

Переклад з англійської Ганни Лелів

$3-1=2$

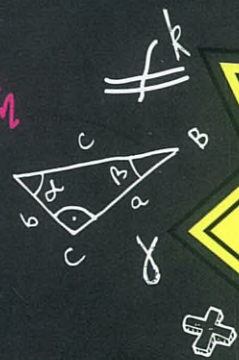
$2+2=4$

??!

Крута Математика



A+



Трейсі Дінг і Кейті Г'юветт

$5-1=4$


50 Суперових фактів для дітей - малих і великих

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



25%



Крута 
Математика

A+

First published in Great Britain in 2015 by Portico,
An imprint of Pavilion Books Company Limited, 43
Great Ormond Street, WC1N 3HZ, London

УДК 510.21
ББК 22.121

Я60 Крута математика / Трейсі Янг, Кейті Гюветт; пер. з англ.
Ганна Лелів. — К.: Моя книжкова полиця, 2018. — 112 с.: іл.
ISBN 978-966-97730-2-9

Авторки цієї корисної і водночас захопливої книжки у зручній
формі пояснюють основні поняття зі шкільної програми —
наприклад, множення двозначних чисел — і вчать розв'язувати
хитромудрі рівняння, яких не побачиш у класі. А ще підказують,
як по-справжньому круто давати собі раду з різними
повсякденними проблемами в реальному житті!

Книга буде цікавою не лише школярам, а й усім тим, хто ніяк
не знаходив часу по-справжньому полюбити математику.

Усі права захищені. Жодна частина цього видання не може бути скопійована,
відтворена у будь-якій формі або будь-якими способами (зокрема йдеться
про електронне поширення, фотокопіювання, запис звуку та ін.) без
попереднього письмового дозволу Видавництва «Моя книжкова полиця».

ISBN 978-966-97730-2-9

© Portico Books, 2015

© Ганна Лелів, переклад українською мовою, 2018

© ТОВ «Видавництво «Моя книжкова полиця», 2018

Науково-популярне видання для дітей
Для середнього шкільного віку

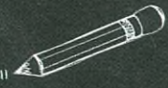
Формат 70×100/16. Ум. друк. арк. 9,1
Підписано до друку 17.10.2018 р. Зам. №8-10-1707.
Наклад 2 500 прим.

Керівниця проекту *Наталія Моспан*
Відповідальна редакторка *Юлія Буднік*
Науковий редактор *Станіслав Дворницький*
Літературна редакторка *Марія Дзеса-Думанська*
Коректорка *Лариса Дублягіна*
Верстка *Романа Марчишина*

ТОВ «Видавництво «Моя книжкова полиця».
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
видавців Серія ДК, №5394 від 20.07.2017 р.
Адреса: 02068, м. Київ, пр-т Бажана, 1м, кв. 311.
Відділ продажу: +38(066)772-10-02.
www.mybookshelf.com.ua

Надруковано ПРАТ ХКФ «Глобус»,
м. Харків, 61012, вул. Різдва, 11,
www.globus-book.com

Нудота!



Переклад з англійської Ганни Лелів

Крута математика



50
Суперових
фактів
для дітей –
малих і
великих

$$3-1=2$$

A+

Трейсі Янг і Кейті Г'юветт

$$2+2=4$$



$$5-1=4$$

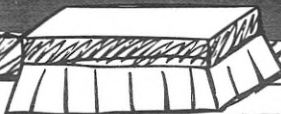
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10



ЗМІСТ



Привіт усім!	06	Вдарить блискавка і грім – труситься	
Визначні події в математиці	08	від страху дім!	28
Множення? Без проблем!.....	10	Супершвидкий перетворювач рецептів	30
Хлопчик-біномчик.....	12	Аверс чи реверс?	32
Як множити ВЕЛИКІ числа?	14	Ото середняк!	34
Дерево тригонометрії.....	16	Така важлива статистика	36
Крихітко, надворі холодно. Е-м-м, справді? ...	18	Хочу побути на самоті... ..	38
Хто вимкнув світло?	20	Чи швидко він біжить?	40
Таємничі кути	22	Формула, формули... ..	42
Задача про день народження.....	24	Чудесна площа	44
Скільки залишити на чай?	26	О-О-Об'єм	46



Ходити по колу.....	48	Множаться, наче кролики.....	82
Теорія кого-кого? Піфагора?	50	Прості, як ті числа.....	84
Шопінг від рання до смеркання.....	52	Теорема про чотири кольори.....	86
А що то буде за день?	54	Римські цифри рулять!	88
Константа Капрекара.....	56	Що спільного у квадрата й кола?	90
Весела таксономія.....	58	Золоте фото.....	92
Числа-паліндроми	60	А в мене більше, ніж у тебе!	94
Правила подільності? Простіше не буває!	62	Діло дільника величає.....	96
Фокуси з числами-1.....	64	Шість цього і півдюжини он того.....	98
Фокуси з числами-2.....	66	Евклід був парубок моторний.....	100
Запаморочливі числа	68	Як зламати шифр	102
Квадратом бути круто!	70	За даними нашого опитування... ..	104
Сумування сум	72	Магічні квадрати.....	106
Хіба приємно бути від'ємним?	74	Х та Y ти з ока не спускай.....	108
Значущі цифри	76	Дзеркальне відображення.....	110
Стеж за порядком.....	78	Відповіді	112
Корисні підказки для множення.....	80		

Привіт усім!

Читання, письмо й арифметика — три кити всіх освітніх систем у світі. Однак ці предмети завжди чомусь вважають нуднуватими. Останнім часом Дж. К. Ролінг доклала чимало зусиль, щоб читання вважалось крутим і веселим заняттям, і навіть надихнула багатьох дівчат та хлопців спробувати себе в ролі письменниць і письменників. І це супер! Але як там поживає бідолашна стара добра арифметика?

Ну, по-перше, тепер її ніхто так не називає. Арифметика стала математикою. Британці навіть повну назву не вимовляють, а кажуть скорочено: *maths* (американці — ще коротше: *math*).

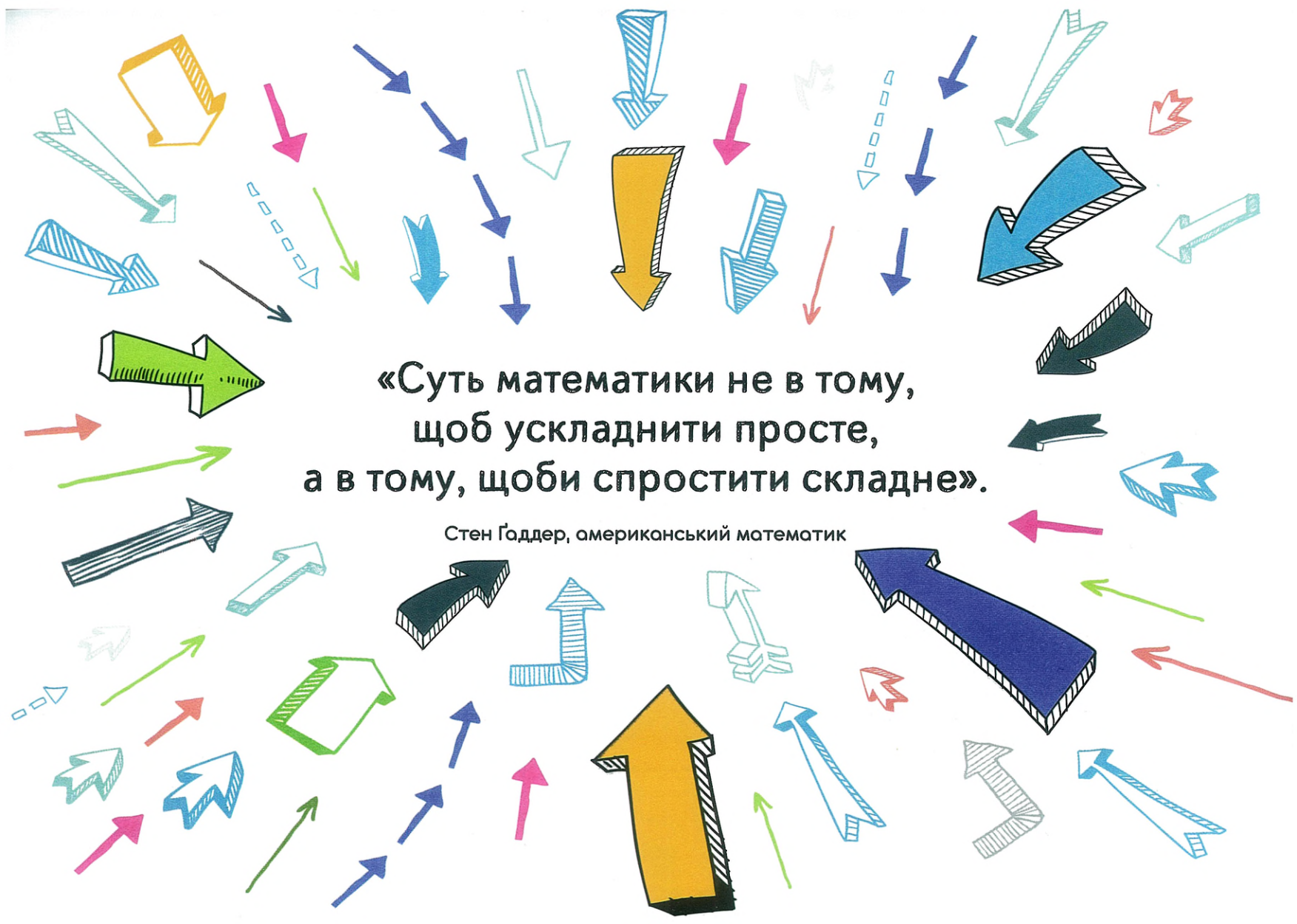
Тим, хто не виявляє палкого бажання по-справжньому зрозуміти математику, вона здається нудною, тоді як інші вважають її цариною, де поміж числами й рівняннями, теоріями й формулами панують чари і творяться чудеса. Математика здатна оживити буденні речі й перетворити повсякденну ситуацію на безкінечні, неможливі, неймовірні веселощі.

Так-так, тут справді слова МАТЕМАТИКА й ВЕСЕЛОЩІ в одному абзаці! Але ж як їх поєднати? А ось як..

Математика — це не тільки $2 + 2 = 4$. Математика може допомогти тобі передбачити результат начебто випадкових і малоймовірних подій. А ще визначити висоту Біг-Бена, не обходячи його з лінійкою. Математика дасть тобі змогу зробити неможливе й перевершить усі твої сподівання.

Математика всюди. У всьому, що ми бачимо, відчуваємо, знаємо і робимо. Саме завдяки глибокому розумінню всіх видів математики — від геометрії до тригонометрії, від математичного аналізу до теорії ймовірності — людина ступила на Місяць, послала роботів на Марс і працює з найсучаснішими технологіями тут, на Землі. А найважливіше, що саме завдяки математиці — а також процесам опрацювання й аналізу даних — мозок допомагає тобі дістатися від пункту А до пункту Б.

Отож залиш сумніви за порогом і поринь у захопливий світ «Крутої математики»!



**«Суть математики не в тому,
щоб ускладнити просте,
а в тому, щоби спростити складне».**

Стен Гаддер, американський математик

Визначні події в математиці

Близько 30 000 р. до н. е.

Люди, які жили в добу палеоліту в Центральній Європі та Франції, вишкрябували цифри на кістках.

Близько 3 000 р. до н. е.

На Близькому Сході та в Середземномор'ї з'явилися перші рахівниці.

1950–1750 рр. до н. е. Вавилоняни, які жили на території сучасного Іраку, опанували лінійні та квадратні рівняння, таблиці множення, а також квадратний і кубічний корінь.

575 р. до н. е.

Давньогрецький математик Фалес привіз із Вавилону у Грецію знання з математики, зокрема з геометрії.

500 р. до н. е. Піфагор і послідовники його школи — піфагорійці — досліджували ірраціональні числа, золотий перетин, властивості трикутників і теорему Піфагора.

Близько 450 р. до н. е.

Давні греки запровадили письмову систему числення.

Близько 300 р. до н. е. Евклід у своїй праці «Начала» запропонував систематичний виклад геометрії.

Близько 240 р. до н. е. Архімед винайшов водопідіймальний пристрій, який згодом назвали Архімедовим гвинтом, а також опублікував математичні праці.

200 р. до н. е. Ератосфен розробив «решето», яке допомагало знаходити прості числа.


Близько 1 р. н. е. Китайський математик Лю Сінь використав десяткові дробі.

263 р. За допомогою правильного багатокутника зі 192-ма сторонами Лю Сінь вирахував значення числа «пі»: 3,14159 — до п'яти знаків після коми.

594 р. В Індії використали десятковий запис чисел — систему, яку застосовують донині.


Близько 980 р. Французький учений Герберт з Оріяка (пізніше — Папа Римський Сильвестр II) вдруге познайомив Європу з рахівницею. Використовував індо-арабські цифри без нуля.

1150 р. Італійський математик Герард Кремонський переклав працю Птолемея «Альмагест», увівши на території Європи арабські цифри.




1202 р. Італійський математик Фібоначчі написав трактат «Книга абака» (*Liber abaci*) й визначив послідовність Фібоначчі.

1494 р. Італійський математик Лука Пачолі опублікував працю з математики «Сума арифметики, геометрії, дробів, пропорцій і пропорційності» (*Summa di arithmetica, geometrica, proportione et proportionalita*), підсумувавши всі відомі на той час знання у цій галузі.




1514 р. Нідерландський математик Гіл ван дер Хук уперше використав символи $+$ і $-$.

1557 р. Лікар і математик з Уельсу, Роберт Рекорд, опублікував працю «Гострило для розуму» (*The Whetstone of Witte*), увівши в математику знак рівності: $=$ (символ «дорівнює»).






1615 р. Німецький математик Йоганн Кеплер надрукував працю, що заклала начала математичного аналізу.




1665 р. Британський математик Ісаак Ньютон вивів формулу бінома й почав працювати над диференціальним численням.

1687 р. Ньютон видав працю «Математичні начала натуральної філософії» (*The Principia*, або *Philosophiae naturalis principia mathematica*).





2003 р. Росіянин Григорій Перельман довів гіпотезу Пуанкаре щодо тривимірного простору, яку вперше висунув 1904 року французький математик Анрі Пуанкаре.




1626 р. Французький математик Альбер Жирар опублікував працю про тригонометрію, де вперше вжив терміни «синус», «косинус» і «тангенс».

1794 р. Француз Адрієн-Марі Лежандр публікує наукову працю «Начала геометрії», яка ціле століття вважалася основною працею на цю тему.



1799 р. У Франції запровадили метричну систему.

1823 р. Британець Чарльз Беббідж почав проектувати «диференціальний двигун», що вмів вираховувати логарифми й тригонометричні функції.



1879 р. Британський математик Альфред Брей Кемпе опублікував хибне доведення теореми про чотири кольори.

1994 р. Британський математик Ендрю Джон Вайлс довів останню теорему Ферма.

1976 р. Американці Кеннет Аппел і Вольфганг Гакен довели, що гіпотеза Кемпе про чотири кольори — правильна.



Множення? Без проблем!

Серед нас завжди є знавці усіляких професійних хитрощів. От як той чолов'яга, який уміє швидко міняти свічку запалювання, або хлопчина, який знає, як миттю перезавантажити пральку, якщо та вийшла з ладу.

Множення – не виняток: і в цій справі є кілька трюків, які полегшать тобі життя.

Як помножити на 9

Множити на 10 дуже просто: треба тільки додати у кінці 0. От якби помножити на 9 було так само легко!

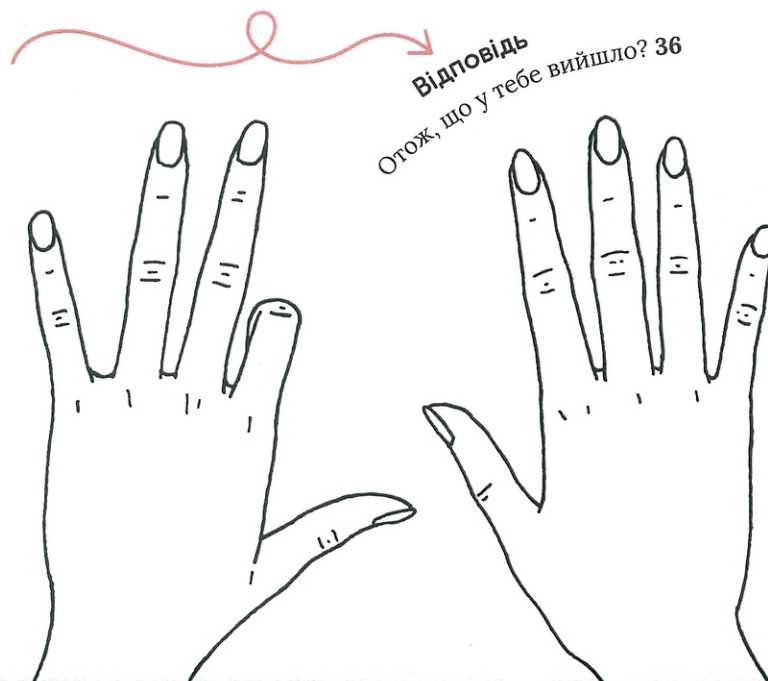
Що ж, це цілком можливо. Ось тобі суперпорада, як помножити на 9 будь-яке число від 1 до 10.

Спробуймо!

Підними руки до рівня лица – долоні назовні, пальці випростані.

Загадай цифру, яку ти хочеш помножити на 9, і, починаючи з лівого краю, загни відповідний палець. Тобто якщо ти хочеш помножити 4 на 9, загни вказівний палець на лівій руці (четвертий за порядком, якщо рахувати зліва направо). Тоді ліворуч від нього залишаться три випростані пальці, а праворуч – шість.

Кожен палець ліворуч від загнутого рахуємо як десяток, кожен праворуч – як одиницю.



Як множити на 11

Спробуймо!

Коли множиш на 11, починає тріщати голова. Але ж тут не мало б бути нічого складного, адже 11 – усього на один більше, ніж 10. Що ж, ось цей трюк мав би тобі допомогти.

Загадай двозначне число, яке ти хочеш помножити на 11. Додай цифри, з яких те число складається, а те, що вийшло, постав між ними.

Якщо, додавши цифри, ти отримаєш число більше за 9, додай першу його цифру до цифри перед дужками, а решту залиш посередині.

Тобто 11×45 дорівнює:

$$4(4+5)5 = 495$$

Тобто 11×29 дорівнює:

$$2(2+9)9 = 2(11)9 = 319$$

Це цікаво!

Перебравшись до штату Вікторія на південному сході Австралії, британець Томас Остін виявив, що не може полювати на кроликів – у тій далекій країні цих тваринок не було. Отож 1859 року він привіз до Австралії 12 пар кроликів (так, усього 12). Природа (і розмноження) зробили свою справу, і вже незабаром у Вікторії було стільки кролів, що можна було застрелити два мільйони – і це ніяк не вплинуло би на приріст їхньої популяції. Кролики знищили місцеву рослинність і докорінно змінили екосистему всього континенту.

Леонардо да Вінчі
намалював креслення
людноподібного
робота ще далекого
1495 року.

Це цікаво!



Хлопчик-біномчик

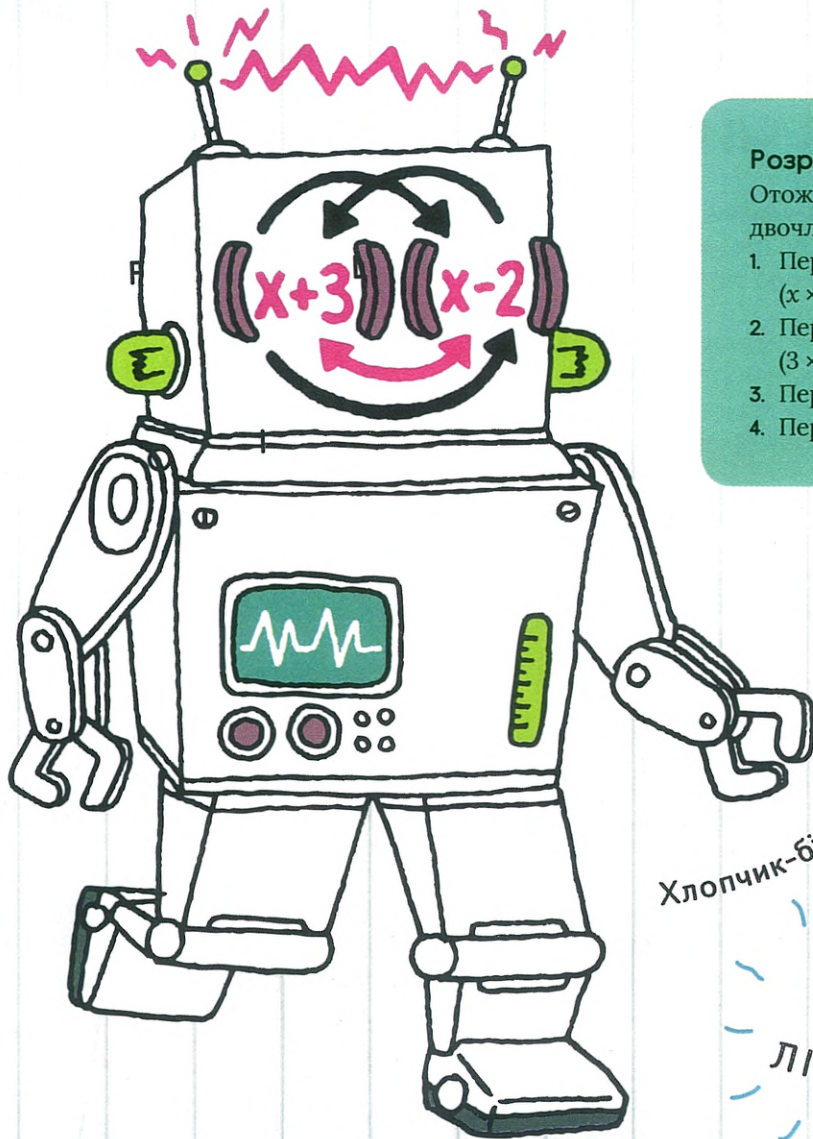
Коли вивчаєш алгебру, множення членів здається лячним завданням, але, завчивши коротеньку лічилку, ти завиграшки розв'яжеш задачу... і створиш Хлопчика-біномчика, який усміхнеться до тебе!

Спробуймо!

В алгебрі двочлен, або біном — вираз, який складається з двох членів, відокремлених знаком «плюс» або «мінус». Два двочленні вирази множать майже так само, як числа. Ось тобі коротенька лічилка, щоб запам'ятати, як виконувати це множення:

**перше — третє,
друге — четверте,
тепер обидва, що скраю,
й середину не забуваю.**

Коли множитимеш змінні, намалюй лінії, з'єднуючи їх між собою так, як зображено праворуч, — бачиш, робот усміхається! Як тільки в тебе вийде усміхнений Хлопчик-біномчик, знай: множення завершено! Тепер залишилося тільки звести подібні члени — і все!



Розрахунки

Отож візьмемо рівняння $(x + 3)(x - 2)$ і перемножимо двочлени.

1. Перемнож перший і третій члени в рівнянні
($x \times x = x^2$)
2. Перемнож другий і четвертий члени в рівнянні
($3 \times (-2) = -6$)
3. Перемнож два члени, що скраю ($x \times (-2) = -2x$)
4. Перемнож два члени, що всередині ($+3 \times x = 3x$)

Хлопчик-біномчик усміхається

ХЛОПЧИК-
БІНОМЧИК
ЛЮБИТЬ
ЛІЧИЛКИ!

Відповідь



Розташуй чотири отримані результати за порядком:

перше – третє: $x \times x = x^2$

друге – четверте: $x \times (-2) = -2x$

тепер обидва, що скраю: $3 \times x = 3x$

й середину не забуваю: $3 \times (-2) = -6$

Тоді зведи подібні члени:

$$x^2 - 2x + 3x - 6$$

$$x^2 + x - 6$$

Як множити ВЕЛИКІ числа?

Ти вже вмієш множити числа від 1 до 11. А як же з більшими числами? Що ж, для них теж є трюк. Ось тобі зручна формула, яка допоможе множити двозначні числа. Зовсім скоро ти навчишся робити це подумки.



Спробуймо!

Це чарівна формула для $ab \times cd$:
 $(a \times c), ((a \times d) + (b \times c)), (b \times d)$.

Присвой літери a, b, c і d цифрам у тому порядку, в якому вони з'являються.
А тепер розв'яжімо 12×23 .

Крок 1 $a \times c$

$a(1) \times c(2)$, що дає нам:
 $1 \times 2 = 2$

Крок 2 $(a \times d) + (b \times c)$

$a(1) \times d(3) + b(2) \times c(2)$, що дає нам:
 $3 + 4 = 7$

Крок 3 $b \times d$

$b(2) \times d(3)$, що дає нам:
 $2 \times 3 = 6$

Розрахунки

В основі наведеної формули — той самий підхід, що і в цій таблиці, тільки без використання нулів. Розряд чисел, знову ж таки, залежить від того, в якому порядку вони записані.

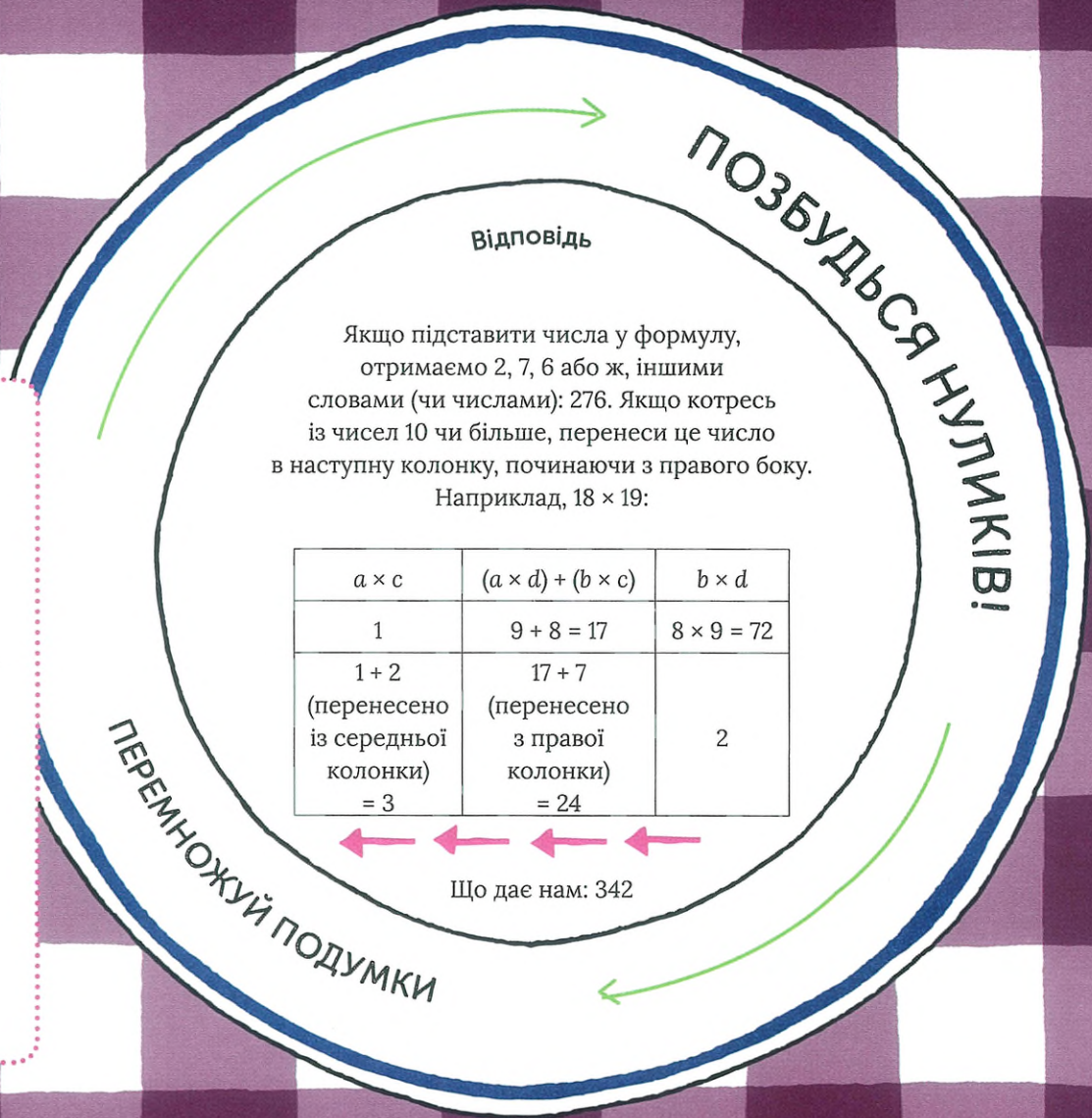
x	10	2	
20	200	40	240
3	30	6	+ 36
			276

Щоб не писати 200, ми записали двійку в розряді сотень. Наш швидкий метод теж проходить усі кроки, що треба, але у спрощеному варіанті — щоб можна було робити все подумки.



Це цікаво!

Зера Колберн з'явився на світ 1804 року в родині фермера з американського штату Вермонт. У вісім років він уже гастролював Англією, демонструючи геніальні знання з математики. Одного разу хтось із присутніх попросив його піднести 8 до шістнадцятого степеня (8^{16}). Хлопчик дав правильну відповідь всього за якихось 30 секунд: 281 474 976 710 656. Глядачі були приголомшені. На жаль, з віком неймовірні математичні здібності Зери згасли.



Дерево тригонометрії

Перші тригонометричні таблиці склав Гппарх (190–120 рр. до н. е.) – давньогрецький математик, якого тепер величають «батьком тригонометрії».

Це цікаво!

Математика трикутників, або ж тригонометрія допоможе тобі виміряти висоту дерева так, що ти не муситимеш лізти з рулеткою на його вершину! А навчившись це робити, ти зможеш застосувати цей хитрий математичний прийом не лише до дерев, а й до всього довкола.

Спробуймо!

Стань біля стовбура дерева, а тоді пройди вперед, рахуючи кроки.

Коли відійдеш на 25 кроків – припустімо, що 25 метрів, – обернися і сядь на землю. Підніми руку, вказуючи на верхівку дерева, і спробуй вгадати, під яким кутом твоя рука відносно землі.

Припустімо, під кутом 50° . Якщо рука показує просто вгору, то це 90° , а якщо паралельно до землі – то 0° .

Отож у тебе вийшов прямокутний трикутник, а оскільки ти знаєш довжину однієї з його сторін, а також кути, то зможеш вирахувати висоту.

Ми знаємо кут і довжину прилеглого катета. Щоб визначити довжину протилежного катета, скористаймося таким рівнянням:

$$\text{Тангенс}(50^\circ) = \text{Протилежний катет} / \text{Прилеглий катет} = \text{Протилежний катет} / 25 \text{ м}$$



Більшість сучасних смартфонів мають науковий калькулятор. Скористайся ним – і ти отримаєш відповідь, яке значення має тангенс кута 50° . Введи 50 і натисни кнопку TAN. Вийде 1,19. Тепер додай отримане число до рівняння.

$$1,19 = \frac{\text{Протилежний катет}}{25 \text{ м}}$$
$$\text{Протилежний катет} = 1,19 \times 25 \text{ м}$$

Відповідь

Висота дерева – 29,75 м.

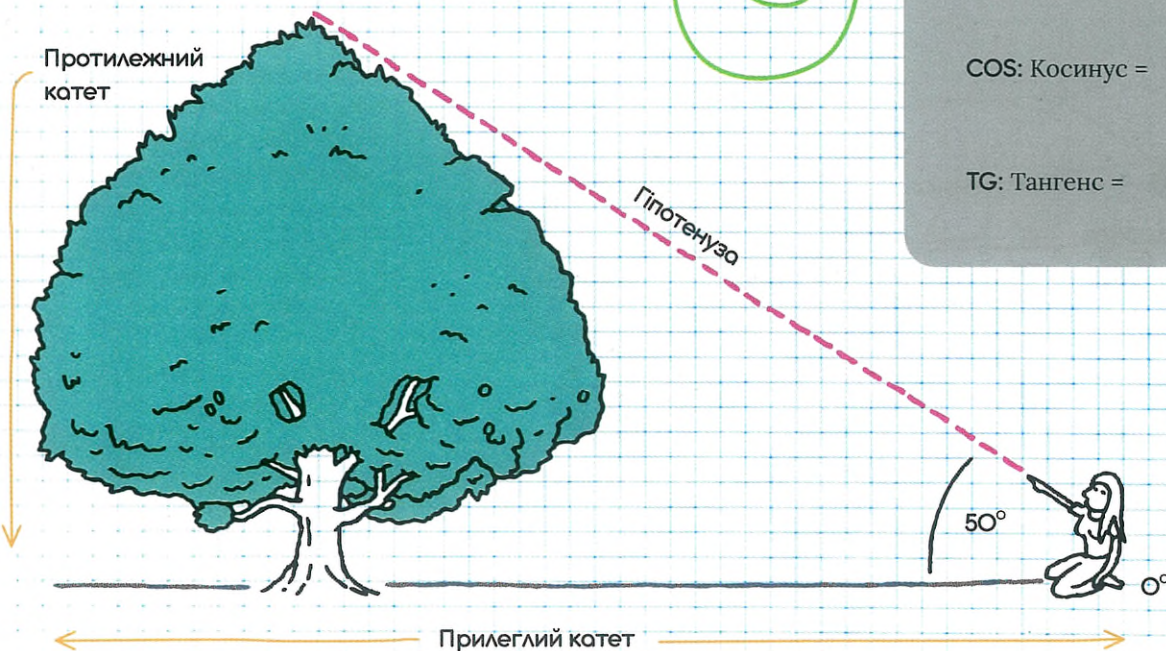
Розрахунки

Ось три корисні рівняння, які допоможуть виміряти різні величини трикутників:

$$\text{SIN: Синус} = \frac{\text{Протилежний катет}}{\text{Гіпотенуза}}$$

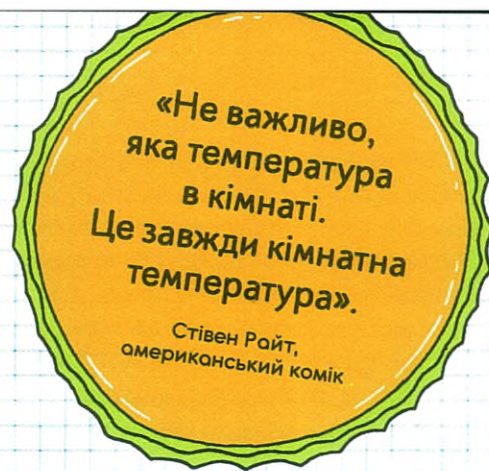
$$\text{COS: Косинус} = \frac{\text{Прилеглий катет}}{\text{Гіпотенуза}}$$

$$\text{TG: Тангенс} = \frac{\text{Протилежний катет}}{\text{Прилеглий катет}}$$



Крихітко, надворі холодно. Е-м-м, справді?

Вирушаєш із батьками на далекі острови? А як там вимірюють температуру – у градусах Цельсія чи Фаренгейта? Ти й так не знаєш, що тобі пакувати, а тут ще й дві різні шкали, в яких не збігаються одиниці (хіба коли надворі мінус сорок!) Спокійно – без валізи не поїдеш. Ось тобі прийом, який допоможе швидко конвертувати одну шкалу в іншу.



Спробуймо!

Отож, як конвертувати градуси
Цельсія у градуси Фаренгейта?
Наприклад, 24°C – скільки
це градусів Фаренгейта?

Крок 1

Пмнож $^{\circ}\text{C}$ на 1,8:

$$24 \times 1,8 = 43,2$$

АБО

Поділи на 5 і помнож на 9:

$$24 : 5 = 4,8$$

$$4,8 \times 9 = 43,2$$

Крок 2

До відповіді з Кроку 1 додай 32.



Це цікаво!

+ 56,7 °C (134 °F) – це найвища температура, яку зафіксували на Землі за всю історію людства (Долина смерті, що в американському штаті Каліфорнія). Раніше вважали, що рекорд належить місту Ель-Азізія, що в Лівії (+58 °C (136,4 °F)), однак Всесвітня метеорологічна організація переглянула свої дані й спростувала це.

Розрахунки

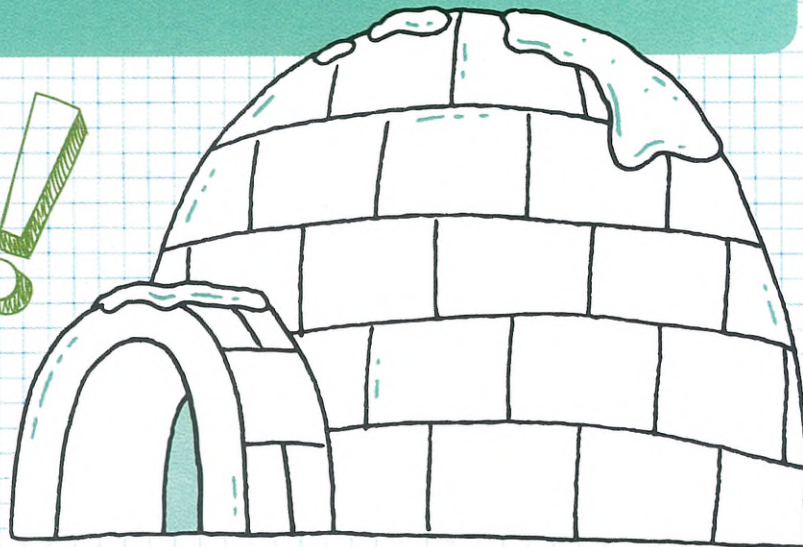
Шкалу Фаренгейта розробив 1724 року німецький фізик Даніель Габріель Фаренгейт (він також винайшов ртутний термометр). За нульову точку Фаренгейт прийняв температуру замерзання соляного розчину. Впродовж 1743–1954 років у шкалі Цельсія (або у стоградусній шкалі) була прийнята за основу температура замерзання і кипіння води. Пізніше науковці змінили визначення градуса Цельсія, але ця шкала й далі використовується в метричній системі, збігаючись подекуди зі шкалою Кельвіна – температурною шкалою в Міжнародній системі одиниць (СИ). Шкали Цельсія і Фаренгейта виникли в різний час, тому між ними мало спільного – хіба те, що обидві мають однакове значення при температурі -40° . А отже, варто знати, як легко конвертувати одну шкалу в іншу.

Відповідь



$$43,2^{\circ}\text{C} + 32 = 75,2^{\circ}\text{F}$$

Щоб зробити навпаки (перевести °F у °C), відніми 32, а потім поділи на 1,8. (Якщо хочеш дізнатися приблизну температуру, просто поділи на 2 замість 1,8). Або відніми 32, поділи на 9, а тоді помнож на 5.



ХТО ВИМКНУВ СВІТЛО?

Під дією сили тяжіння кожна планета в Сонячній системі рухається орбітою навколо Сонця, а довкола більшості планет кружляють супутники. Але ж небом рухається стільки величезних небесних тіл – як же наш крихітний Місяць може закрити собою Сонце і спричинити сонячне затемнення? А ось як...

Поміркуймо!

Сонячне затемнення відбувається, коли Місяць, рухаючись орбітою, опиняється між Землею та Сонцем і частково або повністю затьмарює Сонце. Це відбувається тільки тоді, коли Місяць молодий – він заступає Сонце й не дає його променям долетіти до Землі.

Якщо дивитись із Землі, Місяць і Сонце перебувають в одній точці, тому Сонце стає цілком невидиме. Під час затемнення надворі стає темно, бо Місяць затуляє собою Сонце, а сам по собі Місяць не світиться (він тільки відбиває сонячне проміння). Період, коли Місяць повністю заступає Сонце, називається повним сонячним затемненням.

Повне сонячне затемнення помітне тільки тоді, коли Місяць затуляє більш ніж 90 % Сонця. А коли затьмарює 99 %, надворі стає темно, як у сутінках.

Це цікаво!



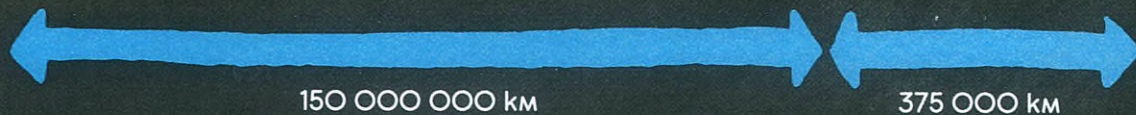
СОНЦЕ У 400 РАЗІВ БІЛЬШЕ ЗА МІСЯЦЬ!

Це цікаво!

Найдовша
тривалість повного
сонячного затемнення –
7,5 хвилини.

Повне сонячне затемнення
трапляється приблизно раз
на півтора року.

У момент повного сонячного
затемнення температура
часто знижується
на 3 °C чи більше.



Розрахунки

Діаметр Сонця становить приблизно 1 391 000 км, а діаметр Місяця – 3 475 км. Якщо поділити діаметр Сонця на діаметр Місяця, вийде приблизно 400. Тобто Сонце майже у 400 разів більше за Місяць. А тепер подивімося на відстань. Земля розташована на відстані близько 150 000 000 км від Сонця, а Місяць – приблизно за 375 000 км від Землі. Якщо в аналогічний спосіб поділити відстані, побачимо, що Сонце в 400 разів далі від Землі, ніж Місяць.

Відповідь

Унаслідок цього Сонце та Місяць здаються однаковими завбільшки і Місяць затуляє собою Сонце.

Таємничі кути

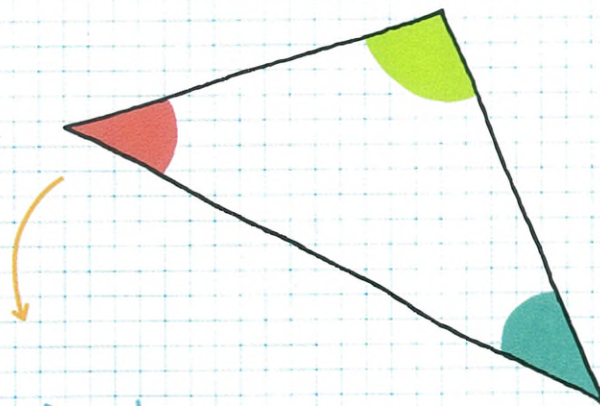
Трикутник – це єдина фігура, яку можна утворити трьома прямими лініями. Основні факти про це тристороннє диво відомі ще з 300 року до нашої ери. Може, саме тому вчителі математики по всьому світу думають, що ми одразу на першому уроці зможемо виміряти невідомі кути – одже в нас за спиною понад 2 300 років практики!



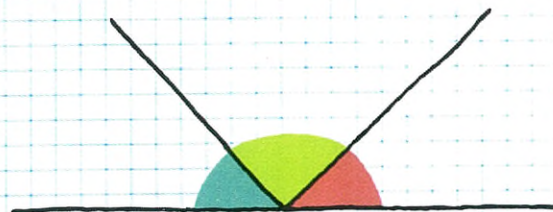
Спробуймо!
Чи можеш ти виміряти невідомий кут?

Крок 1
Додай кути, які тобі відомі.
 $30^\circ + 80^\circ = 110^\circ$

Крок 2
Відними суму, яка в тебе вийшла після Кроку 1, від 180°
 $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$



Сума внутрішніх кутів трикутника завжди становить 180°



Розрахунки

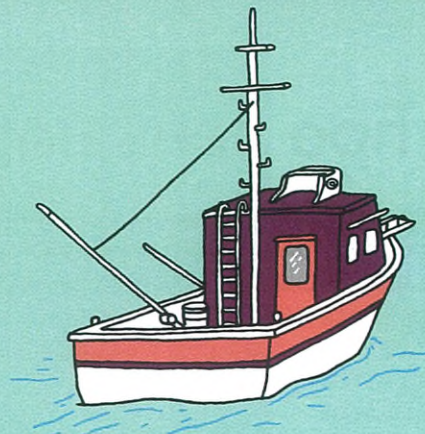
Сума внутрішніх кутів трикутника завжди становить 180° . Хочеш переконатися? Виріж трикутник з паперу й відірви усі кути. Склади їх вершинами до купи і вирівняй краї. Утворилася пряма лінія — три кути у прямій лінії разом дають 180° .

Трикутники поділяють на три види — залежно від того, скільки у них рівних сторін або кутів.

Рівнобедрені трикутники мають дві рівні сторони і два рівні кути.

Різносторонні трикутники не мають рівних сторін чи кутів.

Рівносторонні трикутники мають три рівні сторони і три рівні кути (завжди по 60°).



Відповідь
Ось і розв'язок:
невідомий кут має 70° .

Це цікаво!

Чи не найвідоміший у світі трикутник — Бермудський, або ж Трикутник диявола: ділянка на півночі Атлантичного океану між Бермудськими островами, Пуерто-Рико і Маямі, що у штаті Флорида. З початку ХХ століття там загадково зникло багато літаків і кораблів, зокрема 1948 року — літак *Douglas DC-3* з тридцятьма двома пасажирами й екіпажем, а 1918 року — американський корабель *USS CYCLOPS* із понад трьохстами членами екіпажу на борту, який плів із острова Барбадос. Невже це якесь паранормальне явище? Прибульці? Атлантида? А може, як завжди — негода й людська помилка? Хтозна... А ти як вважаєш?

Задача про день народження

Яка ймовірність того, що ти і твій приятель чи твоя приятелька народилися в один день? Більша, ніж ти собі гадаєш. Так звана задача про день народження засвідчує: шанси на те, що двоє людей у групі завбільшки з футбольну команду народилися в один день – досить високі.

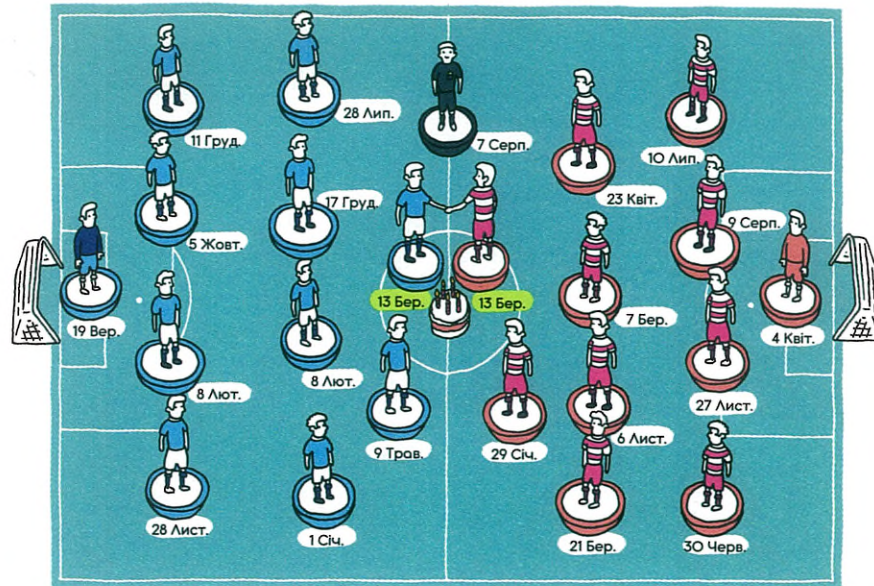
Спробуймо!

У реальному житті важко спрогнозувати, яка подія точно трапиться. Ми щонайбільше можемо припустити, з якою ймовірністю вона відбудеться.

Очевидний приклад – підкидання монетки. Коли підкидаєш монетку, ймовірних результатів є два: аверс або реверс. Ймовірність того, що монета впаде або лицьовим, або зворотним боком догори, – 1 до 2.

А тепер поміркуймо над складнішим прикладом. Яка ймовірність того, що двоє людей на футбольному полі (а там дві команди по одинадцяті гравців, плюс суддя) народилися в один і той самий день?

Уяви, що на поле виходить суддя. За ним виходить капітан команди господарів поля. Яка ймовірність, що ці двоє святкують день народження в різні дні?



Розрахунки

Незалежно від того, коли день народження в судді, капітанове свято може припадати на будь-який із решти 364 днів. Отож ймовірність, що вони збігаються: $\frac{364}{365}$;

або ж у відсотках: ймовірність, що вони народилися в різні дні, становить 99,72 %.

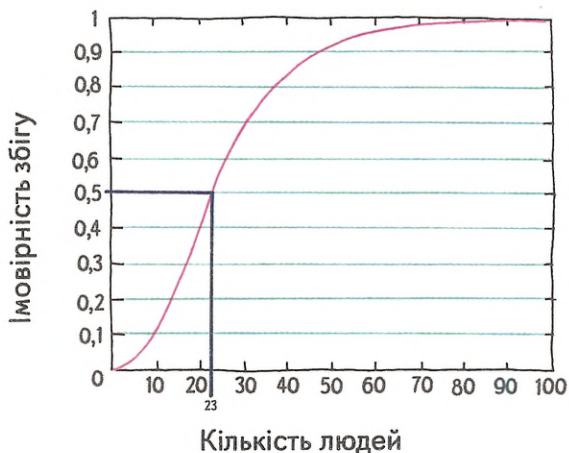
Виходить воротар. Його день народження може припадати на будь-який із решти 363 днів, отож, щоб вирахувати ймовірність, треба перемножити:

$$\left(\frac{364}{365} \times \frac{363}{365}\right) \times \frac{100}{1} = 99,17 \%. \text{ Це ймовірність того, що кожен із цих гравців}$$

народився в інший день.

Коли на поле виходитимуть один за одним решта гравців, треба провести такі ж підрахунки — аж поки не вийдуть усі спортсмени. Остання ймовірність

$$\text{становитиме } \frac{343}{365}.$$



Ймовірність того, що двоє людей святкують день народження в один день!



Щоб футбольні фани-математиколуби дивилися матч, а не клацали завзято на калькуляторах, дамо вже готову відповідь. Ймовірність того, що всі гравці святкують день народження в різні дні, становить:

$$\left(\frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \frac{362}{365} \times \dots \left(\frac{343}{365}\right) \times \frac{100}{1} = 49,27 \%$$

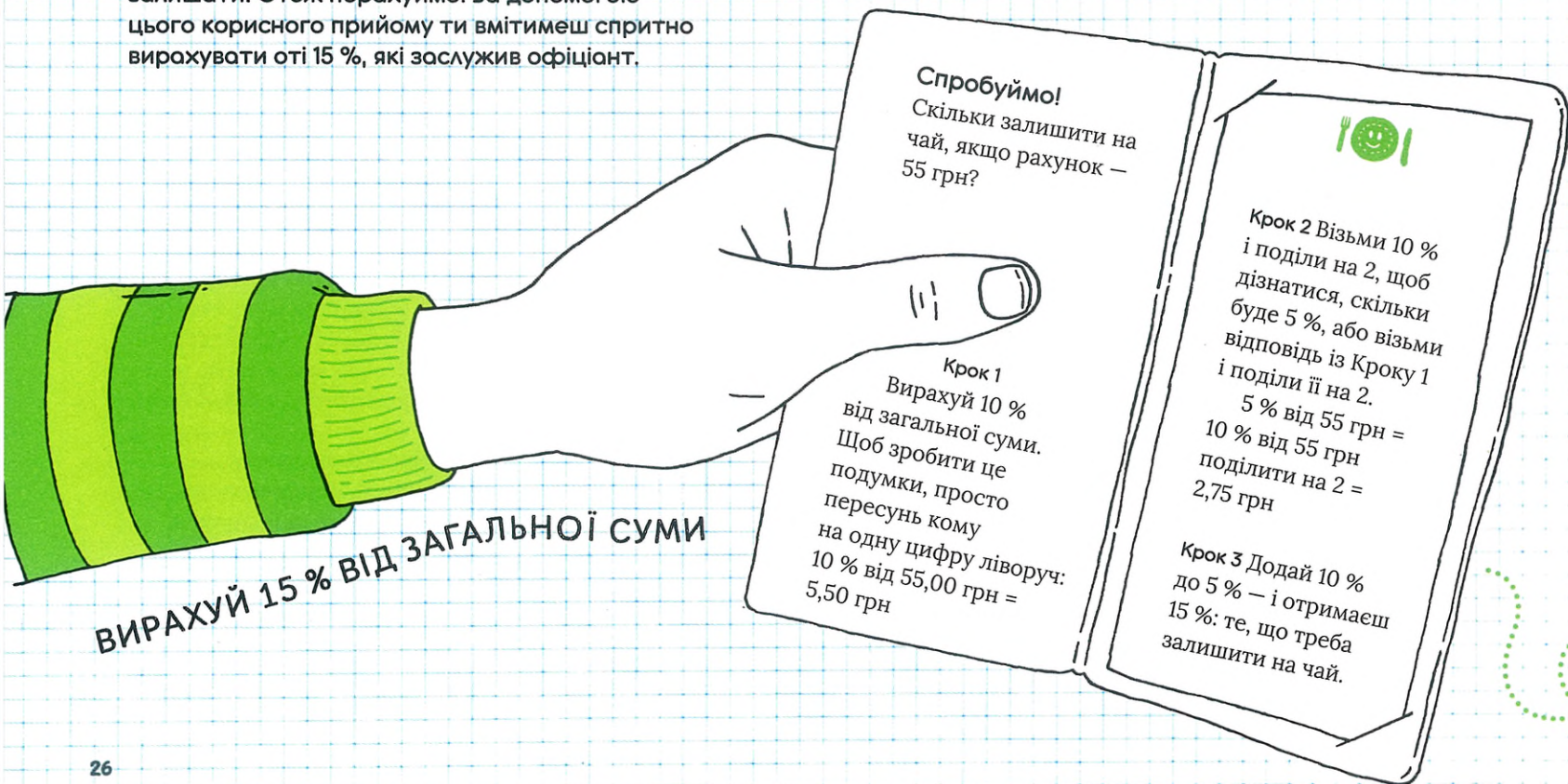
А згідно із законами ймовірності, ймовірність того, що двоє гравців народилися в один день, становить:

$$100 - 49,27 = 50,73 \%. \text{ (визначено в зеленому овалі)}$$

Оце так результат!

Скільки залишити на чай?

У всьому світі прийнято залишати офіціантам на чай. І багато людей не знають, скільки саме залишати. Отож порахуймо! За допомогою цього корисного прийому ти вмітимеш спритно вирахувати оті 15 %, які заслужив офіціант.



Цікаві відсотки

- 1948 року телевізор удома мали 2 % американців. Тепер – 95 %.
- 13 % літер у будь-якій англomовній книжці – це літери «е».
- Ти друкуєш у середньому 56 % літер лівою рукою (але тільки якщо набираєш усіма пальцями, а не одним).

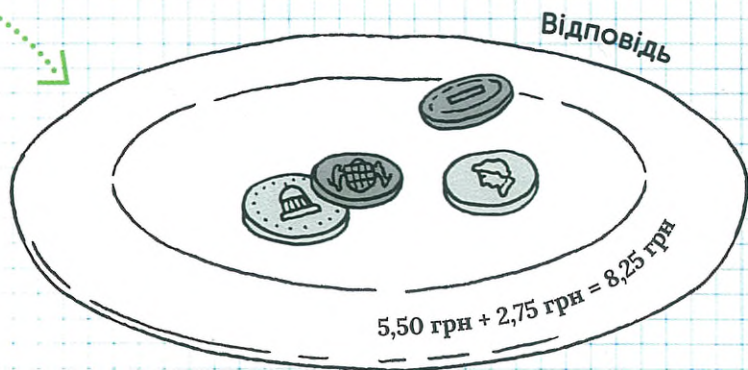
Це цікаво!

15%

10%

5%

СКІЛЬКИ Ж ЗАЛИШИТИ НА ЧАЙ?



Розрахунки

Коли йдеться про відсотки, загальна сума завжди дорівнює 100 %. Щоб вирахувати 10 %, розділи всю суму на 10: просто пересунь кому ліворуч. Щоб вирахувати 1 %, поділи загальну суму на 100, або ж перемісти кому на дві позиції ліворуч. Маючи 10 % і 1 %, ти можеш вирахувати будь-який відсоток від загальної суми, як-от 27 %, 62 % чи 78 %.

Вдарить блискавка і грім – труситься від страху дім!

Ми всі знаємо, як це – бути самому чи самій удома, коли надворі насувається гроза. Небо освітлює яскраво блискавка, а тоді я-я-я-к гримне грім! Цікаво, близько він чи далеко? Гроза тільки наближається чи вже відступає? На щастя, математика допоможе нам відповісти на це запитання і заспокоїтись.

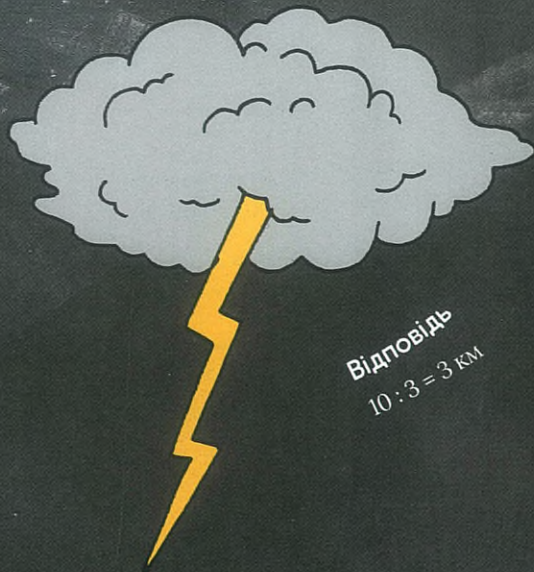
Спробуймо!

Як визначити, чи далеко від тебе вдарила блискавка?

Крок 1 Шойно ти побачиш спалах блискавки, засічи час (у секундах): скільки мине секунд, поки ти почуєш грім.

Крок 2 Поділи час на три, щоб визначити відстань у кілометрах.

Припустімо, спалахнула блискавка – і ти почала чи почав рахувати секунди. І дорахувала чи дорахував до десяти, коли загриміло.



Відповідь
 $10 : 3 = 3 \text{ км}$



1-2-3-4-5

Це цікаво!

Американець Рой Клівленд Салліван працював інспектором з охорони в Національному парку Шенандоа, що у штаті Вірджинія. Від 1942 до 1977 року Саллівана сім разів ударило блискавкою – і він щоразу залишався живий. Через це його прозвали Людиною-громовідводом.

Щоб правильно порахувати секунди, роби коротеньку паузу між числами: один (пауза) – два (пауза) – три (пауза) і так далі. Дехто шепоче між числами якесь слово – наприклад, Міссісіпі.

«Неначе спалахнула блискавка – я розв'язав задачу! Не знаю, що виконало роль провідника між тим, що я уже знав, і тим, що забезпечило мені успіх».

Карл-Фридріх Гаусс (1777–1855 рр.);
німецький математик

Розрахунки

Блискавка, яку ти бачиш на небі, рухається зі швидкістю світла. Світло – дуже швидке: за одну секунду долає відстань 299 792 км. Порівняно зі світлом грім – справжній слимак, бо рухається зі швидкістю «всього» 1 236 км за годину. Удар грому супроводжується блискавкою, але сам звук чутний із деякою затримкою. Якщо взяти 1 236 км за годину й поділити на 60, дізнаємося, що звук рухається зі швидкістю 21 км за хвилину. Ще раз ділимо на 60 – і отримуємо 0,32 км за секунду, тобто за три секунди звук грому пролітає один кілометр. $1\,236 \text{ км за годину} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{60} = 0,32 \text{ км за секунду}$.

Супершвидкий перетворювач рецептів

Мама твоєї приятельки спекла смачнющий пиріг, і ти просиш про рецепт, щоб і собі спробувати приготувати. Але є одна проблема. Її рецепт розрахований на дванадцять осіб, а до тебе на вечерю завітає тільки восьмеро гостей. Ти маєш два варіанти: 1) їсти пиріг ще й на сніданок і обід, аж поки не доїсиш увесь, або 2) підлаштувати рецепт під себе. Зрештою тиобираєш другий варіант, бо дроби – твоя улюблена тема, еге ж?

Спробуймо!

Крок 1 Вирахуй кількість, на яку ти хочеш зменшити (чи збільшити) рецепт – у формі дробу.

Для цього запиши потрібну кількість угорі (чисельник), а ту, що вказана в рецепті, – унизу (знаменник).

$$\frac{8}{12}$$

Зведи ці числа до найменшого спільного знаменника. Наші два числа діляться на чотири, а отже:

$$\begin{aligned} 8 : 4 &= 2 \\ 12 : 4 &= 3 \end{aligned}$$

Отож треба взяти $\frac{2}{3}$ інгредієнтів від тих, що вказані в рецепті.

Крок 2 Помнож об'єм і кількість усіх інгредієнтів у рецепті на дріб, який у тебе вийшов. Для цього треба помножити їх на чисельник, а тоді поділити на знаменник.

Відповідь
Отож, якщо за рецептом потрібно 200 г борошна:
 $200 \times \frac{2}{3} = \frac{400}{3} = 133,333$ г.
Виконай ті самі дії з іншими складниками. Тільки пильнуй, скільки пиріг пектиметься у пічці, бо для цього нема точних розрахунків!

Це цікаво!

Готування їжі корисне для мозку – це вже доведений факт. Близько 1,8 мільйона років тому наш пращур HOMO ERECTUS, або ж Людина прямоходяча, уперше почав готувати м'ясо на вогні. Науковці стверджують, що це сприяло соціалізації, бо тоді люди почали менше жувати й більше розмовляти. А ще, готуючи їжу, наші предки навчилися по-справжньому її смакувати, бо пахощі зготованих страв стимулювали розвиток смакових чуттів.

Розрахунки

Дроби ділять ціле на частини. Знаменник при цьому вказує на загальну кількість частин.

Наприклад, я замовляю одну піцу, але її привозять розділеною на шість частин. Усі разом ці шість частин утворюють одну піцу. Чисельник вказує на те, скільки частин тобі потрібно.

У нашому прикладі ти маєш розділити все на три частини (поділи на три), і з них хочеш з'їсти дві (помнож на два).

СМАЧНОГО!



Аверс чи реверс?

Робіть ставки, пані та панове, робіть ставки! Підкиньмо монетку – яким боком вона впаде? Знаючи один простенький прийом, ти легко зможеш це вирахувати...

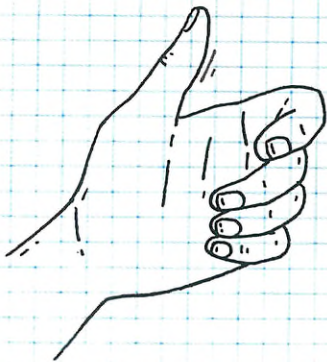
Спробуймо!

Як часто випадає аверс?

Крок 1 Вирахуй імовірність бажаного результату.

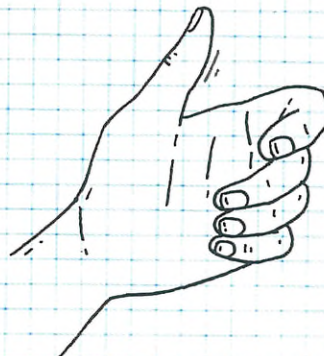


Кількість аверсів (або лицьових боків) на монетці = 1.



Крок 2 Вирахуй, скільки різних результатів може бути.

Монета має два боки = 2 можливі результати.



Це цікаво!

Уперше в рулетку зіграли в Парижі 1796 року. Рулетка мала дві зелені комірки: 0 і 00. 1843 року брати Франсуа і Луї Блан забрали з рулетки подвійний нуль, а гравці таким чином отримали більші шанси на виграш. За легендою, брати продали свої душі дияволу в обмін на таємницю колеса рулетки. Так кажуть, бо всі числа рулетки від 1 до 36 дають у сумі 666 – «число звіра», згідно з біблійною Книгою Одкровення.



Крок 3 Імовірність бажаного результату/загальна кількість результатів = імовірність події

Ставки роби – не знатимеш біди!

Розрахунки

Щоб вирахувати ймовірність, трапиться щось чи ні, ми використовуємо просту формулу:

$$\text{Імовірність} = \frac{\text{кількість бажаних результатів}}{\text{загальна кількість результатів}}$$

Відповідь можна записати як дріб, десяткове число або відсоток.

«Кількість бажаних результатів» – те, скільки є позитивних результатів.

Наприклад, якщо я хочу кинути кубик і отримати парне число, мене задовільнить двійка, четвірка або шестірка, а отже, бажаних результатів є три.

«Загальна кількість результатів» – те, скільки є можливих результатів загалом. Якщо я кину кубик, то можу отримати одиницю, двійку, трійку, четвірку, п'ятірку або шестірку. Отже, можливих результатів – шість.

Імовірність отримати парне число, кинувши кубик, становить:

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$



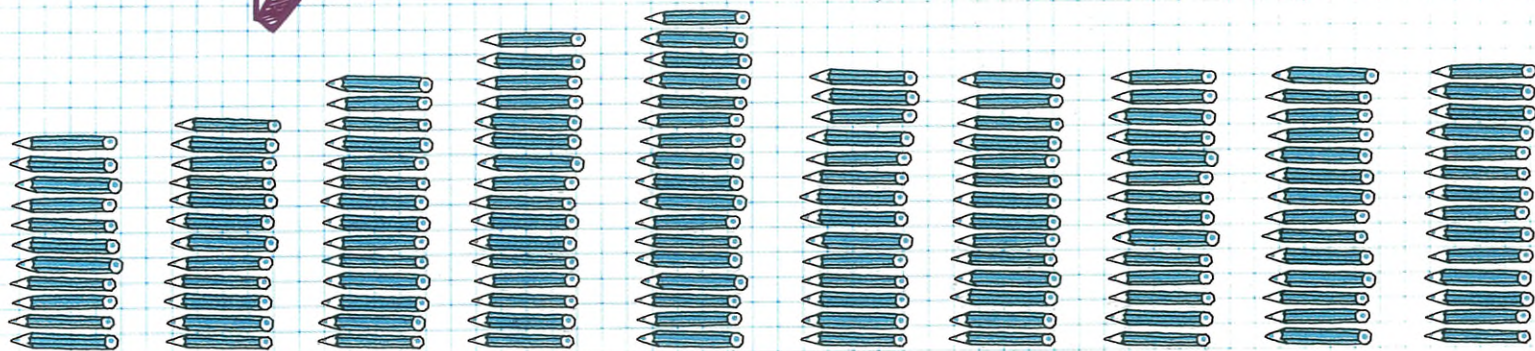
Відповідь

Монета впаде лицьовим боком догори у 50 % випадків, тобто раз на два підкидання. Не забувай, що це середній показник, тобто якщо підкинути монету десятко-другий разів, може здатися, що аверс випадає частіше за реверс, чи навпаки. Однак загалом, якщо підкинути монету 10 000 разів, лицьовий і зворотний боки випадають приблизно по 5 000 разів.

Ото середняк!

Уміти вираховувати середнє арифметичне – дуже корисне вміння, яке може щодня стати тобі у пригоді. Уміючи визначати середнє значення, ти завжди матимеш певність, що всім дісталося порівну і нікого не обділили.

Не ходи в середняках!



$$11 + 12 + 14 + 16 + 17 = 14 + 14 + 14 + 14 + 14$$

Це цікаво!

Згідно зі статистикою, звичайний людський організм містить достатньо сірки для того, щоб убити всіх бліх на собаці; вуглецю, щоб зробити 900 олівців; калію, щоб запалити іграшкову гармату; жиру, щоб отримати сім брусків мила; фосфору, щоб виготовити 2 200 сірників; і води, щоб заповнити 45-літровий акваріум.

Спробуймо!

Яке середнє арифметичне цих чисел: 11, 12, 14, 16 і 17?

Крок 1 Додай усі числа:

$$11 + 12 + 14 + 16 + 17 = 70$$

Крок 2 Поділи суму на кількість чисел, які ти щойно додав чи додала:


$$11, 12, 14, 16, 17 = 5$$

Розрахунки

Середнє арифметичне, або середнє значення, відображає рівномірний розподіл усіх чисел у певній вибірці. Ти розподіляєш числа так, що кожна група має таке саме значення.

У цьому випадку ми мали п'ять чисел, тобто п'ять груп. Ми хотіли, щоб кожна група мала однакову частку від 70, отож розподілили 70 порівну між ними.

Тепер усі п'ять груп матимуть однакову частку.



Відповідь
 $70 : 5 = 14$

Така важлива статистика

Статистика частенько підказує нам, яка футбольна команда, скоріше за все, виграє суботній матч і хто переможе на виборах. Але звідки та статистика береться? Процес непростий, але, опанувавши основні принципи й заручившись здоровим глуздом, ти, найімовірніше, скоро й сам чи сама зможеш вирахувати певні статистичні дані.

Спробуймо!

Щоб уміти тлумачити прості статистичні дані, треба знати кілька найважливіших термінів:

- 1. середнє значення
- 2. медіана
- 3. мода
- 4. діапазон
- 5. стандартне відхилення.

Візьмімо групу чисел: 1, 5, 5, 6, 8.
Навіть така групка може стати об'єктом статистичного аналізу, але як його провести?

1. **Середнє значення**, або ж середнє арифметичне представляє рівномірний розподіл усіх чисел у певній вибірці.

$$(1 + 5 + 5 + 6 + 8) : 5 = 5$$

2. У множині чисел, упорядкованих від найменшого до найбільшого, медіана — це число, розташоване точно посередині. У нашій групі з п'яти чисел середнє число, або **медіана** — число 5.

3. **Мода** — це число, що трапляється у наборі даних найчастіше. Мода в нашій групі чисел — число 5.

4. **Діапазон** — це різниця між найбільшим і найменшим значенням у наборі даних: найбільше число — 8, найменше — 1, отож наш діапазон — 7.

5. **Стандартне відхилення** у вибірці вказує на те, наскільки наші відповіді мінливі. Якщо стандартне відхилення мале, це означає, що всі числа близькі до середнього значення.

Розрахунки

А тепер вмотися зручніше — тут нам доведеться пройти кілька кроків:

Крок 1 Вирахуй середнє значення.
З попередньої сторінки бачимо, що це 5.

Крок 2 Визнач різницю між кожним числом і середнім значенням.

$$(1 - 5) = -4; (5 - 5) = 0;$$
$$(5 - 5) = 0; (6 - 5) = 1;$$
$$(8 - 5) = 3$$

Крок 3 Піднеси до квадрата кожну з отриманих відповідей.

$$-4^2 = 16; 0^2 = 0;$$
$$0^2 = 0; 1^2 = 1; 3^2 = 9$$

Крок 4 Додай усі піднесені до квадрата числа:
 $16 + 0 + 0 + 1 + 9 = 26$

Крок 5 Поділи відповідь на розмір вибірки (п'ять чисел) мінус один:

$$26 : (5 - 1) = 26 : 4 = 6.5$$

Крок 6 Визнач квадратний корінь з отриманого числа:

Відповідь

$$\sqrt{6,5} = 2,55$$

Е-м-м... ну і що? В умовах нормального розподілу 68 % даних мають бути в діапазоні одного стандартного відхилення у будь-якому напрямку від середнього значення, а 95 % даних — у межах двох стандартних відхилень. Цей прийом корисний, коли треба вирішити, як щось розподілити: екзаменатори користуються ним, щоб визначити межі оцінок (скільки балам дорівнює та чи та оцінка). Його також використовують у демографічному аналізі, спорті й на фондовій біржі — щоб визначити ризик коливань курсу цінних паперів.

Хочу побути на самоті...

Особам невтаємниченим алгебра схожа на ієрогліфи. Але як і у випадку з ієрогліфами, здмухнувши пил із літер у рівнянні й переставивши їх місцями, ти зрозумієш, що вони означають.



Спробуймо!

Як вивести x у рівнянні
 $x - 3 = 5$?

Щоб x «опинився на самоті», треба перемістити -3 з однієї частини рівняння в другу. Для цього потрібно виконати протилежну дію, а яка протилежна дія до «відняти три»? Додати три.

$$\begin{aligned}x - 3 &= 5 \\ x &= 5 + 3\end{aligned}$$

Розрахунки

За правилами алгебри, якщо ти хочеш перемістити літеру або число з одного боку від знака «дорівнює» на другий бік, треба виконати протилежну дію. Додавання й віднімання — протилежні дії: якщо я додам число, а потім відніму те саме число, нічого не зміниться. Це стосується також множення і ділення. Якщо я поділю число саме на себе, отримаю в результаті одиницю. А якщо помножу чи поділю число на 1, одержу те саме число. Коли знаєш, що те, що робиш з однією стороною рівняння, треба зробити і з другою — лускаєш такі задачі легко, мов горішки.

А як тобі така задачка: як вивести x
у рівнянні $2x + 3 = 15$?

Крок 1 Відніми 3 з обох сторін рівняння:

$$2x + 3 - 3 = 15 - 3$$

$$2x = 12$$

Крок 2 Поділи обидві сторони на 2:

$$2x : 2 = 12 : 2$$

$$x = 6$$

А тепер спробуй ось ці рівняння:

$$x - 4 = 6$$

$$x + 1 = 9$$

$$3x = 18$$

$$4x - 2 = 14$$

$$7x + 10 = 59$$

Відповіді шукай на с. 112.

Х та у ти з ока не слускай!

Алгебра виникла у Стародавньому Єгипті й Вавилоні, де люди навчилися розв'язувати лінійні ($ax = b$) і квадратні ($ax^2 + bx = c$) рівняння, а також невизначені рівняння, як-от $x^2 + y^2 = z^2$,

в яких є кілька невідомих. Давні вавилоняни розв'язували довільні квадратні рівняння, використовуючи, по суті, ті самі методи, які сьогодні вчать у школах. А ще вони вмели розв'язувати деякі невизначені рівняння.

Це цікаво!

Відповідь
 $x = 8$

Чи швидко він біжить?

Мільйони людей бачили, як на Олімпійських іграх у Лондоні 2012 року Усейн Болт здобув золоту медаль з бігу на стометрівці. Дехто знає, що він пробіг цю відстань за 9,63 секунди. Але як швидко він біг? Швидкість – завжди цікава тема для розмови, адже можна довго і з запалом сперечатися про майстерність футбольних гравців чи спритність слимака в садку. На щастя, є одна проста формула, яка допоможе тобі визначити швидкість за будь-яких обставин.

Спробуймо!

Швидкість = відстань / час

Крок 1 Порахуй, за скільки секунд/хвилин бігун пробіг певну дистанцію.

Крок 2 Підрахуй, скільки метрів/кілометрів він подолав.

Крок 3 Поділи відстань на час і тоді ти дізнаєшся, скільки метрів спортсмен пробігав за секунду/хвилину/годину.

На Олімпійських іграх у Лондоні
Усейн пробіг 100 метрів
за 9,63 секунди.

Розрахунки

Вирахувати швидкість у кілометрах за годину буває складно, бо відстані, з якими ми маємо справу в реальному житті, зазвичай менші за кілометр. Та знаючи відстань у метрах, можна перевести метри в кілометри. Не забувай, що бігун долає кілометр за багато секунд, отже, одиниці виміру часу теж треба змінити. Skorиставшись дробами, щоб виразити те саме значення (наприклад, 1 кілометр = 1 000 метрів), і знаючи, що одиниця, поділена сама на себе, по суті, «анулюється», ми можемо взяти метри за секунду й перевести їх у кілометри за годину. До прикладу, 3 метри за секунду – це $\frac{3}{5,280} \times 3,600$, або ж 10,8 кілометра за годину.



Відповідь

$$100 \text{ м} : 9,63 \text{ с} = 10,38 \text{ м/с}$$

Щоб перетворити це число в кілометри за годину, поділи його на 1 000 (аби перевести метри в кілометри), а тоді помнож на кількість секунд у годині (60 [секунд у хвилині] × 60 [хвилин у годині]).

$$\frac{10,38}{1,000} = 0,01038 \times 3,600 = 37,37 \text{ км/год}$$

2009 року Усейн встановив світовий рекорд із бігу на сто метрів під час Чемпіонату світу з легкої атлетики в Берліні. Він пробіг цю відстань за 9,58 секунди. Спробуєш вирахувати його швидкість?

Це цікаво!

- Коли ти чхаєш, повітря вилітає з твого носа зі швидкістю 161 км за годину.
- А коли кашляєш – зі швидкістю 97 км за годину.
- Свині можуть бігти з максимальною швидкістю 17,7 км за годину.



Формула, формули...

Коли треба переставити частини формули місцями, дуже легко набирати помилок. На с. 40-41 ми говорили про швидкість, а що як потрібно буде визначити, за скільки часу ми подолаємо 100 кілометрів, рухаючись зі швидкістю 80 кілометрів за годину? Як узяти просту формулу й переставити її частини так, щоб вивести одну з потрібних нам змінних?

Спробуймо!

Погляньмо на нашу формулу для визначення швидкості:
швидкість = відстань : час.

Як змінити цю формулу, щоб дізнатися час?

Крок 1 Запиши формулу у вигляді трикутника.

Крок 2 Затули ЧАС

(чи іншу змінну, яку потрібно визначити).

Крок 3 Прочитай формулу, яка в тебе вийшла.

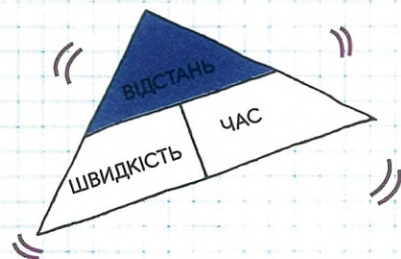
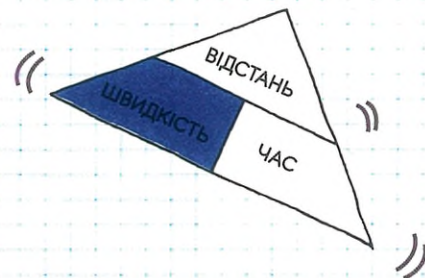


Як бачиш, формула для підрахунку ЧАСУ така:

$$\text{ЧАС} = \frac{\text{ВІДСТАНЬ}}{\text{ШВИДКІСТЬ}}$$

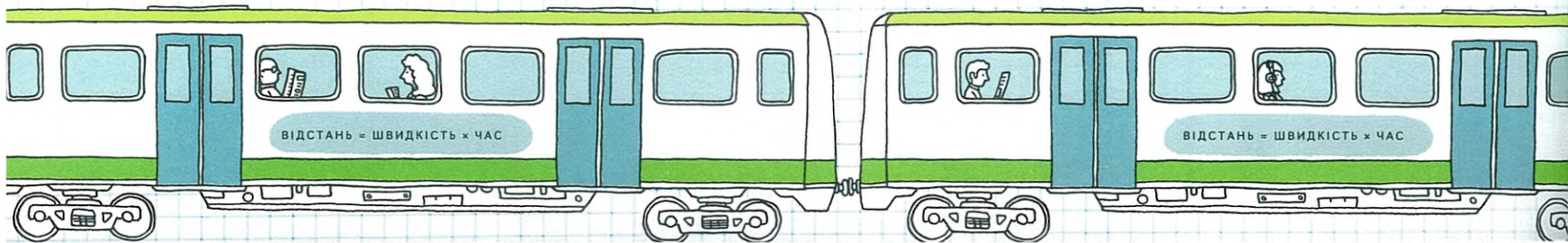
Затули пальцем ВІДСТАНЬ — і побачиш формулу для підрахунку відстані:

$$\text{ВІДСТАНЬ} = \text{ШВИДКІСТЬ} \times \text{ЧАС}$$



Якщо змінні, які залишилися видимими, — в одному рядку, треба їх перемножити. У нашому прикладі відстань становить 100 км, а швидкість — 80 км за годину.

$$\text{ЧАС} = 100 (62) : 80 (50)$$



Розрахунки

Щоб дізнатися значення ЧАСУ із ШВИДКІСТЬ = $\frac{\text{ВІДСТАНЬ}}{\text{ЧАС}}$,

спочатку треба забрати ЧАС зі знаменника. Для цього помнож обидві сторони на ЧАС:

$$\text{ШВИДКІСТЬ} \times \text{ЧАС} = \frac{\text{ВІДСТАНЬ} \times \text{ЧАС}}{\text{ЧАС}}$$

Ми знаємо, що $\text{ЧАС}/\text{ЧАС} = 1$, а $\text{ВІДСТАНЬ} \times 1 = \text{ВІДСТАНЬ}$, отже, $\text{ШВИДКІСТЬ} \times \text{ЧАС} = \text{ВІДСТАНЬ}$. Щоб виокремити ЧАС, треба перемістити ШВИДКІСТЬ. Операція, протилежна множенню — ділення, отже, поділимо обидві сторони на ШВИДКІСТЬ:

$$\frac{\text{ШВИДКІСТЬ} \times \text{ЧАС}}{\text{ШВИДКІСТЬ}} = \frac{\text{ВІДСТАНЬ}}{\text{ШВИДКІСТЬ}}$$

Нам відомо, що $\frac{\text{ШВИДКІСТЬ}}{\text{ШВИДКІСТЬ}} = 1$, а $\text{ЧАС} \times 1 = \text{ЧАС}$,

отже, $\text{ЧАС} = \frac{\text{ВІДСТАНЬ}}{\text{ШВИДКІСТЬ}}$.

Можна щоразу проходити ці кроки, або ж користуватися «методом трикутників» — так швидше.

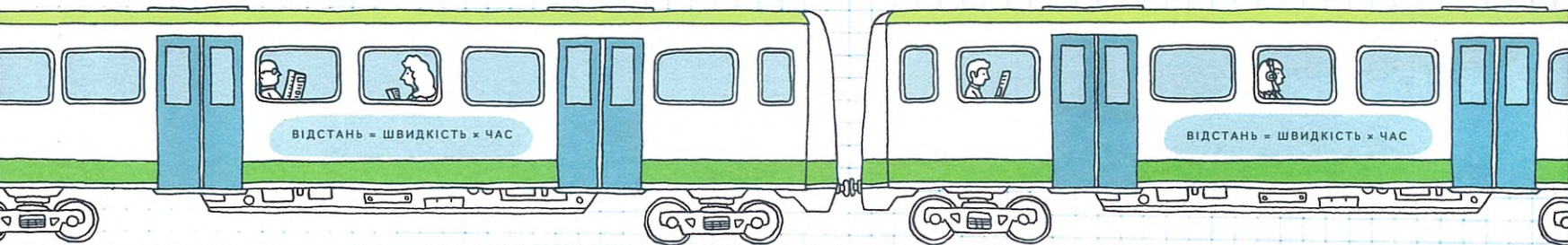
ЧАС — ДУЖЕ ВАЖЛИВИЙ!

Колись вважалося, що секунда — це $\frac{1}{86\,400}$ від тривалості дня. Однак під дією припливного тертя з боку Сонця й Місяця кожні сто років тривалість дня зростає на три мілісекунди, а це означає, що коли на Землі жили динозаври, у добі було всього 23 години.

Це цікаво!

Відповідь

Отож відстань 100 км зі швидкістю 80 км за годину ми подолаємо за 1,25 години.



Чудесна площа

Тобі треба купити фарбу, щоб помалювати стіни у своїй кімнаті, але ти не хочеш, аби потім у комірчині стояли банки зайвої фарби. Як визначити, скільки ж фарби купувати? Для цього треба знати, як вирахувати площу стін у кімнаті. Корисне вміння!

Спробуймо!

Яка загальна площа стіни у вітальні?

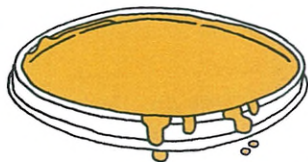
Крок 1 Виміряй довжину (або ж основу) стіни від кута до кута.

Крок 2 Виміряй ширину (або ж висоту) тієї самої стіни.

Крок 3 Помнож довжину на ширину.

Крок 4 Зроби все те саме з кожною стіною у кімнаті.

Крок 5 Додай площі усіх стін.



ЯК ВИМІРЯТИ ПЛОЩУ?

$$\begin{aligned} & (4 \times 2) \times 2 + (5 \cdot 5) \times 2 \\ &= (8 \times 2) + 11 \times 2 \\ &= 16 + 22 = 38 \text{ м}^2 \end{aligned}$$

Корисна підказка!

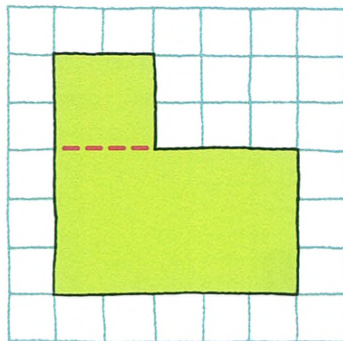
Якщо ти хочеш, щоб підрахунки вийшли якомога точніші, виміряй площу всіх вікон і дверей у кімнаті й відними це число від загальної площі, яка в тебе вийшла. Так ти дізнаєшся, скільки точно фарби тобі потрібно. Але ми повернемося до цього пізніше!

Площа вимірюється у квадратних одиницях!

Це цікаво!

Можеш скористатися тим самим методом, щоб визначити площу складених фігур. Поділи фігуру на прямокутники й квадрат і визнач їхню площу.

Наприклад, фігуру праворуч можна легко поділити на один прямокутник і один квадрат.



Площа прямокутника:

$$5 \text{ см} \times 3 \text{ см} = 15 \text{ см}^2$$

Площа квадрата:

$$2 \text{ см} \times 2 \text{ см} = 4 \text{ см}^2$$

Загальна площа:

$$15 \text{ см}^2 + 4 \text{ см}^2 = 19 \text{ см}^2$$

Розрахунки

Площа вимірюється у квадратних одиницях — наприклад, у квадратних метрах. Щоб визначити, скільки в тебе повних квадратних метрів, треба уявити, скільки квадратів $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$ помістяться на твоїй стіні. Для цього треба здійснити прості підрахунки.

Прямокутник $2 \text{ м} \times 1 \text{ м}$ складається з двох квадратів $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$, тобто має площу 2 м^2 . Якщо прямокутник має $3 \text{ м} \times 2 \text{ м}$, у ньому вмістяться шість квадратів $1 \text{ м} \times 1 \text{ м}$, тобто його площа — 6 м^2 . Тепер ти знаєш, що $2 \text{ м} \times 1 \text{ м} = 2 \text{ м}^2$, а $3 \text{ м} \times 2 \text{ м} = 6 \text{ м}^2$. Як бачиш, для того, щоб дізнатися площу, треба всього лиш помножити довжину на висоту.

Відповідь

Дві стіни у вітальні мають розміри $4 \text{ м} \times 2 \text{ м}$, а ще дві — $5,5 \text{ м} \times 2 \text{ м}$.

Щоб виміряти загальну площу:

$$(4 \times 2) \times 2 + (5,5 \times 2) \times 2 = (8 \times 2) + (11 \times 2) = 16 + 22 = 38 \text{ м}^2$$

О-О-Об'єм

Ми вже попрацювали з двома вимірами (коли визначали площу на с. 44-45). Тепер можна перейти до третього. Об'єм використовують не лише для вимірювання рідин – він також стане у пригоді, коли треба визначити, скільки місця у кутку займе шафа. Об'єм веде нас у третій вимір – бути кубічним крутіше, ніж квадратним!

Спробуймо!

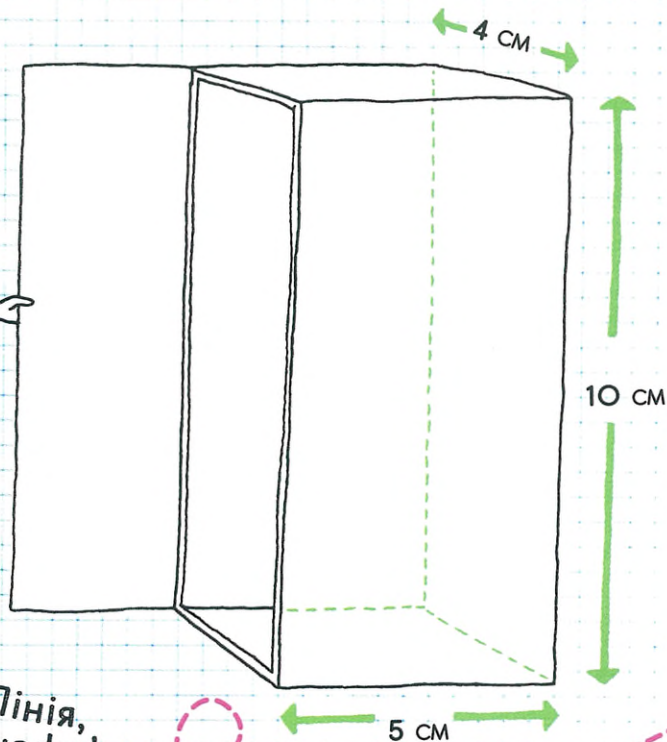
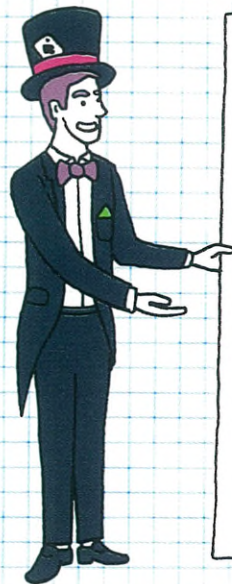
Як визначити об'єм цієї коробки?

Крок 1 Спочатку вимірай її довжину, ширину і глибину.

Крок 2 Перемнож ці три числа.

Крок 3 Не забудь додати одиниці. Об'єм вимірюється у кубічних метрах (m^3).

3D – У СТО РАЗІВ КРУТІШЕ, НІЖ 2D!



Лінія, ширина і шафа!

Розрахунки

Вимірюючи площу, ми намагалися визначити, скільки квадратів поміститься на стіні. Щоб з'ясувати об'єм, треба визначити кількість кубів.

Уяви, що ти маєш порожню коробку і хочеш визначити, скільки кубиків однакового розміру в неї поміститься. Можна сидіти собі й рахувати, але якщо коробка велика — на підрахунок піде море часу! Об'єм вказує на те, скільки простору займає тривимірний об'єкт, а визначити це допоможе формула:

довжина \times ширина \times глибина.

Відповідь

У цьому прикладі:
 $5 \text{ см} \times 4 \text{ см} \times 10 \text{ см} =$
 $20 \text{ см}^2 \times 10 \text{ см} =$
 200 см^3

Не забувай, що об'єм рідин і твердих речовин вимірюється у різних одиницях. Об'єм рідини — у мілілітрах (мл) і літрах (л), а об'єм твердої речовини — у кубічних сантиметрах.
Запам'ятай, що $1 \text{ мл} = 1 \text{ см}^3$.

Корисно підказка!

Це цікаво!

Архімед (бл. 287–бл. 212 рр. до н. е.) вважається одним із найвизначніших математиків античності. За легендою, правитель Герон II попросив Архімеда з'ясувати: корона, яку він замовив у ювеліра, зроблена з чистого золота, чи, може, майстер підмінив частину золота дешевшим металом. Архімед здійснив знамените відкриття, купаючись у ванні. Він помітив: що глибше під воду занурюється його тіло, то більше піднімається рівень води. Отож йому потрібно було всього лиш занурити корону у ванну й визначити, скільки води перелилося через край (тобто виміряти її об'єм). Щоб дізнатися густину корони, масу корони треба було поділити на об'єм вилитої води. Архімед так зрадів відкриттю, що вискочив із ванни й наголяса вибіг надвір, вигукуючи: «Еврика!».

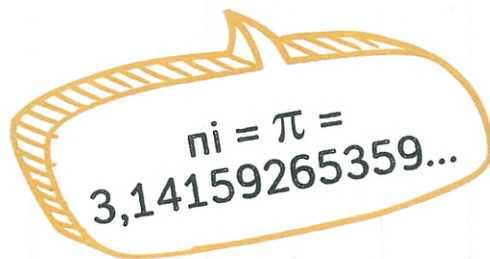
Ходити по колу

Деколи здається, що ми цілими днями ходимо по колу, але цікаво, скільки енергії ми на це витрачаємо? Яка довжина кола? Коло утворюється з ліній, які згинаються, аж поки їхні кінці не сходяться до купи. Коли я вимірюю параметри кола, мені завжди хочеться в туалет, бо у багатьох підрахунках використовується число «пі».

Спробуймо!

Як визначити довжину кола? У математиці цю довжину називають окружністю.

Крок 1 Вимірй діаметр кола. Діаметр — це пряма, що проходить через центр кола і сполучає дві його точки. Ще можна сказати, що це радіус, помножений на два. Радіус — це відстань від центра кола до його краю.


$$\pi = \pi = 3,14159265359\dots$$

Крок 2 Помнож діаметр на число «пі». Якщо не маєш калькулятора, просто помнож на 3,14. Отож спробуймо визначити окружність кола діаметром 38 см.

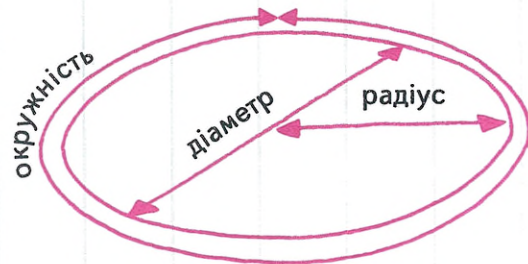
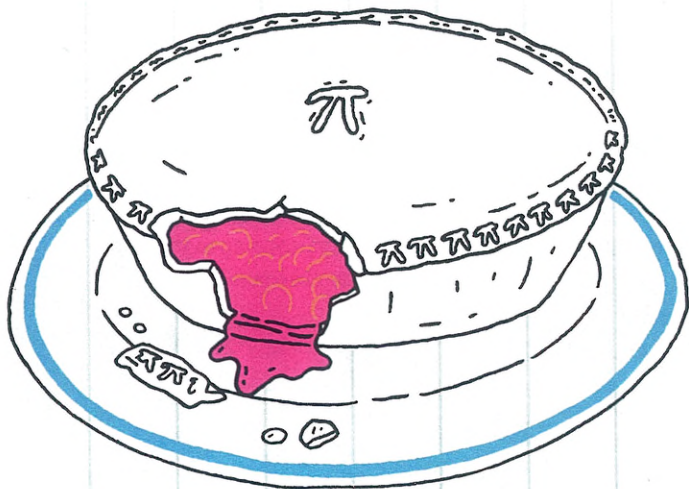
Розрахунки

Кола не мають прямих ліній, а отже, потребують константи — числа «пі». Якщо ти захочеш визначити площу круга, то відразу зрозумієш, що не так просто вмістити в нього квадрати, і навіть приблизно порахувати складно, бо в кола заокруглені краї. Цю задачу спробував розв'язати, знову ж таки, наш приятель Архімед (дивись на с. 47). Він визначив верхню й нижню межу числа «пі», а вже у XVII столітті число «пі» обчислили до 35-ти знаків після коми. Кількість знаків у числі «пі» й далі росте. Запам'ятовувати всі ці знаки нема потреби, адже більшість калькуляторів мають спеціальну кнопку й зберігають у своїй пам'яті достатньо цифр.

Відповідь

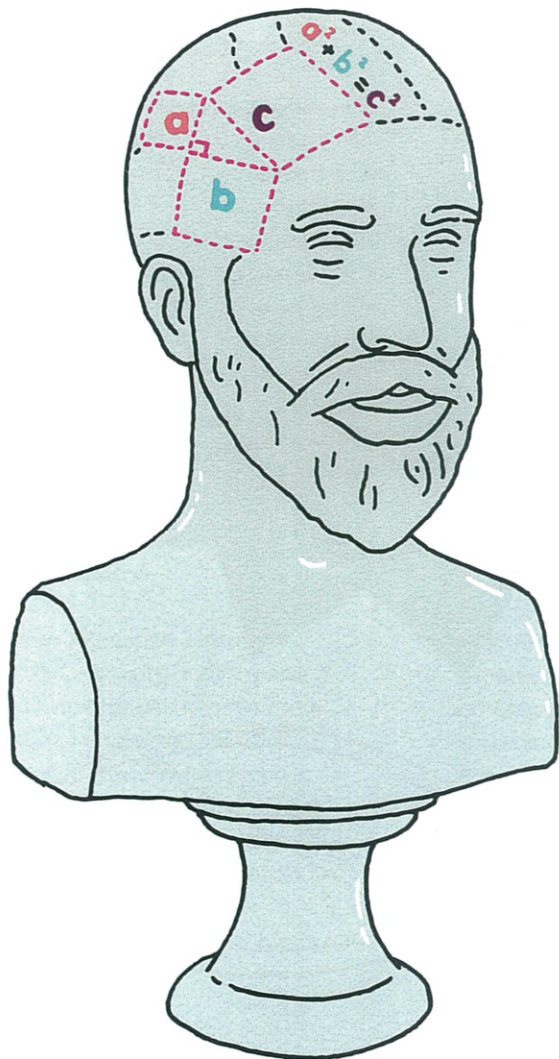
$$\text{Окружність} = 38 \text{ см} \times \pi = 119 \text{ см}$$

Це також можна виразити формулою $2\pi r$, де r = радіус.



Це цікаво!

Знаєш, чому бігуни, які біжать дистанцію 400 метрів, завжди стоять на старті один позаду одного на різних доріжках? Що ближче доріжка до краю стадіону, то більше мають пробігти спортсмени, які її займають, тому математики повинні визначити точну довжину кожної доріжки. Вони вимірюють окружність півкола і додають її до довжини прямого відрізка. Тоді розташовують відповідно стартові позиції, й усі бігуни біжать на рівних.



Теорія кого-кого? Піфагора?

Яка драбина мені потрібна, щоб вилізти на дах – довга чи коротка? Наскільки скоротиться мій маршрут, якщо я піду навпростець через парк, а не довкола нього? Щодня перед нами постають задачі з прямокутними трикутниками, але, на щастя, є теорема Піфагора, яка й допоможе відповісти на ці питання!

Спробуймо!

Теорема Піфагора каже, що коли ти маєш прямокутний трикутник і побудуєш квадрати на кожній із його трьох сторін, найбільший квадрат матиме таку саму площу, що й два інші квадрати, разом узяті. Це можна записати так:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Де c – найдовша сторона трикутника, a і b – дві інші сторони.

Якщо нам відомі довжини двох сторін прямокутного трикутника, то, скориставшись цією формулою, ми можемо визначити довжину третьої сторони. Найдовша сторона прямокутного трикутника зветься **гіпотенуза**.

Відповідь

Наступний крок
такий: вирахувати c . $9 \text{ см} + 16 \text{ см} = c^2$
Ось так: $25 \text{ см} = c^2$
 $\sqrt{25} = c$
 $5 \text{ см} = c$

Теорема названа на честь давньогрецького математика Піфагора (569–495 рр. до н. е.), проте існують докази, що вавилоняни, китайці та індійці користувалися цією теоремою ще за 1 000 років до Піфагора. Невідомо тільки, чи цю теорему відкрив хтось один, чи, може, багато людей одночасно в різних місцях.

Це цікаво!

Отож яка довжина гіпотенузи прямокутного трикутника зі сторонами 3 см і 4 см?

Крок 1 Запиши формулу:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Крок 2 Підстав довжини відомих тобі сторін у формулу замість a та b :

$$3 \text{ см}^2 + 4 \text{ см}^2 = c^2$$

Розрахунки

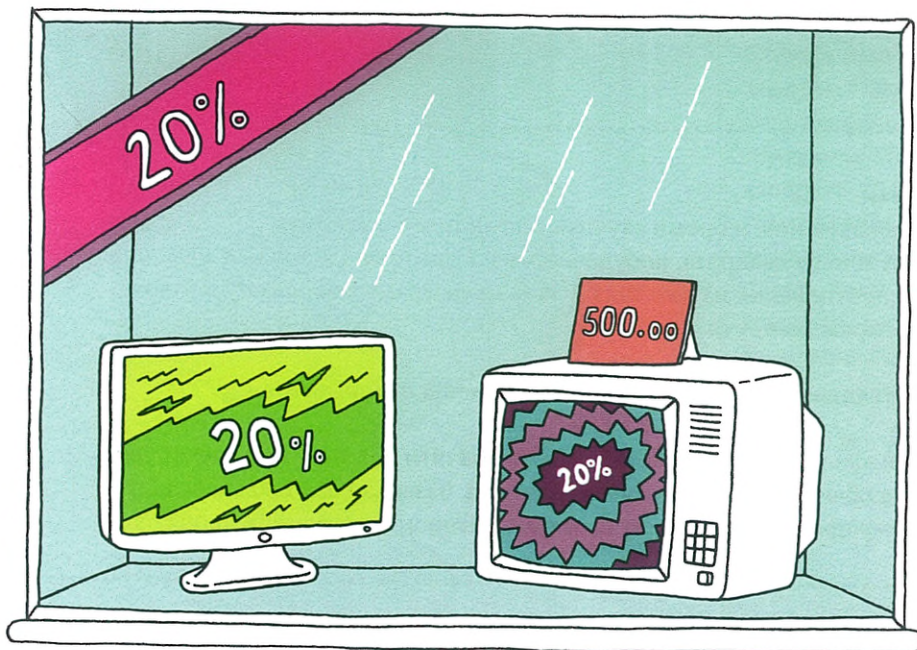
Офіційне визначення теореми звучить так: «У прямокутному трикутнику площа квадрата, побудованого на гіпотенузі, дорівнює сумі площ квадратів, побудованих на катетах». Глянь на діаграму, зображену в голові Піфагора (скраю ліворуч):

$$\text{площа квадрата } a + \text{площа квадрата } b = \text{площа квадрата } c$$

Обчисливши площу квадрата c , можна визначити довжину гіпотенузи. Для цього треба обчислити з неї корінь квадратний. Зазвичай відповідь не є цілим числом, тому простіше скористатися калькулятором, натиснувши кнопку $\sqrt{\quad}$.

Шопінг від рання до смеркання

Ти дивишся телевізійне шоу, аж тут настає рекламна пауза. Тільки ти хочеш перемкнути канал, як з'являється реклама розпродажу в супермаркеті техніки. Пропонують круту знижку на новий телевізор! Але ж скільки він насправді коштує? Це дійсно хороша пропозиція, чи вигідніше купити такий самий телевізор у сусідній крамниці? Трохи практики – і дуже скоро ти станеш майстром чи майстринею шопінгу!



Вдалих
закупів!

Порахуй
знижку

Спробуймо!

Як вирахувати 20 % від ціни телевізора, який коштує 500 доларів?

Крок 1 Вирахуй 10 % від загальної ціни, перемістивши десяткову кому на одну позицію ліворуч.

$$10 \% \text{ від } 500 \$ = 50 \$$$

Крок 2 Збільши це число удвічі, як у зразку:
 $10 \% + 10 \% = 20 \%$

$$50 \$ + 50 \$ = 100 \$$$

Крок 3 Відними знижку від початкової ціни, щоб отримати знижену ціну.

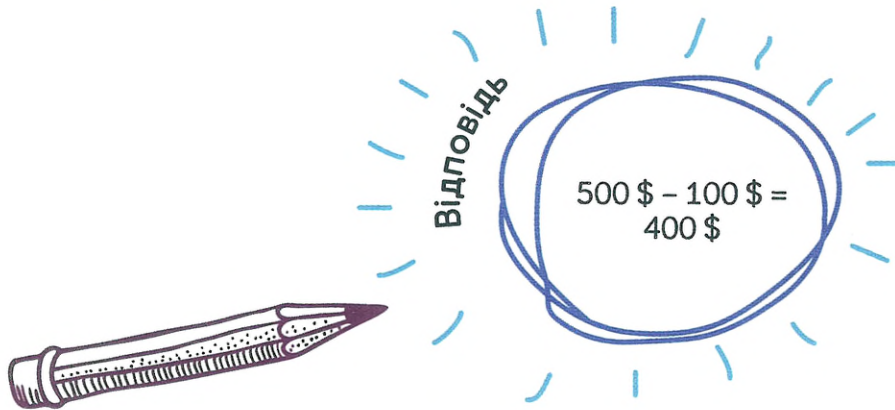
Розрахунки

Щоб вирахувати знижену ціну, треба зробити приблизно те саме, що ми робили, коли рахували чайові (дивись на с. 26–27). Для цього ми вираховували 5 %, обчисливши спочатку 10 % і поділивши отримане число на два.

А потім додали цю суму до нашого рахунку.

Тут ми зробили так само: початкова ціна – це 100 %.

Щоб визначити 10 % і 1 %, треба перемістити десяткову кому на одну чи дві позиції ліворуч. Різниця в тому, що коли рахуєш знижку, отриману суму треба відняти від початкової ціни, а не додати до неї. Тож уперед підкорювати крамниці – там на тебе чекає багато знижок і багато математики.



Це цікаво!

Радимо навчитися визначати, скільки відсотків нарахують на твій депозит. Процентні розрахунки й тут стануть у пригоді. Якщо на твоєму рахунку лежить 500 гривень, а відсоткова ставка – 6 % на рік, через рік у тебе стане на 6 % більше грошей. Щоб підрахувати, скільки це, скористайся такою формулою:

Нова сума =

$$\frac{(100 + \% \text{ підвищення})}{100} \times \text{початкова сума.}$$

У нашому прикладі виходить ось що:

$$106/100 \times 500 = 530 \text{ гривень.}$$

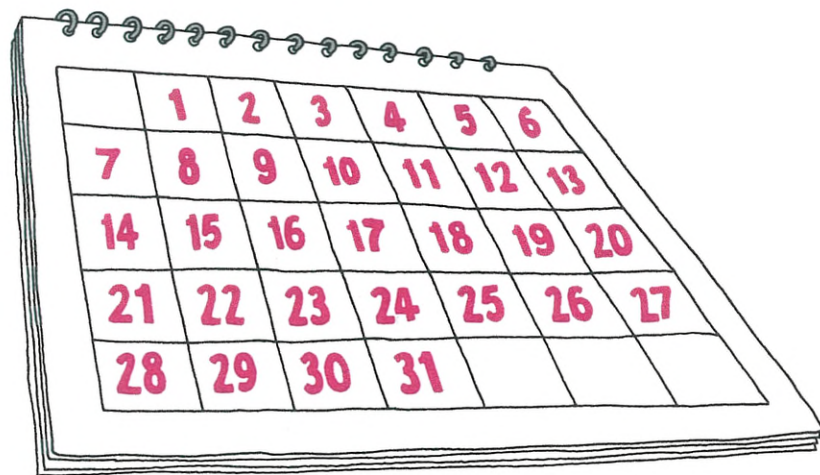
Отж через рік ти матимеш
на 30 гривень більше.

А що то буде за день?

Визначити найкращий день для вечірки, не маючи перед очима календаря? Та це ж неможливо! – скажеш ти. Але ось цей корисний прийом допоможе тобі вирахувати, на який день тижня припаде певна дата: усі люблять вечірки у п'ятницю чи в суботу ввечері, але якщо ти святкуватимеш день народження у понеділок, може статися так, що ніхто не прийде.

Це цікаво!

До появи григоріанського календаря більшість країн користувалася юліанським – його запровадив Юлій Цезар 45 року до нашої ери. Цей календар активно використовували до 1500-х років, але кожні 128 днів у ньому траплялася похибка на один день. Григоріанський календар запропонував Алоїзій Лілій, лікар із Неаполя, а запровадив його Папа Римський Григорій XIII за вказівкою Тридентського собору (1545–1563 рр.), щоб виправити помилки у старішому юліанському календарі. Папа Римський Григорій XIII видав відповідну буллу 24 лютого 1582 року. Кілька держав запровадили новий календар того ж року, а інші, одна за одною, упродовж наступних століть. Сьогодні григоріанський календар використовують майже в усьому світі.



Спробуймо!

Який день тижня випаде через 47 днів після середи?

Крок 1 Поділи кількість майбутніх днів на 7 і запиши остачу:

$$47 : 7 = 6, \text{ остача } 5$$

Крок 2 Порахуй кількість днів в остачі, починаючи від середи й далі:

- 1 день після середи – четвер
- 2 дні після середи – п'ятниця
- 3 дні після середи – субота
- 4 дні після середи – неділя
- 5 днів після середи – понеділок

Спрогнозуй майбутнє!

Відповідь

Це означає, що через 47 днів після середи випаде понеділок — не найкращий день для вечірки, але принаймні ти зможеш здивувати друзів, показавши їм цей дивовижний трюк!

Дивовижний трюк

Розрахунки

В основі цього фокуса лежить той факт, що через сім днів буде той самий день тижня, з якого ти почав чи почала: через сім днів після вівторка буде знову вівторок. Якщо взяти загальну кількість днів і поділити на сім, ціле число означатиме, скільки тижнів мине, поки ми дійдемо до такого ж дня у майбутньому. А остача підкаже, скільки ще днів має минути після нього.

Таким самим методом можна вираховувати дні і в минулому, але при цьому пам'ятай, що дні в остачі треба відраховувати назад, а не вперед.

Озброївшись цим трюком, можна спрогнозувати, на який день тижня припаде та чи та подія. Хочеш дізнатися, на який день припаде твій наступний день народження? Порахуй, через скільки днів він настане, і скористайся тим самим методом. Ще запам'ятай таке: «Тридцять днів у квітні й червні, вересні і листопаді. У лютому — двадцять вісім. Тридцять один — у всіх інших місяцях». І не забувай про високосні роки!

Константа Капрекара

Даттарая Рамчандра Капрекар (1905–1986 рр.) – індійський математик, який за своє життя відкрив кілька числових констант (або циклів). За його життя на його праці не звертали великої уваги, бо він працював звичайним шкільним учителем, але тепер його константи дають нам змогу провести цікаві й веселі підрахунки.

Спробуймо!

Крок 1 Вибери будь-яке чотиризначне число, що складається зі щонайменше двох різних цифр (тобто 1 111 чи 2 222 не підходять).

Крок 2 Упорядкуй цифри в порядку зростання.

Крок 3 Упорядкуй цифри в порядку спадання.

Крок 4 Відними число, отримане після Кроку 2, від числа, отриманого після Кроку 3.

Крок 5 Візьми отримане число і повтори всі попередні кроки.

Наприклад:

1. Вибери число

3 141

2. У порядку зростання

1 134

3. У порядку спадання

4 311

4. Крок 3 – Крок 2

$4\ 311 - 1\ 134 =$

3 177

2. У порядку зростання

1 377

3. У порядку спадання

7 731

4. Крок 3 – Крок 2

$7\ 731 - 1\ 377 =$

6 354

2. У порядку зростання

3 456

3. У порядку спадання

6 543

4. Крок 3 – Крок 2

$6\ 543 - 3\ 456 =$

3 087

2. У порядку зростання

0 378

3. У порядку спадання

8 730

4. Крок 3 – Крок 2

$8\ 730 - 0\ 378 =$

8 352

2. У порядку зростання

2 358

3. У порядку спадання

8 532

4. Крок 3 – Крок 2

$8\ 532 - 2\ 358 =$

6 174

Відповідь

Коли дійдеш до 6 174 і ще раз пройдеш усі кроки, то отримаєш: $7\ 641 - 1\ 467 = 6\ 174$. Це число повторюватиметься знову і знову — звідси й назва: «константа».

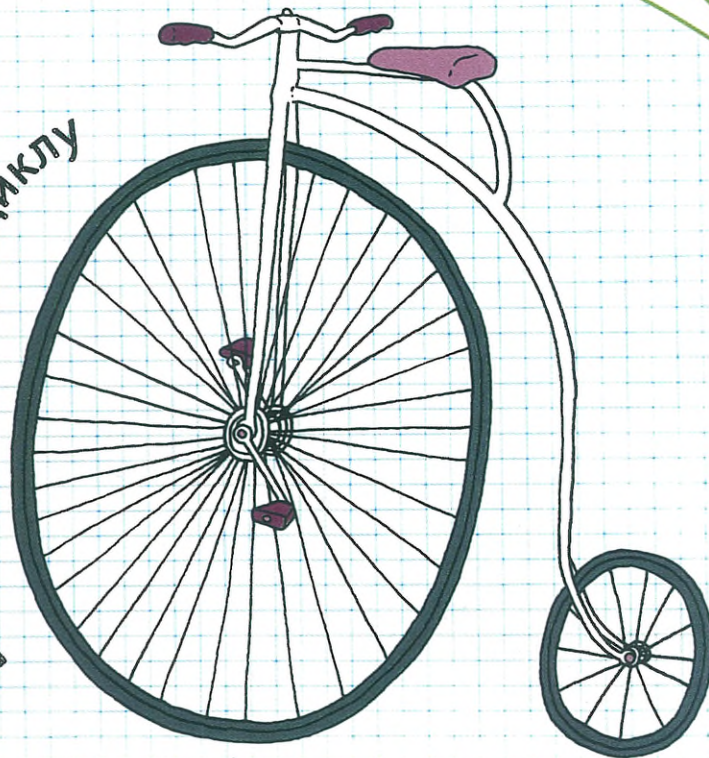
Розрахунки

Кожне число у певній послідовності однозначно визначає наступне число у певній послідовності. Зважаючи на те, що кількість можливих варіантів скінченна, послідовність урешті-решт повернеться до числа, яке вже було визначене, — і так виникне цикл. Тобто будь-яке початкове число створить послідовність, що рано чи пізно перетвориться на цикл. Цей принцип діє і з тризначними числами, але в цьому разі константа — 495. Спробуй!

Ці числа ведуть до циклу

Пан Капрекар також має число, назване на його честь: число Капрекара для певної системи обчислення — це невід'ємне ціле число, квадрат якого в цій системі можна розділити на дві частини, сума яких знову дасть початкове число. Наприклад, 45 — це число Капрекара, бо $45^2 = 2\ 025$, а $20 + 25 = 45$.

Це цікаво!



Весела таксономія

Таксономія – це класифікація організмів. Постривай, тобі що – не смішно? Ну добре, може, нічого суперкумедного тут нема, але трюк, про який ми зараз розповімо, точно викличе в тебе усмішку.

Спробуймо!

Крок 1 Вибери число від 1 і 10.

Крок 2 Помнож його на 9
(підказку, як це швидко зробити, шукай на с. 10).

Крок 3 Додай цифри, з яких складається це число.

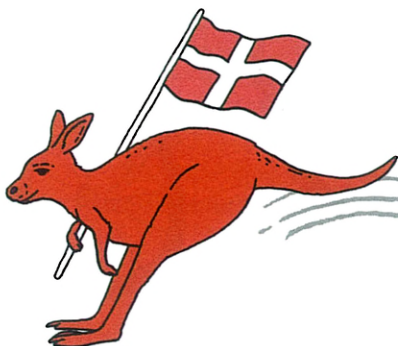
Крок 4 Відніми 5.

Крок 5 Заміни отриману цифру на відповідну літеру абетки (1 = а, 2 = б і так далі).

Крок 6 Подумай, назва якої країни починається з такої літери.

Крок 7 Подумай, назва якої тварини починається з останньої літери в назві тієї країни.

Крок 8 Подумай, назва якого кольору починається з останньої літери в назві тварини.



Відповідь

Ну що?

Спробуй!

Розрахунки

Трюк полягає в тому, що в парі з цифрою завжди йтиме літера *g* (в англійській мові – *d*), і байдуже, яке число ти обрала чи обрав. Річ у тім, що коли будь-яке однозначне число помножити на 9, отримаємо двозначне число, сума цифр якого завжди дорівнюватиме 9; віднімаємо від отриманої суми 5 – і маємо 4. Відповідно, четверта літера української абетки – *г*, англійської абетки – *d*. Коли йдеться про країну, що починається на літеру *g*, на думку часто спадає Голландія (хоча офіційна назва цієї країни – Нідерланди). В англійській мові на літеру *d* згадається, скоріш за все, Данія (*Denmark*) – єдина країна в Європі, яка починається на цю літеру (у світі ще є Джибуті, Домініка й Домініканська республіка). А ягуар спав на гадку тому, що дуже легко назвати колір, який починається на *r* – рожевий. Англomовна ж людина найчастіше назве кенгуру (*kangaroo*) і помаранчевий колір (*orange*).

Данія, батьківщина наших улюблених конструкторів «Lego», може похвалитися найдавнішим національним прапором (данці називають його «Даннеброг») і найдавнішою монархією у світі, а Копенгаген – найстаріша столиця в Європі. До Королівства Данії належить і Гренландія, хоча географічно вона розташована в Північній Америці й має власний уряд.

Це цікаво!

У тебе

orange kangaroo
рожевий ягуар

from Denmark?
з Голландії?

У нас так!

Числа-паліндроми

Паліндроми – це слова чи фрази, які читаються однаково в обох напрямках (зліва направо і справа наліво). Наприклад, «дід», «Пилип», «Я несусеня» чи «Де помити мопед?». Пиши собі літери як завгодно – хоч зліва направо, хоч справа наліво – результат вийде той самий! З числами теж можна так робити!

Відповідь
у результаті отримуємо:
 $4. 1\ 050 + 0\ 501 =$
 $1\ 551$

1.

Спробуймо!

Крок 1 Вибери число.

Крок 2 Запиши цифри у зворотному порядку.

Крок 3 Додай число, яке в тебе утворилося, до початкового числа.

Крок 4 Якщо паліндрома не вийшло, повтори Крок 2 і Крок 3.

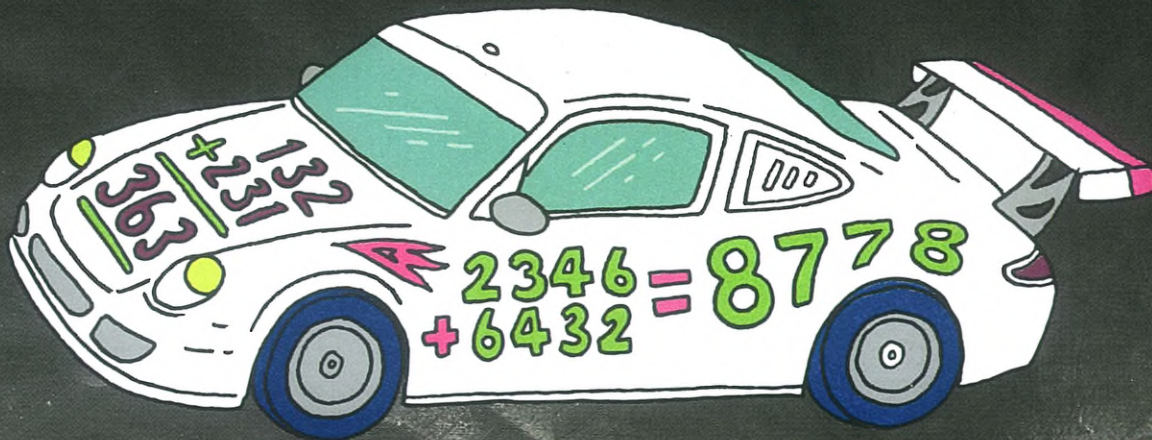
2.

Спробуймо таке число:

1. 723
2. 327
3. $723 + 327 = 1\ 050$

3.

Це явно не паліндром, тому повторимо Крок 2 і Крок 3.



Розрахунки

Близько 80 % усіх чисел, менших за 10 000, утворюють паліндром за чотири кроки, а то й менше. Приблизно 90 % — за сім чи менше кроків. Є один рідкісний випадок: щоб перетворити на паліндром число 89, треба пройти 24 кроки.

Математики дослідили, що так на паліндроми перетворюються всі числа, менші за 10 000, окрім одного унікального числа — 196. Вони пройшли сотні тисяч кроків із цим числом — переставляли цифри у зворотному порядку і додавали, переставляли і додавали, — та в результаті отримали довжелазні числа на 80 000 знаків і до паліндрома так і не дійшли. Такі числа називають «числами Лішрел».

Ось кілька чисел-паліндромів:

1. 87
 2. 78
 3. $87 + 78 = 165$
 4. $165 + 561 = 726$
 5. $726 + 627 = 1\ 353$
 6. $1\ 353 + 3\ 531 = 4\ 884$
-
1. 132
 2. 321
 3. $132 + 231 = 363$
-
1. 2 346
 2. 6 432
 3. $2\ 346 + 6\ 432 = 8\ 778$

ЧИТАЄТЬСЯ
ОДНАКОВО
В ОБОХ
НАПРЯМКАХ

Які ще
паліндроми
ти знаєш?

Це цікаво!

Перші відомі нам паліндроми датовані ще 79 роком нашої ери, коли один із них знайшли в античному місті Геркуланумі, що загинуло під попелом після виверження вулкана Везувія того ж року. Цей паліндром, написаний латиною, називають магічним квадратом Sator. Читається він так: «Sator Arepo Tenet Opera Rotas» («Сіяч Арепо ледве втримує колеса» або «Сіяч Арепо насилу тримає колеса»). Він унікальний тим, що перші літери кожного слова утворюють перше слово, другі літери утворюють друге слово — і так далі. Цей паліндром можна записати у вигляді квадрата, що читатиметься чотирма способами: горизонтально або вертикально з верхнього лівого кута до нижнього правого або з нижнього правого до верхнього лівого.

Ознаки подільності? Простіше не буває!

Може, ділення – не найулюбленіша твоя справа, але не панікуй: прості правила допоможуть тобі визначити, чи ділиться одне число на інше, і то без складних математичних підрахунків. Ну що, тепер стало спокійніше на душі?

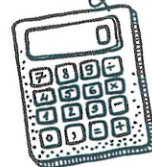


	Число ділиться на:
2	якщо остання цифра парна (0, 2, 4, 6, 8).
3	якщо сума цифр, із яких воно складається, ділиться на 3.
4	якщо останні дві цифри діляться на 4.
5	якщо остання цифра – 0 або 5.
6	якщо число ділиться і на 2, і на 3.
7	якщо ти подвоїш останню цифру, віднімеш її від решти числа й у відповідь отримаєш 0 або число, що ділиться на 7.
8	якщо останні три цифри діляться на 8.
9	якщо сума цифр, із яких воно складається, ділиться на 9.
10	якщо число закінчується на 0.
11	якщо додати кожну другу цифру, а тоді відняти від отриманого числа суму всіх решти цифр і отримати у відповідь або 0, або число, що ділиться на 11.
12	якщо число ділиться і на 3, і на 4.

Число	Приклад	Розрахунки	Відповідь
2	128 129		Так Ні
3	381 217	$(3 + 8 + 1 = 12; 12 : 3 = 4)$ $(2 + 1 + 7 = 10; 10 : 3 = 3,33)$	Так Ні
4	1 312 7 019	$(12 : 4 = 3)$ $(19 : 4 = 4,75)$	Так Ні
5	175 809		Так Ні
6	114 308	(Парне; $1 + 1 + 4 = 6; 6 : 3 = 2$) (Парне; $3 + 0 + 8 = 11; 11 : 3 = 3,66$)	Так Ні
7	672 905	$(2 \times 2 = 4; 67 - 4 = 63; 63 : 7 = 9)$ $(2 \times 5 = 10; 90 - 10 = 80; 80 : 7 = 11,43)$	Так Ні
8	109 816 216 302	$(816 : 8 = 102)$ $(302 : 8 = 37,75)$	Так Ні
9	1 629 2 103	$(1 + 6 + 2 + 9 = 18; 1 + 8 = 9)$ $(2 + 0 + 1 + 3 = 6)$	Так Ні
10	220 221		Так Ні
11	1 364 25 176	$((3 + 4) - (1 + 6) = 0)$ $((5 + 7) - (2 + 1 + 6) = 3)$	Так Ні
12	648 524	3: $6 + 4 + 8 = 18; 18 : 3 = 6$ Так 4: $48 : 4 = 12$ Так 3: $5 + 2 + 4 = 11; 11 : 3 = 3,66$ Ні 4: $4 : 4 = 1$ Ні	Так Ні

Волосся має найвищу швидкість мітозу (поділу клітин). Звичайна волосина виростає на 0,3 мм за день, тобто на 1 см за місяць.

Це цікаво!



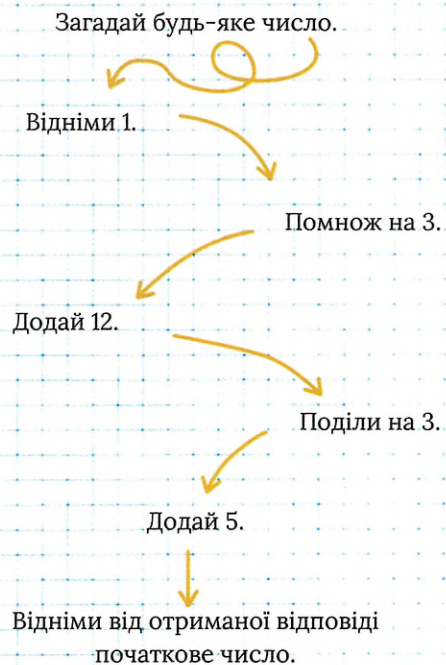
Фокуси з числами – 1

Фокуси з числами – класний спосіб розважити і здивувати друзів та близьких.
Спробуй котрийсь із цих!

Фокус 1

1. Загадай число, менше за 10.
2. Помнож його на 2.
3. Додай 6.
4. Поділи на 2.
5. Відними від отриманої відповіді число, яке ти загадав чи загадала.

Фокус 2



Відповідь

У тебе вийшло число 3?

Фокус 4

1. Загадай два однозначні числа.

2. Вибери одне з них і помнож його на 2.

3. Додай 5.

4. Помнож на 5.

+ 5

x 5

- 21

5. Додай до нього друге число.

6. Відніми 4.

7. Відніми 21.



Фокус 3

Загадай число.

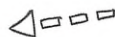
Відніми від отриманої відповіді початкове число.

Помнож його на 3.

Додай 45.

Поділи на 6.

Помнож на 2.



У тебе вийшло число 8?

Відповідь

У тебе вийшло число 15?

Відповідь

Ти отримав чи отримала два числа, які були загадані спочатку?

Відповідь

Фокуси з числами – 2

Ну що – рідні та друзі вражені твоїми математичними здібностями? Ось тобі ще кілька фокусів до колекції.



Фокус 5

Запиши номер свого будинку.

Помнож на 2.

Додай кількість днів у тижні.

Помнож на 50.

Додай свій вік.

Відніми 365 (кількість днів у році).

Додай 15.

Фокус 6

У якому місяці ти народилася чи народився?
Помнож це число на 5.

Додай 7.

Помнож на 4.

Помнож на 5.

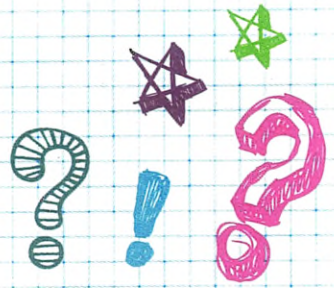
Додай 13.

Додай день свого народження.

Відніми 205.

Відповідь

Вийшло число 9?



Фокус 7

1. Набери на калькуляторі будь-яке число, яке складається тільки з дев'яток.
2. Помнож його на будь-яке число.
3. Запиши отримане число на папері.
4. Додай окремі цифри числа, яке в тебе вийшло.
5. Додай цифри отриманого числа.

(Якщо ні...

Фокус 8

1. Вибери число від 1 до 10.
2. Помнож його на 2.
3. Додай до отриманого числа 2.
4. Поділи те число на 2.
5. Відними початкове число від того, що в тебе вийшло після Кроку 4.

Вийшло число 1?

Відповідь

У тебе вийшов номер будинку, а потім – твій вік?

Відповідь

...то далі додавай цифри отриманого числа – і зрештою у тебе вийде 9).

Відповідь

Запаморочливі числа

Коли ми тільки вчимося рахувати, то маємо справу з малими числами – їх легко рахувати на пальцях. Але ми дорослішаємо – і числа теж усе збільшуються і збільшуються. А коли доростаємо до астрономії, деякі числа стають такі великі, що від них паморочиться у голові. На щастя, в математиці існує науковий запис, що допомагає зменшити величезні числа до пропорцій, з якими можна легко впоратися.

Спробуймо!

Як відобразити число в науковому записі?
Наприклад, 4 560?

Крок 1 Додай десяткову кому після першої цифри:
4 560 стає 4,560.

Крок 2 Порахуй, скільки знаків залишилося після десяткової коми. Це буде наш показник степеня.
 $4,560 = 3$

Крок 3 Візьми число й помнож його на 10 у степені, який ти отримав чи отримала після Кроку 2. Якщо не порушено котрогось із правил значущих цифр (дивись на с. 76), нулів зазвичай можна позбутися.

Відповідь
 $4,560 \times 10^3$ або $4,56 \times 10^3$



Розрахунки

Науковий запис — це спосіб запису дуже великих (або дуже малих) чисел за допомогою піднесення до степеня числа 10.

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000 \text{ і так далі.}$$

Він стає у пригоді, коли треба «стиснути» величезне число. Наприклад, ти отримав чи отримала відповідь 3 450 000 000.

Це те саме, що сказати $3,45 \times 1\,000\,000\,000$.

А $1\,000\,000\,000$ — те саме, що 10^9 , адже $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000\,000$.

Отож відповідь можна записати як $3,45 \times 10^9$, або 3,45 мільярда.

Щоб добути повне число з наукового запису, треба пересунути десяткову кому. Якщо степінь 6, перемісти десяткову кому на шість позицій праворуч, додаючи нулі, коли всі цифри закінчаться. Якщо степінь від'ємний, пересунь десяткову кому ліворуч, у такий спосіб зменшивши число.

3.45 × 10⁹



Досі паморочиться
в голові?

Число Авогардо,
 $6,022 \times 10^{23}$, — це кількість
молекул в одному молі
речовини. Якщо ти не з тих,
хто обожнює хімію, пояснюємо:
у кожних 18 грамах води
є $6,022 \times 10^{23}$ окремих молекул
 H_2O . Ну як — захотілося випити
води?

Це цікаво!

Квадратом бути круто!

Ти знаєш, що це за така фігура – квадрат, а от що означає квадрат у математиці? Якщо треба піднести число до квадрата, просто помнож його саме на себе. Якби ти мала чи мав квадрат, його довжина й ширина були б виражені одним числом – бачиш тепер, чим схожі геометричний і математичний квадрати?

1781 року англійський математик і директор школи Чарльз Гаттон опублікував першу таблицю квадратів до 25 400. На основі цієї таблиці фахівці й любителі математики зробили багато висновків: наприклад, про те, що числа, піднесені до квадрата, завжди закінчуються цифрами 0, 1, 4, 5, 6 або 9 і ніколи – цифрами 2, 3, 7 чи 8.

Це цікаво!

Спробуймо!

Скільки буде 15×15 ?

Крок 1. Візьми першу цифру і помнож її на число, що більше від неї на одиницю.

$$1 \times (1 + 1) = 1 \times (2) = 2$$

Крок 2. Перемнож дві п'ятірки:

$$5 \times 5 = 25$$

Відповідь

Тепер склади два числа до купи – і ти отримаєш 225.

ПОМНОЖ
ЧИСЛО САМЕ
НА СЕБЕ!

ПОМНОЖ ЧИСЛО САМЕ НА СЕБЕ!

Розрахунки

Ми щойно скористалися формулою $N \times (N + 1)$. Так само як і тоді, коли ми множили двозначні числа, тут потрібно множити десятки й одиниці. У випадку з одиницями, помноживши 5 на 5, ми отримуємо 25. Якщо помножити 5 на 10, отримуємо 50, але п'ятірок дві, а отже, виходить 100. А якщо помножити 10 на 10, отримуємо ще 100 — загалом виходить 225.

А що як нам треба піднести до квадрата число, яке не закінчується на 5? Наприклад, 19?

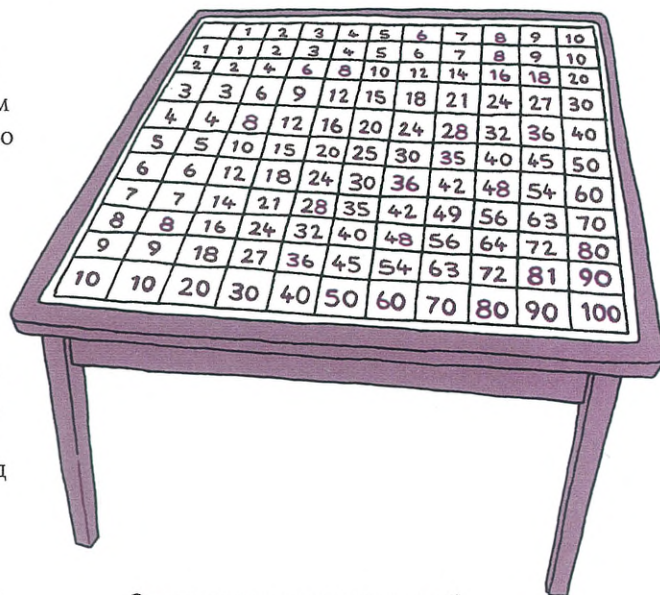
Крок 1 Визнач різницю між числом, яке ти хочеш піднести до квадрата, і найближчим числом, кратним 10. Найближче таке число до 19 — це 20. На одну цифру далі.

Крок 2 Визнач, з якого боку найближче число, кратне 10: праворуч, у порядку зростання, чи ліворуч, у порядку спадання. Тоді відрахуй відповідну кількість цифр у протилежному напрямку. У нас число 19; найближче до нього число, кратне 10, розміщене праворуч, у порядку зростання, тому рахуємо одну цифру назад і отримуємо 18.

Крок 3 Перемнож числа, отримані після Кроку 1 і Кроку 2: $20 \times 18 = 360$. (Якщо нема калькулятора, помнож 20 на 10, а потім на 8 — і додай обидва числа).

Крок 4 Піднеси до квадрата число, яке було нашою різницею під час Кроку 1, і додай його до результату з Кроку 3:

$$1 \times 1 = 1$$
$$360 + 1 = 361$$



Оперуючи числами так, щоб завжди виходило число, кратне 10, ми спрощуємо задачу й можемо розв'язувати їх подумки. Усе стає ще простіше, коли пам'ятати про те, що будь-яке велике число можна розділити на два числа або навіть на кілька чисел.

Сумування сум

Чи бувало колись таке, що ти, дивлячись на жменю копійок у крамниці, розмірковував або розмірковувала, чи вистачить тобі і на молоко (дуже потрібне), і на шоколадку (не дуже потрібну)? А на морозиво й горішки вистачить (так не хочеться обирати щось одне)? Опануй цей корисний прийом – і тобі більше не доведеться лізти в кишеню по калькулятор, щоб вирахувати відповідь.

Спробуймо!

Скільки буде $81 + 78$?

Крок 1 Тут варто задіяти десятки, а отже, заокругли друге число до найближчого числа, кратного 10.
 $78 + 2 = 80$

Крок 2 Додай це число до першого числа:
 $80 + 81 = 161$

Крок 3 Від отриманої суми відними те число, яке тобі довелося додати під час Кроку 1, щоб заокруглити до десяти.

ІЗ СУМАМИ НЕ
ЗАСУМУЄШ!

Калькулятор Паскаля – це, мабуть, перший механічний пристрій для додавання, який використовували з практичною метою. Його створив 1643 року Блез Паскаль, щоб допомогти своєму батькові Етьєну, податківцю, з марудними завданнями: додавати й віднімати великі числа. Однак перший комерційно успішний механічний калькулятор (так званий арифмометр) винайшов, запатентував і почав масово виготовляти аж 1820 року французький винахідник і підприємець Шарль Ксав'є Тома.

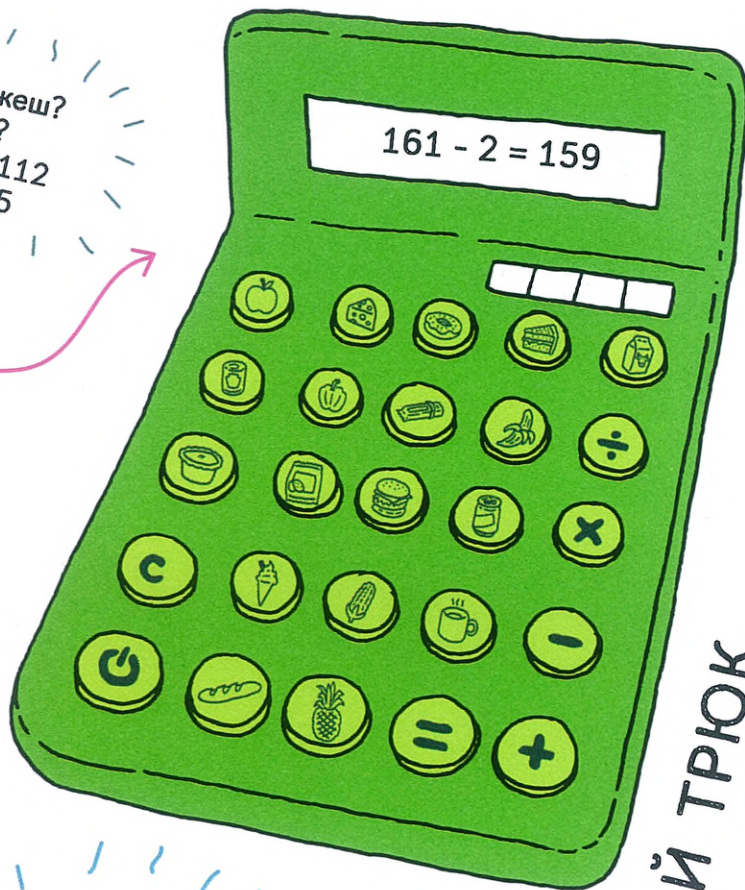
Це цікаво!

Відповідь
І це дає нам:

А таке розв'яжеш?
 $62 + 53 = ?$
 $62 + 50(-3) = 112$
 $112 + 3 = 115$

Розрахунки

Так само як і у прикладі з множенням на с. 80–81, тут теж можна переписати будь-яке число як комбінацію інших чисел, які — коли їх відняти чи додати — утворять наше число. Так, 7 можна записати як $3 + 4$ або $10 - 3$, адже обидві операції дадуть у результаті 7. Двозначне число простіше переписати, додавши його до найближчого числа, кратного десяти, чи віднявши його від цього числа, бо 10 завжди легко додати чи відняти. Щоб розв'язати таку задачу, треба тільки додати чи відняти різницю. Спробуй наступного разу, коли підеш на закупи.



Спробуй ще це:
 $97 + 35 = ?$
 $97 + 30(-5) = 127$
 $127 + 5 = 132$

КОРИСНИЙ ТРЮК

Хіба приємно бути від'ємним?

Тепер ти вже вмєш додавати. Час навчитися віднімати. Коли розв'язуєш задачу з математики і треба відняти від'ємне число – паморочиться у голові. Та не хвилюйся: невеличкий математичний трюк допоможе тобі ставитися до негативних чисел позитивно...

Спробуймо!

Як відняти від'ємне число, наприклад, $6 - (-4)$?

Коли ти маєш поряд два від'ємні числа, або ж мінус і негативне число – це те саме, що мати позитивне (додатне число). Тобто відняти мінус 4 – це те саме, що додати 4:

$$6 + 4$$

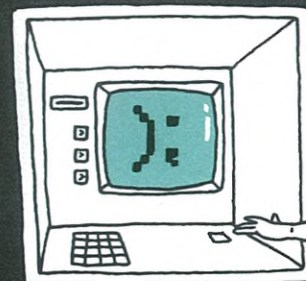


Відповідь

Додавши цифри, отримаєш:

$$6 + 4 = 10$$

БАНК



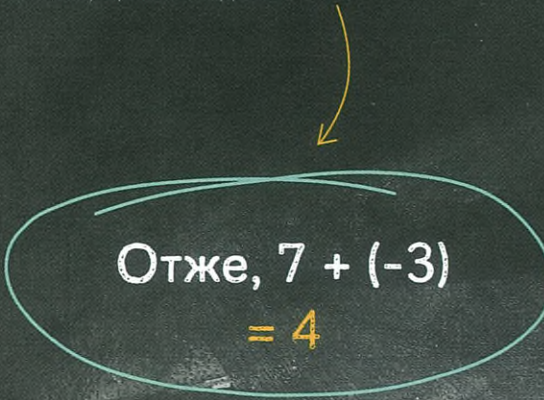
О НІ, У МЕНЕ ВІД'ЄМНИЙ БАЛАНС НА РАХУНКУ!

Розрахунки

Згідно з черговістю операцій (дивись с. 78–79), віднімання завжди йде останнім, тому цифри мають залишатися на своїх місцях. Дуже зручно малювати для таких задач числову вісь.

Додавання пересуває число праворуч, але як тільки ти бачиш віднімання або знак «мінус» — змінюй напрямок. Якщо треба відняти звичайні числа, ти розвертаєшся тільки раз, тобто переходиш на числовій осі ліворуч. Та коли в тебе два від'ємні числа, ти розвертаєшся раз, а тоді ще раз — і рухаєшся віссю так само, як і досі: праворуч!

Тепер ти знаєш, що відняти від'ємне число — це те саме, що його додати. І навпаки: додати від'ємне число — те саме, що його відняти.



$$\text{Отже, } 7 + (-3) = 4$$

Резус — білок, що міститься у червоних кров'яних тільцях. Люди, в яких цей білок є, мають позитивний резус, а ті, в яких немає — негативний. Найбільший відсоток людей із негативним резусом мешкає у Басконії — регіоні, що міститься між Францією та Іспанією. Їх там аж 30 %, тоді як у решті європейських країн — близько 16 %. Натомість в Азії та Африці негативний резус трапляється менш ніж у 1 % людей.

Правила множення

ДОДАТНЕ × ДОДАТНЕ = ДОДАТНЕ
 ДОДАТНЕ × ВІД'ЄМНЕ = ВІД'ЄМНЕ
 ВІД'ЄМНЕ × ДОДАТНЕ = ВІД'ЄМНЕ
 ВІД'ЄМНЕ × ВІД'ЄМНЕ = ДОДАТНЕ

Значущі цифри

Коли будують дім, попередньо складений кошторис зазвичай зростає – а додаткові гроші опиняються у скарбничках будівельників. Та все ж, складаючи плани, ми воліємо визначити бодай приблизну суму: скільки ж усе коштуватиме? Для цього можна заокруглити суму в той чи той бік, або визначити, скільки десяткових розрядів ми хочемо використати. А ще, аби визначити приблизну суму, можна скористатися значущими цифрами.

Спробуймо!

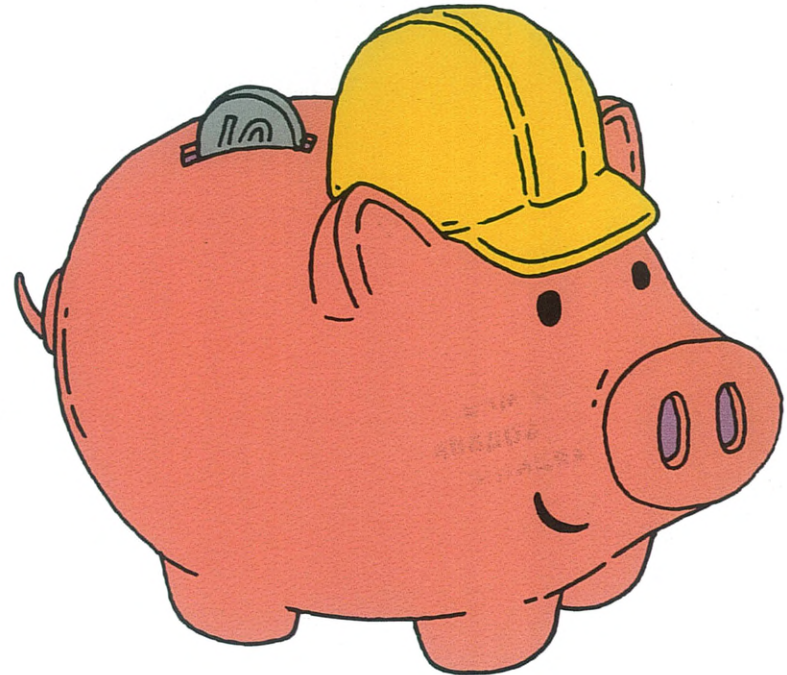
Які три значущі цифри у числа 368 249?

Крок 1 У числа 368 249 найбільш значуща цифра 3, бо вона підказує нам, що перед нами – триста тисяч із чимось. Але нам потрібні три значущі цифри, тому переходимо далі аж до 8.

Крок 2 Тепер подивимося на цифру, що йде після 8. Це двійка, а отже, треба заокруглити до меншого значення, а не до більшого.

Правила заокруглення звучать так:

- якщо наступне число 5 чи більше, заокруглюємо до більшого значення;
- якщо наступне число 4 або менше, заокруглюємо до меншого.



↑ ↓
ДО БІЛЬШОГО, ДО МЕНШОГО!
↑ ↓

Розрахунки

У математиці числа заокруглюють до певної кількості значущих цифр. Зазвичай, до першої, другої чи третьої.

Правила про значущі цифри такі:

1. Усі ненульові цифри (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) завжди значущі.
2. Усі нулі між ненульовими цифрами завжди значущі, наприклад, 30 245.
3. Усі нулі, розташовані одразу праворуч від десяткової коми, а також нулі в кінці числа, завжди значущі, наприклад, 501,040.
4. Усі нулі ліворуч від десяткової коми, які позначають десяток, сотню чи ще більше число, завжди значущі, наприклад, 900,06.

Значущі цифри можна використовувати і з десятковими числами. До прикладу, у числа 0,0000058763 найбільш значуща цифра 5, бо вона підказує нам, що це п'ята мільйонна з чимось. Друга значуща цифра 8, і так далі.



Відповідь

Отже, якщо число 368 249 заокруглити до трьох значущих цифр, отримаємо 368 000.

Стеж за порядком

Ти вже, мабуть, помітила чи помітив, що математика – дивна штука: можна по-різному здійснювати ті самі підрахунки і отримувати щоразу інший результат. На щастя, у математиці є правильний спосіб усе робити – це ж усе-таки точна наука, – і називається цей спосіб порядок (або черговість) операцій.

Спробуймо!

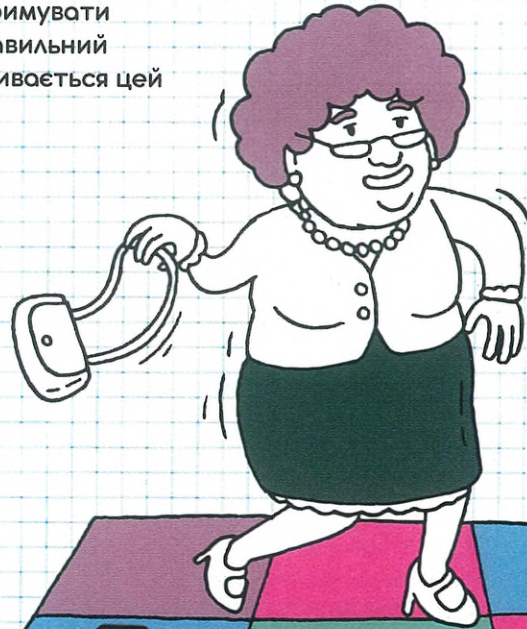
Як розв'язати $4 \times (3 + 4) : 14 + 5$?

Крок 1 Виконай приклад у дужках: $4 \times (7) : 14 + 5$

Крок 2 Виконай усі операції множення та ділення зліва направо: $4 \times 7 = 28$
 $28 : 14 = 2$
 $2 + 5$

Крок 3 А тепер виконай усі операції додавання та віднімання зліва направо.

ДУЖКА СУСІДКА МАРІЙКА ДІЛИТЬСЯ
ДОМАШНІМИ ВАРЕНИКАМИ!



Відповідь

$$2 + 5 = 7$$

Розрахунки

Коли розв'язуєш задачу на кілька кроків, завжди дотримуйся певної послідовності. А ця кумедна фраза допоможе тобі все запам'ятати:

**ДУЖА СУСІДКА МАРІЙКА ДІЛИТЬСЯ
ДОМАШНІМИ ВАРЕНИКАМИ!**

Дужки: якщо частина задачі в дужках, зосередься насамперед на ній.

Степені/порядки: цифри, надписані дрібним шрифтом угорі над числом. Вони підказують, скільки разів число треба помножити саме на себе.

Множення і ділення: виконай ці операції зліва направо.

Додавання та віднімання: виконай їх у такому самому порядку — зліва направо.

Це цікаво!

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$

$$123456 \times 8 + 6 = 987654$$

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$

$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$

$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

«Не переймайся
через свої труднощі
з математикою. Повір —
у мене їх більше».

Альберт Ейнштейн, німецький фізик

Корисні підказки для множення

Трохи практики – і ти можитимеш числа так спритно, що й не треба буде шукати, де на телефоні калькулятор, бо це забиратиме більше часу. А ці корисні підказки не тільки допоможуть тобі здивувати друзів, а й стануть руханкою для мозку. Випробуй їх на практиці – і на змаганнях із множення золота медаль належатиме тобі!

Спробуймо!

× 4 Четвірку можна розбити на 2×2 , тому якщо треба помножити якесь число на 4, спочатку помнож його на 2, а потім знову на 2.

× 5 П'ять – це половина десяти. Помнож число на 10 і розділи навпіл – це те саме, що помножити на 5.

× 6 Помнож число на 3, а потім на 2.

× 12 Помнож число на 2, тоді помнож його на 10 – і додай дві відповіді.

× 14 Помнож на 7, а потім на 2.

× 16 Помнож на 8, а потім на 2.

× 18 Помнож на 20 (або на 10 і на 2), а потім двічі відними від отриманої суми початкове число. Або помнож на 9, а потім на 2 (ти ж уже знаєш напам'ять табличку множення на 9!).

Відповідь

Дивись на с. 112.

Перевір себе

Спробуй подумки розв'язати ці приклади:

1. $4 \times 9 =$
2. $11 \times 8 =$
3. $6 \times 4 =$
4. $7 \times 12 =$
5. $5 \times 14 =$
6. $16 \times 9 =$
7. $3 \times 18 =$
8. $11 \times 12 =$
9. $8 \times 6 =$
10. $18 \times 9 =$

Це цікаво!
Гугол – це одиниця
із сотнею нулів!

Практика
веде до
досконалості!



Розрахунки

Коли йдеться про множення, порядок, у якому ти множиш, не впливає на кінцеву відповідь. Отож велике число можна поділити на менші числа – множники. Можна поділити 16 на 4×4 , а далі – на $2 \times 2 \times 2 \times 2$. Замість множити на 16, можна просто помножити число на 2 чотири рази поспіль. Або помножити його на 4, а тоді двічі на 2. Або ж на 8, а тоді на 2. Варіантів безліч!

Множаться, наче кролики

Багатіям, які жили в середньовічній Італії, пощастило: вони мали удосталь вільного часу. Телебачення, інтернету й інших сучасних розваг тоді не було, тож вони могли довго міркувати про все на світі. Принаймні Леонардо Пізанський (бл. 1170 – бл. 1250 рр.), або ж Фібоначчі, син заможного купця, так і робив – у вільний час думав про числа.

Спробуймо!

Фібоначчі багато мандрував і вивчав індо-арабську систему числення, а 1200 року опублікував трактат «Книга абака» (*Liber Abaci*). Одна із задач, що була розглянута в цій праці, стосувалася збільшення популяції кроликів.

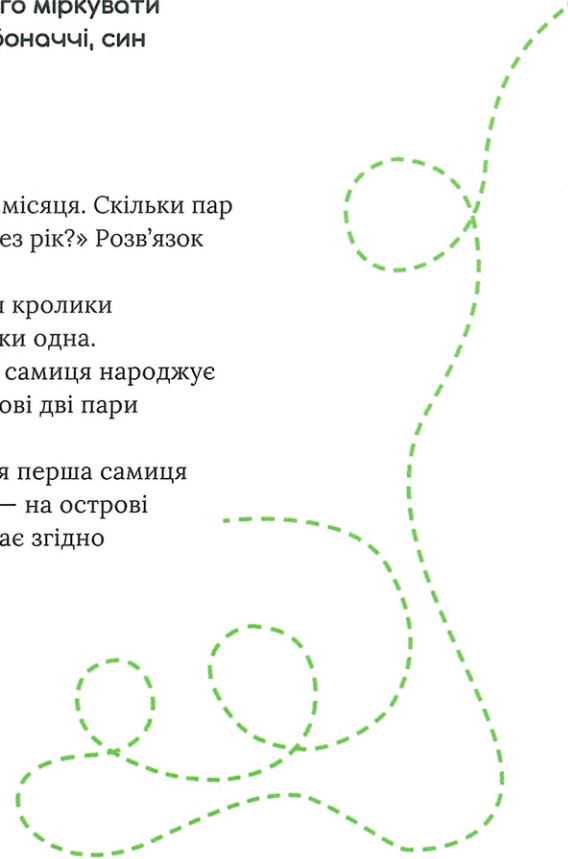
Звучала вона так: «Уяви, що ти вирушаєш на безлюдний острів із парою новонароджених кроликів (самцем і самицею), які досягають зрілості у віці одного місяця, опісля щомісяця народжують по двоє кроленят (одного самця і одну самицю) і живуть вічно. Кожна пара кроликів стає зрілою за місяць і народжує пару кроленят

на початку кожного наступного місяця. Скільки пар кроликів житиме на острові через рік?» Розв'язок починається так.

1. Наприкінці першого місяця кролики паруються, але пара наразі тільки одна.
2. Наприкінці другого місяця самиця народжує другу пару, отже, тепер на острові дві пари кроликів.
3. Наприкінці третього місяця перша самиця народжує другу пару кроленят – на острові вже три пари. Далі процес триває згідно з послідовністю Фібоначчі.

Розрахунки

Місяць	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Пари кроликів	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	?



Відповідь
 Наприкінці
 дванадцятого
 місяця на острові
 житиме
 223 пари
 кроликів.

Послідовність, яка виникла в результаті задачі про кроликів, називається послідовністю Фібоначчі. Вона трапляється багато де у математиці й природі. Це правило можна записати такою формулою:

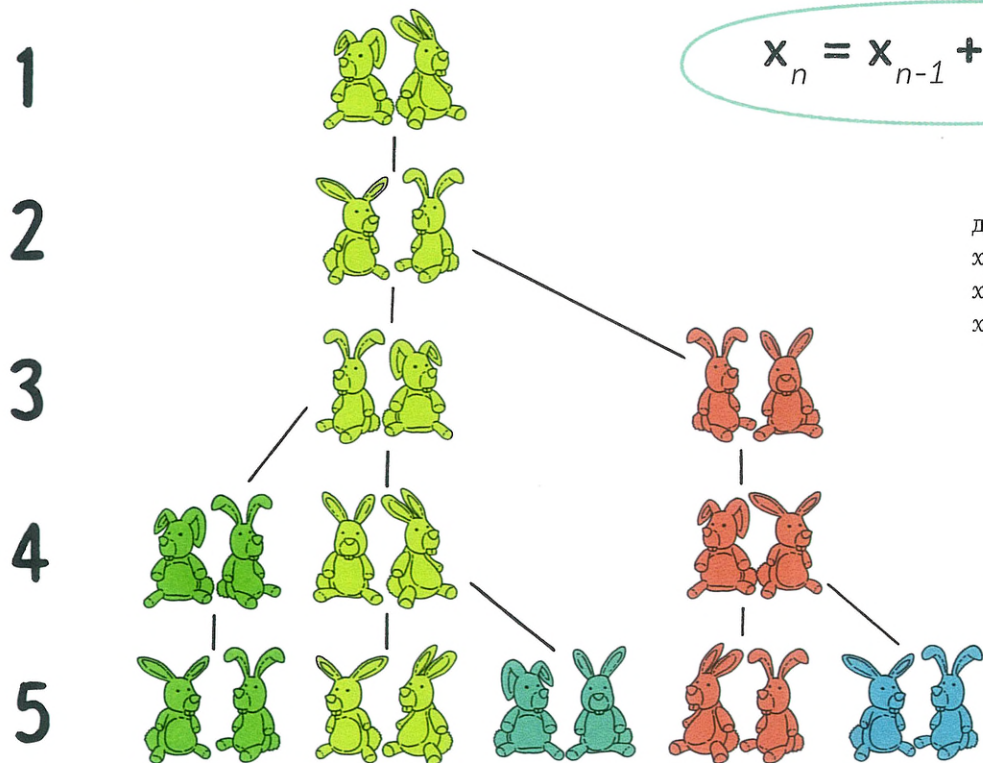
$$x_n = x_{n-1} + x_{n-2} \dots$$

де:

x_n — порядкове число місяця;

x_{n-1} — попередній місяць (n-1);

x_{n-2} — місяць, який йому передує (n-2).



**СКІЛЬКИ
 НА ОСТРОВІ
 КРОЛИКІВ?**

Прості, як ті числа

Круті були древні греки, правда? Вони добряче попітніли над математикою – завдяки їм у нас менше роботи. Ератосфен із Кірени (бл. 276 р. до н. е. – бл. 195 р. до н. е.) – давньогрецький учений, який придумав, як без зайвих зусиль визначити прості числа від 1 до 100.

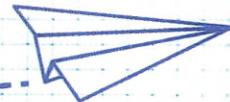
Розрахунки

Ератосфен розробив нескладний алгоритм, який шукає прості числа до певної заданої межі: одне за одним бере натуральні числа і визначає їх дільники. Алгоритм рухається від числа до числа й відкидає всі ті, що кратні певному цілому числу. Це ефективніший спосіб визначення простих чисел, аніж шлях спроб і помилок.

Ератосфен був також поетом, астрономом і географом. Він першим вжив у грецькій мові слово «географія», а також заклав основи цієї дисципліни.

«Відсіє двійки, відсіє трійки, решето Ератосфена, дільники всі прожени, прості числа залиши».
Анонім

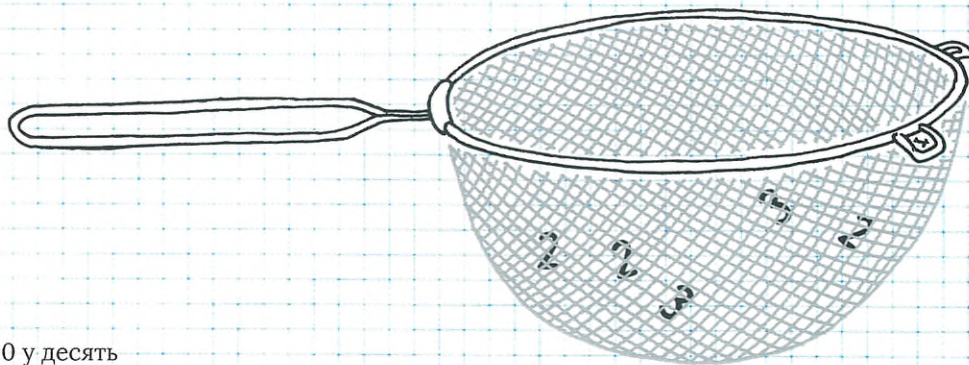
Це цікаво!



Спробуймо!

Прості числа — це ті числа (більші за 1), які діляться тільки на одиницю і самі на себе.

1. Запиши всі числа від 1 до 100 у десять рядів по десять.
2. Викресли одиницю, бо всі прості числа більші за число 1.
3. Двійка — просте число, тому можеш її залишити, а от всі множники числа 2 закресли (тобто всі парні числа).
4. Трійка — теж просте число, тому її залиш, а всі множники числа 3 викресли.
5. Наступне число — п'ятірка (бо четвірку ми вже викреслили). Залишаємо число 5 і викреслюємо усі його множники.
6. Останнім у першому ряду залишилося число 7 — викреслюй усі його множники.
7. От і все. Числа, які залишилися (у таблиці позначені білим кольором) — прості числа.



Відповідь

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Теорема про чотири кольори

Зазвичай математика асоціюється з точними науками, та чи стосується вона якось інших дисциплін? Мабуть, географія точно не спаде тобі на думку, еге ж? Однак саме задача про кольори на карті світу роками не давала математикам спокою.

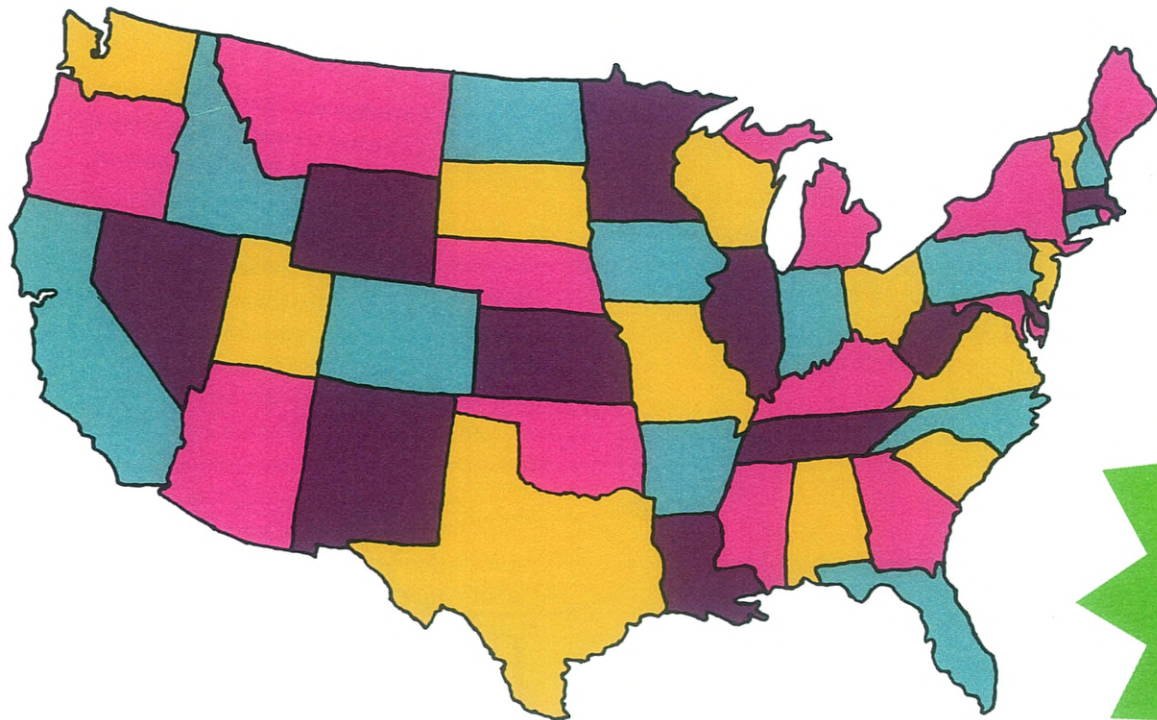
Спробуймо!

Щоб уникнути плутанини, на політичній карті сусідні країни мають бути різних кольорів. У XIX столітті це ускладнювалося питанням коштів: що більше барв, то дорожче обходився друк карти. Отож, яка найменша кількість кольорів потрібна, щоб сусідні країни завжди були розмальовані по-різному?

Над цим пітніло багато математиків. У 1850-х роках англієць Френсіс Ґатрі сказав, що досить чотирьох кольорів, а 1879 року адвокат із Лондона Альфред Брей Кемпе запропонував розв'язок, який через 11 років визнали хибним. Задача ще 100 років бентежила математиків.

Розрахунки

У математиці є теорема про чотири кольори, яка стверджує: коли поділити площину на суміжні ділянки так, щоб утворилася фігура під назвою «карта», досить чотирьох кольорів, щоб зафарбувати ділянки карти в такий спосіб, аби жодна з них не була такого самого кольору, що й прилегла до неї ділянка. Хибний розв'язок Кемпе спирався на припущення про «неминучий набір» конфігурацій (що впливало з праці Леонарда Ейлера про геометричні фігури), згідно з яким країна могла мати не більше п'яти сусідок. Кемпе також заявив: якщо для карти потрібно буде чотири кольори, треба забрати одну країну-сусідку і обійтись чотирма кольорами. А потім повернути країну назад і подивитися, чи спрацює та сама конфігурація. Це так зване поняття про скоротність, або звідність, надихнуло згодом математиків Гееша, Аппеля й Гакена.



Туреччина –
офіційно, політично
й географічно – належить
і до Європи, і до Азії.
Босфорська протока –
межа, що розділяє ці
частини світу.

Це цікаво!

Відповідь

Відповідь виявилася геть не математична. У 1960-х роках німецький математик Гайнріх Гееш продовжив дослідження Кемпе, але вже на комп'ютері. Новина про це долетіла до двох американців: Кеннета Аппеля та Вольфганга Гакена з Іллінойського університету. Вони написали комп'ютерну програму, що випробовувала всі можливі конфігурації і скорочувала їх, аж поки не було куди продовжувати. Тоді процес зупинявся і програма починала все спочатку з іншою конфігурацією. І от у червні 1976 року, після близько 2 000 випробуваних конфігурацій і 1 000 годин роботи комп'ютера, задачу було розв'язано.

Римські цифри рулять!

Давні римляни залишили нам цікавий математичний спадок: систему числення, що використовує літери, а не добре знайомі нам арабські цифри. Багато хто звинувачує цю складну систему в тому, що Римська імперія, а пізніше Римська республіка не дали світові знаменитих математиків і не можуть похвалитися жодними звершеннями у математиці, хоча в інших сферах досягли значних успіхів.

Спробуймо!

Як записати 2013 рік римськими цифрами?

Римляни використовували особливий спосіб запису чисел, в основі якого лежали такі символи:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX

10	20	30	40	50	60	70	80	90
X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC

100	200	300	400	500	600	700	800	900	1,000
C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM	M

Щоб записати 2013 римськими цифрами, треба поділити це число на складові — тобто на тисячі, сотні, десятки й одиниці, — а тоді записати їх одна за одною:

$$2\,000 = MM$$
$$13 = XIII$$

Відповідь
2013 = MMXIII

Спробуй відгадати таку загадку.
Одне число має чотири літери.
Забери дві — і в тебе лишилась
четвірка. Забери ще одну
літеру — і залишилась п'ятірка.
Яке в тебе вийшло слово?
(Підказка: слово має бути
англійською мовою).

Це цікаво!

Відповідь
шукай на
с. 112.



Запиши дату свого народження римськими цифрами!

Розрахунки

В основі римської системи числення лежать символи, що їх використовували етруски – цивілізація, яка жила на північному заході Італії приблизно від 1200 року до заснування Римської республіки у I столітті до нашої ери.

Багато хто вважає, що числа 1–5 схожі за формою на пальці: I – один палець, II – два пальці і так далі, а дивна фігура V – це великий палець. Символ десятки – X – це два схрещені великі пальці. Символи більших чисел – L, C, D та M – видозмінені форми символів V і X.

Числа утворюються шляхом додавання й віднімання на основі таких правил:

1. Якщо менший символ іде після більшого символу – його треба до нього додати:

$$VI = V + I = 5 + 1 = 6$$

2. Якщо менший символ – перед більшим символом, то його треба відняти:

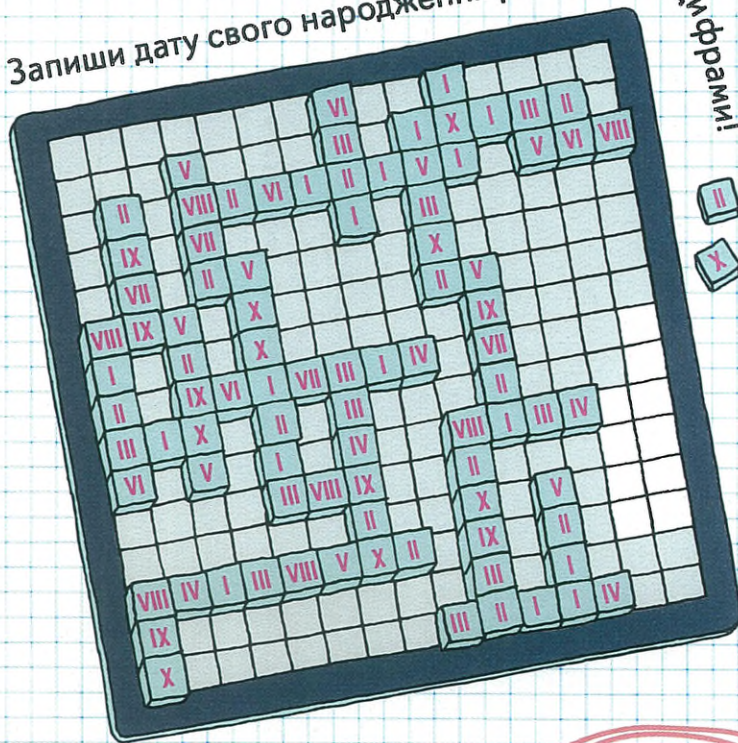
$$IX = X - I = 10 - 1 = 9$$

3. Один і той самий символ не можна використовувати більш як тричі поспіль.

4. Лінія, проведена над літерою чи комбінацією літер, збільшує значення числа у 1 000 разів.

$$XV = 15$$

$$\overline{XV} = 15\,000$$



Що спільного у квадрата й кола?

Ну ж бо, підступай до лінії – час метати дротики. Але якого розміру коло, в яке ти цілишся? («Яблучко» розглядати не будемо – ти й так ніколи в нього не влучиш!) Ми вже з'ясували, як вирахувати довжину кола (дивись на с. 48–49), тепер час навчитися визначати площу круга.

Спробуймо!

Дошка для гри у дротики має радіус 22,86 см, а «яблучко» в її центрі – 1,27 см. Яка площа дошки за межами «яблучка»?

Формула площі круга:

$$\text{Площа} = \pi r^2$$

Радіус — це відстань від центра кола до його краю, а також половина діаметра.

Отож вираховуємо площу більшого круга:

$$\begin{aligned} \pi r^2 &= \\ \pi \times (22,86 \text{ см})^2 &= \\ \pi \times 522,58 \text{ см}^2 &= \\ 1\,641,73 \text{ см}^2 & \end{aligned}$$

Це цікаво!

Наразі світовий рекорд із запам'ятовування числа «пі» – до 100 000 знаків після коми – належить японцю Акірі Харагучі (нар. 1946 р.). 3 жовтня 2006 року о 9 годині ранку Харагучі почав називати цифри і через 16 годин дійшов до 100 000-го знака. При цьому він що дві години робив п'ятихвилинні перерви, аби перекусити. У липні 2005 року Харагучі встановив попередній світовий рекорд – до 83 431-го знака після коми. Однак у Книгу рекордів Гіннеса його досягнення поки не увійшли – поточним рекордсменом там зазначений китаець Лю Чао (який 2005 року назвав 67 890 цифр).



Розрахунки

Для будь-якого кола діє правило: окружність, поділена на діаметр, дорівнює 3,141592... Про це відношення знали ще з давніх часів, проте грецькою літерою л (пі) його описав 1706 року валлійський математик Вільям Джонс (1675–1749 рр.).

л — це ірраціональне число, яке не можна записати дробом. Виражене у формі десяткового числа, л має безкінечну кількість цифр, між якими немає закономірності, хоча математики намагаються все-таки визначити бодай якусь, вираховуючи дедалі більше знаків після коми: наразі число л вираховували до понад десяти трильйонів (10^{13}) знаків.

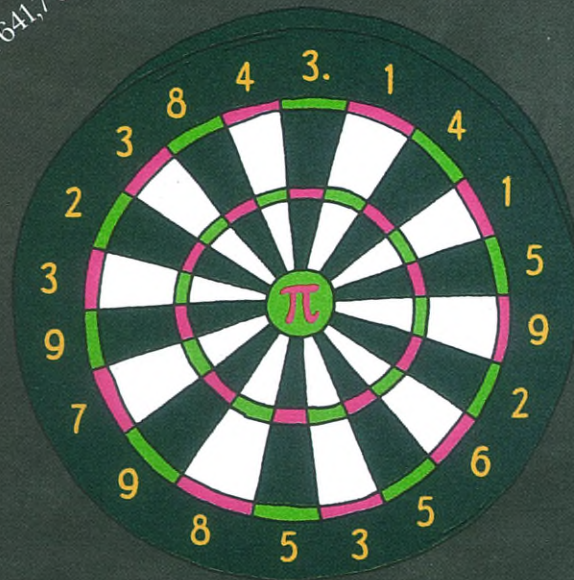
Площа меншого круга:

$$\begin{aligned} \pi r^2 &= \\ \pi \times (1,27 \text{ см})^2 &= \\ \pi \times 1,61 \text{ см}^2 &= \\ 5,06 \text{ см}^2 & \end{aligned}$$

Відповідь

І це дає нам:

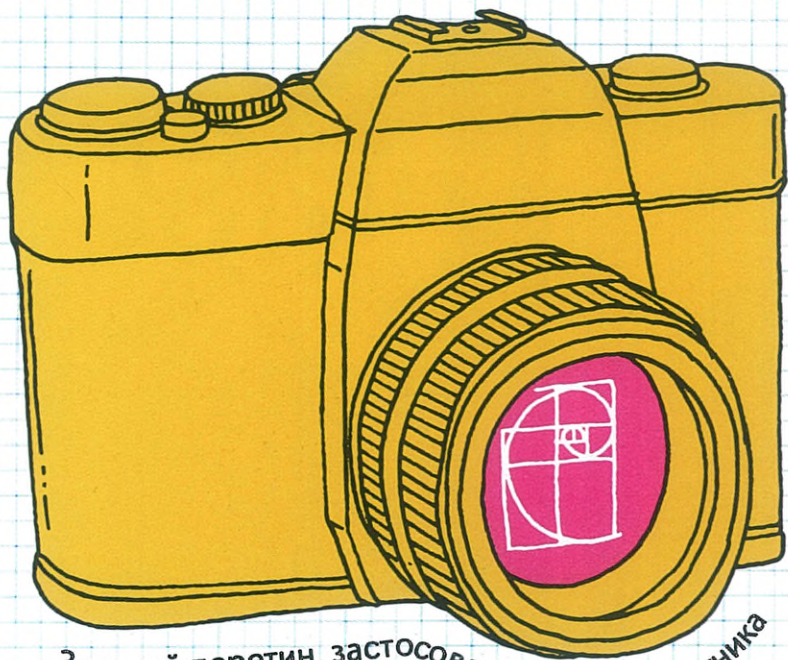
$$1641,7 \text{ см}^2 - 5,06 \text{ см}^2 = 1636,67 \text{ см}^2$$



Щоб дізнатися площу дошки за межами «яблчка», треба відняти площу меншого круга від площі більшого.

Золоте фото

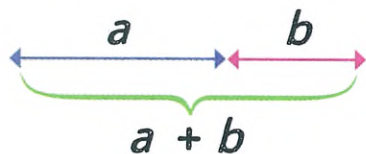
Золотий перетин, що його дає нам послідовність Фібоначчі (дивись на с. 82–83), допоможе вдало виставити композицію і робити класні фотографії. Отож вмикай камеру – на плівковому фотоапараті, дзеркалці чи просто на телефоні – і клацай, скільки душа забажає. Тільки не забувай про золоте правило!



Золотий перетин, застосований до прямокутника

Розрахунки

У математиці та мистецтві дві величини (два числа) утворюють золотий перетин, якщо співвідношення їх суми до більшої величини (до більшого числа) дорівнює співвідношенню більшої величини до меншої (більшого числа до меншого).



$a + b$ так само співвідноситься до a ,
як a до b

Золотий перетин позначають грецькою літерою ϕ (фі), а його значення становить 1,618033... Це дуже популярне співвідношення, яке застосовують далеко за межами математики: у дизайні, мистецтві, архітектурі, музиці. А ще воно трапляється у природі.

ЗОЛОТИЙ ПЕРЕТИН

Спробуймо!

Уперше золотий перетин дослідили давньогрецькі математики, бо вони зіткнулися з цим поняттям, коли вивчали п'ятикутники та пентаграми. 1202 року Фібоначчі оприлюднив послідовність чисел, що була названа його іменем (дивись на с. 82–83), і тоді стало очевидно: що далі рухаєшся послідовністю Фібоначчі, то співвідношення між числами ближче до золотого перетину.

Але до чого тут фотографії? Якщо застосувати принцип золотого перетину до прямокутника, виявиться, що найприємніша для ока форма — та, в якій співвідношення коротшої і довшої сторін дорівнює приблизно 1,6, тобто значенню ϕ . А якщо поділити цей прямокутник на квадрат і ще один прямокутник, менший прямокутник вийде «золотим». Якщо продовжувати далі, утвориться спіральна фігура, схожа на морську мушлю, яка, до речі, побудована згідно з послідовністю чисел Фібоначчі.



Відповідь



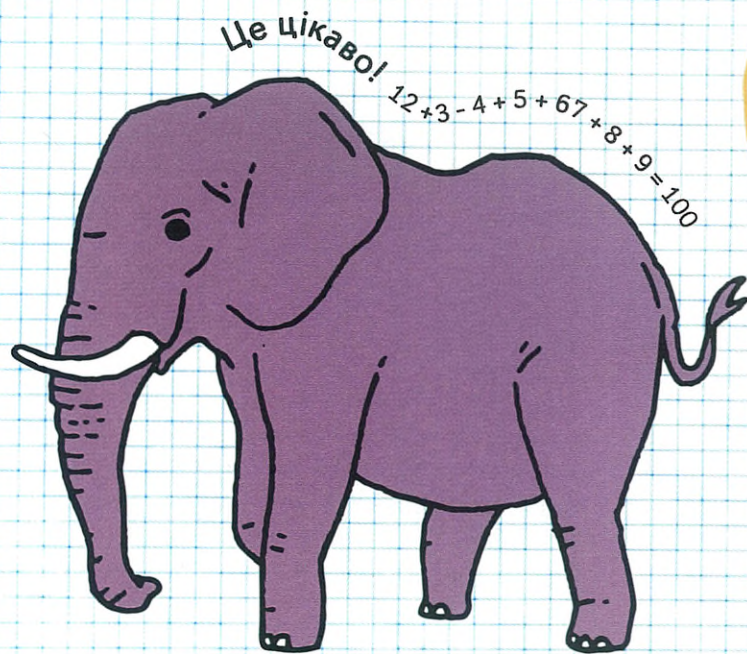
Коли фотографуєш, уяви собі, що накладаєш на зображення спіраль Фібоначчі. Тоді розмісти найважливіший елемент знімка — наприклад, очі приятельки або гарну будівлю — не по середині зображення, а по середині спіралі Фібоначчі, трохи зміщеній від центру фото. Спробуй — це справді працює!

Це цікаво!

Близько 2 500 років тому давньогрецький скульптор і архітектор Фідій використав золотий перетин, коли створював статуї для Парфенону. У XX столітті це співвідношення почали записувати за допомогою грецької літери « ϕ » саме на його честь, адже це перша літера його імені.

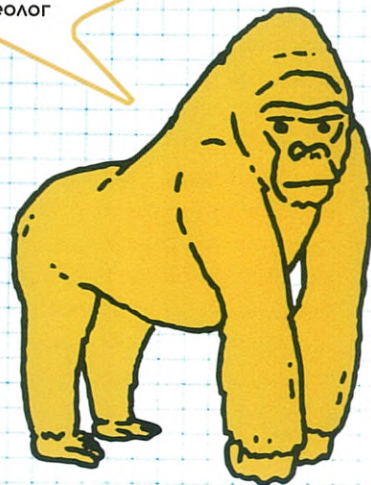
А в мене більше, ніж у тебе!

Математика не завжди має справу з абсолютними значеннями. Іноколи ми порівнюємо щось одне з чимось іншим і визначаємо їхнє значення одне відносно одного: Петро біжить швидше за Івана; у Наталі волосся довше, ніж у Софії, і так далі. Це так звані нерівності. Вони теж позначаються особливими символами, і це класно – адже той, хто їх вживає, здається суперрозумником.



«Через медицину люди стають хворими, через математику – сумними, а через теологію – грішними».

Мартін Лютер, німецький теолог



Спробуймо!

У кінотеатрі всі фільми мають певну класифікацію, яка підказує, чи підходить фільм для твоєї вікової категорії. Наприклад, якщо фільм із позначкою «15», це означає, що діти, молодші п'ятнадцяти років, не можуть його дивитися. Як записати таку нерівність? Ти, напевно, подумала чи подумав, що це несправедливо, але зараз ми говоримо про трохи іншу нерівність.

Отож, щоб подивитися фільм із позначкою «15», треба мати більш ніж 15 років. Запис цієї нерівності виглядає так:

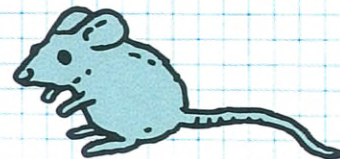
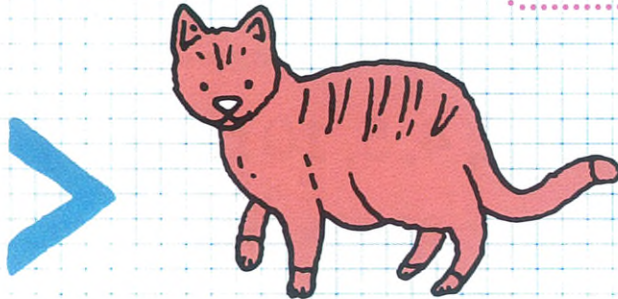
$$>15$$

Але ж тобі може бути і рівно 15...

Відповідь

...а це означає: для того, аби ти міг чи могла подивитися фільм із позначкою «15», твій вік має бути:

$$\geq 15$$



Розрахунки

Термін «нерівність» описує величини, які не є рівними, тобто однаковими. Найтипівіші нерівності:

- > більше, ніж...
- < менше, ніж...

Запам'ятай, що «дзюбик» завжди показує на менше число: **ВЕЛИКЕ** > **мале**.

Нерівності також можуть містити в собі «дорівнює»:

- ≥ більше, ніж... або дорівнює
- ≤ менше, ніж... або дорівнює

Діло дільника величає

У математиці розкласти число на дільники – це наче пропустити його через м'ясорубку: так ти дізнаєшся, на які числа воно ділиться, окрім одиниці й самого себе. А ще це допоможе з'ясувати, які числа мають спільні дільники.

Спробуймо!

Я маю 80 льодяників, але не знаю, скільки дітей прийде на вечірку – 12 чи 20. Я не хочу ділити льодяники під час святкування, тож як мені поділити їх так, щоб кожна дитина в будь-якому разі отримала якомога більше льодяників?

Дільники числа 12:

1, 2, 3, 4, 6 і 12

Дільники числа 20:

1, 2, 4, 5, 10 і 20

Що трапляється раз на секунду, двічі за дві доби й жодного разу – на тисячу років? (Відповідь шукай на с. 112).

Це цікаво!

Розрахунки

Тут ми визначаємо найбільший спільний дільник чисел 12 і 20. Найбільший спільний дільник (НСД) двох цілих чисел — це найбільше ціле число, що є дільником цих обох чисел.

НСД ще можна визначити, склавши добуток простих множників, які з'являться в обох рядках, тобто — у цьому випадку — лише двійок.

Отож:

$$2 \times 2 = 4$$

Ще одна поширена дія з дільниками — обчислення найменшого спільного кратного. Найменше спільне кратне (НСК) двох цілих чисел — це найменше ціле число, яке діляться на ці обидва числа. Щоб його визначити, треба перемножити всі прості множники, які є і в першому, і в другому рядку:

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

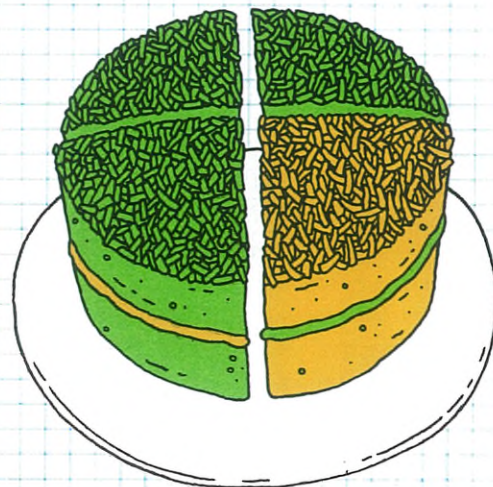
$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$\text{НСК} = 2 \times 3 \times 5 = 60$$



Шість цього і півдюжини он того

Дроби – це, звісно, класно, але що з ними робити? Я хочу половину цього тортика, третину того, і он той теж такий нічогенький, але краще обмежитися четвертиною. А скільки ж це буде все разом? Ох, я вже знаю відповідь – «забагато»!



Спробуймо!

Скільки буде $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$?

Ось три кроки для додавання дробів:

Крок 1 Переконайся, що числа внизу (знаменники) однакові.

Крок 2 Додай числа вгорі над знаменниками (чисельники).

Крок 3 Якщо потрібно, скороти дріб.

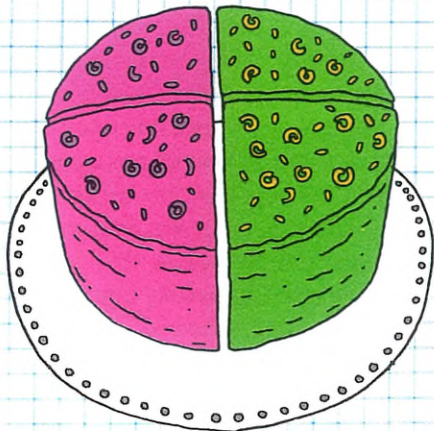
Тут знаменники різні, отже, треба звести їх до одного значення. Один зі способів: визначити найменше спільне кратне (НСК) трьох чисел (дивись на с. 96–97). Прості множники 2, 3 і 4, якщо їх перемножити, дадуть:

$$\text{НСК} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

Це означає, що найменший спільний знаменник має бути виражений як дванадцята частина від цілого. Отже:

$$\frac{6}{12} \text{ (дорівнює } \frac{1}{2} \text{)} + \frac{4}{12} \text{ (дорівнює } \frac{1}{3} \text{)} + \frac{3}{12} \text{ (дорівнює } \frac{1}{4} \text{)}$$

Щоб визначити загальну суму, треба додати чисельники.



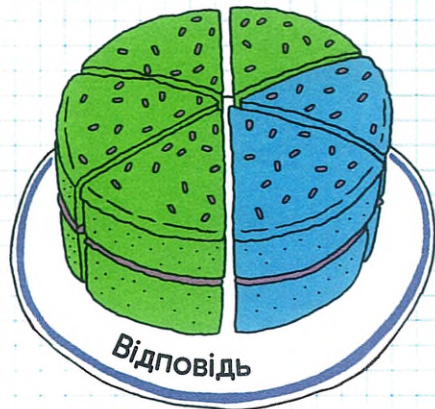
Розрахунки

Віднімати дроби потрібно так само, а от множити й ділити — по-іншому. Щоб помножити дроби, зроби ось що:

1. Перемнож чисельники.
2. Перемнож знаменники.
3. Якщо потрібно, скороти дріб.

А щоб поділити:

1. Оберни другий дріб догори дригом.
2. Помнож перший дріб на другий.
3. Якщо потрібно, скороти дріб.



$$\frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12} = 1 \frac{1}{12}$$

$\frac{13}{12}$ — неправильний дріб (чисельник більший

за знаменник), а це свідчить про те, що торта комусь явно забагато!

ДРОБИ — ЦЕ ВЕСЕЛО!

Одні дроби дають нам повторювані числа, як-от $\frac{2}{3}$, що дорівнює 0,66666...

Інші дають цікавіші числа, наприклад, $\frac{617}{500} = 1,234$, а ще

інші утворюють шаблони, що регулярно повторюються:

$$\frac{152}{333} = 0,456456456\dots$$

Це цікаво!

Евклід був парубок моторний

Евклід жив і працював наприкінці IV століття до нашої ери і був давньогрецьким математиком, який прославився трактатом «Начала» – найвпливовішою працею в історії математики. Про його життя мало що відомо, зате його методи аж до початку XX століття лежали в основі підручників з математики. У спадок своїм нащадкам Евклід залишив, зокрема, алгоритм обчислення найбільшого спільного дільника (НСД, с. 96–97) без використання множників.

Спробуймо!

Вирахуй НСД чисел 36 і 15, використовуючи Евклідовий алгоритм.

У сьомій книзі «Начал» Евклід описує, як обчислити НСД, не перелічуючи його множників. Щоб визначити НСД чисел 36 і 15, виконай такі кроки:

Крок 1 Поділи більше число на менше:

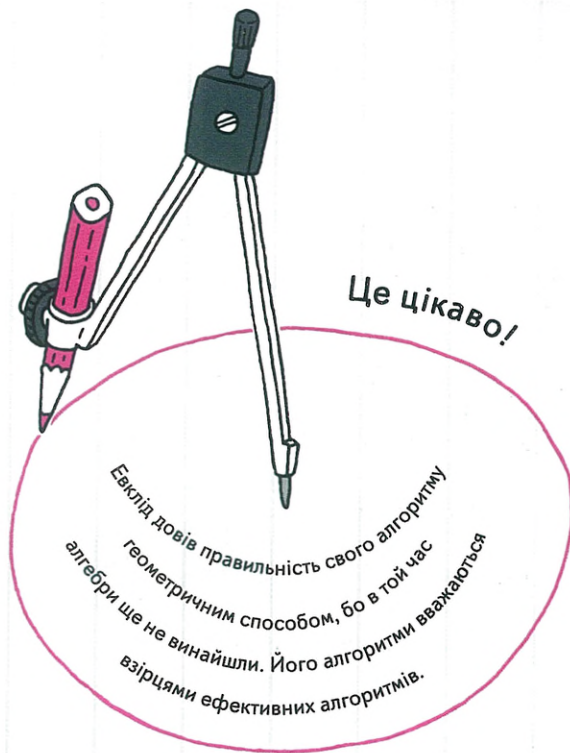
$$36 : 15 = 2 \text{ (остача 6)}$$

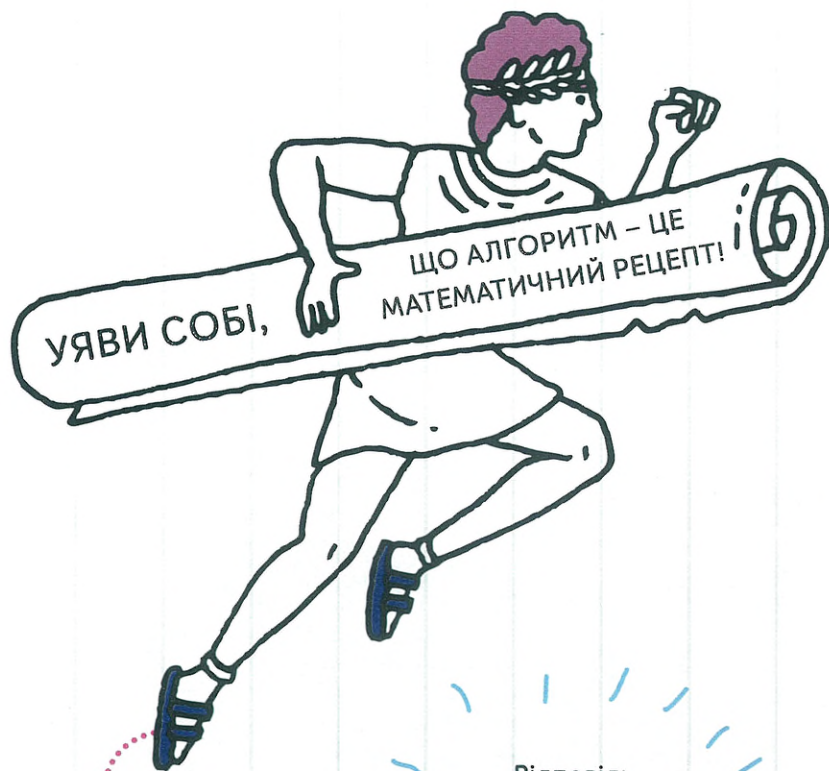
Крок 2 Поділи менше число на остачу:

$$15 : 6 = 2 \text{ (остача 3)}$$

Крок 3 Поділи першу остачу на другу:

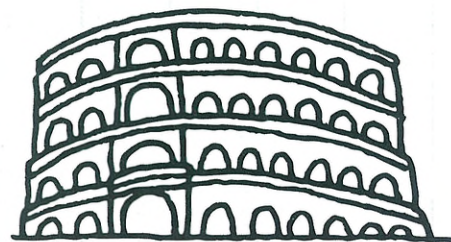
$$6 : 3 = 2 \text{ (остача 0)}$$





Відповідь

Остання ненульова
остача – це і є НСД,
отож НСД = 3.



Розрахунки

Алгоритм – це покроковий процес виконання певної операції. Щось схоже на рецепт, тільки не кулінарний, а математичний. Наш алгоритм можна записати так.

Для двох чисел a і b :

$a : b$ дає остачу r

$b : r$ дає остачу s

$r : s$ дає остачу t

...

$w : x$ дає остачу y

$x : y$ не дає остачі.

Тут y – це НСД a і b . Якщо перший крок остачі не дасть, тоді b (менше з двох чисел) і є НСД.

Як зламати шифр

Усі люблять шпигунські романи, але шпигун має справу не тільки з пістолетами і гаджетами, а й з таємницями. Шифри – як-от шифр простої заміни, наведений на цій сторінці, – здавна використовують, щоб захищати інформацію від ворогів. Ними користувалися Юлій Цезар, Марія Стюарт, королева Шотландії та розробники німецької шифрувальної машини «Енігма» за часів Другої світової війни.

Спробуймо!

Код і шифр – це форми таємної комунікації. Код замінює цілі слова, фрази й речення групами літер або чисел; шифр змінює порядок літер або замінює їх іншими літерами чи символами, щоб приховати повідомлення. Цей процес називається кодування або шифрування.

Ось повідомлення, яке можна було б залишити рідним чи друзям. Але про що в ньому йдеться?

ІІШФ МЖВ ІЄІЄЙІЛЙ

Надсилаючи закодовані повідомлення своїм генералам, Юлій Цезар використовував шифр, який заміняв кожен літеру на ту, що стояла на три позиції далі в абетці: замість А він писав Г, замість В – Д і так далі. Ану ж спробуй зламати цей шифр, скориставшись ключем у таблиці:

А	Б	В	Г	Ґ	Д	Е	Є	Ж	З	И	І	Ї	Й	К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ь	Ю	Я
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32

Розрахунки

Щоб створити шифр, ми додаємо до числа, присвоєного початковій літері, трійку, тобто для А у нас виходить:

$$0 + 3 = 3$$

Число 3 у нашій абетці відповідає літері Г, тому ми замінитимемо нею літеру А. Наступна літера — Г. Їй відповідає число 4, отже:

$$4 + 3 = 7$$

Тут число 7 — це Є, а отже, під час шифрування Г ставатиме Є. Щоб розшифрувати текст, треба зробити навпаки, тобто кодування — це додавання, а декодування — віднімання. Наука криптологія називає метод, за допомогою якого створюють код, алгоритмом, а таблицку, що допомагає зашифрувати й розшифрувати початкове повідомлення, — ключем.

Коли дивишся на зашифроване повідомлення, зверни увагу, які літери трапляються найчастіше, а тоді подумай, які літери в абетці найбільш уживані. Частотний аналіз — один зі способів, що за їх допомогою експерти ламають код.

Відповідь

Повідомлення звучить так:
«Ключ під килимком».

Це цікаво!

Шифрувальну машину «Енігма» винайшов 1918 року Артур Шербіус — німецький бізнесмен, який продавав її банкам. Перед Другою світовою війною і під час неї нацисти користувалися військовою моделлю цієї машини. Німці вважали, що їхній код незламний, але експерти з дешифрування — спочатку в Польщі, а потім у Британії — зуміли зламати код, скориставшись «Бомбою» — першим комп'ютером Алана Тюрінга, і пришвидшили кінець війни щонайменше на два роки.

За даними нашого опитування...

Ти провів чи провела опитування і хочеш підготувати класну презентацію, але не знаєш, як краще подати інформацію? Самі числа – це нудно, але, на щастя, є різні типи графіків, які допоможуть викласти дані у цікавій формі.

Спробуймо!

Ти опитав чи опитала 20 приятелів. Ось які телевізійні програми вони любляють найбільше:

Розважальні програми	Кулінарні шоу	Комедійні передачі	Новини	Спортивні програми
5	4	6	1	4

Як подати цю інформацію у формі стовпчикової і кругової діаграм?

За допомогою стовпчикової діаграми ти покажеш, скільки друзів любить ті чи ті програми. Отож вертикальна вісь має відображати кількість осіб, а горизонтальна – тип програми.



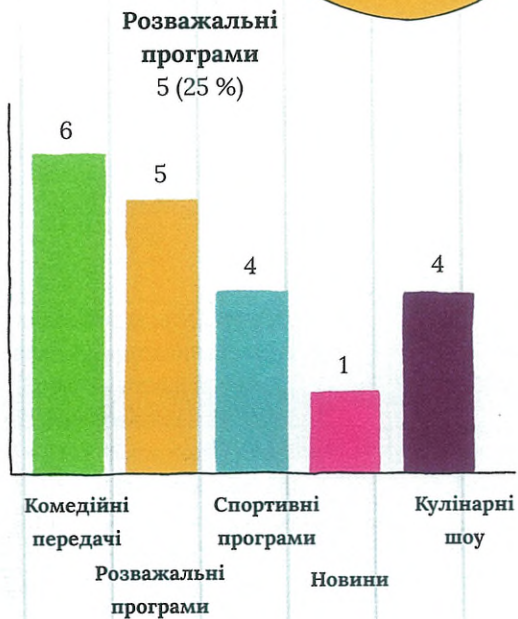
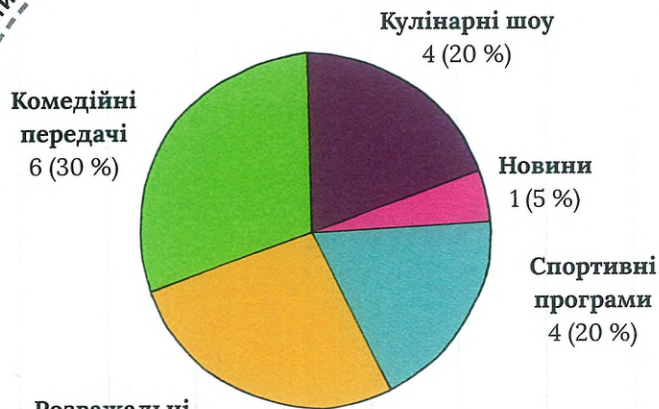
Розважальні програми	Кулінарні шоу	Комедійні передачі	Новини	Спортивні програми
5	4	6	1	4
$5/20 = 25\%$	$4/20 = 20\%$	$6/20 = 30\%$	$1/20 = 5\%$	$4/20 = 20\%$
$25\% \text{ від } 360^\circ = 90^\circ$	$20\% \text{ від } 360^\circ = 72^\circ$	$30\% \text{ від } 360^\circ = 108^\circ$	$5\% \text{ від } 360^\circ = 18^\circ$	$20\% \text{ від } 360^\circ = 72^\circ$

Створити кругову діаграму, розподілену на секції, розмір яких співвідноситься з певними даними, трохи складніше. По-перше, треба визначити, який відсоток друзів із цілої групи (20 осіб) надає перевагу тим чи тим програмам.

Потім треба визначити кут кожної секції як відсоток від 360 градусів (кількість градусів у крузі).

А тепер можна сміливо ділити круг на відповідні секції (тут варто скористатися транспортиром).

Відповідь
Улюблений вид телепрограм



Тетрафобія – це страх числа чотири. У Китаї та інших країнах Південно-Східної Азії, як-от у Кореї, Японії та В'єтнамі, слово «чотири» звучить подібно до слова «смерть». Тому четвірок та інших чисел, що містять четвірки, всіляко уникають. Наприклад, у будинках може не бути четвертого поверху, а на весіллях чи вечірках нема столика під номером чотири.

Це цікаво!

Розрахунки

Це лише два способи відобразити інформацію графічно. Вони добре показують відносний обсяг даних. Крім того, є ще такі графіки.

Гістограми: подібні до стовпчикових діаграм, на яких площі стовпчиків пропорційні кількості даних.

Лінійні графіки: показують певним чином пов'язану інформацію – наприклад, зміни, які відбуваються з плином часу.

Точкові діаграми: протиставляють один набір даних іншому, щоб показати взаємозв'язок між ними.

Піктограми: відображають дані у вигляді малюнків.

Магічні квадрати

Ти знаєш, що таке sudoku? Ці жажливі числові головоломки всюди – у книжках, газетах, інтернеті. Хочеш навчитися їх лускати, мов горішки? Тоді почнемо спочатку: з'ясуємо, як побудовані магічні квадрати, а далі ти вже знатимеш, що робити.

Спробуймо!

Як побудувати квадрат із послідовних чисел так, щоб сума чисел у кожному рядку, в кожній колонці і кожній діагоналі була однаковою? Затули табличку, надруковану внизу, намалюй власну табличку і спробуй виконати це завдання самостійно.

Крок 1 Намалюй табличку 3×3 . Посередині верхнього рядка напиши одиницю.

Крок 2 Рухайся від чарунки до чарунки і одне за одним розміщуй числа. Написавши число, не забудь переміститись:

- якщо це можливо – по діагоналі вище і праворуч;
- якщо неможливо – у чарунку нижче;
- якщо ти вийдеш за межі квадрата з одного боку, повернися назад, але вже з іншого.

Крок 3 Написавши одиницю, ти мусиш перейти вище і праворуч, але тоді ти вийдеш за межі квадрата, тому двійка опинилася у нижньому правому куті. Так само з трійкою: після двійки ти виходиш за межі правого боку квадрата, тому мусиш написати трійку ліворуч у середньому ряду. Місце, де мала б опинитися четвірка, уже зайняте, отож пишемо її внизу під трійкою, і так далі.

Відповідь

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Як бачиш, числа в кожному рядку, у кожній колонці й кожній діагоналі дають у сумі 15. Зможеш намалювати таку саму табличку, але розміром 5×5 ? (Відповідь дивись на с. 112).

Розрахунки

Метод, за яким ми побудували цей квадрат, – це алгоритм (тобто серія кроків), знаний під багатьма назвами, зокрема як алгоритм де ла Лубера, східчастий метод або сіамський метод. Симон де ля Лубер – французький математик і дипломат, який привіз цей метод із Сіаму (сучасний Таїланд) у XVII столітті. Він описав його у книжці «Нова історична розвідка про Королівство Сіам» 1693 року. Цей метод діє на основі простої арифметичної прогресії і працює за умови, якщо почати з будь-якого непарного числа. (Звичайний магічний квадрат починається з одиниці; магічний квадрат може початися з будь-якого додатного числа). Алгоритму побудови магічних квадратів, який починався б із парного числа, не існує.



		6			9	2		
	8			6			7	
4			5					8
		2	7					3
	3			5			9	
1					3	5		
7					1			4
	6			2			1	
		4	9			8		

СКЛАДИ ВЛАСНЕ СУДОКУ!
СПРОБУЙ!



Це цікаво!

Якщо повернути чи віддзеркалити будь-який магічний квадрат, вийде інший магічний квадрат. Серед квадратів розміром 3×3 є тільки один нормальний магічний квадрат, тобто заповнений цілими числами від 1 до n^2 , а серед квадратів 4×4 – 880 нормальних магічних квадратів. Що більший розмір квадрата, то більша кількість нормальних магічних квадратів – і то суттєво більша. Серед квадратів розміром 5×5 їх понад 13 мільйонів!

X та Y ти з ока не спускай!

Рівняння з двома чи більше невідомими, що мають те саме значення у кожному рівнянні, необияк дратують, але насправді вони корисні. Тому не злись, а подивись на ікси з ігреками без страху в очах.

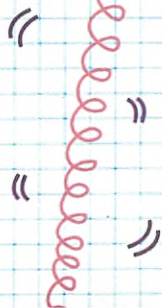
Спробуймо!

Уявімо, що ти в лондонському кафе з двома компаніями друзів. Вам принесли два рахунки. Тобі відомо, яка загальна сума в кожному рахунку, і ти знаєш, хто що замовляв. Але як визначити, що скільки коштувало?

У першій компанії вас було шестеро. Всі замовляли комплексний обід, а п'ятеро ще пили каву. Рахунок принесли на суму 37,5 фунта. У другій компанії — четверо. Усі, знову ж таки, замовляли комплексний обід, але

цього разу каву пило тільки двоє і рахунок вийшов на 23 фунти. Скільки коштував комплексний обід і кава? Отож нехай x дорівнює вартості обіду, а y — ціні кави. Маємо такі рівняння:

$$\begin{cases} 6x + 5y = 37,5 \\ 4x + 2y = 23 \end{cases}$$



Жодне з невідомих не скорочує іншого (тобто нема такого, щоб в одному рівнянні було « $+x$ », а в другому — « $-x$ »), а значить, треба надати одному з невідомих однакове значення в обох рівняннях. Хай цим невідомим буде y .

Помножимо перше рівняння на два, отримавши:
 $12x + 10y = 75$

Помножимо друге рівняння на п'ять, отримавши:
 $20x + 10y = 115$

Символ « \Rightarrow » (знак «дорівнює») винайшов у XVI столітті математик з Уельсу Роберт Рекорд, якому набридло постійно писати в рівняннях «дорівнює».

Це цікаво!

Дивись, щоб очі не сХрестились!

РІВНЯННЯ ІЗ ДВОМА НЕВІДОМИМИ БУВАЮТЬ КОРИСНИ

Відповідь

Щоб дізнатися значення x , відніми перше рівняння від другого, скоротивши y :

$$(20x - 12x) + (10y - 10y) = 115 - 75$$

$$8x = 40$$

$$x = 5$$

Тепер підстав значення x у перше рівняння й перебудуй його так, аби дізнатися значення y (перевір, чи відповідь правильна, упевнившись, що з другим рівнянням це теж працює):

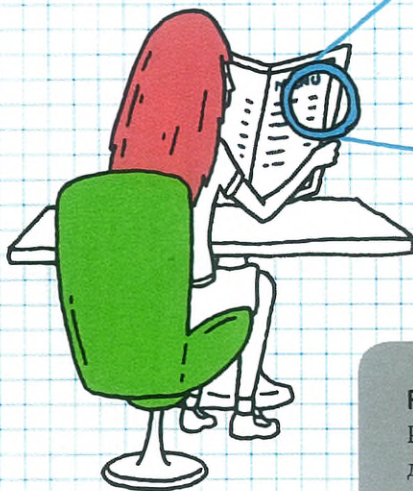
$$6(5) + 5y = 37,5$$

$$30 + 5y = 37,5$$

$$5y = 37,5 - 30$$

$$5y = 7,5$$

$$y = 7,5 : 5 = 1,5$$



Обіднє меню
Кава
Комплексний обід
Скільки за все разом?

Розрахунки

Рівняння із двома невідомими потребують навичок детектива: спочатку треба вибрати одного підозрюваного і змусити його виказати своїх посіпак, тоді скористатися найменшим спільним кратним (дивись на с. 96–97), щоб усі розповіли одну й ту саму історію, а потім забрати одного від другого і переставити їх так, щоб отримати бажану відповідь. Готово!

Отож комплексні обіди коштували 5 фунтів, а кава — 1,50 фунта.

Дзеркальне відображення

Симетрія – у різних формах і предметах довкола нас. Навіть наші перші шедеври були досконалими взірцями симетрії. Пригадуєш малюнки з дитинства? Коли на одній половині аркуша малюєш барвисте крильце метелика, а потім складаєш папір так, щоб малюнок перебився на другу половину? У той час, звісно, тобі й на думку не спадало, що маєш справу не тільки з мистецтвом, а й з математикою.

Це цікаво!

У давньогрецькій міфології Нарцис був мисливцем – дуже вродливим і водночас дуже пихатим. Богиня Немесіда (ти вже, мабуть, здогадуєшся, до чого все йде) заманила Нарциса до джерела, де той побачив своє відображення у воді й закохався в нього. Він так і загинув з любові, не в змозі відірватися від свого віддзеркалення. Нарцисами тепер називають самозакоханих людей, які нікого, крім себе, не бачать.



Відповідь

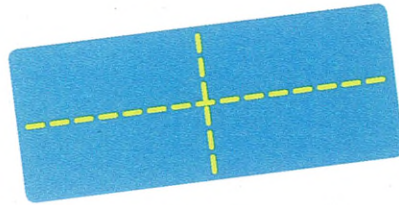
А що таке вісь симетрії у крузі? Лінія, проведена під будь-яким кутом, що проходить через центр круга, є лінією симетрії – тобто круг має нескінченну кількість осей симетрії.

Спробуймо!

Якщо скласти папір удвоє, як для малюнка з метеликом, утвориться одна вісь симетрії. А як щодо інших форм? Скільки осей симетрії у круга?

Форма симетрична, якщо — коли скласти її навпіл — верхня частина бездоганно лежить на нижній, а краї ніде не виступають. Проте деякі форми мають не одну вісь симетрії, а більше.

Прямокутник має дві осі симетрії:



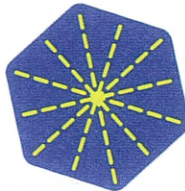
Квадрат має чотири осі симетрії:



Рівносторонній трикутник (той, усі сторони якого однакові завдовжки) має три осі симетрії:



Інші правильні багатокутники, в яких усі сторони теж однакові завдовжки, мають стільки осей симетрії, скільки у них сторін (перевір — і побачиш, що це дійсно так).



Розрахунки

У математиці зміна форм називається трансформацією. Є три основні види трансформації.

- **Віддзеркалення** Приклад, наведений на цих сторінках, стосується віддзеркалення, коли кожна точка розміщена на однаковій відстані від центральної лінії, а відображення такого самого розміру, що й оригінальне зображення.

- **Обертання** Коли зображення обертається докола центральної точки й повторюється. Кількість повторів називається порядком. У точковій симетрії зображення повторюється на однаковій відстані від початкового, але в протилежному напрямку.

- **Перенесення** Коли кожна точка форми чи предмета переноситься на ту саму відстань у тому самому напрямку.

с. 38–39 Хочу побути на самоті...

$x = 10$, $x = 8$, $x = 6$, $x = 4$, $x = 7$

с. 40–41 Чи швидко він біжить?

37,58 км за годину

с. 80–81 Корисні підказки

1. 36 6. 144

2. 88 7. 54

3. 24 8. 132

4. 84 9. 48

5. 70 10. 162

с. 88–89 Римські цифри рулять!

Слово FIVE. Забери F та E – і в тебе залишиться IV (четвірка в римській системі числення). Забери I – і отримаєш V (римська п'ятірка).

с. 96–97 Діло дільника величає

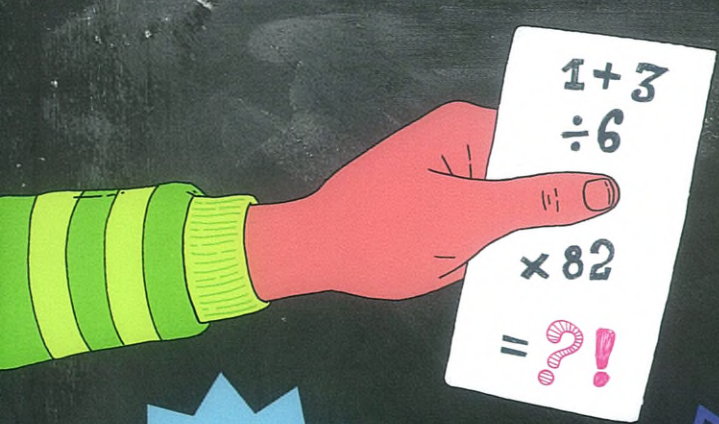
Літера д.

с. 106–107 Магічні квадрати

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

У цьому квадраті сума чисел у кожному рядку, кожній колонці й кожній діагоналі становить 65.

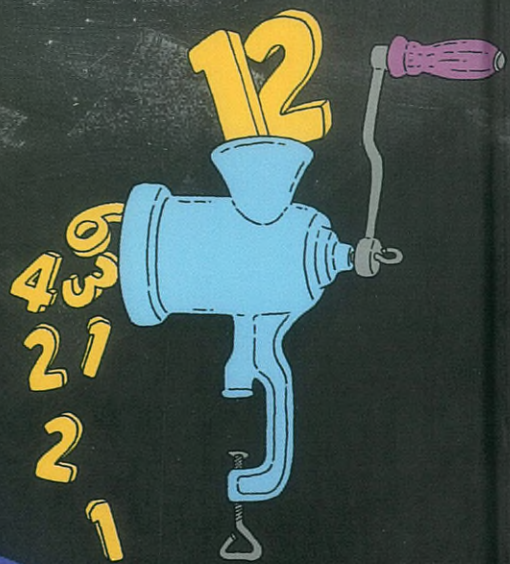
ВІДПОВІДІ!



50 крутих прийомів для тих, хто хоче ліпше знати математику!

Математика на щодень!

У цій ФАКТАстичній книжці ти знайдеш 50 неймовірних прийомів, що допоможуть без зайвих труднощів опанувати математику й не дати дробам – і всіляким підступним цифрам – роздробити тобі мозок!



$$(4 \times 2) \times 2 + (5 \cdot 5) \times 2 = (8 \times 2) + 11 \times 2 = 16 + 22 = 38$$



МОЯ КНИЖКОВА ПОЛІЦЯ

ISBN 978-966-97730-2-9
9 789669 773029
www.mybookshelf.com.ua