $ABCD$ . Точки  $M$  і  $N$  — середини бічних сторін  $AB$  і  $CD$  відповідно.

Побудуйте вектори:

$$2\overline{AM} + \overline{BC}, \frac{1}{2}(\overline{MD} - \overline{MC}),$$

$$\frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC}).$$

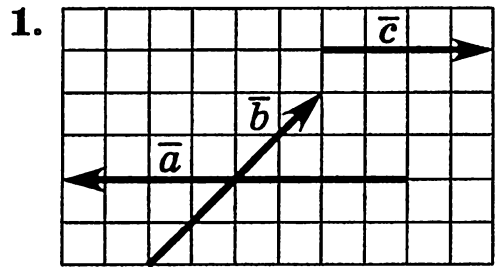


$AD$  і  $BK$  — медіани трикутника  $ABC$ .  $O$  — точка їх перетину.

Виразіть:

- а)  $\overline{BK}$  через  $\overline{BC}$  і  $\overline{AD}$ ;
- б)  $\overline{KO}$  через  $\overline{BA}$  і  $\overline{BC}$ .

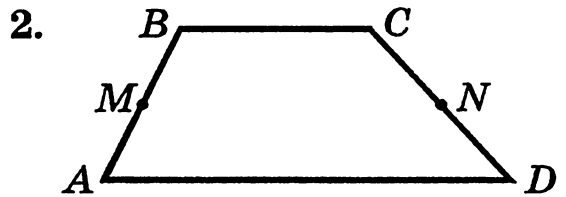
**Варіант В2**



Дано вектори  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  і  $\bar{c}$ .

Побудуйте вектори:

$$\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}, \bar{c} + 0,5\bar{a}, 2\bar{b} - 0,5\bar{a}.$$

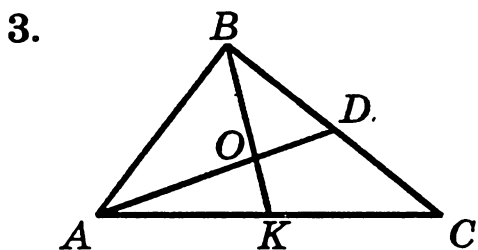


Дано трапецію  $ABCD$ . Точки  $M$  і  $N$  — середини бічних сторін  $AB$  і  $CD$  відповідно.

Побудуйте вектори:

$$\overline{AD} + 2\overline{DN}, \frac{1}{2}(\overline{NB} - \overline{NA}),$$

$$\frac{1}{2}(\overline{DA} + \overline{CB}).$$



$AD$  і  $BK$  — медіани трикутника  $ABC$ .  $O$  — точка їх перетину.

Виразіть:

- а)  $\overline{AD}$  через  $\overline{AC}$  і  $\overline{BK}$ ;
- б)  $\overline{DO}$  через  $\overline{AC}$  і  $\overline{AB}$ .

## С-17. СКАЛЯРНИЙ ДОБУТОК

Варіант А1Варіант А2

1. Знайдіть скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо

а)  $\vec{a}(1; -3)$ ,  $\vec{b}(-4; -2)$ ;

а)  $\vec{a}(-2; 2)$ ,  $\vec{b}(-3; -1)$ ;

б)  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{6}$ .

б)  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 6$ ,  $\cos \angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{3}$ .

2. Доведіть, що вектори  $\vec{BA}$  і  $\vec{BC}$  перпендикулярні, якщо

A(0; 1), B(2; -1), C(4; 1).

A(0; 1), B(2; 3), C(-1; 6).

3. Знайдіть косинус кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо

$\vec{a}(-1; 0)$ ,  $\vec{b}(-3; 4)$ .

$\vec{a}(-4; 3)$ ,  $\vec{b}(0; 1)$ .

Варіант Б1Варіант Б2

1. Знайдіть скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо

$\vec{a}(\sqrt{3}; -1)$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ .  $|\vec{a}| = 1$ ,  $\vec{b}(\sqrt{2}; -1)$ ,  $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ .

2. Знайдіть значення  $m$ , за якого вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  перпендикулярні, якщо

$\vec{a}(m; -8)$ ,  $\vec{b}(4; 3)$ .

$\vec{a}(-2; 1)$ ,  $\vec{b}(9; m)$ .

3. Знайдіть  $\angle BAC$ , якщо

A(1; 4), B(-2; 1), C(1; -3).  
Доведіть, що  $\angle ABC$  — тупий.

A(2; 3), B(-1; 3), C(-2; -1).  
Доведіть, що  $\angle BCA$  — гострий.

Варіант В1Варіант В2

1. Дано квадрат  $ABCD$  зі стороною 1.  
Знайдіть скалярний добуток векторів

$$\overline{AC} \text{ і } \overline{AD}.$$

$$\overline{BA} \text{ і } \overline{BD}.$$

2. Дано вектори  $\bar{a} (1; 4)$  і  $\bar{b} (-3; 2)$ .  
Знайдіть значення  $\lambda$ , за якого вектор  $\bar{a} + \lambda\bar{b}$  перпендикулярний

до вектора  $\bar{b}$ .

до вектора  $\bar{a}$ .

3. Дано вектори  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ . Відомо, що

$$|\bar{a}| = 7, |\bar{b}| = 8, \angle(\bar{a}, \bar{b}) = 60^\circ.$$

$$|\bar{a}| = 8, |\bar{b}| = 7, \angle(\bar{a}, \bar{b}) = 120^\circ.$$

Знайдіть абсолютну величину

вектора  $\bar{a} + \bar{b}$ .

вектора  $\bar{a} - \bar{b}$ .

4. Знайдіть кут між одиничними векторами  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ , якщо відомо, що

вектори  $\bar{a} - 3\bar{b}$  і  $\bar{a} - 0,2\bar{b}$  перпендикулярні.

вектори  $0,4\bar{a} - 2\bar{b}$  і  $3\bar{a} - \bar{b}$  перпендикулярні.

**К-6. ВЕКТОРИ**Варіант А1Варіант А2

1. Дано точки

$$A(-1; 4), B(3; 1), C(3; 4).$$

$$A(2; -1), B(2; 3), C(-1; -1).$$

- а) Знайдіть координати і абсолютну величину

вектора  $\overline{AB}$ .

вектора  $\overline{BC}$ .

- б) Знайдіть вектор, який дорівнює

$$\overline{CA} + \overline{AB}.$$

$$\overline{BC} + \overline{CA}.$$

в) Знайдіть кут між векторами  $\overline{CA}$  і  $\overline{CB}$ .  $\overline{AC}$  і  $\overline{AB}$ .

2. Дано вектори

$$\overline{a}(2; 6) \text{ і } \overline{b}(2; 1).$$

$$\overline{a}(-1; 2) \text{ і } \overline{b}(0; 5).$$

а) Знайдіть вектор

$$\overline{c} = \overline{a} - 4\overline{b}.$$

$$\overline{c} = 2\overline{a} - \overline{b}.$$

б) Доведіть, що вектори  $\overline{a}$  і  $\overline{c}$  перпендикулярні.

в) Побудуйте вектор з початком в точці  $(0; 0)$ , який дорівнює вектору  $\overline{c}$ .

3.  $O$  — точка перетину діагоналей паралелограма  $ABCD$ . Виразіть через вектори  $\overline{AB} = \overline{a}$  і  $\overline{AD} = \overline{b}$

вектори  $\overline{DB}$  і  $\overline{AO}$ .

вектори  $\overline{BD}$  і  $\overline{OC}$ .

## Варіант Б1

## Варіант Б2

1. Дано точки

$$A(2; 1), B(1; 1), C(2; -1).$$

$$A(-1; 2), B(1; 2), C(-1; 0).$$

а) Знайдіть координати і абсолютну величину

$$\text{вектора } -2\overline{AB}.$$

$$\text{вектора } 3\overline{AC}.$$

б) Знайдіть вектор, який дорівнює

$$\overline{BA} - \overline{BC}.$$

$$\overline{CB} - \overline{CA}.$$

в) Знайдіть  $\angle CAB$ .

2. Дано вектори  $\overline{a}(2; 0)$ ,  $\overline{b}(1; 2)$ ,  
 $\overline{c}(-3; m)$ .

а) Знайдіть значення  $m$ , за якого

вектори  $\overline{b}$  і  $\overline{a} - 2\overline{c}$  перпендикулярні.

вектори  $\overline{b}$  і  $\overline{a} + 2\overline{c}$  перпендикулярні.

б) Знайдіть значення  $m$ , за якого

вектори  $\vec{a} + \vec{b}$  і  $\vec{c}$  колінеарні.

вектори  $\vec{a} - \vec{b}$  і  $\vec{c}$  колінеарні.

в) Чи будуть ці колінеарні вектори співнапрямлені? Відповідь обґрунтуйте.

3. В паралелограмі  $ABCD$  точка  $M$  — середина сторони  $CD$ , точка  $K$  — середина сторони  $BC$ . Виразіть через вектори  $\vec{AB} = \vec{a}$  і  $\vec{AD} = \vec{b}$

вектори  $\vec{MB}$  і  $\vec{KM}$ .

вектори  $\vec{KD}$  і  $\vec{MK}$ .

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Дано точки  $A(3; 8)$ ,  $B(-7; 5)$ ,  $C(n; 11)$ .

а) Знайдіть значення  $n$ , за якого

вектори  $\vec{BA}$  і  $\vec{BC}$  перпендикулярні.

вектори  $\vec{AB}$  і  $\vec{AC}$  перпендикулярні.

б) Знайдіть значення  $n$ , за якого

вектори  $\vec{BA}$  і  $\vec{BC}$  колінеарні.

вектори  $\vec{AB}$  і  $\vec{AC}$  колінеарні.

в) У випадку колінеарності векторів визначте аналітично, яка з точок  $A$ ,  $B$  і  $C$  лежить між двома іншими.

2. Сума і різниця векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  мають координати відповідно:

$(2; 1)$  і  $(-4; 3)$ .

$(5; 10)$  і  $(3; -4)$ .

а) Знайдіть координати векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

б) Розкладіть за векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$

вектор  $\vec{c}$  (10; -5).

вектор  $\vec{c}$  (-2; 11).

в) Знайдіть кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

3. В паралелограмі  $ABCD$  на стороні  $BC$  позначено точку  $K$  так, що  $BK:KC = 1:2$ . Розкладіть за векторами  $\vec{AC} = \vec{a}$  і  $\vec{DB} = \vec{b}$

вектори  $\vec{BA}$  і  $\vec{AK}$ .

вектори  $\vec{DC}$  і  $\vec{KD}$ .

## К-7. РІЧНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА

### Варіант А1

1.  
Діагоналі ромба дорівнюють 10 см і 24 см. Знайдіть периметр ромба.

2.  
Бічні сторони прямокутної трапеції дорівнюють 5 см і 13 см, а менша основа — 7 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.  
Дано три вершини паралелограма  $ABCD$ :  $A(1; 3)$ ,  $B(2; 0)$ ,  $C(-1; -3)$ . Знайдіть координати вершини  $D$ .

### Варіант А2

1.  
Периметр ромба дорівнює 40 см, а одна з його діагоналей — 12 см. Знайдіть другу діагональ ромба.

2.  
Дано рівнобічну трапецію з меншою основою 10 см, діагоналлю 20 см і висотою 12 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.  
Дано три вершини паралелограма  $ABCD$ :  $B(-1; 1)$ ,  $C(2; 3)$ ,  $D(1; -1)$ . Знайдіть координати вершини  $A$ .

**Варіант Б 1**

1.  
Різниця діагоналей ромба дорівнює 10 см, а його периметр — 100 см. Знайдіть діагоналі ромба.

2.  
Бічні сторони прямокутної трапеції відносяться як 4:5, а одна з основ на 9 см більша за іншу. Більша діагональ трапеції дорівнює 20 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.  
Дано точки  $A(1; 1)$ ,  $B(2; 3)$ ,  $C(0; 4)$ ,  $D(-1; 2)$ . Доведіть, що  $ABCD$  — прямокутник.

**Варіант В 1**

1.  
Сума діагоналей ромба дорівнює 70 см, а сторона — 25 см. Знайдіть висоту ромба.

2.  
Діагональ рівнобічної трапеції є бісектрисою гострого кута і ділить середню лінію на відрізки 13 см і 23 см. Знайдіть висоту трапеції.

3.  
Дано точки  $A(1; -1)$ ,  $B(-1; 1)$ ,  $C(1; 3)$ ,  $D(3; 1)$ . Доведіть, що  $ABCD$  — квадрат.

**Варіант Б 2**

1.  
Сума діагоналей ромба дорівнює 70 см, а його периметр — 100 см. Знайдіть діагоналі ромба.

2.  
Бічні сторони прямокутної трапеції відносяться як 4:5, а одна з основ на 9 см більша за іншу. Менша діагональ трапеції дорівнює 20 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.  
Дано точки  $A(-3; 0)$ ,  $B(0; 3)$ ,  $C(2; 1)$ ,  $D(-1; -2)$ . Доведіть, що  $ABCD$  — прямокутник.

**Варіант В 2**

1.  
Різниця діагоналей ромба дорівнює 10 см, а сторона — 25 см. Знайдіть висоту ромба.

2.  
Діагональ рівнобічної трапеції є бісектрисою тупого кута і ділить середню лінію на відрізки 3 см і 13 см. Знайдіть висоту трапеції.

3.  
Дано точки  $A(-1; -1)$ ,  $B(-4; 2)$ ,  $C(-1; 5)$ ,  $D(2; 2)$ . Доведіть, що  $ABCD$  — квадрат.



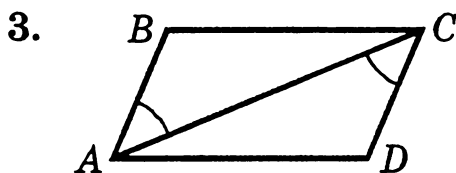
# ГЕОМЕТРІЯ (за Атанасяном)

## С-1. ВЛАСТИВОСТІ І ОЗНАКИ ПАРАЛЕЛОГРАМА

### Варіант А1

1. Периметр паралелограма дорівнює 46 см. Знайдіть сторони паралелограма, якщо сума трьох його сторін дорівнює 42 см.

2. Сума двох кутів паралелограма дорівнює  $84^\circ$ . Знайдіть кути паралелограма.

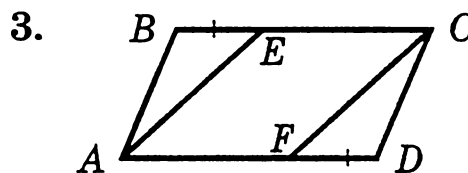


Дано:  $BC \parallel AD$ ;  
 $\angle BAC = \angle DCA$ .  
Довести:  $ABCD$  — паралелограм.

### Варіант А2

1. Периметр паралелограма дорівнює 56 см. Знайдіть сторони паралелограма, якщо сума двох його сторін дорівнює 20 см.

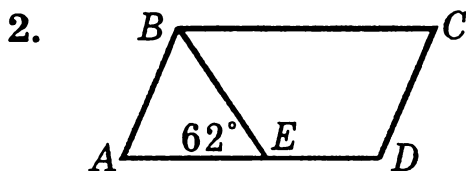
2. Сума трьох кутів паралелограма дорівнює  $254^\circ$ . Знайдіть кути паралелограма.



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $BE = DF$ .  
Довести:  $AECF$  — паралелограм.

### Варіант Б1

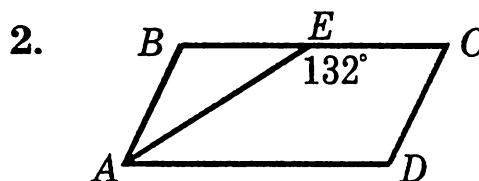
1. В паралелограмі  $ABCD$   $O$  — точка перетину діагоналей.  $BD = 12$  см,  $AD = 8$  см,  $AO = 7$  см. Знайдіть периметр трикутника  $BOC$ .



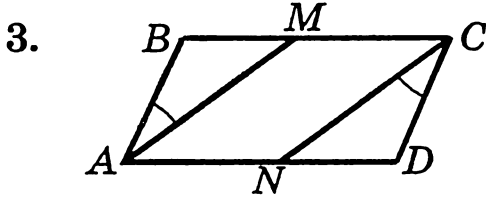
Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $BE$  — бісектриса кута  $ABC$ ;  $\angle AEB = 62^\circ$ .  
Знайти: кути паралелограма.

### Варіант Б2

1. В паралелограмі  $ABCD$   $O$  — точка перетину діагоналей.  $CD = 15$  см,  $AC = 24$  см,  $DO = 9$  см. Знайдіть периметр трикутника  $AOB$ .

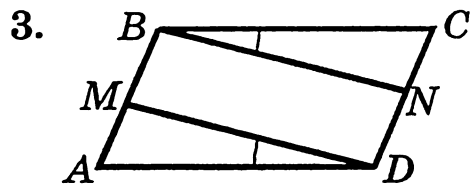


Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AE$  — бісектриса кута  $BAD$ ;  $\angle AEC = 132^\circ$ .  
Знайти: кути паралелограма.



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $\angle BAM = \angle DCN$ .

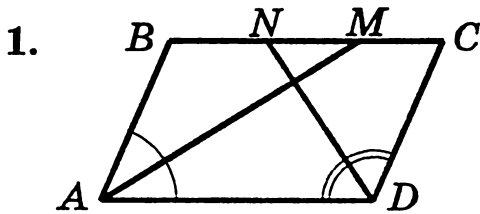
Довести:  $AMCN$  — паралелограм.



Дано:  $MBND$  — паралелограм;  
 $\angle ADM = \angle CBN$ .

Довести:  $ABCD$  — паралелограм.

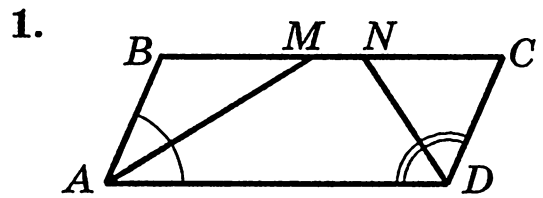
**Варіант В1**



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AM$  і  $DN$  — бісектриси  
 кутів  $BAD$  і  $ADC$ ;  
 $AB = 6$  см;  $P_{ABCD} = 28$  см.

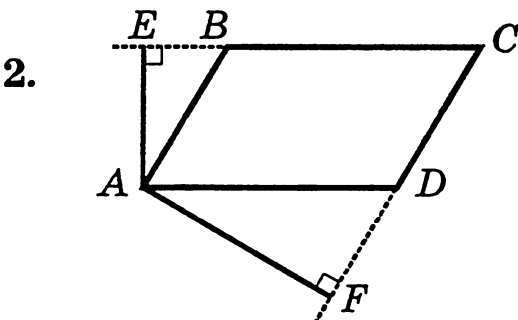
Знайти:  $MN$ .

**Варіант В2**



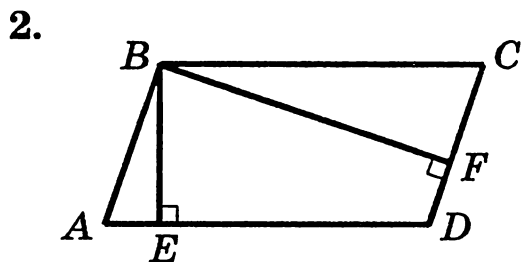
Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AM$  і  $DN$  — бісектриси  
 кутів  $BAD$  і  $ADC$ ;  
 $MN = 8$  см;  $P_{ABCD} = 44$  см.

Знайти: сторони паралелограма.



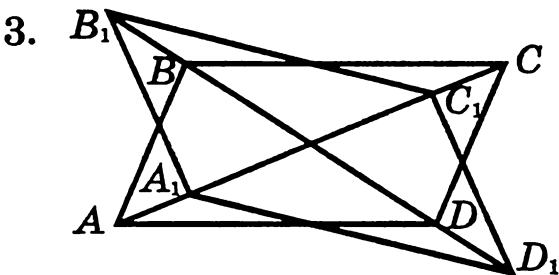
Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AE \perp BC$ ;  $AF \perp CD$ ;  
 $\angle EAF$  більший за  
 $\angle BAD$  в 8 разів.

Знайти: кути паралелограма.

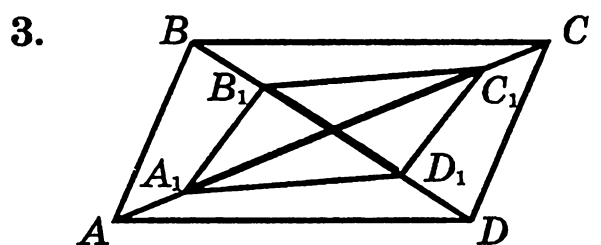


Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $BE \perp AD$ ;  $BF \perp CD$ ;  
 $\angle EBF$  менший за  
 $\angle ABC$  на  $100^\circ$ .

Знайти: кути паралелограма.

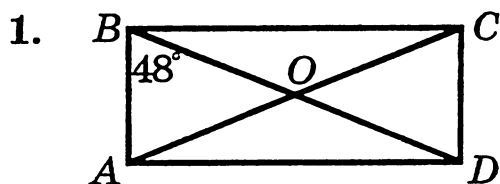


Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AA_1 = CC_1$ ;  $BB_1 = DD_1$ .  
 Довести:  $A_1B_1C_1D_1$  — паралелограм.



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AA_1 = CC_1$ ;  $BB_1 = DD_1$ .  
 Довести:  $A_1B_1C_1D_1$  — паралелограм.

## С-2. ПРЯМОКУТНИК. РОМБ. КВАДРАТ

Варіант А1

Дано:  $ABCD$  — прямокутник;  
 $\angle ABD = 48^\circ$ .

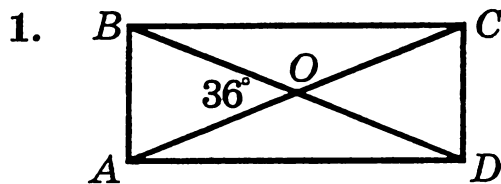
Знайти:  $\angle COD$ ,  $\angle CAD$ .

2.

Кут ромба дорівнює  $32^\circ$ .  
 Знайдіть кути, які утворює його сторона з діагоналями.

3.

Доведіть, що якщо діагоналі прямокутника перпендикулярні, то він є квадратом.

Варіант А2

Дано:  $ABCD$  — прямокутник;  
 $\angle AOB = 36^\circ$ .

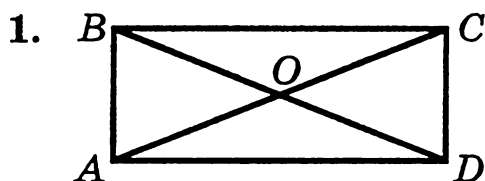
Знайти:  $\angle CAD$ ,  $\angle BDC$ .

2.

В ромбі кут між діагоналлю і стороною дорівнює  $25^\circ$ .  
 Знайдіть кути ромба.

3.

Доведіть, що якщо діагоналі ромба рівні, то він є квадратом.

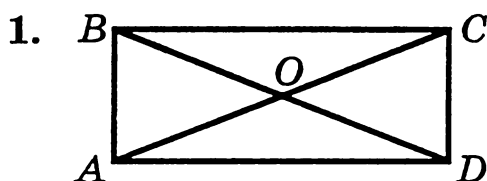
Варіант Б1

Дано:  $ABCD$  — прямокутник;  
 $\angle ABD$  більший за  $\angle CBD$  на  $20^\circ$ .

Знайти: кути трикутника  $AOD$ .

2.

З вершини тупого кута ромба проведено перпендикуляр до його сторони, який ділить цю сторону навпіл.  
 Знайдіть кути ромба.

Варіант Б2

Дано:  $ABCD$  — прямокутник;  
 $\angle ADB : \angle CDB = 4:5$ .

Знайти: кути трикутника  $AOB$ .

2.

Сторона ромба вдвічі більша за перпендикуляр, проведений до неї з вершини тупого кута.  
 Знайдіть кути ромба.

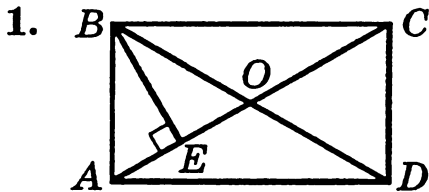
3.

Доведіть, що ромб є квадратом, якщо його сторона утворює з діагоналями рівні кути.

3.

Доведіть, що паралелограм є ромбом, якщо його сторона утворює з діагоналями кути, сума яких дорівнює  $90^\circ$ .

### Варіант В1



Дано:  $ABCD$  — прямокутник;  
 $BE \perp AC$ ;  $AB = 12$  см;  
 $AE : EC = 1 : 3$ .

Знайти: діагоналі прямокутника.

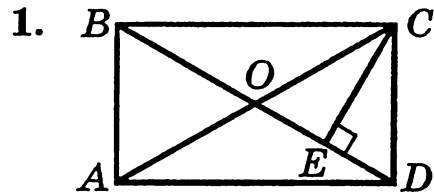
2.

З вершини тупого кута ромба проведено перпендикуляр до сторони. Цей перпендикуляр перетинає діагональ ромба під кутом  $60^\circ$ . Знайдіть довжину цієї діагоналі, якщо довжина перпендикуляра дорівнює 6 см.

3.

Доведіть, що середини сторін прямокутника являються вершинами ромба.

### Варіант В2



Дано:  $ABCD$  — прямокутник;  
 $CE \perp BD$ ;  $CD = 10$  см;  
 $DE : OC = 1 : 2$ .

Знайти: діагоналі прямокутника.

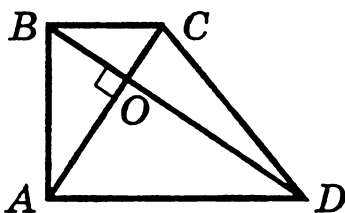
2.

З вершини тупого кута ромба проведено перпендикуляр до сторони. Під яким кутом цей перпендикуляр перетинає більшу діагональ, якщо довжина перпендикуляра — 5 см, а довжина цієї діагоналі — 10 см?

3.

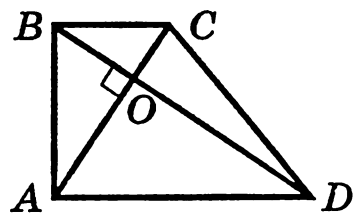
Доведіть, що середини сторін ромба являються вершинами прямокутника.

### Додаткові завдання



Дано:  $ABCD$  — прямокутна трапеція;  $AC \perp BD$ ;  
 $\angle BAC = 30^\circ$ ;  $AD = 12$  см.

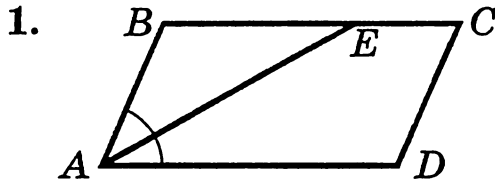
Знайти:  $BC$ .



Дано:  $ABCD$  — прямокутна трапеція;  $AC \perp BD$ ;  
 $\angle CAD = 60^\circ$ ;  $BC = 4$  см.

Знайти:  $AD$ .

## К-1. ЧОТИРИКУТНИКИ

Варіант А1

Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AE$  — бісектриса  $\angle BAD$ ;  
 $AB = 7$  см;  $EC = 3$  см.

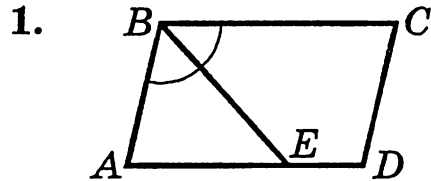
Знайти: периметр паралелограма.

2.

Доведіть, що ромб, у якого кут між діагоналлю і стороною дорівнює  $45^\circ$ , є квадратом.

3.

Побудуйте ромб за діагоналлю і стороною.

Варіант А2

Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $BE$  — бісектриса  $\angle ABC$ ;  
 $AE = 8$  см;  $ED = 2$  см.

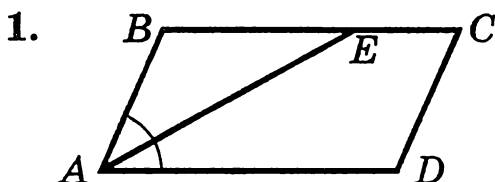
Знайти: периметр паралелограма.

2.

Доведіть, що паралелограм, у якого дві суміжні сторони рівні, є ромбом.

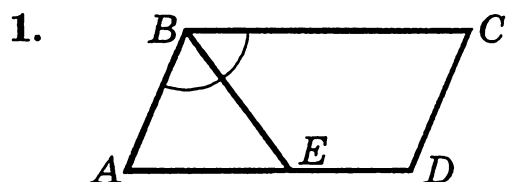
3.

Побудуйте прямокутник за стороною і кутом між цією стороною і діагоналлю.

Варіант Б1

Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AE$  — бісектриса  $\angle BAD$ ;  
 $P_{ABCD} = 56$  см;  
 $BE : EC = 3:1$ .

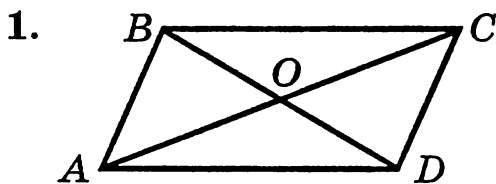
Знайти: сторони паралелограма.

Варіант Б2

Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $BE$  — бісектриса  $\angle ABC$ ;  
 $P_{ABCD} = 48$  см;  
 $AE$  більший за  $ED$  на 3 см.

Знайти: сторони паралелограма.

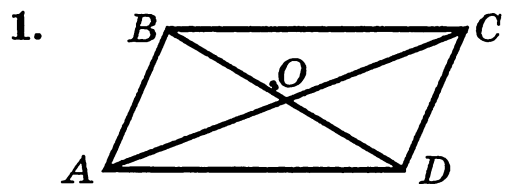
2. Доведіть, що чотирикутник, у якого дві сторони паралельні і кути, прилеглі до однієї з цих сторін, прямі, є прямокутником.
3. Побудуйте паралелограм за діагоналлю і кутом між діагоналями.
2. Доведіть, що чотирикутник, у якого усі сторони рівні, є ромбом.
3. Побудуйте паралелограм за стороною і двома діагоналями.

**Варіант В1**

Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $AD = 11$  см;  $CD = 4$  см.  
 $P_{BOC} = 26$  см.

Знайти:  $P_{AOB}$ .

2. Доведіть, що бісектриси кутів довільного паралелограма при перетині утворюють прямокутник.
3. Побудуйте ромб за тупим кутом і відстанню між паралельними сторонами.

**Варіант В2**

Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $P_{AOB} = 21$  см;  $P_{BOC} = 24$  см;  
 $CD = 6$  см.

Знайти:  $P_{ABCD}$ .

2. Доведіть, що бісектриси кутів довільного прямокутника при перетині утворюють квадрат.
3. Побудуйте ромб за гострим кутом і відстанню між паралельними сторонами.

**С-3. ПЛОЩА ПРЯМОКУТНИКА, КВАДРАТА****Варіант А1**

1. Знайдіть площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 144 см, а сторони відносяться як 5:7.

**Варіант А2**

1. Знайдіть площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 74 см, а різниця сторін — 17 см.

2. В прямокутнику одна сторона в 3 рази менша від іншої, а площа дорівнює  $48 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу квадрата, побудованого на більшій стороні прямокутника.
3. Як зміниться площа прямокутника, якщо одну його сторону збільшити вдвічі, а іншу — в 4 рази?
2. В прямокутнику одна сторона в 4 рази більша за іншу, а площа дорівнює  $36 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу квадрата, побудованого на меншій стороні прямокутника.
3. Як зміниться площа прямокутника, якщо одну його сторону зменшити в 3 рази, а іншу — в 4 рази?

### Варіант Б1

### Варіант Б2

1. Відстань від точки перетину діагоналей до сторони прямокутника на 8 см менша від цієї сторони. Знайдіть площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 88 см.
2. Площі квадратів, побудованих на сторонах прямокутника, дорівнюють  $49 \text{ см}^2$  і  $144 \text{ см}^2$ . Знайдіть периметр прямокутника.
3. Як зміниться площа прямокутника, якщо одну з його сторін збільшити в 4 рази, а іншу — зменшити в 8 разів?
1. Відстань від точки перетину діагоналей до сторони прямокутника в 8 разів менша від цієї сторони. Знайдіть площу прямокутника, якщо його периметр дорівнює 80 см.
2. Площі квадратів, побудованих на сторонах прямокутника, дорівнюють  $64 \text{ см}^2$  і  $121 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу прямокутника.
3. Як зміниться площа прямокутника, якщо одну з його сторін збільшити в 9 разів, а іншу — зменшити в 3 рази?

**Варіант В1**

1. Площа прямокутника дорівнює  $48 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу шестикутника, вершинами якого являються середини сторін і дві протилежні вершини даного прямокутника.
2. Знайдіть площу квадрата, діагональ якого дорівнює  $6 \text{ см}$ .
3. Доведіть, що площа ромба дорівнює половині добутку його діагоналей.

**Варіант В2**

1. Площа шестикутника, вершинами якого являються середини сторін і дві протилежні вершини прямокутника, дорівнює  $24 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу цього прямокутника.
2. Знайдіть площу ромба, діагоналі якого дорівнюють  $6 \text{ см}$  і  $8 \text{ см}$ .
3. Доведіть, що площа квадрата дорівнює половині квадрата діагоналі.

**С-4. ПЛОЩА ПАРАЛЕЛОГРАМА, РОМБА, ТРИКУТНИКА****Варіант А1**

1. Сторони паралелограма дорівнюють  $8 \text{ см}$  і  $14 \text{ см}$ , а один з кутів дорівнює  $30^\circ$ . Знайдіть площу паралелограма.
2. Знайдіть висоту ромба, сторона якого дорівнює  $6,5 \text{ см}$ , а площа —  $26 \text{ см}^2$ .
3. Знайдіть сторону трикутника, якщо висота, проведена до цієї сторони, в  $2$  рази менша від неї, а площа трикутника дорівнює  $64 \text{ см}^2$ .

**Варіант А2**

1. Сторони паралелограма дорівнюють  $10 \text{ см}$  і  $12 \text{ см}$ , а один з кутів дорівнює  $150^\circ$ . Знайдіть площу паралелограма.
2. Знайдіть сторону ромба, площа якого дорівнює  $12 \text{ см}^2$ , а висота —  $2,4 \text{ см}$ .
3. Знайдіть висоту трикутника, якщо вона в  $4$  рази більша за сторону, до якої вона проведена, а площа трикутника дорівнює  $72 \text{ см}^2$ .



**Варіант Б1**

1.  
Периметр паралелограма дорівнює 32 см. Знайдіть площу паралелограма, якщо один з його кутів на  $60^\circ$  більший за прямий, а одна з сторін дорівнює 6 см.

2.  
Знайдіть периметр ромба, висота якого дорівнює 7 см, а площа —  $84 \text{ см}^2$ .

3.  
Знайдіть площу рівнобедреного прямокутного трикутника з гіпотенузою 14 см.

**Варіант В1**

1.  
Периметр паралелограма дорівнює 66 см. Два кути паралелограма відносяться як 1:5, а дві сторони — як 2:9. Знайдіть площу паралелограма.

2.  
Знайдіть кути ромба, якщо його периметр дорівнює 16 см, а площа —  $8 \text{ см}^2$ .

3\*.  
Знайдіть площу трикутника, одна зі сторін якого дорівнює 12 см, а прилеглі до неї кути —  $30^\circ$  і  $75^\circ$ .

**Варіант Б2**

1.  
Периметр паралелограма дорівнює 36 см. Знайдіть площу паралелограма, якщо його висота дорівнює 4 см, а один з кутів на  $60^\circ$  менший від прямого.

2.  
Знайдіть висоту ромба, периметр якого дорівнює 124 см, а площа —  $155 \text{ см}^2$ .

3.  
В прямокутному трикутнику гострий кут дорівнює  $45^\circ$ , а висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює 9 см. Знайдіть площу цього трикутника.

**Варіант В2**

1.  
Периметр паралелограма дорівнює 40 см. Різниця двох його кутів дорівнює  $120^\circ$ , а різниця двох його сторін — 2 см. Знайдіть площу паралелограма.

2.  
Знайдіть кути ромба, якщо його висота дорівнює 7 см, а площа —  $98 \text{ см}^2$ .

3\*.  
В рівнобедреному трикутнику кут при основі дорівнює  $75^\circ$ . Знайдіть бічну сторону цього трикутника, якщо його площа дорівнює  $16 \text{ см}^2$ .

**С-5. ПЛОЩА ТРАПЕЦІЇ****Варіант А1**

1.  
Різниця основ трапеції дорівнює 6 см, а висота трапеції — 8 см. Знайдіть основи трапеції, якщо її площа дорівнює  $56 \text{ см}^2$ .

2.  
Висота, проведена з вершини тупого кута прямокутної трапеції, відтинає квадрат, площа якого становить  $16 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу трапеції, якщо її тупий кут дорівнює  $135^\circ$ .

**Варіант Б1**

1.  
Висота трапеції в 3 рази менша від однієї з основ і в 5 разів менша від іншої основи. Знайдіть основи і висоту трапеції, якщо її площа дорівнює  $100 \text{ см}^2$ .

2.  
В рівнобедреній трапеції кут при основі дорівнює  $45^\circ$ , а висота дорівнює меншій основі. Знайдіть площу трапеції, якщо більша основа дорівнює 12 см.

**Варіант В1**

1.  
В рівнобедреній трапеції з гострим кутом  $30^\circ$  сума основ дорівнює 22 см, а периметр — 30 см. Знайдіть площу трапеції.

**Варіант А2**

1.  
Висота трапеції дорівнює 7 см, а одна з основ в 5 разів більша за іншу. Знайдіть основи трапеції, якщо її площа дорівнює  $84 \text{ см}^2$ .

2.  
Висота, проведена з вершини тупого кута прямокутної трапеції, ділить трапецію на квадрат і трикутник. Площа трикутника дорівнює  $16 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу трапеції, якщо її гострий кут дорівнює  $45^\circ$ .

**Варіант Б2**

1.  
Одна з основ трапеції на 3 см більша за висоту, а інша — на 3 см менша від висоти. Знайдіть основи і висоту трапеції, якщо її площа дорівнює  $100 \text{ см}^2$ .

2.  
В рівнобедреній трапеції тупий кут дорівнює  $135^\circ$ , а висота в 3 рази менша від більшої основи. Знайдіть площу трапеції, якщо менша основа дорівнює 6 см.

**Варіант В2**

1.  
В рівнобедреній трапеції з тупим кутом  $150^\circ$  бічна сторона дорівнює 6 см, а площа трапеції —  $66 \text{ см}^2$ . Знайдіть периметр трапеції.

2. Діагоналі рівнобедреної трапеції перетинаються під прямим кутом, а сума основ дорівнює 18 см. Знайдіть площу трапеції.
2. Менша діагональ прямокутної трапеції перпендикулярна до бічної сторони, гострий кут трапеції дорівнює  $45^\circ$ , більша основа — 8 см. Знайдіть площу трапеції.

## С-6. ТЕОРЕМА ПІФАГОРА

### Варіант А1

1. Знайдіть катет прямокутного трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 13 см, а інший катет — 12 см.
2. Діагоналі ромба дорівнюють 12 см і 16 см. Знайдіть площу і периметр ромба.
3. Доведіть, що трикутник зі сторонами 12 см, 35 см і 37 см є прямокутним.

### Варіант А2

1. Знайдіть гіпотенузу прямокутного трикутника, якщо його катети дорівнюють 6 см і 8 см.
2. Діагональ прямокутника дорівнює 13 см, а одна з його сторін — 5 см. Знайдіть периметр і площу прямокутника.
3. Доведіть, що трикутник зі сторонами 9 см, 40 см і 41 см є прямокутним.

### Варіант Б1

1. Катети прямокутного трикутника відносяться як 3:4, а гіпотенуза дорівнює 15 см. Знайдіть периметр трикутника.

### Варіант Б2

1. В прямокутному трикутнику гіпотенуза відноситься до катета як 5:3. Знайдіть периметр трикутника, якщо другий катет дорівнює 12 см.

2. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 17 см, а бісектриса, проведена до основи, — 15 см. Знайдіть периметр і площу цього трикутника.
3. Доведіть, що трикутник є прямокутним, якщо його сторони пропорційні до чисел 5, 12 і 13.
2. Медіана, проведена до основи рівнобедреного трикутника, дорівнює 12 см, а бічна сторона — 13 см. Знайдіть периметр і площу цього трикутника.
3. Доведіть, що трикутник є прямокутним, якщо його сторони пропорційні до чисел 7, 24 і 25.

### Варіант В1

1. В рівнобедреному трикутнику висота, проведена до бічної сторони, ділить цю сторону на відрізки завдовжки 12 см і 3 см, починаючи від вершини трикутника, протилежної до основи. Знайдіть площу і периметр трикутника.
2. В прямокутній трапеції з гострим кутом  $45^\circ$  більша бічна сторона дорівнює  $16\sqrt{2}$  см, а менша діагональ дорівнює 20 см. Знайдіть периметр і площу трапеції.
3. Доведіть, що сума квадратів медіан прямокутного трикутника дорівнює  $3/2$  квадрата гіпотенузи.

### Варіант В2

1. Висота, проведена до бічної сторони рівнобедреного трикутника, дорівнює 15 см і відтинає на бічній стороні відрізок завдовжки 8 см, починаючи від вершини трикутника, протилежної до основи. Знайдіть площу і периметр трикутника.
2. В рівнобедреній трапеції кут при основі дорівнює  $45^\circ$ , бічна сторона —  $9\sqrt{2}$  см, а діагональ — 15 см. Знайдіть периметр і площу трапеції.
3. Доведіть, що сума квадратів двох медіан прямокутного трикутника, проведених до катетів, дорівнює  $5/4$  квадрата гіпотенузи.

**К-2. ПЛОЩІ. ТЕОРЕМА ПІФАГОРА****Варіант А1**

1.  
Сторони паралелограма дорівнюють 12 см і 9 см, а його площа дорівнює  $36 \text{ см}^2$ . Знайдіть висоти паралелограма.

2.  
В прямокутному трикутнику з гострим кутом  $45^\circ$  гіпотенуза дорівнює  $3\sqrt{2}$  см. Знайдіть катети і площу цього трикутника.

3.  
В прямокутній трапеції основи дорівнюють 6 см і 9 см, а більша бічна сторона дорівнює 5 см. Знайдіть площу цієї трапеції.

**Варіант Б1**

1.  
В паралелограмі тупий кут дорівнює  $150^\circ$ . Бісектриса цього кута ділить сторону паралелограма на відрізки 16 см і 5 см, починаючи від вершини гострого кута. Знайдіть площу паралелограма.

**Варіант А2**

1.  
Висоти паралелограма дорівнюють 2 см і 6 см, а його площа дорівнює  $48 \text{ см}^2$ . Знайдіть сторони паралелограма.

2.  
В прямокутному трикутнику катет, протилежний до кута  $60^\circ$ , дорівнює  $3\sqrt{3}$  см. Знайдіть дві інші сторони цього трикутника і його площу.

3.  
В рівнобедреній трапеції основи дорівнюють 6 см і 14 см, а бічна сторона дорівнює 5 см. Знайдіть площу цієї трапеції.

**Варіант Б2**

1.  
В паралелограмі гострий кут дорівнює  $30^\circ$ . Бісектриса цього кута ділить сторону паралелограма на відрізки 14 см і 9 см, починаючи від вершини тупого кута. Знайдіть площу паралелограма.

2. Дві сторони трикутника дорівнюють  $7\sqrt{2}$  см і 10 см, а кут між ними дорівнює  $45^\circ$ . Знайдіть площу трикутника.
3. В рівнобедреній трапеції бічна сторона дорівнює 10 см, діагональ — 17 см, а різниця основ — 12 см. Знайдіть площу трапеції.
2. Дві сторони трикутника дорівнюють  $4\sqrt{3}$  см і 6 см, а кут між ними дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть площу трикутника.
3. В прямокутній трапеції бічні сторони відносяться як 4:5, різниця основ дорівнює 9 см, а менша діагональ — 13 см. Знайдіть площу трапеції.

### Варіант В1

1. Висоти паралелограма, проведені з вершини гострого кута, утворюють кут  $150^\circ$ . Знайдіть площу паралелограма, якщо його сторони дорівнюють 12 см і 18 см.
2. Дві сторони трикутника відносяться як 5:8, а висота, проведена до третьої сторони, ділить її на відрізки 7 см і 32 см. Знайдіть периметр трикутника.
3. В рівнобедреній трапеції висота і основи відносяться як 3:5:13, а бічна сторона дорівнює 15 см. Знайдіть площу трапеції.

### Варіант В2

1. Висоти паралелограма, проведені з вершини тупого кута, утворюють кут  $30^\circ$ . Знайдіть площу паралелограма, якщо його сторони дорівнюють 16 см і 20 см.
2. Дві сторони трикутника дорівнюють 75 см і 78 см, а висота, проведена до третьої сторони, ділить її у відношенні 7:10. Знайдіть периметр трикутника.
3. В рівнобедреній трапеції периметр дорівнює 64 см, різниця основ дорівнює 18 см, а висота відноситься до бічної сторони як 4:5. Знайдіть площу трапеції.

## С-7. ВИЗНАЧЕННЯ ПОДІБНИХ ТРИКУТНИКІВ. ВЛАСТИВІСТЬ БІСЕКТРИСИ КУТА ТРИКУТНИКА

### Варіант А1

1.  
Сторони трикутника дорівнюють 5 см, 3 см і 7 см. Знайдіть сторони трикутника, подібного до даного, з периметром 105 см.

2.  
Відповідні сторони подібних трикутників дорівнюють 7 см і 35 см. Площа першого трикутника дорівнює  $27 \text{ см}^2$ . Знайдіть площу другого трикутника.

3.  
Знайдіть дві сторони трикутника, якщо їхня сума дорівнює 91 см, а бісектриса, проведена до третьої сторони, ділить її у відношенні 5:8.

### Варіант Б1

1.  
Сторони трикутника відносяться як 7:13:19. Знайдіть периметр подібного до нього трикутника, у якого різниця між двома більшими сторонами дорівнює 132 см.

### Варіант А2

1.  
Сторони трикутника відносяться як 4:5:7. Знайдіть сторони трикутника, подібного до даного, з периметром 96 см.

2.  
Площі подібних трикутників дорівнюють  $17 \text{ см}^2$  і  $68 \text{ см}^2$ . Сторона першого трикутника дорівнює 8 см. Знайдіть відповідну сторону другого трикутника.

3.  
Знайдіть дві сторони трикутника, якщо їх різниця дорівнює 28 см, а бісектриса, проведена до третьої сторони, ділить її на відрізки 43 см і 29 см.

### Варіант Б2

1.  
Сторони трикутника дорівнюють 14 см, 42 см і 40 см. Знайдіть периметр подібного до нього трикутника, у якого сума найбільшої і найменшої сторін дорівнює 108 см.

2. Відповідні сторони подібних трикутників дорівнюють 6 см і 4 см, а сума площ трикутників дорівнює  $78 \text{ см}^2$ . Знайдіть площі цих трикутників.
3. В прямокутному трикутнику бісектриса гострого кута ділить катет на відрізки 10 см і 6 см. Знайдіть периметр цього трикутника.
2. Відповідні сторони подібних трикутників відносяться як 8:5, а різниця площ трикутників дорівнює  $156 \text{ см}^2$ . Знайдіть площі цих трикутників.
3. В прямокутному трикутнику бісектриса прямого кута ділить гіпотенузу на відрізки 20 см і 15 см. Знайдіть периметр цього трикутника.

### Варіант В1

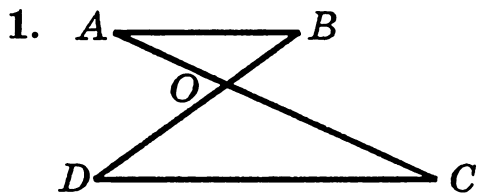
1. В трапеції  $ABCD$   $BC \parallel AD$ ,  $AB = 9$  см. Діагональ  $AC$  ділить трапецію на два подібних трикутники  $ABC$  і  $ACD$ . Знайдіть більшу основу трапеції, якщо ця діагональ дорівнює 12 см.
2. В рівнобедреному трикутнику  $ABC$  з основою  $AC$  бісектриса  $AD$  відтинає трикутник  $CAD$ , подібний до  $ABC$ . Знайдіть кути трикутника  $ABC$ .
3. В рівнобедреному трикутнику бісектриса, проведена до бічної сторони, ділить її на відрізки 30 см і 25 см, починаючи від основи. Знайдіть периметр трикутника.

### Варіант В2

1. В трапеції  $ABCD$   $BC \parallel AD$ ,  $AB = 4$  см. Діагональ  $AC$  ділить трапецію на два подібних трикутники  $ABC$  і  $ACD$ . Знайдіть цю діагональ, якщо більша основа трапеції дорівнює 9 см.
2. В трикутнику  $ABC$  бісектриса  $AD$  відтинає трикутник, подібний до  $ABC$ . Доведіть, що трикутник  $ABC$  — рівнобедрений, і знайдіть його кути.
3. В рівнобедреному трикутнику бічна сторона дорівнює 55 см, а висота, проведена до основи, — 44 см. Знайдіть довжину відрізків, на які ділить бічну сторону бісектриса кута при основі.

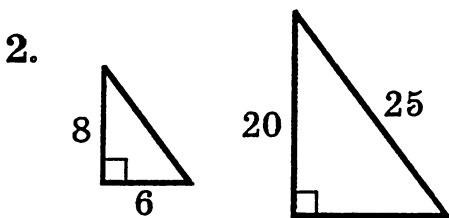


## С-8. ОЗНАКИ ПОДІБНОСТІ ТРИКУТНИКІВ

Варіант А1

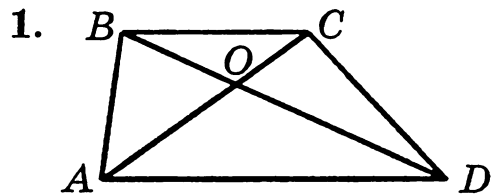
Дано:  $AB \parallel DC$ .

Довести:  $\triangle AOB \sim \triangle COD$ .



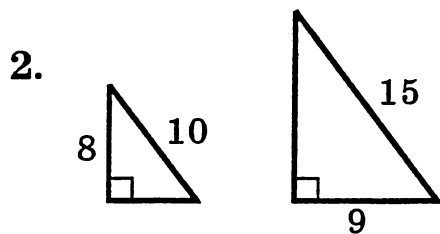
Чи подібні трикутники, зображені на малюнку? Чому?

3. Два рівнобедрених трикутники мають рівні кути, протилежні до основ. В одному з трикутників бічна сторона і висота, проведена до основи, дорівнюють 5 см і 4 см. Знайдіть периметр іншого трикутника, якщо його бічна сторона дорівнює 15 см.

Варіант А2

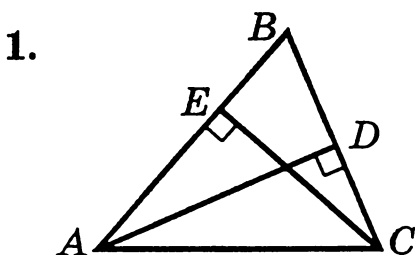
Дано:  $ABCD$  — трапеція.

Довести:  $\triangle AOD \sim \triangle COB$ .



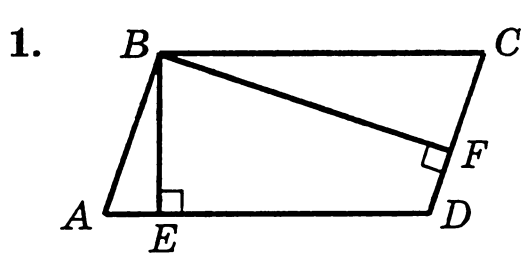
Чи подібні трикутники, зображені на малюнку? Чому?

3. Два рівнобедрених трикутники мають рівні кути між бічними сторонами. В одному з трикутників бічна сторона і висота, проведена до основи, дорівнюють 8 см і 3 см. Знайдіть периметр іншого трикутника, якщо його основа дорівнює 24 см.

Варіант Б1

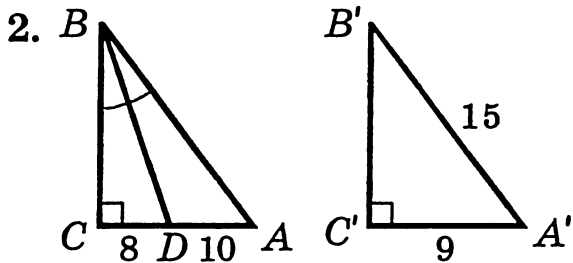
Дано:  $AD \perp BC$ ;  
 $CE \perp AB$ .

Довести:  $\triangle ADB \sim \triangle CEB$ .

Варіант Б2

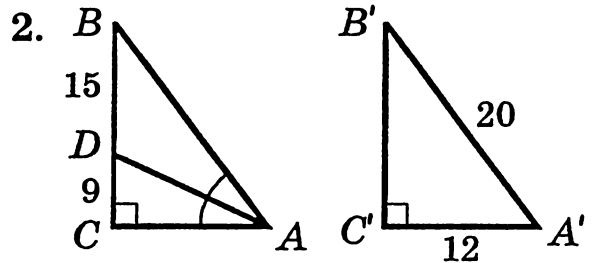
Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $BE \perp AD$ ;  $BF \perp CD$ .

Довести:  $\triangle ABE \sim \triangle CBF$ .



Чи подібні прямокутні трикутники  $ABC$  і  $A'B'C'$ ?

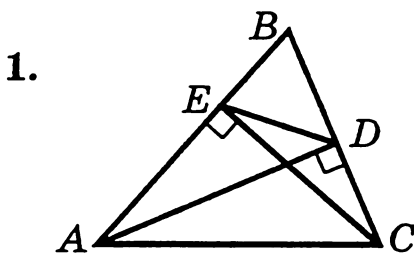
3. Основи трапеції дорівнюють 4 см і 8 см, а висота — 9 см. Знайдіть відстані від точки перетину діагоналей до основ трапеції.



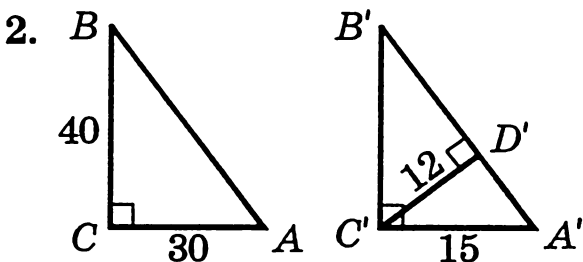
Чи подібні прямокутні трикутники  $ABC$  і  $A'B'C'$ ?

3. Відстані від точки перетину діагоналей до основ трапеції дорівнюють 3 см і 9 см, а сума основ — 24 см. Знайдіть основи трапеції.

### Варіант В1



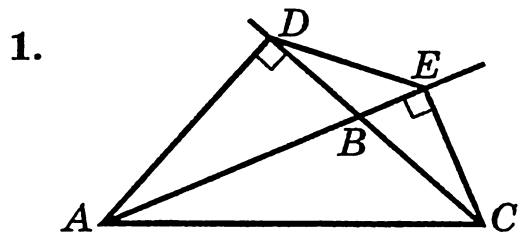
Дано:  $AD \perp BC$ ;  $CE \perp AB$ .  
Довести:  $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ .



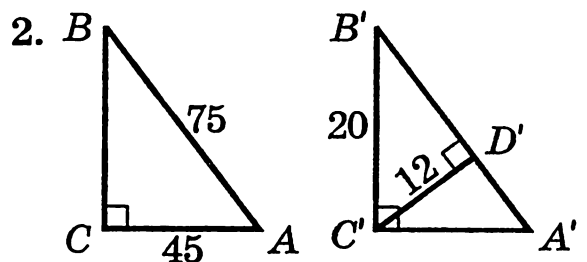
Чи подібні прямокутні трикутники  $ABC$  і  $A'B'C'$ ?

3. Кути між бічними сторонами двох рівнобедрених трикутників рівні. Бісектриса кута при основі одного з трикутників ділить висоту, проведену до основи, у відношенні 5:3. Знайдіть сторони іншого трикутника, якщо його периметр дорівнює 48 см.

### Варіант В2



Дано:  $AD \perp BC$ ;  $CE \perp AB$ .  
Довести:  $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ .



Чи подібні прямокутні трикутники  $ABC$  і  $A'B'C'$ ?

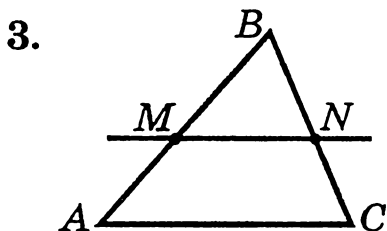
3. Кути між бічними сторонами двох рівнобедрених трикутників рівні. Бісектриса кута при основі одного з трикутників ділить медіану, проведену до основи, на відрізки 10 см і 6 см. Знайдіть сторони іншого трикутника, якщо його периметр дорівнює 64 см.

### К-3. ПОДІБНІСТЬ ТРИКУТНИКІВ

#### Варіант А1

1. В одному рівнобедреному трикутнику кут при вершині дорівнює  $24^\circ$ , а в іншому рівнобедреному трикутнику кут при основі дорівнює  $78^\circ$ . Чи подібні ці трикутники? Чому?

2. Знайдіть відношення площ двох трикутників, якщо сторони одного дорівнюють 5 см, 8 см, 12 см, а сторони іншого — 15 см, 24 см, 36 см.



Дано:  $AB = 24$  см;  $CB = 16$  см;  
 $AM = 9$  см;  $BN = 10$  см.

Довести:  $MN \parallel AC$ .

#### Варіант Б1

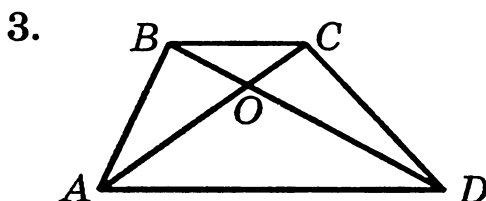
1. Один з гострих кутів прямокутного трикутника в 4 рази менший від іншого. В іншому прямокутному трикутнику різниця гострих кутів дорівнює  $54^\circ$ . Чи подібні ці трикутники? Чому?

2. Сторони одного трикутника дорівнюють 21 см, 27 см, 12 см. Сторони іншого трикутника відносяться як 7:9:4, а його більша сторона дорівнює 54 см. Знайдіть відношення площ цих трикутників.

#### Варіант А2

1. В одному прямокутному трикутнику гострий кут дорівнює  $22^\circ$ , а в іншому прямокутному трикутнику гострий кут дорівнює  $68^\circ$ . Чи подібні ці трикутники? Чому?

2. Відношення площ двох подібних трикутників дорівнює 9:1. Сторони одного дорівнюють 12 м, 21 м, 27 м. Знайдіть сторони іншого трикутника.



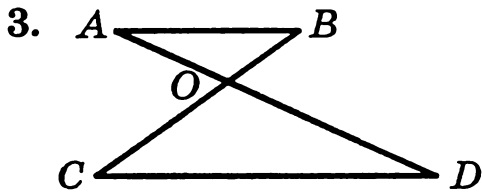
Дано:  $AO = 15$  см;  $BO = 8$  см;  
 $AC = 27$  см;  $DO = 10$  см.

Довести:  $ABCD$  — трапеція.

#### Варіант Б2

1. Гострі кути прямокутного трикутника відносяться як 1:5. В іншому прямокутному трикутнику різниця гострих кутів дорівнює  $60^\circ$ . Чи подібні ці трикутники? Чому?

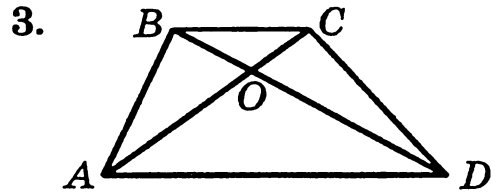
2. Знайдіть відношення площ двох трикутників, якщо сторони одного дорівнюють 36 см, 24 см, 42 см, сторони іншого відносяться як 4:6:7, а його менша сторона дорівнює 8 см.



Дано:  $AB \parallel CD$ ;  $AB : CD = 3:5$ ;  
 $CB = 64$  см.

Довести:  $AO \cdot CO = BO \cdot DO$ .

Знайти:  $BO$  і  $CO$ .



Дано:  $ABCD$  — трапеція;  
 $AO : CO = 7:3$ ;  $BD = 40$  см.

Довести:  $BO \cdot AO = CO \cdot DO$ .

Знайти:  $BO$  і  $DO$ .

### Варіант В1

1.  
Сума двох кутів прямокутного трикутника дорівнює  $130^\circ$ , а сума двох інших кутів цього трикутника дорівнює  $140^\circ$ . У другому трикутнику кути відносяться як  $4:5:9$ . Чи подібні ці трикутники?

2.  
В трапеції  $ABCD$   $AD$  і  $BC$  — основи,  $O$  — точка перетину діагоналей.  $BO:OD = 3:4$ . Знайдіть відношення площ трикутників  $ABD$  і  $ABC$ .

3.  
Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює  $15$  см, а основа —  $10$  см. До бічних сторін трикутника проведено бісектриси. Знайдіть довжину відрізка, кінцями якого являються основи бісектрис.

### Варіант В2

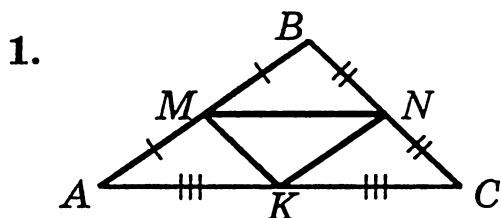
1.  
Сума двох кутів рівнобедреного трикутника дорівнює  $60^\circ$ , а сума двох інших кутів цього трикутника дорівнює  $150^\circ$ . У другому трикутнику кути відносяться як  $1:1:4$ . Чи подібні ці трикутники?

2.  
В трапеції  $ABCD$   $AD$  і  $BC$  — основи,  $O$  — точка перетину діагоналей. Площі трикутників  $AOD$  і  $BOC$  відносяться як  $9:4$ . Знайдіть відношення площ трикутників  $ABD$  і  $CBD$ .

3.  
Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює  $9$  см, а основа —  $6$  см. До бічних сторін трикутника проведено висоти. Знайдіть довжину відрізка, кінцями якого являються основи висот.

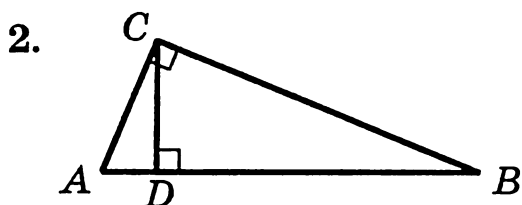
## С-9. ЗАСТОСУВАННЯ ПОДІБНОСТІ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

### Варіант А1



Дано:  $AB = 10$  см;  
 $BC = 8$  см;  
 $AC = 7$  см.

Знайти:  $P_{MNC}$ .

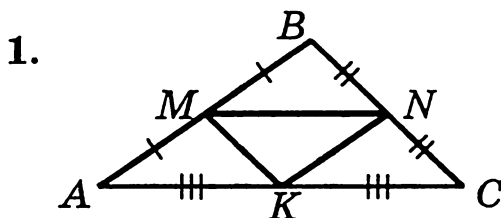


Дано:  $\angle ACB = 90^\circ$ ;  
 $CD \perp AB$ ;  
 $AB = 10$  см;  
 $BD = 6,4$  см.

Знайти:  $CD$ ,  $AC$ ,  $BC$ .

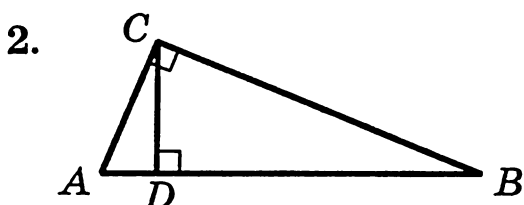
3.  
За допомогою циркуля і лінійки розділіть відрізок завдовжки 6 см у відношенні 1:4.

### Варіант А2



Дано:  $MN = 7,4$  см;  
 $NK = 5,2$  см;  
 $MK = 4,4$  см.

Знайти:  $P_{ABC}$ .

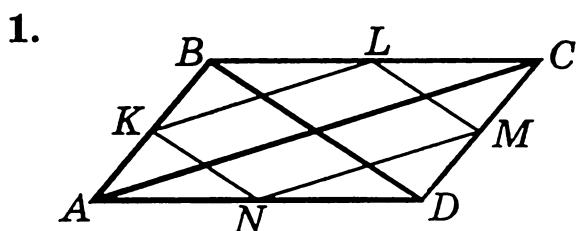


Дано:  $\angle ACB = 90^\circ$ ;  
 $CD \perp AB$ ;  
 $AB = 15$  см;  
 $AD = 5,4$  см.

Знайти:  $CD$ ,  $P_{ABC}$ .

3.  
За допомогою циркуля і лінійки розділіть відрізок завдовжки 7 см у відношенні 2:3.

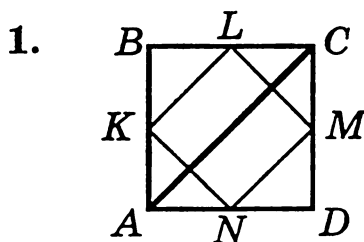
### Варіант Б1



Дано:  $K, L, M, N$  — середини сторін паралелограма  $ABCD$ ;  
 $AC = 10$  см;  $BC = 6$  см.

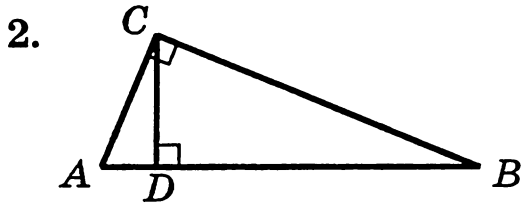
Знайти:  $P_{KLMN}$ .

### Варіант Б2



Дано:  $K, L, M, N$  — середини сторін квадрата  $ABCD$ ;  
 $AC = 10$  см.

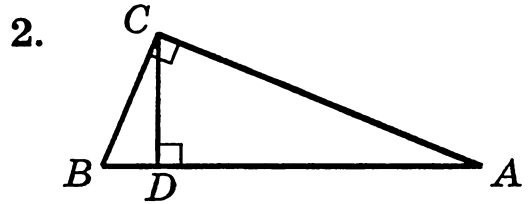
Знайти:  $P_{KMLN}$ .



Дано:  $\angle ACB = 90^\circ$ ;  
 $CD \perp AB$ ;  
 $BD = 16$  см;  
 $CD = 4$  см.

Знайти:  $AD$ ,  $AC$ ,  $BC$ .

3.  
 Побудуйте трикутник за двома кутами і висотою, проведеною з вершини третього кута.



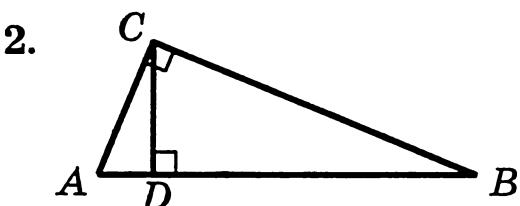
Дано:  $\angle ACB = 90^\circ$ ;  
 $CD \perp AB$ ;  
 $CD = 12$  см;  
 $BC = 13$  см.

Знайти:  $BD$ ,  $AD$ ,  $AC$ .

3.  
 Побудуйте трикутник за двома кутами і медіаною, проведеною з вершини третього кута.

### Варіант В1

1.  
 Сума діагоналей даного чотирикутника дорівнює 22 см. Знайдіть периметр чотирикутника з вершинами в серединах сторін даного чотирикутника.



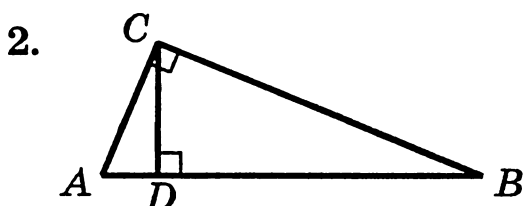
Дано:  $\angle ACB = 90^\circ$ ;  
 $CD \perp AB$ ;  
 $AB = 13$  см;  
 $CD = 6$  см.

Знайти:  $AD$ ,  $BD$ ,  $AC$ ,  $BC$ .

3.  
 Побудуйте трикутник  $ABC$  за кутом  $A$  і відстанню від точки перетину медіан до вершини  $C$ , якщо  $AB:AC = 3:4$ .

### Варіант В2

1.  
 Знайдіть суму діагоналей даного чотирикутника, якщо периметр чотирикутника з вершинами в серединах сторін даного чотирикутника дорівнює 24 см.



Дано:  $\angle ACB = 90^\circ$ ;  
 $CD \perp AB$ ;  
 $AD = 1$  см;  
 $BC = 5\sqrt{26}$  см.

Знайти:  $BD$ ,  $AC$ ,  $CD$ .

3.  
 Побудуйте трикутник  $ABC$  за кутом  $B$  і відстанню від точки перетину медіан до сторони  $BC$ , якщо  $AB:BC = 2:5$ .

## С-10. СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ СТОРОНАМИ І КУТАМИ ПРЯМОКУТНОГО ТРИКУТНИКА

### Варіант А1

1.  
Знайдіть синус, косинус і тангенс більшого гострого кута прямокутного трикутника з катетами 7 см і 24 см.

2.  
Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 25 см, а синус одного з гострих кутів дорівнює 0,6. Знайдіть катети цього трикутника.

3.  
Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо гіпотенуза дорівнює 7 см, а один з катетів —  $3,5\sqrt{3}$  см.

### Варіант Б1

1.  
Знайдіть синус, косинус і тангенс гострого кута рівнобічної трапеції, різниця основ якої дорівнює 8 см, а сума бічних сторін — 10 см.

2.  
Катет прямокутного трикутника дорівнює 24 см, а синус протилежного кута дорівнює  $12/13$ . Знайдіть інші сторони цього трикутника.

### Варіант А2

1.  
Знайдіть синус, косинус і тангенс меншого гострого кута прямокутного трикутника з катетом 40 см і гіпотенузою 41 см.

2.  
Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 20 см, а косинус одного з гострих кутів дорівнює 0,8. Знайдіть катети цього трикутника.

3.  
Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо його катети дорівнюють  $2,5\sqrt{3}$  см і 2,5 см.

### Варіант Б2

1.  
Знайдіть синус, косинус і тангенс гострого кута прямокутної трапеції, менша бічна сторона якої дорівнює 5 см, а різниця основ — 12 см.

2.  
Катет прямокутного трикутника дорівнює 30 см, а косинус прилеглого гострого кута дорівнює  $15/17$ . Знайдіть інші сторони цього трикутника.

3. Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює  $5\sqrt{3}$  см, а проекція одного з катетів — 15 см.
3. Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо один з його катетів дорівнює  $6\sqrt{3}$  см, а його проекція на гіпотенузу — 9 см.

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Знайдіть синус, косинус і тангенс гострого кута ромба, якщо його периметр дорівнює 52 см, а площа —  $120 \text{ см}^2$ .
1. Знайдіть синус, косинус і тангенс кута при вершині рівнобедреного трикутника, периметр якого дорівнює 36 см, а основа — 10 см.
2. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 82 см, а тангенс одного з кутів дорівнює  $9/40$ . Знайдіть катети цього трикутника.
2. Катет прямокутного трикутника дорівнює 14 см, а косинус протилежного кута дорівнює  $24/25$ . Знайдіть інші сторони цього трикутника.
3. Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо проекції катетів на гіпотенузу дорівнюють 2 см і 6 см.
3. Знайдіть гострі кути прямокутного трикутника, якщо проекції катетів на гіпотенузу відносяться як 3:1.



## К-4. ЗАСТОСУВАННЯ ПОДІБНОСТІ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ. СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ СТОРОНАМИ І КУТАМИ ПРЯМОКУТНОГО ТРИКУТНИКА

### Варіант А1

1. Середня лінія рівнобедреного трикутника, паралельна до бічної сторони, дорівнює 13 см, а медіана, проведена до основи, — 24 см. Знайдіть середню лінію, паралельну до основи трикутника.

2. В прямокутному трикутнику катет дорівнює 15 см, а його проекція на гіпотенузу — 9 см. Знайдіть гіпотенузу, а також синус і косинус кута, утвореного цим катетом і гіпотенузою.

3. В прямокутному трикутнику гіпотенуза дорівнює  $c$ , а гострий кут —  $\alpha$ . Виразіть периметр трикутника через  $c$  і  $\alpha$ .

### Варіант Б1

1. Дві сторони трикутника дорівнюють 10 см і 17 см, а висота, проведена з вершини кута між ними, дорівнює 8 см. Знайдіть відрізки, на які ця висота ділить середню лінію, перпендикулярну до неї.

### Варіант А2

1. Середня лінія рівнобедреного трикутника, паралельна до основи, дорівнює 16 см, а бісектриса, проведена до основи, — 30 см. Знайдіть середню лінію, паралельну до бічної сторони трикутника.

2. В прямокутному трикутнику висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює 12 см, а проекція одного з катетів на гіпотенузу — 9 см. Знайдіть цей катет, а також синус і косинус кута, утвореного цим катетом і гіпотенузою.

3. В прямокутному трикутнику катет дорівнює  $b$ , а протилежний до нього кут —  $\beta$ . Виразіть периметр трикутника через  $b$  і  $\beta$ .

### Варіант Б2

1. Висота трикутника дорівнює 12 см і ділить середню лінію, перпендикулярну до неї, на відрізки 4,5 см і 2,5 см. Знайдіть периметр трикутника.

2.  
З вершини прямокутника до діагоналі проведено перпендикуляр, який ділить її на відрізки 9 см і 16 см. Знайдіть тангенс кута, утвореного меншою стороною і діагоналлю.
3.  
Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює  $c$ , а гострий кут —  $\alpha$ . Знайдіть бісектрису, проведену з вершини цього кута.
2.  
З точки перетину діагоналей ромба проведено перпендикуляр, який ділить сторону ромба на відрізки 18 см і 32 см. Знайдіть тангенс кута, утвореного стороною ромба і меншою діагоналлю.
3.  
Катет прямокутного трикутника дорівнює  $b$ , а протилежний до нього кут —  $\beta$ . Знайдіть бісектрису, проведену з вершини цього кута.

### Варіант В1

1.  
В прямокутному трикутнику проведено три середні лінії. Знайдіть сторони і площу цього трикутника, якщо площа трикутника, утвореного середніми лініями, дорівнює  $60 \text{ см}^2$ , а тангенс одного з гострих кутів дорівнює  $8/15$ .
2.  
З вершини прямокутника на діагональ проведено перпендикуляр завдовжки 36 см. Основа перпендикуляра ділить діагональ у відношенні 9:16. Знайдіть діагональ прямокутника і тангенс кута, утвореного меншою стороною і діагоналлю.
3.  
Кут між медіаною і бісектрисою, проведеними з вершини прямого кута прямокутного трикутника, дорівнює  $\gamma$ , а гіпотенуза дорівнює  $c$ . Знайдіть площу трикутника.

### Варіант В2

1.  
В прямокутному трикутнику проведено три середні лінії. Знайдіть сторони і площу цього трикутника, якщо периметр трикутника, утвореного середніми лініями, дорівнює 30 см, а синус одного з гострих кутів дорівнює  $5/13$ .
2.  
З точки перетину діагоналей ромба проведено перпендикуляр завдовжки 12 см, який ділить сторону ромба на відрізки, різниця яких дорівнює 7 см. Знайдіть тангенс кута, утвореного стороною і меншою діагоналлю.
3.  
Кут між висотою і бісектрисою, проведеними з вершини прямого кута прямокутного трикутника, дорівнює  $\gamma$ , а гіпотенуза дорівнює  $c$ . Знайдіть площу трикутника.

## С-11. ДОТИЧНА ДО КОЛА

Варіант А1

1.  
Пряма  $AB$  дотикається до кола з центром в точці  $O$  і радіусом 9 см, в точці  $B$ . Знайдіть  $AB$ , якщо  $AO = 41$  см.

2.  
До кола з центром в точці  $O$  з точки  $A$  проведено дві дотичні, кут між якими дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть радіус кола, якщо  $OA = 16$  см.

3.  
Вершина  $A$  прямокутника  $ABCD$  є центром кола радіуса  $AB$ . Доведіть, що пряма  $BC$  є дотичною до даного кола.

Варіант Б1

1.  
З точки  $A$  до кола з центром в точці  $O$  проведено дотичну  $AB$ . Знайдіть радіус цього кола, якщо  $\angle OAB = 60^\circ$ ,  $AO = 14\sqrt{3}$  см.

2.  
До кола з центром в точці  $O$  і радіусом 6 см з точки  $A$  проведено дві дотичні. Знайдіть кут між цими дотичними, якщо  $OA = 4\sqrt{3}$  см.

Варіант А2

1.  
Пряма  $AB$  дотикається до кола з центром в точці  $O$  і радіусом 7 см, в точці  $A$ . Знайдіть  $OB$ , якщо  $AB = 24$  см.

2.  
До кола з центром в точці  $O$  з точки  $A$  проведено дві дотичні, кут між якими дорівнює  $120^\circ$ . Знайдіть довжини відрізків дотичних, якщо  $OA = 24$  см.

3.  
Вершина  $C$  прямокутника  $ABCD$  є центром кола радіуса  $CB$ . Доведіть, що пряма  $AB$  є дотичною до даного кола.

Варіант Б2

1.  
З точки  $A$  до кола з центром в точці  $O$  проведено дотичну  $AB$ . Знайдіть  $AO$ , якщо радіус кола дорівнює  $12\sqrt{2}$  см, а  $\angle OAB = 45^\circ$ .

2.  
До кола з центром в точці  $O$  і радіусом 5 см з точки  $A$  проведено дві дотичні  $AB$  і  $AC$  ( $B$  і  $C$  — точки дотику). Знайдіть  $\angle BAC$ , якщо  $AB = 5\sqrt{3}$  см.

3. Вершина  $B$  ромба  $ABCD$  є центром кола, радіус якого дорівнює половині діагоналі  $BD$ . Доведіть, що пряма  $AC$  є дотичною до цього кола.

3. Вершина  $A$  квадрата  $ABCD$  є центром кола, радіус якого дорівнює половині діагоналі квадрата. Доведіть, що пряма  $BD$  є дотичною до цього кола.

### Варіант В1

### Варіант В2

1. Через точку кола радіуса  $r$  проведено дотичну і хорду, яка дорівнює  $r\sqrt{3}$ . Знайдіть кут між ними.

1. Кут між дотичною і хордою дорівнює  $60^\circ$ . Знайдіть довжину хорди, якщо радіус кола дорівнює  $r$ .

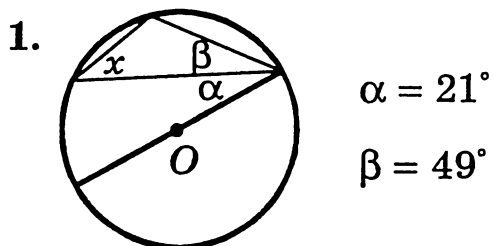
2. З точки  $A$  до кола з центром в точці  $O$  проведено дві дотичні, кут між якими дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть довжину хорди, яка з'єднує точки дотику, якщо  $OA = a$ .

2. З точки  $A$  до кола з центром в точці  $O$  проведено дві дотичні, кут між якими дорівнює  $\alpha$ . Знайдіть  $OA$ , якщо довжина хорди, яка з'єднує точки дотику, дорівнює  $b$ .

3. В трикутнику  $ABC$   $AB = a$  см,  $BC = a\sqrt{3}$  см,  $AC = 2a$  см. Доведіть, що пряма  $BC$  є дотичною до кола з центром в точці  $A$  і радіусом  $AB$ .

3. В трикутнику  $ABC$   $AB = a$  см,  $BC = a$  см,  $AC = a\sqrt{2}$  см. Доведіть, що пряма  $AB$  є дотичною до кола з центром в точці  $C$  і радіусом  $BC$ .

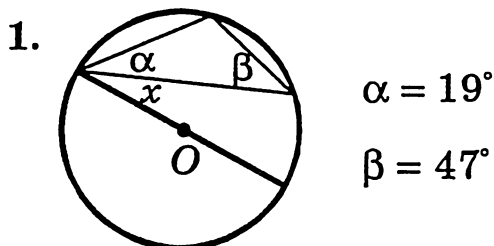
## С-12. ЦЕНТРАЛЬНІ І ВПИСАНІ КУТИ

Варіант А1

За даними малюнка знайдіть кут  $x$  ( $O$  — центр кола).

2. Вершини трикутника  $ABC$  ділять коло у відношенні 2:3:4. Знайдіть кути цього трикутника.

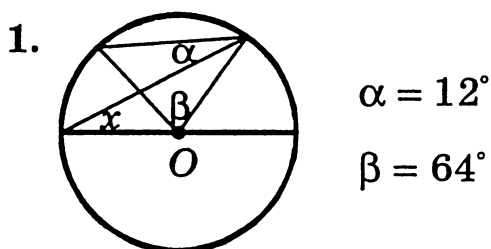
3. Відстані від точки кола до кінців діаметра дорівнюють 9 см і 12 см. Знайдіть радіус кола.

Варіант А2

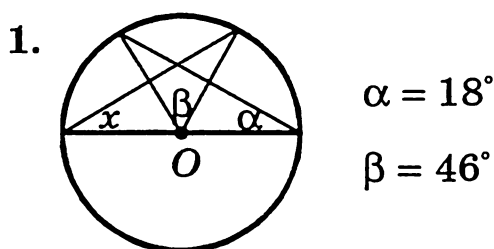
За даними малюнка знайдіть кут  $x$  ( $O$  — центр кола).

2. Вершини трикутника  $ABC$  ділять коло у відношенні 1:3:5. Знайдіть кути цього трикутника.

3. Радіус кола дорівнює 10 см, а відстань від одного кінця діаметра до точки кола — 16 см. Знайдіть відстань від іншого кінця діаметра до цієї точки.

Варіант Б1

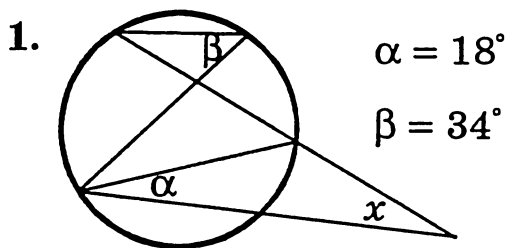
За даними малюнка знайдіть кут  $x$  ( $O$  — центр кола).

Варіант Б2

За даними малюнка знайдіть кут  $x$  ( $O$  — центр кола).

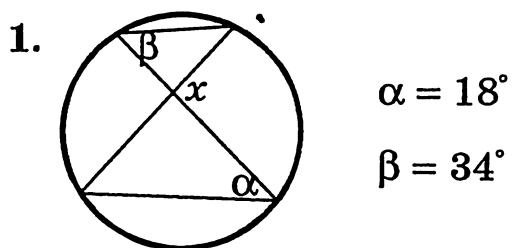
2. Вершини чотирикутника  $ABCD$  ділять коло у відношенні 1:2:8:7. Знайдіть кути цього чотирикутника.
3. Перпендикуляр, проведений з точки кола до діаметра, дорівнює 24 см і ділить діаметр у відношенні 9:16. Знайдіть радіус кола.
2. Вершини чотирикутника  $ABCD$  ділять коло у відношенні 1:2:5:4. Знайдіть кути цього чотирикутника.
3. Хорда, перпендикулярна до діаметра, ділить його на відрізки, різниця яких дорівнює 7 см. Знайдіть радіус кола, якщо довжина хорди дорівнює 24 см.

**Варіант В1**



За даними малюнка знайдіть кут  $x$ .

**Варіант В2**



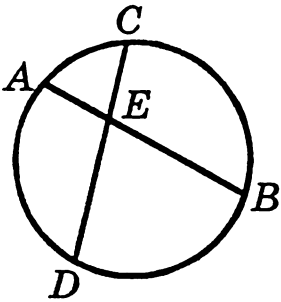
За даними малюнка знайдіть кут  $x$ .

2. Коло дотикається до сторін прямокутної трапеції з гострим кутом  $40^\circ$ . Знайдіть градусні міри дуг, на які коло ділиться точками дотику.
3. З точки кола проведено дві перпендикулярні хорди, різниця яких дорівнює 7 см. Знайдіть довжини хорд, якщо радіус кола дорівнює 6,5 см.
2. Коло дотикається до сторін рівнобедреної трапеції з гострим кутом  $50^\circ$ . Знайдіть градусні міри дуг, на які коло ділиться точками дотику.
3. З точки кола проведено дві перпендикулярні хорди, довжини яких відносяться як 5:12. Знайдіть довжини хорд, якщо радіус кола дорівнює 13 см.

## С-13. ТЕОРЕМА ПРО ДОБУТОК ВІДРІЗКІВ ХОРД, ЯКІ ПЕРЕТИНАЮТЬСЯ. ВИЗНАЧНІ ТОЧКИ ТРИКУТНИКА

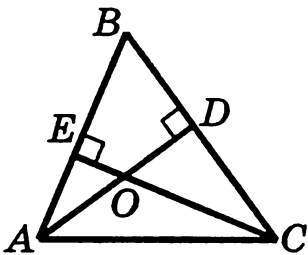
### Варіант А1

1.



Дано:  
 $AB = 0,7$  см;  
 $BE = 0,5$  см;  
 $CE = 0,4$  см.  
 Знайти:  
 $DE, DC$ .

2.

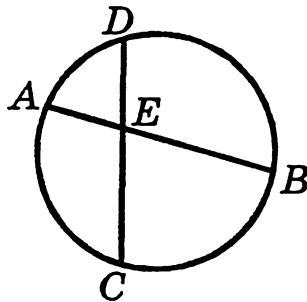


Дано:  
 $AD, CE$  — висоти  $\triangle ABC$ ;  
 $\angle ACB = 28^\circ$ .  
 Знайти:  
 $\angle CVO$ .

3.

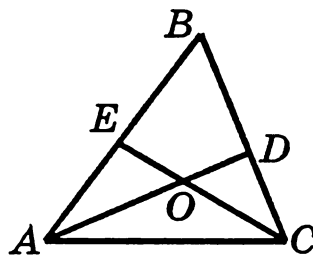
В трикутнику зі сторонами 5 см, 6 см і 7 см побудуйте точку, рівновіддалену від сторін трикутника.

1.



Дано:  
 $CD = 0,8$  см;  
 $DE = 0,2$  см;  
 $AE = 0,24$  см.  
 Знайти:  
 $BE, AB$ .

2.



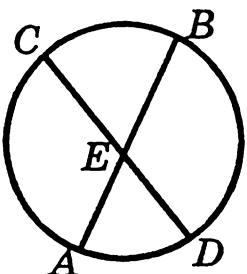
Дано:  
 $AD, CE$  — бісектриси  $\triangle ABC$ ;  
 $\angle BAC = 40^\circ$ ;  
 $\angle BCA = 60^\circ$ .  
 Знайти:  
 $\angle CVO$ .

3.

В трикутнику зі сторонами 5 см, 6 см і 7 см побудуйте точку, рівновіддалену від вершин трикутника.

### Варіант Б1

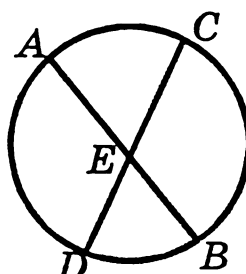
1.



Дано:  
 $AE = 4$  см;  
 $BE = 6$  см;  
 $DE$  більший за  $CE$  на 5 см.  
 Знайти:  $DE, CE$ .

### Варіант Б2

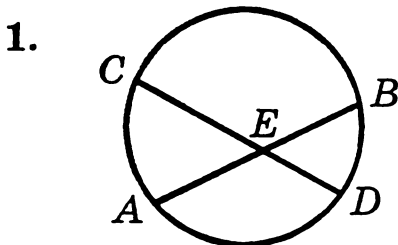
1.



Дано:  
 $CD = 17$  см;  
 $CE = 5$  см;  
 $AE:BE = 3:5$ .  
 Знайти:  $AE, BE$ .

2. В гострокутному трикутнику  $ABC$  висоти  $AA_1$  і  $BB_1$  перетинаються у точці  $O$ .
- а) Доведіть, що  $\angle ACO = \angle ABO$ .
- б) Знайдіть кути трикутника  $ABC$ , якщо  $\angle ACO = 22^\circ$ ,  $\angle A_1AB = 11^\circ$ .
2. В гострокутному трикутнику  $ABC$  висоти  $AA_1$  і  $BB_1$  перетинаються у точці  $O$ .
- а) Доведіть, що  $\angle BAO = \angle BCO$ .
- б) Знайдіть кути трикутника  $ABC$ , якщо  $\angle BCO = 28^\circ$ ,  $\angle ABB_1 = 44^\circ$ .
3. В трикутнику  $ABC$   $O$  — точка перетину серединних перпендикулярів,  $AO = 10$  см. Знайдіть периметр трикутника  $BOC$ , якщо  $BC = 12$  см.
3. В трикутнику  $ABC$   $O$  — точка перетину бісектрис. Відстань від точки  $O$  до сторони  $AB$  дорівнює 4 см. Знайдіть площу трикутника  $BOC$ , якщо  $BC = 12$  см.

Варіант В1



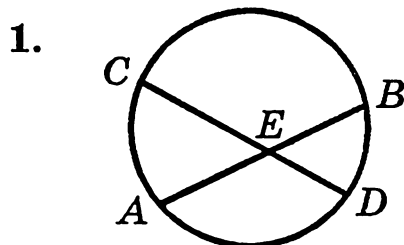
Дано:  $AE:EB = 6:1$ ;  
 $CE:ED = 1:3$ ;  
 $AE$  більший за  $BE$  на 20 см.

Знайти: відрізки хорд  $AB$  і  $CD$ .

2. В нерівнобедреній трапеції побудуйте точку, рівновіддалену від бічних сторін і кінців меншої основи.

3. В трикутнику  $ABC$  бісектриси кутів  $A$  і  $B$  перетинаються в точці  $O$ . Знайдіть  $\angle ACO$ , якщо  $\angle AOB = \alpha$ .

Варіант В2



Дано:  $AE$  більший за  $BE$  на 4 см;  
 $DE$  менший від  $CE$  на 16 см;  
 $CE:DE = 3:1$ .

Знайти: відрізки хорд  $AB$  і  $CD$ .

2. В нерівнобедреному прямокутному трикутнику побудуйте точку, рівновіддалену від катетів і кінців гіпотенузи.

3. В трикутнику  $ABC$  бісектриси кутів  $A$  і  $B$  перетинаються в точці  $O$ . Знайдіть  $\angle AOB$ , якщо  $\angle ACO = \alpha$ .



**C-14. ВПИСАНЕ І ОПИСАНЕ КОЛА****Варіант А1**

1. Периметр рівностороннього трикутника дорівнює  $12\sqrt{3}$  см. Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник.

2. Навколо кола описано рівнобедрену трапецію, бічна сторона якої дорівнює 8 см. Знайдіть периметр трапеції.

3. Навколо прямокутного трикутника описано коло радіуса 10 см. Знайдіть периметр і площу цього трикутника, якщо його катет дорівнює 16 см.

**Варіант Б1**

1. Радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник, дорівнює 5 см, а один з катетів — 12 см. Знайдіть периметр трикутника.

2. Навколо кола радіуса 12 см описано рівнобедрену трапецію, периметр якої дорівнює 100 см. Знайдіть основи і площу трапеції.

3. Навколо рівнобедреного трикутника описано коло радіуса 25 см. Основа трикутника дорівнює 48 см. Знайдіть площу трикутника.

**Варіант А2**

1. Радіус кола, вписаного в рівносторонній трикутник, дорівнює  $6\sqrt{3}$  см. Знайдіть периметр трикутника.

2. Навколо кола описано рівнобедрену трапецію, периметр якої дорівнює 24 см. Знайдіть бічну сторону трапеції.

3. Навколо прямокутного трикутника описано коло радіуса 2,5 см. Знайдіть периметр і площу цього трикутника, якщо його катети відносяться як 3:4.

**Варіант Б2**

1. Точка дотику вписаного в прямокутний трикутник кола ділить катет на відрізки 3 см і 12 см. Знайдіть периметр трикутника.

2. Навколо кола описано рівнобедрену трапецію, основи якої дорівнюють 6 см і 24 см. Знайдіть радіус кола і площу трапеції.

3. Навколо рівнобедреного трикутника описано коло радіуса 25 см. Відстань від центра кола до основи дорівнює 7 см. Знайдіть площу трикутника.

**Варіант В1**

1.

Доведіть, що радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник з катетами  $a$  і  $b$  і гіпотенузою  $c$ , обчислюється

за формулою  $r = \frac{a + b - c}{2}$ .

2.

Навколо кола описано прямокутну трапецію. Точка дотику ділить більшу бічну сторону на відрізки 9 см і 16 см. Знайдіть основи і площу трапеції.

3.

Центр кола радіуса  $R$ , описаного навколо трапеції, лежить на одній з основ. Знайдіть периметр трапеції, якщо один з її кутів дорівнює  $60^\circ$ .

**Варіант В2**

1.

Доведіть, що сума радіусів вписаного і описаного кола в прямокутному трикутнику дорівнює півсумі катетів.

2.

Навколо кола описано прямокутну трапецію. Відстані від центра кола до кінців бічної сторони дорівнюють 15 см і 20 см. Знайдіть основи і площу трапеції.

3.

Центр кола радіуса  $R$ , описаного навколо трапеції, лежить на одній з основ. Знайдіть кути трапеції, якщо одна з бічних сторін дорівнює  $R$ .

**К-5. КОЛО****Варіант А1**

1.

Два кути трикутника дорівнюють  $60^\circ$  і  $80^\circ$ . Знайдіть градусні міри дуг, на які вершини даного трикутника ділять описане коло.

2.

Радіус кола, вписаного в рівносторонній трикутник, дорівнює 2 см. Знайдіть периметр трикутника і радіус описаного кола.

**Варіант А2**

1.

Кут при вершині рівнобедреного трикутника дорівнює  $100^\circ$ . Знайдіть градусні міри дуг, на які вершини даного трикутника ділять описане коло.

2.

Радіус кола, описаного навколо рівностороннього трикутника, дорівнює 8 см. Знайдіть периметр цього трикутника і радіус вписаного кола.

3. Діагоналі ромба дорівнюють 30 см і 40 см. Знайдіть радіус кола, вписаного в ромб.
3. Сторона ромба дорівнює 50 см, а одна з діагоналей — 60 см. Знайдіть радіус кола, вписаного в ромб.

### Варіант Б1

1. В трикутник, кути якого відносяться як 1:3:5, вписано коло. Знайдіть кути між радіусами, проведеними до точок дотику.
2. В рівнобедрений трикутник з основою 12 см і периметром 32 см вписано коло. Знайдіть радіус цього кола.
3. Діагональ рівнобедреної трапеції перпендикулярна до бічної сторони. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції, якщо діагональ дорівнює 12 см, а бічна сторона — 9 см.

### Варіант В1

1. В трикутник з двома кутами  $\alpha$  і  $\beta$  вписано коло. Знайдіть кути трикутника, вершинами якого являються точки дотику.
2. Центр кола, вписаного в гострокутний рівнобедрений трикутник, ділить висоту, проведену до основи, у відношенні 5:3. Знайдіть радіус описаного кола, якщо ця висота дорівнює 32 см.

### Варіант Б2

1. В трикутник вписано коло. Кути між радіусами кола, проведеними до точок дотику, відносяться як 2:3:4. Знайдіть кути трикутника.
2. В рівнобедрений трикутник з бічної стороною 15 см і периметром 54 см вписано коло. Знайдіть радіус цього кола.
3. Діагональ рівнобедреної трапеції перпендикулярна до бічної сторони. Знайдіть діагональ трапеції, якщо радіус описаного кола дорівнює 13 см, а бічна сторона — 10 см.

### Варіант В2

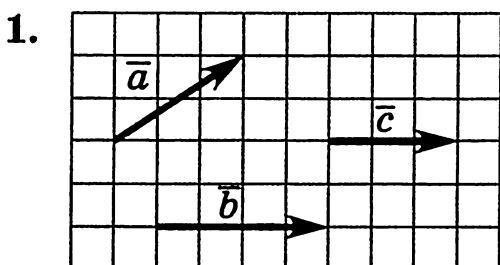
1. Знайдіть кути трикутника, в який вписано коло, якщо два кути іншого трикутника, вершинами якого являються точки дотику, дорівнюють  $\alpha$  і  $\beta$ .
2. Радіус кола, вписаного в тупокутний рівнобедрений трикутник, дорівнює 8 см, а висота, проведену до основи, — 18 см. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.

3. Навколо кола радіуса 4 см описано рівнобедрену трапецію, площа якої дорівнює  $80 \text{ см}^2$ . Знайдіть периметр цієї трапеції.

3. Кут при основі рівнобедреної трапеції дорівнює  $30^\circ$ , а площа трапеції дорівнює  $72 \text{ см}^2$ . Знайдіть радіус кола, вписаного в трапецію.

## C-15. ДОДАВАННЯ І ВІДНІМАННЯ ВЕКТОРІВ

### Варіант А1

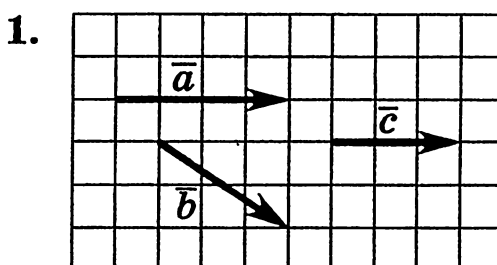


Побудуйте вектори  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$  і  $\vec{b} + \vec{c}$ .

2. В паралелограмі  $ABCD$   $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$ . Виразіть вектори  $\vec{AC}$  і  $\vec{BD}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

3. В прямокутнику  $ABCD$  сторони дорівнюють 9 см і 40 см. Знайдіть  $|\vec{DB} - \vec{DA} + \vec{BC}|$ .

### Варіант А2

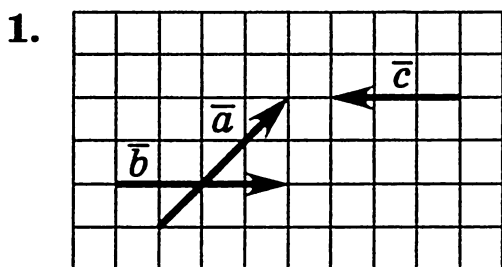


Побудуйте вектори  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{b} - \vec{a}$  і  $\vec{c} + \vec{a}$ .

2. В паралелограмі  $ABCD$   $\vec{BA} = \vec{a}$ ,  $\vec{BC} = \vec{b}$ . Виразіть вектори  $\vec{AC}$  і  $\vec{BD}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

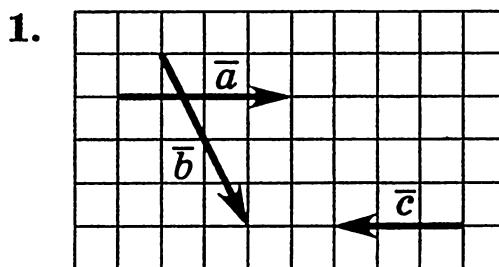
3. В прямокутнику  $ABCD$  діагональ дорівнює 25 см,  $AB = 7$  см. Знайдіть  $|\vec{BC} - \vec{BA} + \vec{CD}|$ .

### Варіант Б1



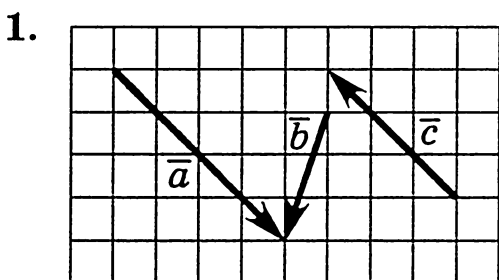
Побудуйте вектори  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{b} + \vec{c}$  і  $\vec{b} - \vec{c}$ .

### Варіант Б2



Побудуйте вектори  $\vec{a} + \vec{b}$ ,  $\vec{b} - \vec{a}$ ,  $\vec{a} + \vec{c}$  і  $\vec{a} - \vec{c}$ .

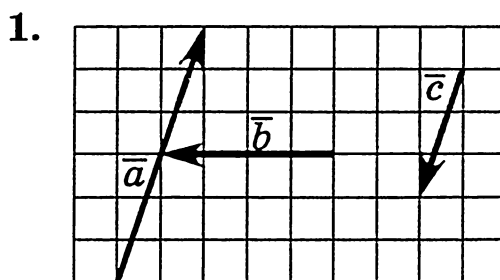
2. В трикутнику  $ABC$   $AM$  — медіана,  $\overline{AB} = \overline{a}$ ,  $\overline{AC} = \overline{b}$ . Виразіть вектори  $\overline{AM}$ ,  $\overline{CB}$ ,  $\overline{MC}$  через вектори  $\overline{a}$  і  $\overline{b}$ .
2. В трикутнику  $ABC$   $AM$  — медіана,  $\overline{AB} = \overline{a}$ ,  $\overline{AC} = \overline{b}$ . Виразіть вектори  $\overline{MA}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{MB}$  через вектори  $\overline{a}$  і  $\overline{b}$ .
3. В рівносторонньому трикутнику  $ABC$   $BD$  — бісектриса. Знайдіть  $|\overline{AD} + \overline{CA} - \overline{CB}|$ , якщо  $AB = 2\sqrt{3}$  см.
3. В рівносторонньому трикутнику  $ABC$   $AD$  — висота. Знайдіть  $|\overline{CB} + \overline{DC} - \overline{DA}|$ , якщо  $AD = \sqrt{3}$  см.

**Варіант В1**

Побудуйте вектори  $\overline{a} + \overline{b}$ ,  $\overline{a} - \overline{b}$ ,  $\overline{a} + \overline{c}$  і  $\overline{c} - \overline{a}$ .

2. В трикутнику  $ABC$   $M$  — точка перетину медіан,  $\overline{MA} = \overline{a}$ ,  $\overline{MB} = \overline{b}$ . Виразіть вектори  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CA}$  через вектори  $\overline{a}$  і  $\overline{b}$ .

3. В ромбі  $ABCD$   $O$  — точка перетину діагоналей. Сторона ромба дорівнює 17 см. Знайдіть  $|\overline{AB} + \overline{DA} - \overline{CB} + \overline{CO}|$ , якщо  $AC = 16$  см.

**Варіант В2**

Побудуйте вектори  $\overline{a} + \overline{b}$ ,  $\overline{b} - \overline{a}$ ,  $\overline{a} + \overline{c}$  і  $\overline{c} - \overline{a}$ .

2. В трикутнику  $ABC$   $M$  — точка перетину медіан,  $\overline{MA} = \overline{a}$ ,  $\overline{MC} = \overline{c}$ . Виразіть вектори  $\overline{BA}$ ,  $\overline{CB}$ ,  $\overline{AC}$  через вектори  $\overline{a}$  і  $\overline{c}$ .

3. В ромбі  $ABCD$   $O$  — точка перетину діагоналей. Сторона ромба дорівнює 25 см. Знайдіть  $|\overline{CB} - \overline{AB} - \overline{DA} + \overline{DO}|$ , якщо  $BD = 48$  см.

## С-16. МНОЖЕННЯ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Варіант А1Варіант А2

1. Накресліть два неколінеарні вектори

$\vec{a}$  і  $\vec{b}$ . Побудуйте вектори:

$$-\frac{1}{2}\vec{a}; 3\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

$$-\frac{1}{3}\vec{b}; 2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}.$$

2. В паралелограмі  $ABCD$  точки  $M$  і  $N$  — середини сторін  $BC$  і  $CD$ ,  $AB = \vec{a}$ ,  $AD = \vec{b}$ .

а) Виразіть вектори

$\vec{AM}$  і  $\vec{BN}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .  $\vec{AN}$  і  $\vec{DM}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

б) Доведіть, що вектори

$\vec{BD}$  і  $\vec{MN}$  — колінеарні.  $\vec{DB}$  і  $\vec{NM}$  — колінеарні.

Варіант Б1Варіант Б2

1. Накресліть два неколінеарні вектори

$\vec{a}$  і  $\vec{b}$ . Побудуйте вектори:

$$\frac{3}{2}\vec{a} - 3\vec{b}; \frac{1}{3}\left(2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - 4\vec{b}\right). \quad 1,25\vec{a} + 2\vec{b}; \frac{1}{2}\left(3\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} + 3\vec{b}\right).$$

2. В паралелограмі  $ABCD$  точки  $M$  і  $N$  лежать на сторонах  $BC$  і  $CD$ , причому  $BM:MC = 3:1$ ,  $CN:ND = 1:2$ ,  $AB = \vec{a}$ ,  $AD = \vec{b}$ .

а) Виразіть вектори

$\vec{BN}$  і  $\vec{MN}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .  $\vec{DM}$  і  $\vec{NM}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

б) Доведіть, що вектори

$\vec{MN}$  і  $\frac{1}{2}\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{AB}$  колінеарні.  $\vec{NM}$  і  $\frac{1}{4}\vec{AD} - \frac{1}{3}\vec{AB}$  колінеарні.

Варіант В1Варіант В2

1. Накресліть два неколінеарні вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

Побудуйте вектори:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}, \quad \sqrt{2}\vec{a} + 2\vec{b}.$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b}, \quad \sqrt{3}\vec{a} + 3\vec{b}.$$

2. В паралелограмі  $ABCD$   $M$  — середина сторони  $BC$ ,  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{AD} = \vec{b}$ .  $P$  — точка перетину  $AM$  і  $BD$ .

а) Виразіть через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  вектори  $\vec{BP}$  і  $\vec{PA}$ .                      вектори  $\vec{DP}$  і  $\vec{PM}$ .

б) Доведіть, що вектори  $\vec{PN}$  і  $\vec{AD}$  колінеарні,  
якщо  $N$  належить стороні  $AB$  і  $AN:NB = 2:1$ .                      якщо  $N$  належить стороні  $CD$  і  $CN:ND = 1:2$ .

**С-17. СЕРЕДНЯ ЛІНІЯ ТРАПЕЦІЇ**Варіант А1Варіант А2

1.  
Менша основа трапеції дорівнює 32 см, а середня лінія — 48 см. Знайдіть більшу основу трапеції.

1.  
Більша основа трапеції дорівнює 64 см, а середня лінія — 36 см. Знайдіть меншу основу трапеції.

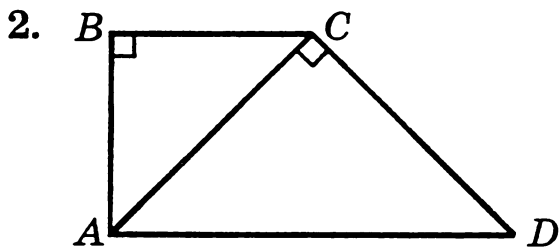
2.  
Периметр рівнобедреної трапеції дорівнює 150 см, а бічна сторона — 30 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

2.  
Бічна сторона рівнобедреної трапеції дорівнює 18 см, а середня лінія — 16 см. Знайдіть периметр трапеції.

Варіант Б1

1.

В рівнобедреній трапеції висота, проведена з вершини тупого кута, ділить більшу основу у відношенні 5:8. Менша основа трапеції дорівнює 6 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

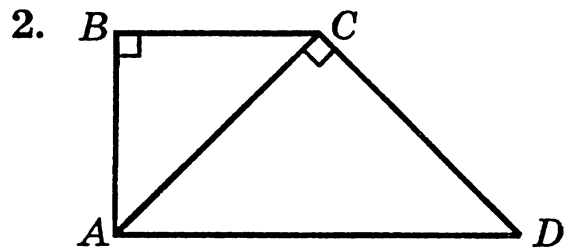


Діагональ трапеції  $ABCD$  ділить її на два прямокутні рівнобедрені трикутники. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо  $S_{ACD} = 36 \text{ см}^2$ .

Варіант Б2

1.

В рівнобедреній трапеції висота, проведена з вершини тупого кута, ділить більшу основу на відрізки, один з яких в 5 разів більший за інший. Більший відрізок дорівнює 35 см. Знайдіть середню лінію трапеції.



Діагональ трапеції  $ABCD$  ділить її на два прямокутні рівнобедрені трикутники. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо  $S_{ABC} = 18 \text{ см}^2$ .

Варіант В1

1.

Середня лінія трапеції, описаної навколо кола, дорівнює 10 см. Знайдіть периметр трапеції.

2.

Доведіть, що якщо в рівнобедреній трапеції висота дорівнює середній лінії, то діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні.

Варіант В2

1.

Периметр трапеції, описаної навколо кола, дорівнює 48 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

2.

Доведіть, що якщо в рівнобедреній трапеції діагоналі взаємно перпендикулярні, то її висота дорівнює середній лінії.



## К-6. ВЕКТОРИ. ЗАСТОСУВАННЯ ВЕКТОРІВ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

### Варіант А1

1.  
 $M, N, K$  — середини сторін  $AB, BC$  і  $AC$  трикутника  $ABC, AM = \vec{a}, AK = \vec{b}$ .

а) Виразіть вектори  $\vec{AN}, \vec{BC}, \vec{BK}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

б) Доведіть за допомогою векторів, що  $MK \parallel BC$ .

2.  
Одна з основ трапеції більша за іншу на 8 см, а середня лінія дорівнює 14 см. Знайдіть основи трапеції.

### Варіант Б1

1.  
Точки  $D$  і  $E$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  трикутника  $ABC$ , а точки  $M$  і  $N$  належать стороні  $AC$ , причому  $AM = MN = NC, AM = \vec{a}, AD = \vec{b}$ .

а) Виразіть вектори  $\vec{AE}, \vec{BN}, \vec{EN}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

б) Доведіть за допомогою векторів, що  $BN \parallel DM$ .

### Варіант А2

1.  
 $M, N, K$  — середини сторін  $AB, BC$  і  $AC$  трикутника  $ABC, CK = \vec{a}, CN = \vec{b}$ .

а) Виразіть вектори  $\vec{CM}, \vec{AB}, \vec{AN}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

б) Доведіть за допомогою векторів, що  $KN \parallel AB$ .

2.  
Основи трапеції відносяться як 5:6, а середня лінія дорівнює 22 см. Знайдіть основи трапеції.

### Варіант Б2

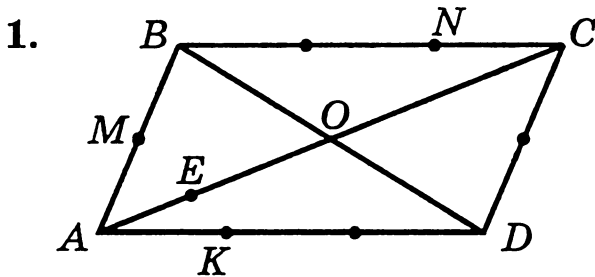
1.  
Точки  $D$  і  $E$  — середини сторін  $AB$  і  $BC$  трикутника  $ABC$ , а точки  $M$  і  $N$  належать стороні  $AC$ , причому  $AM = MN = NC, CN = \vec{a}, CE = \vec{b}$ .

а) Виразіть вектори  $\vec{CD}, \vec{MB}, \vec{MD}$  через вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

б) Доведіть за допомогою векторів, що  $MB \parallel NE$ .

2. Менша основа трапеції відноситься до середньої лінії як 1:3, а більша основа дорівнює 30 см. Знайдіть середню лінію трапеції.
2. Більша основа трапеції відноситься до середньої лінії як 4:3, а менша основа дорівнює 12 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

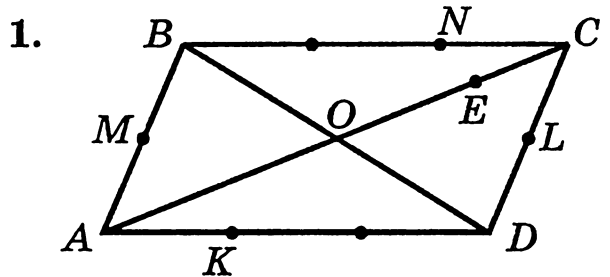
**Варіант В1**



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $\overline{OC} = \overline{a}$ ;  $\overline{OD} = \overline{b}$ ;  
 $AM = MB$ ;  
 $BN : NC = 2:1$ ;  
 $AK : KD = 1:2$ .

- а) Виразіть вектори  $\overline{BK}$  і  $\overline{NM}$  через вектори  $\overline{a}$  і  $\overline{b}$ .
- б) Доведіть за допомогою векторів, що точка  $E$  діагоналі  $AC$  належить прямій  $MK$ , якщо  $AE:EC = 1:4$ .

**Варіант В2**



Дано:  $ABCD$  — паралелограм;  
 $\overline{OC} = \overline{a}$ ;  $\overline{OD} = \overline{b}$ ;  
 $AM = MB$ ;  
 $BN : NC = 2:1$ ;  
 $AK : KD = 1:2$ .

- а) Виразіть вектори  $\overline{MN}$  і  $\overline{KB}$  через вектори  $\overline{a}$  і  $\overline{b}$ .
- б) Доведіть за допомогою векторів, що точка  $E$  діагоналі  $AC$  належить прямій  $NL$ , якщо  $AE:EC = 4:1$ ,  $CL = LD$ .

2. В рівнобедреній трапеції кут при основі дорівнює  $60^\circ$ . Діагональ трапеції ділить середню лінію у відношенні 2:5. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо її бічна сторона дорівнює 12 см.

2. В рівнобедреній трапеції кут при основі дорівнює  $60^\circ$ . Діагональ трапеції ділить середню лінію на відрізки, різниця яких дорівнює 5 см. Знайдіть середню лінію трапеції, якщо її периметр дорівнює 140 см.

**К-7. РІЧНА КОНТРОЛЬНА РОБОТА****Варіант А1**

1.  
Діагональ прямокутника дорівнює 41 см, а сторона — 40 см. Знайдіть площу прямокутника.

2.  
Основи трапеції відносяться як 3:11, довжина діагоналі дорівнює 42 см. Знайдіть відрізки, на які ділить цю діагональ інша діагональ трапеції.

3.  
Хорда, перпендикулярна до діаметра, ділить його на відрізки 5 см і 45 см. Знайдіть довжину хорди.

**Варіант Б1**

1.  
Діагоналі ромба відносяться як 3:4, а площа ромба дорівнює  $24 \text{ см}^2$ . Знайдіть периметр ромба.

2.  
Точка перетину діагоналей трапеції ділить одну з них у відношенні 7:15, середня лінія трапеції дорівнює 44 см. Знайдіть основи трапеції.

**Варіант А2**

1.  
Діагональ ромба дорівнює 30 см, а сторона — 17 см. Знайдіть площу ромба.

2.  
Сума основ трапеції дорівнює 36 см. Діагональ трапеції точкою перетину з іншою діагоналлю ділиться у відношенні 2:7. Знайдіть основи трапеції.

3.  
Хорда завдовжки 30 см, перпендикулярна до діаметра, ділить його у відношенні 1:9. Знайдіть діаметр кола.

**Варіант Б2**

1.  
Діагоналі ромба відносяться як 3:4, а периметр дорівнює 200 см. Знайдіть площу ромба.

2.  
Точка перетину діагоналей трапеції ділить одну з них на відрізки 5 см і 17 см, а різниця основ трапеції дорівнює 36 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.

Дві хорди кола перетинаються. Одна з них точкою перетину ділиться на відрізки 3 см і 12 см, а інша — навпіл. Знайдіть довжину другої хорди.

3.

Дві хорди кола перетинаються. Одна з них точкою перетину ділиться на відрізки 2 см і 6 см, а інша хорда завдовжки 7 см. Знайдіть відрізки другої хорди.

### Варіант В1

1.

Висота, проведена з вершини тупого кута ромба, ділить його сторону на відрізки 5 см і 8 см, починаючи від вершини гострого кута. Знайдіть площі частин ромба, на які він ділиться висотою.

2.

В рівнобедрену трапецію вписано коло. Точка дотику ділить бічну сторону у відношенні 9:16, висота трапеції дорівнює 24 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.

З точки кола проведено діаметр і хорду завдовжки 30 см. Проекція хорди на діаметр менша від радіуса кола на 7 см. Знайдіть радіус кола.

### Варіант В2

1.

Висота, проведена з вершини тупого кута ромба, дорівнює 24 см і ділить сторону у відношенні 7:18, починаючи від вершини гострого кута. Знайдіть площі частин ромба, на які він ділиться висотою.

2.

В рівнобедрену трапецію вписано коло радіуса 6 см. Точка дотику ділить бічну сторону на відрізки, різниця яких дорівнює 5 см. Знайдіть середню лінію трапеції.

3.

З точки кола проведено діаметр і хорду завдовжки 30 см. Проекція хорди на діаметр відноситься до радіуса кола як 18:25. Знайдіть радіус кола.

# ВІДПОВІДІ

## АЛГЕБРА

<b>K-1</b>	<b>A 1</b>	<b>A 2</b>	<b>Б 1</b>
1а)	$y/4x$	$x/3y$	$(3x - 5)/x^2$
1б)	$x + 3$	$x - 3$	$(3y + 1)/3$
1в)	$1/(a - 3)$	$1/(a + 1)$	$(a + 2)/(2 - a)$
2а)	$(a^3 + 9)/3a^3$	$(a^2 + 8)/4a^2$	$3/(x^2 + 3x)$
2б)	$2x^2/(x^2 - 1)$	$6x^2/(x^2 - 9)$	$(1 - 4y)/(2y - 1)$
2в)	$(x + 2y)/x$	$(3x + y)/y$	$(5a + b)/5b$
2г)	$(4a^2 + b^2)/(2a + b)$	$(a^2 + 9b^2)/(a - 3b)$	$1/(2x + 2)$
3	$(x - 3)/(x^2 + 3x)$	$(x + 2)/(x^2 - 2x)$	—
4	$x \neq 0, x \neq 1$	$x \neq 0, x \neq -1$	1, 2, 3, 6
	<b>Б 2</b>	<b>Б 1</b>	<b>Б 2</b>
1а)	$(1 + 3x^2)/2x$	$1/(a^2 - 1)$	$1/(a^2 - 4)$
1б)	$(5y - 2)/5$	$(2y - 1)/(4y^2 - 2y + 1)$	$(9y^2 - 3y + 1)/(1 - 3y)$
1в)	$(3 - a)/(a + 3)$	$x - y$	$x + y$
2а)	$8/(x^2 - 6x + 8)$	$1/(a^2b^2 - ab)$	$-4/(2xy + x^2y^2)$
2б)	$(36y^2 + 1)/(6y - 1)$	$2/x(x - 2)^2$	$1/x(x - 1)^2$
2в)	$(a + 3b)/3a$	$-12b/(2b + 3)$	$6b/(3b - 1)$
2г)	$1/(2x + 4)$	$1/(a - 1)$	$1/(a - 2)$
3	—	—	—
4	1, 2, 3, 6	0	1

<b>K-2</b>	<b>A 1</b>	<b>A 2</b>	<b>Б 1</b>
1а)	$3b$	$4a$	$8bc^2/5a$
1б)	$1/4x$	$9/y$	$2xy - 4y^2$
1в)	$(m + n)/5$	$(m - n)/3$	$3/(4m + n)$
1г)	$(x^2 - x)/(x - 5)$	$(x + 4)/(x^2 + 2x)$	$y^2/(6y - 36)$
3а)	$(x - y)/y$	$(x + y)/x$	$a + b$
3б)	$(x - 4)/3x$	$4x/(x - 5)$	$(6 - 2x)/(x - 2)$
	<b>Б 2</b>	<b>Б 1</b>	<b>Б 2</b>
1а)	$3b/4a^2c$	$ab/(a^2 + b^2)$	$(a^2 + 2b)/b$
1б)	$1/(16x^2 + 4xy)$	$1/(3x^2 + 15x)$	$1/(2x^2 - 6x)$
1в)	$1/(2m - 6n)$	-1	1
1г)	$(7y + 49)/y$	$m^2/(m - 1)$	$m^2/(m - 1)$
3а)	$a - b$	$(a + 2)/(2b^2 - 3b)$	$(3a^2 - 2a)/(x + 3a)$
3б)	$(3 - 3x)/(x + 2)$	$1/(x^2 - 2x + 4)$	$x^2 + 2x + 4$

К-3	A 1	A 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	16	17,6	18	28	2,7	2,8
1б)	32	63	243	128	2/3	5/3
1в)	1	0,8	21	9,3	-41/63	-23/55
2а)	22	14	2,6	3,3	9	10
2б)	2	2	2/3	3/2	7/4	5/6
2в)	36	27	49	27	216	800
3а)	9	36	16	81	2	6
3б)	$\pm \sqrt{3}$	$\pm \sqrt{6}$	$\pm 3$	$\pm 2$	$\pm 1$	$\pm 1$
3в)	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
3г)	$\pm 1,5$	$\pm 1,1$	$\pm 1,1$	$\pm 0,9$	$\pm \sqrt{2}$	$\pm \sqrt{3}$
4	2; 3; 4	2; 3	2; 3	2; 3	-4, -3	-6, -5, -4, -3
5а)	$2a^2$	$b^3$	$1/x^4$	$1/x^2$	$-a^2b^3$	$-a^5b^4$
5б)	$7c$	$9d$	$-3a/b^5$	$-a^3/2b$	-1	-1

6

К-4	A 1	A 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	$6\sqrt{2}$	$6\sqrt{3}$	0	0	$-4\sqrt{3}$	$-2\sqrt{2}$
1б)	12	12	6	-10	$10 + 4\sqrt{2}$	$18 - 2\sqrt{5}$
1в)	$9 - 4\sqrt{5}$	$28 + 10\sqrt{3}$	$66 - 40\sqrt{2}$	$37 + 12\sqrt{7}$	$10\sqrt{5} - 5$	$-6\sqrt{3} - 3$
1г)	1	2	-5	-9	2	2
2	менше	менше	більше	більше	менше	менше
3а)	$\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$	$\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$\sqrt{\frac{5}{3}}$
3б)	$2\sqrt{b} + \sqrt{2}$	$3\sqrt{b} - \sqrt{3}$	$\frac{2a + \sqrt{b}}{2a - \sqrt{b}}$	$\frac{3\sqrt{a} + b}{3\sqrt{a} - b}$	$\sqrt{a} + 3$	$\frac{1}{\sqrt{a} - 2}$
4а)	$\frac{2\sqrt{7}}{7}$	$\frac{4\sqrt{11}}{11}$	$\frac{2\sqrt{5}}{3}$	$\frac{5\sqrt{6}}{4}$	$\frac{a\sqrt{a} - 1}{a - 1}$	$\frac{2\sqrt{a} + 2}{a + 2}$
4б)	$2 - \sqrt{2}$	$5 + 2\sqrt{5}$	$2\sqrt{3} - 1$	$2\sqrt{5} + 1$	$6\sqrt{2} - 2$	$4\sqrt{3} - 2$
5	$\pm 1$	$\pm 1$	$\pm 2$	$\pm 2$	$\pm 1$	$\pm 1$

<b>К-5</b>	<b>А 1</b>	<b>А 2</b>	<b>Б 1</b>
1а)	3; 1	5; 1	-9; 7
1б)	0; -9	0; 5	0; 0,3
1в)	-1; $1\frac{1}{7}$	1; $-1\frac{1}{6}$	2; $\frac{1}{2}$
1г)	$\pm 5$	$\pm 4$	$1 \pm \sqrt{7}$
2	4 см і 9 см	4 см і 10 см	5 см і 11 см
3	1; $2/7$	1; $2/9$	$\pm 9$
4	-5; 20	-2; 2	8
5	$x^2 - 3x - 40 = 0$ або яке зводиться до даного	$x^2 - 5x - 36 = 0$ або яке зводиться до даного	$3x^2 + 10x + 3 = 0$ або яке зводиться до даного
	<b>Б 2</b>	<b>В 1</b>	<b>В 2</b>
1а)	-13; -5	-10; 9	-10; 11
1б)	0; -0,3	0; $-4/7$	0; $11/3$
1в)	2; $-1/2$	-10; 5	-2; 6
1г)	$-1 \pm \sqrt{5}$	коренів немає	коренів немає
2	3 см і 17 см	36 м <sup>2</sup>	10 см або 6 см
3	$\pm 15$	5; 1	0; $1\frac{1}{3}$
4	36	2	-2
5	$2x^2 + 5x + 2 = 0$ або яке зводиться до даного	$x^2 - 4x + 1 = 0$ або яке зводиться до даного	$x^2 - 2x - 1 = 0$ або яке зводиться до даного

<b>К-6</b>	<b>А 1</b>	<b>А 2</b>	<b>Б 1</b>	<b>Б 2</b>	<b>В 1</b>	<b>В 2</b>
1а)	2; $-3/2$	1; $-3/4$	-19; 1	-1; 11,5	-4	-2
1б)	4	5	-2	-1,5	2	-1
2	18 км/год	2 км/год	10 км/год, 20 км/год	50 км/год, 70 км/год	12 днів	10 днів
3	2	3	2	5	3; 5	-7; 3
4	-1; -6	6; -2	3	-3	-4	2

К-7	А 1	А 2	Б 1
2а)	$10 < x + y < 14$	$5 < x + y < 8$	$7 < 4x + y < 12$
2б)	$4 < x - y < 8$	$2 < x - y < 5$	$4 < 2y - x < 7$
2в)	$16 < xy < 40$	$4 < xy < 12$	$9 < 3xy < 24$
2г)	$2 < x/y < 5$	$2 < x/y < 6$	$3/2 < y/x < 4$
3	$3,3 < P < 3,6$	$1,1 < a < 1,2$	$10,9 < P < 11,2$
4а)	$-7,2 < -4\sqrt{3} < 6,8$	$5,1 < 3\sqrt{3} < 5,4$	$2,9 < \sqrt{20} - \sqrt{2} < 3,2$
4б)	$4,4 < 2\sqrt{3} + 1 < 4,6$	$1,4 < 5 - 2\sqrt{3} < 1,6$	$5,28 < \sqrt{10} + \sqrt{5} < 5,75$
5	5, 6, 7	2, 3, 4	Сума квадратів більша
	Б 2	В 1	В 2
2а)	$10 < x + 3y < 14$	$27 < 2x + 3y < 36$	$39 < 3x + 4y < 52$
2б)	$-1 < 3x - y < 3$	$65 < x^2 - y^2 < 135$	$-135 < y^2 - x^2 < -65$
2в)	$6 < 2xy < 16$	$-\frac{1}{4} < \frac{1}{x} - \frac{1}{y} < -\frac{5}{36}$	$\frac{5}{36} < \frac{1}{y} - \frac{1}{x} < \frac{1}{4}$
2г)	$1/4 < x/y < 2/3$	$-4/3 < -x/y^2 < -9/16$	$-16/9 < -y^2/x < -3/4$
3	$3 < (a + b)/2 < 3,1$	$1 < a < 4$	$64^\circ < \alpha < 65^\circ$
4а)	$1,9 < \sqrt{18} - \sqrt{5} < 2,3$	$5,78 < \sqrt{6} + \sqrt{12} < 6,3$	$0,1 < \sqrt{8} - \sqrt{6} < 0,62$
4б)	$4,48 < \sqrt{2} + \sqrt{10} < 4,95$	$3,1 < 1/(\sqrt{3} - \sqrt{2}) < 3,3$	$0,2 < 1/(\sqrt{3} + \sqrt{2}) < 0,4$
5	Квадрат середнього більший	Вказівка: подайте ліву частину у вигляді суми квадратів двочленів	

К-8	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	$(-\infty; 4)$	$(2; \infty)$	$(-2; \infty)$	$(-\infty; 3)$	$[-4; \infty)$	$(-\infty; -6]$
1б)	$(-\infty; -1]$	$[4; \infty)$	$(-\infty; -1,5]$	$[-5; \infty)$	$(3; \infty)$	$(-\infty; 8)$
1в)	$[1; \infty)$	$(-\infty; 1]$	$[13,5; \infty)$	$(-\infty; -7]$	$(-\infty; -9]$	$[-14; \infty)$
2	$[-2; 2,5)$	$(-\infty; -1,5)$	$(-\infty; 2]$	$(1; \infty)$	$(-4; \infty)$	$(-2; \infty)$
3	$(-1; 2)$	$(-1; 2)$	$(-5; 9]$	$(-7; 20]$	$[-5; 7)$	$(1; 10]$
4	$a > 3$	$a < 3$	$a > 1,5$	$a < -2/3$	$a \geq 4,5$	$a \leq 4/3$
5	$[2; 10]$	$[-4; 3]$	$(-2; 4]$	$[-4; 3)$	$(0; 1)$	$(1; \infty)$
6	менше 6 см	більше 12 см	не більш 600 кг	не більш 36 км	більше 6 см і менше 18 см	більше 4 см і менше 7 см



К-9	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1а)	$1/27$	$1/32$	$8\frac{1}{8}$	$9\frac{1}{9}$	-27	4
1б)	$1/25$	$1/64$	$1/5$	$1/4$	128	$1/27$
1в)	$1/64$	49	-1	-1	$32/81$	$32/625$
2а)	$a^2$	$a^2$	$a$	$1/a^2$	$a^4$	$a^4$
2б)	$2b/a$	$2b/a$	$b/a$	$ab$	$9/b$	$-a^3/9b$
3а)	$2,1 \cdot 10^8$	$4,8 \cdot 10^5$	$5,2014 \cdot 10^3$	$3,0251 \cdot 10^3$	$2,04 \cdot 10^{-3}$	$4,201 \cdot 10^{-5}$
3б)	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$2,14 \cdot 10^{-3}$	$1,49 \cdot 10^{-2}$	$3,12 \cdot 10^3$	$1,75 \cdot 10^5$
4а)	$3b^{-2}$	$4a^{-3}$	$18a^2b^{-2}$	$-27a^{-5}b^5$	$4^{2n}$	$7^{2n}$
4б)	$\frac{a^2 - b^2}{ab}$	$\frac{a^3 - b^3}{a^2b^2}$	$\frac{a - b}{ab}$	$\frac{b + a}{ab}$	$\frac{1 + a}{1 - a}$	$\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$
5	$4,2 \cdot 10^{12}$ км	50 с	1,548 г	$2,5 \cdot 10^5$ см <sup>3</sup>	$1,7 \cdot 10^5$ м	$2,4 \cdot 10^{-6}$ м

К-10	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	0,5	-0,5	-3	4	3	-2
2	$(-7/3; \infty)$	$(-\infty; -8]$	(1; 9]	$(-4; 12]$	[0,75; 1,5)	[1,25; 2,5)
3	18	7	4	16	$-0,09ab^2$	$-0,12x^4y^3$
4	$125a^3b^{-6}$	$4x^{-8}y^6$	$8/y$	$3ab$	$2^{2n+1}$	$5^{2n-7}$
5	12 стор.	5 дет.	4 год.	3 год.	4 год.	8 год.

### ГЕОМЕТРІЯ (за Погореловим)

К-1	А 1	А 2	Б 1
1	$65^\circ$ і $115^\circ$	$45^\circ$ і $135^\circ$	$80^\circ$ і $100^\circ$
2	30 см	30 см	32 см
3	10 см	40 см	—
	Б 2	В 1	В 2
1	$70^\circ$ і $110^\circ$	$55^\circ$ і $125^\circ$	$60^\circ$ і $120^\circ$
2	34 см	ромб; 16 см	прямокутник; 14 см
3	—	24 см або 30 см	28 см або 32 см

<b>К-2</b>	<b>А 1</b>	<b>А 2</b>	<b>Б 1</b>
1	25 см	28 см	ромб; 20 см
2	12 см і 20 см	12 см і 28 см	13 см
3	8 см і 18 см	4 см і 7 см	—
	<b>Б 2</b>	<b>В 1</b>	<b>В 2</b>
1	ромб; 12 см	14 см і 24 см або 10 см і 24 см	10 см або 11 см
2	13 см	6 см і 22 см	3 см і 39 см
3	—	—	—

<b>К-3</b>	<b>А 1</b>	<b>А 2</b>	<b>Б 1</b>
1	15 см	30 см	4 см
2	$\sqrt{3}$ см	6 см	112 см
3	28 см	34 см	60 см, 80 см і 48 см
	<b>Б 2</b>	<b>В 1</b>	<b>В 2</b>
1	12 см	$2\sqrt{17}$ см	30 см
2	48 см	32 см	16 см
3	25 см, 24 см	14 см, $4\sqrt{37}$ см	20 см, $10\sqrt{13}$ см

<b>К-4</b>	<b>А 1</b>	<b>А 2</b>	<b>Б 1</b>
1	4 см, $45^\circ$ , $45^\circ$	$\sqrt{2}$ см, $45^\circ$ , $45^\circ$	$4\sqrt{3}$ см, 4 см
2	54 см	54 см	24 см
3	16 см	8 см	4,4, 8 і $4\sqrt{2}$ см, $45^\circ$
	<b>Б 2</b>	<b>В 1</b>	<b>В 2</b>
1	$3\sqrt{3}$ см, 3 см	4 см, 4 см, $30^\circ$ , $30^\circ$ , $120^\circ$	4 см, 4 см, $4\sqrt{3}$ см, $30^\circ$ , $30^\circ$ , $120^\circ$
2	24 см	70 см	42 см
3	4 см, 12 см, $135^\circ$	$16\sqrt{3}$ см	32 см

<b>К-5</b>	<b>А 1</b>	<b>А 2</b>	<b>Б 1</b>
1а)	$(-1; 3)$	$(3; 3)$	$(4; 0); (0; 6)$
1б)	$4\sqrt{2}$	$2\sqrt{26}$	$(2; 3)$
1в)	A	A	$2\sqrt{13}$
2а)	$x^2 + y^2 = 25$	$x^2 + y^2 = 100$	$(0; 0)$
2б)	$(3; 4); (3; -4)$	$(6; 8); (-6; 8)$	5
2в)	—	—	$x^2 + y^2 = 25$
3	$(1; -1)$	$(-1; 3)$	—
	<b>Б 2</b>	<b>В 1</b>	<b>В 2</b>
1а)	$(6; 0); (0; 8)$	$2\sqrt{17}$	$6\sqrt{2}$
1б)	$(3; 4)$	$y = -4x + 7$	$y = x + 2$
1в)	10	$y = 2x + 1$	$y = 2x + 1$
2а)	$(0; 0)$	$(-3; 1)$	$(-1; 3)$
2б)	5	$(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 25$	$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$
2в)	$x^2 + y^2 = 25$	$(0; 5); (0; -3)$	$(3; 0); (-5; 0)$
3	—	$(3; 4)$	$(1; -3)$

<b>К-6</b>	<b>А 1</b>	<b>А 2</b>	<b>Б 1</b>
1а)	$(4; -3); 5$	$(-3; -4); 5$	$(2; 0); 2$
1б)	$\overline{CB} (0; -3)$	$\overline{BA} (0; -4)$	$\overline{CA} (0; 2)$
1в)	$90^\circ$	$90^\circ$	$90^\circ$
2а)	$(-6; 2)$	$(-2; -1)$	2
2б)	—	—	-2
2в)	—	—	ні
3	$\bar{a} - \bar{b}, 0,5(\bar{a} + \bar{b})$	$\bar{b} - \bar{a}, 0,5(\bar{a} + \bar{b})$	$0,5\bar{a} - \bar{b}, 0,5\bar{b} - 0,5\bar{a}$
	<b>Б 2</b>	<b>В 1</b>	<b>В 2</b>
1а)	$(0; -6); 6$	-8,8	2,1
1б)	$\overline{AB} (2; 0)$	13	13
1в)	$90^\circ$	A	A
2а)	1	$(-1; 2); (3; -1)$	$(4; 3); (1; 7)$
2б)	6	$\bar{c} = -\bar{a} + 3\bar{b}$	$\bar{c} = -\bar{a} + 2\bar{b}$
2в)	ні	$135^\circ$	$45^\circ$
3	$0,5\bar{b} - \bar{a}, 0,5\bar{a} - 0,5\bar{b}$	$-0,5\bar{a} - 0,5\bar{b}, \frac{2}{3}\bar{a} + \frac{1}{3}\bar{b}$	$0,5\bar{a} + 0,5\bar{b}, -\frac{1}{6}\bar{a} - \frac{5}{6}\bar{b}$

К-7	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	52 см	16 см	30 см і 40 см	30 см і 40 см	24 см	24 см
2	13 см	16 см	11,5 см	20,5 см	24 см	24 см
3	(-2; 0)	(-2; -3)	—	—	—	—

### ГЕОМЕТРІЯ (за Атанасяном)

К-1	А 1	А 2	Б 1
1	34 см	36 см	12 см і 16 см
	Б 2	В 1	В 2
1	15 см і 9 см	19 см	30 см

К-2	А 1	А 2	Б 1
1	3 см і 4 см	24 см і 8 см	168 см <sup>2</sup>
2	3 см, 3 см і 4,5 см <sup>2</sup>	3 см, 6 см і 4,5√3 см <sup>2</sup>	35 см <sup>2</sup>
3	30 см <sup>2</sup>	30 см <sup>2</sup>	120 см <sup>2</sup>
	Б 2	В 1	В 2
1	161 см <sup>2</sup>	108 см <sup>2</sup>	160 см <sup>2</sup>
2	18 см <sup>2</sup>	104 см	204 см
3	114 см <sup>2</sup>	243 см <sup>2</sup>	204 см <sup>2</sup>

К-3	А 1	А 2	Б 1	Б 2	В 1	В 2
1	так	так	так	так	так	так
2	1:9	4 м, 7 м, 9 м	1:4	9:1	4:3	3:2
3	—	—	24 см і 40 см	28 см і 12 см	6 см	4 $\frac{2}{3}$ см

К-4	А 1	А 2	Б 1
1	10 см	17 см	3 см і 7,5 см
2	25 см; 0,8; 0,6	15 см; 0,8; 0,6	4/3
3	$c(1 + \sin \alpha + \cos \alpha)$	$b \left( 1 + \frac{1}{\operatorname{tg} \beta} + \frac{1}{\sin \beta} \right)$	$\frac{c \cos \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2}}$
	Б 2	В 1	В 2
1	42 см	16, 30 і 34 см; 240 см <sup>2</sup>	10, 24 і 26 см; 120 см <sup>2</sup>
2	4/3	75 см, 4/3	4/3
3	$\frac{b}{\operatorname{tg} \beta \cos \frac{\beta}{2}}$	$\frac{1}{2} c^2 \sin(45^\circ + \gamma) \cos(45^\circ + \gamma)$	

К-5	А 1	А 2	Б 1
1	80°, 120°, 160°	80°, 80°, 200°	80°, 120°, 160°
2	$12\sqrt{3}$ см, 4 см	$24\sqrt{3}$ см, 4 см	3 см
3	12 см	12 см	7,5 см
	Б 2	В 1	В 2
1	20°, 60°, 100°	$\frac{\alpha + \beta}{2}, 90^\circ - \frac{\alpha}{2}, 90^\circ - \frac{\beta}{2}$	$180^\circ - 2\alpha, 180^\circ - 2\beta,$ $2\alpha + 2\beta - 180^\circ$
2	4 см	25 см	25 см
3	24 см	40 см	3 см

К-6	А 1	А 2	Б 1
1	$\overline{AN} = \bar{a} + \bar{b}$ $\overline{BC} = 2\bar{b} - 2\bar{a}$ $\overline{BK} = \bar{b} - 2\bar{a}$	$\overline{CM} = \bar{a} + \bar{b}$ $\overline{AB} = 2\bar{b} - 2\bar{a}$ $\overline{AN} = \bar{b} - 2\bar{a}$	$\overline{AE} = \bar{b} + 1,5\bar{a}$ $\overline{BN} = 2\bar{a} - 2\bar{b}$ $\overline{EN} = 0,5\bar{a} - \bar{b}$
2	10 см, 18 см	20 см, 24 см	18 см
	Б 2	В 1	В 2
1	$\overline{CD} = \bar{b} + 1,5\bar{a}$ $\overline{MB} = 2\bar{b} - 2\bar{a}$ $\overline{MD} = \bar{b} - 0,5\bar{a}$	$\overline{BK} = \frac{4}{3}\bar{b} - \frac{2}{3}\bar{a}$ $\overline{NI} = -\frac{7}{6}\bar{a} - \frac{1}{6}\bar{b}$	$\overline{MN} = \frac{7}{6}\bar{a} + \frac{1}{6}\bar{b}$ $\overline{KB} = \frac{2}{3}\bar{a} - \frac{4}{3}\bar{b}$
2	18 см	14 см	60 см

<b>К-7</b>	<b>А 1</b>	<b>А 2</b>	<b>Б 1</b>
1	360 см <sup>2</sup>	240 см <sup>2</sup>	20 см
2	9 см і 33 см	8 см і 28 см	28 см і 60 см
3	30 см	50 см	12 см
	<b>Б 2</b>	<b>В 1</b>	<b>В 2</b>
1	2400 см <sup>2</sup>	30 см <sup>2</sup> і 126 см <sup>2</sup>	84 см <sup>2</sup> і 516 см <sup>2</sup>
2	33 см	25 см	13 см
3	3 см і 4 см	25 см	25 см

## ЛІТЕРАТУРА

1. Алгебра 8. Под ред. С.А. Теляковского. М. 1991
2. Ш.А. Алимов и др. Алгебра 8. М. 1997
3. М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. Сборник задач по алгебре для 8-9 классов. М. 1992
4. Л.И Звавич и др. Задания для проведения письменного экзамена по математике в 9 классе. М. 1996
5. А.В. Погорелов. Геометрия 7-9. К. 1995
6. Л.С. Атанасян и др. Геометрия 7-9. М. 1990
7. А.П. Киселев, Н.А. Рыбкин. Геометрия, планиметрия. М. 1995
8. Л.М. Лоповок. Сборник задач по геометрии 6-8. К. 1985
9. Б.Г. Зив, В.М. Мейлер, А.Г Баханский. Задачи по геометрии для 7-11 классов. М. 1991
10. В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир. Учимся решать задачи по геометрии. К. 1996

# ЗМІСТ

<b>АЛГЕБРА</b> .....	<b>4</b>
<b>С-1</b> Раціональні вирази. Скорочення дробів .....	<b>4</b>
<b>С-2</b> Додавання і віднімання дробів.....	<b>5</b>
<b>К-1</b> Раціональні дроби. Додавання та віднімання дробів.....	<b>7</b>
<b>С-3</b> Множення та ділення дробів. Піднесення дробу до степеню .....	<b>10</b>
<b>С-4</b> Перетворення раціональних виразів .....	<b>12</b>
<b>С-5</b> Обернена пропорційність та її графік .....	<b>14</b>
<b>К-2</b> Раціональні дроби.....	<b>16</b>
<b>С-6</b> Арифметичний квадратний корінь.....	<b>18</b>
<b>С-7</b> Рівняння $x^2 = a$ . Функція $y = \sqrt{x}$ .....	<b>20</b>
<b>С-8</b> Квадратний корінь із добутку, дробу, степеня.....	<b>22</b>
<b>К-3</b> Арифметичний квадратний корінь і його властивості ...	<b>24</b>
<b>С-9</b> Внесення і винесення множника в квадратних коренях .....	<b>27</b>
<b>С-10</b> Перетворення виразів, які містять квадратні корені .....	<b>28</b>
<b>К-4</b> Застосування властивостей арифметичного квадратного кореня.....	<b>30</b>
<b>С-11</b> Неповні квадратні рівняння .....	<b>32</b>
<b>С-12</b> Формула коренів квадратного рівняння.....	<b>33</b>
<b>С-13</b> Розв'язування задач за допомогою квадратних рівнянь. Теорема Вієта .....	<b>34</b>
<b>К-5</b> Квадратні рівняння .....	<b>36</b>
<b>С-14</b> Дробово-раціональні рівняння .....	<b>38</b>
<b>С-15</b> Застосування дробово-раціональних рівнянь. Розв'язування задач .....	<b>39</b>
<b>К-6</b> Дробово-раціональні рівняння .....	<b>40</b>
<b>С-16</b> Властивості числових нерівностей.....	<b>43</b>
<b>К-7</b> Числові нерівності та їхні властивості.....	<b>44</b>
<b>С-17</b> Лінійні нерівності з однією змінною .....	<b>47</b>
<b>С-18</b> Системи лінійних нерівностей .....	<b>48</b>

К-8	Лінійні нерівності та системи нерівностей з однією змінною .....	50
С-19	Степінь з від'ємним показником .....	52
К-9	Степінь з цілим показником .....	54
К-10	Річна контрольна робота .....	56

## **ГЕОМЕТРІЯ (за Позореловим) . . . . . 58**

С-1	Властивості і ознаки паралелограма .....	58
С-2	Прямокутник. Ромб. Квадрат .....	60
К-1	Паралелограм .....	62
С-3	Теорема Фалеса. Середня лінія трикутника .....	63
С-4	Трапеція. Середня лінія трапеції .....	66
К-2	Трапеція. Середні лінії трикутника і трапеції .....	68
С-5	Теорема Піфагора .....	70
С-6	Теорема, обернена до теореми Піфагора. Перпендикуляр і похила .....	71
С-7	Нерівність трикутника .....	73
К-3	Теорема Піфагора .....	74
С-8	Розв'язування прямокутних трикутників .....	76
С-9	Властивості тригонометричних функцій .....	78
К-4	Прямокутний трикутник (підсумкова контрольна робота) .....	80
С-10	Координати середини відрізка. Відстань між точками. Рівняння кола .....	82
С-11	Рівняння прямої .....	84
К-5	Декартові координати .....	86
С-12	Рух і його властивості. Центральна і осьова симетрії. Поворот .....	88
С-13	Паралельне перенесення .....	90
С-14	Поняття вектора. Рівність векторів .....	92
С-15	Дії з векторами в координатній формі. Колінеарні вектори .....	94
С-16	Дії з векторами в геометричній формі .....	95
С-17	Скалярний добуток .....	98
К-6	Вектори .....	99



К-7	Річна контрольна робота.....	102
<b>ГЕОМЕТРІЯ (за Атанасяном) . . . . . 104</b>		
С-1	Властивості і ознаки паралелограма.....	104
С-2	Прямокутник. Ромб. Квадрат.....	106
К-1	Чотирикутники .....	108
С-3	Площа прямокутника, квадрата .....	109
С-4	Площа паралелограма, ромба, трикутника.....	111
С-5	Площа трапеції.....	113
С-6	Теорема Піфагора .....	114
К-2	Площі. Теорема Піфагора .....	116
С-7	Визначення подібних трикутників. Властивість бісектриси кута трикутника .....	118
С-8	Ознаки подібності трикутників.....	120
К-3	Подібність трикутників .....	122
С-9	Застосування подібності до розв'язування задач .....	124
С-10	Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.....	126
К-4	Застосування подібності до розв'язування задач. Співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника.....	128
С-11	Дотична до кола .....	130
С-12	Центральні і вписані кути .....	132
С-13	Теорема про добуток відрізків хорд, які перетинаються. Визначні точки трикутника .....	134
С-14	Вписане і описане кола.....	136
К-5	Коло.....	137
С-15	Додавання і віднімання векторів .....	139
С-16	Множення вектора на число.....	141
С-17	Середня лінія трапеції.....	142
К-6	Вектори. Застосування векторів до розв'язування задач...	144
К-7	Річна контрольна робота.....	146
<b>ВІДПОВІДІ . . . . .</b>		<b>148</b>
<b>ЛІТЕРАТУРА . . . . .</b>		<b>157</b>

