

М. В. Андріяшик, Б. І. Вербицький, А. М. Король

# КУРС ФІЗИКИ

*модульно - рейтингова система  
навчання*

М.В.Андріяшик, Б.І.Вербицький, А.М.Король

# **КУРС ФІЗИКИ**

**модульно-рейтингова система навчання**

Підручник для студентів  
вищих технічних навчальних закладів

*Затверджено Міністерством освіти і науки України*

Київ  
НВЦ «Фламенко»  
2008

ББК 22.3я.73  
А65  
УДК 53(075.8)

*Затверджено Міністерством освіти і науки України  
(лист № 14/18-Г-1874 від 02.11.07)*

**Рецензенти: чл.-кор. НАНУ, д.ф.-м.н., проф. О.Є. Беляєв,  
д.ф.-м.н., проф. А.М. Грехов.**

*Автори висловлюють щирю подяку ЗАТ “Оболонь”, а також  
Миколі Едуардовичу Королю за допомогу у виданні цього підручника*

**Андріяшик Марія Василівна**

А65 Курс фізики модульно-рейтингова система навчання:  
підруч. для студ. вищ. техн. навч. закл./ Андріяшик М.В.,  
Вербицький Б.І., Король А.М.- К.: НВЦ “Фламенко”, 2008. – 530 с.

ISBN 978-966-96905-0-0

Дане видання побудовано на базі теоретичного матеріалу підручника для вищих технічних навчальних закладів А.М. Короля і М.В. Андріяшик “Фізика” (Київ, 2006 р.), доповненого задачами і тестовими завданнями, які можуть бути використані як при організації самостійної роботи студентів, так і на аудиторних практичних заняттях. Сюди входять також методичні вказівки до виконання типових лабораторних робіт.

Зміст книжки і запропонована методика оцінювання знань студентів відповідає вимогам МОНУ з урахуванням приєднання української системи освіти до Болонського процесу.

Для студентів вищих технічних навчальних закладів.

ББК 22.3я.73

ISBN 978-966-96905-0-0

©. Андріяшик М.В,  
Вербицький, Б.І.  
Король А.М, 2008  
© НВЦ “Фламенко”, 2008  
© Художнє оформлення  
Фірма “Логос”, 2008

## ПЕРЕДМОВА

ДО ПІДРУЧНИКА А.М. КОРОЛЯ І М.В. АНДРІЯШИК «ФІЗИКА»

Життя будь-якого суспільства, в тому числі і нашого, перебуваючи в постійному русі, весь час змінюється. Ясна річ, це стосується і освітньої галузі, яка, розвиваючись, зазнає природного і часто істотного впливу з боку різних сфер життєдіяльності суспільного організму. Останні, у свою чергу, пов'язані з процесами, властивими розвитку всієї людської цивілізації. Щоб бути конкретнішими, згадаємо, що останнім часом відбулася помітна зміна пріоритетів, ролі та значення окремих освітніх дисциплін. Наприклад, чільне місце зайняли інформаційна, економічна, екологічна складові освіти. Певною мірою не оминули вказані процеси і такої традиційної галузі знань, як фізика.

Тут варто відзначити дві обставини. По-перше, роль фізики в освіті, в становленні світогляду людини аж ніяк не зменшилась, а, скоріше, зросла. Пояснення є очевидним і полягає в тому, що ця фундаментальна дисципліна якнайкраще наближає учнів вищої та середньої школи до розуміння як природних явищ, процесів, законів, так і практичної діяльності людини, даючи тлумачення того й іншого мовою, корисною для розвитку кожної людини. А останні досягнення фізики, розширюючи, узагальнюючи наше уявлення про Всесвіт, про закони природи, тільки підкреслюють важливість філософського осмислення дійсності на сучасному рівні.

По-друге, особливістю сьогodнішньої ситуації є те, що студент вищого навчального закладу, як ніколи, потребує деякого розвантаження від надміру великого конкретного освітнього матеріалу, зокрема, з фізики. Таке розвантаження можливе за рахунок ущільнення інформації, висвітлення найсуттєвішого, знаходження важливих узагальнень, синтезуючих зв'язків у програмі вивчення фізики. Можна висловитись і дещо інакше: завдання авторів сучасного підручника полягає в тому, щоб визначити оптимальний обсяг матеріалу, який би адекватно відбивав потребу дня, і педагогічно вміло, майстерно його подати.

Автори даного підручника, на наше переконання, виконали поставлене завдання: не звужуючи зміст до рівня довідника, вони обмежили обсяг книжки розумними рамками, охопивши при цьому

весь основний, першорядний матеріал, і виклали його в компактній доступній формі.

Підсумовуючи, можна стверджувати, що даний підручник за змістом є класичним курсом фізики, який відповідає реаліям сьогодення, відзначається оптимальним добором матеріалу і цілком підходить для студентів вищих закладів України, а при перекладі на відповідну мову – не тільки України.

Дійсний член Академії педагогічних наук України,  
др. фіз.-мат. наук, проф. О.В.Третяк

## ВСТУПНЕ СЛОВО

Приєднання української освіти до Болонського процесу і пов'язане з ним застосування кредитно-модульної рейтингової системи (КМРС) навчання поставило перед вищою школою України низку нових питань, викликало потребу певних змін в методиці викладання різних дисциплін. Відповідаючи на питання методичного плану, необхідно врахувати, зокрема, специфіку навчання в наших вищих технічних закладах (ВТНЗ), наприклад, такі фактори як відносно невелика кількість відведених для опанування курсу фізики навчальних годин (у порівнянні з технічними та технологічними закладами розвинутих країн світу), часто надмірна кількість студентів в академічній групі тощо. Все сказане спонукає до роботи над оновленням підручників, яке б враховувало потрібні зміни. Ми мали на меті написати зручний у використанні компактний підручник, що охоплює більшість актуальних аспектів викладання курсу загальної фізики в нових умовах.

Підручник має таку структуру. Згідно з прийнятими у ВТНЗ України навчальними планами весь матеріал розбивається на окремі розділи, або як їх звичайно називають, модулі навчання. Кожний модуль містить відповідний комплекс матеріалів, які охоплюють всі види навчальної роботи, що відносяться до даного модуля.

Вимагає змін і методика оцінювання знань студентів. Очевидно, що цілком уніфікувати оцінювання знань в балах неможливо. Тому ми зупинились на одній конкретній типовій ситуації, яка є на сьогодні в багатьох вищих навчальних закладах України. Припускається, що вивчення курсу фізики проводиться продовж двох семестрів (по одній чверті в кожному семестрі). Максимальна кількість балів, які може набрати студент за один семестр, дорівнює 100. Вважаємо, що вивчення курсу фізики обов'язково має закінчуватись складанням іспиту – адже фізика є наукою синтетичною, між різними розділами якої існують розгалужені, простіші і складніші, часом глибинні зв'язки, і цілісне сприйняття матеріалу можливе лише за умови його підсумкового опанування, чому і слугує підготовка до іспиту. Тому ми наслідуюмо приклад тих ВНЗ, в яких на складання студентом іспиту передбачена певна сума балів, наприклад, 25.

Постає питання, що слід розуміти під максимальним і мінімальним балом. Як правило, за п'ятибальною системою, оцінка «відмінно» ставиться студенту, який за весь пройдений матеріал одержав суму балів від 91 до 100, оцінці «добре» відповідає сума балів від 76 до 90, а оцінці «задовільно» – від 61 до 75. Таким чином, мінімальний бал при зарахуванні того чи іншого виду роботи повинен

становити 61% від максимального. Максимальний бал для кожного фрагменту навчання встановлюється з тих міркувань, щоб за семестр він становив 75, а разом з екзаменом – 100. До екзамену допускаються ті студенти, які з урахуванням максимального балу на екзамені одержать мінімальний 61 бал (тобто студенти, які за семестр одержали не менше 36 балів).

Для прикладу, зміст модулів з фізики, форми поточного контролю і їх оцінювання в рейтингових балах подані в Таблиці І «Додатків». Зрозуміло, що наведені в таблиці бали не є єдино правильними, а слугують лише певним дороговказом.

### **Лекційний курс**

Теоретична частина модулів включає відповідний програмний матеріал і подається в стислій компактній формі. Виклад базується на підручнику для вищих технічних навчальних закладів України А.М.Короля і М.В.Андріяшик «Фізика» (Київ, 2006 р.). Принцип підбору, подачі матеріалу, його текстуалізація підпорядковані ідеї, яку найкраще передати цитатою з передмови до згаданого підручника: «... не звужуючи зміст до рівня довідника, обмежити обсяг книжки розумними рамками, охопивши при цьому весь основний першорядний матеріал і викласти його в компактній доступній формі».

Ряд прийнятних за складністю тем виділені як завдання для самостійного опрацювання, що, за задумом авторів, повинно прищепити студентам навички самостійної роботи. Ці завдання містять необхідні методичні вказівки і посилання на літературні джерела.

### **Практичні заняття**

При переході на кредитно-модульну систему навчання зростає місткість і напруженість навчального процесу. Основний наголос тепер робиться на самостійній роботі студента, традиційна схема аудиторного навчання до певної міри порушується. Це, зокрема, стосується і практичних занять.

Більшість навчальних планів з фізики для технічних вузів передбачають на практичні заняття по вісімнадцять годин в семестрі. Одне заняття вступне, а інші розбиваються на три модулі в першому і три модулі в другому семестрах. Оскільки кожне з них є закінченим мікромодулем, де кожен студент повинен отримати певну кількість рейтингових балів, то на однотайну думку більшості методистів практичне заняття слід розділяти на дві основні частини: одна з них присвячується письмовій (або, за можливості, віртуальній) самостійній роботі студентів з перевірки поточних знань; на іншій

розв'язуються та аналізуються задачі, роз'яснюються методи та особливості їх розв'язання, в тому числі і ті, які винесені на індивідуальну і самостійну роботу студентів. Відразу зауважимо, що ми не поділяємо пропозицію авторів [7] розглядати в другій частині заняття лише домашні задачі з метою їх «захисту» всіма студентами групи. На наш погляд, перевірка домашніх завдань має здійснюватись або згаданим в [7] методом типу «залік-незалік», або за рахунок позаурочної роботи викладачів, а краще за допомогою поєднання того та іншого. На самому ж занятті за традиційною методикою слід розглянути декілька нових задач із залученням студентів до їх розв'язання на дошці. Як свідчить багаторічний досвід викладання фізики в різних країнах, робота «при дошці» з одночасною активізацією аудиторії є, без сумніву, корисною для слухача. Безперечно, можна розглянути і одну-дві з домашніх задач, в яких виникають ті чи інші проблеми.

Ефективніше проводити заняття дозволяє такий прийом. Вся група розбивається на декілька окремих бригад по 4 – 6 студентів. На занятті студенти однієї бригади викликаються до дошки, і за цю роботу їм нараховується певна кількість балів. Тобто, на даному занятті студенти цієї бригади мають вищий рейтинговий бал. Але в підсумковій оцінці за семестр всі бригади будуть в рівних умовах.

Можна запропонувати таку схему практичного заняття:

а) перевірка домашнього завдання (частіше методом «залік-незалік») – до 5 хвилин;

б) перевірка самостійної роботи (конспект лекцій, реферат, матеріал для самостійного опрацювання тощо) з даної теми (теж часто методом «залік-незалік») – до 5 хвилин;

в) проведення невеликої контрольної роботи за темою заняття – до 20 хвилин;

г) опрацювання теми практичного заняття у формі семінару з розбивкою всього матеріалу на короткі фрагменти з питаннями, відповіді на які пропонується давати всім студентам групи, а також розв'язування типових задач (альтернатива: виокремлення бригад студентів, як пропонувалось вище) – 40-50 хвилин;

д) домашнє завдання на наступне заняття (задачі однакові для всіх, а також індивідуальні).

При проведенні контрольних робіт добре зарекомендували себе фізичні диктанти і фізичні тести, які дають змогу швидко перевірити ступінь опанування студентами даної теми, і до того ж нескладно оцінити їх знання в рейтингових балах. Відповідаючи на питання



диктанту, студент пише лише номер питання і відповідь (найчастіше у вигляді формули). Рекомендується давати від 10 до 15 питань.

Можливі комбіновані завдання: фізичний диктант в окремих питаннях поєднувати з поясненням фізичного змісту фізичних величин, формулюванням фізичних законів тощо.

Нижче наведено приклад фізичного диктанту на одну з основних тем курсу фізики.

### *Динаміка поступального та обертального рухів*

1. Записати рівняння другого закону Ньютона для поступального руху.
2. Записати формулу для імпульсу матеріальної точки.
3. Чому дорівнює імпульс системи матеріальних точок?
4. Записати другий закон Ньютона в імпульсній формі.
5. Записати формулу для моменту сили відносно точки.
6. Записати формулу для моменту інерції матеріальної точки відносно осі обертання.
7. Записати формулу для моменту інерції диска відносно осі, що проходить через його центр перпендикулярно до диска.
8. Сформулювати теорему Штейнера, записати її математичний вираз і зробити відповідний рисунок.
9. Записати другий закон Ньютона для обертального руху.
10. Записати формулу для моменту імпульсу тіла відносно осі обертання.
11. Записати основне рівняння обертального руху в найбільш узагальненій формі.

Цілком очевидно, що в кожному конкретному випадку підбір питань для фізичного диктанту не складає жодних труднощів.

Задачі для самостійних та індивідуальних завдань, а також тестові завдання, подані в кожному модулі підручника.

Що стосується задач, то їх кількість дозволяє сформулювати по 10-12 різних варіантів індивідуальних завдань по 4-7 задач в кожному (в залежності від кількості практичних занять, відведених на ту чи іншу тему). Потрібні для розв'язування задач табличні дані, фізичні константи, астрономічні величини тощо даються в умові задачі або в «Додатках».

Відносно тестових завдань слід зауважити таке.

По-перше, на кожне запитання тесту дається п'ять відповідей, з яких правильними може бути більше однієї (звичайно прийнято –

одна відповідь з п'яти правильна). Це дещо ускладнює оцінювання в балах даного тесту. Проте якість тестів вища (кращий студент може звернути увагу на те, що не тільки одна відповідь правильна, і одержати додаткові бали).

Наприклад, на одне тестове завдання відводиться  $C_{max} = 2$  бали. Тест містить 10 запитань і 50 відповідей, з яких  $m = 20$  правильних.

Одна правильна відповідь оцінюється за формулою:  $C_1 = \frac{C_{max}}{m}$ .

Припустимо, що студент дає  $n = 8$  правильних відповідей. Отже оцінка за тест

$$C = nC_1 = \frac{n}{m} C_{max} = \frac{8}{10} \cdot 2 = 1,6.$$

По-друге, формули, які наводяться в тестах, усі правильні. Так що в підсвідомості студента не зафіксуються помилкові дані. Крім того, змінюючи текст запитання, можна подати даний тест у різних варіантах.

### Лабораторні заняття

Основна мета лабораторних занять – це сприяння глибшому засвоєнню теоретичного матеріалу з даної дисципліни, ознайомлення з методами роботи з відповідним устаткуванням, набуття навиків опрацювання даних експерименту, а також їх аналізу з урахуванням похибок вимірювань.

Відповідно до типових навчальних програм студентам технологічних спеціальностей вищих технічних навчальних закладів планується до виконання щонайменше 6, а студентам інженерних спеціальностей – принаймні 9 лабораторних робіт за один семестр. Зрозуміло, що з огляду на малу кількість відведених на лабораторні заняття годин, потрібно вибирати найхарактерніші роботи і не включати ті, які виконуються при вивченні тих чи інших інженерних дисциплін (наприклад, гідравліки, матеріалознавства, деталей машин, опору матеріалів тощо). У зв'язку з цим в кожному з шести модулів подані методичні вказівки до виконання деяких, на наш погляд, найтипівіших лабораторних робіт. Вони містять необхідні для розуміння мети даної лабораторної роботи теоретичні відомості або посилання на відповідні параграфи підручника, детальні інструкції до виконання роботи, приклади обчислення похибок і оформлення результатів досліджень.

Важливим елементом лабораторного практикуму є вступне

заняття. На ньому роз'яснюються завдання практикуму, його роль і місце у вивченні курсу фізики. Студентів знайомлять з лабораторним обладнанням, дають поради щодо підготовки до занять, оформлення протоколів і проведення дослідів. На вступному занятті слід подати елементи теорії похибок для прямих і непрямих вимірювань [21], а також зразок оформлення результатів експерименту.

Слід наголосити, що виконання всіх без винятку лабораторних робіт є обов'язковою умовою загального заліку.

Кредитно-модульна система навчання накладає ряд особливостей на проведення лабораторних робіт з фізики. Важливим є виділення з загального модуля оптимальної кількості рейтингових балів на одну лабораторну роботу – тут не можна допускати як недооцінку, так і переоцінку даного виду занять (зрозуміло, що це твердження стосується і практичних занять). Не можна допускати, щоб загальна кількість балів за модуль складалася лише з балів за практичні і лабораторні заняття. З іншого боку неприпустимо, щоб ці бали були надто низькими, бо це може провокувати якщо і не цілковите нехтування цими видами навчання, то в усякому разі недостатньо відповідальне до них ставлення (див. «Додатки», Таблиця І).

Методична розробка до кожної лабораторної роботи має містити контрольні запитання, які умовно можна поділити на дві групи за складністю. Перша група стосується найважливіших означень та формулювань роботи. Відповіді на них дають можливість студентам здати лабораторну роботу за мінімальною кількістю відведених на неї рейтингових балів. Друга група контрольних запитань охоплює складніші питання, в яких пропонується вивести робочу формулу, проаналізувати функціональні залежності між величинами тощо. Відповіді на ці запитання дають студентам можливість одержати за дану лабораторну роботу більшу кількість балів аж до максимальної.

Специфікою кредитно-модульної системи є те, що кожную лабораторну роботу можна вважати окремим закінченим мікромодулем – кожен студент по закінченні заняття має отримати за неї підсумкову рейтингову оцінку.

Бальна оцінка лабораторних робіт не викликає принципових ускладнень. Типова рекомендація, на нашу думку, полягає у тому, що загальний рейтинговий бал за кожную роботу має включати такі складові:

а) оцінювання готовності студента до виконання лабораторної

роботи (наявність протоколу, чітке знання мети роботи, знання методики вимірювання – як і що вимірюється) – до 33% мінімального рейтингового бала, відведеного на дану лабораторну роботу;

б) попереднє оцінювання теоретичного матеріалу даної роботи, яке має виявляти знання найважливіших означень та формулювань законів без поглибленого їх аналізу (наприклад, формулювання закону, який перевіряється в даній роботі, означення величин, що входять в математичну формулу закону, одиниці їх вимірювання), – до 33% мінімального рейтингового бала за роботу;

в) виконання роботи, що включає в себе вимірювання та опрацювання результатів вимірювань (обчислення за формулами, знаходження середніх значень величин, похибок вимірювань, побудова графіків тощо) – до 33% мінімального рейтингового бала;

г) задача студентами лабораторної роботи з поясненням функціональних залежностей між величинами, доведенням тверджень і виведенням формул – оцінюється додатковими до пунктів а), б), в) балами.

Студенти, які успішно пройшли перші три види контролю, отримують мінімальний заліковий рейтинговий бал за дану лабораторну роботу. Пункт г) дає можливість добрати бали як до мінімального, так і до максимального рівня.

Наприклад, якщо мінімальний рейтинговий бал за одну лабораторну роботу дорівнює 1,6 ( див. «Додатки», Таблиця I), то окремі етапи виконання роботи можна оцінити так:

- 1) наявність і якість протоколу – від 0 до 0,26 бала;
- 2) готовність до роботи – до 0,38 бала;
- 3) виконання роботи – до 0,32 бала;
- 4) задача роботи – до 0,64 бала.

У випадку, коли мінімальний бал є іншим, оцінка за пункти 1) – 4) пропорційно змінюється.

### **Інші види роботи**

Для підвищення рейтингового бала можна пропонувати студентам роботу поза планом. Наприклад, участь в студентському науковому товаристві (СНТ), підготовку рефератів з різних питань наукового і технічного прогресу, участь в розробці і постановці нових лабораторних робіт, лекційних демонстрацій тощо. Очевидно, що кожен вид роботи мусить бути попередньо оцінений в балах і затверджений кафедрою.

## МОДУЛЬ I. МЕХАНІКА

### I.1. ЛЕКЦІЙНИЙ МАТЕРІАЛ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

Серед безлічі різновидів руху в природі є один найпростіший. Це – *механічний рух*, який полягає у зміні взаємного розміщення тіл або їх частин у просторі в залежності від часу.

Ми спостерігаємо рухи людей, тварин, рухи води в ріках і морях, рухи повітря. Рухи здійснюють різні засоби транспорту, різні механізми, супутники, комети, планети тощо. Рухаються атоми, молекули в речовині, електрони в атомах, елементарні частинки.

Розділ фізики, який вивчає механічні рухи, називається механікою (від грецького «механе» – машина, пристрій).

Рухи тіл, що відбуваються із швидкостями  $v \ll c$  ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – швидкість світла у вакуумі), вивчає *класична механіка*. У її основі лежать закони Ньютона (1687 р.). Тому класичну механіку часто називають *ньютонівською*.

Закономірності рухів тіл із швидкостями, близькими до швидкості світла ( $v \leq c$ ), вивчає *релятивістська механіка*, засновником якої був Ейнштейн (1905 р.).

Рухи мікрочастинок (атомів, електронів в атомах, молекулах, кристалах, нуклонів в ядрах атомів, космічних частинок тощо) вивчає *квантова механіка*, творцями якої були М. Планк, А. Ейнштейн, Л. де Бройль, Е. Шредінгер, Н. Бор, В. Гейзенберг та інші (кінець першої чверті 20 ст).

Класична механіка складається з двох основних частин:

- 1) *кінематики*, яка вивчає всі можливі види механічного руху без аналізу причин, що викликають ці рухи;
- 2) *динаміки*, яка вивчає причини зміни руху.

Складовою частиною динаміки є *статика*, яка розглядає додавання сил і умови рівноваги тіл.

Наприклад, літак виконує фігури високого пілотажу. Кінематика цікавиться тільки параметрами цих фігур (форма траєкторії, її кривизна, швидкість, прискорення в різні моменти часу в різних точках траєкторії). Динаміка вивчає причини зміни швидкості. Статика розглядає умови рівноваги сил, що діють на пілота (чому він не падає?).

Залежно від конкретного завдання в механіці користуються різними спрощеними модельними поняттями. Основні модельні поняття механіки: матеріальна точка, абсолютно тверде тіло, абсолютно пружне і абсолютно непружне тіла.

*Матеріальна точка* – тіло, розмірами якого можна знехтувати в умовах даної задачі і масу якого можна вважати зосередженою в одній точці (в центрі ваги або центрі мас). Наприклад, Землю можна вважати матеріальною точкою, розглядаючи її рух навколо Сонця, але не навколо власної осі.

Будь-яке тіло можна умовно розглядати як сукупність матеріальних точок. Для цього тіло необхідно розбити на велике число частин так, щоб розміри кожної частини були набагато менші за розміри тіла, і ці окремі частини вважати матеріальними точками. Спосіб розбиття залежить від конкретної задачі.

Будь-яку систему тіл можна розглядати як систему матеріальних точок, якщо розміри кожного з тіл набагато менші за розміри системи (сукупність зірок в галактиці, планет в сонячній системі, кораблів у морі тощо).

*Абсолютно тверде тіло* – тіло, відстань між довільними двома точками якого не змінюється в результаті взаємодії даного тіла з іншими. Тобто, це таке тіло, деформацією якого в умовах даної задачі можна знехтувати. Серед мінералів цій моделі найкраще відповідає алмаз, який має найвищу серед усіх речовин твердість.

*Абсолютно пружне тіло* – тіло, яке після припинення дії сили повністю відновлює свою форму і розміри.

*Абсолютно непружне тіло* – тіло, яке після припинення дії сили повністю зберігає деформований стан (віск, глина).

## КІНЕМАТИКА

### ***§1. Система відліку. Траскторія. Довжина шляху. Вектор переміщення***

Положення тіла в просторі можна визначити тільки відносно інших тіл (Земля – Сонце, пароплав – берег, літак – Земля), але не можна говорити про положення тіла в просторі «взагалі», безвідносно до якого-небудь конкретного тіла.

Абсолютно тверде тіло, з яким зв'язані система координат і годинник, що використовуються для визначення положення в

просторі досліджуваних тіл в різні моменти часу, називається системою відліку.

У кожній конкретній задачі систему відліку вибирають так, щоб цю задачу максимально спростити. Часто користуються *геліоцентричною* (зв'язаною з Сонцем) і *геоцентричною* (зв'язаною з Землею) системами відліку. Найчастіше вживається прямокутна *декартова* система координат.

Положення матеріальної точки в просторі задається за допомогою координат  $(M(x,y,z))$  або радіус-вектором  $(\vec{r}(x,y,z))$ , початок якого знаходиться в початку координат, а кінець – в точці  $M$ ;  $x, y, z$  – проекції вектора  $\vec{r}$  на відповідні осі;  $M_1$  є проекцією точки  $M$  на площину  $XOY$  (рис. 1.1).

Рух матеріальної точки описується рівняннями:

$$\begin{cases} x = x(t), \\ y = y(t), \\ z = z(t), \end{cases} \quad (1)$$

які називаються *кінематичними рівняннями руху* матеріальної точки і виражають зміну її координат зі зміною часу. Рівняння (1) еквівалентні одному рівнянню у векторній формі:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1a)$$

Уявна лінія, яку описує матеріальна точка при її русі в просторі, називається *траєкторією*.

Рівняння (1) є рівнянням траєкторії в параметричній формі (параметр  $t$ ). Рух матеріальної точки називається плоским, якщо її траєкторія лежить в одній площині. Залежно від форми траєкторії розрізняють прямолінійні та криволінійні рухи.

Надалі обмежимося розглядом плоских рухів, траєкторія яких ле-

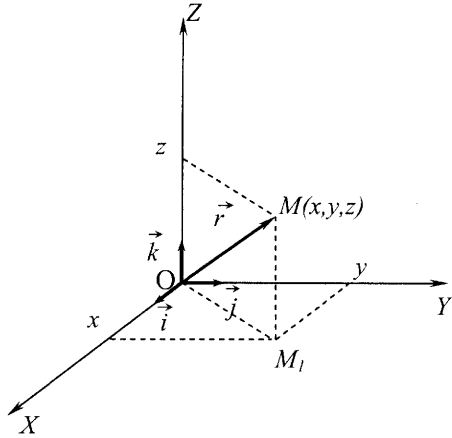


Рис. 1.1

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – одиничні (базові) вектори;  
 $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

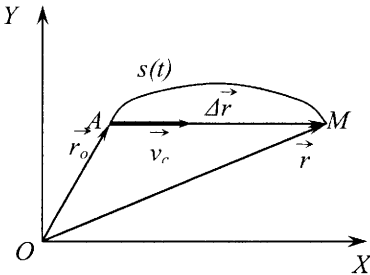


Рис. 1.2

жити, наприклад, в площині  $XOY$ . На рис.1.2 траєкторією є дуга  $AM$ .

Сума довжин всіх ділянок траєкторії, які проходить дана матеріальна точка за заданий проміжок часу  $\Delta t = t - t_0$ , називається *довжиною шляху*  $s(t)$ . Тут  $t_0$  – момент часу, починаючи з якого розглядається рух (початковий момент часу),  $t$  – кінцевий момент часу, після якого рух уже не розглядається;  $s(t)$  – величина скалярна, в СІ вимірюється в метрах ( $[s]=1$  м (метр)).\*

Вектор, проведений з початкової  $A$  в кінцеву точку  $M$  траєкторії, називається *вектором переміщення*  $\Delta \vec{r}$  :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t) - \vec{r}(t_0) = \vec{r} - \vec{r}_0. \quad (2)$$

За винятком прямолінійного руху, що відбувається в одному напрямку,  $|\Delta \vec{r}| \neq s(t)$ .

## §2. Швидкість

Форма траєкторії не є повною характеристикою руху. Наприклад, з пункту  $A$  в пункт  $B$  іде пішохід, біжить спортсмен, мчить мотоцикл. Очевидно, що час руху кожного з цих об'єктів, який необхідний для подолання відстані від  $A$  до  $B$ , різний.

Нехай за час  $\Delta t$  матеріальна точка описує дугу  $AM$  (рис. 1.2); відповідний вектор переміщення є  $\Delta \vec{r}$ .

*Середньою швидкістю* матеріальної точки в заданому інтервалі часу  $\Delta t$  називається вектор:

$$\vec{v}_c = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Вектор  $\vec{v}_c$  за напрямком співпадає з напрямком вектора  $\Delta \vec{r}$ , тобто спрямований вздовж хорди  $AM$ , що стягує дугу  $AM$ . При зменшенні інтервалів часу ( $\Delta t > \Delta t_1 > \Delta t_2 > \dots > \Delta t_n, n \rightarrow \infty$ ) хорди, що стягують відповідні дуги, все більше наближаються до дотичної в

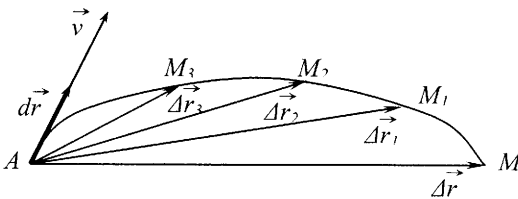


Рис. 1.3

точці  $A$ . При нескінченно малому інтервалі часу  $dt$  нескінченно малий вектор переміщення  $d\vec{r}$  спрямований по дотичній (рис. 1.3).

*Швидкістю* (або

\* Надалі всі одиниці вимірювання фізичних величин подані в міжнародній системі одиниць СІ.



миттєвою швидкістю) матеріальної точки називається векторна величина  $\vec{v}$ , яка дорівнює границі середньої швидкості  $\vec{v}_c$  при нескінченному зменшенні інтервалу часу  $\Delta t$ :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}.$$

Останній вираз є не що інше, як похідна радіуса-вектора  $\vec{r}$  за часом  $t$ :

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Отже, швидкістю матеріальної точки називається векторна величина  $\vec{v}$ , яка дорівнює першій похідній за часом від радіус-вектора  $\vec{r}$  даної точки:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2)$$

Вектор швидкості  $\vec{v}$  спрямований вздовж дотичної до траєкторії в даній її точці так само, як вектор нескінченно малого переміщення  $d\vec{r} = \vec{v}dt$ .

Шлях  $ds$ , який проходить точка за час  $dt$ , дорівнює модулю вектора переміщення  $|d\vec{r}|$  (або просто  $dr$ ). Тому модуль вектора швидкості  $|\vec{v}|$  ( $|\vec{v}| = v$ ) дорівнює першій похідній від довжини шляху за часом:

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (3)$$

Із виразу (3) легко можна встановити одиницю вимірювання швидкості:  $[v] = \frac{[s]}{[t]} = 1 \text{ м/с}$ .

### §3. Прискорення

У процесі руху швидкість тіла може змінюватися як за величиною (поїзд рушає з місця), так і за напрямком (рух по кривій). Для характеристики зміни швидкості в залежності від часу вводиться поняття прискорення.

Середнім прискоренням називається векторна величина  $\vec{a}_c$ , яка дорівнює відношенню зміни швидкості  $\Delta \vec{v}$  до того проміжку часу  $\Delta t$ , протягом якого ця зміна відбулася:

$$\vec{a}_c = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Прискоренням (або миттєвим прискоренням) точки називається

векторна величина  $\vec{a}$ , що дорівнює першій похідній за часом від швидкості  $\vec{v}$ , або другій похідній за часом від радіуса-вектора  $\vec{r}$  цієї точки:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \quad (2)$$

Одиниця вимірювання прискорення :  $[a]=[s]/[t^2] = 1 \text{ м/с}^2$ .

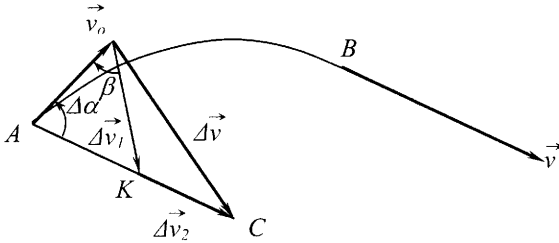


Рис. 1.4

Нехай матеріальна точка рухається по кривій і за час  $\Delta t = t - t_0$  описує дугу  $AB$ . Початкова швидкість  $\vec{v}_0 = \vec{v}_A$ , а кінцева  $\vec{v} = \vec{v}_B$  (рис. 1.4). Зміна швидкості за час  $\Delta t$  дорівнює  $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$

(її знаходимо графічно, здійснюючи паралельне перенесення вектора  $\vec{v}$  в точку  $A$ ). На відрізку  $AC$  відкладемо  $AK = v_0$  і з'єднаємо кінець вектора  $\vec{v}_0$  з точкою  $K$  вектором  $\Delta\vec{v}_1$ , а точку  $K$  з точкою  $C$  вектором  $\Delta\vec{v}_2$ .

Як бачимо на рис.1.4,  $\Delta\vec{v} = \Delta\vec{v}_1 + \Delta\vec{v}_2$ . Знайдемо миттєве прискорення  $\vec{a}$ :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_c = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t}.$$

При  $\Delta t \rightarrow 0$  кут  $\Delta\alpha \rightarrow 0$ , а кут між  $\vec{v}_0$  і  $\Delta\vec{v}_1$  прямує до  $\frac{\pi}{2}$  ( $\beta \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ).

Тому назвемо  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t}$  *нормальним* (тобто перпендикулярним до швидкості) прискоренням ( $\vec{a}_n$ ):

$$\vec{a}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t}. \quad (3)$$

Нормальне прискорення  $\vec{a}_n$  перпендикулярне швидкості  $\vec{v}$  ( $\vec{a}_n \perp \vec{v}$ ) і характеризує зміну швидкості за напрямком. Його ще називають *доцентровим*, бо  $\vec{a}_n$  напрямлене вздовж радіуса кривизни траєкторії  $r$  в даній її точці до центра кривизни  $O$  (рис. 1.5 а, б).

З курсу фізики середньої школи відомо, що:

$$a_n = \frac{v^2}{r}. \quad (4)$$

Аналогічно  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}$  назвемо *тангенційним* (дотичним) прискоренням  $\vec{a}_\tau$ , оскільки воно спрямоване вздовж вектора  $\vec{v}$  по дотичній до траєкторії в даній її точці:

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t}. \quad (5)$$

Наявність тангенційного прискорення обумовлює зміну модуля швидкості. Його обчислюємо за формулою:

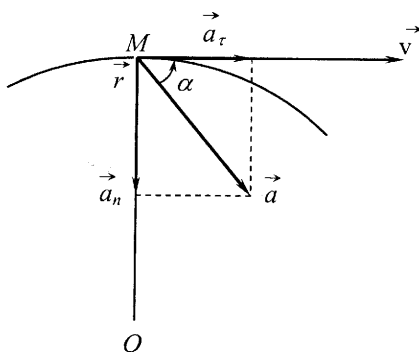


Рис. 1.5 а

*Криволінійний прискорений рух:*

$$\vec{a}_n \perp \vec{v}, \vec{a}_\tau \uparrow \vec{v}, \alpha < \pi/2$$

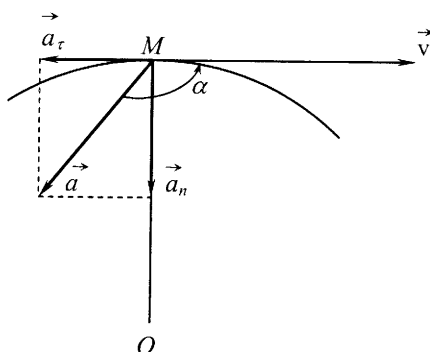


Рис. 1.5 б

*Криволінійний сповільнений рух:*

$$\vec{a}_n \perp \vec{v}, \vec{a}_\tau \downarrow \vec{v}, \alpha > \pi/2$$

$$a_\tau = \frac{dv}{dt}. \quad (6)$$

Повне прискорення  $\vec{a}$  визначається із співвідношень:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau, \quad (7)$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}. \quad (8)$$

Якщо точка рухається прямолінійно, то  $\vec{a}_n = 0$  і  $\vec{a} = \vec{a}_\tau$ . У цьому випадку можна вибрати систему координат так, щоб одна з її осей (наприклад,  $Ox$ ) збігалася з напрямком руху. Тоді  $\vec{v} = \vec{v}(v_x; 0; 0)$ ,  $|\vec{v}| = v_x = v$ ;  $\vec{a} = \vec{a}(a_x; 0; 0)$ ,  $|\vec{a}| = a_x = a$ . При  $\vec{a} = 0$  рух рівномірний, при  $\vec{a} = const$  – рівномірно змінний.

Якщо точка рухається по колу рівномірно, то  $\vec{a}_t = 0$  і  $\vec{a} = \vec{a}_n$ . Коли рух по колу змінний, то  $\vec{a}_n \neq 0$  і  $\vec{a}_t \neq 0$ , як і у випадку змінного криволінійного руху.

#### §4. Поступальний і обертальний рухи твердого тіла

*Поступальним рухом* абсолютно твердого тіла називається такий його рух, при якому будь-яка пряма, жорстко зв'язана з тілом, залишається паралельною сама собі (рис. 1.6).

Прикладами поступального руху є рух кабінки «американських гірок», рух ліфта, вагона, рубанка тощо. Усі точки твердого тіла при поступальному русі описують однакові траєкторії. Тому

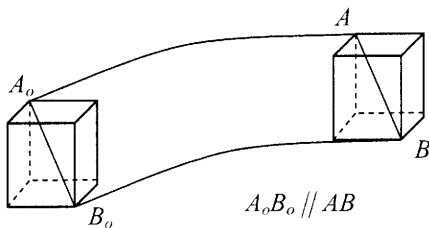


Рис. 1.6

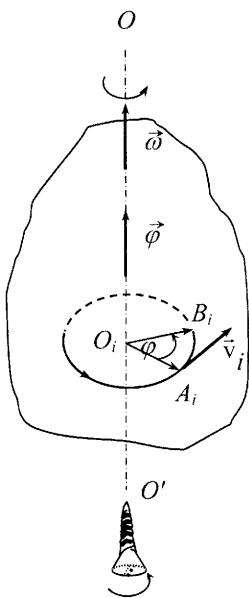


Рис. 1.7

достатньо розглядати рух однієї точки (центра маси).

*Обертальним рухом* твердого тіла відносно нерухомої осі  $OO'$  називається такий рух, при якому точки тіла описують кола, що лежать в площинах перпендикулярних прямій  $OO'$ , і центри яких розташовані на цій прямій.

Пряма  $OO'$  називається *віссю обертання*. Якщо вісь обертання проходить крізь тіло, то точки, що лежать на ній, є нерухомими.

Основними характеристиками обертального руху твердого тіла є кут повороту  $\vec{\varphi}$ , кутова швидкість  $\vec{\omega}$  і кутове прискорення  $\vec{\beta}$ .

*Кут повороту* твердого тіла  $\vec{\varphi}$  – це векторна величина, яка чисельно дорівнює куту повороту радіуса  $r_i$  довільної точки  $i$  тіла (рис. 1.7) за час  $t$ ; вектор  $\vec{\varphi}$  спрямований вздовж осі обертання так, що коли дивитися з його кінця, обертання відбувається проти годинникової стрілки (напрямок вектора  $\vec{\varphi}$  можна визначити також за правилом правого

гвинта (рис. 1.7)).

*Кутовою швидкістю* називається векторна величина  $\vec{\omega}$ , яка чисельно дорівнює першій похідній від кута повороту  $\vec{\varphi}$  за часом  $t$  і спрямована вздовж осі обертання так само, як і вектор  $\vec{\varphi}$ :

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}. \quad (1)$$

Вектори  $\vec{\varphi}$  і  $\vec{\omega}$  називаються *аксіальними* (від лат. *axis* – вісь). Вони не мають визначеної точки прикладання. Їх можна прикладати в довільній точці на осі  $OO'$ .

Обертальний рух тіла називається рівномірним, якщо кутова швидкість  $\vec{\omega}$  не змінюється з часом:

$$\vec{\omega} = \text{const.}$$

У цьому випадку кут повороту тіла  $\vec{\varphi}$  пропорційний часу  $t$ :

$$\vec{\varphi} = \vec{\omega} \cdot t. \quad (2)$$

Довільна точка  $i$  тіла, що обертається рівномірно, за час  $t$  описує дугу  $A_i B_i = s_i$ . Лінійна швидкість цієї точки дорівнює:

$$v_i = \frac{s_i}{t}.$$

$$\text{Оскільки } s_i = \varphi r_i, \text{ то } v_i = \frac{ds_i}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} r_i = \omega \cdot r_i.$$

Як бачимо, лінійна швидкість точки залежить від її відстані до осі обертання, і для різних точок  $i$  та  $j$  справедливим є співвідношення:

$$\frac{v_i}{v_j} = \frac{r_i}{r_j}.$$

У векторній формі:

$$\vec{v}_i = [\vec{\omega}, \vec{r}_i], \quad (3)$$

тобто вектор лінійної швидкості  $\vec{v}_i$  дорівнює векторному добутку кутової швидкості  $\vec{\omega}$  на радіус-вектор  $\vec{r}_i$  матеріальної точки, проведений з центра кола  $O_i$ .

*Періодом обертання* називається проміжок часу  $T$ , протягом якого тіло, обертаючись рівномірно з кутовою швидкістю  $\omega$ , здійснює один повний оберт:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (4)$$

*Частота обертання*

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (5)$$

покаже число обертів, здійснених тілом за одиницю часу.

При нерівномірному обертальному русі твердого тіла характеристикою зміни його кутової швидкості  $\vec{\omega}$  є *кутове прискорення*  $\vec{\beta}$ , яке чисельно дорівнює першій похідній від кутової швидкості  $\vec{\omega}$  за часом:

$$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}, \quad (6)$$

або другій похідній за часом від кута повороту  $\vec{\varphi}$ :

$$\vec{\beta} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}. \quad (6a)$$

Якщо тіло обертається навколо нерухомої осі, то вектор кутового прискорення  $\vec{\beta}$  має той самий напрямок, що і вектор кутової швидкості  $\vec{\omega}$  у випадку прискореного руху ( $\frac{d\omega}{dt} > 0$ ,  $\vec{\beta} \uparrow \uparrow \vec{\omega}$ ) і протилежний – при сповільненому русі ( $\frac{d\omega}{dt} < 0$ ,  $\vec{\beta} \downarrow \downarrow \vec{\omega}$ ).

Оскільки модуль лінійної швидкості  $i$ -ої матеріальної точки  $v_i = \omega r_i$ , а модуль тангенційного прискорення цієї точки  $a_{\tau i} = \frac{dv_i}{dt}$ , то, очевидно,

$$a_{\tau i} = \beta r_i,$$

або у векторній формі –

$$\vec{a}_{\tau i} = [\vec{\beta}, \vec{r}_i]. \quad (7)$$

Будь-який складний рух твердого тіла можна розкласти на два простих рухи: поступальний і обертальний відносно миттєвої осі, що проходить через центр мас.

### Завдання для самостійної роботи № 1.1

При прямолінійному русі ( $v = \frac{ds}{dt}$ ,  $a = \frac{dv}{dt}$ ) знайти залежності  $v = v(t)$  і  $s = s(t)$  за умови: 1)  $a = 0$ ; 2)  $a = \text{const}$ .

Розглянути випадки  $a > 0$  і  $a < 0$  та представити ці залежності графічно. Навести приклади.

**Вказівка:** обчислити при вказаних умовах визначені інтеграли

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a dt; \int_{s_0}^s ds = \int_{t_0}^t v dt.$$

Записати одержані залежності при:

- 1)  $t_0 \neq 0, s_0 \neq 0, v_0 \neq 0$ ;
- 2)  $t_0 = 0, s_0 = 0, v_0 \neq 0$ ;
- 3)  $t_0 = 0, s_0 = 0, v_0 = 0$ .

Який фізичний зміст величин, що входять в одержані вами формули?

### Завдання для самостійної роботи № 1.2

1. Для випадку обертального руху матеріальної точки по колу кутова швидкість і кутове прискорення обчислюються за формулами:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}, \beta = \frac{d\omega}{dt}.$$

Знайти залежності  $\omega = \omega(t), \varphi = \varphi(t)$  за умови:

- 1)  $\beta = 0$ ; 2)  $\beta = const$ .

Розглянути випадки  $\beta > 0$  і  $\beta < 0$ .

**Вказівка:** обчислити при вказаних умовах визначені інтеграли

$$\int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_{t_0}^t \beta dt; \int_{\varphi_0}^{\varphi} d\varphi = \int_{t_0}^t \omega dt.$$

Записати одержані залежності при таких умовах:

- 1)  $t_0 = 0, \varphi_0 = 0, \omega_0 \neq 0$ ; 2)  $t_0 = 0, \varphi_0 = 0, \omega_0 = 0$ .

2. Враховуючи, що  $\varphi = 2\pi N$  ( $N$  – повне число обертів),  $\omega = 2\pi n$  ( $n$  – частота обертання),  $\beta = 2\pi\varepsilon$ , знайти залежності  $N(t), n(t)$  за вказаних у п. 1 умов. Дати означення величини  $\varepsilon$ .

Який фізичний зміст величин, які входять в одержані вами співвідношення?

У яких одиницях вимірюються величини  $\varphi, \omega, \beta, N, n, \varepsilon$ ?

## ДИНАМІКА

### ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ І СИСТЕМИ МАТЕРІАЛЬНИХ ТОЧОК

#### §5. Перший закон Ньютона

У ролі *першого закону динаміки* І. Ньютон (1643-1727) прийняв закон, встановлений ще на початку XVII ст. Галілеєм: *тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямиoliniйного руху доти, доки дія з*

боку інших тіл не виведе його з цього стану.

Властивість тіл зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху називається *інертністю*, а саме явище – *інерцією*. Внаслідок цього перший закон Ньютона ще називають законом інерції, а рух тіл, на які не діють інші тіла, називають рухом за інерцією.

Механічний рух відносний: його характер для одного і того ж тіла може бути різним у різних системах відліку. Наприклад, відносно системи відліку, зв'язаної із штучним супутником Землі, космонавт нерухомий, водночас він рухається по еліпсу разом з супутником відносно Землі; м'яч, кинутий вертикально вниз у вагоні рухомого поїзда, рухається вздовж вертикальної прямої відносно вагона, і по параболі відносно Землі; гладка куля, яка лежить нерухомо на палубі пароплава, без видимих причин починає рухатись, тільки-но корабель змінить швидкість.

Система відліку, по відношенню до якої виконується перший закон Ньютона, називається *інерційною* системою відліку.

Будь-які дві інерційні системи відліку можуть рухатися одна відносно одної тільки рівномірно прямолінійно.

Практично інерційними можна вважати *геліоцентричну* систему відліку (початок координат в центрі Сонця) і *лабораторну* систему відліку, тобто систему, зв'язану з Землею (доцентрове прискорення, обумовлене добовим обертанням Землі, становить приблизно  $0,034 \text{ м/с}^2$ , а доцентрове прискорення руху Землі навколо Сонця дорівнює приблизно  $0,006 \text{ м/с}^2$ ).

Рух у неінерційних системах відліку має свої особливості, тому розглянемо його окремо.

## **§6. Сила. Маса. Імпульс**

*Силою* називається векторна величина, що є мірою дії на дане тіло з боку інших тіл, внаслідок якої відбувається зміна стану руху (змінюється швидкість, тобто виникає прискорення) або деформація даного тіла.

Уся різноманітність взаємодій в природі зводиться до таких фундаментальних сил: гравітаційних, електромагнітних, ядерних і сил, що зумовлюють так звані слабкі взаємодії у світі елементарних частинок.

Взаємодія може здійснюватись і між тілами, що безпосередньо контактують (тертя, тиск), і на відстані.



Дія одних частинок на інші передається за допомогою особливої форми матерії, яку називають *фізичним полем* (гравітаційне, електромагнітне, ядерне).

У даному розділі розглядатимемо, в основному, механічну дію сил, не цікавлячись їхньою природою (за винятком гравітаційних сил).

Сила  $\vec{F}$  повністю визначена, якщо задано її модуль, напрямок і точку прикладання.

Одночасна дія на матеріальну точку декількох сил  $\vec{F}_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ) еквівалентна дії однієї сили:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \quad (1)$$

яка називається *рівнодійною*.

*Замкнутою системою тіл* (або матеріальних точок) називається така система, в якій тіла взаємодіють між собою і не взаємодіють із зовнішніми відносно даної системи тілами. Сили взаємодії між тілами замкнутої системи називаються *внутрішніми силами*.

*Незамкнутою системою* називається система, у якій тіла взаємодіють як між собою, так і з зовнішніми відносно даної системи тілами.

Сили взаємодії із зовнішніми тілами називаються *зовнішніми силами*. Як приклад можна розглянути сонячну систему, де сили взаємодії між Сонцем, планетами, супутниками планет тощо є внутрішніми, а сили взаємодії із зорями галактики є зовнішніми.

Усі існуючі в природі системи не є замкнутими, але коли зовнішні сили за величиною набагато менші внутрішніх, то систему з певним наближенням можна вважати замкнутою.

Мірою інертності тіла (матеріальної точки) є скалярна величина, яка називається *масою*. Прискорення  $a_1$  і  $a_2$ , яких набувають тіла масами  $m_1$  і  $m_2$  під дією однієї і тієї ж сили, обернено пропорційні масам

$$\text{цих тіл: } \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}.$$

Цим співвідношенням можна користуватися для визначення невідомої маси тіла  $m_2$ , якщо відома маса  $m_1$  і прискорення тіл  $a_1$  і  $a_2$ . Одиниця вимірювання маси:  $[m] = 1 \text{ кг}$  (кілограм).

У класичній механіці вважається, що

- а) маса тіла не залежить від стану його руху;
- б) маса системи тіл (матеріальних точок) дорівнює сумі мас складових цієї системи і в замкнутій системі ця сума є сталою –

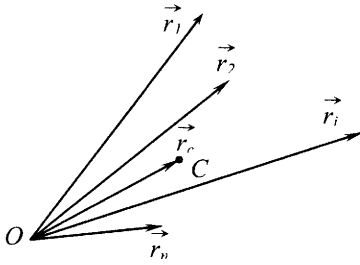


Рис. 1.8

$$m = \sum_{i=1}^n m_i = \text{const}. \quad (2)$$

Співвідношення (2) є виразом закону збереження маси замкнутої системи. У релятивістській механіці ці положення уточнюються і переглядаються.

Густиною  $\rho$  тіла в даній його точці називається відношення маси  $dm$  малого елемента тіла, що включає цю точку, до величини об'єму  $dV$  цього елемента:

$$\rho = \frac{dm}{dV}. \quad (3)$$

Центром інерції (центром мас) системи матеріальних точок називається точка C (рис. 1.8), радіус-вектор якої визначається із співвідношення:

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (4)$$

Швидкість центра інерції дорівнює

$$\vec{v}_C = \frac{d\vec{r}_C}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \quad (5)$$

(тут  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  – маса системи матеріальних точок).

Імпульсом матеріальної точки  $\vec{p}_i$  називається вектор, що дорівнює добутку її маси  $m_i$  на швидкість  $\vec{v}_i$ :

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i. \quad (6)$$

Імпульсом системи  $\vec{P}$  називається векторна сума імпульсів матеріальних точок:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i. \quad (7)$$

Таким чином

$$\vec{v}_C = \frac{\vec{P}}{m}, \quad (8)$$

або

$$\vec{P} = m \vec{v}_C. \quad (9)$$

Одиниця вимірювання імпульсу:  $[p] = [m] \cdot [v] = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

### §7. Другий закон Ньютона

*Швидкість зміни імпульсу тіла дорівнює силі, що діє на це тіло:*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, \quad (1)$$

або

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}. \quad (2)$$

Тут  $m$  і  $\vec{v}$  – маса і швидкість тіла;  $\vec{F}$  – сила, що діє на тіло (або рівнодійна прикладених сил).

Рівняння (2) називається *рівнянням руху тіла* (матеріальної точки). Його можна записати у такому вигляді:

$$d(m\vec{v}) = \vec{F} \cdot dt, \quad (3)$$

тобто елементарна зміна імпульсу тіла  $d(m\vec{v})$  дорівнює елементарному імпульсу сили  $\vec{F} \cdot dt$ .

Якщо в процесі руху маса тіла не змінюється, то рівняння руху матиме вигляд:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}, \quad (4)$$

або

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (5)$$

Отже, *прискорення тіла пропорційне силі, що діє на нього, обернено пропорційне його масі і має напрямок діючої сили.*

Це твердження є одним із формулювань *другого закону Ньютона*.

Одиниця вимірювання сили згідно з рівнянням (4):

$$[F] = [m] \cdot [a] = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с}^2 = 1 \text{ Н (ньютон)}.$$

Рівнянням руху тіла із змінною масою є рівняння Мещерського:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + (\vec{v}_1 - \vec{v}) \frac{dm}{dt}, \quad (6)$$

де  $m$  і  $\vec{v}$  – маса і швидкість тіла в момент часу  $t$ ;  $\vec{F}$  – головний вектор зовнішніх сил, що діють на тіло;  $\vec{v}_1$  – швидкість частинок, що відокремлюються  $\left(\frac{dm}{dt} < 0\right)$  або приєднуються  $\left(\frac{dm}{dt} > 0\right)$  після відокремлення (або приєднання) від тіла. Другий член в рівнянні

Мешчерського називається реактивною силою:

$$\vec{F}_p = (\vec{v}_1 - \vec{v}) \frac{dm}{dt} = \vec{u} \frac{dm}{dt}, \quad (7)$$

де  $\vec{u} = \vec{v}_1 - \vec{v}$  – відносна швидкість частинок, що відокремлюються або приєднуються. Реактивна сила характеризує механічну дію на тіло частинок, які відокремлюються або приєднуються до нього.

Прикладом такого тіла може служити ракета. Під час її польоту маса поступово зменшується, бо газоподібні продукти згоряння палива у двигуні ракети викидаються через сопло  $\left(\frac{dm}{dt} < 0\right)$ .

Рівняння руху ракети у відсутності зовнішніх сил:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{u} \frac{dm}{dt}. \quad (8)$$

Оскільки при нульовій початковій швидкості ракета рухається в напрямку, протилежному швидкості струменя газу  $\vec{u}$  на виході із сопла двигуна, то:

$$m \frac{dv}{dt} = -u \frac{dm}{dt}. \quad (9)$$

При  $u = \text{const}$  зв'язок між швидкістю ракети і її масою виражається формулою Ціолковського:

$$v = u \cdot \ln \frac{m_0}{m}, \quad (10)$$

де  $m_0$  – стартова маса.

Максимальна швидкість, яку може розвинути ракета у відсутності зовнішніх сил (характеристична швидкість)

$$v_{\max} = u \cdot \ln \frac{m_0}{m_0 - m_n}, \quad (11)$$

де  $m_n$  – початкова маса палива і окислювача. На величину характеристичної швидкості помітно впливають земне тяжіння і опір повітря. Для збільшення  $v_{\max}$  використовують багатоступеневі ракети.

### **§8. Третій закон Ньютона. Закон зміни і закон збереження імпульсу системи**

Механічна дія тіл одне на одного має характер взаємодії.

Так, при зіткненні двох бильярдних куль набувають прискорення обидві кулі. Коли при формуванні поїзда вагони стикаються один з одним, то буферні пружини стискаються у обох вагонів. Земля притягує Місяць і змушує його рухатись по навколосезній орбіті, в

свою чергу Місяць притягує Землю, що проявляється у вигляді припливів.

Наведені приклади показують, що сили виникають не поодиноці, а по дві одразу: якщо одне тіло діє з деякою силою на друге («дія»), то і друге тіло діє з деякою силою на перше («протидія»). Досвід показує, що це правило має універсальний характер.

Виміряти величину сил взаємодії можна за допомогою дослідів.

Візьмемо два динамометри, зачепимо один за одного їхні гачки і будемо розтягувати їх, взявшись за кільця. Спостереження показують, що при яких завгодно розтягах, покази обох динамометрів будуть однаковими. Тобто сила дії дорівнює силі протидії.

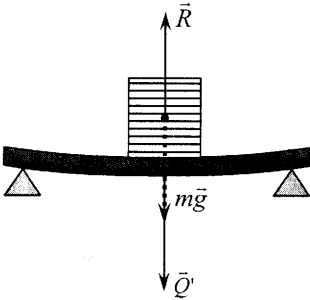


Рис. 1.9

Закріпимо на візочку магніт, на другому візочку – шматок заліза і прикріпимо візочки до протилежних стінок за допомогою динамометрів. Візочки переміщуються один на зустріч одному по горизонтальній гладкій поверхні і зупиняються на певній відстані, яка залежить від величини сил взаємодії між магнітом і залізом. Але в усіх випадках покази динамометрів однакові.

Наприклад, вантаж діє на горизонтальну опору (рис. 1.9) внаслідок притягання до Землі з силою  $\vec{Q}$  (вага), а опора, в свою чергу, діє на вантаж із силою  $\vec{R}$  (реакція опори).

Ці сили ( $\vec{Q}$  – сила дії,  $\vec{R}$  – сила протидії) рівні за величиною і протилежно напрямлені:

$$\vec{Q} = -\vec{R}. \quad (1)$$

Тобто, *два тіла діють одне на одне з силами, які чисельно рівні і протилежно спрямовані; або дві матеріальні точки взаємодіють з силами, які рівні за величиною і протилежно спрямовані вздовж лінії, що з'єднує ці точки.*

Це – закон рівності дії і протидії, названий *третьім законом Ньютона*.

Якщо в системі матеріальних точок  $\vec{F}_{ik}$  – сила, що діє на  $i$ -ту матеріальну точку з боку  $k$ -ї, а  $\vec{F}_{ki}$  – сила, що діє на  $k$ -ту матеріальну точку з боку  $i$ -ї (рис. 1.10), то

$$\vec{F}_{ik} = -\vec{F}_{ki}. \quad (2)$$

Сили  $\vec{F}_{ik}$  і  $\vec{F}_{ki}$  прикладені до різних матеріальних точок (так само, як наприклад, сили  $\vec{Q}'$  і  $\vec{R}$  прикладені до різних тіл), і тому не можна говорити про їх рівнодійну.

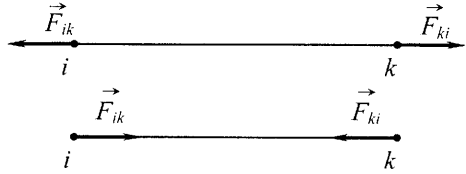


Рис. 1.10

Із третього закону Ньютона випливає, що в будь-якій механічній системі матеріальних точок геометрична сума всіх внутрішніх сил дорівнює нулю:

$$\sum_{\substack{i,k=1 \\ (i \neq k)}}^n \vec{F}_{ik} = 0. \quad (3)$$

Рівняння руху  $i$ -ї матеріальної точки:

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_i^{\text{внутр.}} + \vec{F}_i^{\text{зовн.}} \quad (i=1,2,\dots,n), \quad (4)$$

де  $\vec{F}_i^{\text{внутр.}} = \sum_{f=1}^n \vec{F}_{if}$  – векторна сума внутрішніх сил, що діють на  $i$ -ту матеріальну точку;  $\vec{F}_i^{\text{зовн.}}$  – рівнодійна зовнішніх сил, що діють на цю точку.

Знайдемо суму лівих і правих частин рівнянь (4):

$$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внутр.}} + \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{зовн.}}.$$

Врахуємо, що  $\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \vec{P}$  ( $\vec{P}$  – імпульс системи),  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^{\text{внутр.}} = 0$ ,

$\sum_{j=1}^n \vec{F}_i^{\text{зовн.}} = \vec{F}^{\text{зовн.}}$  ( $\vec{F}^{\text{зовн.}}$  – головний вектор зовнішніх сил), і одержимо:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^{\text{зовн.}}. \quad (5)$$

Це рівняння виражає закон зміни імпульсу системи.

Оскільки  $\vec{P} = m\vec{v}_C$ , то

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}_C) = \vec{F}^{\text{зовн.}},$$

або

$$m\vec{a}_C = \vec{F}^{\text{зовн.}}, \quad (6)$$

де  $\bar{a}_c = \frac{d\bar{v}_c}{dt}$  – прискорення центра інерції. Таким чином центр інерції механічної системи рухається, як матеріальна точка, маса якої дорівнює масі всієї системи і на яку діє сила, що дорівнює головному вектору зовнішніх сил, прикладених до системи.

У випадку поступального руху абсолютно твердого тіла співвідношення (6) можна вважати рівнянням цього руху (прискорення всіх точок тіла  $\bar{a}$  однакові і рівні  $\bar{a}_c$ ).

У випадку, коли  $\bar{F}^{\text{зовн.}} = 0$ , маємо  $\frac{d\bar{P}}{dt} = 0$ , або

$$\bar{P} = \text{const.} \quad (7)$$

Рівняння (7) виражає закон збереження імпульсу замкнутої системи.

На відміну від законів Ньютона, закон збереження імпульсу справедливий не тільки в рамках класичної механіки. Він є одним із основних (фундаментальних) законів природи.

### Завдання для самостійної роботи № 1.3

1. Сили пружності, їх природа.
2. Деформація розтягу (стиску). Закон Гука. Модуль Юнга. Межа пружності. Межа міцності.
3. Деформація зсуву. Модуль зсуву.
4. Сили тертя. Тертя спокою, тертя ковзання, тертя кочення. Коефіцієнт тертя та його залежність від швидкості руху тіла.
5. Доцентрова і відцентрова сили.

### Література:

Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. – Кн.1. – К.: Либідь, 2001. – С. 47-54.

### §9. Енергія. Робота. Потужність

Поняття енергії є одним із основних понять фізики.

*Енергією* називається скалярна фізична величина, що є загальною мірою різних форм руху матерії і взаємодії матеріальних об'єктів.

Для аналізу якісно різних форм руху і взаємодій розглядають і різні форми енергії, наприклад, механічну, внутрішню, електромагнітну та інші.

У механіці мірою переданої енергії від одного до іншого із вза-

емодіючих тіл є *робота*.

Елементарною роботою сили  $\vec{F}$ , прикладеної до тіла на малому переміщенні  $d\vec{r}$ , називається скалярна величина

$$\delta A = (\vec{F}, d\vec{r}) \quad (1)$$

(смісл позначення  $\delta A$  буде розкрито згодом). Оскільки скалярний добуток  $(\vec{F}, d\vec{r}) = F \cdot dr \cdot \cos \alpha$  (рис. 1.11), а  $F \cos \alpha = F_\tau$  ( $F_\tau$  – проєкція сили на дотичну до кривої  $AC$  в точці  $A$ ), то вираз для елементарної роботи можна також записати у вигляді

$$\delta A = F_\tau ds \quad (2)$$

враховуючи, що  $dr = ds$  ( $ds = A\vec{B}$  – елементарна довжина шляху).

Якщо сила  $\vec{F}$  перпендикулярна  $d\vec{r}$  ( $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ), то така сила роботи не ви-

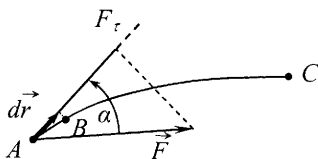


Рис. 1.11

конує. Силу  $\vec{F}$  називають рушійною при  $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$  ( $\delta A > 0$ ), а при  $\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$  силу  $\vec{F}$  називають гальмівною ( $\delta A < 0$ ). Коли до тіла прикладено декілька сил  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ , то

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \delta A_i,$$

де  $\delta A_i = (\vec{F}_i, d\vec{r})$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ .

Робота  $A$  сили  $\vec{F}$  на шляху  $s$  ( $s$  – довжина ділянки траєкторії  $L = AC$ , рис. 1.11) виражається криволінійним інтегралом

$$A = \int_L (\vec{F}, d\vec{r}) = \int_0^s F_\tau ds. \quad (3)$$

Для обчислення цього інтеграла треба знати залежність  $F_\tau(s)$  уздовж даної траєкторії  $L$ . Якщо ця залежність представлена графічно (рис. 1.12), то робота  $A$  вимірюється площею, заштрихованою на цьому рисунку. Наприклад, робота деформуючої сили  $F = ks$  на шляху  $s = x$  дорівнює ( $k$  – коефіцієнт пружності,  $s$  – абсолютна деформація при розтягу або стискуванні):

$$A = \int_0^x ks ds = k \frac{s^2}{2} \Big|_0^x = \frac{kx^2}{2}. \quad (4)$$

На графіку (рис. 1.13) робота  $A$  представлена площею



трикутника  $COB$ :

$$A = \frac{1}{2} CB \cdot OB = \frac{1}{2} kx \cdot x = \frac{kx^2}{2}.$$

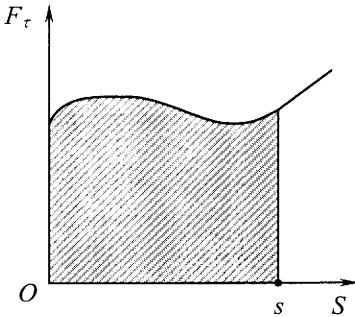


Рис. 1. 12

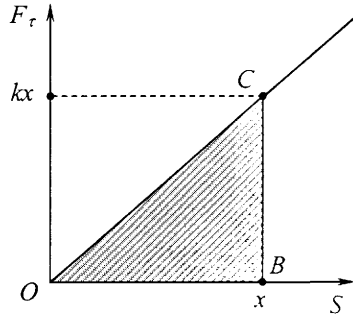


Рис. 1. 13

Якщо  $F_\tau = const$ ,  $\alpha = 0$ , а траєкторія  $L$  – пряма, то

$$A = Fs. \quad (5)$$

Виходячи із співвідношення (5), одержимо одиницю роботи:

$$[A] = [F] \cdot [s] = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м} = 1 \text{ Дж (джоуль)}.$$

*Потенціальними* (консервативними) силами називаються такі сили, робота яких залежить тільки від початкового і кінцевого положення точок їх прикладання і не залежить від форми шляху між цими точками. Наприклад, потенціальними є гравітаційні та електростатичні сили.

Робота потенціальних сил на замкнутому шляху дорівнює нулю (рис. 1.14). Дійсно, якщо роботу виконує потенціальна сила, то

$$A_{1a2} = A_{1b2} = \int_1^2 (\vec{F}, d\vec{r}).$$

Звідси  $A_{1a2} - A_{1b2} = A_{1a2} + A_{2b1} = A_{1a2b1} = 0$  ( $1a2b1$  – замкнута траєкторія  $L$ ). Отже,

$$\oint_{(L)} (\vec{F}, d\vec{r}) = 0. \quad (6)$$

У цьому випадку елементарна робота  $(\vec{F}, d\vec{r})$  є повним диференціалом величини  $A$  і для її позначення вживають символ  $dA$ :

$$\oint_{(L)} dA = 0. \quad (7)$$

Сили, робота яких залежить від форми шляху і на замкнутому шляху не дорівнює нулю, *непотенціальні*. До них відносяться

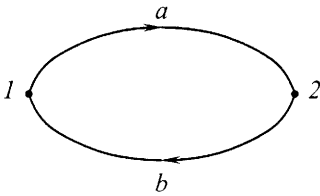


Рис. 1.14

дисипативні і гіроскопічні сили.

*Дисипативними* силами називаються сили, сумарна робота яких завжди від'ємна. Такими, наприклад, є сили тертя і сили опору рухові тіл в рідинах і газах. Елементарна робота дисипативних сил не є повним диференціалом. У цьому випадку для позначення елементарної роботи вживається символ  $\delta A$ .

Системи, в яких діють тільки потенціальні сили, називаються *консервативними*, а системи, у яких діють дисипативні сили – *дисипативними* (динамічна система, в якій відбувається зменшення енергії впорядкованого руху внаслідок її переходу в інші види енергії; від лат. *dissipatio* – розсіювання).

*Гіроскопічними* силами називаються сили, які залежать від швидкості матеріальної точки, на яку вони діють, і напрямлені перпендикулярно до цієї швидкості (наприклад, сила Лоренца). Робота цих сил завжди дорівнює нулю.

Для характеристики роботи, виконаної за одиницю часу, користуються поняттям потужності. *Потужністю* (миттєвою потужністю) називається скалярна фізична величина  $N$ , яка дорівнює відношенню елементарної роботи  $\delta A$  до малого проміжку часу  $dt$ , протягом якого ця робота виконувалась:

$$N = \frac{\delta A}{dt}. \quad (8)$$

Оскільки  $\delta A = (\vec{F}, d\vec{r})$ , то  $N = \frac{d}{dt}(\vec{F}, d\vec{r})$  і у випадку  $\vec{F} = \text{const}$ :

$$N = (\vec{F}, \vec{v}), \quad (9)$$

де  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  – швидкість точки прикладання сили.

*Середньою потужністю*  $N_c$  в інтервалі часу від  $t$  до  $t + \Delta t$  називається фізична величина, яка дорівнює відношенню роботи  $\Delta A$ , що виконується за цей проміжок часу, до його протяжності  $\Delta t$ :

$$N_c = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \quad (10)$$

Звідси  $[N] = \frac{[A]}{[t]} = 1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ Вт (ват)}$ .

Розрізняють два види механічної енергії: кінетичну і потенціальну.

*Кінетичною енергією*  $W_k$  тіла називається енергія його механічного руху.

Зміна кінетичної енергії  $dW_k$  матеріальної точки під дією сили  $\vec{F}$  дорівнює роботі  $\delta A$ , яку ця сила виконує:

$$dW_k = \delta A = (\vec{F}, d\vec{r}). \quad (11)$$

Враховуючи другий закон Ньютона, одержимо:

$$(\vec{F}, d\vec{r}) = (m\vec{a}, d\vec{r}) = m \left( \frac{d\vec{v}}{dt}, d\vec{r} \right) = m \left( \frac{d\vec{r}}{dt}, d\vec{v} \right) = m(\vec{v}, d\vec{v}).$$

Коли  $\delta A > 0$  ( $\vec{F}$  – рушійна сила), тіло прискорюється, тобто  $\vec{v} \uparrow \uparrow d\vec{v}$  і  $\delta A = mvdv$ . Таким чином

$$dW_k = mvdv.$$

Якщо тіло, що перебувало в спокої, набуває швидкості  $v$ , то

$$W_k = \int_0^v mvdv = \frac{mv^2}{2}. \quad (12)$$

Отже, кінетична енергія тіла дорівнює  $\frac{mv^2}{2}$ .

Кінетична енергія системи матеріальних точок дорівнює сумі кінетичних енергій всіх точок, що входять до складу системи:

$$W_k = \sum_{i=1}^n W_{ki} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}. \quad (13)$$

Якщо механічна система рухається поступально, то

$$W_k = \frac{mv_c^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}, \quad (14)$$

де  $m = \sum_{i=1}^n m_i$  – маса системи матеріальних точок;  $v_c$  – швидкість центра інерції системи,  $m_i$  та  $v_i$  – маса і швидкість  $i$ -ї точки системи. Рівняння (14) виражає теорему Кьоніга.

*Потенціальною енергією*  $W_n$  називається частина енергії механічної системи, яка залежить від взаємного розміщення тіл та їх частин одне відносно одного і від їх положення у зовнішньому потенціальному полі.

Робота потенціальних сил дорівнює зменшенню потенціальної енергії:

$$\delta A = -dW_n. \quad (15)$$

Наприклад, елементарна робота сили пружності

$$\delta A = -ksds,$$

де  $k$  – коефіцієнт пружності;  $s$  – абсолютна деформація в даний момент часу;  $ds$  – елементарне переміщення точки прикладання сили. Обчислимо роботу  $A_{12}$ , яка виконується при переході пружини із стану (1), коли  $s=x$ , в стан (2), коли  $s=0$  (рис. 1.15):

$$A_{12} = \int_x^0 (-ks)ds = -\frac{ks^2}{2} \Big|_x^0 = 0 - \left( -\frac{kx^2}{2} \right) = \frac{kx^2}{2}.$$

Але, оскільки  $A_{12} = W_{n1} - W_{n2}$ ,

то

$$W_{n1} = \frac{kx^2}{2}, \quad W_{n2} = 0.$$

Отже, потенціальна енергія пружно деформованого тіла:

$$W_n = \frac{kx^2}{2}. \quad (16)$$

Повна механічна енергія  $W$  системи матеріальних точок дорівнює сумі їх кінетичних і потенціальних енергій:

$$W = W_k + W_n. \quad (17)$$

Якщо система консервативна, то повна механічна енергія цієї системи зберігається:

$$W = W_k + W_n = \text{const}. \quad (18)$$

Співвідношення (18) виражає закон збереження механічної енергії в консервативній системі. У дисипативних системах механічна енергія не зберігається, бо внаслідок дії дисипативних сил (наприклад, сил тертя) частина механічної перетворюється в інші види енергії (наприклад, у внутрішню).

Оскільки в консервативних системах  $W = \text{const}$ , то

$$dW = dW_k + dW_n = 0,$$

або

$$dW_k = -dW_n. \quad (19)$$

Тобто приріст кінетичної енергії системи матеріальних точок дорівнює зменшенню її потенціальної енергії і навпаки.

### **§10. Абсолютно пружний і непружний удари**

*Ударом* називається короткочасне зіткнення тіл, при якому від-

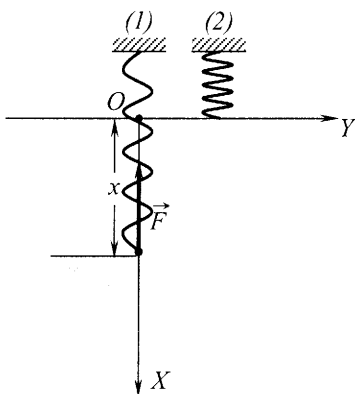


Рис. 1.15

бувається значна зміна їх швидкості.

*Лінією удару* називається спільний перпендикуляр, проведений до поверхонь тіл, що стикаються, в місці їх зіткнення.

Удар називається *центральним*, якщо в момент удару центри інерції тіл, що стикаються, знаходяться на одній лінії, яка збігається або паралельна до лінії удару. В іншому випадку удар називається *косим*.

Під час удару тіла деформуються, і в місці їх зіткнення виникають короткодійчі, але значні за величиною сили, які називаються *силами удару*. Зовнішні сили, наприклад, сили тяжіння, які постійно діють на систему, як правило, значно менші в порівнянні з силами удару. Тому систему тіл в процесі їх зіткнення можна вважати замкнутою і при розрахунку результатів удару користуватися законами збереження імпульсу та енергії системи.

*Абсолютно пружним* називається удар двох тіл, при якому механічна енергія не змінюється (тіла абсолютно пружні).

Розглянемо абсолютно пружний центральний удар двох тіл (наприклад, куль) з масами  $m_1$  і  $m_2$ , які до удару рухаються поступально зі швидкостями  $\vec{v}_1$  і  $\vec{v}_2$  вздовж осі  $OX$ , що проходить через їх центри інерції (рис. 1.16 а).

Швидкості тіл після удару  $\vec{u}_1$  і  $\vec{u}_2$  (рис. 1.16 б) можна знайти з законів збереження імпульсу -

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2 \quad (1)$$

та енергії -

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (2)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (1) і (2), одержимо:

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 &= \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}, \\ \vec{u}_2 &= \frac{2m_1\vec{v}_1 + (m_2 - m_1)\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Зокрема, якщо  $m_1 = m_2$ , то тіла при ударі обмінюються швидкостями:  $\vec{u}_1 = \vec{v}_2$ ,  $\vec{u}_2 = \vec{v}_1$ . Якщо  $m_1 \gg m_2$ , то  $\vec{u}_1 \approx \vec{v}_1$ , а  $\vec{u}_2 \approx 2\vec{v}_1 - \vec{v}_2$ . Якщо  $\vec{v}_2 = 0$  і  $m_2 = \infty$  (удар кульки об стіну), то  $\vec{u}_1 = -\vec{v}_1$ , а  $\vec{u}_2 = 0$  (кулька відскакує від стінки).

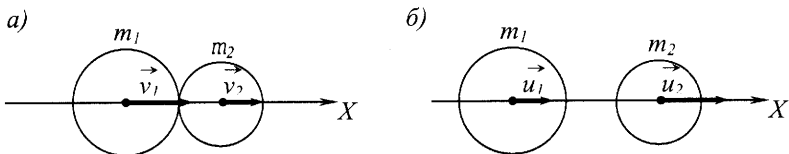


Рис. 1.16

Абсолютно непружним ударом називається такий удар, після якого тіла рухаються як одне ціле. Прикладами абсолютно непружного удару можуть бути: удар молота по металевому виробу на ковадлі, попадання кулі у вагонетку з піском, зіткнення двох свинцевих куль.

При непружному ударі відбуваються різного роду процеси в тілах, що співударяються (тертя, пластичні деформації). У результаті кінетична енергія системи частково перетворюється у її внутрішню енергію.

Якщо тіла масами  $m_1$  і  $m_2$ , рухаючись поступально із швидкостями  $\vec{v}_1$  і  $\vec{v}_2$ , вдаряються одне об одного так, що удар є центральним абсолютно непружним, то після нього вони рухаються із швидкістю:

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (4)$$

Зміна кінетичної енергії системи двох тіл при абсолютно непружному центральному ударі:

$$\Delta W_k = \frac{m_1 + m_2}{2} u^2 - \frac{m_1 v_1^2}{2} - \frac{m_2 v_2^2}{2} = -\frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2 < 0. \quad (5)$$

Якщо друге тіло до удару було у стані спокою (наприклад, металевий виріб на ковадлі), то відносно зменшення кінетичної енергії

$$-\frac{\Delta W_k}{W_{k1}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

де  $m_1$  і  $W_{k1}$  – маса і кінетична енергія першого тіла (наприклад, молота) до удару.

Абсолютно непружний удар використовують в техніці або для зміни форми тіл (кування, штампування, клепання), або для переміщення тіл у середовищі з великим опором (забивання цвяхів, паль тощо).

У першому випадку необхідно, щоб відносна втрата енергії була близька до одиниці ( $m_2 \gg m_1$ ), а у другому треба, щоб втрати кінетичної енергії були якомога меншими ( $m_1 \gg m_2$ ). Наприклад, маса молотка повинна бути значно більшою за масу цвяха.

#### Завдання для самостійної роботи № 1.4

1. Виходячи із законів збереження (1) і (2), (§10), одержати формули для швидкостей  $\vec{u}_1$  і  $\vec{u}_2$  тіл після абсолютно пружного удару.

**Вказівка:** при доведенні розглянути рух тіл вздовж  $OX$  в одному напрямку. Узагальнити результат на випадок руху в довільному напрямку.

2. Розглянути випадок абсолютно пружного удару тіл з однаковими масами, що до удару рухаються назустріч одне одному.

3. Вивести формулу для зміни кінетичної енергії системи при абсолютно непружному центральному ударі. Розглянути випадки:

1)  $v_2 = 0$ ; 2)  $v_2 = 0$ ;  $m_2 \gg m_1$ ; 3)  $v_2 = 0$ ;  $m_2 \ll m_1$ .

#### ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТІЛА ВІДНОСНО НЕРУХОМОЇ ОСІ

На практиці часто доводиться мати справу з обертальним рухом і тілами, що його здійснюють. Це різноманітні маховики, вали, ротори генераторів і двигунів, мішалки, діжі в місильних машинах, котли в дражувальних машинах, сепаратори, центрифуги тощо.

При вивченні законів руху матеріальної точки і поступального руху абсолютно твердого тіла було введено такі динамічні величини як маса, імпульс, сила та ін. Особливістю обертального руху є те, що лінійні швидкості руху його точок залежать від їх відстані до осі обертання, а кутові швидкості усіх точок однакові. Тому доцільно виразити всі динамічні характеристики через кутову швидкість, а також ввести ряд нових фізичних величин. Це – момент сили, момент інерції, момент імпульсу.

#### *§11. Момент сили відносно нерухомої осі. Момент інерції. Основне рівняння динаміки, робота і потужність при обертальному русі*

Розглянемо рух матеріальної точки масою  $m_i$  тіла, яке обертається навколо нерухомої осі. Ця точка описує коло радіусом  $r_i$ , яке знаходиться в площині, перпендикулярній до осі, з центром  $O_i$ , що знаходиться на осі обертання (рис. 1.17). Нехай до цієї точки прикладена сила  $\vec{F}_i$ . Обчислимо роботу сили  $\vec{F}_i$ , яка виконується при повороті тіла на кут  $d\varphi$ :

$$\begin{cases} \delta A_i = F_i dl_i \cos \gamma_i, \\ dl_i = r_i d\varphi, (dl_i = A_i B_i), \Rightarrow \delta A_i = (F_i r_i \sin \alpha_i) d\varphi. \\ \gamma_i = \frac{\pi}{2} - \alpha_i, \end{cases}$$

Тепер зручно ввести фізичну величину, яка називається *моментом сили*. Це – векторний добуток радіус-вектора  $\vec{r}_i$  точки прикладання сили  $\vec{F}_i$  на цю силу :

$$\vec{M}_i = [\vec{r}_i, \vec{F}_i]. \quad (1)$$

Модуль моменту сили

$$M_i = r_i F_i \sin \alpha_i.$$

Оскільки  $r_i \sin \alpha_i = d_i$  ( $d_i$  називається плечем сили  $\vec{F}_i$ , див. рис. 1.17), то

$$M_i = F_i d_i. \quad (2)$$

Тобто модуль моменту сили  $M_i$  дорівнює добутку сили  $F_i$  на плече  $d_i$ .

Вектор  $\vec{M}_i$  спрямований вздовж осі обертання (аксіальний вектор) у відповідності з напрямком векторного добутку  $[\vec{r}_i, \vec{F}_i]$ .

Отже  $\delta A_i = M_i d\varphi$ , або у векторній формі  $\delta A_i = (\vec{M}_i, d\vec{\varphi})$ .

Сила  $\vec{F}_i$ , що діє на  $i$ -ту матеріальну точку, дорівнює сумі внутрішніх ( $\vec{F}_i^{\text{внутр}}$ ) і зовнішніх ( $\vec{F}_i^{\text{зовн}}$ ) сил, прикладених до цієї точки:

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i^{\text{внутр}} + \vec{F}_i^{\text{зовн}}.$$

*Головним моментом сил* відносно нерухомої осі називається вектор  $\vec{M}$ , що дорівнює геометричній сумі моментів всіх сил системи відносно осі:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i^{\text{внутр}} + \sum_{i=1}^n \vec{M}_i^{\text{зовн}},$$

де  $\vec{M}_i^{\text{внутр}} = [\vec{r}_i, \vec{F}_i^{\text{внутр}}]$ ,  $\vec{M}_i^{\text{зовн}} = [\vec{r}_i, \vec{F}_i^{\text{зовн}}]$ .

Легко довести, що  $\sum_{i=1}^n \vec{M}_i^{\text{внутр}} = 0$ . Отже,

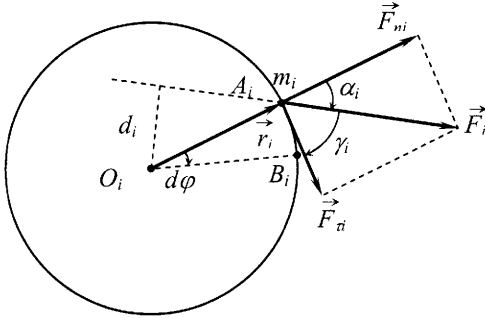


Рис. 1.17



$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i^{\text{зони}},$$

тобто при знаходженні результуючого момента сил  $\vec{M}$  слід враховувати тільки зовнішні сили, що діють на дане тіло.

Робота, яку виконують зовнішні сили, прикладені до тіла, що повертається навколо нерухомої осі на кут  $d\varphi$ , дорівнює

$$\delta A = \sum_{i=1}^n \delta A_i = (\vec{M}, d\vec{\varphi}), \quad (3)$$

а миттєва потужність –

$$N = \frac{\delta A}{dt} = (\vec{M}, \vec{\omega}). \quad (4)$$

Як бачимо на рис. 1.17,

$$F_i \sin \alpha_i = F_{\tau_i}.$$

Тому можна записати:

$$\begin{cases} M_i = F_{\tau_i} \cdot r_i, \\ F_{\tau_i} = m_i a_{\tau_i}, \Rightarrow (M_i = m_i r_i^2 \beta); \\ a_{\tau_i} = \beta \cdot r_i, \end{cases}$$

тут  $a_{\tau_i}$  і  $\beta$  – модулі тангенційного і кутового прискорення матеріальної точки масою  $m_i$ .

Величина  $J_i$ , яка дорівнює добутку маси  $m_i$  матеріальної точки на квадрат відстані  $r_i$  цієї точки від осі обертання, називається *моментом інерції матеріальної точки* відносно цієї осі:

$$J_i = m_i r_i^2. \quad (5)$$

Таким чином

$$M_i = J_i \beta,$$

або у векторній формі –

$$\vec{M}_i = J_i \vec{\beta}, \quad (6)$$

а головний момент сил

$$\vec{M} = \left( \sum_{i=1}^n J_i \right) \vec{\beta}. \quad (7)$$

Сума моментів інерції матеріальних точок тіла відносно осі називається *моментом інерції тіла* відносно цієї осі:

$$J = \left( \sum_{i=1}^n J_i \right) = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (8)$$

Отже

$$\vec{M} = J\vec{\beta}, \quad (9)$$

тобто головний момент  $\vec{M}$  зовнішніх сил дорівнює добутку моменту інерції тіла відносно осі обертання на кутове прискорення  $\vec{\beta}$  і співнапрямлений з останнім.

Рівняння (9) є аналогом другого закону Ньютона при обертальному русі тіла. Мірою інертності у цьому випадку є момент інерції тіла відносно осі обертання.

Зі сказаного вище легко встановити одиниці вимірювання моменту сили –  $[M] = [F] \cdot [d] = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , і моменту інерції –  $[J] = [m] \cdot [r^2] = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ .

### §12. Моменти інерції тіл різної форми. Теорема Штейнера

Момент інерції даного тіла відносно довільної осі залежить від маси, форми, розмірів тіла, а також від положення тіла по відношенню до даної осі. Згідно з теоремою про перенесення осей інерції (теорема Штейнера) момент інерції тіла  $J$  відносно довільної осі дорівнює сумі моменту інерції  $J_0$  відносно осі, що проходить через центр інерції тіла паралельно до даної осі, і добутку маси тіла  $m$  на квадрат відстані  $d$  між осями:

$$J = J_0 + md^2. \quad (1)$$

Момент інерції тіла  $J_0$  можна обчислити, якщо воно має правильну геометричну форму. У цьому випадку

$$J_0 = \int_{(m)} r^2 dm, \quad (2)$$

де  $dm = \rho dV$  – маса малого елемента об'єму тіла  $dV$ ;  $\rho$  – густина;  $r$  – відстань від елемента  $dV$  до осі обертання.

Для прикладу обчислимо момент інерції тонкого стрижня відносно осі  $OO'$ , що проходить через його середину перпендикулярно до стрижня.

Довжина стрижня  $l$ , площа поперечного перерізу  $S$ , густина  $\rho$  (рис. 1.18). У даному випадку

$$dm = \rho dV = \rho S dx,$$

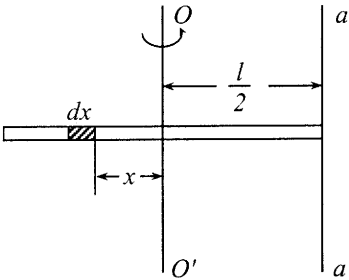


Рис. 1.18

$$J_0 = 2 \int_0^{l/2} x^2 dm = 2 \rho S \int_0^{l/2} x^2 dx = 2 \rho S \frac{x^3}{3} \Big|_0^{l/2} = \frac{1}{12} \rho S l^3.$$

Очевидно  $\rho S l = m$  (маса стрижня), так що  $J_0 = \frac{1}{12} m l^2$ .

Момент інерції цього стрижня відносно осі  $aa'$  що проходить через його кінець паралельно  $OO'$ , можна знайти за допомогою теореми Штейнера:

$$\begin{cases} J = \frac{1}{12} m l^2 + m d^2, \\ d = \frac{l}{2}, \end{cases} \Rightarrow J = \frac{1}{3} m l^2.$$

Моменти інерції  $J_0$  однорідних тіл найпростішої форми подано в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1

Тіло	Момент інерції
Тонкостінний циліндр (кільце) радіусом $R$ і масою $m$	$mR^2$
Суцільний циліндр (диск) радіусом $R$ і масою $m$	$\frac{1}{2} mR^2$
Порожнистий циліндр (кільце) із внутрішнім радіусом $R_1$ , зовнішнім радіусом $R_2$ і масою $m$	$\frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2)$
Куля радіусом $R$ і масою $m$	$\frac{2}{5} mR^2$

### §13. Момент імпульсу тіла

Моментом імпульсу  $\vec{L}_i$   $i$ -тої матеріальної точки тіла, яке обертається навколо нерухомої осі  $OO'$ , називається векторна фізична величина, що дорівнює векторному добутку радіус-вектора  $\vec{r}_i$  цієї точки на її імпульс  $\vec{p}_i$  (рис. 1.19):

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i, \vec{p}_i]. \quad (1)$$

Оскільки  $\vec{r}_i \perp \vec{p}_i$ , то

$$\begin{cases} L_i = r_i p_i, \\ p_i = m_i v_i, \\ v_i = r_i \omega, \end{cases}$$

де  $m_i r_i^2 = J_i$  – момент інерції матеріальної точки відносно осі  $OO'$ ;  $\omega$  – модуль кутової швидкості тіла.

У векторній формі, очевидно,

$$\vec{L}_i = J_i \vec{\omega}, \quad (2)$$

тобто вектор моменту імпульсу матеріальної точки  $\vec{L}_i$  дорівнює добутку її моменту інерції відносно осі  $OO'$  на вектор кутової швидкості тіла  $\vec{\omega}$ . Вектор  $\vec{L}_i$  є аксіальним і співнапрямленим з вектором  $\vec{\omega}$  ( $\vec{L}_i \uparrow \uparrow \vec{\omega}$ , рис. 1.19).

Моментом імпульсу тіла  $\vec{L}$  відносно осі називається векторна сума моментів імпульсу  $\vec{L}_i$ :

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i$$

Враховуючи (2), одержимо:

$$\vec{L} = J \vec{\omega}, \quad (3)$$

де  $J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$  – момент інерції тіла відносно осі обертання. Оскільки всі вектори  $\vec{L}_i$  мають однакові напрямки, то модуль вектора  $\vec{L}$  дорівнює сумі модулів векторів  $\vec{L}_i$ :  $L = \sum_{i=1}^n L_i$ . Очевидно, що

одиниця вимірювання моменту імпульсу –  $[L] = [J] \cdot [\omega] = 1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$ .

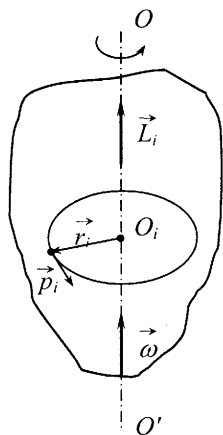


Рис. 1.19

#### §14. Основний закон динаміки обертального руху в загальному випадку

З рівняння динаміки для обертального руху (9) випливає, що перша похідна за часом  $t$  від моменту імпульсу  $\vec{L}$  тіла, що обертається навколо нерухомої осі  $OO'$ , дорівнює головному моменту  $\vec{M}$  зовнішніх сил, прикладених до цього тіла:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}. \quad (1)$$

Рівняння (1) виражає основний закон динаміки системи матеріальних точок (або тіла), що обертається відносно нерухомої осі (закон зміни моменту імпульсу).

Якщо в процесі руху момент інерції  $J$  системи не змінюється, то

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(J\vec{\omega}) = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J\vec{\beta},$$

і рівняння (1) набуває вигляду

$$J\vec{\beta} = \vec{M}. \quad (2)$$

Тобто закон, виражений формулою (2), є основним рівнянням динаміки обертального руху системи з незмінним відносно осі обертання моментом інерції.

#### §15. Закон збереження моменту імпульсу

Момент імпульсу  $\vec{L}$  замкнутої системи матеріальних точок є величиною сталою:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \text{або} \quad \vec{L} = \text{const}. \quad (1)$$

Оскільки  $\vec{L} = J\vec{\omega}$ , то з закону збереження моменту імпульсу випливає, що постійним залишається тільки добуток  $J\omega$ , а не кожний із співмножників: якщо в момент часу  $t_1$  момент інерції системи  $J_1$  і кутова швидкість  $\omega_1$ , а в момент часу  $t_2$  –  $J_2$  і  $\omega_2$ , то

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2. \quad (2)$$

Закон має численні практичні застосування. Він проявляється, коли спортсмен виконує сальто, коли фігурист виконує фігуру «дзига», або коли жонглер працює на арені цирку. У техніці використовуються гіроскопи – симетричні тіла, що обертаються з великою кутовою швидкістю (30 тис. обертів на хвилину і більше), вісь обертання яких практично збігається з віссю їх симетрії і не змінює

своїї орієнтації в просторі, якщо на гіроскоп не діють зовнішні сили. Такі вільні гіроскопи, розміщені в машинному відділенні судна, зменшують його розхитування. Вільні гіроскопи, зв'язані з несучим об'єктом (літаком, ракетою, торпедою), практично зберігають його напрямок руху в просторі. Тому вони є основними складовими навігаційних приладів (гірокомпасів, гіроазимутів тощо).

### §16. Кінетична енергія тіла, що обертається

Кінетична енергія тіла як системи матеріальних точок

$$W_k = \sum_{i=1}^n W_{ki},$$

де  $W_{ki} = \frac{m_i v_i^2}{2}$  – кінетична енергія  $i$ -тої точки.

Враховуючи, що  $v_i = \omega r_i$ , одержимо

$$W_{ki} = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2,$$

$$W_k = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J \omega^2}{2}; \quad (1)$$

тут  $J$  – момент інерції системи (тіла) відносно осі обертання;  $\omega$  – кутова швидкість системи.

Кінетична енергія тіла, що котиться

$$W_k = \frac{m v_c^2}{2} + \frac{J \omega^2}{2}, \quad (2)$$

де  $m$  – маса тіла;  $v_c$  – швидкість його центра інерції.

### Завдання для самостійної роботи № 1.5

1. Довести, що результуючий момент внутрішніх сил системи матеріальних точок дорівнює нулю:

$$\vec{M}^{\text{внутр}} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i^{\text{внутр}} = 0.$$

2. Вивести формули для моментів інерції  $J_o$  тіл, представлених в таблиці 1.1.

3. Використовуючи другий закон Ньютона, вивести основне рівняння динаміки обертального руху.

4. Скласти таблицю аналогії між величинами і рівняннями, які описують поступальний і обертальний рухи за таким зразком:

Поступальний рух	Обертальний рух
Вектор переміщення $\vec{r}$	Кут повороту $\bar{\varphi}$
Швидкість $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	Кутова швидкість $\bar{\omega} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt}$
Прискорення $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	Кутове прискорення $\bar{\beta} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d^2\bar{\varphi}}{dt^2}$
Маса $m$	Момент інерції $J$
Сила $\vec{F}$	Момент сили $\vec{M}$
...	...

## МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ

### §17. Механічні коливання

Найпоширенішими рухами в природі і техніці є такі, які так чи інакше повторюються. Це, наприклад, рух Землі навколо власної осі і рух навколо Сонця, обертання стрілок годинника і коліс автомобіля, дихання, биття серця, морські припливи і відпливи.

Вивчення цих рухів має велике значення для науки і практики. Так аналіз рухів небесних світил дав можливість розвинути сучасний науковий світогляд, а разом з тим дозволив створити календар, необхідний для господарської діяльності ще в далекій давнині у вавілонян, єгиптян, майя, інків, скіфів, полян та інших народів.

З-поміж повторюваних рухів окремо виділяються коливні (коливання маятників, струн, частин машин і механізмів, будівель, мостів, тиску повітря при поширенні в ньому звуку, хвилювання моря, коливання змінного струму в мережі, коливання напруженостей електричного і магнітного полів змінного електромагнітного поля, коливання мембрани гучномовця, телефону і т. п.). Залежно від фізичної природи коливного процесу і механізму його збудження розрізняють механічні, електромагнітні, електромеханічні та ін. коливання. У цьому розділі обмежимося розглядом механічних коливань, вивчення яких мало і має велике значення для розвитку науки, техніки і практичної діяльності людини. Так, наприклад, вивчення коливного руху маятника дозволило Гюйгенсу (1657 р.) створити годинник, який вимірював час з небаченою до того точністю. Коливання широко використовуються в різних технологічних процесах і машинах. Прикладом можуть служити різноманітні сортувальні машини, вібраційні конвеєри, віброзмішу-

вачі, вібромиття, віброрізання.

Необхідно враховувати і шкідливу дію коливань. Згідно зі статистичними даними близько 80% поламок і аварій в машинобудуванні є результатом «неприпустимих коливань». Смертельною небезпекою для літаків був так званий «флаттер»: при певній швидкості літак починало трясти, і він розпадався у повітрі. Непередбачені і вкрай небезпечні вібрації виникали і при запусках ракет. Вченим вдалося знайти причини цих явищ і усунути їх. Доводиться враховувати виникнення коливань і в будівництві різних, наприклад, висотних споруд. Так коливання заводської труби у верхній її частині при поривах вітру можуть досягати 0,5 м. Це вимагає строгого розрахунку її міцності.

Розрізняють періодичні і неперіодичні повторювальні рухи.

Періодичним називається рух, який повторюється через однакові проміжки часу.

Насправді не завжди і не при всяких умовах повторення цілком однакове. В одних випадках кожний новий цикл руху точно повторює попередній (коливання маятника, рух стрілки годинника, рух поршня в двигуні машини, яка рухається зі сталою швидкістю), в інших випадках відмінність між циклами, що йдуть один за одним, може бути помітною (припливи і відпливи).

Відхилення від абсолютно точного повторення дуже часто такі малі, що ними можна знехтувати і вважати рух періодичним. Тривалість одного циклу при періодичному русі називається періодом.

*Періодом коливання  $T$*  називається найменший проміжок часу, протягом якого значення всіх фізичних величин, які характеризують коливання, повторюються.

Число коливань за одиницю часу називається *частотою коливань*:

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (1)$$

Одиниця вимірювання частоти: 1 Гц (герц). Тобто 1 Гц – це така частота, при якій здійснюється одне повне коливання за одну секунду.

Число коливань за  $2\pi$  секунд називається *циклічною частотою*

$\omega$ :

$$\omega = 2\pi\nu,$$

або



$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (2)$$

Одиниця вимірювання циклічної частоти:  $[\omega] = \frac{1}{[T]} = 1c^{-1}$ .

При періодичних коливаннях залежність величини  $S$ , яка коливається, від часу є такою:

$$S(t + T) = S(t), \quad (3)$$

тобто її значення повторюється через проміжок часу, що дорівнює періоду.

Система, яка здійснює коливання, називається *коливною системою* (маятник, камертон, верхів'я дерев тощо).

*Вільними* називаються коливання, які можуть відбуватися без впливу зовнішніх чинників. При цьому система, виведена з положення рівноваги, сама багаторазово повертається і знову виходить з цього положення (рух маятника).

*Вимушеними* називаються коливання, які відбуваються під впливом періодичної зовнішньої дії (рух голки в швейній машині).

У всякої системи, здатної здійснювати вільні коливання, є стійкий стан рівноваги. У маятника, наприклад, це той стан, у якому центр ваги міститься на вертикалі під точкою підвісу.

Якщо вивести систему із положення рівноваги, то вона почне коливатись, відхиляючись то в один, то в інший бік.

Відхилення від положення рівноваги  $x(t)$  називається *зміщенням*, а модуль найбільшого відхилення називається *амплітудою* коливань  $A$ :

$$A = |x_{max}|. \quad (4)$$

### §18. Гармонічні коливання

Гармонічне коливання є окремим видом періодичного коливання. Цей вид коливання дуже важливий, бо він часто зустрічається в різних коливальних системах (коливання маятника, ніжки камертона, затиснутої пластини тощо). При великих амплітудах коливання мають дещо складнішу форму, але вони тим ближчі до гармонічних, чим менша амплітуда.

Нехай матеріальна точка в момент часу  $t_0 = 0$  знаходиться в точці  $M_0$  кола з радіусом  $A$  ( $A = |OM_0|$ ). Її проекція на вісь  $Ox$  знаходиться на відстані  $x_0$  від початку координат ( $x_0$  називається *початковим зміщенням*).

У момент часу  $t$ , рухаючись по колу з кутовою швидкістю  $\omega$ , матеріальна точка буде в точці  $M$ , а її проекція на вісь  $OX$  знаходиться на відстані  $x$  від початку координат. Як видно з рис. 1.20,

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (1)$$

Аналогічно для проекції на вісь  $OY$ :

$$y = A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (2)$$

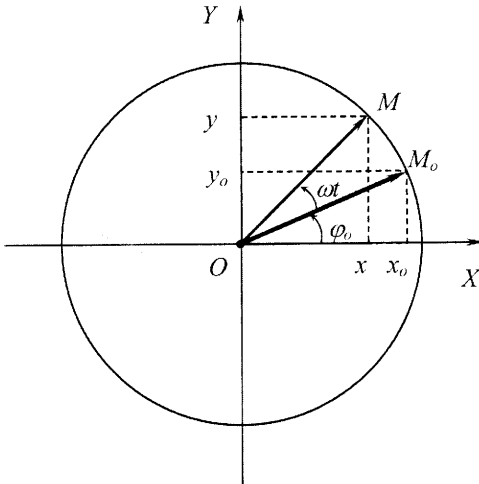


Рис. 1.20

Здійснивши повний оберт за час  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , матеріальна точка повернеться у початковий стан, а її проекція на вісь  $OX$  (або  $OY$ ) здійснить повне коливання. Рівняння (1) (або (2)) описує цей коливний рух.

Коливання, які відбуваються за законом косинуса або синуса, називаються *гармонічними*.

Величина  $\varphi = \omega t + \varphi_0$  називається *фазою коливань*,  $\varphi_0$  – *початковою фазою*,  $\omega$  – *циклічною частотою*,  $A = |x_{\max}|$  (або  $A = |y_{\max}|$ ) – *амплітудою* коливань. Початкова фаза  $\varphi_0$  характеризує зміщення  $x_0$  ( $x_0 = A \cos \varphi_0$ ), а фаза  $\varphi$  – зміщення  $x$  у момент часу  $t$ .

Знайдемо швидкість  $\vec{v}$  і прискорення матеріальної точки, яка гармонічно коливається. Обмежимося розглядом коливань вздовж осі  $OX$ . Згідно з означенням швидкості маємо:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad |v_{\max}| = \omega A; \quad (3)$$

аналогічно для прискорення –

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi_0), \quad |a_{\max}| = \omega^2 A. \quad (4)$$

Графіки  $x(t)$ ,  $v(t)$  і  $a(t)$  представлені на рис. 1.21 (рівняння (1), (3))

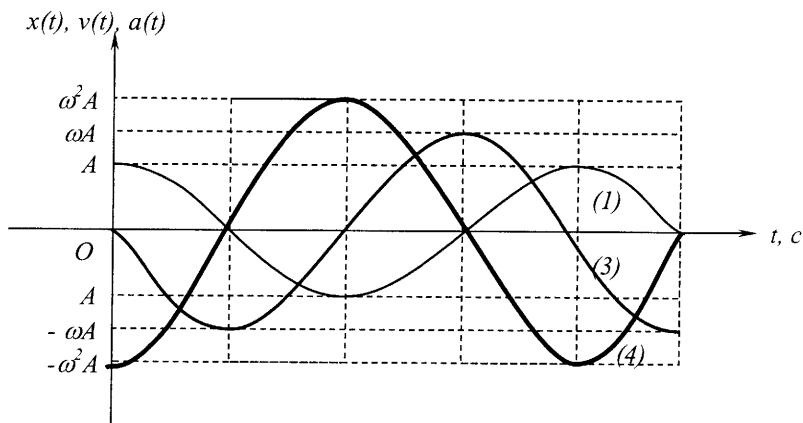


Рис. 1.21

і (4) відповідно,  $\varphi_0 = 0$ ). Як видно з графіків, різниця фаз  $x(t)$  і  $v(t)$  становить  $\frac{\pi}{2}$ , а різниця фаз  $x(t)$  і  $a(t)$  дорівнює  $\pi$ .

Порівнюючи рівняння (1) і (4), можна записати  $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$ , або

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0. \quad (5)$$

Рівняння (5) є диференціальним рівнянням гармонічних коливань.

**Приклад 1.** Лінійний гармонічний осцилятор – матеріальна точка маси  $m$  здійснює гармонічні коливання під дією пружної сили  $\vec{F} = -kx\vec{i}$ , де  $k$  – коефіцієнт пружності,  $x$  – зміщення (абсолютна деформація),  $\vec{i}$  – орт, спрямований вздовж  $OX$ . Прикладом такої системи

може бути горизонтальний пружинний маятник (рис. 1.22).

Рівняння руху, яке випливає з другого закону Ньютона, має вигляд:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx,$$

або

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (6)$$

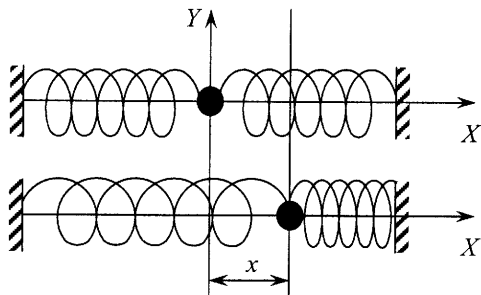


Рис. 1.22

Ми одержали диференціальне рівняння гармонічних коливань пружинного маятника з циклічною частотою  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$  і періодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

**Приклад 2.** Фізичний маятник – тверде тіло, яке може коливатися під дією сили тяжіння  $m\vec{g}$  відносно нерухомої горизонтальної осі  $O$ , що не проходить через центр маси тіла  $C$ . Вона називається віссю коливань маятника (рис. 1.23).

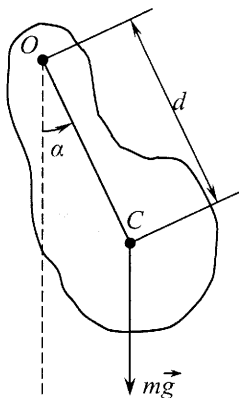


Рис. 1.23

Центр маси (центр інерції)  $C$  при коливаннях маятника буде описувати дугу кола, тому для нього рівняння руху має вигляд:

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = \bar{M},$$

де  $J$  – момент інерції маятника відносно осі  $O$ ,  $\bar{M}$  – момент сили тяжіння. Оскільки

$$M = -mgd \sin \alpha$$

( $d = OC$  – відстань від центра інерції  $C$  до точки підвісу  $O$ ), а при малих кутах відхилення  $M = -mgda$  ( $\sin \alpha \approx \alpha$ ), одержимо рівняння:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgd}{J} \alpha = 0. \quad (7)$$

Тобто кут  $\alpha$  задовольняє диференціальне рівняння гармонічних коливань з циклічною

частотою  $\omega = \sqrt{\frac{mgd}{J}}$  або з періодом  $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgd}}$ .

Зведеною довжиною фізичного маятника називається величина  $l_3 = \frac{J}{md}$  (легко бачити, що вона має розмірність довжини). Отже період

коливань фізичного маятника можна виразити формулою  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l_3}{g}}$ .

**Приклад 3.** Математичний маятник – матеріальна точка, підвішена на невагомій нерозтяжній нитці, що здійснює коливання у вертикальній площині під дією сили тяжіння.

Математичний маятник є граничним випадком фізичного маятника, вся маса якого зосереджена в центрі інерції. Нехай  $d = l$  –

довжина математичного маятника. Момент інерції такого маятника відносно осі коливань  $J = ml^2$ . Відповідно, диференціальне рівняння математичного маятника набуде вигляду:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l}\alpha = 0. \quad (8)$$

Період коливань  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ .

Порівнюючи формули для періодів коливань фізичного і математичного маятників, можна зауважити, що зведена довжина фізичного маятника – це довжина такого математичного маятника, період коливань якого збігається з періодом коливань даного фізичного маятника.

**Приклад 4.** Крутильні коливання – коливання, при яких тіло закручується туди і назад навколо осі, що проходить через його центр інерції.

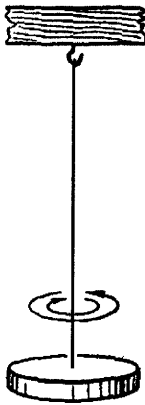


Рис. 1.24. Крутильні коливання диска, підвішеного на дротині

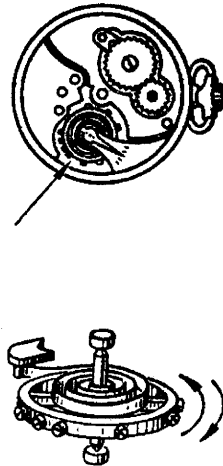


Рис. 1.25. Годинниковий балансир

Якщо, наприклад, підвісити на дротині диск (рис. 1.24<sup>1</sup>), повернути його так, щоб дротина закрутилася, а потім відпустити, то

<sup>1</sup> Рисунок подається відповідно до наведеного в кн.: “Елементарний підручник фізики” / За ред. Г.С.Ландсберга. – Т. 3. – К.: Радянська школа, 1968. – С. 30.

диск почне розкручуватись, закрутиться в зворотний бік і т.д., тобто здійснюватиме крутильні коливання.

У ручних годинниках застосовується так званий балансір (рис. 1.25<sup>1</sup>) – колішатко, до осі якого прикріплена спіральна пружина («волосок»). Балансір періодично закручується туди і назад, а пружина при цьому закручується в обидва боки від свого рівноважного стану. Таким чином, балансір є крутильним маятником.

Колівання відбуваються під дією крутильного моменту

$$\bar{M} = -f\bar{\varphi},$$

де  $f$  – модуль кручення,  $\varphi$  – кут закручування. Модуль кручення  $f$  – фізична величина, яка чисельно дорівнює моменту сил, необхідному для закручування на кут, що дорівнює одному радіану

$$([f] = 1 \text{ Н}\cdot\text{м} / \text{рад}).$$

Рівняння руху для цього випадку:

$$J \frac{d^2 \bar{\varphi}}{dt^2} = -f\bar{\varphi},$$

звідки

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \omega^2 \varphi = 0, \quad (9)$$

де  $\omega = \sqrt{\frac{f}{J}}$  – циклічна частота. Період крутильних коливань

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{f}}.$$

В усіх розглянутих прикладах гармонічні коливання відбуваються під дією сили (або моменту сили), яка завжди спрямована до положення рівноваги і яка називається *повертаючою силою*. Іншими словами, повертаюча сила протилежно напрямлена і пропорційна зміщенню (момент сил пропорційний і напрямлений протилежно кутовому зміщенню). У прикладах 1 і 4 – це *пружні сили*, а в прикладах 2 і 3 – *квазіпружні*, тобто такі, які за своєю природою не є пружними, але подібно до пружних пропорційні зміщенню і протилежно йому напрямлені.

Кінетична енергія гармонічних коливань

$$W_k = \frac{m v^2}{2} = \frac{m \omega^2 A^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi_0). \quad (10)$$

Вираз для потенціальної енергії тіл, що здійснюють гармонічні коливання, має вигляд:

$$W_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0).$$

Але  $k = m\omega^2$ , отже

$$W_n = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi_0). \quad (11)$$

Повна енергія

$$W = W_k + W_n = \frac{m\omega^2 A^2}{2}, \quad (12)$$

тобто не змінюється з часом. Рівняння (12) виражає закон збереження механічної енергії при гармонічних коливаннях.

На рис. 1.26 представлені залежності кінетичної, потенціальної та повної енергії від часу.

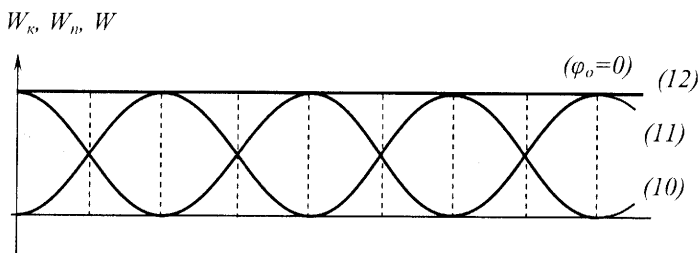


Рис. 1.26

### §19. Додавання гармонічних коливань

Коливання, з якими доводиться мати справу в дійсності, є складнішими, ніж гармонічні. Коливання струн, мембран, різних конструкцій, атомів (або іонів) в кристалах слід розглядати як результат додавання окремих гармонічних коливань.

Розглядаючи додавання гармонічних коливань, зупинимося на двох випадках, які істотно відрізняються один від одного: додавання коливань одного напрямку і додавання взаємно перпендикулярних коливань.

#### 1. Додавання однаково напрямлених коливань

Як приклад, можна розглянути рух тягарця  $m_1$ , що коливається відносно тягарця  $m_2$  на пружині 1 і разом з ним на пружині 2 (рис. 1.27). Незалежні коливання тягарців описуються рівняннями:

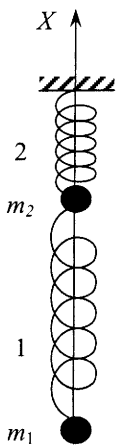


Рис. 1.27

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1^0), \\ x_2 = A_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2^0). \end{cases} \quad (1)$$

Рівняння результуючого коливання можна одержати методом векторного додавання амплітуд.

На рис. 1.28 показані вектори  $\vec{A}_1(t)$  і  $\vec{A}_2(t)$ , в момент часу  $t$ , коли фази коливань  $\varphi_1 = \omega_1 t + \varphi_1^0$  і  $\varphi_2 = \omega_2 t + \varphi_2^0$  ( $|\vec{A}_1| = A_1$ ,  $|\vec{A}_2| = A_2$  – амплітуди складових коливань). Результуючому коливанню відповідає вектор  $\vec{A}(t) = \vec{A}_1(t) + \vec{A}_2(t)$  і фаза

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_2^0 - \varphi_1^0.$$

За теоремою косинусів

$$A^2(t) = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (2)$$

$$\operatorname{tg}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (3)$$

а) Два гармонічних коливання називаються когерентними, якщо різниця їх фаз не залежить від часу:

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{const}.$$

Оскільки

$\Delta\varphi = (\omega_2 - \omega_1)t + (\varphi_2^0 - \varphi_1^0)$ , то циклічні частоти когерентних коливань повинні бути однаковими, тобто  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  ( $\Delta\varphi = \varphi_2^0 - \varphi_1^0 = \Delta\varphi^0 = \text{const}$ ).

Відповідно, результуюче коливання буде гармонічним з частотою  $\omega$  і з амплітудою  $A$  та початковою фазою  $\Delta\varphi^0$ , які можна визначити з рівнянь (2) і (3) при  $\varphi_1 = \varphi_1^0$ ,  $\varphi_2 = \varphi_2^0$ .

Залежно від значення різниці початкових фаз складових коливань амплітуда  $A$  результуючих коливань змінюється в межах від

$$A = |A_1 - A_2| \text{ при } \varphi_2^0 - \varphi_1^0 = \pm (2n + 1)\pi \quad (I)$$

до

$$A = A_1 + A_2 \text{ при } \varphi_2^0 - \varphi_1^0 = \pm 2n\pi, \quad (II)$$

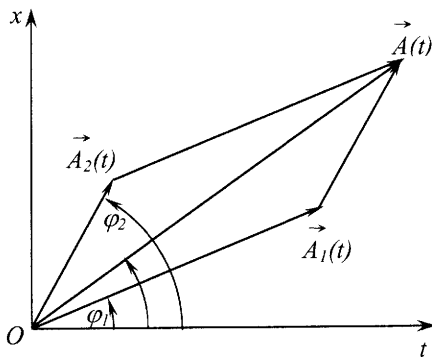


Рис. 1.28



де  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  – будь-яке ціле додатне число. У I випадку говорять, що коливання протилежні за фазою, у II – синфазні (знаходяться в однаковій фазі).

б) Гармонічні коливання, з різними частотами, некогерентні, бо їх різниця фаз безперервно змінюється з часом. При їх додаванні утворюються негармонічні коливання. Два гармонічних коливання з різними циклічними частотами  $\omega_1$  і  $\omega_2$  можна вважати приблизно когерентними лише протягом часу  $\Delta t$ , за який різниця фаз цих коливань змінюється на незначну величину:  $|\omega_2 - \omega_1| \cdot \Delta t \ll 2\pi$ , або

$$\Delta t \ll \tau_{\text{коз}}, \text{ де } \tau_{\text{коз}} = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|} - \text{ час когерентності.}$$

При накладанні двох гармонічних коливань з близькими частотами ( $\omega_2 \approx \omega_1$ ) утворюються негармонічні коливання, які мають назву *биття*.

Нехай амплітуди і початкові фази коливань збігаються, тобто  $A_1 = A_2 = A_0$  і  $\varphi_1^0 = \varphi_2^0 = \varphi_0$ , тоді

$$\begin{cases} x_1 = A_0 \sin(\omega_1 t + \varphi_0), \\ x_2 = A_0 \sin(\omega_2 t + \varphi_0). \end{cases} \quad (4)$$

Результуюче коливання описується формулою:

$$x = 2A_0 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cdot \sin \left( \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \varphi_0 \right),$$

або

$$x = A(t) \sin \left( \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t + \varphi_0 \right), \quad (5)$$

де  $|A(t)|$  – амплітуда коливань, яка змінюється з циклічною частотою  $\Omega = |\omega_2 - \omega_1| \ll \omega_1$  ( $\Omega$  – циклічна частота биття). Період биття

$$T_\Omega = \frac{2\pi}{\Omega}.$$

Частота коливань

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \approx \omega_1,$$

період коливань –  $T_\omega = \frac{2\pi}{\omega}$ . Очевидно, що  $T_\omega \ll T_\Omega$ . Характер залежності  $x(t)$  при биттях показаний на рис. 1.29.

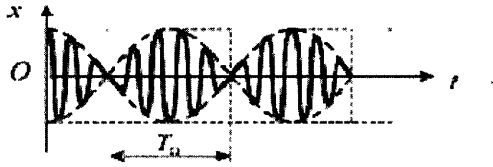


Рис. 1.29

## 2. Додавання взаємно перпендикулярних коливань

Прикладом таких коливань можуть служити коливання матеріальних точок, які розташовані у вершинах квадратної пружинної сітки (рис. 1.30).

Розглянувши коливні рухи в такій моделі, можна легко описати коливання і в тривимірному просторі (наприклад, коливання атомів у кристалах).

а) Нехай матеріальна точка  $M$  коливається одночасно вздовж осей координат  $OX$  та  $OY$  з однаковими частотами:

$$\begin{cases} x = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \\ y = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2). \end{cases} \quad (6)$$

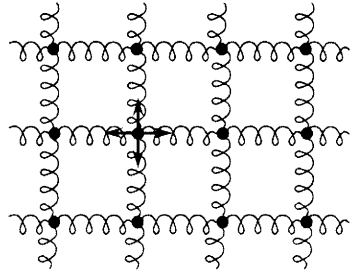


Рис. 1.30

Рівняння траєкторії результуючого руху точки  $M$  в площині  $XOY$  можна знайти, виключаючи з виразів (6) параметр  $t$ :

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (7)$$

Рівняння (7) описує траєкторію у формі еліпса, який матеріальна точка описує за час  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ . Залежно від різниці фаз цей еліпс може мати різний ексцентриситет і орієнтацію відносно системи координат,

Таблиця 1.2.

Різнниця фаз	$\Delta\varphi = 0$	$0 < \Delta\varphi < \frac{\pi}{2}$	$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \Delta\varphi < \pi$	$\Delta\varphi = \pi$
рівняння траєкторії	$y = \frac{A_2}{A_1} x$	(7)	$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1$	(7)	$y = -\frac{A_2}{A_1} x$
форма траєкторії					

а також може вироджуватись у пряму лінію (див. табл. 1.2).

б) Додавання взаємно перпендикулярних коливань з частотами  $p\omega$  і  $q\omega$ , де  $p$  і  $q$  – цілі числа:

$$x = A_1 \sin(p\omega t + \varphi_1) \text{ і } y = A_2 \sin(q\omega t + \varphi_2). \quad (8)$$

Точка  $M$  описує замкнуту траєкторію, форма якої залежить від співвідношення частот, амплітуд і початкових фаз. Такі замкнуті траєкторії точки  $M$  називаються *фігурами Ліссажу*. Фігури Ліссажу вписуються в прямокутник, центр якого збігається з початком координат, а сторони паралельні осям координат  $OX$  та  $OY$  і розміщені по обидва боки від них на відстанях відповідно рівних  $A_1$  і  $A_2$ . Відношення частот  $p\omega$  і  $q\omega$  складових коливань дорівнює відношенню числа дотиків відповідної фігури Ліссажу зі стороною паралельною  $OY$  і зі стороною паралельною  $OX$  (рис.1.31<sup>2</sup>).

При додаванні взаємно перпендикулярних коливань, частоти яких не є кратними утворюються незамкнуті траєкторії.

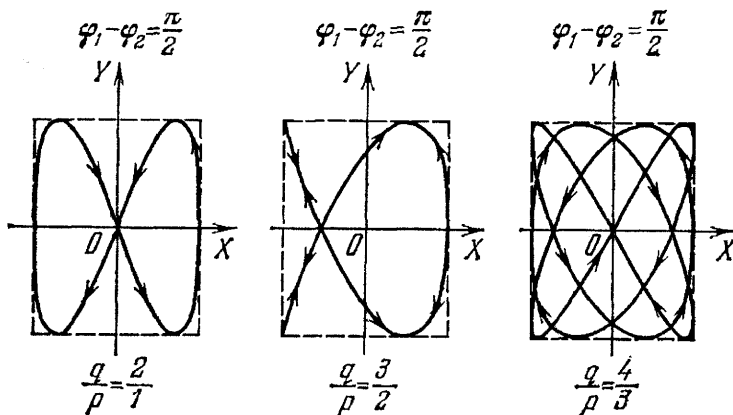


Рис. 1.31

### Завдання для самостійної роботи № 1.6

1) Одержати рівняння траєкторії матеріальної точки, яка бере участь у взаємно перпендикулярних коливаннях з однаковими частотами. Застосувати метод виключення параметра  $t$  з рівнянь (6), §19.

Розглянути випадки:  $\Delta\varphi = 0; \pi; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$ . Вказати напрямок обходу

<sup>2</sup> Рисунок подається відповідно до наведеного в кн.: “Елементарний підручник фізики” / За ред. Г.С.Ландсберга. – Т. 3. – К.: Радянська школа, 1968. – С. 107.

замкнутої траєкторії.

2) Те саме, аналізуючи рівняння (7), §19 для вказаних у п.1 різниць фаз.

### §20. Згасаючі коливання

Вільні коливання реальних коливних систем завжди згасають. Це відбувається внаслідок дії сил тертя, опору середовища, генерування пружних хвиль. Наприклад, вільні коливання пружинного маятника, який рухається у в'язкому середовищі, згасають, бо крім пружної на нього діє ще сила опору середовища, яка пропорційна швидкості маятника і протилежно їй напрямлена:

$$\vec{F}_{on.} = -b\vec{v},$$

де  $b$  – коефіцієнт опору ( $b = const > 0$ ).

Рівняння руху у цьому випадку:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -b \frac{dx}{dt} - kx$$

або

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (1)$$

де  $\beta = \frac{b}{2m}$  – коефіцієнт згасання;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  – циклічна частота вільних незгасаючих коливань. Якщо  $\beta < \omega_0$  (згасання не надто велике), то залежність  $x(t)$ , що задовольняє рівняння (1), має вигляд:

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (2)$$

Тут  $A_0$  і  $\varphi_0$  визначаються початковими умовами, а величина

$$A = A_0 e^{-\beta t}. \quad (3)$$

називається амплітудою згасаючих коливань. Отже, згасаючими коливаннями називаються такі вільні коливання, які відбуваються під дією пружної або квазіпружної сили та сили опору, і амплітуда яких зменшується з часом по закону (3).

Час, протягом якого амплітуда зменшується в  $e$  раз, називається часом релаксації  $\tau$ :

$$\tau = \frac{1}{\beta}. \quad (4)$$

Логарифмічним декрементом згасання називається величина  $\delta$ , що дорівнює натуральному логарифму відношення амплітуд в моменти часу  $t$  і  $t+T$ :

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N}, \quad (5)$$

де  $N$  – число коливань, протягом яких амплітуда зменшується в  $e$  раз.

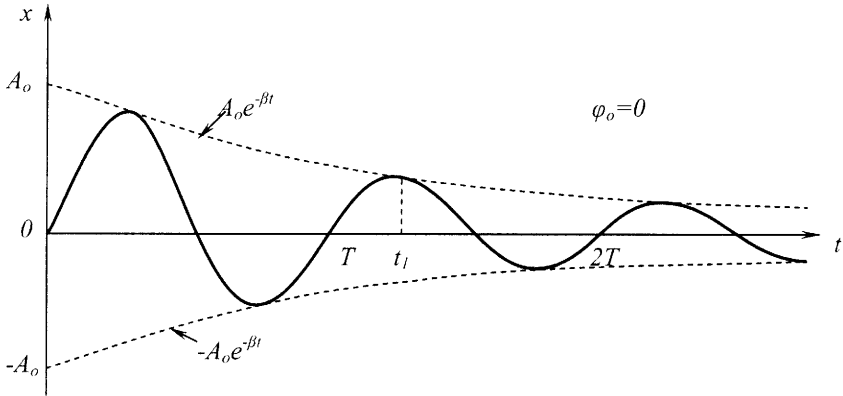


Рис. 1.32

Графік залежності  $x(t)$  при  $\varphi_0 = 0$  поданий на рис. 1.32. На ньому видно, що згасаючі коливання не є періодичними, бо жодне із значень  $x(t)$ , крім  $x = 0$ , ніколи не повторюється. Але для їх характеристики вводиться поняття умовного періоду коливань  $T$ , зміст якого легко зрозуміти з рисунка. Так само умовно величина

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (6)$$

яка входить у вираз для  $x(t)$  (формула (2)), називається циклічною частотою згасаючих коливань. Умовний період згасаючих коливань визначається із співвідношень:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}. \quad (7)$$

При збільшенні коефіцієнта згасання  $\beta$  умовний період згасаючих коливань  $T$  зростає і при  $\beta = \omega_0$  перетворюється на нескінченність. Коли  $\beta > \omega_0$ , коливання системи стає аперіодичним.

Залежно від початкових умов

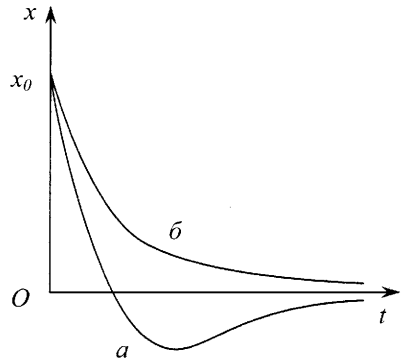


Рис. 1.33

можливі два типи аперіодичного руху системи (рис. 1.33). Рух типу *a* відповідає випадку, коли початкові зміщення і швидкість системи протилежні за знаком. В усіх інших випадках здійснюється рух типу *б*.

### §21. Вимушені коливання

Поряд з вільними згасаючими коливаннями в природі і техніці поширені коливання, які за певних умов є незгасаючими. Прикладами таких коливань можуть бути гойдання корабля на хвилях, вібрація корпусу тролейбуса при роботі двигуна, коливання мембрани гучномовця при радіопередачі тощо.

Очевидно, що у випадку незгасаючих коливань на тіло, крім сил пружності і тертя, діє періодична зовнішня сила. Робота цієї сили поповнює втрати енергії, викликані тертям.

Коливання, які відбуваються під дією зовнішньої періодичної сили, називаються вимушеними.

Нехай вимушуюча сила змінюється за законом

$$\vec{F} = \vec{F}_0 \cos \omega t$$

і діє вздовж осі *OX*. Рівняння руху у цьому випадку матиме вигляд:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - b \frac{dx}{dt} + F_0 \cos \omega t,$$

а диференціальне рівняння вимушених коливань –

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t. \quad (1)$$

Розв'язок даного рівняння є таким:

$$x = A(\omega) \cos(\omega t + \varphi_0).$$

Отже, вимушені коливання є гармонічними, але їх фаза не збігається з фазою вимушуючої сили. Амплітуда вимушених коливань залежить від їх частоти:

$$A(\omega) = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (2)$$

Прирівнявши до нуля похідну  $\frac{dA(\omega)}{d\omega}$ , знайдемо, що максимум амплітуди (резонанс) настає при  $\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ . Коли  $\beta < \omega_0$  (слабке згасання),  $\omega_{рез} \approx \omega_0$ . Отже, *резонансом* називають різке зростання амплітуди вимушених коливань, коли частота вимушуючої сили близька до частоти власних коливань системи. Графіки залежності  $A(\omega)$  для

різних  $\beta$  показані на рис.1. 34.

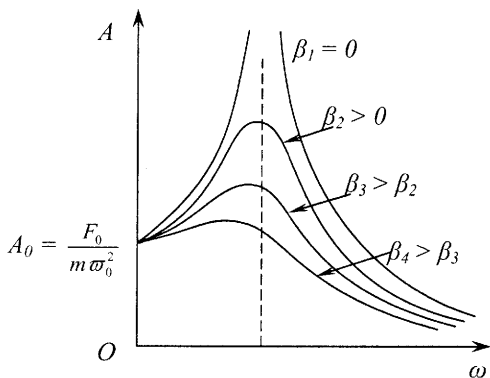


Рис. 1.34

ного струму. У техніці використовують резонансні машини, призначені для випробування міцності матеріалів. Використовують резонанс в акустиці, електро- та радіотехніці тощо.

Незрівноваженість машин і двигунів буває причиною того, що під час роботи цих машин виникає періодична сила, яка діє на опору машини, фундамент, корпус корабля і т.д. Період сили може збігатися з власним періодом коливань опори, або з періодом коливань згину вала, або з періодом крутильних коливань цього вала. Настає резонанс, при якому руйнується фундамент, ламається вал. У всіх таких випадках вживають спеціальних заходів, щоб уникнути резонансу або послабити його дію.

## §22. Пружні (механічні) хвилі

Якщо в певній ділянці середовища виникло коливання його частинок, то внаслідок того, що суміжні його ділянки зв'язані між собою (цей зв'язок може бути обумовлений, зокрема, силами пружності), це збурення викликає послідовне виникнення коливань в інших місцях усе більше і більше віддалених від початкового.

Процес поширення коливань у пружному середовищі називається *механічно хвилею*.

Пружні властивості тіл залежать від характеру теплового руху молекул і сил їх взаємодії. Газові притаманна об'ємна пружність, тобто здатність протидіяти зміні його об'єму. Пружність рідин теж

Початкову фазу вимушених коливань можна знайти зі співвідношення:

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = -\frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (3)$$

Резонанс відіграє дуже важливу роль у найрізноманітніших явищах. Він може бути як корисним, так і шкідливим. Наприклад, на явищі резонансу ґрунтується дія язичкового частотоміра, який застосовується для контролю частоти змінного струму.

обумовлена силами міжмолекулярної взаємодії і, подібно до газів, рідини мають тільки об'ємну пружність. Пружність кристалічного твердого тіла обумовлена силами взаємного притягання і відштовхування частинок, що утворюють це тіло, і які здійснюють безладні теплові коливання біля вузлів кристалічної ґратки. Сили взаємодії частинок протидіють деформаціям кристалічної ґратки, пов'язаним із змінами як об'єму тіла, так і його форми. Тому тверді тіла крім об'ємної пружності, мають ще й пружність форми, яка проявляється в їх протидії деформації зсуву.

Хвилі називаються *поздовжніми*, якщо напрямок коливань збігається з напрямком поширення хвилі.

Поздовжні хвилі виникають в середовищах, яким властива об'ємна пружність, тобто в твердих, рідких і газоподібних агрегатних станах речовини.

Прикладом поздовжніх хвиль є звукові хвилі, які, поширюючись в пружному середовищі, діють на органи слуху людини і викликають звукові відчуття, якщо частота коливань знаходиться в межах (16÷20000)Гц. Хвилі з частотою  $\nu < 16$  Гц називаються інфразвуком, а з частотами  $\nu > 20000$  Гц – ультразвуком. Проте той факт, що інфрата ультразвуки не сприймаються на слух, не означає, що вони не діють на організм людини. Ще в 1929 р. американський фізик Роберт Вуд виявив, що інфразвук викликає у людей панічний страх. Діють на організм людини і ультразвуки. Останні мають широке застосування в техніці (ехолокація, дефектоскопія, прискорення або сповільнення хімічних реакцій тощо).

Хвилі називаються *поперечними*, якщо напрямок коливань частинок середовища перпендикулярний напрямку поширення хвиль. Поперечні хвилі виникають тільки в твердих тілах, бо тільки в них можливі деформації зсуву. Прикладом поперечних хвиль можуть служити хвилі, які виникають у струнах музичних інструментів.

Кола, що розбігаються на поверхні води від кинутого каменя, брижі на поверхні озера і величезні океанські хвилі – це також механічні хвилі, хоч і іншого типу. Тут зв'язок між частинками поверхні води обумовлений силами поверхневого натягу і силою тяжіння. Ці хвилі не є ні поздовжніми, ні поперечними. Рух частинок рідини тут складніший. Незважаючи на складний «поздовжньо-поперечний» характер поверхневих хвиль, вони підпорядковані закономірностям, спільним для всіх хвильових процесів.

Швидкість поширення хвилі залежить від фізичних властивостей середовища. Наприклад, швидкість звуку в алюмінії



приблизно дорівнює 5,2 км/с, у воді – 1,38 км/с, у повітрі – 340 м/с.

У твердому тілі швидкість поширення поздовжніх хвиль  $u_{||} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , де  $E$  – модуль Юнга,  $\rho$  – густина, а швидкість поширення поперечних хвиль –  $u_{\perp} = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ , де  $G$  – модуль зсуву ( $G \approx 0,4E$ ).

Рідинам і газам властива об'ємна пружність, тобто здатність чинити опір зміні об'єму. Ця обставина проявляється в зміні тиску  $P$  у середовищі при зміні його об'єму  $V$ :  $dP = k \frac{dV}{V}$ , де  $k$  – модуль об'ємної пружності.

Швидкість поширення хвиль в рідинах і в газах визначається за формулою  $u = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$ .

У газах коефіцієнт об'ємної пружності залежить від термодинамічного процесу стиску (розширення) газу. При повільній зміні об'єму процес можна вважати ізотермічним, а при дуже швидкому – адіабатним. У першому випадку  $k = P$ , у другому –  $k = \gamma P$  ( $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ ,  $c_p$  – питома теплоємність газу при ізобарному процесі,  $c_v$  – при ізохорному).

Найкоротша відстань між точками середовища, які коливаються з різницею фаз рівною  $2\pi$ , називається *довжиною хвилі*  $\lambda$ . На цю відстань коливання поширюються за час, що дорівнює періоду коливань  $T$ :

$$\lambda = uT$$

(тут  $u$  – швидкість поширення хвилі).

Біжучими хвилями називаються хвилі, які, на відміну від стоячих хвиль, переносять енергію в просторі.

Хвиля називається гармонічною (або синусоїдальною), якщо коливання, що їй відповідають, є гармонічними.

*Хвильовою поверхнею* називається геометричне місце точок, в яких фаза коливань має одне і те ж значення. Різним фазам коливань відповідають різні хвильові поверхні.

*Фронт хвилі* називається хвильова поверхня, яка відокремлює простір, охоплений коливаннями, від простору, куди коливання ще не дійшли.

Якщо хвилі поширюються від точкового джерела в однорідному середовищі, то фронт хвилі сферичний (сферична хвиля).

Якщо хвилі поширюються в неоднорідному середовищі або від неточкового джерела, то фронт має складніший вигляд.

Хвиля називається плоскою, якщо її хвильові поверхні являють собою сукупність площин, паралельних одна одній.

*Променем* називається лінія, дотична до якої в кожній її точці співпадає з напрямком поширення хвилі. Промені завжди перпендикулярні до хвильових поверхонь.

Перегородивши поверхню рідини екраном з малим отвором і спрямувавши на неї плоску хвилю, можна переконаватися, що за екраном фронт хвилі набуде форми кола так, наче джерелом хвиль була точка фронту хвилі, яка дійшла до отвору в діафрагмі (рис. 1.35  $a^3$ ).

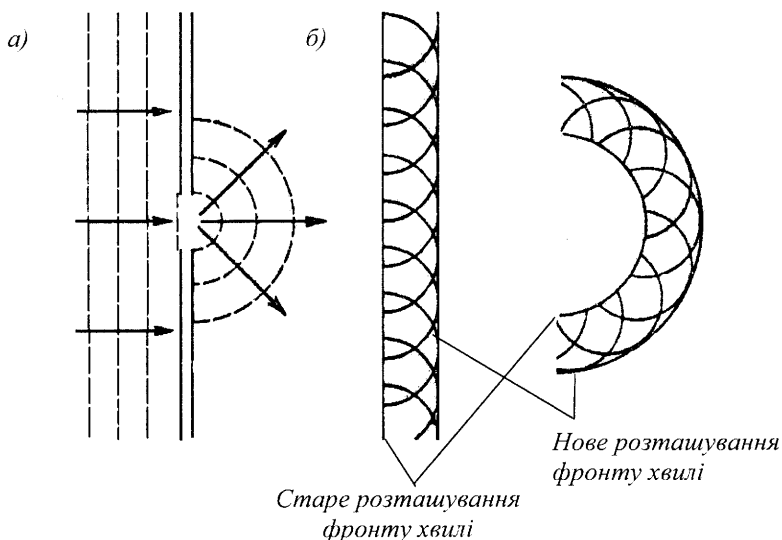


Рис. 1.35

Цей дослід ілюструє *принцип Гюйгенса*, згідно з яким кожна точка фронту хвилі може розглядатися як джерело вторинних хвиль. Нове положення фронту хвилі є обвідною цих вторинних хвиль (рис. 1.35  $b$ ).

<sup>3</sup> Рисунок подається відповідно до наведеного в кн.: Карякин Н.И. и др. Краткий справочник по физике. – М.: Высшая школа, 1969. – С. 112.

В однорідному середовищі хвилі поширюються прямолінійно. На межі розділу двох середовищ хвилі зазнають відбивання і заломлення. У неоднорідному середовищі хвилі розсіюються. Якщо на шляху хвилі зустрічається перешкода, розміри якої сумірні з довжиною хвилі, остання обгинає цю перешкоду (дифракція). Детально ці та деякі інші явища, пов'язані із поширенням хвиль, розглядаються при вивченні властивостей електромагнітних хвиль в розділах «Електромагнетизм» і «Оптика».

### §23. Хвильова функція біжучої механічної хвилі. Фазова швидкість

Хвильовою функцією  $\Psi$  механічної хвилі, яка поширюється в пружному середовищі, називається функція, що описує залежність зміщення з положення рівноваги будь-якої точки середовища від координат і часу:

$$\Psi = \Psi(x, y, z, t),$$

або

$$\Psi = \Psi(\vec{r}, t),$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор даної точки.

Знайдемо хвильову функцію для конкретного випадку, коли хвиля поширюється вздовж пружного шнура, лівий вільний кінець якого знаходиться в початку координат, а правий закріплений. Нехай шнур орієнтований вздовж горизонтальної осі  $OX$ .

Якщо вільний кінець шнура періодично відводити вгору, а потім швидко повертати назад, то кожна точка шнура здійснюватиме таке саме коливання, яке ми примусили виконувати лівий кінець шнура. Але коливання кожної точки тим більше запізнюється (відстає по фазі), чим далі ця точка знаходиться від джерела коливань.

Нехай джерело генерує синусоїдальні коливання:

$$\Psi(0, t) = A \sin \omega t. \quad (1)$$

Тоді зміщення довільної точки  $x$  в момент часу  $t$

$$\Psi(x, t) = A \sin \omega(t - \tau),$$

де  $\tau$  – час запізнення коливань. Очевидно  $\tau = \frac{x}{u}$ . Отже, можна записати

$$\Psi(x, t) = A \sin \omega \left( t - \frac{x}{u} \right). \quad (2)$$

Враховавши, що  $\omega = 2\pi/T$ , одержимо:

$$\Psi(x, t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{uT} \right).$$

Оскільки  $uT = \lambda$ , то

$$\Psi(x, t) = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (3)$$

Для даного моменту часу  $t = \text{const}$  залежність (3) дає можливість знайти зміщення довільної точки  $x$  з положення рівноваги.

На рис. 1.36 а представлена свого роду фотографія хвилі в момент часу  $t$ .

При  $x = \text{const}$  рівняння (3) описує коливання точки  $x$  середовища в залежності від часу (рис. 1.36 б).

Поряд із довжиною хвилі часто використовується ще одна характеристика синусоїдальної хвилі – *хвильове число*  $k$ :

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ([k] = \text{м}^{-1}). \quad (4)$$

Тому рівняння (3) можна подати у вигляді

$$\Psi(x, t) = A \sin(\omega t - kx). \quad (5)$$

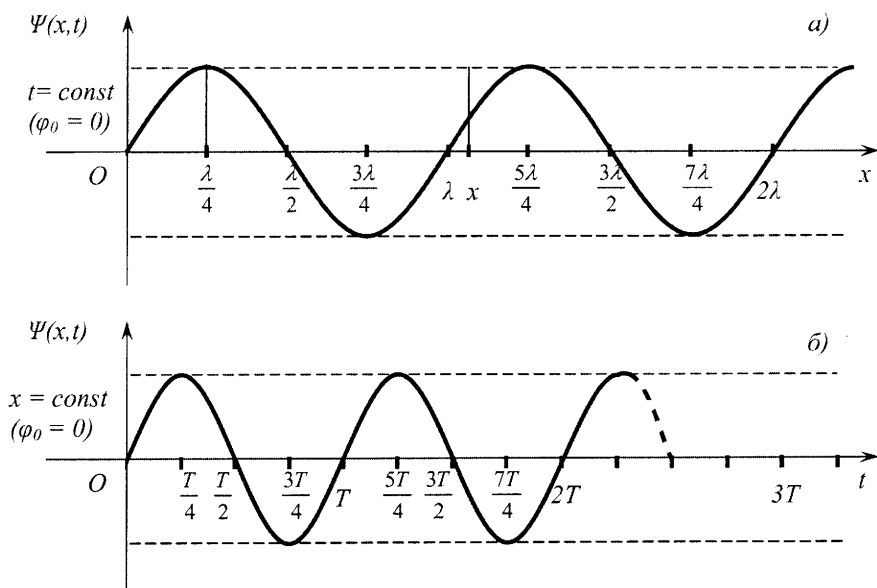


Рис. 1.36

Хвильовим вектором  $\vec{k}$  називається вектор, модуль якого дорівнює хвильовому числу  $\frac{2\pi}{\lambda}$ , а напрямок співпадає з напрямком променя в даній точці середовища, тобто з напрямком радіус-вектора цієї точки  $\vec{r}$ .

Хвильова функція у цьому випадку має вигляд:

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \sin(\omega t - (\vec{k}, \vec{r})). \quad (6)$$

Рівняння (6) описує також плоску хвилю, що поширюється у напрямку  $\vec{r}$ .

Зауваження: оскільки  $\vec{k} \uparrow \uparrow \vec{r}$ , то скалярний добуток векторів  $(\vec{k}, \vec{r})$  дорівнює добутку їх модулів:  $(\vec{k}, \vec{r}) = k \cdot r$ .

У випадку синусоїдальної сферичної хвилі

$$\Psi(\vec{r}, t) = \frac{A_0}{r} \sin(\omega t - kr), \quad (7)$$

де  $A = \frac{A_0}{r}$  – амплітуда хвилі;  $A_0$  – фізична величина, що чисельно дорівнює амплітуді хвилі на одиничній відстані від центра.

Швидкість  $u$  поширення синусоїдальної хвилі називається фазовою швидкістю. Вона дорівнює швидкості поширення в просторі постійного значення фази синусоїдальної хвилі. Наприклад, у випадку плоскої синусоїдальної хвилі (рівняння (6)), або сферичної хвилі (рівняння (7)) з умови  $\omega t - kr = const$  випливає, що фазова швидкість

$$u = \frac{\omega}{k}. \quad (8)$$

## §24. Енергія та інтенсивність механічних хвиль

Пружне середовище, в якому поширюються механічні хвилі, має кінетичну енергію коливного руху частинок  $W_k$  і потенціальну енергію  $W_n$ , обумовлену деформацією. Повна енергія

$$W = W_k + W_n \quad (1)$$

Об'ємною густиною енергії пружних хвиль  $w$  називається енергія одиниці об'єму  $V$  середовища, зумовлена поширенням цих хвиль:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{W_k}{V} + \frac{W_n}{V} = w_k + w_n. \quad (2)$$

Середнє за період значення об'ємної густини енергії пружних хвиль визначається формулою:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2, \quad (3)$$

де  $\rho$  – густина середовища;  $A$  – амплітуда коливань;  $\omega$  – циклічна частота коливань.

*Інтенсивністю хвилі*  $I$  називається фізична величина, яка чисельно дорівнює енергії, що переноситься хвилею за одиницю часу крізь одиницю площі поверхні, перпендикулярної до напрямку поширення хвилі. Для плоскої і сферичної синусоїдальних хвиль

$$I = \langle w \rangle u = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u. \quad (4)$$

Оскільки швидкість хвилі – вектор, то величина

$$\vec{I} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \vec{u} \quad (5)$$

також векторна. Вона носить назву *вектора Умова* – вектора густини потоку енергії хвилі.

### §25. Принцип суперпозиції хвиль. Групова швидкість

Якщо в середовищі одночасно поширюються  $n$  різних механічних хвиль, то результуючі зміщення  $\vec{\Psi}$ , швидкість  $\vec{u}$  і прискорення  $\vec{a}$  частинок середовища в будь-який момент часу  $t$  дорівнюють:

$$\vec{\Psi} = \sum_{i=1}^n \vec{\Psi}_i, \quad \vec{u} = \sum_{i=1}^n \vec{u}_i, \quad \vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{a}_i. \quad (1)$$

Тут  $\vec{\Psi}_i$ ,  $\vec{u}_i$ ,  $\vec{a}_i$  – зміщення, швидкість і прискорення, які мали б частинки в той же момент часу  $t$ , якби в середовищі поширювалася тільки одна  $i$ -та хвиля. Рівняння (1) виражають принцип суперпозиції хвиль.

Опираючись на принцип суперпозиції хвиль, несинусоїдальну хвилю можна виразити еквівалентною їй системою синусоїдальних хвиль, тобто представити у вигляді групи хвиль, або хвильового пакету.

Найпростішою *групою хвиль* є хвиля, яка утворюється в результаті накладання двох хвиль з однаковими амплітудами і близькими за значенням частотами і хвильовими числами. Для хвиль, що поширюються вздовж  $OX$ , одержимо:

$$\begin{aligned} \Psi &= A_0 \sin(\omega t - kx) + A_0 \sin((\omega + d\omega) t - (k + dk)x) = \\ &= 2A_0 \cos\left(\frac{td\omega - xdk}{2}\right) \sin(\omega t - kx). \end{aligned} \quad (2)$$

Графік цієї функції в певний фіксований момент часу  $t$  показано на рис. 1.37.

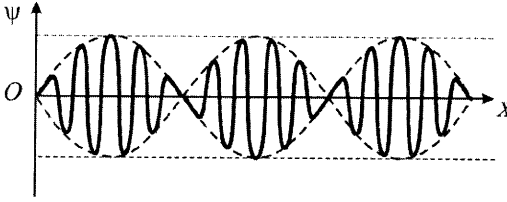


Рис. 1.37

Амплітуда хвильової функції  $\Psi$

$$A = 2A_0 \left| \cos \left( \frac{td\omega - xdk}{2} \right) \right|. \quad (3)$$

повільно змінюється із зміною  $x$  і  $t$ .

За швидкість поширення цієї хвилі приймають швидкість  $u_{\Gamma}$  переміщення точки, в якій амплітуда  $A$  має яке-небудь фіксоване значення (наприклад,  $A = 0$ ). Ця точка рухається згідно з вимогою

$$td\omega - xdk = \text{const.}$$

Звідки

$$u_{\Gamma} = \frac{dx}{dt} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (4)$$

Швидкість  $u_{\Gamma}$  називається груповою швидкістю. Вона дорівнює швидкості перенесення енергії несинусоїдальною хвилею.

### §26. Інтерференція хвиль

Розглянемо накладання двох синусоїдальних хвиль

$$\Psi_1 = A_1 \sin(\omega_1 t - k_1 r_1) \quad \text{і}$$

$$\Psi_2 = A_2 \sin(\omega_2 t - k_2 r_2),$$

які поширюються від точкових джерел  $S_1$  і  $S_2$  (рис. 1.38).

Квадрат амплітуди результуючих коливань точки  $M$  дорівнює:

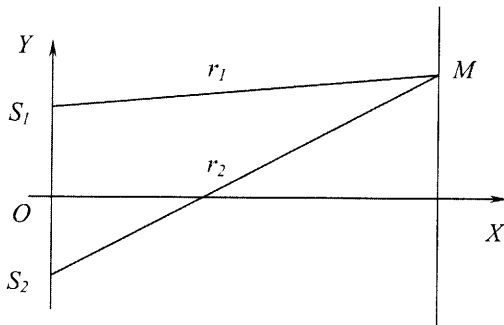


Рис. 1.38

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi,$$

де  $\Delta\varphi = (\omega_2 - \omega_1)t - (k_2r_2 - k_1r_1)$  – різниця фаз складових коливань;  $A_1$  і  $A_2$ ,  $\omega_1$  і  $\omega_2$ ,  $k_1$  і  $k_2$  – амплітуди, циклічні частоти і хвильові числа хвиль, які накладаються;  $r_1$  і  $r_2$  – довжини ходу цих хвиль (відстані від джерел  $S_1$  і  $S_2$  до точки  $M$  на екрані).

Середнє за період значення квадрата амплітуди

$$(A^2)_c = A_1^2 + A_2^2. \quad (1)$$

Оскільки інтенсивність хвилі пропорційна квадрату амплітуди, то одержаний результат означає, що результуюча інтенсивність хвилі  $I$  дорівнює сумі інтенсивностей  $I_1$  і  $I_2$  хвиль, що накладаються:

$$I = I_1 + I_2. \quad (2)$$

Дві хвилі називаються *когерентними*, якщо різниця їх фаз не залежить від часу. Когерентним хвилям відповідають когерентні коливання. Джерела когерентних хвиль називаються когерентними джерелами. Синусоїдальні хвилі, частоти яких однакові, когерентні завжди. Хвилі, частоти яких різні, когерентні тільки протягом часу когерентності.

*Інтерференцією* хвиль називається явище накладання хвиль, при якому відбувається незмінне з часом їх взаємне підсилення в одних точках простору і послаблення в інших (в залежності від співвідношення між фазами цих хвиль). Інтерферувати можуть тільки когерентні хвилі, яким відповідають коливання, що відбуваються в одному і тому ж або близьких напрямках.

Різниця фаз когерентних хвиль

$$\Delta\varphi = k(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (3)$$

Тут  $\Delta r = r_2 - r_1$  – різниця ходу хвиль.

В інтерференційних максимумах  $A = A_1 + A_2$ , що відповідає різниці ходу  $\Delta r = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$ , де  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$  – порядок інтерференційного максимуму.

В інтерференційних мінімумах  $A = (A_1 - A_2)$ ,  $\Delta r = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2}$ .

Розміщення максимумів і мінімумів в інтерференційній картині



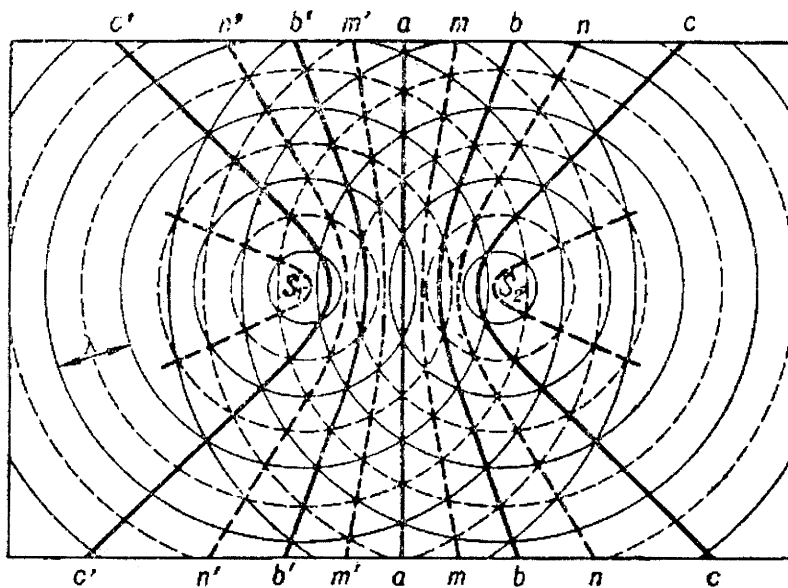


Рис. 1.39. Розміщення максимумів і мінімумів в інтерференційній картині

показано на рис. 1.39<sup>4</sup> (суцільні лінії – лінії максимумів, штриховані – лінії мінімумів).

При інтерференції хвиль не спостерігається просте додавання енергії: в інтерференційних максимумах енергія результуючої хвилі більша, а в інтерференційних мінімумах менша суми енергій хвиль, що накладаються.

Інтерференція хвиль спричиняє перерозподіл енергії коливань між сусідніми областями середовища. Але в середньому для великої області простору енергія результуючої хвилі дорівнює сумарній енергії хвиль, що інтерферують. Цей результат є наслідком закону збереження енергії.

### §27. Стоячі хвилі

Стоячою хвилею називається хвиля, яка утворюється в результаті накладання двох біжучих синусоїдальних хвиль, що поширюються назустріч одна одній і мають однакові амплітуди і

<sup>4</sup> Рисунок подається відповідно до наведеного в кн.: "Елементарний підручник фізики" / За ред. Г.С.Ландсберга. – Т. 3. – К.: Радянська школа, 1968. – С. 107.

частоти, а у випадку поперечних хвиль – ще й однакові напрямки коливань. Поперечні стоячі хвилі утворюються, наприклад, в закріплених з обох кінців струнах. Поздовжні стоячі хвилі утворюються в трубах різних перетинів. Коливання повітряних стовпів у трубах використовуються в духових музичних інструментах (орган, флейта і т.п.).

При накладанні двох когерентних плоских хвиль типу

$$\Psi_1 = A \sin(\omega t - kx) \text{ і } \Psi_2 = A \sin(\omega t + kx + \alpha),$$

( $\alpha$  – різниця фаз біжучих хвиль при  $x = 0$ ) утворюється стояча хвиля, яка описується рівнянням:

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A \cos\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\alpha}{2}\right). \quad (1)$$

Амплітуда стоячої хвилі  $A_{cm}$  є періодичною функцією координати  $x$ :

$$A_{cm} = 2A \left| \cos\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right) \right|. \quad (2)$$

Точки, в яких  $A_{cm} = 0$ , називаються *вузлами* стоячої хвилі, а точки, в яких  $A_{cm} = 2A$  (максимальна), називаються *пучностями* стоячої хвилі.

Фази коливань усіх точок середовища, що розміщені між вузлами, однакові, а по обидва боки від вузла – протилежні.

Відстані між двома сусідніми вузлами і між двома сусідніми пучностями однакові і дорівнюють половині довжини біжучої хвилі  $\lambda$ . Цю відстань називають довжиною стоячої хвилі  $\lambda_{cm}$ :

$$\lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Положення вузлів і пучностей знаходять із умов:

$$\begin{aligned} kx + \frac{\alpha}{2} &= (2m + 1)\frac{\pi}{2} \quad (\text{вузли}), \\ kx + \frac{\alpha}{2} &= m\pi \quad (\text{пучності}), \end{aligned} \quad (4)$$

де  $m = 0, 1, 2, \dots$

У випадку вільних коливань струн, стрижнів, стовпів газу тощо в них установлюються стоячі хвилі, частоти яких відповідають певним умовам. Вони можуть мати тільки дискретні значення, які називаються *власними частотами* коливань відповідної коливної системи.

На закріплених кінцях струн або стержнів розміщуються вузли зміщення, а на вільних кінцях – пучності. При коливаннях цилін-

дричного стовпа газу біля закритого кінця труби розміщується пучність тиску, а біля відкритого – вузол. Це пояснюється тим, що біля точки закріплення або перегородки імпульс хвилі змінюється на протилежний, що для поздовжньої хвилі означає подвоєння тиску в порівнянні з відкритим кінцем труби, а для поперечної – зміну фази на  $\pi$  (або довжини ходу на пів довжини хвилі  $\frac{\lambda}{2}$ ).

Якщо  $l$  – довжина струни, стрижня або стовпа газу,  $u$  – фазова швидкість хвилі, а  $\lambda$  – її довжина, то для струн або стрижнів, закріплених з обох кінців, і стовпів газу в трубах, закритих або відкритих з обох кінців, на довжині  $l$  вкладається ціле число стоячих хвиль (рис. 1.40 <sup>5</sup>).

$$l = m\lambda_{cm}, \text{ де } m = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

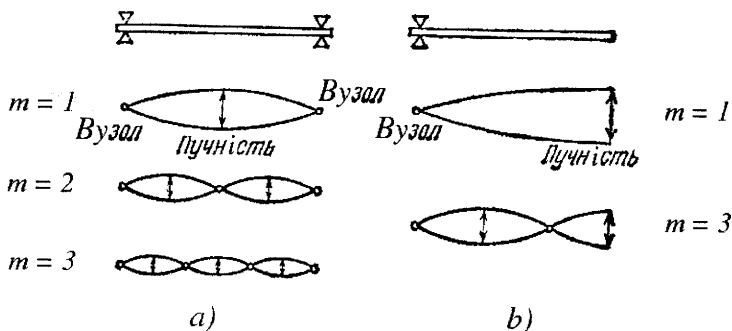


Рис. 1.40

Оскільки  $\lambda_{cm} = \frac{\lambda}{2}$ , а  $\lambda = \frac{u}{\nu}$ , то власні частоти коливань таких систем

$$\nu_m = \frac{u}{2l} m. \quad (6)$$

Для стрижнів один кінець яких закріплений, а інший вільний, і для труб, закритих з одного кінця (рис. 1. 40 <sup>5</sup>)

$$l = (2m - 1) \frac{\lambda_{cm}}{2} = (2m - 1) \frac{\lambda}{4} \quad (7)$$

і власні частоти коливань

<sup>5</sup> Рисунок подається відповідно до наведеного в : Яворский Б.М., Пинский А.А. Основы физики. – Т.2. – М. Наука, 1981. – С. 63

$$v_m = \frac{(2m-1)u}{4l}. \quad (8)$$

Стоячі хвилі не переносять енергію, оскільки середнє за період значення густини потоку енергії дорівнює нулю в будь-якій точці стоячої хвилі. Це є наслідком того, що дві біжучі хвилі, які утворюють стоячу хвилю, переносять за період рівні кількості енергії в протилежних напрямках.

## Тяжіння

### §28. Закон всесвітнього тяжіння

*Всесвітнє тяжіння* (гравітація) – це взаємодія, яка існує між будь-якими двома тілами в природі. У результаті цієї взаємодії тіла притягуються (тяжінють) одне до одного. Вперше закон всесвітнього тяжіння був сформульований Ньютоном, який узагальнив результати численних спостережень астрономів за рухом планет навколо Сонця і руху Місяця навколо Землі. Цей закон формулюється так: сила притягання між двома матеріальними точками пропорційна їх масам і обернено пропорційна квадрату відстані між ними. Спрямована ця сила вздовж лінії, що з'єднує матеріальні точки.

Якщо  $m_1$  і  $m_2$  – маси матеріальних точок,  $\vec{r}_1$  і  $\vec{r}_2$  – їх радіус-вектори, то згідно із законом всесвітнього тяжіння на першу точку з боку другої діє сила  $\vec{F}_{12}$ , а на другу з боку першої – сила  $\vec{F}_{21}$ , які рівні за величиною і протилежно спрямовані (рис. 1.41):

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}, \quad \vec{F}_{21} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r_{21}^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}, \quad (1)$$

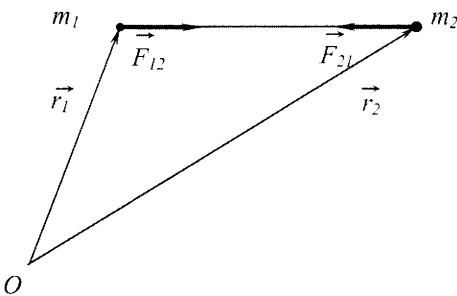


Рис. 1.41

де  $\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ , а  $\vec{r}_{21} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ ,  $r_{12}$  і  $r_{21}$  – модулі цих векторів ( $r_{12} = r_{21}$ ),  $\frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}$  і  $\frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}}$  – орти векторів  $\vec{r}_{12}$  і  $\vec{r}_{21}$  відповідно.

Коефіцієнт пропорційності  $\gamma$  називається *гравітаційною сталою*. Гравітаційна стала чисельно дорівнює силі взаємного притягання двох матері-

альних точок одиничної маси, що знаходяться на одиничній відстані одна від одної. Дослідним шляхом встановлено, що

$$\gamma = (6,6720 \pm 0,0041) \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Гравітаційна взаємодія двох тіл довільних форми і розмірів (рис. 1.42) описується формулою:

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \int_{(V_1)} \rho_1 dV_1 \int_{(V_2)} \frac{\rho_2 \vec{r}_{12}}{r_{12}^3} dV_2, \quad (2)$$

де  $\vec{r}_{12}$  – радіус-вектор, проведений із малого об'єму  $dV_2$  другого тіла в малий об'єм  $dV_1$  першого тіла,  $\rho_1$  і  $\rho_2$  – густини вказаних елементів тіл, а інтегрування проводиться по всьому об'єму кожного з цих тіл.

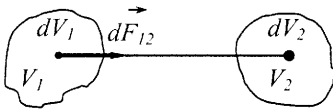


Рис. 1.42

Розрахунок  $\vec{F}_{12}$  значно спрощується у випадку, коли взаємодіючі тіла мають форму кулі, або коли одне тіло має форму кулі, а друге – матеріальна точка. У цих випадках можна користуватися формулою (1),

вважаючи, що  $\vec{r}_{12}$  – радіус-вектор, який з'єднує центри інерції другого і першого тіл.

З певним наближенням можна вважати, що Земля має форму кулі. Тому сила  $\vec{F}$  тяжіння до Землі тіла масою  $m$  спрямована до центра Землі, а її модуль дорівнює

$$F = \gamma \frac{mM_z}{r^2}, \quad (3)$$

де  $M_z$  – маса Землі, а  $r$  – відстань від тіла до центра Землі.

Гравітаційні сили відіграють суттєву роль у космосі (взаємодія планет, зірок, супутників планет), але практично не відіграють ніякої ролі у мікросвіті. Наприклад, сила електричного відштовхування двох електронів переважає силу їх гравітаційного притягання більше, ніж у  $10^{42}$  разів. Навіть для звичайних мікрооб'єктів на Землі сили гравітаційного притягання дуже малі. Так дві однорідні кулі масою по 1000 кг, що знаходяться на відстані 1 м, притягуються із силою всього  $6,67 \cdot 10^{-5}$  Н.

### §29. Гравітаційне поле. Напруженість і потенціал гравітаційного поля

Матерія існує в двох модифікаціях – речовина і поле. На даному

етапі розвитку науки відомі поля: гравітаційне, електричне, магнітне (єдине електромагнітне), поле сильних взаємодій (ядерне), поле слабких взаємодій. За допомогою гравітаційного поля передається тяжіння одного тіла до іншого. Цей процес можна уявити так: тіло масою  $m_1$  створює в просторі навколо себе гравітаційне поле, завдяки якому здійснюється дія на тіло масою  $m_2$ , що в цьому полі знаходиться. У свою чергу тіло масою  $m_2$  створює поле, яке діє на тіло масою  $m_1$  (протидія).

Характерною особливістю гравітаційного поля є те, що на розміщену в ньому матеріальну точку масою  $m$  діє сила, пропорційна масі цієї точки:

$$\vec{F} = m\vec{G}. \quad (1)$$

Тут  $\vec{G}$  – *напруженість гравітаційного поля*, яка дорівнює відношенню сили  $\vec{F}$ , з якою поле діє на матеріальну точку, до її маси  $m$ :

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2)$$

Напруженість гравітаційного поля є його силовою характеристикою. Згідно з другим законом Ньютона, напруженість гравітаційного поля  $\vec{G}$  – це прискорення, якого набувають тіла під дією сил тяжіння.

Знайдемо напруженість гравітаційного поля, створеного матеріальною точкою  $m$  на відстані  $r$  від неї.

Виберемо систему координат так, щоб дана матеріальна точка знаходилась в її початку (рис. 1.43). У точку поля, радіус-вектор якої  $\vec{r}$ , помістимо матеріальну точку масою  $m_0$ . Сила, з якою гравітаційне поле, створене масою  $m$ , діє на дану точку

$$\vec{F} = -\gamma \frac{m \cdot m_0}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}.$$

Напруженість гравітаційного поля  $\vec{G}$ , згідно з формулою (2) дорівнює

$$\vec{G} = -\gamma \frac{m}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}. \quad (3)$$

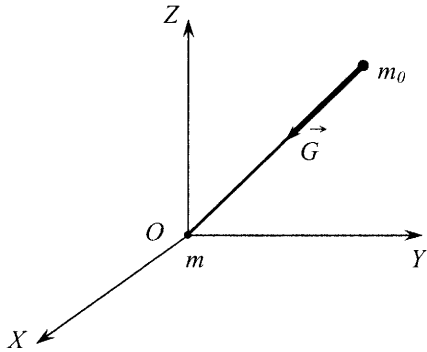


Рис. 1.43

Обчислимо роботу, яка виконується при переміщенні матеріальної точки  $m_0$  в гравітаційному полі з точки з радіус-вектором  $\vec{r}_1$  в точку з радіус-вектором  $\vec{r}_2$ .

Нехай в момент часу  $t$  матеріальна точка  $m_0$  має радіус-вектор  $\vec{r}$ , а в момент часу  $t + \Delta t$  – радіус-вектор  $\vec{r} + \Delta\vec{r}$  (рис. 1.44). Робота, яка виконується при переміщенні із  $B$  в  $C$

$$\Delta A = -\gamma \frac{m_0 \cdot m}{r^3} (\vec{r}, \Delta\vec{r}),$$

або при нескінченно малому переміщенні

$$\delta A = -\gamma \frac{m_0 \cdot m}{r^3} (\vec{r}, d\vec{r}) = -\gamma \frac{m_0 \cdot m}{r^2} dr. \quad (4)$$

Робота на всьому шляху

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \left( -\gamma \frac{m_0 \cdot m}{r^2} \right) dr = -\gamma m_0 m \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -\gamma m_0 m \left( -\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{\gamma m_0 m}{r_2} - \frac{\gamma m_0 m}{r_1}. \quad (5)$$

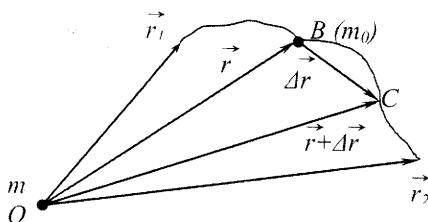


Рис. 1.44

Таким чином, можна зробити певні висновки:

а) робота гравітаційних сил залежить тільки від початкового і кінцевого положення матеріальної точки  $m_0$  і не залежить від форми шляху;

б) робота гравітаційних сил на замкнутому шляху ( $r_1 = r_2$ ) дорівнює нулю.

Тобто, гравітаційні сили є консервативними, а гравітаційне поле – потенціальним.

Отже,

$$A_{12} = W_{n1} - W_{n2}. \quad (6)$$

У даному випадку

$$W_{n1} = -\gamma \frac{m_0 m}{r_1}, \quad W_{n2} = -\gamma \frac{m_0 m}{r_2}$$

потенціальні енергії матеріальної точки  $m_0$  у початковому і кінцевому станах відповідно.

У будь-якій точці поля, радіус-вектор якої  $\vec{r}$ ,

$$W_n = -\gamma \frac{m_0 m}{r}. \quad (7)$$

Співвідношення (7) можна трактувати таким чином:

а) це потенціальна енергія матеріальної точки  $m_0$ , що знаходиться-

ся в гравітаційному полі точки  $m$  на відстані  $r$  від останньої;

б) це взаємна потенціальна енергія матеріальних точок  $m$  і  $m_0$ , що знаходяться на відстані  $r$  одна від одної, зумовлена їхньою гравітацією.

Оскільки гравітаційне поле потенціальне, можна ввести енергетичну характеристику – потенціал.

*Потенціалом гравітаційного поля* називається скалярна величина  $\varphi$ , яка дорівнює відношенню потенціальної енергії  $W_n$  матеріальної точки, що знаходиться в даній точці поля, до її маси  $m_0$ :

$$\varphi = \frac{W_n}{m_0}. \quad (8)$$

Потенціал поля точкової маси  $m$ , згідно із співвідношенням (7) і (8), дорівнює

$$\varphi = -\gamma \frac{m}{r}. \quad (9)$$

Гравітаційні поля задовольняють принцип суперпозиції полів: якщо поле створюється системою точкових мас  $m_1, m_2, \dots, m_k$ , то поля цих мас додаються. Для тіла сферичної форми як системи матеріальних точок

$$\vec{G} = -\gamma \frac{m}{r^3} \vec{r}, \quad W_n = -\gamma \frac{m_0 m}{r}, \quad \varphi = -\gamma \frac{m}{r}. \quad (10)$$

Тут  $\vec{r}$  – радіус-вектор, проведений з центра інерції тіла в дану точку поля,  $m = \sum_{i=1}^k m_i$  – маса тіла,  $m_0$  – маса матеріальної точки, яка знаходиться в даній точці гравітаційного поля, створеного тілом.

### Завдання для самостійної роботи № 1.7

1. Закони Кеплера.
2. Досліди Кевендіша і Ріхарца (вимірювання гравітаційної сталої).
3. Особливості сил тяжіння.
4. Космічні швидкості. Супутники.

### Література:

- Бушок Г.Ф., Левандовський В.В. Півень Г.Ф. Курс фізики. – Кн. 1. – К.: Либідь, 2001. – С. 55-62, 84-88.



§30. Сили інерції. Принцип Даламбера

У неінерційних системах відліку закони Ньютона не виконуються. Так, без дії яких-небудь інших тіл валіза злітає з полиці в потязі, який різко загальмував (валіза набуває прискорення відносно потягу, хоч ніякі тіла це прискорення не спричиняли). Якщо цей самий рух розглядати відносно інерційної системи відліку (наприклад, Землі), то це явище можна пояснити так: у різко загальмованому потязі валіза продовжує рухатися за інерцією з попередньою швидкістю, а полиця, прикріплена до вагона, вислизає з-під неї (вважаємо, що тертя між валізою і полицею можна знехтувати). Кулька, підвішена на нитці до стелі вагона, висить вертикально, якщо вагон рухається рівномірно, відхиляється назад, якщо вагон прискорюється, і вперед – при його сповільненні. Тобто кулька відхиляється в бік, протилежний прискоренню вагона, яке ми позначимо  $\vec{a}_s$  (рис. 1.45). Нитка, на якій підвішена кулька, відхилиться на

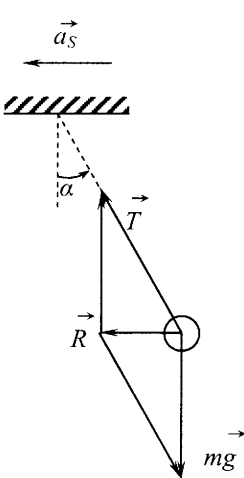


Рис. 1.45

певний кут  $\alpha$ , який тим більший, чим більше  $\vec{a}_s$ . Таким чином, тіло відносно вагона перебуває у рівновазі, хоч сили, які на нього діють (сила тяжіння  $m\vec{g}$  і сила натягу нитки  $\vec{T}$ ), не зрівноважуються ( $\vec{R} = \vec{T} + m\vec{g} \neq 0$ ).

Отже, відносно системи відліку, зв'язаної з вагоном, що рухається прискорено, закон інерції не виконується.

Якщо нитку, на якій висить кулька, перепалити, то вона почне прискорено падати вздовж напрямку, який є продовженням напрямку нитки до того, як її перепалили. Але після перепалювання на тіло діє тільки одна сила притягання до Землі, напрямлена вертикально вниз. Тобто напрямок прискорення тіла відносно вагона не співпадає з напрямком діючої сили. Таким чином, відносно вагона

порушується і другий закон Ньютона. Що ж до руху кульки відносно Землі, то він відбувається за законами Ньютона: до перепалювання нитки рівнодія сил  $\vec{R} = m\vec{a}$  ( $\vec{a} = \vec{a}_s$ ), тому тіло рухається з тим

самим прискоренням, що і потяг; після перепалювання нитки тіло рухається по параболі з початковою швидкістю, яка дорівнює швидкості потяга в момент перепалювання.

Як бачимо, закони руху і причини прискорень в інерційних і неінерційних системах відліку різні. Але можна сформулювати правило, яке дозволяє користуватися основним законом динаміки і в неінерційних системах: до всіх сил, які діють на дане тіло (сил тяжіння, сил пружності, сил тертя і т. д.), додати ще силу  $\vec{F}_i$ , яка дорівнює масі тіла, помноженій на прискорення неінерційної системи відліку, взяте з протилежним знаком:

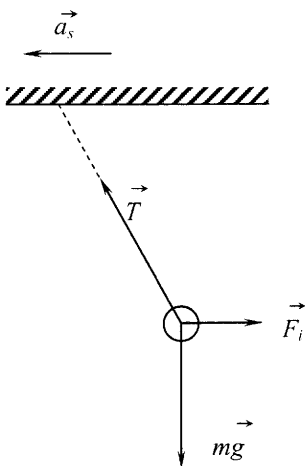
$$\vec{F} + \vec{F}_i = m\vec{a}, \quad (1)$$

де  $\vec{F}_i = m(-\vec{a}_S)$  – сила інерції.

З урахуванням сили інерції можна пояснити явища, які спостерігаються у вагоні, що рухається з прискоренням, зокрема поведінку кульки, підвішеної на нитці до перепалювання:

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_i = 0, \quad (2)$$

і кулька перебуває у стані рівноваги відносно вагона (рис. 1.46); після перепалювання рівнодійна сил, що діють на тіло,



$$\vec{R}' = m\vec{g} + \vec{F}_i, \quad (3)$$

і прискорення кульки відносно вагона за напрямком співпадає з напрямком  $\vec{R}'$ .

Користуючись поняттям про сили інерції, можна записати другий закон Ньютона в неінерційних системах відліку таким чином:

$$\vec{F} + \vec{F}_i = m\vec{a}, \quad (4)$$

де  $\vec{F}$  – рівнодійна всіх прикладених до тіла масою  $m$  сил (сил тертя, сил тяжіння, сил пружності тощо);  $\vec{F}_i = m(-\vec{a}_S)$  – сила інерції;  $\vec{a}$  – прискорення тіла відносно неінерційної системи відліку.

Формула (4) є математичним виразом *принципу Даламбера*, який формулюється так: векторна сума всіх діючих на тіло сил, включно із силами інерції, дорівнює добутку маси тіла на його прискорення відносно неінерційної системи відліку.

Принцип Даламбера є узагальненням основного рівняння динаміки на випадок неінерційних систем відліку.

Сили інерції мають ряд особливостей:

1) сила інерції викликана не взаємодією тіл, а прискоренням рухом самої системи відліку, тому до сил інерції не застосовується третій закон Ньютона;

2) сили інерції діють на тіло тільки в неінерційних системах відліку, і діють цілком реально (космонавт цілком реально відчуває дію сили інерції, яка притискує його до сидіння при розгоні ракети);

3) для будь-якої системи тіл, яка знаходиться в неінерційній системі відліку, сили інерції є зовнішніми силами; отже тут нема замкнених систем і тому не виконуються закони збереження;

4) сила інерції, як і сила тяжіння, пропорційна масі тіла; тому в полі сил інерції, як і в полі сил тяжіння, всі тіла рухаються з однаковим прискоренням незалежно від їх мас.

### §31. Сили інерції в обертових системах відліку

Нехай матеріальна точка  $m$  рухається рівномірно по колу радіуса  $r$ . Відносно інерційної системи відліку на матеріальну точку діє доцентрова сила  $\vec{F}_o$ , яка надає їй прискорення

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \vec{r}. \quad (1)$$

Ця сила може бути натягом нитки (обертання тягарця на нитці), силою тяжіння (рух планети навколо Сонця) тощо. Відносно неінерційної системи, зв'язаної з матеріальною точкою, остання є нерухомою, бо

$$\vec{F}_o + \vec{F}_i = 0, \quad (2)$$

де

$$\vec{F}_i = -m\vec{a}_n = m\omega^2 \vec{r} \quad (3)$$

і називається відцентровою силою інерції. Відцентрова сила інерції прикладена до тіла, що обертається разом з неінерційною системою, а протидіюча доцентровій силі, яка називається відцентровою, прикладена не до тіла, а до зв'язків. Тому не слід плутати ці поняття.

Зі збільшенням кутової швидкості  $\omega$  зростає відцентрова сила інерції. Відповідно зростає і доцентрова сила. Але величина останньої обмежена. Коли  $F_i > F_o^{\max}$ , матеріальна точка звільняється від зв'язків і рухається по дотичній до траєкторії в точці розриву (шліфувальний круг, центрифуга, сушильна машина).

При обертанні коліс, дисків і т. п. виникають деформації того самого типу, що і деформації зв'язків, які примушують тіло рухатись по колу. Саме сили, зумовлені такими деформаціями, і надають частинам обертового тіла доцентрових прискорень. Ці деформації можуть призвести до руйнування обертового тіла при перевищенні допустимої швидкості обертання.

Внаслідок обертання Землі на ній також має спостерігатися дія відцентрової сили інерції. Так на матеріальну точку  $m$ , що знаходиться на поверхні Землі (рис. 1.47), діє сила  $\vec{Q}$ , яка є рівнодійною гравітаційної сили  $\vec{F}_c$  і відцентрової сили інерції  $\vec{F}_i$ :

$$\vec{Q} = \vec{F}_c + \vec{F}_i, \quad (4)$$

де  $\vec{F}_c = -\gamma \frac{mM_3}{r^3} \vec{r}$ ,  $\vec{F}_i = m\omega^2 \vec{r}_\varphi$ ,  $m$  і  $M_3$  – маса тіла і маса Землі;  $\vec{r}$  –

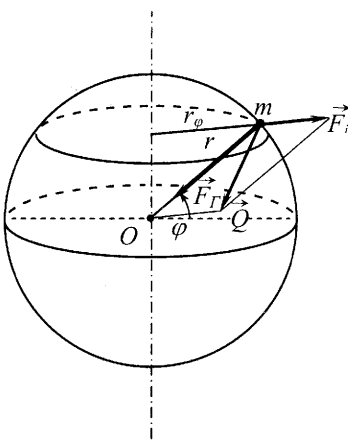


Рис. 1.47

радіус-вектор, проведений з центра Землі в місце знаходження матеріальної точки;  $r_\varphi = r \cos\varphi$ ;  $\varphi$  – широта місцевості;  $\omega$  – кутова швидкість обертання Землі.

На полюсі  $F_i = 0$  і  $Q = F_c$ , на екваторі

$$Q = F_c - m\omega^2 r = \gamma \frac{mM_3}{r^2} - m\omega^2 r.$$

Відношення  $\frac{m\omega^2 r}{\gamma \frac{mM_3}{r^2}}$  становить при-

близно 0,35 %. Прискорення вільного падіння тіла масою  $m$  дорівнює

$$g = \frac{Q}{m}. \quad (5)$$

На полюсі  $g^{(m)} = 9,83 \text{ м/с}^2$  на екваторі  $g^{(e)} = 9,78 \text{ м/с}^2$ , якщо припустити, що Земля має форму кулі. Насправді вона сплюснена біля полюсів (це теж є результатом дії відцентрової сили інерції); і ця сплюсненість теж спричиняється до того, що біля полюса прискорення вільного падіння є більшим, ніж на екваторі. При наближених розрахунках приймають  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

Вагою тіла  $\vec{Q}'$  називається сила, з якою воно діє внаслідок тяжіння до Землі на опору або підвіс, що утримує його від вільного падіння. Вага тіла  $\vec{Q}' = \vec{Q}$ , але, на відміну від сили  $\vec{Q}$  (її часто

ототожнюють з силою тяжіння), яка прикладена до тіла, вага  $\bar{Q}'$  прикладена до опори або підвісу. Якщо опора (наприклад, підлога ліфта) рухається з прискоренням  $\bar{a}_0$ , то

$$\bar{Q}' = m(\bar{g} - \bar{a}_0). \quad (6)$$

У випадку, коли  $\bar{a}_0$  співнапрявлене з  $\bar{g}$  ( $\bar{a}_0 \uparrow \bar{g}$ ), то

$$Q' = m(g - a_0),$$

коли  $\bar{a}_0$  і  $\bar{g}$  протилежно напрямлені ( $\bar{a}_0 \downarrow \bar{g}$ ), то

$$Q' = m(g + a_0).$$

У першому випадку при  $a_0 = g$  має місце невагомість ( $Q' = 0$ ), у другому – перевантаження.

Якщо тіло рухається відносно обертової системи відліку, то для того, щоб виконувались закони Ньютона, треба крім відцентрової сили інерції врахувати ще силу інерції, яка діє перпендикулярно до траєкторії, що описується тілом в обертовій системі відліку. Цю додаткову силу інерції називають коріолісовою силою. Розрахунок показує, що коріолісова сила

$$\vec{F}_k = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}], \quad (7)$$

вона перпендикулярна швидкості  $\vec{v}$ , а тому не виконує роботи.

На Землі спостерігаються різні явища, пов'язані з дією сили Коріоліса. Так на тіла, які рухаються в північній півкулі з півдня на північ діє сила Коріоліса, напрямлена на схід, а на тіла, які рухаються з півночі на південь – сила Коріоліса, напрямлена на захід. В обох випадках сила діє вправо від напрямку руху. Така сила діє, наприклад, в річках, що течуть у північній півкулі. Під її дією вода підмиває правий берег, який тому буває більш крутим і обривистим, ніж лівий. З тієї самої причини праві рейки залізниці спрацьовуються трохи швидше, ніж ліві. У південній півкулі, навпаки, крутіші ліві береги і швидше спрацьовуються ліві рейки.

### Завдання для самостійної роботи № 1.8

1. Ознайомитися з принципами будови і роботи центрифуг, сепараторів, відцентрових регуляторів.

2. Пояснити причини невагомості в космічних кораблях і в супутниках Землі.

### Література:

Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. – Кн.1. – К.: Либідь, 2001. – С. 66-70.

### §32. Перетворення Галілея. Механічний принцип відносності

У класичній механіці розглядаються рухи тіл з порівняно невеликими швидкостями. Найбільші швидкості, з якими рухаються макроскопічні тіла, це швидкості руху планет навколо Сонця, метеорів, космічних кораблів. Але вони не перевищують декількох десятків кілометрів за секунду, що набагато менше швидкості світла у вакуумі ( $c = 3 \cdot 10^5$  км/с).

Перетворення Галілея дають можливість зв'язати координати деякої матеріальної точки  $M$ , задані в одній інерційній системі відліку  $S'(x', y', z', t')$  з координатами цієї ж точки в будь-якій іншій інерційній системі  $S(x, y, z, t)$ , яка рухається відносно першої рівномірно з швидкістю  $\vec{v}$  набагато меншою швидкості світла у вакуумі (рис. 1.48а). Вони базуються на аксіомах про абсолютність проміжків часу і довжин:

- 1) хід часу однаковий у всіх інерційних системах відліку;
- 2) розміри тіла не залежать від швидкості його руху відносно системи відліку.

Якщо відповідні осі декартових координат систем  $S$  і  $S'$  паралельні, а в початковий момент часу ( $t = t' = 0$ ) початки координат співпадали, то перетворення Галілея мають вигляд:

$$x' = x - v_x t, y' = y - v_y t, z' = z - v_z t, t' = t, \quad (1)$$

де  $x, y, z$  і  $x', y', z'$  – координати точки  $M$  в системах  $S$  і  $S'$  в момент часу  $t$  і  $t'$  відповідно, а  $v_x, v_y, v_z$  – проєкції вектора швидкості  $\vec{v}$  на відповідні осі. Звичайно осі координат проводять так, що система  $S'$  рухається вздовж додатнього напрямку осі  $OX$  зі швидкістю  $v$  (рис. 1.48 б). У цьому випадку перетворення Галілея мають найпростіший вигляд:

$$x' = x - vt, y' = y, z' = z, t' = t. \quad (2)$$

Якщо вважати систему  $S'$  нерухомою, а  $S$  такою, що рухається відносно  $S'$  зі швидкістю  $\vec{v}' = -\vec{v}$ , то одержимо:

$$x = x' + v_x t, y = y' + v_y t, z = z' + v_z t, t = t', \quad (1')$$

або

$$x = x' + vt, y = y', z = z', t = t'. \quad (2')$$

Отже, перетворення Галілея взаємні.

Знайдемо швидкість  $\vec{u}$  матеріальної точки  $M$  відносно системи відліку  $S$ , якщо відомо, що відносно  $S'$  її швидкість  $\vec{u}'$ .

Згідно з означенням

$$\vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{u}' = \frac{d\vec{r}'}{dt'}, \quad (t' = t).$$

Тут  $\vec{r}$  і  $\vec{r}'$  – радіуси-вектори точки  $M$  відносно систем  $S$  і  $S'$  відповідно. Як бачимо на рис. 1.48 а,  $\vec{r} = \vec{v}t + \vec{r}'$ .

Таким чином,

$$\vec{u} = \vec{v} + \vec{u}'. \quad (3)$$

Ми одержали класичний закон додавання швидкостей, який можна сформулювати так: абсолютна швидкість  $\vec{u}$ , відносно системи відліку, яка вважається нерухомою, дорівнює сумі переносної швидкості  $\vec{v}$  рухомої системи і відносної швидкості  $\vec{u}'$  руху відносно останньої.

Прискорення точки  $M$  в системах  $S$  ( $\vec{a} = \frac{d\vec{u}}{dt}$ ) і  $S'$  ( $\vec{a}' = \frac{d\vec{u}'}{dt'}$ )

однакові:

$$\vec{a} = \vec{a}'. \quad (4)$$

Тобто прискорення матеріальної точки не залежить від вибору інерційної системи координат.

Рівняння, які виражають закони Ньютона, теж є інваріантними

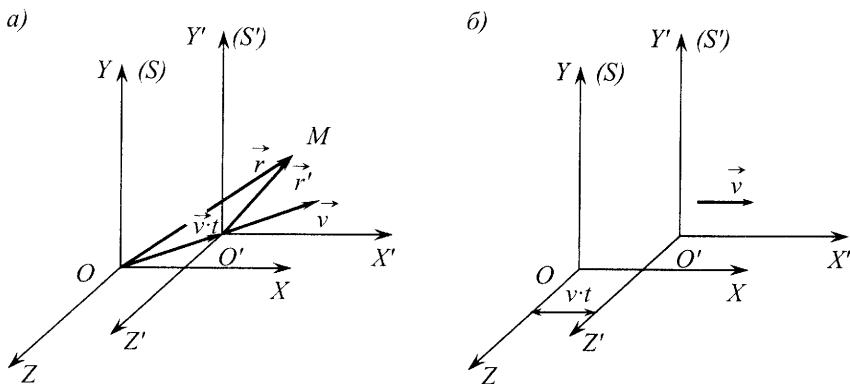


Рис. 1.48

відносно перетворень Галілея, тобто не змінюють свого вигляду, при переході від однієї інерційної системи відліку до іншої:

$$\begin{cases} m\bar{a} = \bar{F} & i \quad \bar{F}_{ki} = -\bar{F}_{ik} \quad (S), \\ m'\bar{a}' = \bar{F}' & i \quad \bar{F}'_{ki} = -\bar{F}'_{ik} \quad (S'), \end{cases} \quad (5)$$

де  $m' = m$  – маса матеріальної точки, однакова для всіх систем відліку.

Узагальнюючи наведені вище факти, можна зробити висновок, що в класичній механіці справедливим є *механічний принцип відносності (принцип відносності Галілея): закони механіки однакові в усіх інерційних системах відліку*. Жодний дослід в галузі механіки не дає можливості встановити, чи дана замкнута система тіл знаходиться в стані спокою, чи рухається зі сталою швидкістю. Механічний принцип відносності є свідченням того, що в механіці всі інерційні системи рівноправні. Серед них немає якоїсь особливої, «головної» інерційної системи відліку, рух по відношенню до якої можна було би вважати абсолютним.

### ***§33. Постулати спеціальної теорії відносності. Перетворення Лоренца. Інтервал. Релятивістський закон додавання швидкостей***

У середині XIX ст. були розроблені методи, які дозволили з великою точністю виміряти швидкість світла. Виявилось, що у вакуумі вона дорівнює  $c = (2,997928 \pm 0,000004) \cdot 10^8$  м/с і не залежить від швидкості руху джерела чи приймача світлових сигналів. Цей результат показує, що класичний закон додавання швидкостей має обмежену область застосування. Він, зокрема, непридатний для опису явищ, пов'язаних із поширенням світла. Але класичний закон додавання швидкостей впливає з перетворень Галілея, отже і останні мають обмежену область застосування. Виникла необхідність критично переглянути ідеї, які були покладені в основу цих перетворень.

Проблему розв'язав у 1905 р. А. Ейнштейн. Він показав, що положення про абсолютний час і інваріантність розмірів тіла відносно різних інерційних систем відліку не є універсальними. Вони виконуються тільки в ньютонівській механіці. Ейнштейн сформулював *два постулати*, які лягли в основу спеціальної теорії відносності (релятивістської теорії):

1) *усі інерційні системи відліку рівноправні; в усіх інерційних системах не тільки механічні, але і всякі інші явища природи відбуваються однаково;*

2) *в усіх інерційних системах швидкість світла у вакуумі*



однакова і не залежить від швидкості руху джерела світла.

Ці постулати підкріплені експериментально.

Перетворення координат, які відповідають двом основним постулатам теорії відносності, були вперше одержані Лоренцом.

Для випадку, який відповідає рис. 1.48 б, вони мають такий вигляд:

При переході від системи S до S'	При переході від системи S' до S
$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$ $y' = y; z' = z;$ $t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$	$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$ $y = y'; z = z';$ $t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$

Ці перетворення при  $\frac{v}{c} \ll 1$  переходять у перетворення Галілея (принцип відповідності), а при  $v \geq c$  втрачають сенс. У класичній механіці простір і час розглядаються як незалежні одне від одного поняття.

З перетворень Лоренца випливає тісний зв'язок між просторовими і часовими координатами: не тільки просторові координати залежать від часу, але і час залежить від просторових координат, а також від швидкості руху системи відліку.

Якщо позначити через  $l_0$  довжину відрізка (розміщеного паралельно  $OX$ ) відносно системи відліку  $S'$ , в якій він є нерухомим (*власна довжина* відрізка), то довжина того ж відрізка відносно системи  $S$ , в якій він рухається із швидкістю  $v$ , дорівнює

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (2)$$

Проміжок часу між двома подіями також залежить від вибору системи відліку. Якщо  $\tau_0$  проміжок часу між двома подіями, які відбулися в одній точці системи  $S'$  (годинник відносно цієї системи нерухомий), а  $\tau$  – проміжок часу між тими ж подіями відносно системи  $S$  (годинник відносно цієї системи рухається зі швидкістю  $v$ ),

то з перетворень Лоренца випливає, що

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (3)$$

Час  $\tau_0$  називають *власним часом*.

Згідно з формулою (2), довжина стрижня в будь-якій іншій системі відліку, відносно якої він рухається, менша за власну довжину. Але в різних системах відліку, які рухаються з різними сталими швидкостями, довжина цього стержня теж різна. А звідси зрозуміло, що релятивістська зміна довжини тіла в напрямку його руху не викликана ніякими його деформаціями.

Сповільнення часу в рухомій системі відліку, як видно з формули (3), дає змогу пояснити таке явище. У верхніх шарах атмосфери під дією космічного випромінювання утворюються частинки, які називаються мюонами. Досліди над мюонами, які проводились в прискорювачах елементарних частинок, показали, що час їх життя становить  $10^{-8}$  с. Товщина шару атмосфери приблизно 300 км. Щоб пройти цей шлях із швидкістю близькою до швидкості світла, необхідно щонайменше  $10^{-4}$  с. Той факт, що мюони були зареєстровані на рівні моря, можна пояснити тільки на основі формули (3). Якщо власний час життя мюона  $\tau_0 \approx 10^{-8}$  с, то час його життя  $\tau$  відносно Землі, яка рухається назустріч мюону зі швидкістю  $v$  близькою до швидкості світла, становитиме  $0,7 \cdot 10^{-4}$  с.

Як бачимо, метричні розміри і проміжки часу між двома подіями в теорії відносності залежать від системи відліку. Тому для математичного відображення будь-якої події слід користуватися чотиривимірним континуумом, де роль четвертої координати відіграє час. Точку в такому просторі, яка визначає певну подію, називають світовою точкою.

Якщо одна подія визначається координатами  $(x_1, y_1, z_1, t_1)$ , а друга – координатами  $(x_2, y_2, z_2, t_2)$ , то величину

$$\Delta S = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2} \quad (4)$$

називають *інтервалом* між цим подіями. Легко показати, що інтервал є інваріантом відносно перетворень Лоренца.

Отже, теорія Ейнштейна, замість відносних відстані і проміжку часу, вводить елемент абсолютного, яким є інтервал. Вона показує, що причинний зв'язок між подіями може здійснюватися лише при відповідній координаті їх у просторі та часі.

Розглянемо закон додавання швидкостей, який випливає з перетворень Лоренца. Очевидно, у цьому випадку

$$\vec{r} = \frac{\vec{r}' + \vec{v}t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (5)$$

а абсолютна швидкість

$$\begin{aligned} \vec{u} = \frac{d\vec{r}}{dt} &= \frac{d \left( \frac{\vec{r}' + \vec{v}t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)}{d \left( \frac{t' + \frac{(\vec{v}, \vec{r}')}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)} = \frac{d(\vec{r}' + \vec{v}t')}{d \left( t' + \frac{(\vec{v}, \vec{r}')}{c^2} \right)} = \frac{d\vec{r}' + \vec{v}dt'}{dt' + \left( \frac{\vec{v}}{c^2}, d\vec{r}' \right)} = \frac{\frac{d\vec{r}'}{dt'} + \vec{v}}{1 + \frac{1}{c^2} \left( \vec{v}, \frac{d\vec{r}'}{dt'} \right)} \\ &= \frac{\vec{u}' + \vec{v}}{1 + \frac{1}{c^2} (\vec{v}, \vec{u}')} \end{aligned}$$

Отже

$$\vec{u} = \frac{\vec{u}' + \vec{v}}{1 + \frac{1}{c^2} (\vec{v}, \vec{u}')} \quad (6)$$

Релятивістський закон додавання швидкостей при швидкостях набагато менших швидкості світла ( $v \ll c$ ,  $u' \ll c$ ) переходить у класичний закон, а при швидкостях близьких швидкості світла абсолютна швидкість  $u$  не є більшою за  $c$ .

### §34. Релятивістська динаміка

Основний закон динаміки

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

має залишатися інваріантним при переході від однієї інерційної системи відліку до іншої. Для цього в релятивістській механіці необхідно допустити, що маса тіла залежить від швидкості:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1)$$

де  $m_0$  – маса спокою тіла, виміряна в тій інерційній системі відліку, відносно якої воно знаходиться у спокої. Масу  $m$  часто називають *релятивістською масою*. Із закону залежності маси  $m$  від швидкості  $v$  видно, що частинки з масою спокою  $m_0 \neq 0$  не можуть рухатися зі швидкістю  $v \geq c$ , а частинки із масою спокою  $m_0 = 0$  (світлові частинки - *фотони*) не можуть мати швидкість, відмінну від  $c$ .

Релятивістський імпульс тіла (матеріальної точки)  $\vec{p}$  є нелінійною функцією швидкості:

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (2)$$

У релятивістській механіці виконується закон збереження релятивістського імпульсу замкнутої системи: *релятивістський імпульс замкнутої системи матеріальних точок зберігається* –

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \text{const}, \quad (3)$$

де  $\vec{p}_i = \frac{m_0 \vec{v}_i}{\sqrt{1 - \frac{v_i^2}{c^2}}}$  – релятивістський імпульс  $i$ -ї точки.

*Основний закон релятивістської динаміки* –

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \vec{F}. \quad (4)$$

Його наслідком є взаємозв'язок між релятивістською масою і енергією:

$$W = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (5)$$

Із цього взаємозв'язку випливає *єдиний закон збереження маси і енергії замкнутої системи матеріальних точок*:

$$W = mc^2 = \text{const}. \quad (6)$$

Енергія тіла в стані спокою

$$W_0 = m_0 c^2 \quad (7)$$

називається *енергією спокою*.

Експериментальне підтвердження закону взаємозв'язку маси і енергії дають ядерні реакції. За дефектом маси у сучасній фізиці визначають енергію зв'язку ядер і енергію ядерних реакцій.

Кінетична енергія в релятивістській динаміці визначається за формулою

$$W_k = W - W_0 = m_0 c^2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right). \quad (8)$$

При  $v \ll c$  з цієї формули випливає звичний із класичної механіки вираз

$$W_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (8')$$

Повна енергія частинки і її імпульс в релятивістській динаміці зв'язані співвідношеннями

$$\vec{p} = \frac{W}{c^2} \vec{v} \quad \text{і} \quad \frac{W^2}{c^2} - p^2 = m_0^2 c^2,$$

або

$$W = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}. \quad (9)$$

Із (9) випливає *єдиний закон збереження маси, імпульсу і енергії*.

Спеціальна теорія відносності сформульована тільки для інерційних систем відліку. Але строго інерційних систем в природі не існує, і лише з певним наближенням ту чи іншу систему можна вважати інерційною. Тому Ейнштейн поставив за мету знайти такі формулювання фізичних законів, які справджуватимуться в усіх системах відліку. У результаті багаторічної праці (1906–1916 рр.) він сформулював принцип еквівалентності гравітаційних сил і сил інерції. Сили тяжіння, як і сили інерції, пропорційні масам тіл і надають їм однакового прискорення. Отже, перебіг всіх фізичних процесів однаковий в інерційних системах, що перебувають в однорідному полі тяжіння, і в системі відліку, яка поступально рухається із сталим прискоренням поза полем тяжіння.

Принцип еквівалентності дає змогу створювати штучні локальні поля тяжіння або ж усувати їх. Прикладом може бути кабіна космічного корабля при його обертанні навколо Землі.

### Завдання для самостійної роботи № 1.9

1. Використовуючи перетворення координат Лоренца, вивести формули (2) і (3) з §33. Результати застосувати для випадку  $v \ll c$ .

2. На основі закону додавання швидкостей (6) §33, обчислити абсолютну швидкість  $u$  при:

а)  $v = 10 \frac{\text{км}}{\text{с}}, u' = 3,6 \frac{\text{км}}{\text{год}}$ ;

б)  $v = 0,5 c, u' = 0,5 c$ ;

в)  $v$  – довільне,  $u' = c$ ;

г)  $v = u' = c \left( c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$ .

Порівняти з результатами, одержаними за формулою (3) в §32. Зробити висновки.

3. При  $\frac{v}{c} \ll 1$  вираз  $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  розкладається в ряд Маклорена:

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{v}{c} \right)^2 + \frac{3}{8} \left( \frac{v}{c} \right)^4 + \dots$$

Використовуючи цей ряд, одержати формулу (8') (§34) з формули (8) цього параграфа.

4. Ознайомитися з основними методами визначення швидкості світла.

#### Література:

Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. – Кн.1. – К.: Либідь, 2001. – С. 127-132.

## 1.2. МАТЕРІАЛИ, РЕКОМЕНДОВАНІ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

#### *Кінематика поступального і обертального рухів*

1.1. Відстань між двома станціями метрополітену 1,5 км. Першу половину цієї відстані поїзд проходить рівноприскорено, другу – рівносповільнено. Максимальна швидкість поїзда 50 км/год. Знайти величину прискорення, вважаючи його чисельно рівним сповільненню, і час руху поїзда між станціями.

$$(a = 0,13 \text{ м/с}^2; t = 3,6 \text{ хв})$$

1.2. Поїзд рухається зі швидкістю 36 км/год. Якщо виключити струм, то поїзд, рухаючись рівносповільнено, зупиняється через 20 с. Знайти від'ємне прискорення поїзда і на якій відстані від зупинки необхідно виключити струм.

$$(a = - 0,5 \text{ м/с}^2; s = 100 \text{ м})$$

1.3. Схил завдовжки 100 м лижник пройшов за 20 с, рухаючись з прискоренням  $0,3 \text{ м/с}^2$ . Яка швидкість лижника на початку і в кінці схилу?

$$(v_1 = 2 \text{ м/с}; v_2 = 8 \text{ м/с})$$

1.4. Від поїзда відчепився останній вагон. Поїзд продовжує рухатись рівномірно з тією ж самою швидкістю. Знайти відношення шляхів, пройдених поїздом і вагоном до моменту зупинки вагона.

$$\left(\frac{s_n}{s_g} = 2\right)$$

1.5. Автобус рухається  $1/3$  хв по прямій до зупинки, пройшовши при цьому 310 м. Його початкова швидкість 15 м/с. Знайдіть середню швидкість автобуса і доведіть, що його прискорення змінюється за напрямком.

$$(v_{\text{ср}} = 15,5 \text{ м/с})$$

1.6. При виконанні літаком однієї з фігур пілотажу рух на

прямолінійній ділянці траєкторії описується рівнянням  $x = bt + ct^2$ , де  $b=250$  м/с,  $c = 5$  м/с<sup>2</sup>. Визначити лінійну швидкість і тангенційне прискорення через 5с після початку виконання фігури.

$$(v = 300 \text{ м/с}; a_t = 10 \text{ м/с}^2)$$

1.7. Дві матеріальні точки рухаються відповідно до рівнянь  $x_1 = a_1t + b_1t^2 + c_1t^3$  та  $x_2 = a_2t + b_2t^2 + c_2t^3$ , де  $a_1 = 4$  м/с,  $a_2 = 2$  м/с,  $b_1 = 8$  м/с<sup>2</sup>,  $b_2 = -4$  м/с<sup>2</sup>,  $c_1 = -4$  м/с<sup>3</sup>,  $c_2 = 1$  м/с<sup>3</sup>. У який момент часу прискорення цих точок будуть однаковими? Знайти швидкості точок у цей момент часу.

$$(t = 0,27 \text{ с}; v_1 = 7,45 \text{ м/с}; v_2 = 4,38 \text{ м/с})$$

1.8. Рух електронного променя на екрані осцилографа описується рівняннями  $x = at^2$ ,  $y = b + ct^4$ , де  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>,  $b = 4$  м,  $c = 1$  м/с<sup>4</sup>. Знайти рівняння траєкторії променя, яку спостерігає дослідник на екрані. Обчислити швидкість та прискорення електрона в момент часу  $t = 2$  с.

$$(v = 32,98 \text{ м/с}; a = 52 \text{ м/с}^2)$$

1.9. Поступальний рух більярдної кулі можна описати рівняннями  $x = t^3$ ,  $y = 2t$ . Знайти рівняння траєкторії кулі, її швидкість та прискорення в момент часу  $t = 0,8$  с.

$$(v = 2,77 \text{ м/с}; a = 4,8 \text{ м/с}^2)$$

1.10. Матеріальна точка рухається в площині  $xu$  відповідно до рівнянь  $x = a_1 + b_1t + c_1t^2$  і  $y = a_2 + b_2t^2 + c_2t^3$ , де  $b_1 = 7$  м/с,  $c_1 = -2$  м/с<sup>2</sup>,  $b_2 = -1$  м/с<sup>2</sup>,  $c_2 = 0,2$  м/с<sup>3</sup>. Знайти швидкість і прискорення точки в момент часу  $t = 5$  с.

$$(v = 13,93 \text{ м/с}; a = 5,65 \text{ м/с}^2)$$

1.11. Камінь кинули горизонтально з даху будинку з початковою швидкістю  $v_0 = 25$  м/с. На землю він впав під кутом  $\alpha = 60^\circ$  до горизонту. Яка висота  $h$  будинку?

$$(h = 94 \text{ м})$$

1.12. Камінь кинули з башти під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до горизонту з початковою швидкістю  $v_0 = 10$  м/с. Яка відстань між точкою, з якої його кидали, і точкою, де він був через  $t = 4$  с?

$$(l = 67,9 \text{ м})$$



1.13. Гравець кидає м'яч з висоти  $h = 1,2$  м над землею під кутом  $\alpha = 45^\circ$  до горизонту. На відстані  $s = 47$  м від гравця розміщена сітка заввишки  $H = 7,3$  м. З якою мінімальною швидкістю треба кинути м'яч, щоб він перелетів через сітку?

$$(v = 23 \text{ м/с})$$

1.14. Спортсмен пірнає в воду з крутого берега заввишки  $4,9$  м. Швидкість розбігу  $6$  м/с. Визначити швидкість спортсмена і її напрямок при входженні спортсмена у воду.

$$(v = 11,5 \text{ м/с}; \alpha = 58,5^\circ)$$

1.15. Камінь кинуто в горизонтальному напрямку зі швидкістю  $v_x = 15$  м/с. Знайти нормальне і тангенційне прискорення каменя через  $1$  с після початку руху. Опір повітря не враховувати.

$$(a_n = 8,2 \text{ м/с}^2, a_t = 5,4 \text{ м/с}^2)$$

1.16. Шлях, пройдений точкою по колу радіусом  $2$  см, задається рівнянням  $s = at^2 + bt$ . Знайти кутову швидкість, кутове прискорення, нормальне, тангенційне і повне прискорення точки через  $1$  с після початку руху, якщо  $a = 3 \text{ м/с}^2, b = 1 \text{ м/с}$ .

$$(\omega = 3,5 \text{ рад/с}; \beta = 3 \cdot 10^2 \text{ рад/с}^2; a_n = 24,5 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2; a_t = 6 \text{ м/с}^2; a = 24,5 \cdot 10^2 \text{ м/с}^2)$$

1.17. Диск радіусом  $r = 20$  см обертається відповідно до рівняння  $\varphi = 3 - t + 0,1 t^3$ . Визначте тангенційне, нормальне і повне прискорення точок на краю диска.

$$(a_t = 1,2 \text{ м/с}^2; a_n = 168,2 \text{ м/с}^2; a = 168,2 \text{ м/с}^2)$$

1.18. Точка рухається по колу радіусом  $r = 2$  см. Залежність шляху від часу задається рівнянням  $s = ct^3$ , де  $c = 0,1 \text{ см/с}^3$ . Знайти нормальне і тангенційне прискорення точки в момент, коли лінійна швидкість точки  $v = 0,3 \text{ м/с}$ .

$$(a_n = 4,5 \text{ м/с}^2; a_t = 0,06 \text{ м/с}^2)$$

1.19. Точка рухається по колу так, що залежність шляху від часу задається рівнянням  $s = a + bt + ct^2$ , де  $b = 2 \text{ м/с}$  і  $c = 1 \text{ м/с}^2$ . Знайти лінійну швидкість точки, її тангенційне, нормальне і повне прискорення через  $3$  с після початку руху, якщо при  $t_1 = 2$  с нормальне прискорення  $a_{n1} = 0,5 \text{ м/с}^2$ .

$$(v = 4 \text{ м/с}; a_t = 2 \text{ м/с}^2; a_n = 2 \text{ м/с}^2; a = 2,83 \text{ м/с}^2)$$

1.20. Колесо радіусом  $r = 0,1$  м обертається так, що залежність кута повороту радіуса від часу задається рівнянням  $\varphi = a + bt + ct^3$ , де  $b = 2$  рад/с і  $c = 1$  рад/с<sup>3</sup>. Для точок, які лежать на ободі колеса, знайти через 2 с від початку руху: кутову швидкість, лінійну швидкість, кутове прискорення, тангенційне прискорення і нормальне прискорення.

$$(\omega = 14 \text{ рад/с}; v = 1,4 \text{ м/с}; \beta = 12 \text{ рад/с}^2; a_t = 1,2 \text{ м/с}^2; a_n = 19,6 \text{ м/с}^2)$$

1.21. Диск радіусом 0,1 м, що був у стані спокою, почав обертатися зі сталим кутовим прискоренням  $0,5$  рад/с<sup>2</sup>. Чому дорівнює кут повороту точок на краю диска через 2 с після початку обертання, а також їхнє тангенційне, нормальне і повне прискорення?

$$(\varphi = 1 \text{ рад}; a_t = 0,05 \text{ м/с}^2; a_n = 0,1 \text{ м/с}^2; a = 0,112 \text{ м/с}^2)$$

1.22. Вал обертається зі сталою швидкістю, що відповідає частоті  $n = 180$  об/хв. З деякого моменту вал гальмується і обертається рівносповільнено з від'ємним кутовим прискоренням  $\beta = 3$  рад/с<sup>2</sup>. За який час вал зупиниться? Скільки обертів він зробить до зупинки?

$$(t = 6,3 \text{ с}; N = 9,4 \text{ об})$$

1.23. Маховик через  $t = 1$  хв після початку руху набуває швидкості, яка відповідає  $n = 720$  об/хв. Знайти кутове прискорення колеса і число обертів за цю хвилину. Рух вважати рівноприскореним.

$$(\beta = 1,26 \text{ рад/с}; N = 360 \text{ об})$$

1.24. Вентилятор обертається зі швидкістю, яка відповідає  $900$  об/хв. Після виключення вентилятор, рухаючись рівносповільнено, зробив до зупинки  $75$  обертів. Скільки часу тривало сповільнення вентилятора до повної його зупинки?

$$(t = 10 \text{ с})$$

1.25. В першому наближенні можна вважати, що електрон в атомі водню рухається по коловій орбіті зі сталою швидкістю  $v = 2,2 \cdot 10^6$  м/с. Знайти кутову швидкість обертання електрона і його нормальне прискорення. Радіус орбіти прийняти рівним  $r = 0,5 \cdot 10^{-10}$  м.

$$(\omega = 4,4 \cdot 10^{16} \text{ рад/с}; a_n = 9,7 \cdot 10^{22} \text{ м/с}^2)$$

### *Закони динаміки поступального і обертального рухів*

1.26. Для передавання стрічки карамельної маси від охолоджуючої машини до тягнучої використовується транспортер К-20. Швидкість руху стрічки транспортера  $v = 4,6$  м/хв, її ширина  $d = 300$  мм. Продуктивність охолоджуючої машини від 500 до 1000 кг/год. Густина карамельної маси  $\rho = 1530$  кг/м<sup>3</sup>. Знайти довжину  $l$  карамельної стрічки, яку передає транспортер за одну зміну (8 год). Знайти товщину цієї стрічки  $h$  при максимальній продуктивності.

$$(l \approx 2,2 \text{ км}; h \approx 8 \text{ мм})$$

1.27. З шланга б'є струмінь води під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до горизонту зі швидкістю  $v = 10$  м/с. Площа перерізу шланга  $S = 5$  см<sup>2</sup>. Знайти масу води в повітрі. Густина води  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>.

$$(m = 5,1 \text{ кг})$$

1.28. Сила опору повітря, яка діє на краплини дощу, виражається формулою:  $f = A\rho_0 r^2 v^2$ , де  $\rho_0 \approx 1,3$  кг/м<sup>3</sup> – густина повітря,  $r$  – радіус краплі,  $v$  – її швидкість,  $A$  – безрозмірний коефіцієнт, який для круглих крапель порядку 1. Які краплі, великі чи дрібні, падають на землю з більшою швидкістю? Оцініть швидкість краплі радіуса  $r = 1$  мм при її падінні з великої висоти.

$$(v = 5,5 \text{ м/с})$$

1.29. Сила опору повітря, яка діє на велосипедиста, пропорційна квадрату його швидкості:  $f = \alpha v^2$ . На горизонтальній дорозі найбільша швидкість велосипедиста становить приблизно 20 м/с. Оцініть коефіцієнт пропорційності  $\alpha$ , якщо маса велосипедиста разом з велосипедом 70 кг, а коефіцієнт тертя між колесами велосипеда і дорогою 0,4.

$$(\alpha \approx 0,7 \text{ кг/м})$$

1.30. Стрічковий підйомник утворює кут  $\alpha$  з горизонтом. З яким максимальним прискоренням може підніматися ящик на такому підйомнику, якщо коефіцієнт тертя дорівнює  $\mu$ . Стрічка не прогинається.

1.31. Струмінь води перерізом  $S = 6$  см<sup>2</sup> б'є в стінку під кутом  $\alpha = 60^\circ$  до нормалі і пружно відбивається від неї. Знайти силу  $F$ , яка діє на стінку, якщо відомо, що швидкість струменя  $v = 12$  м/с.

$$(F = 86,4 \text{ Н})$$

1.32. Молекула масою  $m = 4,65 \cdot 10^{-26}$  кг, що летіла зі швидкістю  $v = 600$  м/с, вдаряється об стінку посудини під кутом  $60^\circ$  до нормалі й під таким же кутом пружно відскакує від неї. Знайти імпульс сили, одержаний стінкою під час удару.

$$(f \cdot \Delta t = 2,8 \cdot 10^{-23} \text{ Н} \cdot \text{с})$$

1.33. Ракету масою  $M$  запускають вертикально. Швидкість витікання газів з сопла двигуна дорівнює  $v$ . При якій витраті палива  $\mu$  (маси за одиницю часу) сила тяги двигуна буде достатньою, щоб:

а) зрівноважити силу тяжіння, що діє на ракету;

б) надати ракеті прискорення  $a = 19,6$  м/с<sup>2</sup>?

$$(a) \mu = Mg/v; \text{ б) } \mu = M(a + g)/v$$

1.33. Яка середня сила тиску  $F$  діє на плече при стрільбі з автомата, якщо маса кулі  $m = 10$  г, а її швидкість  $v = 300$  м/с? Кількість пострілів за одиницю часу  $n = 300$  хв<sup>-1</sup>.

$$(F = 15 \text{ Н})$$

1.35. Трамвай масою 5 т йде по заокругленню радіусом 128 м. Знайти силу бокового тиску коліс на рейки при швидкості руху 9 км/год.

$$(F = 245 \text{ Н})$$

1.36. Диск обертається навколо вертикальної осі, роблячи 30 об/хв. На відстані 20 см від осі обертання на диску лежить тіло. Яким має бути коефіцієнт тертя між тілом і диском, щоб тіло не скотилось з диска?

$$(\mu = 0,2)$$

1.37. Літак, який летить зі швидкістю 900 км/год, виконує «мертву петлю». Яким має бути радіус «мертвої петлі», щоби найбільша сила, яка притискує льотчика до сидіння, дорівнювала його п'ятикратній силі тяжіння?

$$(R = 1600 \text{ м})$$

1.38. Автомобіль масою  $m = 1000$  кг рухається зі швидкістю  $v = 36$  км/год по опуклому мосту, радіус кривизни якого  $R = 50$  м. З якою силою  $F$  автомобіль тисне на міст у його верхній точці? З якою мінімальною швидкістю він має їхати, щоб у верхній точці не тиснути на міст?

$$(F = 7,8 \text{ кН}; v = 22 \text{ м/с})$$

1.39. Автомобіль масою  $m = 2000$  кг рухається зі швидкістю  $v = 36$  км/год по увігнутому мосту, радіус кривизни якого  $R = 100$  м. З якою силою  $F$  автомобіль тисне на міст по його середині?

$$(F = 21,6 \text{ кН})$$

1.40. Маховик радіусом  $R = 0,2$  м і масою  $m = 10$  кг з'єднаний з мотором за допомогою привідного паса. Натяг паса, який рухається без ковзання, постійний і дорівнює  $T = 14,7$  Н. Яке число обертів за секунду буде робити маховик через  $\Delta t = 10$  с після початку руху? Маховик вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

$$(n = 23,4 \text{ об/с})$$

1.41. Стрижень завдовжки  $0,8$  м і масою  $1,2$  кг обертається навколо осі, яка проходить через його середину, відповідно до рівняння  $\varphi = at + bt^3$ , де  $a = 2$  рад/с,  $b = 0,2$  рад/с<sup>3</sup>. Визначити обертальний момент  $M$  стрижня через  $2$  с після початку обертання.

$$(M = 0,922 \text{ Н}\cdot\text{м})$$

1.42. Знайти момент інерції і момент імпульсу земної кулі відносно осі обертання. Маса Землі  $5,98 \cdot 10^{34}$  кг, середній радіус Землі  $6,37 \cdot 10^6$  м.

$$(J = 9,7 \cdot 10^{37} \text{ кг}\cdot\text{м}^2; L = 7 \cdot 10^{33} \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с})$$

1.43. Дражувальна машина ДР-5М призначена для глянцювання або обсіпання цукром чи порошком какао відкритих сортів карамелі. Карамель завантажується в котел, який робить  $20$  об/хв. Маса котла  $250$  кг, одноразове завантаження котла  $100$  кг. Вважаючи, що котел має циліндричну форму (радіус  $600$  мм) і що його маса разом з карамеллю розподілена біля бокової поверхні циліндра, утворюючи шар завтовшки  $150$  мм, визначити момент інерції котла і його момент імпульсу відносно осі обертання, яка співпадає з віссю циліндра.

$$(J = 24,6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2; L = 51,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с})$$

1.44. На барабан масою  $M = 9$  кг намотаний шнур, до кінців якого прив'язаний вантаж масою  $m = 2$  кг. Знайти прискорення вантажу. Барабан вважати однорідним циліндром. Тертям знехтувати.

$$(a = 3 \text{ м/с}^2)$$

1.45. Однорідний диск радіусом  $R = 0,2$  м та масою  $m = 5$  кг обертається навколо осі, яка проходить через його центр

перпендикулярно до його площини. Залежність кутової швидкості  $\omega$  обертання диску від часу  $t$  дається рівнянням  $\omega = A + Bt$ , де  $B = 8 \text{ с}^{-2}$ . Знайти дотичну силу, прикладену до ободу диску.

$$(F = 4 \text{ Н})$$

1.46. Чотири тягарці масою 250 г кожний закріплені на хрестоподібному маятнику на відстані 20 см від осі обертання та приводяться в рух за допомогою гирі масою 900 г. Гиря прив'язана до кінця мотузки, намотаної на шків радіусом 10 см, що знаходиться на тій же осі, і падає під дією власної ваги. Через який час швидкість обертання досягне 540 об/хв? Яку швидкість буде мати гиря, коли вона опуститься на 2,5 м?

$$(t = 3,14 \text{ с}; v = 3 \text{ м/с})$$

1.47. Тіло масою  $m = 10 \text{ г}$  рухається по колу радіусом  $R = 6,4 \text{ см}$ . Знайти тангенціальне прискорення тіла, якщо відомо, що до кінця другого оберту після початку руху його кінетична енергія  $W_k = 0,8 \text{ мДж}$ .

$$(a_t = 0,1 \text{ м/с}^2)$$

1.48. Циліндр, розташований горизонтально, може обертатися навколо осі, яка співпадає з віссю циліндра. Маса циліндра  $m_1 = 12 \text{ кг}$ . На циліндр намотали шнурок, до якого прив'язали гирю масою  $m_2 = 1 \text{ кг}$ . З яким прискоренням буде опускатися гиря? Яка сила натягу шнурка під час руху гирі?

$$(a = 1,4 \text{ м/с}^2; F = 8,4 \text{ Н})$$

### ***Енергія. Робота. Потужність. Закони збереження***

1.49. Визначити роботу, яку треба виконати, щоб стиснути пружину на 20 см, якщо відомо, що сила пропорційна деформації і під дією сили 29,4 Н пружина стискується на 1 см.

$$(A = 58,8 \text{ Дж})$$

1.50. Ліфт масою  $M = 1000 \text{ кг}$  рівноприскорено піднімали лебідкою. На деякому відрізку шляху довжиною  $l = 1 \text{ м}$  ліфт рухався з середньою швидкістю  $v_{\text{ср}} = 5 \text{ м/с}$  і його швидкість збільшилася на  $\Delta v = 0,5 \text{ м/с}$ . Яку роботу виконала сила, під дією якої переміщався ліфт, на зазначеному відрізку шляху?

$$(A = 12,3 \cdot 10^3 \text{ Дж})$$

1.51. Літак при зльоті повинен мати швидкість  $v = 25$  м/с. Довжина пробігу перед злітанням  $s = 100$  м. Яка потужність двигунів, якщо маса літака  $m = 1000$  кг і коефіцієнт опору  $k = 0,02$ ? Рух літака при зльоті рівноприскорений.

$$(N \approx 83,1 \text{ кВт})$$

1.52. Поїзд масою  $M = 5 \cdot 10^5$  кг піднімається зі швидкістю 30 км/год на гору з підйомом 10 м на 1 км. Коефіцієнт опору  $k = 0,002$ . Визначити потужність, яку розвиває тепловоз.

$$(N \approx 500 \text{ кВт})$$

1.53. Визначити потужність повітряного потоку, круговий переріз якого має діаметр  $d = 18$  м. Швидкість повітряного потоку  $v = 12$  м/с. Густина повітря за нормальних умов  $\rho = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>.

$$(N \approx 284 \text{ кВт})$$

1.54. Гірський струмок з перерізом потоку  $S$  утворює водоспад висотою  $h$ . Швидкість течії води у струмку  $v$ . Визначити потужність водоспаду.

1.55. Яку найменшу роботу треба виконати, щоб однорідний стовп довжиною  $l = 5$  м і масою  $m = 450$  кг підняти з землі і поставити вертикально?

$$(A_{\min} = 11,025 \text{ кДж})$$

1.56. Вагон вагою  $2 \cdot 10^5$  Н, що рухається рівносповільнено, під дією сили тертя 6000 Н через деякий час зупиняється. Початкова швидкість вагона 54 км/год. Знайти: 1) роботу сил тертя; 2) відстань, яку вагон пройде до зупинки.

$$(A \approx 23 \text{ МДж}; s \approx 383 \text{ м})$$

1.57. З гори, висота якої  $h = 2$  м і основа  $b = 5$  м, з'їжджають сани, які потім зупиняються, пройшовши по горизонталі шлях  $l = 35$  м від основи гори. Знайти коефіцієнт тертя.

$$(k = 0,05)$$

1.58. Літак масою  $m = 1000$  кг летить горизонтально на висоті  $H = 1200$  м зі швидкістю  $v_1 = 50$  м/с. Потім двигун виключають, літак переходить на плануючий політ і досягає землі зі швидкістю  $v_2 = 25$  м/с. Довжина спуску дорівнює  $l = 8$  км. Визначити середню силу опору повітря.

$$(F \approx 1500 \text{ Н})$$

1.59. Молот масою  $m = 1,5$  т б'є по розжареній болванці, яка лежить на ковадлі, і деформує її. Маса ковадла разом з болванкою  $M = 20$  т. Визначити коефіцієнт корисної дії удару молота  $\eta$ , вважаючи удар непружним. Роботу, виконану під час деформації болванки, вважати корисною.

$$(\eta \approx 93\%)$$

1.60. З гармати масою 5 т вилітає снаряд масою 100 кг. Кінетична енергія снаряда при вильоті дорівнює  $7,5 \cdot 10^6$  Дж. Яку кінетичну енергію матиме гармата в результаті віддачі?

$$(W_k = 150 \text{ кДж})$$

1.61. Тіло масою 2 кг рухається зі швидкістю 3 м/с і наздоганяє інше тіло масою 3 кг, що рухається зі швидкістю 1 м/с. Знайти швидкості тіл після зіткнення, якщо: 1) удар був непружним; 2) удар був пружним. Тіла рухаються по одній прямій, удар був центральним.

$$(1) v_1 = v_2 = 1,8 \text{ м/с}; (2) v_1 = 0,6 \text{ м/с}, v_2 = 2,6 \text{ м/с}$$

1.62. На скільки переміститься відносно берега човен довжиною 3,5 м і масою 200 кг, якщо людина масою 80 кг, що стоїть на кормі, перейде на ніс човна? Вважати човен розташованим перпендикулярно до берега.

$$(s = 1 \text{ м})$$

1.63. Снаряд, горизонтальна швидкість якого 600 м/с, розривається на два осколки. Маса одного осколка в два рази більша, ніж другого. Осколок більшої маси падає вертикально, а меншої рухається під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Визначити швидкість меншого осколка.

$$(v_2 = 2078 \text{ м/с})$$

1.64. Снаряд летить з горизонтальною швидкістю 600 м/с та розривається на два осколки. Один з осколків більшої маси летить по горизонталі зі швидкістю 800 м/с, а інший масою в два рази меншою ніж у першого рухається після розриву під кутом  $30^\circ$  до горизонту. Яка швидкість другого осколка?

$$(v_2 = 400 \text{ м/с})$$

1.65. Човен довжиною  $l = 3$  м та масою  $M = 120$  кг стоїть на спокійній воді. На носу та кормі знаходяться два рибалки масами



$m_1 = 60$  кг та  $m_2 = 90$  кг. На скільки зміститься човен відносно води, якщо рибалки пройдуть по човну та поміняються місцями?

$$(l = 0,33\text{м})$$

1.66. Куля масою  $m_1 = 10$  кг стикається з кулею масою  $m_2 = 4$  кг. Швидкість першої кулі  $v_1 = 4$  м/с, другої –  $v_2 = 12$  м/с. Знайти загальну швидкість  $u$  куль після удару в двох випадках: коли мала куля доганяє більшу кулю, яка рухається в тому ж напрямку, та коли кулі рухаються назустріч одна одній. Удар вважати прямим, центральним, непружним.

$$(u_1 = 6,28\text{м/с}; u_2 = -0,572\text{м/с})$$

1.67. Куля, яка рухається горизонтально, зіштовхується з нерухомою кулею та передає їй 64% своєї кінетичної енергії. Кулі абсолютно пружні, удар прямий, центральний. У скільки разів маса другої кулі більша за масу першої?

$$(m_2/m_1 = 4)$$

1.68. Куля масою  $m_1 = 6$  кг рухається зі швидкістю  $v_1 = 2$  м/с і зіштовхується з кулею масою  $m_2 = 4$  кг, яка рухається їй назустріч зі швидкістю  $v_2 = 5$  м/с. Знайти швидкості куль після прямого центрального удару. Кулі вважати абсолютно пружними.

$$(u_1 = -3,6\text{м/с}; u_2 = 3,4\text{м/с})$$

1.69. Дерев'яна куля масою  $M = 10$  кг підвішена на нитці довжиною  $l = 2$  м. В кулю попадає кулька масою  $m = 5$  г, що летить горизонтально та застрягає в ній. Визначити швидкість кульки, якщо нитка з кулею відхилилася від вертикалі на кут  $\alpha = 3^\circ$ . Розміром кулі знехтувати. Удар кульки вважати центральним.

$$(v = 463,6 \text{ м/с})$$

1.70. Диск масою  $m = 1$  кг і діаметром  $D = 60$  см обертається навколо осі, яка проходить через його центр перпендикулярно площині диска, з частотою  $n = 20$  об/с. Яку роботу необхідно виконати, щоб зупинити диск.

$$(A = 355 \text{ Дж})$$

1.71. Кінетична енергія вала, який обертається зі сталою швидкістю, що відповідає частоті  $n = 5$  об/с, дорівнює 60 Дж. Знайти момент імпульсу цього вала.

$$(L = 3,8 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с})$$

1.72. Якір мотора робить 480 об/хв. Визначити обертаючий момент, якщо потужність, що розвиває мотор, дорівнює 10 кВт.  
( $M = 199 \text{ Нм}$ )

1.73. Яку роботу треба виконати, щоб маховику масою  $m = 0,8 \text{ т}$ , розподілену по ободу діаметром  $D = 0,6 \text{ м}$ , надати швидкість  $n = 240 \text{ об/хв}$ .  
( $A = 75,7 \text{ кДж}$ )

1.74. Колесо, обертаючись рівносповільнено, зменшило за 1 хв частоту обертання від 300 до 180 об/хв. Момент інерції колеса дорівнює  $2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Знайти кутове прискорення колеса, гальмівний момент, роботу сил гальмування, число обертів, які зробило колесо за цю хвилину.  
( $\beta = -0,21 \text{ рад/с}^2$ ;  $M = 0,42 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ;  $A = 630 \text{ Дж}$ ;  $N = 240 \text{ об}$ )

1.75. Вентилятор обертається зі швидкістю, що відповідає частоті 900 об/хв. Після виключення вентилятор, обертаючись рівносповільнено, зробив до зупинки 75 об. Робота гальмівних сил  $A = 44,4 \text{ Дж}$ . Знайти момент інерції вентилятора і момент гальмівних сил.  
( $J = 0,01 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ;  $M = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Н}\cdot\text{м}$ )

1.76. Маховик починає обертатися зі сталим кутовим прискоренням  $\beta = 0,5 \text{ рад/с}^2$  і через  $t_1 = 15 \text{ с}$  після початку руху його момент імпульсу становить  $L = 73,5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$ . Знайти кінетичну енергію маховика через  $t_2 = 20 \text{ с}$  після початку руху.  
( $W_k = 490 \text{ Дж}$ )

1.77. Горизонтальна платформа масою 200 кг обертається навколо вертикальної осі, що проходить через центр платформи, роблячи 10 об/хв. Людина масою 60 кг стоїть при цьому на краю платформи. З якою частотою почне обертатися платформа, якщо людина перейде від краю платформи до її центру? Вважати платформу однорідним диском, а людину – точковою масою.  
( $n_2 = 22 \text{ об/хв}$ )

1.78. Яку роботу виконає людина при переході від краю платформи до її центру в умовах попередньої задачі? Радіус платформи 1,5 м.  
( $A = 160 \text{ Дж}$ )

1.79. Однорідний циліндр масою 5 кг котиться без ковзання горизонтально зі сталою швидкістю 14 м/с. Який шлях пройде циліндр до зупинки, якщо сила тертя дорівнює 1 Н?

$$(s = 14,7 \text{ м})$$

1.80. Похилою площиною вгору котиться без ковзання обруч масою 5 кг, якому надали початкової швидкості поступального руху 4 м/с, паралельної похилій площині. Кут нахилу площини дорівнює  $30^\circ$ , сила тертя 30 Н. Визначити шлях, пройдений обручем до зупинки.

$$(s = 1,47 \text{ м})$$

1.81. Мідна куля радіусом 10 см обертається з частотою 2 об/с навколо осі, що проходить через її центр. Яку роботу треба виконати, щоб збільшити частоту обертання вдвічі. Густина міді –  $8900 \text{ кг/м}^3$ .

$$(A = 70,53 \text{ Дж})$$

1.82. Платформа у вигляді суцільного диску радіусом  $R = 1,5 \text{ м}$  та масою  $m_1 = 180 \text{ кг}$  обертається по інерції навколо вертикальної осі з частотою 10 об/хв. В центрі платформи стоїть людина масою  $m_2 = 60 \text{ кг}$ . Яку лінійну швидкість відносно підлоги приміщення буде мати людина, якщо вона перейде на край платформи?

$$(v = 1 \text{ м/с})$$

1.83. Платформа, що має форму диска, може обертатися навколо вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина. На який кут  $\varphi$  повернеться платформа, якщо людина піде вздовж краю платформи та обійшовши її, вернеться у вихідну точку? Маса платформи  $M = 240 \text{ кг}$ , маса людини  $m = 60 \text{ кг}$ . Момент інерції людини розрахувати, як для матеріальної точки.

$$(\varphi = 2,1 \text{ рад})$$

1.84. Обруч та суцільний циліндр мають однакові маси по 2 кг і котяться з однаковою швидкістю 5 м/с. Знайти кінетичні енергії цих тіл.

$$(v_0 = 50 \text{ Дж}; v_{\text{ц}} = 37,5 \text{ Дж})$$

### ***Механічні коливання і хвилі***

1.85. До пружини підвішений вантаж масою 10 кг. Знаючи, що пружина під дією сили 9,8 Н розтягується на 1,5 см, визначити період

вертикальних коливань вантажу.

$$(T = 6,78 \text{ с})$$

1.86. До пружини підвішений вантаж. Знаючи, що максимальна кінетична енергія коливань вантажу дорівнює 1 Дж, знайти коефіцієнт жорсткості пружини.

$$(k = 800 \text{ Н/м})$$

1.87. Мідна кулька, підвішена до пружини, здійснює вертикальні коливання. Як зміниться період коливань, якщо до пружини підвісити замість мідної кульки алюмінієву такого ж діаметра?

$$(T_1/T_2 = 1,8)$$

1.88. Стрижень довжиною  $l = 40$  см коливається навколо осі, перпендикулярній стрижню, і яка проходить через його верхній кінець. Визначити період коливань такого маятника.

$$(T = 1,04 \text{ с})$$

1.89. Транспортуючий вібрлоток служить для транспортування обробленої в дражувальних котлах карамелі до місця пакування. Амплітуда коливань вібрлотка 15 мм, частота коливань  $220 \text{ хв}^{-1}$ . Вважаючи коливання гармонічними, знайти максимальну швидкість і максимальне прискорення точок вібрлотка.

$$(v_{\max} \approx 0,345 \text{ м/с}; a_{\max} \approx 7,944 \text{ м/с}^2)$$

1.90. Матеріальна точка масою  $m = 0,01$  кг здійснює гармонічні коливання, рівняння яких має вигляд  $x = A \sin \omega t$ , де  $A = 2,2$  м;  $\omega = 8\pi \text{ с}^{-1}$ . Знайти повертаючу силу в момент часу  $t = 0,1$  с, а також повну енергію точки.

$$(F = 8,16 \text{ Н}; W = 15,27 \text{ Дж})$$

1.91. Вібротранспортер призначений для неперервного прийому і рівномірного передавання корпусів драже на ковшовий транспортер. Продуктивність вібротранспортера 1200 кг/год, амплітуда коливань 15 мм, частота коливань  $300 \text{ хв}^{-1}$ . Вважаючи коливання гармонічними, запишіть рівняння коливань, знайдіть максимальні швидкість і прискорення довільної точки вібротранспортера та необхідну для підтримання коливань драже потужність.

$$(v_{\max} \approx 0,47 \text{ м/с}; a_{\max} \approx 14,79 \text{ м/с}^2; N \approx 0,04 \text{ Вт})$$

1.92. Агрегат для неперервного глянцювання карамелі і драже УГК-3 споряджений завантажувальним і розвантажувальним вібрлотками. Завантажувальний вібрлоток-просіювач здійснює 200 коливань за хвилину з амплітудою 25 мм. Його маса 65 кг. Розвантажувальний вібрлоток-просіювач здійснює 250 коливань за хвилину з амплітудою 10мм. Його маса 60 кг. Знайдіть енергії коливань завантажувального  $W_1$  і розвантажувального  $W_2$  вібрлотків.  
( $W_1 \approx 8,9$  Дж;  $W_2 \approx 2,1$  Дж)

1.93. Знайти амплітуду і початкову фазу гармонічного коливання, яке є результатом додавання однаково напрямлених коливань, заданих рівняннями  $x_1 = 4 \sin \pi t$  см і  $x_2 = 3 \sin (\pi t + \pi/2)$  см. Записати рівняння результуючого коливання. Подати векторну діаграму додавання амплітуд.

1.94. Додаються два однаково напрямлених гармонічних коливання однакового періоду. Амплітуда результуючого коливання 14 см. Різниця фаз коливань, що додаються, дорівнює  $\pi/6$ . Знайти амплітуди складових коливань, якщо відомо, що вони відносяться як 2 : 3.

$$(A_1 = 5,8 \text{ см}; A_2 = 8,7 \text{ см})$$

1.95. Точка здійснює одночасно два гармонічних коливання, які відбувається у взаємно перпендикулярних напрямках, що виражаються рівняннями:  $x = A_1 \cos \omega_1 t$  та  $y = A_2 \cos \omega_2 (t + \tau)$ , де  $A_1 = 4$  см;  $\omega_1 = \pi \text{ с}^{-1}$ ;  $A_2 = 8$  см;  $\omega_2 = \pi \text{ с}^{-1}$ ;  $\tau = 1$  с. Знайти рівняння траєкторії та накреслити її з дотриманням масштабу.

1.96. Віброзмішувач призначений для високоякісного перемішування і приготування різноманітних кондитерських мас. Конструкція приймає участь в двох взаємно перпендикулярних коливаннях, частота яких однакова і дорівнює  $900 \text{ хв}^{-1}$ . Амплітуда складових коливань 3 мм і 5 мм, різниця фаз  $90^\circ$ . Записати рівняння траєкторії віброзмішувача.

1.97. Період згасаючих коливань 4 с, логарифмічний декремент згасання 1,6, початкова фаза дорівнює нулю. Зміщення точки при  $t = T/4$  дорівнює 4,5 см. Написати рівняння руху цього коливання. Побудувати графік даного коливного руху в межах двох перших періодів.

1.98. Початкова амплітуда коливань маятника 20см, після 10 повних коливань вона стала рівною 1см. Визначити логарифмічний декремент згасання, якщо період коливань дорівнює 2с. Написати рівняння коливань.

$$(\delta = 0,3)$$

1.99. Рівняння незгасаючих коливань подано у вигляді  $x = 10\sin 0,5\pi t$  см. Записати рівняння хвилі, якщо швидкість поширення коливань 300м/с. Знайти і представити графічно рівняння коливання для точки, віддаленої від джерела коливань на відстань 600 м.

1.100. Два звуки відрізняються гучністю на 1 дБ. У скільки разів відрізняються їх інтенсивності.

$$(I_2/I_1=1,26)$$

1.101. Знайти довжину хвилі  $\lambda$  коливань, якщо відстань між першою та четвертою пучностями стоячої хвилі  $l = 15$  см.

$$(\lambda = 0,1 \text{ м})$$

1.102. Точки знаходяться на одному промені і віддалені від джерела коливань на 6 м та 8,7 м. Різниця фаз коливань цих точок  $3/4 \pi$ . Період коливань джерела  $T = 1,10^{-2}$  с. Чому дорівнює довжина хвилі та швидкість поширення коливань у даному середовищі? Написати рівняння хвилі, вважаючи амплітуди коливань точок рівними 0,5 м.

$$(\lambda = 7,2 \text{ м}; v = 720 \text{ м/с})$$

1.103. Чому дорівнює різниця коливань двох точок, якщо швидкість поширення хвилі 600 м/с? Точки віддалені одна від одної на відстань 3 м та лежать на прямій, яка перпендикулярна фронту хвилі, а період коливань дорівнює 0,02 с.

$$(\Delta\varphi = \pi/2)$$

1.104. На якій відстані від джерела коливань знаходиться точка, що коливається, якщо її зміщення від положення рівноваги дорівнює половині амплітуди для моменту часу  $t = T/3$ ? Довжина хвилі дорівнює 4 м.

$$(x = 1,33 \text{ м})$$

1.105. Визначити швидкість поширення хвиль в пружному середовищі, якщо різниця фаз  $\Delta\varphi$  коливань двох точок, які відстоять одна від одної на 10см, дорівнює  $60^\circ$ . Частота коливань  $\nu = 25$  Гц.  
( $v = 15$  м/с)

1.106. Дві точки знаходяться на прямій, вздовж якої поширюється хвиля зі швидкістю  $v = 50$  м/с. Період коливань  $T = 0,5$  с, відстань між точками  $x = 50$  см. Знайти різницю фаз  $\Delta\varphi$  коливань у цих точках.  
( $\Delta\varphi = 0,04\pi$ )

1.107. Знайти зміщення від положення рівноваги точки, що відстоїть від джерела коливань на відстань  $l = \lambda/12$ , для моменту часу  $t = T/6$ . Амплітуда коливань  $A = 0,05$  м.  
( $x = 2,5$  см)

1.108. Рівняння незгасаючих коливань має вигляд  $x = 4\sin 600\pi t$  см. Знайти зміщення  $x$  від положення рівноваги точки, яка знаходиться на відстані 75 см від джерела коливань, для моменту часу  $t = 1$  с після початку коливань. Швидкість поширення коливань 300м/с.  
( $x = 0,04$  см)

1.109. Рівняння незгасаючих коливань має вигляд  $x = \sin 2,5\pi t$  см. Знайти зміщення  $x$  від положення рівноваги, швидкість  $v$  та прискорення  $a$  точки, що знаходиться на відстані  $d = 20$  см від джерела коливань, для моменту часу  $t = 1$ с після початку коливань. Швидкість поширення коливань 100 м/с.  
( $x = 0$ ;  $v = 7,85 \cdot 10^{-2}$  м/с;  $a = 0$ )

### ***Гравітаційні сили. Сили інерції. Елементи спеціальної теорії відносності***

1.110. Знайдіть силу взаємного притягання двох кораблів, відстань між якими 100 м, якщо маса кожного з них 10 000 т.  
( $F \approx 1$  Н)

1.111. Знайдіть силу взаємного притягання між Землею і Місяцем. Маса Землі  $M_3 = 6 \cdot 10^{24}$  кг, маса Місяця –  $M_M = 7,3 \cdot 10^{22}$  кг, відстань між їх центрами  $r = 3,85 \cdot 10^8$  м.  
( $F = 2,0 \cdot 10^{20}$  Н)

1.112. Знайти силу притягання між двома протонами, що знаходяться на відстані  $10^{-10}$  м один від одного. Маса протона  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг. Протони вважати точковими масами.

$$(F = 1,86 \cdot 10^{-44} \text{ Н})$$

1.113. Знайти числові значення першої і другої космічних швидкостей.

$$(v_1 = 7,9 \text{ км/с}; v_2 \geq 11,2 \text{ км/с})$$

1.114. Ракету запущено з Землі з початковою швидкістю 10 км/с. Визначити швидкість ракети на висоті, що дорівнює радіусу Землі.

$$(v = 6,12 \text{ км/с})$$

1.115. Вважаючи Місяць і Землю однорідними кулеподібними тілами, визначити прискорення вільного падіння біля поверхні Місяця, якщо радіус Місяця дорівнює 0,27 радіуса Землі, а густина речовини Місяця становить 0,6 густини речовини Землі. Прискорення вільного падіння біля поверхні Землі взяти рівним  $9,8 \text{ м/с}^2$ .

1.116. Стаціонарний штучний супутник рухається по колу в площині земного екватора, залишаючись весь час над одним і тим же пунктом земної поверхні. Визначити кутову швидкість  $\omega$  супутника та радіус  $R$  його орбіти.

$$(\omega = 7,26 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}; R = 1,96 \cdot 10^8 \text{ м/с})$$

1.117. Штучний супутник Місяця рухається по коловій орбіті на висоті  $h = 20$  км від поверхні Місяця. Знайти лінійну швидкість руху цього супутника, а також період його обертання навколо Місяця.

$$(v = 1,7 \cdot 10^3 \text{ м/с}; T = 6600 \text{ с})$$

1.118. Якщо космічну ракету запустити з поверхні Місяця, то яку найменшу швидкість треба надати ракеті, щоб вона могла назавжди полетіти з Місяця?

$$(v = 2,38 \cdot 10^3 \text{ м/с})$$

1.119. Визначити швидкість, яку треба надати штучному супутнику Землі, для того щоб на висоті 5000 км над поверхнею Землі він міг рухатися по коловій орбіті. Визначити період обертання супутника Землі на цій висоті.

$$(v = 5,8 \cdot 10^3 \text{ м/с}; T = 1,2 \cdot 10^4 \text{ с})$$



1.120. Знайти лінійну швидкість та період обертання космічного корабля, який рухається навколо Місяця по коловій орбіті на висоті 500км.

$$(v = 1,48 \cdot 10^3 \text{ м/с}; T = 9,49 \cdot 10^3 \text{ с})$$

1.121. У скільки разів кінетична енергія, яку необхідно надати тілу для його віддалення за межі земного тяжіння, більша за кінетичну енергію, необхідну для того, щоб це ж саме тіло вивести на колову орбіту штучного супутника Землі, яке обертається на висоті 3000 км над її поверхнею.

$$(W_{к1}/W_{к2} = 2,93)$$

1.122. На якій висоті  $h$  над поверхнею Землі напруженість поля тяжіння дорівнює  $1\text{Н/кг}$ ?

$$(h = 1,36 \cdot 10^7 \text{ м/с})$$

1.123. Визначити роботу  $A$ , яку здійснюють сили гравітаційного поля Землі, якщо тіло масою  $m = 1 \text{ кг}$  впаде на поверхню Землі:

1) з висоти, що дорівнює радіусу Землі; 2) з нескінченності.

$$(A_1 = 3,13 \cdot 10^7 \text{ Дж}; A_2 = 6,26 \cdot 10^7 \text{ Дж})$$

1.124. Космічна ракета летить на Місяць. В якій точці прямої, яка з'єднує центри мас Місяця та Землі, ракета буде притягнута Землею та Місяцем з однаковою силою( $g_m = 1,6 \text{ м/с}^2$ )?

$$(l = 3,4 \cdot 10^8 \text{ м})$$

1.125. До стелі трамвайного вагона підвішена на нитці куля. Вагон гальмується і його швидкість рівномірно змінюється від  $v_1 = 18 \text{ км/год}$  до  $v_2 = 6 \text{ км/год}$  за час  $\Delta t = 3 \text{ с}$ . На який кут  $\alpha$  відхилиться при цьому нитка з кулькою?

$$(\alpha = 6^\circ 30')$$

1.126. Який кут  $\alpha$  з горизонтом складає поверхня бензину в баку автомобіля, що рухається горизонтально з постійним прискоренням  $a = 2,44 \text{ м/с}^2$ ?

$$(\alpha = 14^\circ)$$

1.127. Знайти період коливань математичного маятника завдовжки  $l = 0,5 \text{ м}$ , що висить у вагоні, який рухається з прискоренням  $a = 3 \text{ м/с}^2$ .

$$(T = 0,43 \text{ с})$$

1.128. Шахтна кліть масою  $m = 3 \cdot 10^3$  кг починає підніматися з прискоренням  $a = 0,49$  м/с<sup>2</sup>. Визначити натяг троса, за допомогою якого піднімається кліть.

$$(F_H \approx 3,1 \cdot 10^4 \text{ Н})$$

1.129. У вагоні поїзда, який рухається рівномірно по криволінійній дорозі з швидкістю  $v = 72$  км/год, зважують вантаж на пружинних терезах. Маса вантажу  $m = 5$  кг, а радіус заокруглення дороги  $R = 200$  м. Визначити покази терезів.

$$(P \approx 51 \text{ Н})$$

1.130. Визначити силу  $f$ , яка відділяє верхки (густина  $\rho_0 = 0,93$  г/см<sup>3</sup>) від збираного молока ( $\rho_m = 1,03$  г/см<sup>3</sup>), з розрахунку на одиницю об'єму, якщо це роблять: 1) у нерухомій посудині; 2) у відцентровому сепараторі, який обертається з частотою  $n = 6000$  об/хв, якщо рідина знаходиться на відстані  $r = 10$  см від осі обертання.

$$(f_1 \approx 980 \text{ Н/м}^3; f_2 \approx 3,94 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^3)$$

1.131. Мезон, який входить до складу космічних променів, рухається зі швидкістю, яка становить 95% швидкості світла. Який проміжок часу за годинником земного спостерігача відповідає секунді «власного часу» мезона?

1.132. Яку швидкість повинна була б мати ракета, якби релятивістське скорочення її довжини становило 30%?

1.133. На скільки збільшиться маса  $\alpha$ -частинки при збільшенні її швидкості від  $v_0 = 0$  до швидкості  $v = 0,9c$  ( $m_\alpha = 3,34 \cdot 10^{-27}$  кг).

1.134. Визначити швидкість космічної частинки, якщо її енергія в 5 разів більша за енергію спокою.

1.135. Маса протона, що рухається,  $2,26 \cdot 10^{-27}$  кг. Яка швидкість і кінетична енергія цього протона? Маса спокою протона  $m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг.

1.136. До якої енергії можна розігнати електрон в циклотроні, якщо відносне збільшення маси не повинно перевищувати 5%?

1.137. Знайти швидкість мезона, якщо його енергія в 10 разів перевищує його енергію спокою.

1.138. Синхрофазотрон дає пучок протонів з енергією 10 ГеВ. Яку частину швидкості світла складає швидкість протонів у цьому пучку?

1.139. Обчислити швидкість електрона, який має кінетичну енергію  $W_k = 1,63$  МеВ.

1.140. Частинка рухається зі швидкістю, що дорівнює 0,6 с. Тут  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – швидкість світла. Знайти відношення кінетичної енергії частинки до її енергії спокою.

1.141. Яку швидкість  $v$  має тіло, якщо його повздовжні розміри зменшилися в два рази?

$$(v = 2,6 \cdot 10^8 \text{ м/с})$$

1.142. При якій відносній швидкості руху релятивістське скорочення довжини тіла складає 25%?

$$(\beta = 0,66)$$

1.143. Електрон рухається зі швидкістю, що дорівнює 0,8 швидкості світла. Визначити кінетичну енергію електрона: 1) за класичною формулою; 2) за релятивістською. Порівняти результати.

1.144. У скільки разів зміниться маса електрона порівняно з його масою спокою, якщо він набув кінетичну енергію, яка дорівнює 1,02МеВ.

$$(m/m_0 = 3)$$

1.145. Яку прискорюючи різницю потенціалів  $U$  має пройти протон, щоб його повздовжні розміри зменшилися у два рази?

$$(U = 0,51 \text{ МеВ})$$

## ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

### Кінематика поступального і обертального рухів

1. Яка з названих кінематичних характеристик рівномірно змінного руху не може зменшуватися з часом?

1	2	3	4	5
Модуль швидкості	Модуль переміщення	Координата	Пройдений шлях	Проекція переміщення

2. Який вираз визначає вектор миттєвої швидкості?

1	2	3	4	5
$\frac{ds}{dt}$ ;	$\frac{d\vec{r}}{dt}$ ;	$\frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ ;	$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ ;	$\frac{d^2s}{dt^2}$ .

3. Який вираз визначає модуль миттєвої швидкості?

1	2	3	4	5
$\frac{ds}{dt}$ ;	$\frac{d\vec{r}}{dt}$ ;	$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$ ;	$\frac{dr}{dt}$ ;	$\frac{d^2s}{dt^2}$ .

4. Який вираз відповідає рівноприскореному рухові?

1	2	3	4	5
$v = v_0 - at$ ;	$s = v_0t + at^2/2$ ;	$v = -v_0 - at$ ;	$s = v_0t - at^2/2$ ;	$v = v_0 + at$ .

5. Який вираз визначає вектор повного прискорення?

1	2	3	4	5
$\frac{d^2s}{dt^2}$ ;	$\frac{d\vec{v}}{dt}$ ;	$\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$ ;	$\frac{dv}{dt}$ ;	$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ .

6. Який вираз визначає модуль повного прискорення?

1	2	3	4	5
$\frac{dv}{dt}$ ;	$\frac{d^2s}{dt^2}$ ;	$\left \frac{d\vec{v}}{dt}\right $ ;	$\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2}$ ;	$\sqrt{a_n^2 + a_t^2}$ .

7. Який вираз визначає модуль нормального прискорення?

1	2	3	4	5
$\frac{d^2s}{dt^2}$ ;	$\frac{v^2}{r}$ ;	$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \cdot \frac{1}{r}$ ;	$\omega^2 r$ ;	$\left \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right $ .

8. Який вираз визначає модуль тангенційного прискорення?

1	2	3	4	5
$\frac{d\vec{v}}{dt}$ ;	$\frac{d^2s}{dt^2}$ ;	$\frac{dv}{dt}$ ;	$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ ;	$\beta r$ .

9. Який вираз відповідає рівноприскореному обертальному рухові?

1	2	3	4	5
$\omega = \omega_0 + \beta t$ ;	$\varphi = \omega_0 t + \beta t^2/2$ ;	$\omega = \omega_0 - \beta t$ ;	$\varphi = \omega_0 t - \beta t^2/2$ ;	$\omega = -\omega_0 - \beta t$ .

10. Який вираз найточніше відповідає означенню кутової швидкості?

1	2	3	4	5
$\omega = \varphi/t$ ;	$\vec{\beta} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$ ;	$\omega = \beta t$ ;	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ ;	$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ .

### *Динаміка поступального та обертального рухів*

1. Які з перелічених величин є мірою інертності тіла?

1	2	3	4	5
Імпульс	Сила	Маса	Момент сили	Момент інерції

2. Який вираз відповідає означенню імпульса системи матеріальних точок?

1	2	3	4	5
$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0$ ;	$\vec{P} = \sum_{i=1}^n m_i\vec{v}_i$ ;	$\vec{L} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i, \vec{p}_i]$ ;	$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n m_i\vec{v}_i = \vec{F}$ ;	$\vec{p} = m\vec{v}$ .

3. Яка з формул виражає другий закон Ньютона в загальній формі?

1	2	3	4	5
$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0;$	$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m};$	$\Delta(m\vec{v}) = \vec{F}\Delta t;$	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt};$	$\vec{F} = m\vec{a}.$

4. Яка формула виражає третій закон Ньютона?

1	2	3	4	5
$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt};$	$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = const;$	$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21};$	$\sum_{\substack{i,j=1 \\ (i \neq j)}}^n \vec{F}_{ij} = 0;$	$\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = 0.$

5. Яка формула відповідає означенню момента інерції тіла відносно осі обертання?

1	2	3	4	5
$J = J_0 + md^2;$	$J_i = \Delta m_i r_i^2;$	$J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2;$	$J = \frac{1}{2} mR^2;$	$J = \frac{1}{12} ml^2.$

6. Яка формула відповідає означенню момента імпульсу тіла відносно осі обертання?

1	2	3	4	5
$\vec{L}_i = [\vec{r}_i, m_i \vec{v}_i];$	$\vec{L} = J\vec{\omega};$	$\vec{L} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i, m_i \vec{v}_i];$	$d\vec{L}_i = \vec{M}_i dt;$	$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = const.$

7. Вкажіть формулу для моменту інерції диска і суцільного циліндра відносно осі, що співпадає з віссю циліндра.

1	2	3	4	5
$J = \frac{2}{5} mR^2;$	$J = mR^2;$	$J = \frac{1}{2} mR^2;$	$J = \frac{1}{12} ml^2;$	$J = \frac{1}{2} m(R_1^2 + R_2^2).$

8. Яка формула виражає теорему Штейнера?

1	2	3	4	5
$J = \frac{1}{3} ml^2;$	$J = \frac{1}{12} m(a^2 + b^2);$	$J = \frac{1}{6} ma^2;$	$J = J_0 + md^2;$	$J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2.$

9. Яка формула відповідає означенню головного момента сил відносно нерухомої осі?

1	2	3	4	5
$\vec{M}_i = [\vec{r}_i, \vec{F}_i];$	$M_i = F_i d_i;$	$\vec{M} = J\vec{\beta};$	$\vec{M}_i = m_i r_i^2 \vec{\beta};$	$\vec{M} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i, \vec{F}_i].$

10. Яка з формул виражає основний закон динаміки обертального руху?

1	2	3	4	5
$\vec{M} = J\vec{\beta};$	$\vec{L} = J\vec{\omega};$	$\vec{M} = \frac{d(J\vec{\omega})}{dt};$	$J = \sum_{i=1}^n J_i;$	$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i.$

### **Енергія. Робота. Потужність. Закони збереження**

1. Яка з формул відповідає означенню роботи змінної сили?

1	2	3	4	5
$A = Fs \cos \alpha;$	$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2};$	$A = mgh;$	$A = \frac{1}{2} kx^2;$	$A = \int_L (\vec{F}, d\vec{r}).$

2. Якою формулою виражається потенціальна енергія пружно деформованого тіла?

1	2	3	4	5
$W_n = -\gamma \frac{m_0 m}{r};$	$W_n = m_0 \varphi ;$	$W_n = \frac{kx^2}{2};$	$W_n = mgh$	$W_n = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \cos^2 \omega t.$

3. Вкажіть, за якою формулою визначається кінетична енергія тіла, що котиться.

1	2	3	4	5
$W_k = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2};$	$W_k = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2};$	$W_k = \frac{mv^2}{2};$	$W_k = \frac{J\omega^2}{2};$	$W_k = W - W_n.$

4. Вказати формулу для кінетичної енергії диска масою  $m$ , який котиться без ковзання зі швидкістю поступального руху  $v$ .

1	2	3	4	5
$W_k = \frac{mv^2}{2};$	$W_k = \frac{3}{4}mv^2;$	$W_k = 0,9mv^2;$	$W_k = mv^2;$	$W_k = \frac{1}{4}mv^2.$

5. З похилої площини з однієї і тієї самої висоти скочуються куля, диск, обруч, які мають однакові маси і радіуси, та товстостінний циліндр з такими ж масою і зовнішнім радіусом. Яке з тіл скотиться швидше?

1	2	3	4	5
Куля	Диск	Обруч	Товстостінний циліндр	Разом

6. Яке з рівнянь виражає закон збереження імпульса в загальному вигляді?

1	2	3
$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const;$	$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = const;$	$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = 0;$

4	5
$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u};$	$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2.$

7. Яке з рівнянь виражає закон збереження моменту імпульса в загальній формі?

1	2	3
$J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2;$	$J_1 \vec{\omega}_1 = J_2 \vec{\omega}_2;$	$J_1 \vec{\omega}_1 + J_2 \vec{\omega}_2 = const;$

4	5
$J \vec{\omega} = const;$	$\sum_{i=1}^n J_i \vec{\omega}_i = const.$

8. За якою формулою обчислюється миттєва потужність при обертальному русі?



1	2	3	4	5
$N = \frac{\Delta A}{\Delta t};$	$N = \frac{\delta A}{dt};$	$N = (\vec{F}, \vec{v});$	$N = (\vec{M}, \vec{\omega});$	$A = Nt.$

9. На диск, що обертається, діє стала сила, напрямлена по дотичній до ободу диска. Які величини не будуть змінюватися з часом?

1	2	3
Момент сили $\vec{M}$ ;	Кутова швидкість $\vec{\omega}$ ;	Кутове прискорення $\vec{\beta}$ ;

4	5
Момент імпульсу $J\vec{\omega}$ ;	Момент інерції $J$ .

10. Які з величин залежать від кутової швидкості?

1	2	3	4	5
Момент сили $\vec{M}$ ;	Момент інерції $J$ ;	Момент імпульсу $\vec{L}$ ;	Кутове прискорення $\vec{\beta}$ ;	Потужність $N$ .

**Механічні коливання і хвилі. Гравітаційні сили. Сили інерції.  
Елементи спеціальної теорії відносності.**

1. Вкажіть, за якою формулою визначається прискорення гармонічного осцилятора.

1	2	3	4	5
$A_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0);$	$A \cos(\omega t + \varphi_0);$	$A \sin(\omega t - kx);$	$-\omega A \sin \omega t;$	$-\omega^2 A \cos \omega t.$

2. Яке диференціальне рівняння описує коливання фізичного маятника?

1	2	3
$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0;$	$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{mgd}{J} \alpha = 0;$	$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{g}{l} \alpha = 0;$

4	5
$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0;$	$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t.$

3. Вкажіть формулу для повної енергії гармонічного коливання.

1	2	3	4	5
$\frac{m\omega^2 A^2}{2} \sin^2 \omega t;$	$\frac{kx^2}{2} \cos^2 \omega t;$	$\frac{m\omega^2 A^2}{2};$	$\frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 u;$	$\frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2.$

4. За якою формулою визначається амплітуда вимушених коливань?

1	2
$A^2(t) = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1);$	$A(\omega) = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}};$

3	4	5
$A = A_0 e^{-\beta t};$	$A = \frac{A_0}{r};$	$A = 2A_0 \left  \cos\left(kx + \frac{\alpha}{2}\right) \right .$

5. За якою формулою можна обчислити взаємну потенціальну енергію матеріальних точок, зумовлену їхньою гравітацією?

1	2	3	4	5
$-\gamma \frac{m \cdot m_0}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r};$	$-\gamma \frac{m}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r};$	$m_0 \varphi;$	$-\gamma \frac{\varphi}{r};$	$-\gamma \frac{m_0 m}{r}.$

6. Яке рівняння виражає зміст принципу Даламбера?

1	2	3	4	5
$\vec{F} = m\vec{a}_s;$	$\vec{F} + \vec{F}_i = m\vec{a};$	$\vec{F}_i = m\omega^2 \vec{r};$	$\vec{Q}' = m(\vec{g} - \vec{a}_0);$	$\vec{F}_k = 2m[\vec{v}, \vec{\omega}].$

7. Які явища в умовах Землі зумовлені силою Коріоліса?

- 1) Підмивання ріками північної півкулі правих берегів;
- 2) залежність ваги тіла від широти місцевості;
- 3) обертання площини коливань маятника Фуко;
- 4) відхилення тіла, що падає вертикально, до сходу;
- 5) ліві рейки в південній півкулі спрацьовуються швидше.

8. Які з формул виражають перетворення Лоренца для координат?

1	2	3	4	5
$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ;	$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ;	$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ;	$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ;	$\vec{u} = \frac{\vec{u}' + \vec{v}}{1 + \frac{1}{c^2}(\vec{v}, \vec{u})}$ .

9. Визначте, які з наведених величин є інваріантними, тобто не залежать від системи відліку:

- 1) Маса тіла  $m$ ;
- 2) швидкість світла у вакуумі  $c$ ;
- 3) проміжок часу між двома подіями  $\tau$ ;
- 4) повна енергія тіла  $W = mc^2$ ;
- 5) просторово-часовий інтервал

$$\Delta S = \sqrt{c^2(t_2 - t_1)^2 + (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

10. Яка з формул визначає кінетичну енергію в релятивістській механіці?

1	2	3	4	5
$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ ;	$m_0 c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$ ;	$\frac{m_0 v^2}{2}$ ;	$\sqrt{p^2 + m_0^2 c^4}$ ;	$\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ .

### І.3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ДЕЯКИХ ТИПОВИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.1

#### *Вивчення законів кінематики і динаміки прямолінійного руху за допомогою машини Атвуда*

**Мета роботи:** 1) експериментально дослідити закони рівномірного та рівноприскореного рухів; 2) навчитись експериментально визначати кінематичні величини: швидкість і прискорення; 3) перевірити дослідним шляхом залежність між силою, масою і прискоренням.

#### Основні теоретичні відомості

*Кінематика* – частина механіки, що вивчає закони руху тіл без розгляду причин, що його зумовлюють. *Кінематичними параметрами* руху є шлях, переміщення, час, швидкість та прискорення (див. §§1–3, М.І). Рух тіла в кінематиці вважається визначеним, якщо можна встановити положення тіла в просторі в будь-який момент часу, тобто відоме рівняння руху тіла.

При прямолінійному рівномірному русі швидкість тіла

$$\bar{v} = \text{const.} \quad (1)$$

Тобто, продовж руху швидкість тіла не змінюється ні за величиною, ні за напрямком. Отже, можна вибрати таку систему відліку, в якій рух відбуватиметься вздовж однієї з осей координат (наприклад, вздовж осі  $OX$ ). Модуль вектора швидкості у цьому випадку дорівнює  $v_x = v$ .

Шлях, що його проходить тіло, рухаючись рівномірно прямолінійно, визначається формулою

$$s = vt. \quad (2)$$

Це співвідношення є рівнянням рівномірного прямолінійного руху.

Рух тіла, під час якого швидкість змінюється, називається нерівномірним. Величина  $\bar{a}$ , яка характеризує зміну швидкості з часом, називається прискоренням. Якщо прискорення не змінюється з часом, то рух називається рівномірно змінним. Якщо прискорення і швидкість збігаються за напрямком, то рух рівноприскорений. Якщо прискорення і швидкість мають протилежні напрямки – рівносповільнений.

Швидкість при рівномірно змінному русі визначається за формулою:

$$v = v_0 \pm at. \quad (3)$$

Рівняння руху в цьому випадку має вигляд:

$$s = v_0 t \pm at^2/2. \quad (4)$$

У формулах (3) і (4) верхній знак стосується рівноприскореного руху, нижній – рівносповільненого.

Розділ механіки, що вивчає механічний рух тіл і причини, які зумовлюють цей рух, називається *динамікою*.

В основі класичної динаміки лежать три закони, сформульовані Ньютоном у 1687 р., названі законами Ньютона (див. §§ 5–8, М.І).

Другий закон Ньютона називають основним законом динаміки поступального руху: *прискорення, з яким рухається тіло, пропорційне рівнодійній сил, що діють на тіло, і обернено пропорційне масі тіла –*

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (5)$$

### Прилади і обладнання:

Машина Атвуда з фотодіодами, секундомір, циліндричні тіла масою  $M$ , набір додаткових тягарців масами  $m$ .

### Опис установки.

Машина Атвуда (див. рисунок Л1.1.1) складається з вертикального стояка 2 з закріпленим вгорі легким блоком 1, через який перекинута нитка з циліндрами 4 і 7 однакової маси  $M$ . До стояка прикріплено верхній рухомий кронштейн 3 для фіксації правого циліндра вздовж стояка. Середній 5 і нижній 6 кронштейни з фотодіодами служать для вимірювання шляху і часу проходження правого циліндра між цими кронштейнами. Відстань від верхнього кронштейна до середнього позначено  $S_1$ , а від середнього до нижнього  $S_2$ .

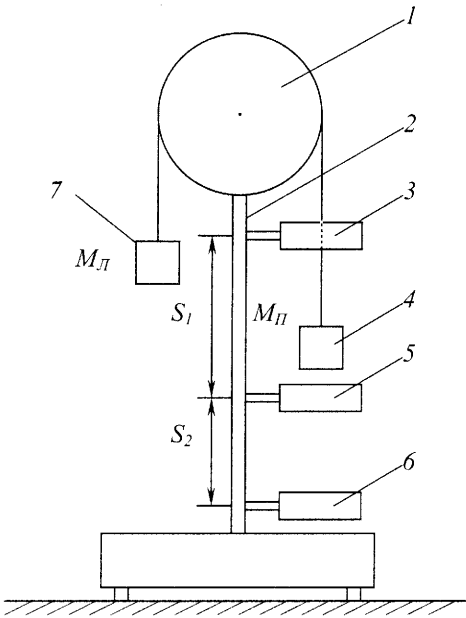


Рис. Л1.1.1

На правому циліндрі розміщують додатковий тягарець масою  $m \ll M$ . Цей тягарець спричиняє рівноприскорений рух циліндрів на ділянці  $S_1$ . Тягарець має діаметр більший за діаметр кільця середнього кронштейна. В момент проходження середнього кронштейна тягарець залишиться на його кільці і тому на ділянці  $S_2$  циліндр 4 рухається рівномірно.

### Порядок виконання роботи

#### Завдання 1. Дослідження рівномірного руху

1. Встановити відстані  $S_1$  і  $S_2$  за допомогою верхнього і середнього кронштейнів.

2. Розмістити нижній край правого циліндра з додатковим тягарцем на ньому проти візирної лінії верхнього кронштейна. За допомогою секундоміра визначити час  $t$  проходження циліндра 4 між середнім і нижнім кронштейнами ( шлях  $S_2$ ).

3. Виконати для першого значення  $S_2$  не менше п'яти дослідів і записати значення  $S_1$ ,  $S_2$  і  $t$  в табл. Л1.1.1.

4. Змінити положення верхнього і середнього кронштейнів так, щоб відстань  $S_1$  не змінилась. Записати нове значення  $S_2$  в табл. Л1.1.1.

5. Виконати для другого значення  $S_2$  не менше п'яти дослідів і записати значення  $t$  в табл. Л1.1.1.

6. Те саме для третього значення  $S_2$ .

7. Розрахувати для кожного з трьох значень  $S_2$  середнє значення часу

$$\langle t \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

та середню швидкість рівномірного руху

$$\langle v \rangle = S_2 / \langle t \rangle.$$

Результати записати в табл. Л1.1.1.

Таблиця Л1.1.1

Дослід №	$S_1 =$					
	$S_2 =$		$S_2 =$		$S_2 =$	
	$t, c$	$v, m/c$	$t, c$	$v, m/c$	$t, c$	$v, m/c$
...		—		—		—
Середнє						

8. Обчислити для кожного значення  $S_2$  середньоквадратичні

похибки вимірювання часу  $\sigma_t$ , шляху  $\sigma_s$ , швидкості  $\sigma_v$  та знайти довірчий інтервал вимірювання швидкості  $\Delta v$  при величині довірчої ймовірності  $P = 0,95$  (див. [21] і «Додатки», Табл.ІІ). При розрахунках використовувати формули:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{(t_1 - \langle t \rangle)^2 + (t_2 - \langle t \rangle)^2 + \dots + (t_n - \langle t \rangle)^2}{n-1}};$$

$$\sigma_s = \Delta S_{\text{інстр}}/3 = 0,3 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

де  $\Delta S_{\text{інстр}}$  – інструментальна похибка шкали стояка машини Атвуда;

$$\sigma_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial S}\right)_{\text{cp}}^2 \sigma_s^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_{\text{cp}}^2 \sigma_t^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{\langle t \rangle}\right)_{\text{cp}}^2 \sigma_s^2 + \left(\frac{S_2}{\langle t \rangle^2}\right)_{\text{cp}}^2 \sigma_t^2};$$

$$\Delta v = \frac{\sigma_v \tau_{n,p}}{\sqrt{n}}.$$

9. Результат записати в інтервальній формі

$$v = \langle v \rangle \pm \Delta v; P = 0,95.$$

10. Порівняти одержані в трьох серіях дослідів середні швидкості рівномірного руху з урахуванням знайденого довірчого інтервалу  $\Delta v$  та зробити висновок.

### Завдання 2. Дослідження рівноприскореного руху

1. Встановити правий циліндр над кільцем середнього кронштейна. Покласти на нього тягарець масою  $m$ .

2. Виконати для даного  $S_2$  не менше п'яти дослідів і занести значення  $S_2$  і часу  $t$  в табл.Л1.1.2.

Таблиця Л1.1.2

Дослід №	$S_2 =$		$S_2 =$		$S_2 =$	
	$t, \text{с}$	$a, \text{м/с}^2$	$t, \text{с}$	$a, \text{м/с}^2$	$t, \text{с}$	$a, \text{м/с}^2$
...		–		–		–
Середнє						

3. Змінити положення середнього кронштейна ще два рази і для кожного значення  $S_2$  повторити дії попереднього пункту.

4. Обчислити середні значення часу та прискорення для відповідних  $S_2$ :

$$\langle t \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i; \langle a \rangle = \frac{2S_2}{\langle t \rangle^2},$$

де  $i$  – номер досліду.

5. Для кожного значення шляху  $S_2$  розрахувати середньоквад- ратичні похибки вимірювання часу  $\sigma_t$  і шляху  $\sigma_s$  за формулами, аналогічними п.8 попереднього завдання, та знайти довірчий інтервал вимірювання прискорення  $\Delta a$  при довірчій імовірності  $P = 0,95$ :

$$\sigma_a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial S}\right)_{cp}^2 \sigma_s^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t}\right)_{cp}^2 \sigma_t^2} = \sqrt{\frac{4}{\langle t \rangle^4} \sigma_s^2 + \frac{16S_2}{\langle t \rangle^6} \sigma_t^2};$$

$$\Delta a = \frac{\sigma_a \tau_{n,p}}{\sqrt{n}}.$$

Відповідь записати в інтервальной формі:

$$a = \langle a \rangle \pm \Delta a; P = 0,95.$$

6. Порівняти одержані в трьох серіях вимірювань значення прискорення  $a$  з урахуванням знайденого довірчого інтервалу  $\Delta a$  та зробити висновок.

### Завдання 3. Дослідження залежності прискорення від діючої сили

1. Покласти на правий циліндр чотири маленькі тягарці масою  $m$  кожен. Тоді маса правої частини  $M_p = M + 4m$ , а лівої –  $M_l = M$ . Сумарна маса

$$M_{сум} = M_p + M_l = 2M + 4m,$$

а рівнодійна сила

$$F_1 = 4mg. \quad (6)$$

2. Правий циліндр розмістити так, щоб нижній край знаходився навпроти візирної лінії середнього кронштейна. Натиснути кнопку «Пуск». Коли циліндр опуститься, записати в табл. Л1.1.3 час руху  $t$  і пройденоу відстань  $S_2$ . Дослід повторити п'ять разів.

3. Перекласти один маленький тягарець з правого циліндра на лівий. Сумарна маса системи не змінюється, а рівнодійна сила

$$F_2 = 2mg. \quad (7)$$

4. Повторити дії, перелічені в п.2.

Таблиця Л1.1.3

Дослід №	$t_{1b}$ с	$S_2$ м	$F_1$ Н	$a_1$ , $м/с^2$	$t_{2b}$ с	$S_2$ м	$F_2$ м	$a_2$ , $м/с^2$
...		–	–	–		–	–	–
Середнє								



5. Обчислити значення  $\sigma_{t1}$ ,  $\sigma_{t2}$ ,  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_2$  так, як для прямих вимірювань за довірчої ймовірності  $P=0,95$ .

6. Обчислити середні значення прискорень

$$\langle a_1 \rangle = \frac{2S_2}{\langle t_1 \rangle^2}, \langle a_2 \rangle = \frac{2S_2}{\langle t_2 \rangle^2}.$$

7. Результати записати в інтервальній формі, провівши обчислення аналогічні п.5 попереднього завдання:

$$a_1 = \langle a_1 \rangle \pm \Delta a_1; a_2 = \langle a_2 \rangle \pm \Delta a_2; P = 0,95.$$

8. Перевірити, чи виконується співвідношення

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\langle a_1 \rangle}{\langle a_2 \rangle}.$$

Зробити висновок.

#### Завдання 4. Дослідження залежності прискорення від маси системи тіл

1. Покласти на правий циліндр один додатковий тягарець  $m$ . Сумарна маса системи

$$M_1 = M_n + M_n = 2M + m,$$

а рівнодійна сила

$$F_1 = mg.$$

2. Правий циліндр розташувати так, щоб його нижній край розмістився навпроти візирної лінії середнього кронштейна. Натиснути кнопку «Пуск». Коли циліндр опуститься, записати в табл. Л1.1.4 значення  $S_2$  і  $t$ . Дослід повторити п'ять разів.

Таблиця Л1.1.4

Дослід №	$t_{1,с}$	$S_2,м$	$M_1,кг$	$a_1,м/с^2$	$t_{2,с}$	$S_2,м$	$M_2,м$	$a_2,м/с^2$
...		—	—	—		—	—	—
Середнє								

3. Покласти на лівий і правий циліндри по одному додатковому тягарцю з масою  $m$ . Сумарна маса системи

$$M_2 = 2M + 3m,$$

а рівнодійна сила залишається незмінною –

$$F_2 = F_1 = mg.$$

4. Повторити дії п.2.

5. Обчислити середні значення прискорень

$$\langle a_1 \rangle = \frac{2S_2}{\langle t_1 \rangle^2}, \langle a_2 \rangle = \frac{2S_2}{\langle t_2 \rangle^2}.$$

6. Результати записати в інтервальній формі (див. відповідні обчислення попередніх завдань).

7. Перевірити, чи виконується співвідношення

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\langle a_2 \rangle}{\langle a_1 \rangle}.$$

Зробити висновки.

Зауваження. Студент виконує ті з запропонованих завдань, які вкаже викладач.

### Контрольні запитання

1. Які ви знаєте кінематичні величини, що характеризують поступальний механічний рух. Дайте їх означення та назвіть одиниці вимірювання.

2. Запишіть рівняння рівномірного руху та представте його графічно.

3. Виведіть рівняння швидкості і шляху при прямолінійному рівномірно змінному русі. Чи підтверджуються ці рівняння у ваших експериментах?

4. У випадку рівноприскореного руху представте графічно залежності  $a = a(t)$ ,  $v = v(t)$ ,  $s = s(t)$ .

5. Дайте означення основних динамічних величин, які описують поступальний механічний рух. В яких одиницях вони вимірюються?

6. Сформулюйте три основних закони динаміки. Запишіть формулу основного закону динаміки в імпульсній формі.

7. Як залежить прискорення руху тіла від рівнодійної прикладених до тіла сил і його маси? Чи підтверджується ця залежність у вашому експерименті?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.2

#### *Вивчення основного закону динаміки обертального руху тіл*

**Мета роботи:** дослідним шляхом встановити залежність між кутовим прискоренням тіла  $\beta$ , моментом сили, що діє на тіло  $M$  і моментом інерції  $J$  тіла відносно осі обертання.

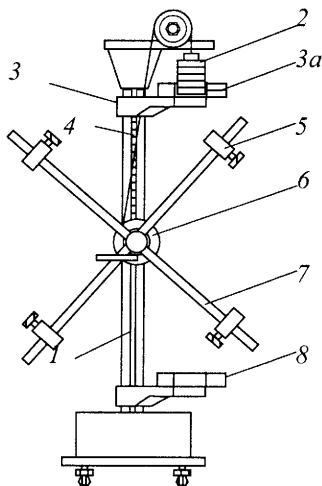


Рис. Л1.2.1

## Основні теоретичні відомості

Основний закон динаміки обертального руху визначає залежність між моментом сили (або рівнодійної сил, що діють на тіло)  $\vec{M}$ , його моментом інерції  $J$  та кутовим прискоренням  $\vec{\beta}$  (див. §§11–14, М.І):

$$\vec{M} = J\vec{\beta}. \quad (1)$$

У даній роботі ця залежність визначається за допомогою хрестоподібного маховика, який називається маятником Обербека (рис. Л1.2.1).

Під дією сили тяжіння  $\vec{F}_T = m\vec{g}$ , яка діє на тягарці 2, відбувається одночасно два види рухів: прямолінійний рух тягарців, напрямлений вниз з лінійним прискоренням  $\vec{a}$ , і

обертальний рух шківів 6, що має спільну з хрестовиною вісь обертання, з кутовим прискоренням  $\vec{\beta}$ .

Момент сили відносно осі обертання, що діє на шків 6, дорівнює добутку сили натягу  $F_H$  нитки на радіус  $r$  шківів. Враховуючи напрямки сил і те, що

$$\vec{F}_T + \vec{F}_H = m\vec{a} \quad \text{і} \quad a = \frac{2h}{t^2},$$

одержимо

$$M = m \left( g - \frac{2h}{t^2} \right) r. \quad (2)$$

Кутове прискорення

$$\beta = a/r = 2h/t^2 r. \quad (3)$$

Змінюючи сумарну масу підвішених тягарців 2, змінюємо величину обертального моменту  $M$ , що спричинює зміну кутового прискорення  $\beta$ : збільшення діючого моменту сил призводить до збільшення кутового прискорення і навпаки. Якщо розміщення тягарців на маятнику Обербека незмінне, то відношення цих величин повинно залишатися сталим. Тобто, при незмінному моменті інерції кутове прискорення пропорційне діючому моменту сил.

Використовуючи співвідношення (1), (2) і (3), можна визначити

момент інерції маятника:

$$J = \frac{M}{\beta} = mr^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (4)$$

Змінюючи положення тягарців на стрижнях маятника, змінюємо його момент інерції. Якщо обертальний момент залишається сталим, то при збільшенні момента інерції маховика кутове прискорення зменшується, а при зменшенні момента інерції кутове прискорення зростає.

**Прилади і обладнання:** маятник Обербека, набір тягарців з підставкою, штангенциркуль.

### Порядок виконання роботи

#### Завдання 1. Дослідження залежності між моментом сили $M$ і кутовим прискоренням $\beta$

Виміряти штангенциркулем діаметр шківів 6, на який намотано нитку, і обчислити радіус шківів  $r = D/2$ .

1. Рухомі тягарці 5 пересунути на кінець стрижнів 7 хрестоподібного маховика.

2. Кронштейн 3 зафіксувати на висоті  $h$ , яка відрховується за шкалою 4, що є на колонці 1.

3. Покласти тягарець масою  $m_1$  на підставку 2 масою  $m_n$ , що прикріплена до нитки. Намотати нитку на шків і встановити нижній край підставки тягарців проти візирної риски верхнього фотоелектричного датчика 3 а. За шкалою 4 визначати довжину шляху  $h$ , який проходять тягарці при опусканні. Натиснувши кнопку «Start», дати змогу тягарцеві вільно опускатися. За секундоміром визначити час, протягом якого тіло масою  $m = m_n + m_1$  пройде відстань  $h$  (фотодатчик 8 фіксує кінець вимірювання часу опускання тягарців). Дослід повторити п'ять разів.

4. Додати на підставку ще один тягарець масою  $m_2$ .

5. Для маси  $m = m_n + m_1 + m_2$  повторити попередні дослідження.

6. Те саме для маси  $m = m_n + m_1 + m_2 + m_3$ .

Результати всіх вимірювань записати у табл. Л1.2.1.

Для кожного значення  $m$  обчислити середні значення  $\langle \beta \rangle$ ,  $\langle M \rangle$ ,  $\langle J \rangle$ , середньоквадратичні похибки та довірчі інтервали для цих величин за довірчої ймовірності  $P = 0,95$ . Результати записати в інтервальної формі:

$$\beta = \langle \beta \rangle \pm \Delta\beta, M = \langle M \rangle \pm \Delta M, J = \langle J \rangle \pm \Delta J; P = 0,95.$$

Таблица Л1.2.1

$r_{\text{шк}} = \dots, h = \dots$					
Дослід №	$m$ , кг	$t$ , с	$\beta_i = 2h/t^2 r, \text{с}^{-2}$	$M_i$ , Н·м	$J_i = M/\beta_i, \text{кг} \cdot \text{м}^2$
...	—				
Середнє		—			

За результатами вимірювань і обчислень зробити висновок про залежність  $\beta = f(M)$ .

### Завдання 2. Дослідження залежності між моментом інерції $J$ та кутовим прискоренням $\beta$ тіла

1. Закріпити рухомі тягарці на кінцях стрижнів маховика і підвісивши на нитці два тягарці масами  $m_1$  і  $m_2$  провести вимірювання аналогічні п.п. 4 і 5 попереднього завдання. Обчислити  $\beta$ ,  $M$ ,  $J$  для кожного з п'яти дослідів. Результати вимірювань і обчислень занести в табл. Л1.2.2.

2. Аналогічні вимірювання і обчислення провести, закріпивши рухомі тягарці посередині стрижнів маховика і на найближчій відстані від осі обертання.

3. Для кожного розташування тягарців на стрижнях маятника обчислити величини  $\langle \beta \rangle$ ,  $\langle M \rangle$ ,  $\langle J \rangle$ ,  $\sigma_\beta$ ,  $\sigma_M$ ,  $\sigma_J$  та  $\Delta\beta$ ,  $\Delta M$ ,  $\Delta J$  за довірчої ймовірності  $P = 0,95$ .

Результати записати в інтервальній формі.

За одержаними результатами досліджень зробити висновок про залежність між кутовим прискоренням та моментом інерції тіла, що обертається відносно даної осі.

Таблица Л1.2.2

$m = \dots \text{кг}, r = \dots \text{м}, h = \dots \text{м}$					
Положення тягарців та №		$t$ , с	$\beta = 2h/t^2 r, \text{с}^{-2}$	$M = m(g - 2h/t^2)$	$J = M/\beta, \text{кг} \cdot \text{м}^2$
На кінцях стрижнів	1				
	...				
Посередині стрижнів	1				
	...				
Біля осі обертання	1				
	...				

## Контрольні запитання

1. Дайте означення величин: кутова швидкість, кутове прискорення, момент сили, момент імпульсу матеріальної точки, момент імпульсу системи матеріальних точок, момент інерції матеріальної точки і момент інерції тіла відносно осі обертання. В яких одиницях вимірюються ці величини?

2. Який зв'язок між лінійними і кутовими швидкостями і прискореннями?

3. Сформулюйте закон збереження і закон зміни момента імпульсу замкнутої системи матеріальних точок.

4. Сформулюйте і запишіть другий закон динаміки для обертального руху (основне рівняння динаміки). Чи підтверджується цей закон у вашому експерименті?

5. Якими методами можна визначати момент інерції тіла відносно осі обертання?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.3

### *Дослідження центрального пружного удару тіл*

**Мета роботи:** експериментально дослідити закон збереження імпульсу при пружному центральному ударі тіл; визначити середню силу удару куль.

### Основні теоретичні відомості

У роботі досліджується *центральный пружний удар* двох сталевих куль однакової маси  $m$  (див. §6, §8, §10, М.1). Ліва куля перед зіткненням перебуває в стані спокою, тобто  $\vec{v}_2 = 0$ . За цих умов рівняння, що виражають закони збереження імпульсу та енергії набудуть вигляду:

$$\vec{v}_1 = \vec{u}_1 + \vec{u}_2, \quad (1)$$

$$v_1^2 = u_1^2 + u_2^2. \quad (2)$$

Мірою пружності удару може служити *коефіцієнт відновлення кінетичної енергії*, що дорівнює відношенню сумарної кінетичної енергії тіл після удару до сумарної кінетичної енергії цих тіл до удару. У даному випадку коефіцієнт відновлення кінетичної енергії визначатиметься формулою:

$$K = \frac{u_1^2 + u_2^2}{v_1^2}. \quad (3)$$

Середню силу удару куль  $\bar{F}$  визначають за другим законом Ньютона:

$$\bar{F} = \frac{\Delta \bar{p}}{\Delta t}, \quad (4)$$

де  $\Delta \bar{p}$  – зміна імпульсу однієї з куль під час удару,  $\Delta t$  – тривалість удару. Для правої кулі одержимо:

$$F = \frac{m(v_1 - u_1)}{\Delta t}. \quad (5)$$

Для розрахунку імпульсу, механічної енергії та сили удару куль треба визначити швидкість правої кулі безпосередньо перед зіткненням і швидкості обох куль після зіткнення.

З закону збереження механічної енергії випливає, що під час абсолютно пружного удару потенціальна енергія кулі в момент її найбільшого відхилення дорівнює кінетичній енергії в момент проходження кулею положення рівноваги, тобто для правої кулі

$$mgh_1 = \frac{mv_1^2}{2}. \quad (6)$$

Тут  $h_1$  – висота підйому кулі,  $v_1$  – швидкість кулі безпосередньо перед зіткненням.

З рис. П1.3.1 видно, що

$$h_1 = R(1 - \cos\varphi),$$

де  $R$  відстань від точки підвісу до центра кулі. Підставивши вираз для  $h_1$  в формулу (6), після відомих тригонометричних перетворень одержимо:

$$v_1 = 2\sqrt{gR} \cdot \sin \frac{\varphi}{2}. \quad (7)$$

Для малих кутів відхилення, як в даній роботі, можна вважати  $\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{\varphi}{2}$  рад. Тоді з формули (7) одержимо:

$$v_1 = \frac{\pi}{180} \sqrt{gR} \varphi^0. \quad (8)$$

Аналогічні вирази можна записати для обчислення швидкостей куль після удару:

$$u_i = \frac{\pi}{180} \sqrt{gR} \psi_i, \quad (9)$$

де  $i = 1, 2$ ;  $\psi_i$  – кут відхилення першої або другої кулі після удару.

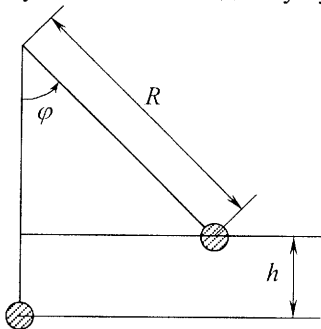


Рис. П1.3.1

Оскільки кулі і їх відстані від точки підвісу однакові, то експериментальна перевірка закону збереження імпульсу зводиться до перевірки співвідношення

$$\varphi_1 = \psi_1 + \psi_2, \quad (10)$$

а коефіцієнт відновлення визначатиметься за формулою

$$K = \frac{\psi_1^2 + \psi_2^2}{\varphi_1^2}. \quad (11)$$

**Прилади і обладнання:** прилад для перевірки закону збереження імпульсу (рис. Л1.3.2); сталеві кулі.

### Порядок виконання роботи

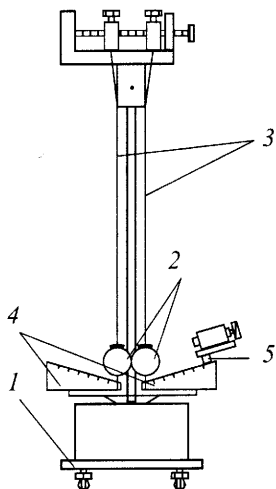


Рис. Л1.3.2

1. Відрегулювати прилад таким чином, щоб його основа 1 була в горизонтальному положенні, позначки на кулях 2, нагвинчених на стрижні 3, були на одному рівні, а кулі торкалися одна одної. Стрижні обох куль повинні розміщуватись навпроти нульових поділок шкал 4. Всі регулюючі гвинти закріпити.

2. Відпустивши гвинти 5 і 6, встановити електромагніт так, щоб його вісь збігалася з лінією на кулі під час їх контакту.

3. Праву кулю за допомогою електромагніта закріпити на певній відстані від стану рівноваги, а ліву – в стані рівноваги. Записати значення кута відхилення правої кулі  $\varphi_1$  від положення рівноваги в табл. Л1.3.

4. Натиснувши клавішу "Сеть", увімкнути мікросекундомір в електромережу, далі після натискування клавіші "Сброс" на шкалі секундоміра висвітлюються нулі.

5. Натиснувши клавішу "Пуск", відпустити праву кулю.

6. Після зіткнення куль відмітити і записати в таблицю відхилення правої  $\psi_1$  та лівої  $\psi_2$  куль, а також покази  $\Delta t$  зі шкали мікросекундоміра.

7. Перелічені дії повторити п'ять разів.

Результати вимірювань записувати в табл. Л1.3.



Таблиця Л1.3

Дослід №	$\varphi_1$ , град	$\psi_1$ , град	$\psi_2$ , град	$v_1$ , м/с	$u_1$ , м/с	$t$ , с	$K$
1							
...							
Середнє							

8. Обчислити середні значення, середньоквадратичні похибки та довірчі інтервали для  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $K$ , як для прямих вимірювань [21].

9. Результати записати в інтервальной формі. Якщо значення  $\varphi_1$  попадає в інтервал визначення  $\langle \psi_1 \rangle + \langle \psi_2 \rangle$ , то можна стверджувати, що закон збереження імпульсу виконується.

10. За формулами (8) і (9) обчислити значення  $\langle v_1 \rangle$  і  $\langle v_2 \rangle$  та за формулою (5) обчислити середню силу удару куль.

### Контрольні запитання

1. Що називається імпульсом матеріальної точки? В яких одиницях він вимірюється?
2. Яка система матеріальних точок (тіл) називається замкнутою?
3. Сформулюйте закон збереження імпульсу замкнутої системи тіл. Наведіть приклади його застосування в техніці та в побуті.
4. Що називається ударом тіл?
5. Який удар називається центральним, абсолютно пружним, абсолютно непружним?
6. Виведіть формули для швидкостей тіл після удару: а) абсолютно пружного, б) абсолютно непружного.
7. Як визначається коефіцієнт відновлення кінетичної енергії при ударі тіл? Що він характеризує?
8. Застосування удару в побуті та техніці.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1.4

#### *Вивчення вільних гармонічних коливань за допомогою пружинного маятника*

**Мета роботи:** ознайомитись з гармонічними коливаннями, які здійснює пружинний маятник, та дослідити властивості повертаючої сили; знайти коефіцієнт жорсткості пружини і обчислити період коливань маятника; визначити амплітуду коливань, максимальну швидкість і прискорення, а також повну енергію гармонічних коливань.

## Основні теоретичні відомості

Диференціальне рівняння гармонічних коливань має вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad (1)$$

де  $x$  – зміщення з положення рівноваги,  $\omega$  – циклічна частота коливань (див. §17, §18, М.І). У випадку пружинного маятника (лінійний гармонічний осцилятор)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (2)$$

Тут  $k$  – коефіцієнт жорсткості пружини (коефіцієнт пружності),  $m$  – маса маятника.

Період коливань маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (3)$$

Максимальна швидкість і максимальне прискорення гармонічних коливань визначаються формулами:

$$v_{\max} = \omega A, \quad (4)$$

$$a_{\max} = \omega^2 A, \quad (5)$$

де  $A$  – амплітуда коливань.

Повна енергія коливань дорівнює сумі кінетичної і потенціальної енергій осцилятора

$$W = W_k + W_p = \frac{m\omega^2 A^2}{2}. \quad (6)$$

**Прилади і обладнання:** пружинний маятник, набір тягарців, секундомір.

### Порядок виконання роботи

1. Підвішуючи до пружини різні тягарці, встановити залежність між деформуючою силою  $F = mg$  і величиною деформації  $\Delta l$ . Побудувати графік функції  $\Delta l = f(F)$ . В межах пружності ця залежність повинна задовольняти закон Гука, тобто графік має бути прямою лінією, яка проходить через початок координат і нахилена до осі абсцис під кутом  $\alpha$  (ознайомитись з правилами побудови графіків за даними експерименту).

2. Користуючись графіком, знайти коефіцієнт пружності  $k = \operatorname{tg} \alpha$ .

3. Для кожного з тягарців знайти період коливань  $T = t/n$ , де  $t$  –

час, за який маятник здійснив  $n$  коливань. Порівняти значення експериментально одержаних періодів і обчислених за формулою (3).

4. Для кожного з тягарців визначити амплітуду  $A$ , відраховуючи по шкалі максимальне відхилення від положення рівноваги.

5. Знаючи амплітуду і циклічну частоту  $\omega = 2\pi/T$ , обчислити максимальну швидкість, максимальне прискорення і повну енергію коливань.

Результати вимірювань і обчислень записувати в таблицю.

Таблиця Л1.4.1

Дос- лід №	$m$ , кг	$\Delta l$ , м	$k$ , Н/м	$n$	$t$ , с	$T_{\text{екс}}$ с	$T_{\text{обч}}$ с	$\omega$ , 1/с	$A$ , м	$v$ , м/с	$a$ , м/с <sup>2</sup>	$W$ , Дж
1												
...												

### Контрольні запитання

1. Який рух називається коливним?
2. Які коливання називаються гармонічними?
3. Які умови виникнення та існування гармонічних коливань? Під дією яких сил вони відбуваються?
4. Сформулюйте закон Гука і вкажіть межі його застосування.
5. Запишіть диференціальне рівняння гармонічних коливань.
6. Який фізичний зміст понять: період, частота, циклічна частота, фаза коливань?
7. Запишіть формули для зміщення, швидкості, прискорення, кінетичної, потенціальної та повної енергії гармонічних коливань.

## МОДУЛЬ II. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

### II.1. ЛЕКЦІЙНИЙ МАТЕРІАЛ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

Молекулярна фізика вивчає залежність будови і фізичних властивостей тіл від характеру руху і взаємодії між частинками, з яких вони складаються. Вона досліджує особливості твердого, рідкого і газоподібного агрегатних станів речовини і процеси переходу з одного агрегатного стану в інший, вивчає поверхневі явища, пружність, в'язкість, пластичність, міцність та інші властивості тіл.

Практичне значення молекулярної фізики полягає в тому, що вона разом із суміжними науками (фізичною і колоїдною хімією, кристалохімією, металофізикою, фізикою полімерів тощо) лежить в основі сучасного матеріалознавства і торує шляхи створення для техніки матеріалів з необхідними механічними, електричними, магнітними, оптичними властивостями.

#### МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ

##### *§1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії*

Суть молекулярно-кінетичної теорії зводиться до трьох основних положень. Розглянемо їх.

1) *Усі тіла складаються з найдрібніших частинок – атомів або молекул.* Гіпотезу, що всі тіла складаються з атомів, висловив ще 2,5 тисячоліть тому грецький філософ Демокріт. Але розвиток хімії показав, що різноманітність речовин в природі пояснюється не стільки різноманітністю сортів атомів, скільки різноманітністю їх сполучень між собою в молекули – найдрібніші частинки даної речовини. Підтвердженням цього положення є факти розчинення твердого тіла в рідині, змішування рідин, зміна об'єму тіл при деформації стиску. У сучасній фізиці методами рентгено-структурного аналізу та за допомогою електронного мікроскопа можна отримувати наочні зображення молекулярної будови речовини і розрізняти структуру молекул. Форми молекул різні залежно від їх складності, але при вивченні більшості фізичних явищ молекули можна вважати кулястими.

Число атомів (молекул) у будь-якому тілі величезне. Наприклад,

в  $1\text{см}^3$  газу при нормальних умовах міститься  $2,7 \cdot 10^{19}$  молекул, а в  $1\text{см}^3$  рідини або твердого тіла – приблизно  $10^{22}$  молекул. Якісний і кількісний склад молекули виражається за допомогою хімічної формули. Так, наприклад, молекула кисню  $O_2$  складається з двох атомів кисню, молекула вуглекислого газу  $CO_2$  складається з одного атома вуглецю і двох атомів кисню. Крім того, хімічна формула дозволяє визначити масу молекули:  $m(O_2) = 32$  а.о.м.,  $m(CO_2) = 44$  а.о.м. (1 а.о.м. =  $1,665 \cdot 10^{-27}$  кг). Лінійні розміри атомів  $\sim 10^{-10}$  м.

2) Атоми і молекули в тілах перебувають у безперервному хаотичному русі, що називається тепловим рухом.

Рухами цих частинок зумовлюються явища дифузії (самовільного проникнення однієї речовини в іншу), внутрішнього тертя (перенесення імпульсу з одного шару рідини або газу в інший), теплопровідності (передавання теплоти від шару з вищою до шару з нижчою температурою), броунівського руху (хаотичного руху завислих в рідині частинок, що є результатом безладних ударів молекул об ці частинки). Крім поступальних переміщень молекули здійснюють також обертальні і коливальні рухи.

3) Між молекулами речовини діють сили притягання і відштовхування.

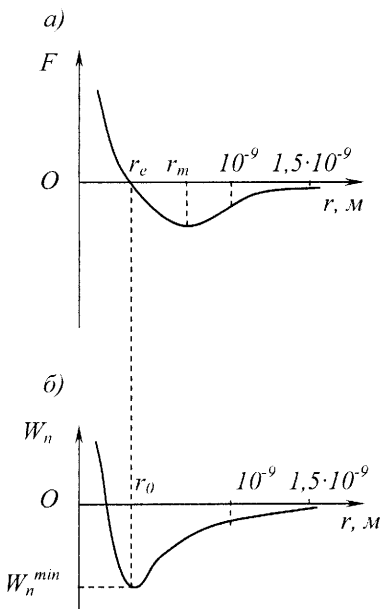


Рис. 2.1

Залежність результуючої сили взаємодії між молекулами  $F$  від відстані між ними  $r$  подана на рис. 2.1 а. При  $r = r_0$  ( $r_0 \approx 10^{-10}$  м) сили притягання і відштовхування зрівноважуються, при  $r < r_0$  переважають сили відштовхування, при  $r > r_0$  – сили притягання. Виникнення цих сил при зближенні молекул є наслідком взаємного проникнення електронних оболонок і порушення симетричності в розподілі електричних зарядів в молекулах. Сили притягання мають електромагнітну природу. Їх називають силами Ван дер Ваальса.

Сили відштовхування між молекулами проявляються при деформаціях стиснення твердих тіл і рідин; сили притягання зумовлю-

ють міцність тіл на розрив, явища прилипання, змочування тощо.

Важливою характеристикою молекулярної взаємодії є крива залежності взаємної потенціальної енергії молекул ( $W_n$ ) від відстані між ними (рис. 2.1 б). При  $r = r_0$  молекули перебувають в положенні рівноваги.

У випадку, коли речовина перебуває у *твердому стані*, вона зберігає власну форму і об'єм. Розрізняють *аморфні* і *кристалічні* тверді тіла. В останніх  $r_0$  відповідає положенням молекул (атомів, іонів) у вузлах кристалічної ґратки. Їх тепловий рух – це коливання відносно вузлів. З підвищенням температури амплітуда коливань зростає, і при температурі плавлення відбувається *фазовий перехід* – тверде тіло переходить у рідкий стан.

*Рідина має певний об'єм і зберігає форму посудини*, в якій знаходиться. Тепловий рух тут складніший, ніж у твердих тілах. Протягом деякого часу  $\tau$  (*час релаксації*, або *час осідлого життя*) молекула *коливається* відносно деякого положення рівноваги, а потім це положення *стрибком зміщується* на відстань, пропорційну середній відстані між молекулами (наприклад, для води ця відстань становить  $\approx 3 \cdot 10^{-10}$  м). При підвищенні температури час релаксації швидко зменшується, рухливість молекул рідини зростає, зростає і середня відстань між ними ( $\approx 10^{-9}$  м). Властивості рідини (наприклад, густина) стають близькими до властивостей газу. Процес перетворення рідини в газ (пароутворення) відбувається при будь-якій температурі. Але з підвищенням температури він інтенсифікується. При температурі кипіння різко зростає інтенсивність випаровування рідини, яке відбувається не тільки з її поверхні, а по всьому об'єму – всередину бульбашок пари, які там утворюються. Має місце *фазовий перехід* рідини в пару. Між молекулами газу діють сили притягання. Але для більшості газів при умовах близьких до нормальних (тиск  $P_0 = 1,013 \cdot 10^5$  Па, температура  $T_0 = 273,15$  К) ці сили практично дорівнюють нулю (відстані між молекулами  $r > 1,5 \cdot 10^{-9}$  м). Такий газ близький до так званого *ідеального*, точне означення якого дається далі. Рух молекули газу прямолінійний, поки не відбудеться зіткнення з іншою молекулою або зі стінкою посудини, в якій знаходиться газ. При зіткненні швидкість молекули змінює напрямок на кут  $\alpha$  ( $0 \leq \alpha \leq \pi$ ). В результаті *тепловий рух молекул газу є хаотичним*, і в середньому в кожному напрямку рухається однакова їх кількість.

Повна енергія молекули дорівнює сумі її кінетичної і потенціальної енергій:

$$W_i = W_{ki} + W_{ni}. \quad (1)$$

У випадку ідеального газу –

$$W_i = W_{ki}. \quad (2)$$

Внутрішня енергія речовини, обумовлена рухами молекул і їх взаємодією

$$U = \sum_{i=1}^N W_i, \quad (3)$$

де  $N$  – число молекул в даному об'ємі речовини.

Для ідеального газу

$$U = \sum_{i=1}^N W_{ki}. \quad (4)$$

## §2. Статистичний та термодинамічний методи дослідження

Число молекул (атомів, іонів) в будь-якому тілі дуже велике. Тому не може бути мови не тільки про розв'язування диференціальних рівнянь руху окремих частинок, але навіть про їх написання. Макроскопічні властивості систем, які складаються з дуже великого числа частинок, вивчаються *статистичним методом*, який ґрунтується на використанні теорії ймовірностей.

У сукупній поведінці великого числа частинок проявляються особливі закономірності, які називаються *статистичними закономірностями*. У зазначених системах використовуються деякі *усереднені* значення фізичних величин, які характеризують сукупність частинок в цілому. Так, для вивчення властивостей газів вводяться *середні та найімовірніші значення швидкостей* молекул, *середні значення їх енергій* тощо. Зв'язок між динамічними і статистичними закономірностями проявляється в тому, що закони руху окремих частинок впливають на властивості системи частинок, які вивчаються статистичним методом.

Крім статистичного методу дослідження застосовується *термодинамічний метод*, в якому не враховується внутрішня будова речовини і характер руху окремих частинок. Він ґрунтується на вивченні різних перетворень енергії, які відбуваються в системі. Розділ фізики, в якому фізичні властивості систем вивчаються за допомогою термодинамічного методу, називається *термодинамікою*.

У термодинаміці розглядаються *термодинамічні системи* – сукупність макроскопічних тіл і полів, які можуть обмінюватися енергією як одне з одним, так і з навколишнім середовищем.

Стан термодинамічної системи описується *термодинамічними параметрами*. Ними можуть бути тиск, об'єм, температура, густина,

концентрація, питомий опір тощо. Характерними параметрами газового стану є об'єм  $V$ , тиск  $P$  і температура  $T$ .

*Рівноважним станом* термодинамічної системи називається такий стан, в який переходить термодинамічна система при незмінних зовнішніх умовах. У цьому стані припиняються будь-які переміщення макроскопічних частин системи одна відносно одної, вирівнюються температури, припиняються процеси дифузії, хімічні реакції і т. п. Усі термодинамічні параметри при цьому зберігають постійні значення. Функціональний зв'язок між параметрами називається *рівнянням стану* системи.

Перехід термодинамічної системи з одного стану в інший називають *процесом*. Термодинамічний процес називається *рівноважним*, якщо система повільно проходить ряд рівноважних станів. Реальні процеси не є рівноважними, але чим повільніше вони відбуваються, тим ближче ці процеси до рівноважних.

Графічно рівноважний стан зображається точкою, а рівноважний процес – кривою.

Термодинаміка ґрунтується на двох встановлених дослідним шляхом *законах (принципах)*, а також на *тепловій теоремі Нернста (третьому принципі)*.

Термодинамічний і статистичний методи взаємно доповнюють один одного. Зіставляючи результати, одержані цими методами, можна судити про їх достовірність.

### §3. Рівняння стану ідеального газу

Речовина може перебувати в трьох основних агрегатних станах – твердому, рідкому і газовому. Кожний стан має свої характерні особливості. Найпростішим є газовий стан.

Розглянемо процеси в газах в інтервалі середніх температур і не надто високих тисків (тобто таких, які не дуже відрізняються від нормальних). За таких умов силами взаємодії між молекулами можна знехтувати, а зіткнення між молекулами розглядати як співударі абсолютно пружних кульок нескінченно малих розмірів. Такий газ називають *ідеальним*.

Більшість газів, які перебувають при нормальному тиску і кімнатних температурах можна розглядати як ідеальний газ. Саме через це модельне поняття ідеального газу є важливим.

Для ідеального газу рівнянням стану є *рівняння Менделєєва–Клапейрона*:



$$PV = \frac{M}{\mu} RT, \quad (1)$$

де  $M$  – маса газу, який знаходиться в посудині об'ємом  $V$ ;  $\mu$  – його молярна маса;  $R$  – універсальна газова стала.

Для одного моля газу рівняння стану (рівняння Менделєєва) має вигляд:

$$PV_{\mu} = RT. \quad (2)$$

Тут  $V_{\mu}$  – об'єм одного моля газу, який за нормальних умов для всіх газів дорівнює  $V_{0\mu} = 0,0224 \text{ м}^3/\text{моль}$ . Звідси можна обчислити універсальну газову сталу:

$$R = \frac{P_0 V_{0\mu}}{T_0} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 0,0224 \text{ м}^3/\text{моль}}{273,15 \text{ К}} = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Маса газу  $M = mN$ , ( $N$  – число молекул в об'ємі  $V$ ), молярна маса  $\mu = mN_A$  ( $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  молекул/моль – число Авогадро),  $m$  – маса однієї молекули.

Враховуючи ці співвідношення, з рівняння (1) можна одержати ще один вираз для рівняння стану ідеального газу:

$$P = nkT, \quad (3)$$

де  $n = \frac{N}{V}$  – число молекул в одиниці об'єму газу (концентрація);

$$k = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}}{6,022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} - \text{стала Больцмана}.$$

*Ізопроцесами* в газах називаються процеси, які відбуваються в системі з постійною масою ( $M = \text{const}$ ) за умови, що один параметр залишається сталим.

*Ізотермічний* процес відбувається при постійній температурі ( $T = \text{const}$ ), *ізохорний* – при постійному об'ємі ( $V = \text{const}$ ), *ізобарний* – при постійному тиску ( $P = \text{const}$ ).

*Адiabатичним* процесом називається термодинамічний процес, який відбувається в системі без теплообміну з навколишніми тілами. Відповідні криві на діаграмах називаються *ізотермами*, *ізохорами*, *ізобарами та адіабатами*.

### Завдання для самостійної роботи № 2.1

1. Дати визначення понять: атомна і молярна маси, молярний об'єм, число Авогадро.

2. Броунівський рух (дослід Перрена).

3. Ізопроцеси в ідеальному газі, їх рівняння і зображення на діаграмах  $(P, V)$ ,  $(P, T)$ ,  $(V, T)$ .

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. - Кн. 2. - К.: Либідь, 2001. - С. 280–288; 294–296.

#### §4. Рівняння стану реального газу

Рівнянням стану реального газу є рівняння Ван дер Ваальса, яке для маси газу  $M$  має вигляд:

$$\left( P + \frac{M^2 a}{\mu^2 V^2} \right) \left( V - \frac{M}{\mu} b \right) = \frac{M}{\mu} RT, \quad (1)$$

а для одного моля газу –

$$\left( P + \frac{a}{V_\mu^2} \right) (V_\mu - b) = RT, \quad (2)$$

де  $V_\mu$  – об'єм одного моля газу.

Рівняння Ван дер Ваальса одержане за рахунок введення певних поправок в рівняння Менделєєва-Клапейрона:  $a$  – поправка, яка враховує сили притягання між молекулами газу;  $b$  – поправка, яка зумовлюється тим, що молекули мають певний скінченний розмір. Сили відштовхування настільки швидко зростають зі зменшення відстані між молекулами, що їх можна вважати абсолютно твердими кульками. Тому центри молекул не можуть зблизитись на відстань, меншу так званого *ефективного діаметра* молекули. Для руху молекулам залишається тільки *вільний об'єм*, що дорівнює різниці реального об'єму і об'єму, зайнятого кульками. Як виявилось, поправка  $b$  дорівнює почотверенному сумарному об'єму молекул одного моля газу.

Поправка до тиску, зумовлена силами притягання між молекулами, називається *внутрішнім тиском*

$$P_i = \frac{M^2 a}{\mu^2 V^2}. \quad (3)$$

Поправки  $a$  і  $b$  залежать від природи газу. Значення деяких з них подані в таблиці 2.1.

Для більшості газів в умовах близьких до нормальних  $P_i \ll P$ ,

$\frac{M}{\mu}b \ll V$ , і рівняння Ван дер Ваальса переходить у рівняння Менделєєва-Клапейрона.

Таблиця 2.1.

Речовина	$a$ , Па·м <sup>4</sup> /моль	$b$ , м <sup>3</sup> /моль
$H_2$	0,024	$26,70 \cdot 10^{-6}$
$N_2$	0,135	$38,60 \cdot 10^{-6}$
$O_2$	0,136	$31,70 \cdot 10^{-6}$
$H_2O$	0,451	$30,55 \cdot 10^{-6}$

### §5. Ізотерми реальних газів

Експериментальні дослідження реальних газів при різних температурах і тисках проводили Менделєєв, Авенаріус, Надеждін, Ендрюс та інші. На рис. 2.2 *a* зображені ізотерми для 1 моля вуглекислого газу. При температурах  $T$  менших  $T_K = 304\text{ K}$  всі ізотерми мають горизонтальні ділянки, на яких тиск газу сталий, а молярні об'єми змінюються. Різниця  $V_{\mu}^{(C)} - V_{\mu}^{(B)}$  молярних об'ємів горизонтальних ділянок ізотерм з підвищенням температури зменшується. При  $T = T_K$  ця різниця перетворюється в нуль. Температура  $T_K$ , при якій  $V_{\mu}^{(C)} - V_{\mu}^{(B)} = 0$  називається *критичною температурою*, а ізотерма, що їй відповідає, називається *критичною*. На цій ізотермі

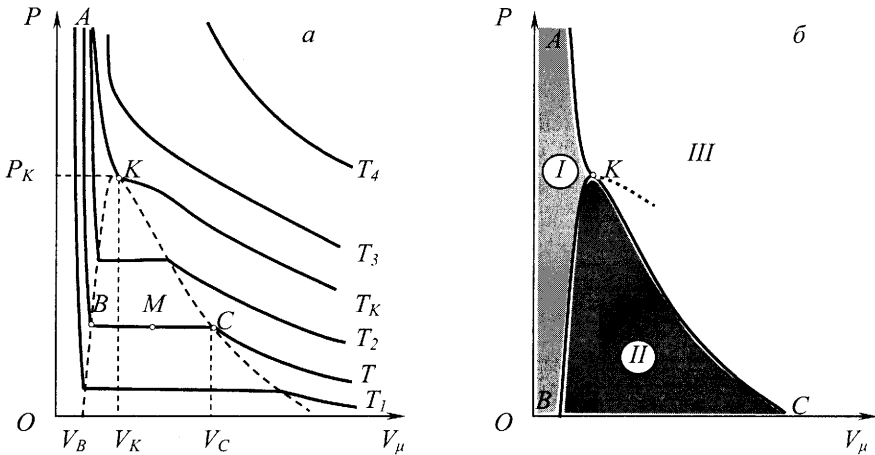


Рис. 2.2

точки  $B$  і  $C$  зливаються в одну точку  $K$ , яка називається *критичною точкою*. Параметри стану в критичній точці називаються *критичними* ( $V_{\mu}^{(K)}, P_K, T_K$ ). Точка  $K$  є точкою перегину на критичній ізотермі. Будь-яка докритична ізотерма ( $T < T_K$ ) є кривою неперервного переходу речовини із газоподібного стану в рідкий. Ділянці  $TC$  відповідає газоподібний стан речовини, ділянці  $CB$  – перехід речовини із газоподібного в рідкий стан, ділянці  $BA$  – рідина. Ділянка кривої  $BA$  майже вертикальна, що узгоджується з малою стисливістю рідини. Точки  $C$  і  $B$  – *початок* і *кінець конденсації* відповідно. При ізотермічному розширенні рідини точка  $B$  відповідає *кипінню рідини*, точка  $C$  – *сухий насиченій парі*. Суміш киплячої рідини і сухої насиченої пари (довільна точка  $M$ ) називається *вологою парою*.

Криві  $BK$  і  $KC$  з'єднують точки  $B$  і  $C$ , що відповідають різним температурам  $T < T_K$ . Крива  $BK$  (*крива кипіння*) відокремлює область рідини I від області вологої пари II (рис. 2.2 б). Крива  $CK$  розділяє область вологої пари і область газу III.

*Фазою* в термодинаміці називають сукупність всіх частин системи, які мають однаковий хімічний склад і знаходяться в однаковому стані.

У відповідності з цим означенням область I є однофазною областю рідини, область II – двофазна система, яка складається із киплячої рідини і сухої насиченої пари, область III – однофазна область газоподібного стану. Крива  $BK$  є кривою початку *фазового переходу I роду* з рідкого стану речовини в газоподібний. Двофазна область не може існувати при тисках  $P > P_K$ , коли речовина може знаходитись тільки в одному із двох станів – рідкому або газоподібному. При температурі  $T > T_K$  газ ніяким стискуванням не може бути перетвореним в рідину.

Критичні температури ряду газів дуже низькі (див. табл. 2.2). Це утруднює їх скраплення.

**Таблиця 2.2**

Газ	He	H <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	CO <sub>2</sub>
$T_K, K$	5	33	126	155	304

У критичному стані речовини зникає різниця між рідиною і газом. При цьому питома теплота пароутворення і коефіцієнт поверхневого натягу дорівнюють нулю.

Дослідження критичного стану речовини проводилися, зокрема, в Київському університеті професором Авенаріусом і його учнями (кінець XIX ст.).

Рівняння Ван дер Ваальса для одного моля реального газу можна звести до такого вигляду:

$$V_{\mu}^3 - \left(b + \frac{RT}{P}\right)V_{\mu}^2 + \frac{a}{P}V_{\mu} - \frac{ab}{P} = 0. \quad (1)$$

Це кубічне рівняння відносно об'єму, воно має або три дійсні корені, або один дійсний і два уявних. Уявні корені не мають фізичного змісту, а дійсний відповідає  $T \geq T_K$ .

Теоретичні ізотерми подані на рис. 2.3.

При  $T > T_K$  як теоретичні, так і експериментальні ізотерми,

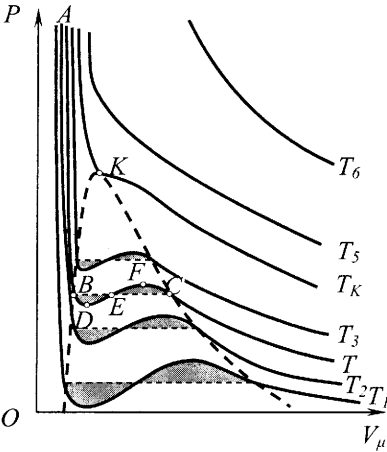


Рис. 2.3

практично збігаються з ізотермами ідеального газу. На всіх докритичних ізотермах є хвилеподібні ділянки, де одному значенню тиску відповідає три значення об'єму у відповідності з рівнянням (1). Ці ділянки точніше описують перехід речовини з газоподібного в рідкий стан. Якщо сумістити теоретичні ізотерми з експериментальними, то лінія  $BC$  розділить хвилеподібну ділянку на дві рівновеликі площі (на рис. 2.3 вони заштриховані). Ділянка ізотерми  $BD$  відповідає *перегртій рідині*, яку можна одержати, якщо затримати початок кипіння в

точці  $B$ . Ділянка  $CF$  описує стан *пересиченої пари*, який виникає при повільному її стискуванні за відсутності центрів конденсації. Якщо такі центри (краплинки рідини, порошинки тощо) ввести в пересичену пару, то вона швидко конденсується. Стани, які відповідають ділянці  $DEF$  ізотерми, неможливі. Критична ізотерма ( $T = T_K$ ) відділяє однофазну область газу III від рідкої фази I і двофазної перехідної області II.

Критичні параметри можна визначити з рівняння (1), звівши його для критичного стану до вигляду:

$$V_{\mu}^3 - \left(b + \frac{RT_K}{P_K}\right)V_{\mu}^2 + \frac{a}{P_K}V_{\mu} - \frac{ab}{P_K} = (V_{\mu} - V_{\mu}^{(K)})^3. \quad (2)$$

Прирівнюючи коефіцієнти при однакових ступенях  $V_\mu$  в лівій і правій частині рівняння (2), одержимо

$$\begin{cases} b + \frac{RT_K}{P_K} = 2V_\mu^{(K)}, \\ \frac{a}{P_K} = 3V_\mu^{(K)2}, \\ \frac{ab}{P_K} = 3V_\mu^{(K)3}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_K = \frac{a}{27b^2}, \\ V_\mu^{(K)} = 3b, \\ T_K = \frac{8a}{27bR}. \end{cases} \quad (3)$$

Таким чином, рівняння Ван дер Ваальса досить точно описує властивості газу (включаючи ідеальний), насиченої пари і рідини.

### Завдання для самостійної роботи № 2.1

1. Властивості насиченої пари.
2. Рідини, їх структура і властивості.
3. Випаровування і конденсація. Кипіння.
4. Поняття про надплинність гелію. Фазові переходи I і II роду.
5. Кристалічні та аморфні тверді тіла.
6. Плавлення і кристалізація. Випаровування твердих тіл. Потрійна точка.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2. – К.: Либідь, 2001. – С. 363–364; 367–383.

### §6. Основне рівняння кінетичної теорії газів

Основне рівняння кінетичної теорії газів виражає зв'язок між тиском газу  $P$  і середньою кінетичною енергією руху його молекул  $\langle W_k \rangle$  (тут і надалі символ  $\langle \rangle$  означатиме «середнє»).

Тиск газу є макроскопічним проявом теплового руху молекул. При зіткненні молекул газу зі стінками посудини молекули передають стінкам свій імпульс. Зміни імпульсів молекул спричинюють виникнення тиску газу. У випадку ідеального газу взаємні зіткнення молекул не впливають на цей тиск. Внаслідок хаотичності руху молекул тиск газу на всі стінки однаковий і дорівнює середній силі, що діє перпендикулярно стінці на одиницю площі її поверхні.

Розглянемо ідеальний газ, який міститься в посудині, що має форму куба з ребром  $a$  (рис. 2.4). Якщо газ перебуває в стані термодинамічної рівноваги зі стінками посудини, то зіткнення можна

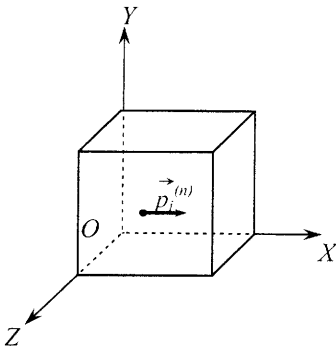


Рис. 2.4

вважати абсолютно пружними. Внаслідок хаотичності руху молекул можна припустити, що в трьох взаємно перпендикулярних напрямках ( $OX$ ,  $OY$ ,  $OZ$ ) рухається однакова їх кількість:

$$N' = \frac{1}{3} N, \quad (1)$$

де  $N$  – число молекул в об'ємі  $V = a^3$ . Знайдемо сумарну дію молекул на праву стінку посудини, перпендикулярну  $OX$ . Якщо  $i$ -та молекула, імпульс якої  $\vec{p}_i^{(1)} = m_i \vec{v}_i$ , ударяється

об стінку, то після удару її імпульс  $\vec{p}_i^{(2)} = -\vec{p}_i^{(1)}$ , а зміна імпульсу  $\Delta \vec{p}_i = -2\vec{p}_i^{(1)} = -2m_i \vec{v}_i$ .

Згідно із другим законом Ньютона

$$\Delta \vec{p}_i = \vec{f}_i' \Delta t_i, \quad (2)$$

де  $\vec{f}_i' \Delta t_i$  – імпульс сили реакції стінки, що діє на молекулу. За третім законом Ньютона сила, що діє на стінку з боку  $i$ -тої молекули  $\vec{f}_i = -\vec{f}_i'$ . Отже

$$\vec{f}_i \Delta t_i = -\vec{f}_i' \Delta t_i = 2m_i \vec{v}_i. \quad (3)$$

Введемо середню силу удару  $\langle f_i \rangle$ , яка за час між двома послідовними зіткненнями  $\tau_i = \frac{2a}{v_i}$  спричиняє таку ж дію, як  $f_i$ :

$$\langle f_i \rangle \tau_i = f_i \Delta t_i, \quad (4)$$

(оскільки розглядаємо рух вздовж одного напрямку, знак вектора можна опустити). Остаточно одержимо

$$\langle f_i \rangle = \frac{1}{a} m_i v_i^2. \quad (5)$$

Згідно з означенням тиску маємо:

$$P = \frac{1}{a^2} \sum_{i=1}^{N'} \langle f_i \rangle = \frac{1}{a^3} \sum_{i=1}^{N'} m_i v_i^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{a^3} \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{a^3} \sum_{i=1}^N W_{ki}. \quad (6)$$

Врахувавши, що середня кінетична енергія поступального руху молекул

$$\langle W_k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{ki}, \quad (7)$$

одержимо основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів:

$$P = \frac{2}{3} n \langle W_k \rangle, \quad (8)$$

де  $n = \frac{N}{a^3}$  – число молекул в одиниці об'єму газу, тобто їх концентрація.

Для однорідного газу  $m_i = m$  – маси всіх молекул однакові, але швидкості  $v_i$  різні. Тому

$$\langle W_k \rangle = \frac{m}{2} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2 = \frac{m v_{кв}^2}{2}, \quad (9)$$

де

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2} - \quad (10)$$

середня квадратична швидкість молекул.

Помножимо обидві частини рівняння (8) на  $V$ :

$$PV = \frac{2}{3} N \langle W_k \rangle. \quad (11)$$

Далі, враховуючи рівняння стану ідеального газу, одержимо такий вираз:

$$\langle W_k \rangle = \frac{3}{2} kT, \quad (12)$$

де  $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$  – стала Больцмана.

Відповідно

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \quad (13)$$

і

$$P = nkT. \quad (14)$$

З рівняння (12) випливає важливий висновок: абсолютна температура речовини є мірою середньої кінетичної енергії поступального руху молекул, з яких вона складається. Через середню кінетичну енергію молекул визначається і тиск газу. Обидва ці параметри ( $T$  і  $P$ ) відносяться до статистичних величин і хоч температура, на відміну від тиску, не залежить від концентрації молекул, проте у відношенні до однієї або кількох молекул поняття температури не має сенсу.



## §7. Розподіл молекул за швидкостями. Закон Максвелла

Закон розподілу молекул ідеального газу за швидкостями теоретично вивів Максвелл у 1860 р. Цей закон дає змогу знайти число молекул  $dn$  із загальної кількості  $n$  молекул газу при даній температурі, швидкості яких лежать у заданому інтервалі від  $v$  до  $v+dv$ :

$$dn = 4\pi \cdot n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv. \quad (1)$$

Функція

$$f(v) = \frac{1}{n} \cdot \frac{dn}{dv} = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 \quad (2)$$

називається функцією розподілу Максвелла, вона показує відносну кількість молекул, швидкості яких перебувають в інтервалі  $dv$  в околі швидкості  $v$ .

Користуючись законом Максвелла, можна визначити *середню арифметичну швидкість молекул*

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} f(v) v dv = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}. \quad (3)$$

Графік функції розподілу зображений на рис. 2.5.

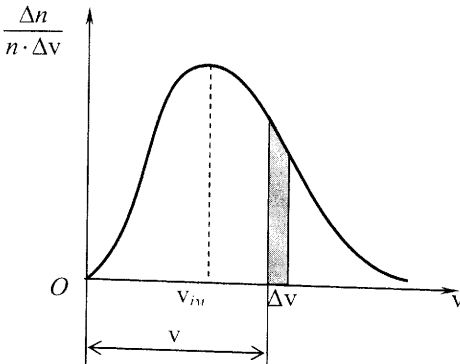


Рис. 2.5

Відносна кількість молекул  $\frac{\Delta n}{n}$ , швидкості яких знаходяться в інтервалі  $(v, v+\Delta v)$ , чисельно дорівнює площі заштрихованого стовпчика. Площа під графіком, очевидно, дорівнює одиниці.

Максимум кривої відповідає *найімовірній швидкості*  $v_{im}$ , яку можна обчислити, розв'язавши задачу на знаходження максимуму функції розподілу:

$$v_{im} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \quad (4)$$

Наприклад, для кисню при температурі 273 К найімовірніша швид-

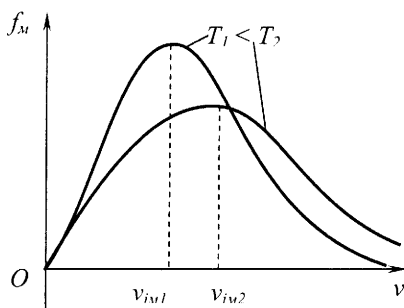


Рис. 2.6

подані в таблиці 2.3.

$$\text{кість } v_{\text{зм}} = 376,6 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Аналізуючи графік, можна, зокрема, зробити висновок, що швидкості, які дуже відрізняються від найімовірнішої, зустрічаються рідко. З підвищенням температури швидкості молекул загалом збільшуються, максимум кривої зсувається вправо (рис. 2.6).

Дані щодо розподілу молекул кисню за швидкостями

Таблиця 2.3

Інтервал швидкостей, м/с	Кількість молекул, %
< 100	1,4
100÷200	8,1
200÷300	16,7
300÷400	21,5
400÷500	20,3
500÷600	15,1
600÷700	9,2
> 700	7,7

### §8. Число ступенів вільності молекул. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності

Числом ступенів вільності молекул називається число незалежних координат, які потрібно задати, щоб визначити положення молекули в просторі.

У ряді задач молекулу одноатомного газу можна вважати матеріальною точкою. Якщо матеріальна точка може рухатися тільки вздовж прямої, то вона має один ступінь вільності. Та ж точка, яка рухається в площині, має два ступені вільності. Положення матеріальної точки в просторі визначається трьома ступенями вільності – координатами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Цим ступеням вільності відповідає три напрямки поступального руху молекул з середньою кінетичною

енергією

$$\langle W_{\kappa} \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

Внаслідок хаотичності руху молекул ця енергія рівномірно розподіляється між трьома ступенями вільності, так що в середньому на кожний ступінь вільності припадає однакова енергія

$$\langle W_{\kappa_0} \rangle = \frac{1}{2} kT. \quad (1)$$

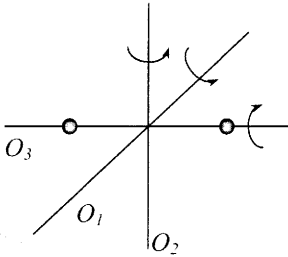


Рис. 2.7

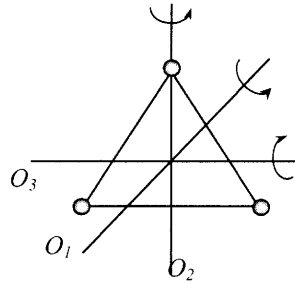


Рис. 2.8

Молекула двохатомного газу має п'ять ступенів вільності: три ступені вільності поступального руху центра маси і два ступені вільності обертального руху відносно осей  $O_1$  і  $O_2$  (рис. 2.7). Рух відносно третьої осі  $O_3$  не дає внеску в енергію молекули бо її момент інерції відносно цієї осі дорівнює нулю. Молекули, які складаються з трьох і більше атомів, мають шість ступенів вільності: три поступальних і три обертальних (рис.2.8). У наведених випадках молекули вважаються *жорсткими*, тобто коливні рухи атомів один відносно одного не враховуються.

Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності (закон Больцмана): на кожний ступінь вільності молекули в середньому припадає однакова кінетична енергія, яка дорівнює  $\frac{1}{2} kT$ .

Якщо молекула має  $i$  ступенів вільності, то її середня кінетична енергія дорівнює

$$\langle W_{\kappa} \rangle = \frac{i}{2} kT. \quad (2)$$

Для реальних, не жорстких, молекул коливальні ступені вільності також роблять внесок в енергію молекули. На кожний коливальний ступінь припадає не тільки кінетична  $W_{\kappa}$ , але і потен-

ціальна енергія  $W_n$ . У випадку гармонічних коливань

$$\langle W_{k_0} \rangle = \langle W_{n_0} \rangle = \frac{1}{2} kT,$$

так що середнє значення повної енергії коливального руху

$$\langle W \rangle = kT. \quad (3)$$

Закон про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності має обмежену область застосування і переглянутий в квантовій механіці.

### Завдання для самостійної роботи № 2.3

1. Закон Дальтона.
2. Абсолютна температура та її вимірювання. Абсолютний нуль температури.
3. Дослідне визначення швидкості молекул.
4. Газ у полі земного тяжіння. Барометрична формула.
5. Вивести формулу для найімовірнішої швидкості теплового руху молекул, розв'язуючи задачу знаходження максимуму функції розподілу Максвелла.
6. Обчислити середню квадратичну і середню арифметичну швидкості молекул кисню при температурі 273 К. Порівняти їх із найімовірнішою.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2. – К.: Либідь, 2001. - С. 302–314.

### ЯВИЩА ПЕРЕНЕСЕННЯ В ГАЗАХ

У попередніх параграфах йшлося про термодинамічно рівноважні системи. Термодинамічні процеси розглядалися як такі, що проходять через ряд рівноважних станів. Насправді, при будь-якому процесі рівновага порушується – виникають неоднорідності густини, температури, спостерігається переміщення окремих шарів речовини і т. ін. Для вирівнювання параметрів системи потрібний певний час і чим він менший, тим точніше припущення про її рівноважний стан. Вирівнювання нерівномірностей призводить до явищ перенесення, які в газах і рідинах полягають у тому, що в цих речовинах виникає впорядковане перенесення маси (*дифузія*), імпульсу (*внутрішня тертя*) і внутрішньої енергії (*теплопровідність*). При цьому в газах порушується повна хаотичність руху молекул, а також максвеллівський розподіл молекул за швидкостями. Важливу роль при цьому відіграють взаємні зіткнення між молекулами.

### §9. Число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул

Молекули ідеального газу при своєму хаотичному русі постійно зазнають взаємних зіткнень. Вони взаємодіють тільки в момент зіткнення, яке можна вважати абсолютно пружним. При цьому змінюється величина і напрямок швидкості, і траєкторія руху буде ламаною лінією. У проміжках часу між зіткненнями молекула рухається рівномірно прямолінійно і проходить відстань  $\lambda$ , яку називають *довжиною вільного пробігу молекули*.

Характеристикою всієї сукупності молекул є *середня довжина вільного пробігу*  $\langle \lambda \rangle$ , яка чисельно дорівнює відношенню середньої швидкості молекул  $\langle v \rangle$  до середнього числа зіткнень молекул за секунду  $\langle z \rangle$ :

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle z \rangle}. \quad (1)$$

Число зіткнень молекули можна визначити так. Припустимо, що всі молекули, крім даної, є нерухомими. Нехай швидкість даної молекули  $v$ . За одну секунду вона зіткнеться з усіма тими молекулами, центри яких знаходяться всередині ламаного циліндра загальною довжиною  $v$  і радіусом  $R = 2r$ , де  $r$  – ефективний радіус молекули (рис. 2.9).

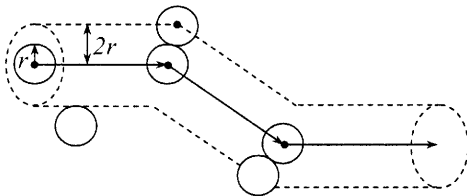


Рис. 2.9

Якщо число молекул в одиниці об'єму  $n$ , то число зіткнень молекули  $z = n\pi(2r)^2v$ . Враховуючи, що всі інші молекули перебувають в русі та усереднюючи по всій сукупності молекул, одержимо

$$\langle z \rangle = 4\sqrt{2}\pi r^2 n \langle v \rangle. \quad (2)$$

Підставляючи (2) в (1), маємо

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n}. \quad (3)$$

При нормальних умовах середнє число зіткнень між молекулами кисню  $\langle z \rangle \approx 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$ , а середня довжина вільного пробігу молекул  $\langle \lambda \rangle \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ .

З виразу (3) бачимо, що середня довжина вільного пробігу молекул обернено пропорційна концентрації молекул  $n$ . Оскільки тиск газу

$P = nkT$ , то при незмінній температурі середня довжина вільного пробігу молекул обернено пропорційна тиску:

$$\frac{\langle \lambda_1 \rangle}{\langle \lambda_2 \rangle} = \frac{P_2}{P_1}. \quad (4)$$

У таблиці 2.4 подані значення середньої довжини вільного пробігу молекул повітря при різних тисках. Як бачимо, при значних розрідженнях газу середня довжина вільного пробігу молекул може перевищувати розміри посудини. Таке розрідження газу називають *вакуумом*.

Таблиця 2.4

$P, \text{Па}$	$\langle \lambda \rangle, \text{м}$
$10^5$	$7 \cdot 10^{-8}$
$10^2$	$5 \cdot 10^{-5}$
1	$5 \cdot 10^{-3}$
$10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-1}$
$10^{-4}$	5·10

На довжину вільного пробігу впливає також температура газу  $T$ . Залежність  $\langle \lambda \rangle$  від  $T$  виражається формулою Сезерленда

$$\langle \lambda \rangle = \langle \lambda \rangle_{\infty} \frac{T}{T + C}, \quad (5)$$

де  $\langle \lambda \rangle_{\infty}$  – середня довжина вільного пробігу, обчислена за формулою (3);  $C$  – стала Сезерленда, що залежить від речовини. Наприклад, для кисню  $C = 125 \text{ К}$ , для азоту  $C = 102,7 \text{ К}$ .

Середню довжину вільного пробігу молекул можна виміряти експериментально, а знаючи  $\langle \lambda \rangle$ , за формулою (3) можна знайти ефективний діаметр молекули.

### §10. Дифузія. Теплопровідність. В'язкість

*Дифузією* називається самовільне взаємне проникнення і перемішування частинок двох стичних газів, рідин або твердих тіл. У хімічно чистих газах дифузія (при сталій температурі) виникає внаслідок неоднакової густини в різних частинах об'єму газу, а в газових сумішах – внаслідок відмінності у густинах окремих газів.

Розглянемо найпростіший випадок дифузії в однорідному газі з неоднорідностями густини. Нехай трубка газу з поперечним перерізом  $dS$  орієнтована уздовж осі  $OX$  (рис. 2.10), а густина газу  $\rho$  в цій

трубці зменшується зліва направо ( $\rho_1 > \rho_2$ ). Маса газу  $dM$ , яка переноситься при дифузії за час  $dt$  через елементарну площадку  $dS$ , перпендикулярну напрямку дифузії, пропорційна градієнту густини (зміні густини на одиницю відстані в напрямку переважного перенесення речовини)  $\frac{d\rho}{dx}$ , площі  $dS$  і часу  $dt$ :

$$dM = -D \frac{d\rho}{dx} dS dt. \quad (1)$$

У рівнянні (1), яке виражає закон Фіка,  $D$  – коефіцієнт дифузії; знак «-» показує, що перенесення маси відбувається в напрямку від більшої до меншої густини. Коефіцієнт дифузії газів виражається формулою, яку можна одержати з кінетичної теорії газів:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda. \quad (2)$$

Теплопровідність має місце при наявності різниці температур, створеної в тілі в деякому напрямку. Наприклад, дві протилежні стінки циліндричної трубки з газом (рис.2.11) можуть мати різні температури ( $T_1 > T_2$ ), які підтримуються зовнішніми джерелами. Тоді молекули газу в різних місцях цієї трубки матимуть різні середні кінетичні енергії. У цих умовах хаотичний тепловий рух молекул спричинить напрямлене перенесення енергії в формі теплоти. Молекули, які перемістилися із більш нагрітого об'єму газу в холодніший, при співударях віддають частину своєї енергії навколишнім молекулам, а повільніші молекули з області з нижчою температурою, збільшують свою кінетичну енергію. Переважним буде потік молекул від теплішого до холоднішого кінця трубки.

Кількість теплоти  $\delta Q$ , яка переноситься при теплопровідності за час  $dt$  крізь площадку  $dS$ , пропорційна градієнту температури

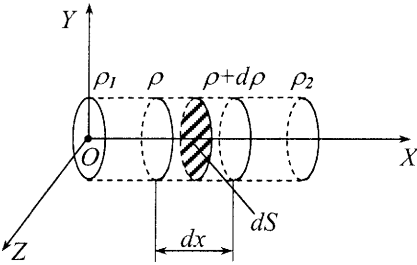


Рис. 2.10

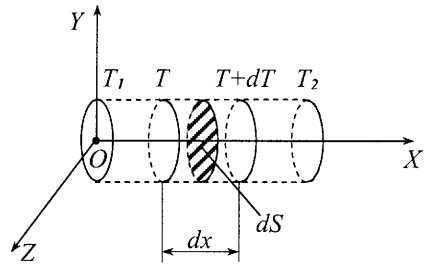


Рис. 2.11

$\frac{dT}{dx}$ , часу  $dt$  і площі  $dS$  (закон Фур'є):

$$\delta Q = -k \frac{dT}{dx} dS dt, \quad (3)$$

де  $k$  – коефіцієнт теплопровідності; для нього можна одержати такий вираз

$$k = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle c_v \rho, \quad (4)$$

$c_v$  – питома теплоємність газу при ізохоричному нагріванні.

*В'язкість (внутрішнє тертя)* – виникнення сил тертя між шарами рідини або газу, які рухаються один відносно одного з різними швидкостями (рис. 2.12). Шар, який рухається з більшою швидкістю, діє на повільніший шар з прискорюючою силою.

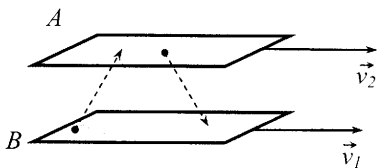


Рис. 2.12

Навпаки, шар, який рухається з меншою швидкістю, сповільнює шар, що рухається швидше. Сили внутрішнього тертя, які виникають при цьому, спрямовані по дотичній до поверхні дотикання шарів. Причиною в'язкості є на-

кладання впорядкованого руху шарів газу з різними швидкостями  $\vec{v}_A$  і  $\vec{v}_B$  та теплового хаотичного руху з швидкостями, що залежать від температури газу. Завдяки хаотичному руху молекул їх імпульси передаються із шару  $A$  в шар  $B$  і навпаки. При цьому, якщо  $v_A > v_B$ , то шар  $A$  сповільнюється, а шар  $B$  прискорюється.

Явище внутрішнього тертя описується відповідним законом Ньютона: сила внутрішнього тертя  $dF$ , що діє на елемент поверхні

шару площею  $dS$ , пропорційна градієнту швидкості  $\frac{dv}{dz}$  в напрямку, перпендикулярному шарам (в напрямку осі  $OZ$ ), і площі  $dS$  –

$$dF = -\eta \frac{dv}{dz} dS, \quad (5)$$

де

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho - \quad (6)$$

коефіцієнт динамічної в'язкості (або просто – в'язкості). Часто поряд із динамічною в'язкістю користуються поняттям *кінематичної*



в'язкості:  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ .

Зіставляючи вирази (2), (4) і (6), одержимо співвідношення

$$\eta = \rho D \text{ і } \frac{k}{\eta c_v} = 1.$$

За допомогою цих формул і знаючи один із коефіцієнтів перенесення при відомих  $\rho$  і  $c_v$  можна визначити два інших.

Коефіцієнт дифузії  $D$ , згідно з формулою (2), обернено пропорційний тиску газу  $P$ , а при вакуумі (коли  $\langle \lambda \rangle$  перевищує лінійні розміри посудини), як і  $\langle \lambda \rangle$ , він від тиску не залежить. Коефіцієнти теплопровідності і в'язкості містять добутки  $\langle \lambda \rangle \cdot \rho$ , отже від тиску не залежать, а при вакуумі пропорційні тиску газу  $P$ . Зокрема, така властивість коефіцієнта теплопровідності використовується при виготовленні термосів і посудин Дюара, які являють собою об'єми з подвійними стінками, між якими створено вакуум.

### ПЕРШИЙ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМІКИ

Перший принцип термодинаміки виражає закон збереження і перетворення енергії в застосуванні до теплових процесів.

Перш ніж дати формулювання цього закону, необхідно ввести поняття внутрішньої енергії термодинамічної системи, роботи в термодинаміці і теплоти.

### §11. Внутрішня енергія

*Внутрішньою енергією* термодинамічної системи називається сумарна енергія мікрочастинок, з яких ця система складається. У газах, наприклад, вона дорівнює сумі

а) кінетичних енергій поступального і обертального рухів молекул;

б) кінетичних і потенціальних енергій коливного руху атомів у молекулах;

в) потенціальних енергій міжмолекулярних взаємодій;

г) енергій електронів в атомах;

д) енергій нуклонів в ядрах атомів.

У термодинамічних процесах практичне значення має зміна внутрішньої енергії при переходах системи із одного стану в інший. Складові г) і д) внутрішньої енергії в балансі цих змін не

враховуються.

Внутрішня енергія термодинамічної системи  $U$  є однозначною функцією стану системи. Зміна внутрішньої енергії при переході системи із стану 1 в стан 2 дорівнює

$$\Delta U = U_2 - U_1 \quad (1)$$

і не залежить від того, за допомогою якого процесу відбувається перехід 1→2.

Коли система здійснює круговий процес, то повна зміна внутрішньої енергії дорівнює нулю:

$$\oint dU = 0, \quad (2)$$

інакше кажучи,  $dU$  є повним диференціалом величини  $U$ .

У системі, яка перебуває в стані термодинамічної рівноваги, внутрішня енергія є функцією температури і зовнішніх параметрів (наприклад, об'єму  $V$ ).

Внутрішня енергія ідеального газу залежить від його температури  $T$  і пропорційна масі газу  $M$ :

$$U = N \langle W_k \rangle = \frac{M}{\mu} N_A \frac{i}{2} kT = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT. \quad (3)$$

Внутрішня енергія реального газу крім суми кінетичних енергій молекул враховує ще їх взаємну потенціальну енергію і визначається за формулою:

$$U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT - \frac{M^2 a}{\mu^2 V}. \quad (4)$$

## §12. Тепло і робота

Обмін енергією між термодинамічною системою і зовнішніми тілами відбувається двома шляхами – теплообміном або виконанням роботи.

Кількість енергії, переданої системі шляхом теплообміну, називається *кількістю теплоти* ( $\Delta Q$ ). Теплообмін між тілами, що мають різні температури, відбувається трьома способами: *конвекцією, теплопровідністю, випромінюванням*.

Кількість теплоти, переданої системі при її переході із стану 1 в стан 2, залежить від характеру процесу, і елементарна кількість теплоти  $\delta Q$  не є повним диференціалом.

*Кількість енергії, переданої системі зовнішніми тілами при силовій взаємодії, називають роботою, виконаною над системою.*

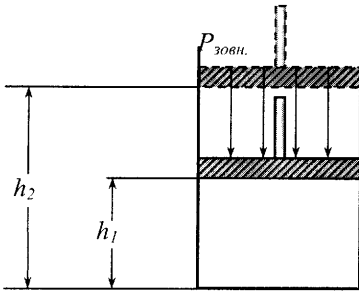


Рис. 2.13

під невагомим поршнем (рис. 2.13). Нехай початковий об'єм газу  $V_1 = Sh_1$  ( $S$  – площа основи циліндра), кінцевий –  $V_2 = Sh_2$ . Тиск газу під поршнем при рівноважному розширенні  $P = P_{зовн}$ . Робота розширення проти сили зовнішнього тиску

$$A = P \cdot S(h_2 - h_1) = P(V_2 - V_1) = P\Delta V. \quad (1)$$

Очевидно, робота стиснення газу, яка виконується силою зовнішнього тиску  $A' = -P\Delta V$ .

На діаграмі ( $P - V$ ) робота, що виконується при ізобарному розширенні, вимірюється площею прямокутника, який заштрихований на рис. 2.14. При довільному рівноважному процесі елементарна робота  $\delta A$  вимірюється площею заштрихованого стовпчика (рис. 2.15) і обчислюється за формулою

$$\delta A = PdV \quad (2)$$

( $\delta A$  не є повним диференціалом).

Робота  $A_{12}$  системи, яка виконується в процесі  $C_1C_2$ , дорівнює

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} PdV \quad (3)$$

Згідно із законом збереження енергії робота  $A'$ , яку здійснюють зовнішні сили над системою, чисельно дорівнює і протилежна за знаком роботі  $A$ , яку система виконує проти зовнішніх сил:  $A' = -A$ . Розглянемо процеси ізобарного розширення і стиску ідеального газу, що знаходиться в циліндрі

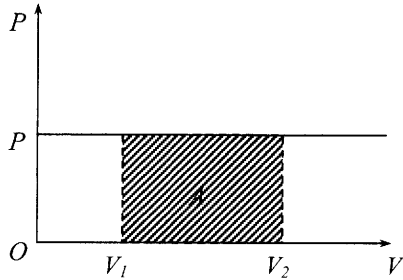


Рис. 2.14

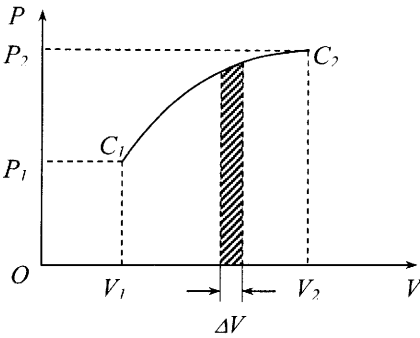


Рис. 2.15

і вимірюється площею фігури  $C_1C_2V_2V_1$ . Ця робота залежить від виду процесу  $C_1C_2$ .

Після здійснення системою колового процесу робота не дорівнює нулю, вона вимірюється площею фігури, обмеженої замкнутою кривою процесу  $C_1aC_2bC_1$  (рис. 2.16). Саме на таку величину робота

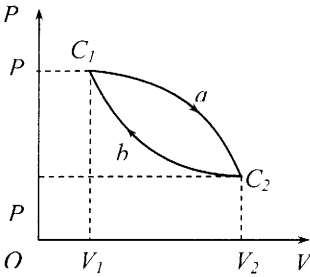


Рис. 2.16

розширення  $A_{C_1aC_2}$  ( $>0$ ) перевищує роботу стиснення  $A_{C_2bC_1}$  ( $<0$ ). Робота  $A$  і кількість теплоти  $Q$  не є функціями стану системи. У різних процесах  $1 \rightarrow 2$  до системи підводяться різні кількості теплоти і виконуються різні роботи.

Так, при *ізобарному* процесі  $A_{12} = P\Delta V$ , при *ізохорному*  $A_{12} = 0$ , при *ізотермічному*  $A_{12} = \frac{M}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ . Ці

вирази можна одержати з загальної формули (3).

### §13. Перший принцип термодинаміки та його використання для ізопроцесів в ідеальному газі

Одне з формулювань першого принципу термодинаміки звучить так: *приріст внутрішньої енергії системи  $\Delta U$  дорівнює сумі одержаної теплоти  $\Delta Q$  і виконаної над системою роботи  $A'$* –

$$\Delta U = \Delta Q + A'. \quad (1)$$

Оскільки  $A' = -A$ , то можна дати таке формулювання: *кількість теплоти  $\Delta Q$ , передана системі, витрачається на зміну внутрішньої енергії системи  $\Delta U$  і на виконання системою роботи  $A$  проти зовнішніх сил*

$$\Delta Q = \Delta U + A. \quad (2)$$

Для елементарної кількості теплоти  $\delta Q$ , елементарної роботи  $\delta A$  і нескінченно малої зміни внутрішньої енергії  $dU$  перший принцип термодинаміки має вигляд:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (3)$$

Для довільного процесу, який переводить термодинамічну систему із стану 1 в стан 2

$$\Delta Q = Q_{12} = \int_1^2 \delta Q, \quad A = A_{12} = \int_1^2 \delta A, \quad \Delta U_{12} = \int_1^2 dU.$$

Якщо система, наприклад робоче тіло в періодично діючому двигуні, здійснює круговий процес  $1 \rightarrow 1$  (див. рис. 1.66, М.І), то  $\Delta U_{11} = 0$ ,  $Q_{11} = A_{11}$ .

Неможливо побудувати періодично діючий двигун, який виконував би роботу більшу, ніж енергія, що підводиться до двигуна зовні. Такий двигун називається вічним двигуном першого роду. Неможливість створення вічного двигуна першого роду є також формулюванням першого закону термодинаміки.

Для різних ізопроцесів в ідеальному газі перший принцип термодинаміки має вигляд:

а) *ізотермічний* ( $T = \text{const}$ ,  $\Delta V = 0$ )

$$\Delta Q = A, \quad (2a)$$

б) *ізохорний* ( $V = \text{const}$ ,  $A = 0$ )

$$\Delta Q = \Delta U, \quad (2б)$$

в) *ізобарний* ( $P = \text{const}$ ,  $A = A_{12} = P\Delta V$ )

$$\Delta Q = \Delta U + A. \quad (2в)$$

#### §14. Теплоємність речовини

Теплоємністю  $C$  тіла називається фізична величина, яка дорівнює кількості теплоти  $\Delta Q$ , яку треба надати тілу, щоб підвищити його температуру на 1К:

$$C = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \left( [C] = \frac{[Q]}{[T]} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \right). \quad (1)$$

Значення  $C$  залежить від маси тіла, його хімічного складу, термодинамічного процесу і стану, при якому надається теплота  $\Delta Q$ .

Питомаю теплоємністю  $c$  називається теплоємність одиниці маси речовини. Для однорідного тіла

$$c = \frac{C}{M} \left( [c] = \frac{[C]}{[M]} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right). \quad (2)$$

Молярною теплоємністю  $C_\mu$  називається теплоємність одного моля речовини

$$C_\mu = \mu c \left( [C_\mu] = [\mu][c] = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \right). \quad (3)$$

Враховуючи формулу (1), перший принцип термодинаміки для рівноважних процесів можна записати так:

$$\frac{M}{\mu} C_\mu dT = dU + PdV. \quad (4)$$

При *ізохорному процесі* вся кількість теплоти, яка передається газу, іде на зміну його внутрішньої енергії:  $\delta Q = dU$ . Позначимо через  $C_{V\mu}$  молярну теплоємність при сталому об'ємі. Врахувавши співвідношення (3) §11, для *ідеального газу* одержимо:

$$\begin{cases} dU = \frac{M}{\mu} C_{V\mu} dT, \\ U = \frac{M}{\mu} \frac{i}{2} RT, \end{cases} \Rightarrow C_{V\mu} = \frac{i}{2} R. \quad (5)$$

При *ізобарному процесі*

$$\begin{cases} \frac{M}{\mu} C_{P\mu} = \frac{M}{\mu} C_{V\mu} dT + PdV, \\ PdV = \frac{M}{\mu} R dT, \end{cases} \Rightarrow C_{P\mu} = C_{V\mu} + R. \quad (6)$$

Рівняння (6) має назву *рівняння Майєра*. Його суть полягає в тому, що при *ізобарному нагріванні* газу на один градус до газу необхідно підвести більше теплоти, ніж для такого ж *ізохорного нагрівання*. Різниця цих теплот дорівнює роботі, виконаній газом при *ізобарному розширенні*. Для одного моля газу ця робота дорівнює  $R$ .

Враховуючи рівняння (5), одержимо

$$C_{P\mu} = \frac{i+2}{2} R. \quad (7)$$

Закон *рівномірного розподілу енергії* за ступенями вільності приводить до висновку, що теплоємності газу залежать тільки від

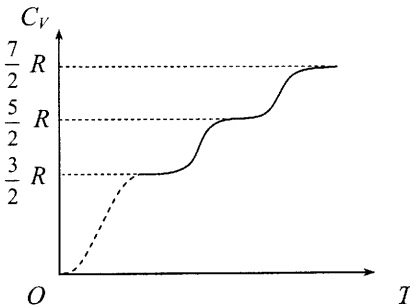


Рис. 2.17

числа ступенів вільності молекул і не залежать від температури. З цим висновком класичної теорії не узгоджуються результати експериментальних досліджень. На рис. 2.17 зображена експериментальна залежність молярної теплоємності  $C_{V\mu}$  від абсолютної температури для молекули водню ( $H_2$ ).

На графіку виділяються ділянки паралельні осі темпе-

ратур:  $C_{V\mu} = \frac{3}{2} R$  – при низьких температурах,  $C_{V\mu} = \frac{5}{2} R$  – в діапазоні

середніх температур,  $C_{v\mu} = \frac{7}{2}R$  – при високих температурах. Отже, в певному інтервалі низьких температур водень поводить себе як одноатомний газ, при середніх температурах – як двоатомний (крім поступальних треба враховувати ще обертальні рухи молекул), а при високих температурах проявляються також коливальні рухи атомів в молекулах.

Відхилення експериментальних даних від висновків класичної теорії одержали своє пояснення в квантовій теорії, згідно з якою всі складові внутрішньої енергії газу, за винятком енергії поступального руху, можуть змінюватись не довільно, а лише певними порціями (квантами). При низьких температурах молекули поводять себе як одноатомні, бо теплової енергії ще не вистачає, щоб змінити енергію обертальних рухів молекул і коливальних рухів атомів у молекулах. У середньому діапазоні температур збуджуються обертальні рухи ( $i = 5$ ), а при високих ( $\sim 1000$  К) – коливальні ( $i = 7$ ).

### §15. Адіабатичний процес

*Адіабатичним* називається процес, що відбувається без теплообміну з навколишнім середовищем. Отже, при адіабатичному процесі  $\delta Q = 0$ , звідки

$$\delta A = -dU. \quad (1)$$

Це означає, що при адіабатичному процесі робота виконується за рахунок внутрішньої енергії системи.

У випадку ідеального газу

$$\delta A = -\frac{M}{\mu} C_{v\mu} dT. \quad (2)$$

При адіабатичному розширенні робота  $\delta A = PdV > 0$ , а  $dT < 0$  (температура газу знижується), при адіабатичному стиску  $\delta A < 0$ ,  $dT > 0$  (газ нагрівається).

Щоб здійснити адіабатичний процес, треба ізолювати термодинамічну систему від навколишнього середовища ідеальною нетеплопровідною оболонкою. У природі таких оболонок не існує, а тому практично створюються умови, за яких процес є близьким до адіабатичного. Такими є дуже швидкі процеси (процеси в теплових машинах, в двигунах внутрішнього згорання тощо). В природі маси повітря, що нагріваються біля поверхні Землі, піднімаються вгору в область низьких тисків і розширюються. Це процес, близький до адіабатичного, бо повітря має погану теплопровідність. Розширю-

ючись, повітря охолоджується, а водяна пара при цьому конденсується. Утворюються хмари і тумани.

При адиабатичному процесі одночасно змінюються всі три параметри газу  $P$ ,  $V$  і  $T$ . Залежність між ними описує рівняння Менделєєва-Клапейрона. Співвідношення між тиском і об'ємом задовольняє рівняння Пуассона. Виведемо його.

З рівняння

$$\frac{M}{\mu} C_{V\mu} dT + PdV = 0, \quad (3)$$

яке виражає перший принцип термодинаміки для адиабатичного процесу, виключимо  $dT$ . Для цього знайдемо диференціал від правої і лівої частин рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$PdV + VdP = \frac{M}{\mu} RdT. \quad (4)$$

Врахувавши співвідношення (4) і рівняння Майєра, одержимо

$$\frac{1}{\gamma - 1} (PdV + VdP) + PdV = 0,$$

де

$$\gamma = \frac{C_{P\mu}}{C_{V\mu}} = \frac{i + 2}{i}. \quad (5)$$

У результаті нескладних перетворень маємо:

$$\frac{dP}{P} + \gamma \frac{dV}{V} = 0,$$

а після інтегрування і потенціювання одержимо рівняння Пуассона:

$$PV^\gamma = \text{const}. \quad (6)$$

На діаграмі ( $P$ - $V$ ) адиабатичний процес зображається кривою, яка називається *адиабатою* (рис. 2.18). Порівнюючи ізотермічний і адиабатичний процеси, бачимо, що вони істотно відрізняються.

Теплоємність при ізотермічному процесі  $C_T = \infty$ , при адиабатичному  $C_Q = 0$ ; теплопровідність оболонки, в якій знаходиться термодинамічна система, при ізотермічному процесі  $k_T = \infty$ , при адиабатичному  $k_Q = 0$ ; при ізотермічному процесі задовольняється

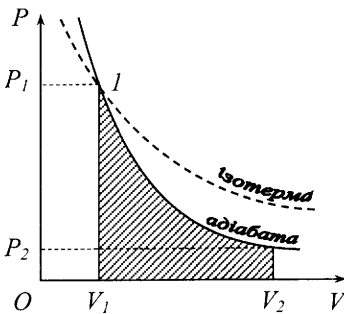


Рис. 2.18



закон Бойля-Маріотта, при адіабатичному – закон Пуассона.

Обидва ці процеси в чистому вигляді в природі не виконуються. Натомість мають місце так звані *політропні* процеси, які задовольняють *рівняння політропи* –

$$PV^\alpha = \text{const}, \quad (7)$$

де  $\alpha$  – показник політропи,  $1 < \alpha < \gamma$ .

Якщо  $\alpha$  близьке до 1, то процес можна вважати ізотермічним, якщо  $\alpha$  близьке до  $\gamma$  – адіабатичним.

Роботу при адіабатичному процесі можна обчислювати за такими формулами:

$$A_{12} = \frac{M}{\mu} C_{V\mu} (T_1 - T_2), \quad (8)$$

$$A_{12} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_1 V_1 - P_2 V_2), \quad (9)$$

$$A_{12} = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left( \left( 1 - \frac{V_2}{V_1} \right)^{1-\gamma} \right). \quad (10)$$

На рис. 2.18 ця робота вимірюється площею заштрихованої фігури.

#### Завдання для самостійної роботи № 2.4

1. Внутрішня енергія реального газу. Ефект Джоуля-Томсона.
2. Теплоємність твердих тіл. Закон Дюлонга і Пті. Неточності класичної теорії.
3. Вивести формули для роботи, яка виконується при ізотермічному та адіабатичному процессах.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. - Кн.2. - К.: Либідь, 2001. - С. 358–360; 385–386; 328–334.

#### ДРУГИЙ ПРИНЦИП ТЕРМОДИНАМІКИ

Перший принцип термодинаміки не описує термодинамічні процеси вичерпним чином. Цей принцип не забороняє будь-які процеси, при яких не порушується закон збереження енергії. Наприклад, з погляду першого принципу можливим є процес самовільної передачі тепла від холодного тіла до гарячого, перетворення енергії хаотичного руху молекул тіла в енергію його впорядкованого механічного руху тощо. Щоденний досвід і численні дослідження

спростовують можливість таких процесів. Імовірний *напрямок* їх протікання *визначає* *другий принцип термодинаміки*.

### **§16. Оборотні і необоротні процеси. Колові процеси. Принцип дії теплової і холодильної машин**

У природі спостерігається певна спрямованість в термодинамічних процесах, яка веде до стану рівноваги. Це, так звані, *природні процеси*, які, на відміну від *штучних*, відбуваються самовільно. Поділ процесів на природні і штучні тісно пов'язаний з поняттям про оборотні і необоротні процеси. *Оборотним* процесом називається такий процес, при якому термодинамічна система може повернутися в початковий (вихідний) стан так, що в навколишньому середовищі не відбувається ніяких змін. Прикладом оборотних процесів є незгасаючі коливання маятника у вакуумі, процес розширення і стиснення газу в циліндрі під поршнем у відсутності тертя і теплообміну з навколишнім середовищем і т. п. Оборотні процеси – ідеалізовані. Усі реальні процеси супроводжуються тертям, теплопровідністю, випромінюванням і є *необоротними*.

*Коловим процесом* або *циклом* називається така послідовність термодинамічних процесів, в результаті яких система повертається у вихідний стан. На діаграмах  $(P-V)$ ,  $(P-T)$ ,  $(V-T)$  колові рівноважні процеси зображаються замкнутою кривою (рис. 2.16). Механічна робота, як вказувалося вище, чисельно дорівнює площі фігури  $C_1aC_2bC_1$ . На повторенні відповідних циклів ґрунтується дія теплових машин.

Термодинамічна система, яка здійснює коловий процес і обмінюється енергією з іншими тілами, називається *робочим тілом* (*p. m.*). Звичайно таким тілом є газ.

*Прямим циклом* називається коловий процес, в якому робоче тіло здійснює додатну роботу

$$A = \int_L PdV > 0. \quad (1)$$

Замкнена крива на діаграмі  $(P-V)$  (рис. 2.16) описується за годинниковою стрілкою. Прикладом прямого циклу є цикл, що здійснюється робочим тілом у тепловому двигуні. У такому двигуні робоче тіло одержує енергію в формі теплоти  $Q_1$  від зовнішніх джерел ( $H$ ) і частину її віддає у формі роботи  $A$ , а частину  $Q_2$  – зовнішньому середовищу ( $X$ ) (рис. 2.19).

*Зворотним циклом* називається коловий процес, в якому система здійснює від'ємну роботу

$$A = \int_L PdV < 0. \quad (2)$$

На діаграмі ( $P$ - $V$ ) зворотний цикл зображається замкнутою кривою, яка описується проти годинникової стрілки. Прикладом зворотного циклу є цикл робочого тіла в *холодильній установці* (рис. 2.20). В такій установці робоче тіло одержує енергію у формі роботи  $A'$  і передає енергію

в формі теплоти від холодного тіла ( $X$ ) до нагрітого ( $H$ ). Отже, можна передавати теплоту від холодного тіла до гарячого, але для цього необхідно виконати роботу  $A'$  (робота сторонніх сил).

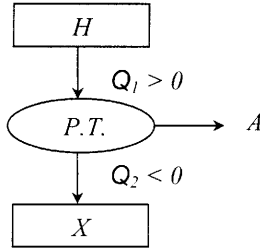


Рис. 2.19

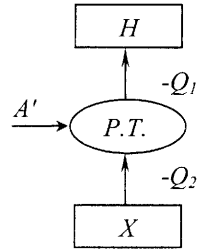


Рис. 2.20

### §17. Цикл Карно. Коефіцієнт корисної дії теплової машини

Роботу ідеальної теплової машини проаналізував французький інженер Саді Карно (1824 р.). Цикл, який виконувало б робоче тіло (ідеальний газ), згодом одержав назву *циклу Карно*. Цикл здійснюється в циліндрі, стінки і поршень якого нетеплопровідні, дно циліндра можна зробити нетеплопровідним, поставивши циліндр на адіабатичну прокладку  $K$ .

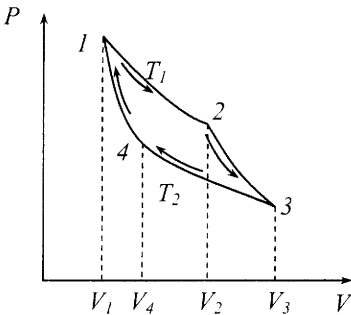


Рис. 2.21

Цикл Карно складається з двох ізотермічних і двох адіабатичних процесів ідеального газу (рис. 2.21). Процеси розглядаються як ідеальні. На ділянці  $1 \rightarrow 2$  відбувається ізотермічне розширення газу (циліндр у контакті з нагрівником  $T_1$ , (рис. 2.22 а). На ділянці  $2 \rightarrow 3$  відбувається адіабатичне розширення газу (циліндр на адіабатичній прокладці, рис. 2.22 б), газ охолоджується до температури  $T_2$ . На ділянці  $3 \rightarrow 4$  відбувається

ізотермічне стиснення газу (циліндр у контакті з холодильником  $T_2$ , рис. 2.22 в). На ділянці  $4 \rightarrow 1$  – адіабатичне стиснення (циліндр на адіабатичній прокладці, рис.2.22 з), температура газу підвищується до  $T_1$ . Газ переходить у початковий стан.

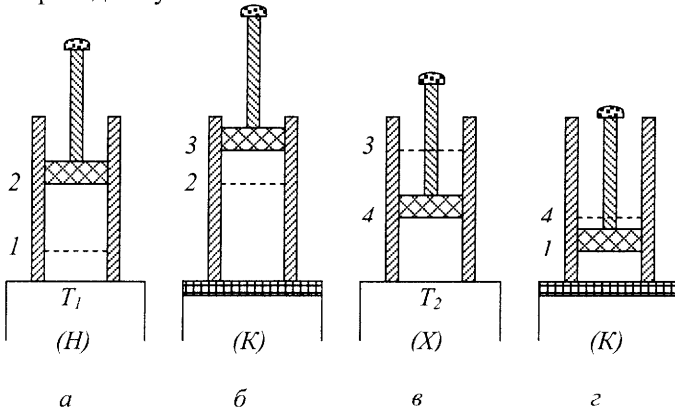


Рис. 2.22

Робота, виконана в результаті циклу, чисельно дорівнює площі, охопленій ламаною кривою 12341. Аналогічно можна здійснити цикл 14321, при якому від холодильника було б відібрано теплоту  $Q_2$  і передано нагрівнику  $Q_1$  ( $|Q_1| > |Q_2|$ ) за рахунок роботи сторонніх сил.

У результаті здійснення прямого і зворотного циклів Карно в навколишньому середовищі не залишилося б ніяких слідів. Цикл Карно є оборотним.

Перебуваючи в контакті з нагрівником, робоче тіло отримує кількість теплоти  $Q_1$ , яка дорівнює роботі ізотермічного розширення  $A_{12}$ :

$$Q_1 = \frac{M}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (Q_1 > 0). \quad (1)$$

При ізотермічному стисканні робоче тіло передає холодильнику кількість теплоти  $Q_2$ , яка дорівнює роботі ізотермічного стискання  $A_{34}$ :

$$Q_2 = \frac{M}{\mu} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \quad (Q_2 < 0). \quad (2)$$

Робота адіабатичного розширення

$$A_{23} = \frac{M}{\mu} C_{V\mu} (T_1 - T_2), \quad (3)$$

робота адиабатичного стиснення

$$A_{41} = \frac{M}{\mu} C_{V\mu} (T_2 - T_1). \quad (4)$$

Робота, виконана в результаті циклу

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 - |Q_2|. \quad (5)$$

*Коефіцієнтом корисної дії* теплової машини називають відношення роботи, виконаної машиною  $A$ , до кількості теплоти  $Q_1$ , одержаної від нагрівника:

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}. \quad (6)$$

Враховуючи (1), (2) і рівняння Пуассона для процесів  $2 \rightarrow 3$  і  $1 \rightarrow 4$  циклу Карно, одержимо

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad (7)$$

Співвідношення (7) визначає той найбільший коефіцієнт корисної дії, якого можна досягти в деякому інтервалі температур  $T_1 - T_2$ . Як видно із цього співвідношення, тільки у двох (практично нездійсненних) випадках *ККД* може дорівнювати 1: а)  $T_1 \rightarrow \infty$ , б)  $T_2 \rightarrow 0$ .

Щоб створити теплові машини з якомога більшим *ККД*, треба йти шляхом збільшення різниці температур нагрівника і холодильника.

### §18. Другий принцип термодинаміки

Розглядаючи цикл Карно, можна зробити висновок про неможливість існування такої періодично діючої машини, яка забирала б теплоту від нагрівника і повністю перетворювала її в роботу. Така машина має назву *вічного двигуна другого роду*. В реальних машинах певна частина теплоти неодмінно передається холодильнику.

*Вічний двигун другого роду неможливий* – одне з формулювань другого принципу. Створення такого двигуна відкрило б необмежені можливості виконання роботи за рахунок охолодження морів, океанів, земної кори. Другий принцип термодинаміки заперечує таку можливість.

Для оборотного циклу Карно, як показує попередній аналіз, справджується рівність

$$\frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

або, що те саме ( $-|Q_2| = Q_2 < 0$ ),

$$\frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Після перетворення одержимо

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0. \quad (1)$$

Відношення кількості теплоти  $Q$ , одержаної тілом при ізотермічному процесі, до температури  $T$  нагрівача, називається *зведеною теплотою*. Із співвідношення (1) випливає, що для циклу Карно сума зведених теплот дорівнює нулю.

Будь-який оборотний цикл можна розглядати як суму нескінченно великої кількості елементарних циклів Карно (рис. 2.23). Сума всіх зведених теплот для цих елементарних циклів виражається інтегралом по замкнутому контуру

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (2)$$

Якщо цикл необоротний, то його *ККД* менший від *ККД* циклу Карно:

$$\frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (3)$$

звідки випливає, що *сума зведених теплот необоротного циклу менша від нуля*:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} < 0. \quad (4)$$

Для довільного необоротного циклу

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0. \quad (5)$$

Об'єднавши вирази (2) і (5), одержимо *нерівність Клаузіуса*

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0, \quad (6)$$

яка є критерієм оборотності або необоротності процесу і математичним виразом другого принципу термодинаміки.

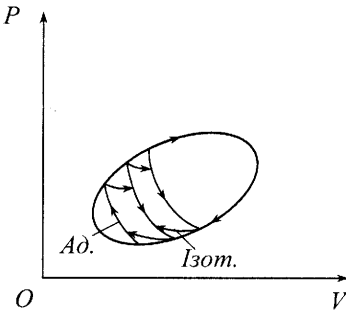


Рис. 2.23

Другий принцип термодинаміки має ще і таке поширене формулювання: *неможливий процес, єдиним результатом якого є передача енергії в формі теплоти від менш нагрітого до більш нагрітого тіла.*

### §19. Ентропія. Статистичний смисл другого принципу термодинаміки

З нерівності Клаузіуса випливає, що для оборотних циклів сума зведених теплот дорівнює нулю:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0, \quad (1)$$

а це означає, що підінтегральний вираз є повним диференціалом деякої функції  $S$ , яка називається *ентропією*:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \quad (2)$$

*Ентропія* – це фізична величина, яка певним чином характеризує спрямованість процесів у природі. Больцман встановив, що ентропія пропорційна натуральному логарифму імовірності реалізації певного стану системи  $W$ :

$$S = k \cdot \ln W, \quad (3)$$

де  $k$  – стала Больцмана.

Для знаходження абсолютного значення ентропії необхідно враховувати *теплову теорему Нернста*, згідно з якою *ентропія будь-якої речовини при абсолютному нулі температури дорівнює нулю*. Цю теорему інакше називають *третім принципом термодинаміки*.

При переході системи з одного стану в інший зі зміною імовірності стану змінюється й ентропія.

Зміна ентропії

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}, \quad (4)$$

де  $S_1$  – ентропія в початковому стані системи;  $S_2$  – в кінцевому. Ця зміна не залежить від характеру процесу  $1 \rightarrow 2$ , а це означає, що, подібно до внутрішньої енергії, *ентропія є функцією стану системи*.

Ентропія системи, яка складається з декількох незалежних частин дорівнює сумі ентропій цих частин. Наприклад, ентропія системи, яка здійснює цикл Карно, складається із ентропії нагрівника  $S_n$ , ентропії робочого тіла  $S_{p.m.}$ , ентропії холодильника  $S_x$  і ентропії користувача роботи  $S_A$ :

$$S = S_n + S_x + S_{p.m.} + S_A. \quad (5)$$

Зміна ентропії системи, яка здійснює оборотний цикл, дорівнює нулю:

$$(\Delta S_n)_{\text{обор.}} = 0. \quad (6)$$

Зміна ентропії системи, що виконує необоротний цикл, додатня:

$$(\Delta S_n)_{\text{необор.}} > 0. \quad (7)$$

Як приклад, розглянемо зміну ентропії системи, яка здійснює необоротний цикл.

Згідно зі співвідношенням (5)

$$\Delta S = \Delta S_n + \Delta S_x + \Delta S_{p.m.} + \Delta S_A. \quad (8)$$

Оскільки користувач роботи одержує енергію завдяки роботі двигуна, а не теплопередачі,

$$\Delta S_A = 0.$$

Зміна ентропії робочого тіла, яке здійснює циклічний процес,

$$\Delta S_{p.m.} = 0.$$

Зміна ентропії нагрівника, що віддає теплоту  $Q_1$  –

$$\Delta S_n = -\frac{Q_1}{T_1},$$

і холодильника, який приймає теплоту  $Q_2$  –

$$\Delta S_x = -\frac{Q_2}{T_2}.$$

Отже

$$\Delta S = -\left(\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}\right). \quad (9)$$

Враховуючи співвідношення (4) §17, одержимо

$$\Delta S > 0.$$

Грунтуючись на сказаному вище, можна зробити висновок: *при будь-яких процесах, які відбуваються в замкнутій термодинамічній системі, її ентропія не зменшується, тобто*

$$\Delta S \geq 0. \quad (10)$$

Знак рівності відноситься тільки до оборотних процесів.

Це твердження є найповнішим формулюванням *другого принципу* термодинаміки. Усі реальні процеси є необоротними. Їх протікання супроводжується зростанням ентропії, що є наслідком зростання імовірності здійснення даного стану термодинамічної системи. Але молекулярна статистика не відкидає принципової можливості процесів, при яких ентропія зменшується, хоч такі процеси при великій кількості молекул відбуваються дуже рідко, тобто є малоімовірними. А тому точнішим є таке формулювання



другого принципу: *в замкнутій макроскопічній системі найімовірнішим є процес, який супроводжується зростанням ентропії.*

Що стосується систем, які складаються із порівняно малого числа молекул, то в них цілком можливі відхилення даних значень фізичних величин від їх середніх значень. Ці відхилення називаються *флуктуаціями.*

У незамкнутих системах, які складаються з необмеженого числа частинок, всі процеси мають однакову ймовірність. Тому принцип зростання ентропії в них не має сенсу.

У свій час Клаузіус, вважаючи Всесвіт замкнутою системою, зробив помилковий висновок про його «теплову смерть». Він вважав, що, згідно з другим принципом термодинаміки, у Всесвіті весь час відбуваються процеси, які ведуть до вирівнювання температури (в таких процесах ентропія зростає). Нарешті настане тепла рівновага (ентропія досягне максимуму), і всі процеси припиняться. Світ прийде до неминучої «теплової смерті». Але Всесвіт безмежний і внаслідок того, що всі стани мають однакову ймовірність, не існує найімовірнішого стану теплової рівноваги, тобто стану «теплової смерті».

Таким чином, другий принцип термодинаміки застосовується в замкнутих макроскопічних системах, які містять величезне, але обмежене число частинок. Тут він дає такі ж надійні результати, як і закони збереження.

## II.2. МАТЕРІАЛИ, РЕКОМЕНДОВАНІ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

#### *Рівняння стану ідеального та реального газів. Елементи молекулярно-кінетичної теорії*

2.1. У циліндрі дизельного двигуна на початку такту стиску температура була 310 К. Знайти температуру повітря в кінці такту, якщо його об'єм зменшився в 12 разів, а тиск зріс у 36 разів.

$$(T_2 = 930 \text{ К})$$

2.2. Під час виготовлення електроламп їх заповнюють інертним газом при температурі  $t_1 = 150^\circ\text{C}$ . Під яким тиском мають заповнюватися лампи, щоб при температурі  $t_2 = 300^\circ\text{C}$ , що встановлюється, коли лампа світить, тиск газу не перевищував  $P_2 = 0,1 \text{ МПа}$ ?

$$(P_1 = 74 \text{ кПа})$$

2.3. Насос при кожному ході поршня втягує з атмосфери  $V = 40 \text{ см}^3$  повітря. За скільки ходів поршня можна наповнити порожню камеру шини велосипеда настільки, щоб площа її контакту з дорогою була  $S = 60 \text{ см}^2$ ? Навантаження на колесо  $F = 360 \text{ Н}$ , об'єм камери  $V_1 = 2000 \text{ см}^3$ . Атмосферний тиск  $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ .

$$(n = 80)$$

2.4. По газопроводу тече вуглекислий газ при тиску  $P = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}$  і температурі  $t = 17^\circ\text{C}$ . Яка середня швидкість руху газу в трубі, якщо за час  $\tau = 5 \text{ хв}$  через поперечний переріз труби площею  $S = 6 \text{ см}^2$  протікає  $M = 2,5 \text{ кг}$  вуглекислого газу? Молярна маса вуглекислого газу  $\mu = 44 \text{ г/моль}$ .

$$(v = 1,52 \text{ м/с})$$

2.5. Компресор захоплює під час кожного ходу  $V_0 = 4 \text{ л}$  повітря при атмосферному тиску  $P_0 = 10^5 \text{ Па}$  і температурі  $t_0 = -3^\circ\text{C}$  та подає його в резервуар об'ємом  $V = 1,5 \text{ м}^3$ . Температура повітря в резервуарі близько  $t_1 = 45^\circ\text{C}$ . Скільки ходів має зробити компресор, щоб тиск у резервуарі підвищився на  $\Delta P = 1,96 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ?

$$(n = 637)$$

2.6. Знайти масу повітря, яке заповняє аудиторію висотою 5 м і площею підлоги  $200 \text{ м}^2$ . Тиск повітря  $10^5 \text{ Па}$ , температура приміщення  $17^\circ\text{C}$ . Молярну масу повітря вважати рівною  $29 \text{ г/моль}$ .

$$(M = 1,2 \text{ т})$$

2.7. В балоні було  $10 \text{ кг}$  газу при тиску  $10 \text{ МПа}$ . Знайти, яку масу газу забрали з балона, якщо кінцевий тиск став  $2,5 \text{ МПа}$ . Температуру газу вважати сталою.

$$(M = 65 \text{ г})$$

2.8. В об'ємі  $V = 7,5 \text{ л}$  при температурі  $T = 300 \text{ К}$  міститься суміш газів:  $\nu_1 = 0,1$  моля кисню,  $\nu_2 = 0,2$  моля азоту і  $\nu_3 = 0,3$  моля вуглекислого газу. Вважаючи гази ідеальними, знайти тиск суміші та середню молярну масу цієї суміші.

$$(P_c = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}; \mu_c = 36,7 \text{ г/моль})$$

2.9. До якого тиску необхідно стиснути вуглекислий газ при температурі  $300 \text{ К}$ , щоб його густина дорівнювала  $500 \text{ г/л}$ . Розрахунки виконати як для ідеального, так і для реального газів. Поправки Ван дер Ваальса:  $a = 0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ ;  $b = 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

$$(P_{i0} = 2,83 \cdot 10^7 \text{ Па}; P_p = 8 \text{ МПа})$$

2.10. Якої температури був газ, якщо під час нагрівання на  $22 \text{ К}$  при сталому тиску його об'єм подвоївся? Для яких газів це можливо?

$$(T = 22 \text{ К}; \text{H}_2, \text{O}_2)$$

2.11. В закритій посудині об'ємом  $V = 0,5 \text{ м}^3$  знаходиться  $600$  моль вуглекислого газу при тиску  $3 \text{ МПа}$ . Користуючись рівнянням Ван дер Ваальса, знайти, у скільки разів треба збільшити температуру газу, щоб тиск зріс у два рази. Порівняти з результатом, одержаним при використанні рівняння Менделєєва-Клапейрона.

$$a = 0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2; b = 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

$$(T_2/T_1 = 1,85)$$

2.12. Яку температуру мають  $3,5 \text{ г}$  кисню, що займає об'єм  $90 \text{ см}^3$ , при тиску  $2,8 \text{ МПа}$ . Розглянути газ як: 1) реальний, 2) ідеальний.

$$a = 0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2; b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

$$(T_p = 289 \text{ К}; T_{i0} = 281 \text{ К})$$

2.13. Обчислити поправки Ван дер Ваальса  $a$  і  $b$  для азоту, якщо

Його критична температура  $T_{кр}=126$  К, а критичний тиск  $P_{кр}=33,5 \cdot 10^5$  Па.

$$(a = 0,135 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2; b = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль})$$

2.14. У посудині об'ємом 10 л міститься 0,25 кг азоту при температурі 27°C. Яка частина тиску зумовлена силами взаємодії молекул? Яка частина об'єму припадає на власний об'єм молекул?

Поправки Ван дер Ваальса:  $a = 0,135 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ ,

$$b = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}.$$

$$\left(\frac{P_r}{P} \approx 0,02; \frac{V_{кр}}{V} \approx 0,004\right)$$

2.15. Обчислити критичну температуру  $T_k$  і критичну густину  $\rho_k$  вуглекислого газу ( $a = 0,361 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ ;  $b = 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ ).

$$(T_k = 304 \text{ К}; \rho_k = 0,34 \text{ г/см}^3)$$

2.16. 1 кмоль азоту знаходиться при температурі  $t = 27^\circ\text{C}$  і тиску  $P = 5$  МПа. Знайти об'єм газу, вважаючи його реальним. Поправки Ван дер Ваальса:  $a = 0,135 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ ,  $b = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

$$(V = 0,49 \text{ м}^3)$$

2.17. Обчислити, яка кількість ефіру повинна бути в ампулі об'ємом  $V = 28,5 \text{ см}^3$ , щоб спостерігати критичний стан. Для ефіру критична температура  $T_k = 467$  К, критичний тиск  $P_k = 3,59$  МПа, молярна маса  $\mu = 74$  г/моль.

$$(M = 5,2 \text{ г})$$

2.18. Обчислити критичні параметри кисню, якщо параметри Ван дер Ваальса:  $a = 0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4/\text{моль}^2$ ,  $b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

$$(V_k = 9,51 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}; P_k \approx 5 \text{ МПа}; T_k = 153 \text{ К})$$

2.19. Знайти ефективний діаметр молекули кисню. Критичні параметри кисню:  $T_k = 153$  К,  $P_k = 5$  МПа.

$$(d_{эф} = 2,94 \cdot 10^{-10} \text{ м})$$

2.20. Знайти ефективний діаметр молекули азоту. Поправка Ван дер Ваальса  $b = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$ .

$$(d_{эф} = 3,13 \cdot 10^{-10} \text{ м})$$

2.21. Яка кількість молекул знаходиться в кімнаті об'ємом 80 м<sup>3</sup> при температурі 17°C і тиску 750 мм рт.ст.? 1 мм рт. ст. = 133 Па.

$$(N = 2 \cdot 10^{27})$$

2.22. Скільки молекул буде знаходитись в  $1 \text{ см}^3$  посудини при  $10^\circ \text{C}$ , якщо тиск у ній  $10^{-11} \text{ мм рт.ст.}$

$$(n = 3,4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3})$$

2.23. Знайти середньоквадратичну швидкість молекул повітря при температурі  $17^\circ \text{C}$ , вважаючи повітря однорідним газом, молярна маса якого  $\mu = 29 \text{ г/моль}$ .

$$(v_{\text{кв}} = 500 \text{ м/с})$$

2.24. В момент вибуху атомної бомби розвивається температура  $T \approx 10^7 \text{ К}$ . Вважаючи, що при такій температурі молекули повністю дисоційовані на атоми, а атоми іонізовані, знайти середньоквадратичну швидкість іона водню.

$$(v_{\text{кв}} = 5 \cdot 10^5 \text{ м/с})$$

2.25. В посудині об'ємом  $2 \text{ л}$  знаходиться  $10 \text{ г}$  кисню при тиску  $90 \text{ кПа}$ . Знайти середньоквадратичну швидкість молекул газу, число молекул, які знаходяться в посудині, густину газу.

$$(v_{\text{кв}} = 230 \text{ м/с}; N = 1,9 \cdot 10^{23}; \rho = 5 \text{ кг/м}^3)$$

2.26. Знайти кінетичну енергію поступального руху молекул водяної пари при температурі  $600 \text{ К}$ . Знайти енергію цієї молекули, а також внутрішню енергію  $1 \text{ кмоль}$  пари.

$$(\langle W_{\text{к}}^{\text{ном}} \rangle = 1,24 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}; \langle W_{\text{к}} \rangle = 2,48 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}; U = 1,49 \cdot 10^7 \text{ Дж})$$

2.27. За допомогою іонізаційного манометра, встановленого на штучному супутнику Землі, було виявлено, що на висоті  $300 \text{ км}$  від поверхні Землі в  $1 \text{ см}^3$  атмосфери знаходиться приблизно  $10^9$  частинок газу. Знайти середню довжину вільного пробігу частинок газу на цій висоті. Ефективний діаметр частинки прийняти рівним  $0,2 \text{ нм}$ .

$$(\langle \lambda \rangle = 5,6 \text{ км})$$

2.28. Знайти середню довжину вільного пробігу молекул повітря при нормальних умовах. Діаметр молекули повітря взяти рівним  $0,3 \text{ нм}$ .

$$(\langle \lambda \rangle = 93 \text{ нм})$$

2.29. Коефіцієнт дифузії і внутрішнього тертя водню за деяких умов дорівнюють відповідно:  $D = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $\eta = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$ . Визначити число молекул водню в  $1 \text{ м}^3$  за цих умов і коефіцієнт теплопровідності.

$$(n = 1,82 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}; k = 8,84 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)})$$

2.30. Відстань між катодом і анодом в розрядній трубці дорівнює 15 см. Який тиск треба створити в трубці, щоб електрони не стикалися з молекулами повітря на шляху від катода до анода? Температура повітря дорівнює  $27^{\circ}\text{C}$ . Ефективний діаметр молекули повітря вважати рівним 0,3 нм. Середня довжина вільного пробігу електрона в газі приблизно в 5,7 раза більша, ніж середня довжина вільного пробігу молекул самого газу.

$$(P \leq 399 \text{ мПа})$$

2.31. Перекриття парового котла складається з двох шарів теплової ізоляції. Визначити температуру  $T_2$  на межі між її шарами, якщо температура внутрішньої поверхні перекриття  $T_1 = 800^{\circ}\text{C}$ , а зовнішньої –  $T_3 = 60^{\circ}\text{C}$ . Товщина і коефіцієнт теплопровідності кожного шару відповідно дорівнюють:  $d_1 = 500$  мм,  $k_1 = 1,3$  Вт/(м·К);  $d_2 = 200$  мм,  $k_2 = 0,16$  Вт/(м·К).

$$(T_2 = 898 \text{ К})$$

2.32. Стрічка карамельної маси проходить по охолоджувальній машині протягом 20 с. За цей час маса охолоджується від  $t_1 = 20^{\circ}\text{C}$  до  $t_2 = 90^{\circ}\text{C}$ . Сумарна охолоджувальна поверхня  $0,6$  м<sup>2</sup>, середній коефіцієнт теплопередачі  $k = 175$  Вт/(м<sup>2</sup>·К). Знайти кількість виділеної теплоти.

$$(\Delta Q = 63,36 \text{ кДж})$$

2.33. Визначити температуру бічної поверхні хлібопекарної печі, якщо відомо, що температура всередині печі  $360^{\circ}\text{C}$ , коефіцієнт теплопровідності її стінок  $k = 0,4$  Вт/(м·К), товщина стінки  $\Delta l = 0,3$  м, потік тепла, який пройшов крізь стінки  $q = 420$  Вт/м<sup>2</sup>.

$$(t_2 = 45^{\circ}\text{C})$$

2.34. Яка кількість теплоти втрачається щогодини крізь вікно за рахунок теплопровідності повітря, що є між рамами. Площа кожної рами  $4$  м<sup>2</sup>, відстань між рамами  $30$  см, температура приміщення  $18^{\circ}\text{C}$ , температура надворі –  $20^{\circ}\text{C}$ . Ефективний діаметр молекул повітря вважати рівним 0,3 нм. Температуру повітря між рамами вважати рівною середньоарифметичному між температурами в приміщенні і надворі. Тиск повітря  $760$  мм рт.ст.

$$(Q = 23,9 \text{ кДж})$$

2.35. Знайти масу азоту, яка пройшла внаслідок дифузії через

площадку  $\Delta S = 100 \text{ см}^2$  за час  $\Delta t = 10 \text{ с}$ , якщо градієнт густини в цьому напрямку  $\frac{\Delta \rho}{\Delta x} = 1,26 \text{ кг/м}^4$ . Температура азоту  $T = 300 \text{ К}$ , середня довжина вільного пробігу  $\langle \lambda \rangle = 10^{-5} \text{ см}$ .

$$(m = 2 \cdot 10^{-6} \text{ кг})$$

2.36. Літак летить зі швидкістю  $360 \text{ км/год}$ . Вважаючи, що шар повітря біля крила літака, який захоплюється внаслідок в'язкості, дорівнює  $4 \text{ см}$ , знайти дотичну силу, що діє на кожний квадратний метр поверхні крила. Ефективний діаметр молекули повітря прийняти рівним  $0,3 \text{ нм}$ . Температура повітря  $0^\circ\text{С}$ .

$$(F = 45 \text{ мН})$$

2.37. Простір між двома коаксіальними циліндрами заповнений газом. Радіуси циліндрів відповідно дорівнюють  $r = 5 \text{ см}$  і  $R = 5,2 \text{ см}$ . Висота внутрішнього циліндра  $h = 25 \text{ см}$ . Зовнішній циліндр обертається зі швидкістю, яка відповідає частоті  $n = 360 \text{ об/хв}$ . Для того, щоб внутрішній циліндр залишався нерухомим, до нього треба прикласти дотичну силу  $F = 1,38 \text{ мН}$ . Розглядаючи в першому наближенні випадок як плоский, знайти коефіцієнт внутрішнього тертя газу.

$$(\eta = 18 \text{ мкПа}\cdot\text{с})$$

### *Термодинаміка*

2.38. Знайти питому теплоємність при сталому тиску газової суміші, яка складається з  $\nu_1 = 3 \text{ кмоль}$  аргону і  $\nu_2 = 2 \text{ кмоль}$  азоту.

$$(c_p = 683,8 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К}))$$

2.39. Користуючись класичною теорією теплоємності, обчислити питомі теплоємності гелію, водню, кисню, вуглекислого газу, водяної пари.

2.40. Обчислити питомі теплоємності кристалів натрію, нікелю та свинцю.

2.41. При температурі  $T = 293 \text{ К}$  питома теплоємність, яку знайшли з досліду для заліза  $c_{Fe} = 0,44 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ , а для міді  $c_{Cu} = 0,394 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ . Знайти відносні похибки при розрахунку теплоємностей цих матеріалів за законом Дюлонга і Пті.

2.42. Знайти питомі теплоємності деякого газу, якщо відомо, що

маса одного моля цього газу  $\mu = 30 \cdot 10^{-3}$  кг/моль і відношення  $c_p/c_v = 1,4$ .

2.43. Суміш газів утворена з гелію масою  $m_1 = 5$  г і водню масою  $m_2 = 2$  г. Знайти відношення теплоємностей  $c_p/c_v$  для цієї суміші.

2.44. Температура газу  $t = 127^\circ\text{C}$ . Для його ізобарного нагрівання на  $\Delta t = 100^\circ$  потрібно  $\Delta Q_1 = 4200$  Дж теплоти. При ізохорному охолодженні газ віддає  $\Delta Q_2 = 5040$  Дж теплоти, а тиск газу зменшується в три рази. Знайти відношення теплоємностей  $c_p/c_v$ .

$$(\gamma = 1,67)$$

2.45. Автомобіль витрачає  $m = 5,67$  кг бензину на  $s = 50$  км шляху. Визначити потужність  $N$ , яку розвиває двигун, якщо швидкість руху  $v = 90$  км/год, к. к. д. двигуна  $\eta = 22\%$ . Теплотворна здатність бензину  $q = 45 \cdot 10^6$  Дж/кг.

$$(N \approx 28 \text{ кВт})$$

2.46. Реактивний літак має чотири двигуни, які розвивають силу тяги  $F = 20\,000$  Н кожний. Скільки пального піде на переліт  $l = 5000$  км? Теплотворна здатність пального  $q = 45 \cdot 10^6$  Дж/кг, к. к. д. двигуна  $\eta = 25\%$ .

$$(m = 35,5 \text{ т})$$

2.47. На скільки вища температура води біля основи водоспаду висотою  $h = 20$  м від температури води на вершині. Вважати, що вся механічна енергія йде на нагрівання води.

$$(\Delta t \approx 0,05^\circ)$$

2.48. З якою швидкістю влітає метеорит в атмосферу Землі, якщо при цьому він нагрівається, плавиться і перетворюється в пару? Метеоритна речовина – залізо. Початкова температура метеорита  $T = 273\text{K}$ . Температура плавлення заліза  $t_n = 1535^\circ\text{C}$ , теплота плавлення  $\lambda = 2,7 \cdot 10^5$  Дж/кг. Питома теплоємність заліза  $c = 460$  Дж/(кг·К). Температура кипіння  $t_k = 3050^\circ\text{C}$ , питома теплота пароутворення  $r = 0,58 \cdot 10^5$  Дж/кг. Вважати, що пароутворення відбувається при температурі кипіння.

$$(v_{\min} \approx 2,2 \text{ км/с})$$

2.49. Пристрій для охолодження карамелі має продуктивність



$m_0 = 950$  кг/год. Температура карамелі перед охолодженням  $t_1 = 70^\circ\text{C}$ , після охолодження  $t_2 = 30^\circ\text{C}$ . Яка кількість теплоти виділяється за 8 годин роботи агрегату? Середня питома теплоємність карамельної маси  $c = 1550$  Дж/(кг·К)

$$(Q \approx 4,7 \cdot 10^5 \text{ кДж})$$

2.50. Скільки водяної пари треба пропустити крізь кожух вакуум-апарата для варіння ірисної маси масою  $m = 1$  т з питомою теплоємністю  $c = 3600$  Дж/(кг·К), якщо 1 кг пари віддає 336 кДж тепла? Початкова температура ірисної маси  $t_1 = 28^\circ\text{C}$ , кінцева температура  $t_2 = 130^\circ\text{C}$ . К. к. д. апарата  $\eta = 70\%$ .

$$(m_{\text{п}} \approx 1,6 \text{ т})$$

2.51. Азот при тиску  $P_1 = 0,1$  МПа займає об'єм  $V_1 = 4$  л, а при тиску  $P_2 = 0,8$  МПа –  $V_2 = 2$  л. Визначити кількість теплоти надану газу при його переході з першого стану в другий, а також зміну внутрішньої енергії і виконану газом роботу, якщо процес спочатку відбувався ізохорно, а потім ізобарно. Побудувати графік процесу.

$$(\Delta U = 3 \text{ кДж}; A = -1,6 \text{ кДж}; Q = 1,4 \text{ кДж})$$

2.52. Кисень при тиску  $P_1 = 0,1$  МПа займає об'єм  $V_1 = 4$  л, а при тиску  $P_2 = 0,8$  МПа –  $V_2 = 2$  л. Визначити кількість теплоти, надану газу в процесі переходу з першого стану в другий, а також зміну внутрішньої енергії і виконану газом роботу, якщо процес спочатку відбувався ізобарно, а потім – ізохорно. Побудувати графік процесу.

$$(A = -200 \text{ Дж}; \Delta U = 3000 \text{ Дж}; Q = 2800 \text{ Дж})$$

2.53. Кисень масою  $M = 2$  кг займає об'єм  $V_1 = 1 \text{ м}^3$  і перебуває під тиском  $P_1 = 1$  атм (  $1 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$  ). Газ був нагрітий спочатку при сталому тиску до об'єму  $V_2 = 3 \text{ м}^3$ , а потім при сталому об'ємі до тиску  $P_2 = 5$  атм. Знайти зміну внутрішньої енергії газу, виконану ним роботу й отриману теплоту. Побудувати графік процесу.

$$(A = 413 \text{ кДж}; \Delta U = 3292 \text{ кДж}; Q = 3705 \text{ кДж})$$

2.54. Повітря в циліндрах двигуна внутрішнього згорання стискується адіабатично і його тиск при цьому змінюється від  $P_1 = 0,1$  МПа до  $P_2 = 3,5$  МПа. Початкова температура повітря  $t_1 = 40^\circ\text{C}$ . Знайти кінцеву температуру газу.

$$(t = 592^\circ\text{C})$$

2.55. Азот масою  $M = 14$  г адіабатично розширюється так, що тиск зменшується в 5 разів, а потім ізотермічно стискається до початкового тиску. Початкова температура азоту  $T_1 = 420$  К. Побудувати графік процесу в координатах  $(P, V)$ . Знайти температуру газу  $T_2$  вкінці процесу, кількість теплоти  $Q$ , яку віддав газ, приріст його внутрішньої енергії  $\Delta U$ , виконану газом роботу  $A$  і приріст ентропії  $\Delta S$ .

$$(T_2 = 264 \text{ К}; Q = 1,76 \text{ кДж}; \Delta U = -1,62 \text{ кДж}; A = -0,14 \text{ кДж}; \Delta S = -6,7 \text{ Дж/К})$$

2.56. Один кмоль газу, що знаходиться при температурі  $T_1 = 300$  К, ізохорно охолоджується, внаслідок чого його тиск зменшується в два рази. Потім газ ізобарно розширюється до початкової температури. Зобразити процес на діаграмі  $(P, V)$ . Обчислити кількість одержаної газом теплоти  $Q$ , виконану газом роботу  $A$ , приріст внутрішньої енергії газу  $\Delta U$  і приріст ентропії  $\Delta S$ .

$$(Q = A = 1,25 \text{ МДж}; \Delta U = 0, \Delta S = 5,7 \text{ кДж}/(\text{кмоль} \cdot \text{К}))$$

2.57. Ідеальна холодильна машина працює по зворотному циклу Карно в інтервалі температур від  $-11^\circ\text{C}$  до  $15^\circ\text{C}$ . Робота машини за цикл  $A = -200$  кДж. Обчислити холодильний коефіцієнт  $\varepsilon$ , кількість теплоти  $Q_2$ , яке відводиться від охолоджуваного тіла за цикл, кількість теплоти  $Q_1'$ , відданої теплоприймачу за цикл.

Зауваження. Холодильним коефіцієнтом  $\varepsilon$  називають відношення кількості теплоти  $Q_2$ , яке відводиться від охолоджувального тіла, до затраченої роботи  $A' = -A$ .

$$(\varepsilon = 10; Q_2 = 2 \text{ МДж}; Q_1' = 2,2 \text{ МДж})$$

2.58. Теплова електростанція (ТЕЦ) потужністю 200 кВт споживає за 1 год роботи 80 кг вугілля з питомою теплотою згоряння  $3,3 \cdot 10^7$  Дж/кг. Температура котла дорівнює  $400^\circ\text{C}$ , а температура холодильника  $15^\circ\text{C}$ . Визначити к.к.д. ТЕЦ і порівняти його з к.к.д. ідеальної машини Карно, що працює за тих самих температур нагрівника і холодильника.

$$(\eta = 0,27; \eta_{\text{к}} = 0,57; \eta/\eta_{\text{к}} = 0,47)$$

2.59. Температура котла ТЕЦ дорівнює  $350^\circ\text{C}$ , температура холодильника  $10^\circ\text{C}$ . Визначити максимальну теоретично можливу потужність ТЕЦ, якщо вона споживає за добу 400 кг кам'яного вугілля з питомою теплотою згоряння  $3,3 \cdot 10^7$  Дж/кг.

$$(N_{\text{max}} = 8,33 \cdot 10^4 \text{ Вт})$$

2.60. Холодильник споживає потужність 800 Вт. За 25 хв в ньому замерзає 3 л води, що має початкову температуру 20°C. Визначити кількість теплоти, яку холодильник передасть навколишньому середовищу.

$$(Q = 2,46 \cdot 10^6 \text{ Дж})$$

2.61. Ракета масою 10 т досягла першої космічної швидкості 7,9 км/с і вийшла на кругову орбіту на висоті 50 км над Землею. При згорянні палива утворюються гази з температурою 2000 К, а температура відпрацьованих газів 400 К. Нехтуючи зміною маси ракети внаслідок згорання палива і вважаючи двигун ракети ідеальною тепловою машиною, визначити масу витраченого палива. Питома теплота згорання палива дорівнює  $10^8$  Дж/кг.

$$(m = 3,96 \text{ т})$$

2.62. Вважаючи двигун автомобіля ідеальною тепловою машиною, визначити потужність, яку він розвиває, якщо за 1 год двигун споживає 5 кг бензину з питомою теплотою згорання  $6 \cdot 10^7$  Дж/кг. Температура газу в циліндрах двигуна 500°C, а температура відпрацьованого газу 100°C.

$$(N = 4,31 \cdot 10^4 \text{ Вт})$$

2.63. В оборотному циклі Карно робота ізотермічного розширення робочого тіла дорівнює 6 кДж, температура нагрівача 250°C, температура холодильника 20°C. Визначити роботу ізотермічного стискування.

$$(A = - 10,71 \text{ кДж})$$

2.64. Один кіломоль ідеального газу бере участь у циклі, який складається з двох ізобар і двох ізохор. При цьому тиск газу змінюється від 100 до 200 кПа, а об'єм – від 25 до 50 м<sup>3</sup>. У скільки разів робота, здійснювана при такому циклі, менша за роботу, здійснювану в циклі Карно, ізотерми якого відповідають найбільшій і найменшій температурам розглянутого циклу, а об'єм при ізотермічному розширенні збільшується вдвічі?

$$(A_2/A_1 = 2,08)$$

2.65. Парова машина потужністю 14,7 кВт споживає за 1 год роботи 8,1 кг вугілля, питома теплота згорання якого 33 МДж/кг. Температура котла 200°C, температура холодильника 58°C. Знайти

к.к.д.  $\eta$  машини і порівняти його з к. к. д.  $\eta_0$  ідеальної теплової машини, яка працює за циклом Карно в тому ж температурному інтервалі.

$$(\eta = 20\%; \eta_0 = 30\%)$$

2.67. В циліндрах карбюраторного двигуна внутрішнього згоряння газ стискується політропно до об'єму  $V_2 = V_1/6$  (ступінь стиску 6). Вважаючи, що початковий тиск 90 кПа і початкова температура 127°C, знайти тиск і температуру газу в циліндрах після стиску. Показник політропи 1,3.

$$(P = 930 \text{ кПа}; T = 686 \text{ К})$$

2.68. В закритій посудині об'ємом 2,5 л знаходиться водень при температурі 17°C і тиску 15 кПа. Водень охолоджують до температури 0°C. Обчислити кількість відданої газом теплоти  $Q'$ , приріст внутрішньої енергії водню  $\Delta U$  і приріст ентропії  $\Delta S$ .

$$(Q' = 5,4 \text{ Дж}; \Delta U = - 5,4 \text{ Дж}; \Delta S = - 18 \text{ мДж/К})$$

2.69. Кисень масою 2 кг займає об'єм 1,5 м<sup>3</sup> при тиску 100 кПа. У результаті розширення об'єм газу збільшився у 2,5 раза, а тиск зменшився у 3 рази. Знайти приріст внутрішньої енергії  $\Delta U$  і ентропії  $\Delta S$ .

$$(\Delta U = - 62,4 \text{ кДж}; \Delta S = 234 \text{ Дж/К})$$

2.70. В одній посудині, об'єм якої  $V_1 = 1,6$  л, знаходиться  $M_1 = 14$  мг азоту. В іншій посудині, об'єм якої  $V_2 = 3,4$  л, знаходиться  $M_2 = 16$  мг кисню. Температури газів однакові. Посудини з'єднують, і газі перемішуються. Знайти приріст ентропії  $\Delta S$  в цьому процесі.

$$(\Delta S = 6,3 \text{ мДж/К})$$

2.71. Змішали 5 кг води, температура якої 10°C, з 8 кг води при температурі 80°C. Визначити температуру суміші і зміну ентропії при змішуванні.

$$(t = 53,08^\circ\text{C}; \Delta S = 295/\text{Дж/К})$$

2.72. Знайти зміну ентропії при перетворенні 10 г льоду, температура якого  $t_1 = - 20^\circ\text{C}$ , на пару при температурі 100°C. Питома теплоємність льоду  $c_s = 2,1$  кДж/(кг·К); питома теплоємність води  $c_w = 4,19$  кДж/(кг·К); питома теплота плавлення льоду  $\lambda = 3,3 \cdot 10^5$  Дж/кг; питома теплота пароутворення  $r = 2,26 \cdot 10^6$  Дж/кг.

$$(\Delta S = 88 \text{ Дж/К})$$

2.73. Кисень, маса якого 2 кг, збільшив свій об'єм в 5 разів один раз ізотермічно, другий раз адіабатично. Як буде змінюватись ентропія у цих двох випадках?

$$(\Delta S|_{T=const} = 0,84 \text{ Дж/К}; \Delta S|_{Q=const} = 0)$$

2.74. Знайти зміну ентропії при ізобарному розширенні азоту, маса якого 4 г, від об'єму 5 л до об'єму 9 л.

$$(\Delta S = 0,6 \text{ Дж/К})$$

2.75. У результаті ізохорного нагрівання водню масою 1 г тиск газу збільшився в два рази. Визначити зміну ентропії газу.

$$(\Delta S = 7,2 \text{ Дж/К})$$

### ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

#### *Рівняння стану ідеального та реального газів. Елементи молекулярно-кінетичної теорії*

1. Яка з формул виражає рівняння стану одного моля реального газу.

1	2	3
$\left(P + \frac{M^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2}\right) \cdot \left(V - \frac{M}{\mu} b\right) = \frac{M}{\mu} RT;$	$PV_{\mu} = RT;$	$PV = \frac{M}{\mu} RT;$

4	5
$\left(P + \frac{a}{V_{\mu}^2}\right) \cdot (V_{\mu} - b) = RT;$	$P = nkT.$

2. Яке з наведених рівнянь справджується для ізохорного процесу?

1	2	3	4	5
$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1};$	$PV = const;$	$V = aT;$	$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1};$	$P = bV^2.$

3. Яка з формул визначає основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеальних газів?

1	2	3	4	5
$\langle W_k \rangle = \frac{mv_{kr}^2}{2}$ ;	$P = nkT$ ;	$\langle W_k \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2}$ ;	$\langle W_k \rangle = \frac{3}{2} kT$ ;	$P = \frac{2}{3} n \langle W_k \rangle$ .

4. Функція розподілу молекул газу за швидкостями (розподіл Максвелла) має вигляд:

1	2	3
$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}}$ ;	$P = P_0 e^{-\frac{\rho g h}{RT}}$ ;	$f(v) = 4\pi v^2 \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m \cdot v^2}{2kT}}$ ;

4	5
$f(p) = Ap^2 e^{-\frac{p^2}{2mkT}}$ ;	$f(p, r) = C \cdot e^{-\frac{(p^2/2m) + U(r)}{kT}}$ .

5. За якою з наведених умов, можна визначити найімовірнішу швидкість молекул ідеального газу? Тут  $f$  – функція розподілу Максвелла.

1	2	3	4	5
$\sqrt{\int_0^{\infty} v^2 f dv}$ ;	$\int_0^{\infty} f dv = 1$ ;	$\frac{df}{dv} = 0$ ;	$\int_0^{\infty} v^2 f dv$ ;	$\int_0^{\infty} v f dv$ .

6. Вкажіть формулу, за якою можна обчислити середньоарифметичну швидкість газових молекул.

1	2	3	4	5
$\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ ;	$\sum_{i=1}^N \frac{v_i^2}{N}$ ;	$\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ ;	$\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ ;	$\sum_{i=1}^N \frac{v_i}{N}$ .

7. Молекули якого із зазначених газів, що входять до складу повітря, у рівноважному стані мають найменшу середньоквадратичну

швидкість?

1	2	3	4	5
$N_2$	$H_2O$	$O_2$	$CO_2$	$H_2$

8. Чому дорівнює середня кінетична енергія поступального руху молекул ідеального газу?

1	2	3	4	5
$\frac{3}{2}RT$ ;	$3kT$ ;	$\frac{i}{2}kT$ ;	$\frac{1}{2}kT$ ;	$\frac{5}{2}kT$ .

9. Чому дорівнює число ступенів вільності молекули води з жорстким зв'язком?

1	2	3	4	5
3	7	5	6	1

10. Вкажіть формулу, за якою обчислюється коефіцієнт вязкості.

1	2	3	4	5
$4\sqrt{2}\pi^2 n \langle v \rangle$ ;	$\frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ ;	$\frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle c_v \rho$ ;	$\frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho$ ;	$\frac{1}{4\sqrt{2}\pi^2 n}$ .

### ТЕРМОДИНАМІКА

1. За якою формулою визначається внутрішня енергія ідеального газу?

1	2	3
$\frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT - \frac{M^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V}$ ;	$\frac{M}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ ;	$\frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT$ ;

4	5
$\frac{M}{\mu} C_{v\mu} (T_1 - T_2)$ ;	$\frac{M}{\mu} C_{v\mu} dT$ .

2. Яка з формул виражає перший закон термодинаміки для ізобарного процесу?

1	2	3
$\Delta Q = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \Delta T + P \Delta V;$	$\Delta Q = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R \Delta T;$	$\Delta Q = \frac{M}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \frac{P_1}{P_2};$

4	5
$\Delta Q = 0;$	$A = - \Delta U.$

3. Який з наведених нижче виразів визначає молярну теплоємність при ізохорному процесі?

1	2	3	4	5
$\frac{i}{2} \cdot \frac{R}{\mu};$	$\frac{M}{\mu} \cdot \frac{i+2}{2} R;$	$\frac{i}{2} R;$	0;	$\infty.$

4. Який із зазначених газів при кімнатній температурі має найбільшу питому теплоємність  $c_p$  і  $c_v$ ?

1	2	3	4	5
$O_2$	$H_2$	$He$	$Ne$	$N_2$

5. Яка з наведених нижче формул визначає роботу газу при адіабатичному процесі?

1	2	3
$A_{12} = \frac{M}{\mu} RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1};$	$A_{12} = \frac{M}{\mu} C_{v\mu} (T_1 - T_2);$	$A_{12} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_1 V_1 - P_2 V_2).$

4	5
$A_{12} = P \cdot \Delta V;$	$A_{12} = 0;$

6. Яке з наведених рівнянь справджується для адіабатичного процесу?

1	2	3	4	5
$PV = const;$	$PV^\gamma = const;$	$T^\gamma P^{1-\gamma} = const;$	$TV^{\gamma-1} = const;$	$PV^{\alpha} = const.$

7. За якою формулою обчислюється кількість теплоти, наданої



системі при ізохорному процесі?

1	2	3	4	5
$\Delta Q = rM;$	$\Delta Q = \lambda M;$	$\Delta Q = Mc_v \Delta T;$	$\Delta Q = Mc_p \Delta T;$	$\Delta Q = C \Delta T.$

8. Вкажіть формулу, за якою обчислюється коефіцієнт корисної дії ідеальної теплової машини.

1	2	3	4	5
$\eta = \frac{A_k}{A_3};$	$\eta = \frac{N}{N_0};$	$\eta = \frac{A}{Q};$	$\eta = \frac{Q_1 -  Q_2 }{Q_1};$	$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$

9. Яка з формул є статистичним виразом другого закону термодинаміки?

1	2	3	4	5
$\Delta S \geq 0;$	$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T};$	$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0;$	$S = k \cdot \ln W;$	$dS = \frac{\delta Q}{T}.$

10. Які з формул визначають зміну ентропії при зміні агрегатного стану речовини?

1	2	3
$\Delta S = Mc \ln \frac{T_2}{T_1};$	$\Delta S = \frac{\lambda}{T} M;$	$\Delta S = \frac{r}{T} M;$

4	5
$\Delta S = Mc_v \ln \frac{P_2}{P_1} + Mc_p \ln \frac{V_2}{V_1};$	$\Delta S = Mc_v \ln \frac{T_2}{T_1}.$

## II.3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ДЕЯКИХ ТИПОВИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2.1

#### *Визначення коефіцієнта в'язкості рідини*

**Мета роботи:** ознайомитись з поняттям в'язкості; навчитися експериментально визначати різними методами коефіцієнт динамічної в'язкості рідини.

#### **Основні теоретичні відомості**

*В'язкість (внутрішнє тертя)* – виникнення сил тертя між шарами рідини або газу, які рухаються один відносно одного з різними швидкостями (див. § 10, М.П).

Явище внутрішнього тертя описується законом Ньютона:

$$dF = \eta \left| \frac{dv}{dz} \right| dS, \quad (1)$$

де  $dF$  – сила внутрішнього тертя,  $dv/dz$  – градієнт швидкості,  $dS$  – площа поверхні шару рідини (або газу), на яку діє сила  $dF$ , напрямлена по дотичній до цього шару,  $\eta$  – коефіцієнт динамічної в'язкості.

Коефіцієнт динамічної в'язкості  $\eta$  чисельно дорівнює силі внутрішнього тертя, що виникає між паралельними шарами рідини (газу) з площею поверхні  $1 \text{ м}^2$  за градієнта швидкості, рівного одиниці, тобто він є кількісною характеристикою в'язкості. В одиницях СІ коефіцієнт динамічної в'язкості  $\eta$  вимірюється в паскаль-секундах :

$$[\eta]_{\text{СИ}} = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Зазначимо, що в газах відстань між молекулами істотно більша від радіуса дії молекулярних сил. Тому в'язкість газів є наслідком хаотичного (теплого) руху молекул, в результаті якого відбувається постійний обмін молекулами між рухомими один відносно одного шарами газу. Це приводить до перенесення від шару до шару певних імпульсів.

В'язкість газу не залежить від густини газу чи тиску, оскільки під час стискування газу загальна кількість молекул, що переходять від шару до шару, збільшується, але зате кожна молекула неглибоко

проникає в сусідній шар і переносить менший імпульс.

Коефіцієнт динамічної в'язкості ідеальних газів визначається співвідношенням

$$\eta = \frac{1}{3} \rho v_{\text{ср}} \lambda_{\text{ср}}, \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина рідини (газу);  $v_{\text{ср}}$  – середня швидкість хаотичного руху молекул;  $\lambda_{\text{ср}}$  – середня довжина вільного пробігу молекул.

Коефіцієнт динамічної в'язкості залежить від природи рідини (газу) і температури. Зауважимо, що в газах швидкість зростає з підвищенням температури, тому в'язкість газів збільшується в процесі нагрівання (приблизно пропорційно  $\sqrt{T}$ ).

У рідинах, де відстані між молекулами набагато менші, ніж в газах, в'язкість зумовлена в першу чергу міжмолекулярними взаємодіями. Молекула рідини може проникнути у сусідній шар рідини лише у разі утворення в ньому порожнини, в яку може проникнути дана молекула. На утворення порожнини витрачається певна енергія  $E_A$  (так звана енергія активації). Ця енергія зменшується зі зростанням температури і зменшенням тиску. Тому в'язкість рідини різко зменшується з підвищенням температури і зростає з підвищенням тиску.

У певному інтервалі температур залежність коефіцієнта динамічної в'язкості рідин від температури виражається формулою:

$$\eta = \eta' e^{\frac{E_A}{KT}}, \quad (3)$$

де  $\eta'$  – значення коефіцієнта в'язкості при  $T \rightarrow \infty$ ;  $E_A$  – енергія активації. Наприклад, така залежність добре узгоджується з експериментальними даними для води, спирту, водних розчинів цукрози, мальтози, фруктози, патоки, гліцерину, рослинних олій тощо. Коефіцієнт в'язкості води при 20°C становить  $(1,002 \pm 0,001)$  мПа·с. Для низькомолекулярних рідин і розчинів солей  $\eta$  не перевищує кількох десятків Па·с.

В'язкість розчинів залежить від концентрації розчиненої речовини. Причому в'язкість розчину може бути і більшою, і меншою, ніж в'язкість чистого розчинника.

В'язкість речовини залежить від хімічної структури молекул. Слід зазначити, що в'язкість насичених вуглеводів, спиртів, органічних кислот зростає з підвищенням молекулярної маси.

Крім коефіцієнта динамічної в'язкості  $\eta$ , використовується поняття коефіцієнта кінематичної в'язкості  $\nu$ , який пов'язаний з  $\eta$

таким виразом:

$$v = \frac{\eta}{\rho}, \quad (4)$$

де  $\rho$  – густина речовини. В одиницях СІ коефіцієнт кінематичної в'язкості вимірюється в квадратних метрах на секунду ( $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ).

Великий діапазон значень коефіцієнтів динамічної в'язкості (від  $10^{-6}$  Па·с для газів до  $10^{12}$  Па·с для розплавів пластмас) зумовив різноманітність методів його вимірювання. Найчастіше використовуються метод Пуазейля (витікання рідини через калібрований капіляр) і метод Стокса.

### **Завдання 1: Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя способом витікання рідини через капіляр (метод Пуазейля).**

Метод полягає в пропусканні рідини через калібрований капіляр. Коефіцієнт  $\eta$  знаходять з формули для об'єму рідини  $V$ , що витікає за час  $t$  з капіляра. За формулою Пуазейля маємо:

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta P \cdot t}{8\eta \cdot L}, \quad (5)$$

де  $r$  – радіус капіляра;  $L$  – довжина капіляра;  $\Delta P$  – різниця тисків на кінцях капіляра.

Якщо рідина витікає під дією сили тяжіння, то різниця тисків  $\Delta P$  дорівнює гідростатичному тиску:

$$\Delta P = \rho g h, \quad (6)$$

де  $\rho$  – густина рідини;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $h$  – висота стовпчика рідини.

Підставивши значення  $\Delta P$  з формули (6) у формулу (5), знаходимо коефіцієнт динамічної в'язкості:

$$\eta = \frac{\pi^4 \rho g h t}{8V L}. \quad (7)$$

Якщо коефіцієнт  $\eta_0$  відомий для однієї рідини, наприклад для води, його легко можна визначити для досліджуваної рідини. Дійсно, для відомої рідини маємо:

$$\eta_0 = \frac{\pi^4 \rho_0 g h t_0}{8V L}. \quad (8)$$

Поділивши почленно формулу (7) на формулу (8), одержимо:

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{\rho t}{\rho_0 t_0}. \quad (9)$$

Далі, враховуючи співвідношення (4), для кінематичної в'язкості одержимо:

$$\frac{v_0}{v} = \frac{t_0}{t}. \quad (10)$$

Отже, коефіцієнти динамічної та кінематичної в'язкості можна визначити із таких формул:

$$\eta = \eta_0 \frac{\rho t}{\rho_0 t_0}; \quad (11)$$

$$v = v_0 \frac{t}{t_0}. \quad (12)$$

Досліди з визначення величин  $\eta$  та  $v$  зводяться лише до вимірювання часу витікання еталонної рідини ( $t_0$ ) і досліджуваної рідини ( $t$ ) з капіляра.

**Прилади і обладнання:** капілярний віскозиметр (віскозиметр Оствальда), термометр, термостат, секундомір, гумова груша, вимірювальна піпетка, дистильована вода, набір досліджуваних рідин.

**Опис установки:** Віскозиметр (рис. Л2.1.1) складається з вимірювального резервуара 1, який обмежується двома кільцевими мітками  $M_1$  і  $M_2$ . Резервуар переходить у капіляр 2, трубку 4 і резервуар 3, який з'єднується з вигнутою трубкою 6. Остання має резервуар 8 з двома мітками  $M_3$  і  $M_4$ , які вказують межі наповнення віскозиметра рідиною. Рідина з резервуара 1 по капіляру 2 витікає в резервуар 3.

Досліджувана рідина заливається у чистий віскозиметр через трубку 6 так, щоб рівень її встановився між мітками  $M_3$  і  $M_4$ .

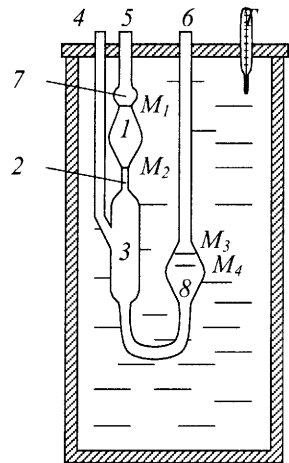


Рис. Л2.1.1

### Порядок виконання роботи

1. Залити у чистий віскозиметр дистильовану воду через трубку 6 так щоб рівень води встановився між мітками  $M_3$  і  $M_4$  резервуара 8.

2. На кінці трубок 4 і 5 надіти з'єднувальні гумові трубки, перша з яких має кран, друга – кран і гумову грушу.

3. За допомогою гумової груші втягнути рідину при закритій

трубці 4 до певного рівня вище поділки  $M_1$  (приблизно до половини резервуара 7) і перекрити кран, з'єднаний з трубкою 5.

4. Відкрити кран 4. Виміряти час  $t_0$  витікання дистильованої води. Для цього в момент проходження середньої частини меніска повз поділку  $M_1$  увімкнути секундомір. У момент проходження її повз поділку  $M_2$  вимкнути секундомір. Дослід повторити 5 разів.

5. Замінити дистильовану воду на досліджувану рідину і, повторюючи операції, що вказані в пунктах 4 і 5, визначити час витікання досліджуваної рідини  $t$ .

6. Значення густини води  $\rho_0$  і її коефіцієнта динамічної в'язкості  $\eta_0$  взяти з таблиці Л2.1.2 для відповідної температури приміщення, а значення густини досліджуваної рідини  $\rho$  задає лаборант.

7. Дослідити залежність коефіцієнта в'язкості розчинів від концентрації (за вказівкою викладача). Результати дослідження представити графічно.

8. Обчислити  $\eta_i$  для кожного досліду ( $i = 1, 2, \dots, 5$  – номер досліду), знайти його середнє значення. Розрахувати відхилення від середнього значення  $\Delta\eta_i$  і середньоквадратичне відхилення  $\sigma_\eta$ .

9. Результати дослідів та обчислень записати в таблицю Л2.1.1.

10. Визначити довірчий інтервал  $\Delta\eta$  за довірчої ймовірності  $P = 0,95$ .

11. Результат записати у вигляді:  $\eta = (\eta_{cp} \pm \Delta\eta)$ ;  $P = 0,95$ .

Таблиця Л2.1.1

$\rho_0 = \dots \text{ кг/м}^3 \quad \eta_0 = \dots \text{ мкПа}\cdot\text{с}, t = \dots ^\circ\text{C}, \rho = \dots \text{ кг/м}^3$						
№	$t_{0i}, \text{ с}$	$\Delta t_{0i}, \text{ с}$	$t_i, \text{ с}$	$\Delta t_i, \text{ с}$	$\eta_i, \text{ мкПа}\cdot\text{с}$	$\Delta\eta_i$
1						
...						
5						

## Завдання 2. Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя методом Стокса.

Метод полягає у тому, що коефіцієнт внутрішнього тертя визначається за швидкістю падіння кульки в рідині. На тверду кульку, що падає у в'язкій рідині, діють три сили (рис. Л2.1.2):

1) сила тяжіння

$$F_{\text{тяж}} = \rho_K g V = \rho_K g \frac{4}{3} \pi r^3, \quad (13)$$

$t^{\circ}\text{C}$	Густина води $\rho_0$ , кг / м <sup>3</sup>	Коефіцієнт динамічної в'язкості $\eta_0$ , мкПа · с
15	999,10	1198
16	998,94	1158
17	998,77	1119
18	998,59	1079
19	998,40	1040
20	998,20	1000
21	997,968	991
22	997,736	982
23	997,504	973
24	997,272	964
25	997,04	955

де  $\rho_K$  – густина речовини кульки;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $V$  – об'єм кульки;  $r$  – радіус кульки;

2) виштовхувальна сила, яка згідно з законом Архімеда дорівнює вазі рідини, витісненої кулькою,

$$F_A = \rho \cdot g \frac{4}{3} \pi r^3, \quad (14)$$

де  $\rho$  – густина рідини;

3) сила опору  $F_{on}$ , зумовлена силами внутрішнього тертя рідини.

Важливо зазначити, що тут відіграє роль не тертя кульки з рідиною, а тертя окремих сусідніх шарів рідини між собою: ближчі до поверхні кульки шари рідини наче прилипають до неї і рухаються зі швидкістю кульки; швидкість руху решти шарів тим менша, чим далі вони розташовані від кульки.

Якщо кулька падає в рідині, не залишаючи за собою ніяких завихрень (мала швидкість, мала кулька), то, як довів Стокс, сила опору дорівнює

$$F_{on} = 6\pi\eta r v, \quad (15)$$

де  $r$  – радіус кульки;  $v$  – швидкість руху кульки;  $\eta$  – коефіцієнт внутрішнього тертя.

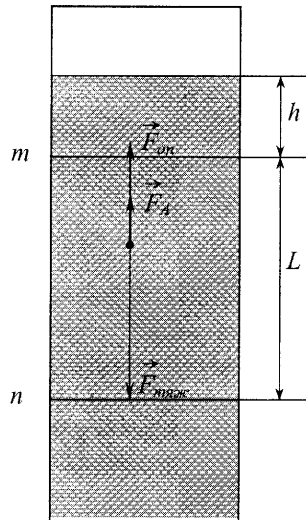


Рис. Л2.1.2

Як видно зі співвідношення (15), сила опору середовища зростає із зростанням швидкості руху.

За вільного падіння кульки в рідині всі три сили спрямовані по вертикалі: сила тяжіння – вниз, виштовхувальна сила і сила опору – вгору (див. рис. Л2.1.2). На початку падіння рівнодійна цих сил

$$R = F_{тяжс} - F_A - F_{оп}$$

не дорівнює нулю і спрямована вертикально вниз. Тому швидкість руху кульки, а значить і  $F_{оп}$ , зростає; при цьому рівнодійна сил  $R$  зменшується. Зростання швидкості відбувається доти, поки рівнодійна не дорівнюватиме нулю, тобто поки діючі на кульку сили не врівноважаться:

$$F_{тяжс} = F_A + F_{оп}. \quad (16)$$

Починаючи з цього моменту, кулька буде рухатись з постійною швидкістю. Такий рух називається усталеним (рівномірним). Підставивши в рівняння (16) значення з формул (13) – (15) і розв'язавши його відносно коефіцієнта внутрішнього тертя, одержимо

$$\eta = \frac{2 g(\rho_K - \rho) r^2}{9 v} = \frac{1}{18} \frac{g(\rho_K - \rho) D^2 t}{L}, \quad (17)$$

де  $D$  діаметр кульки ( $D=2r$ );  $L$  – шлях, пройдений кулькою при рівномірному русі за час  $t$ ; швидкість рівномірного руху кульки  $v = L/t$ .

Знаючи величини, які входять у праву частину формули (17), можна визначити коефіцієнт внутрішнього тертя рідини, в якій падає кулька.

Формула (17) справедлива для безмежного середовища. На рух кульки в рідині помітно впливають стінки посудини, в якій вона знаходиться. Якщо кулька падає вздовж осі циліндричної посудини, то при врахуванні наявності стінок маємо такий вираз для коефіцієнта в'язкості:

$$\eta = \frac{2 g(\rho_K - \rho) r^2 t}{9 L(1 + 2,4 r/R)}, \quad (18)$$

де  $R$  – радіус циліндричної посудини.

У формулі (18) наявність таких меж, як дно посудини та верхня поверхня рідини, не враховані.

При  $r \ll R$  наявністю стінок циліндричної посудини можна знехтувати і користуватися формулою (17).

**Прилади і обладнання:** скляний циліндр з досліджуваною



рідиною, кульки, мікромметр, лінійка (рулетка), секундомір, термометр.

**Опис приладу.** Прилад для визначення коефіцієнта внутрішнього тертя методом Стокса складається із скляної посудини (циліндра), яка наповнюється досліджуваною рідиною і має горизонтальні мітки  $n$  і  $m$  у вигляді гумових кілець, що охоплюють циліндр (рис. Л2.1.2).

Мітки розташовуються одна від другої на відстані  $L$ . Верхня мітка  $m$  розміщена на відстані  $h = 5-8$  см нижче верхнього рівня рідини, тобто у тому місці, де рух кульки можна вважати рівномірним.

### Порядок виконання роботи

1. За допомогою мікромметра виміряти діаметр  $D$  першої кульки.
2. Виміряти час падіння цієї кульки від мітки  $m$  до мітки  $n$ . Для цього занурити кульку в рідину якомога ближче до осі циліндра і відпустити її. В момент проходження кулькою верхньої мітки  $m$  запустити секундомір, а в момент проходження нижньої мітки  $n$  зупинити.
3. Шлях  $L$ , пройдений кулькою, дорівнює відстані між мітками і вимірюється за допомогою лінійки.
4. Вимірювання повторити для п'яти кульок.
5. Оскільки на в'язкість рідин значно впливає температура, необхідно виміряти температуру повітря  $T$  в лабораторії.
6. Користуючись формулою (17), обчислити коефіцієнт внутрішнього тертя  $\eta_i$  для кожного досліду ( $i$  – номер досліду) і знайти його середнє значення  $\eta_{cp}$ . Знайти відхилення від середнього значення  $\Delta\eta_i$ , розрахувати середньоквадратичне відхилення  $\sigma_{\eta}$ . При довірчій ймовірності  $P = 0,95$  знайти довірчий інтервал  $\Delta\eta$ .
7. Результати всіх вимірювань та обчислень записати в таблицю Л2.1.3.

Таблиця Л2.1.3

$\rho_k = \dots \text{ кг/м}^3$		$\rho = \dots \text{ кг/м}^3; L = \dots \text{ м}$		$t = \dots \text{ }^\circ\text{C}$
Кулька №	$D, \text{ м}$	$t, \text{ с}$	$\eta_i, \text{ Па}\cdot\text{с}$	$\Delta\eta_i, \text{ Па}\cdot\text{с}$
1				
...				
5				
Середнє	-	-		

8. Записати результат у вигляді

$$\eta = (\eta_{cp} \pm \Delta\eta), P = 0,95.$$

### Контрольні запитання

1. Що називається в'язкістю або внутрішнім тертям?
2. Як напрямлена сила внутрішнього тертя? Чим обумовлене її виникнення?
3. В чому полягають методи Пуазейля і Стокса?
4. Які сили діють на кульку, що падає у рідині?
5. Чому, починаючи з певного часу, кулька рухається рівномірно?
6. Як змінюється швидкість кульки зі збільшенням її діаметра?
7. Що називається коефіцієнтом динамічної в'язкості і в яких одиницях він вимірюється?
8. Що називається коефіцієнтом кінематичної в'язкості і в яких одиницях він вимірюється?
9. Яким співвідношенням пов'язані коефіцієнти динамічної і кінематичної в'язкості?
10. Запишіть формули для коефіцієнта динамічної в'язкості ідеального газу та рідини.
11. Як залежить коефіцієнт в'язкості від температури?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2.2

#### *Визначення коефіцієнта теплопровідності металу*

**Мета роботи:** ознайомитися з явищем теплопровідності, навчитися визначати коефіцієнт теплопровідності методом Христіансена.

#### Теоретичні відомості

Явище теплопровідності являє собою процес передавання тепла від більш нагрітого шару якогось середовища до менш нагрітого (див. §10, М.ІІ).

Кількість теплоти  $\Delta Q$ , що проходить за час  $\Delta t$  крізь площу  $\Delta S$ , перпендикулярну до осі  $Ox$ , вздовж якої переноситься кількість теплоти, пропорційне величині площі  $\Delta S$ , різниці температур  $\Delta T$  шарів, між якими відбувається процес переносу, часу протікання процесу  $\Delta t$ , і обернено пропорційне відстані  $\Delta x$  між досліджуваними шарами:

$$\Delta Q = -k \frac{\Delta T}{\Delta x} \Delta S \cdot \Delta t, \quad (1)$$

де  $k$  – коефіцієнт теплопровідності, який чисельно дорівнює тій кількості теплоти, яка переноситься за одиницю часу крізь одиницю площі, перпендикулярної потоку тепла при одиничному градієнті температури.

**Прилади і обладнання:** прилад для вивчення явища теплопровідності (прилад Христіансена); еталонний і досліджуваний диски; кип'ятильник; три термометри; дві гумові трубки для підведення пари і води; станиолеві листочки.

**Опис приладу.** Прилад для визначення коефіцієнта теплопровідності (рис. Л2.2.1) складається з двох низьких латунних циліндрів  $A$  і  $B$  з отворами для пропускання пари і води. Між циліндрами розміщені три мідних диски 1, 2, 3 з отворами для термометрів. Крізь циліндр  $A$  пропускається пара, а через циліндр  $B$  – холодна вода. Між дисками 1 і 2 розміщується диск з відомим коефіцієнтом теплопровідності  $k_1$  (еталонний диск  $l_1$ ), а між дисками 2 і 3 – з невідомим  $k_2$  (досліджуваний диск  $l_2$ ). Диски з відомим і невідомим коефіцієнтами теплопровідності мають радіус менший, ніж інші.

Якщо пропускати пару крізь верхній циліндр  $A$ , а холодну воду – крізь нижній  $B$ , то з часом установиться стаціонарний процес перенесення тепла від гарячого циліндра до холодного, отже, і від одного диска до другого. Кількість теплоти, яка переноситься від диска 1 до диска 2, згідно з формулою (1) дорівнює

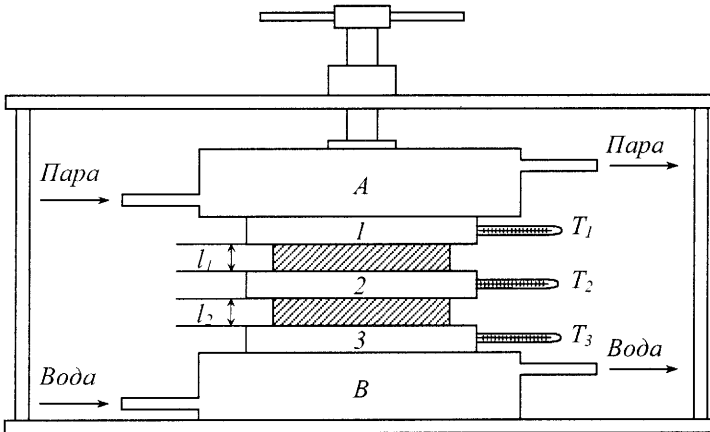


Рис. Л2.2.1

$$\Delta Q_1 = k_1 \frac{T_1 - T_2}{l_1} \cdot \Delta S_1 \cdot \Delta t, \quad (2)$$

де  $l_1$  – товщина еталонного диска, а  $\Delta S_1$  – його площа. Кількість теплоти, перенесеної за той же час від диска 2 до диска 3 через досліджуваний диск, дорівнює

$$\Delta Q_2 = k_2 \frac{T_2 - T_3}{l_2} \cdot \Delta S_2 \cdot \Delta t, \quad (3)$$

де  $l_2$  – коефіцієнт теплопровідності досліджуваного диска,  $\Delta S_2$  – його площа.

Коли потік тепла стаціонарний (покази термометрів з часом не змінюються) і площа еталонного диска дорівнює площі досліджуваного, тоді через ці диски проходять однакові кількості теплоти, тобто  $Q_1 = Q_2$ . Звідси коефіцієнт теплопровідності досліджуваного диска виразиться формулою:

$$k_2 = k_1 \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_3} \cdot \frac{l_2}{l_1}. \quad (4)$$

### Порядок виконання роботи

1) Виміряти мікрометром або штангенциркулем в кількох місцях товщину еталонного  $l_1$  і досліджуваного  $l_2$  дисків. За результатами вимірів знайти середні значення цих величин  $\langle l_1 \rangle$  і  $\langle l_2 \rangle$  та абсолютні похибки їх вимірювань.

2) Розмістити диски так, як описано в теоретичній частині роботи. Вставити термометри в отвори дисків 1, 2 і 3, обмотавши їх для кращого контакту станіолем.

3) З'єднати гумовими трубками циліндр  $A$  з кип'ятильником, а циліндр  $B$  з водопровідним краном. Нагріти в кип'ятильнику воду до кипіння і, коли піде пара, дещо відкрити водопровідний кран, пустивши струмину холодної води. Після деякого часу (8 – 10 хвилин) почати спостереження за зміною температури дисків. Коли покази термометрів перестануть змінюватися, відмітити температуру кожного диска.

4) Обчислити за формулою (4) коефіцієнт теплопровідності досліджуваного диска (коефіцієнт еталонного диска дає лаборант).

Результати всіх вимірювань і обчислень записати в таблицю.

Товщина дисків, м		Температура дисків, °C			Коеф. теплопр.
$\langle l_1 \rangle$	$\langle l_2 \rangle$	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$k_2$

5) Обчислити відносну похибку вимірювання коефіцієнта теплопровідності за формулою:

$$\frac{\Delta k_2}{k_2} = \frac{\Delta k_1}{k_1} + \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{T_1 + T_2} + \frac{\Delta T_2 + \Delta T_3}{T_2 + T_3} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{\Delta l_2}{l_2}.$$

Абсолютні похибки  $\Delta l_1$  і  $\Delta l_2$  визначаються як середнє арифметичне абсолютних похибок окремих вимірювань, а для інших величин – по точності вимірювальних приладів [21].

### Контрольні запитання

- 1) Що називається коефіцієнтом теплопровідності і в яких одиницях він вимірюється?
- 2) В чому полягає даний метод визначення коефіцієнта теплопровідності?
- 3) Чи можна пропускати пару через нижній циліндр  $B$ , а через верхній циліндр  $A$  – воду?
- 4) Як впливає на точність результату товщина досліджуваного диска?
- 5) Чому в розрахунках використовується тільки стабільна температура дисків?
- 6) Як визначаються відносна і абсолютна похибка результату? Чому в даній роботі статистична обробка результатів відрізняється від запропонованої обробки в попередніх роботах?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2.3

#### *Визначення показника адиабати для повітря*

**Мета роботи:** ознайомитись з такими поняттями, як питома і молярна теплоємності газу та їх залежністю від характеру процесу в газі; навчитися визначати показник адиабати для повітря.

#### Основні теоретичні відомості

*Адіабатичним* називається процес, що проходить без теплообміну з навколишнім середовищем. Процес дуже швидкого стиснення або розширення газу є найбільш наближеним до адіабатичного.

При адіабатичному процесі одночасно змінюються всі три параметри газу  $P$ ,  $V$  і  $T$ , залежність між ними описує рівняння Менделєєва-Клапейрона. Співвідношення між тиском і об'ємом задовольняє рівняння Пуассона:

$$PV^\gamma = const. \quad (1)$$

Тут  $\gamma = \frac{C_{p\mu}}{C_{v\mu}} = \frac{i+2}{i}$ , де  $C_{p\mu}$  і  $C_{v\mu}$  – молярні теплоємності при

сталому тиску та сталому об'ємі відповідно,  $i$  – число ступенів вільності молекули (див. §§ 8, 13–15, М.ІІ).

**Прилади та обладнання:** посудина (скляний балон) з кранами; водяний манометр; гумова груша.

**Опис установки.** Лабораторна установка (рис. Л2.3.1) складається зі скляної посудини 7, на горловині якої закріплений великий кран 4, водяного манометра 3, гумової груші 6.

У корпусі крана 4 є штуцер з краном 5, до якого приєднана гумова груша 6, а до другого штуцера – гумова трубка, що з'єднує

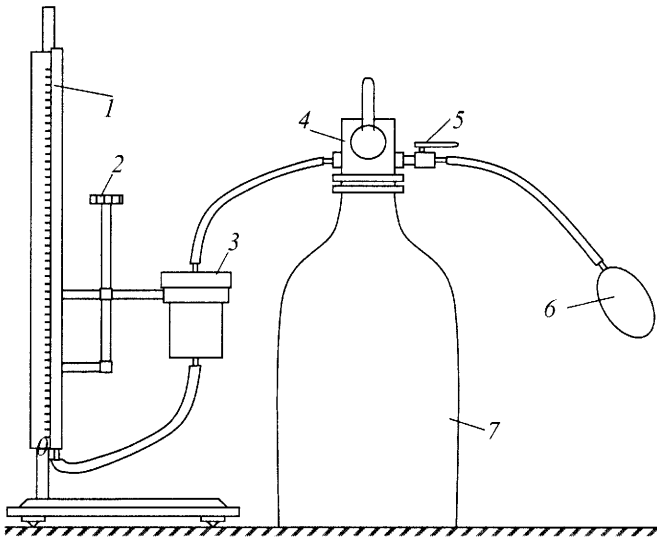


Рис. Л2.3.1

посудину 7 з манометром 3.

Якщо ручка крана 4 у вертикальному положенні, то завдяки отворам в його корпусі посудина 7 з'єднується з атмосферою, якщо у горизонтальному – посудина герметично закрита.

Ручка крана 4 може прокручуватись на  $180^\circ$  (фіксовані крайні його положення). Діаметр отворів у корпусі крана 4 великий (15 мм), тому тиск повітря в посудині 7 вирівнюється з атмосферним миттєво.

Достатньо плавно перевести ручку крана від одного крайнього положення в інше.

Манометр змонтований на штативі і складається з бачка 3, наповненого дистильованою водою, вертикальної вимірювальної скляної трубки 1 з метричною шкалою, нижній кінець якої з'єднаний з манометричним бачком 3. Верхній кінець вимірювальної трубки 1 відкритий, тому стовп води в ній зрівноважує надлишковий тиск у посудині 7.

За відсутності надлишкового тиску у посудині 7 рівень води у вимірювальній трубці має збігатись з нулем шкали.

Відношення  $C_{p\mu}/C_{v\mu}$  визначається з використанням показаної на рис. Л2.3.1 експериментальної установки. Метод вимірювання передбачає проведення двох процесів з повітрям: ізохорного нагрівання та адіабатичного розширення.

Посудину (скляний балон), що містить повітря при температурі  $T_1$  і за атмосферного тиску  $p_a$ , герметично закривають краном 4. Потім грушею 6 нагнітають у нього повітря. В результаті нагнітання в балоні встановиться тиск  $p_1$ , а повітря в ньому матиме молярний об'єм  $V_{1\mu} = V/v_1$ . Тут  $V$  – об'єм посудини,  $v_1 = M_1/\mu$  – кількість молів речовини. Одночасно при цьому повітря нагрівається, тому слід почекати 3–4 хв, поки температура в балоні зрівняється з температурою навколишнього середовища  $T_1$ . Тоді тиск у ньому дорівнюватиме  $P_1 = P_a + \rho gh_1$ , де  $\rho gh_1$  – надлишковий тиск у балоні (відповідна висота стовпчика води  $h_1$  у вимірювальній трубці 1 рідинного манометра 3). Отже, параметри першого стану (I) повітря в балоні мають значення  $T_1, V_1, P_1$ .

Після вирівнювання температур (коли висота  $h_1$  стовпчика води у трубці 1 досягне певної сталої величини) швидко відкривають і закривають кран 4. При цьому молярний об'єм повітря, що міститься в балоні 7, швидко збільшується до значення  $V_2 = \frac{V}{v_2}$ , а тиск спадає до атмосферного ( $P_2 = P_a$ ). Цей процес вважають адіабатним, тому що проходить він швидко, і помітного теплообміну між стінками балона та навколишнім середовищем не відбувається. Температура повітря в балоні знижується до  $T_2$  (II стан –  $T_2, V_2, P_2$ ).

Через 3-4 хв температура повітря в балоні 7 досягне кімнатної температури  $T_1$ . Молярний об'єм повітря залишається незмінним  $V_2$ , а тиск у процесі нагрівання повітря зростає до  $P_3$ , при цьому висота водяного стовпа в манометричній трубці 1 досягне рівня  $h_2$ . Тоді тиск  $P_3 = P_a + \rho gh_2$  (III стан –  $T_1, V_2, P_3$ ).

Перехід повітря із I стану в II – адіабатний. Тому згідно з рівнянням Пуассона, запишемо:

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma. \quad (2)$$

Враховуючи, що в станах I і III температура повітря однакова, згідно із законом Бойля–Маріотта можна записати:

$$P_1 V_1 = P_3 V_3. \quad (3)$$

Розв'язуючи рівняння (7) та (8) відносно  $\gamma$ , отримаємо:

$$\gamma = \frac{\lg P_1 - \lg P_2}{\lg P_1 - \lg P_3}. \quad (4)$$

Оскільки  $P = P_a + \rho gh_1$ ;  $P_2 = P_a$ ;  $P_3 = P_a + \rho gh_2$ , співвідношення (4) набуде вигляду:

$$\gamma = \frac{\lg(P_a + \rho gh_1) - \lg P_a}{\lg(P_a + \rho gh_1) - \lg(P_a + \rho gh_2)}. \quad (5)$$

Розкладемо  $\lg P_1$  і  $\lg P_3$  в ряд Тейлора і обмежимося першими членами цього ряду:

$$\lg P_1 = \lg(P_a + \rho gh_1) = \lg P_a + \frac{\rho gh_1}{P_a}; \quad (6)$$

$$\lg P_3 = \lg(P_a + \rho gh_2) = \lg P_a + \frac{\rho gh_2}{P_a}.$$

Підставляючи вирази (6) в рівняння (5), отримаємо формулу для обчислення показника адіабати:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (7)$$

Співвідношення (7) є робочою формулою для визначення показника адіабати ідеального газу в даній роботі.

### Порядок виконання роботи

1. При відкритому крані 4 перевірити рівень води у вимірювальній трубці 1 манометра і у разі потреби встановити його на нуль шкали за допомогою гвинта 2.

2. Закрити кран 4, який з'єднує посудину 7 з атмосферою. Відкрити малий кран 5, котрий з'єднується з грушею.

3. Нагнітати повітря в посудину 7 доти, доки вода у вимірювальній трубці підніметься на висоту 40–45 см. Потім закрити малий кран 5.

4. Протягом 3–4 хв чекаємо, поки температура повітря у посудині 7 вирівняється з температурою навколишнього середовища



(перестане змінюватися рівень води у вимірювальній трубці манометра).

5. За шкалою відрахувати висоту  $h_1$  водяного стовпа у вимірювальній трубці I манометра.

6. Плавно перевести ручку крана 4, що з'єднує посудину 7 з атмосферою, від одного крайнього положення до іншого.

7. Почекати 3–4 хв, поки температура повітря у посудині 7 дорівнюватиме температурі навколишнього середовища (тобто поки вода у трубці манометра перестане підніматися).

8. Відрахувати рівень води  $h_2$  у вимірювальній трубці I.

9. Вимірювання  $h_1$  і  $h_2$  повторити п'ять разів. Результати обчислень і вимірювань записати в таблицю Л2.2.

Таблиця Л2.2.

№	$h_{1к}$	$h_{2к}$	$\gamma_k$	$\Delta\gamma =  \gamma_{\text{сп}} - \gamma_k $	$\gamma_{\text{теор.}}$	$\varepsilon = \frac{ \gamma_{\text{теор.}} - \gamma_{\text{сп}} }{\gamma_{\text{теор.}}}$
1					–	
...					–	
5					–	
Середнє						

10. Для кожного досліді за формулою (7) обчислити величину показника адіабати  $\gamma_k$  ( $k$  – номер досліді) і знайти його середнє значення  $\gamma_{\text{сп.}}$ .

11. Обчислити абсолютну похибку  $\Delta\gamma_k = |\gamma_{\text{сп}} - \gamma_k|$  для кожного досліді та середньоквадратичне відхилення  $\Delta\gamma$  за довірчої ймовірності  $P = 0,95$ .

12. Записати результат в інтервальній формі

$$\gamma = (\gamma_{\text{сп}} \pm \Delta\gamma); P = 0,95.$$

13. Обчислити теоретичне значення  $\gamma_{\text{теор.}}$ , допускаючи, що повітря можна вважати двоатомним газом. Порівняйте його з  $\gamma_{\text{сп.}}$ .

### Контрольні запитання

1. Якими параметрами характеризується стан газу?
2. Що називається ізопроцесом і які ізопроцеси ви знаєте?
3. Який процес називається адіабатичним? Наведіть приклади процесів близьких до адіабатичних в природі і в техніці.
4. Сформулюйте перший принцип термодинаміки, застосуйте

його до відомих вам ізопроцесів та до адіабатичного процесу.

5. Дайте означення теплоємності, молярної та питомої теплоємностей. В яких одиницях вони вимірюються?

6. Від чого залежить теплоємність газів? Чому дорівнюють теплоємності при ізотермічному та при адіабатичному процесах?

7. Виведіть формули для молярних теплоємностей при сталому тиску  $C_{pm}$  та при сталому об'ємі  $C_{vm}$ .

8. Запишіть формулу Майєра. Який фізичний зміст універсальної газової сталої  $R$ ?

9. Запишіть рівняння Пуассона для адіабатичного процесу. Порівняйте його з рівнянням Бойля-Маріотта для ізотермічного процесу та з рівнянням політропи.

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2.4

##### *Вимірювання деяких термодинамічних характеристик процесу плавлення олова*

**Мета роботи** – одержати діаграму нагрівання і плавлення (охолодження і тверднення) олова; виміряти температуру плавлення олова, визначити питому теплоту плавлення та приріст ентропії.

##### **Основні теоретичні відомості**

У процесі нагрівання твердого кристала збільшується енергія теплового руху структурних одиниць (атомів, молекул), що призводить до послаблення міжмолекулярних зв'язків і може зруйнувати кристалічну ґратку, внаслідок чого тіло стає рідким.

*Плавлення* – це рівноважний фазовий перехід твердого кристалічного тіла до рідкого стану, який супроводжується поглинанням теплоти. *Температура плавлення* – це температура рівноважного фазового переходу з твердого стану в рідкий за сталого тиску. Для *кристалічних тіл* процес плавлення відбувається при певній температурі, яка залишається сталою в процесі плавлення. *Аморфні тіла* не мають кристалічної ґратки, і процес плавлення відбувається в певному інтервалі температур (інтервал розм'якшення).

Зворотним до плавлення є процес *тверднення* (для кристалічних тіл його називають процесом кристалізації). Під час плавлення тверде тіло поглинає певну кількість теплоти  $\Delta Q$ , а під час тверднення виділяє ту саму кількість теплоти:

$$\Delta Q = \lambda m. \quad (1)$$

Важливою характеристикою плавлення є *питома теплота плавлення*  $\lambda$ . Це величина, що чисельно дорівнює кількості теплоти, необхідної для розплавлення одиниці маси твердого тіла, взятого при температурі плавлення.

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{m}. \quad (2)$$

Одиницею питомої теплоти плавлення в СІ є (Дж / кг).

Одним з поширених методів визначення температури плавлення  $T_{пл}$  і питомої теплоти плавлення  $\lambda$  є метод зняття діаграм плавлення або тверднення (залежності температури речовини від часу) в процесі нагрівання.

Діаграми плавлення і тверднення кристалічного тіла показані відповідно на рис. Л2.4.1 і рис. Л2.4.2. На графіках по осі ординат

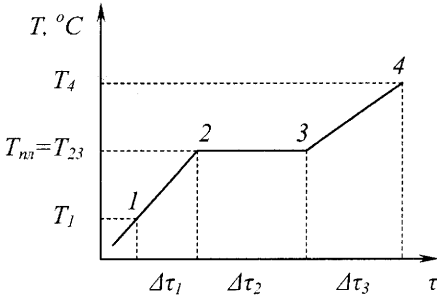


Рис. Л2.4.1

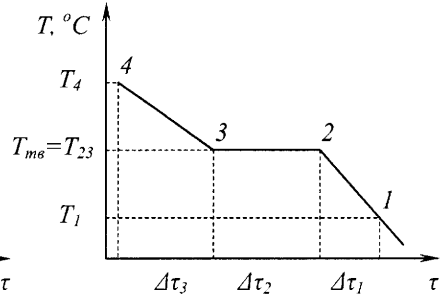


Рис. Л2.4.2

відкладено температуру  $T$ , по осі абсцис – час  $\tau$ . На діаграмах  $\Delta\tau_1$  – час нагрівання (охолодження) твердого кристалічного тіла,  $\Delta\tau_2$ , або  $\Delta\tau_{фн}$  – час плавлення (тверднення), або час фазового переходу кристалічного тіла,  $\Delta\tau_3$  – час нагрівання (охолодження) рідини.

Розглянемо діаграму тверднення (рис. Л2.4.2). Кожна ділянка графіка відповідає процесам, в яких відбувається зменшення внутрішньої енергії  $\Delta U$  за рахунок виділення теплоти  $\Delta Q$ . На ділянках 4–3 та 2–1 речовина охолоджується і виділяється кількість теплоти

$$\Delta Q = \Delta Q_{4-3} + \Delta Q_{2-1} = cm(T_4 - T_3) + cm(T_2 - T_1),$$

де  $c$  – питома теплоємність речовини поблизу температури плавлення. На ділянці 2–3 відбувається фазовий перехід (тверднення) і виділяється кількість теплоти

$$\Delta Q_{2-3} = \lambda m. \quad (3)$$

Зміну внутрішньої енергії можна виразити через теплову потужність. *Теплова потужність*  $N$  – це величина, яка дорівнює зміні внутрішньої енергії за одиницю часу:

$$N = \frac{\Delta U}{\Delta \tau} = \frac{\Delta Q}{\Delta \tau} \quad (4)$$

Процес зміни внутрішньої енергії супроводжується зміною ентропії:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}, \quad (5)$$

де  $dS$  – зміна ентропії;  $\delta Q$  – кількість виділеної теплоти;  $T$  – температура системи.

**Прилади та обладнання:** тигель з оловом, посудина Дьюара, термопара, потенціометр, нагрівник, підставка.

### Опис установки

Схематичне зображення експериментальної установки подано на рис.Л2.4.3.

Гарячий спай термопари 1 поміщений в тигель з оловом і знаходиться на підставці 2, що утримується кронштейном 3, з допомогою стопорного гвинта 4. Потенціометр 5 проводить автоматичний запис сигналу, який поступає від термопари 6, холодний спай термспари 7 знаходиться в посудині Дьюара 8.

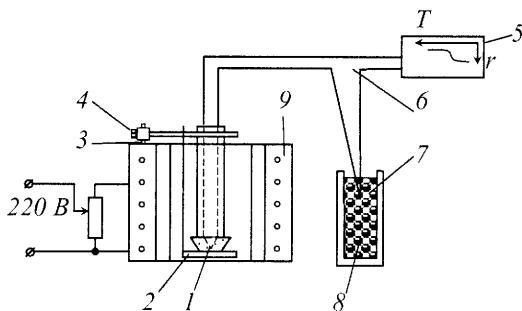


Рис. Л2.4.3

Посудину (тигель) з досліджуваною речовиною вміщують в електронагрівну піч 9, нагрівають вище температури плавлення, а потім вимикають нагрівник і вимірюють за допомогою самописця КСП-4 температуру речовини в тиглі до повного тверднення. Температуру початку й кінця експерименту беруть такою, щоб виконувалась умова:  $\Delta\tau_1 = \Delta\tau_2 = \Delta\tau_3$  (див. рис. Л2.4.2). При досить повільному охолодженні можна вважати, що температури проби (олова) і тигля однакові в усіх точках. Ці температури відкладені на рис.Л2.4.2 по вертикальній осі. Ліва спадна частина кривої тверднення відповідає охолодженню розплаву в тиглі, права –

оохолодженню твердого зразка. Теплова потужність  $N$  на кожній з цих ділянок дорівнює зміні внутрішньої енергії системи за одиницю часу і визначається рівнянням:

$$N = (mc + m_1c_1) \frac{dT}{d\tau}. \quad (6)$$

Маса проби металу (олова)  $m$  і тигля (міді)  $m_1$ , а також їх питомі теплоємності поблизу температури плавлення відомі:  $c = 2,66 \cdot 10^2 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ,  $c_1 = 4,09 \cdot 10^2 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ .

Горизонтальна ділянка зображає процес тверднення (кристалізації) олова. Її ордината – температура тверднення, а приріст абсциси – час фазового переходу  $\tau_{\phi.n}$ . Для цього процесу справджується рівняння

$$N \Delta \tau_{\phi.n} = \lambda m_1, \quad (7)$$

де  $\lambda$  – питома теплота плавлення (тверднення).

Виключивши  $N$  з формул (1) і (2), знайдемо

$$\lambda = \frac{mc + m_1c_1}{m} \Delta \tau_{\phi.n} \frac{dT}{d\tau}. \quad (8)$$

Зауважимо, що процес тверднення і наступного охолодження твердого олова супроводжується зміною ентропії:

$$\begin{aligned} \Delta S &= S_1 - S_4 = \int_1^4 \frac{d'Q}{T} = \int_{T_1}^{T_{ns}} cm \frac{dT}{T} + \frac{\lambda m}{T_{ns}} + \int_{T_{ns}}^{T_4} c'm \frac{dT}{T} = \\ &= cm \ln \frac{T_{ns}}{T_1} + \frac{\lambda m}{T_{ns}} + c'm \ln \frac{T_4}{T_{ns}}, \end{aligned} \quad (9)$$

де  $c' = 2,46 \cdot 10^2 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$  – питома теплоємність твердого олова.

### Порядок виконання роботи

1. Перевірити наявність льоду в посудині Дьюара.

2. Ввімкнути нагрівник і потенціометр (тумблери розташовані на нагрівнику та потенціометрі).

3. Нагрів проводити доти, поки датчик потенціометра не дійде до точки «розплав».

4. Вимкнути нагрівник.

5. Ввімкнути протяжку діаграмної плівки тумблером на потенціометрі «Діаграма».

6. Охолодження проводити, поки датчик потенціометра не дійде до точки «тверде тіло».

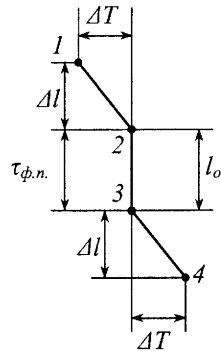


Рис. Л2.4.4

7. Зняти діаграмну плівку з експериментальними результатами.  
8. Користуючись діаграмою тверднення, зображеною на стрічці КСП-4, знайти температуру плавлення (кристалізації) олова  $T_{пл}$ .

9. Визначити питому теплоту плавлення  $\lambda$ . Для цього:

а) відмітити точки початку і кінця процесів 1–4; виміряти довжину  $l_0$  вертикального відрізка, обчислити час тверднення  $\tau_{ф.н} = l_0/v$ , де  $v$  – швидкість протягування стрічки потенціометра;

б) виділити прямолінійні ділянки діаграми поблизу області фазового переходу (ділянки 1–2, 3–4 на рис. Л2.4.4); визначити за діаграмою прирости температури  $\Delta T$  і довжини стрічки  $\Delta l$ ; за формулою  $\Delta\tau = \Delta l/v$  обчислити швидкість охолодження зразка. В розрахунках врахувати, що

$$dT/d\tau \approx \Delta T/\Delta\tau, \quad (10)$$

в) записати значення маси проби металу  $m$  та маси тигля  $m_1$ ;

г) за допомогою формули (8) обчислити питому теплоту плавлення  $\lambda$  і приріст ентропії  $\Delta S$  для процесів 1–4;

д) за формулою (9) обчислити приріст ентропії  $\Delta S$ .

### Контрольні запитання

1. Що називається питомою теплотою плавлення?
2. Чим відрізняються аморфні тіла від кристалічних?
3. Чому температура кристалічних тіл у процесі плавлення або тверднення не змінюється?
4. Що називається тепловою потужністю?
5. Сформулювати другий принцип термодинаміки.
6. Як визначається зміна ентропії при термодинамічних процесах?
7. Від чого залежить час фазового переходу  $\tau_{ф.н}$ ?
8. Оцінити зміну внутрішньої енергії олова при переході з твердого стану до рідкого.

## МОДУЛЬ ІІІ. ЕЛЕКТРИКА

### ІІІ.1. ЛЕКЦІЙНИЙ МАТЕРІАЛ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

Усі фізичні явища пов'язані з тими чи іншими взаємодіями, які проявляються у вигляді різних сил. Сили пружності, завдяки яким тверді тіла зберігають свою форму, які протидіють зміні об'єму рідини і стисненню газів, сили тертя, які гальмують рух твердих тіл, рідин і газів, і, нарешті, сили наших м'язів – все це електромагнітні сили.

У повсякденному житті, за невеликими винятками (наприклад, притягання до Землі і припливів) ми зустрічаємося тільки з різними видами електромагнітних взаємодій.

Електромагнітні сили дають нам змогу бачити навколишній світ, бо світло можна інтерпретувати як одну з форм електромагнітних взаємодій. Саме життя неможливе без цих сил. Живе створіння, і навіть людина, як показали польоти космонавтів, здатні довгий час існувати у стані невагомості. Але якби хоч на мить припинилася дія електромагнітних сил, то відразу зникло б і життя. Будова атомної оболонки, з'єднання атомів у молекули і утворення речовини обумовлюються тільки електромагнітними силами. Зокрема, пружна сила пари теж має електромагнітну природу. Тому зміна «віку пари» «віком електрики» означала лише зміну епохи, коли людство не вміло керувати електромагнітними силами, епохою, коли воно навчилася розпоряджатися ними на власний розсуд. Зараз немає виробництва, де б не використовувалася електрична енергія. Без неї немислимий науково-технічний прогрес. Через це вивчення електромагнітних взаємодій для пізнання явищ природи і опанування сучасної техніки є надзвичайно важливим.

#### ЕЛЕКТРОСТАТИКА

##### *§1. Електричні заряди. Закон збереження електричного заряду. Закон Кулона*

Термін «електрика» походить від грецької назви бурштину, який при терті набуває здатності притягати легкі предмети. Прийнято вважати, що при цьому бурштин заряджається негативно. Другий вид електричного заряду – позитивний – виникає на скляній паличці, натертій шовком.

Електричний заряд будь-якого тіла, або системи тіл, складається з цілого числа *елементарних* зарядів, які дорівнюють  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл. Найменшим за масою спокою носієм позитивного заряду є *протон*, маса якого  $m_p$  дорівнює приблизно  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг; найменшою за масою спокою частинкою, що є носієм негативного елементарного заряду, є *електрон* ( $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг). Електрони і протони входять до складу атомів усіх хімічних елементів.

У системі можуть утворюватися нові заряджені частинки, наприклад, позитивні і негативні іони в розчинах електролітів. Але коли система електроізолювана, то алгебраїчна сума зарядів завжди дорівнює нулю.

У результаті дотику і при терті двох електронейтральних тіл, заряди (електрони) переходять від одного тіла до іншого. Тіла, в яких виник надлишок електронів, заряджаються негативно (ебонітова паличка), тіла, які втратили частину електронів – позитивно (сукно). Але сумарний заряд згаданих вище тіл дорівнює нулю.

Наведені приклади є ілюстрацією закону збереження електричного заряду: *алгебраїчна сума електричних зарядів тіл або частинок, які входять до складу електроізолюваної системи, не змінюється при будь-яких процесах, що відбуваються в цій системі.*

Зауважимо, що в сучасній науці утверджується гіпотеза про існування *кварків*, заряди яких дорівнюють  $+\frac{2}{3}$  і  $-\frac{1}{3}$  елементарного заряду.

*Точковим електричним зарядом* називається заряджене тіло, формою і розмірами якого можна знехтувати в даній задачі. Наприклад, два заряджених тіла можна вважати точковими зарядами, якщо їхні розміри набагато менші за відстань між ними.

Розділ електрики, в якому вивчається взаємодія і властивості електричних зарядів, нерухомих відносно вибраної інерційної системи відліку, називається *електростатикою*.

Сили електростатичної взаємодії заряджених тіл підлягають експериментально встановленому Кулоном закону (1785 р.): *сила взаємодії двох точкових зарядів прямо пропорційна добутку величин цих зарядів і обернено пропорційна квадратові відстані між ними :*

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1)$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності, який у СІ дорівнює

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon}. \quad (2)$$



Тут  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – електрична стала,  $\varepsilon$  – відносна діелектрична проникність середовища. Ця величина характеризує електричні властивості різних середовищ. У вакуумі  $\varepsilon = 1$ , у гасі  $\varepsilon = 2$ , у воді  $\varepsilon = 81$  тощо. Відносна діелектрична проникність середовища, зокрема, показує, у скільки разів сила взаємодії  $F_0$  між зарядами у вакуумі більша від сили взаємодії  $F$  між тими ж зарядами, що знаходяться на тій же відстані в середовищі:

$$\begin{cases} F_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}, \\ F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \varepsilon = \frac{F_0}{F}. \quad (3)$$

У векторній формі закон Кулона можна записати так:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad (4a)$$

де  $\vec{F}_{12}$  – сила, яка діє на заряд  $q_1$  з боку заряду  $q_2$ ,  $\vec{r}_{12}$  – радіус-вектор, що з'єднує заряд  $q_2$  з зарядом  $q_1$ ,  $r = |\vec{r}_{12}|$  (рис. 3.1 а). Аналогічно сила, що діє на заряд  $q_2$  з боку заряду  $q_1$  дорівнює

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{21}}{r}, \quad (4б)$$

де  $\vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12}$  – радіус-вектор заряду  $q_2$  (рис. 3.1 б). Отже  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ , як сили дії і протидії (згідно з третім законом Ньютона).

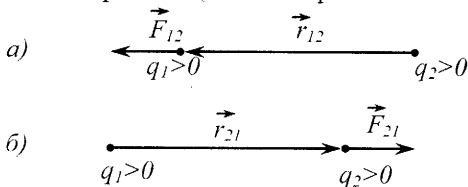


Рис. 3.1

Як і закон всесвітнього тяжіння, закон Кулона застосовується при визначенні сили взаємодії між точковими зарядами, між однорідно зарядженими тілами сферичної форми і між матеріальною точкою та кулею. На

відміну від гравітаційних сил, які завжди є силами притягання, кулонівські сили можуть бути як силами притягання (різнойменні заряди), так і силами відштовхування (однойменні заряди). Крім того, електростатичні сили набагато потужніші ніж гравітаційні. Наприклад, електростатичне відштовхування між двома електронами в  $4,17 \cdot 10^{42}$  разів перевищує їх гравітаційне притягання.

## §2. Електричне поле. Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції електричних полів

Взаємодія заряджених тіл, які перебувають на певній відстані одне від одного, відбувається за посередництвом електричного поля: електричне поле, створене одним із заряджених тіл, діє на внесене в це поле інше заряджене тіло і навпаки.

Силовую характеристику електричного поля є вектор напруженості електричного поля  $\vec{E}$ . Він дорівнює відношенню сили  $\vec{F}$ , з якою поле діє на точковий позитивний заряд  $q_0$ , розміщений у даній точці поля, до величини цього заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (1)$$

Пробний заряд повинен бути настільки малим, щоб його наявність не спотворювала досліджуване поле. За одиницю напруженості електричного поля в СІ взято напруженість у такій точці поля, у якій на пробний заряд 1 Кл діє сила 1 Н:  $[E] = 1 \frac{\text{Н}}{\text{Кл}}$ .

Напруженість електричного поля, створеного точковим зарядом  $q$ , згідно з законом Кулона, дорівнює

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \vec{r}, \quad (2)$$

де  $\vec{r}$  – радіус-вектор точки поля, у якій визначається напруженість.

Основне завдання електростатики полягає у тому, щоб за заданими величиною і розміщенням зарядів визначити напруженість електричного поля  $\vec{E}$  в будь-якій точці простору. Це завдання вирішується за допомогою принципу суперпозиції електричних полів: *напруженість електричного поля системи зарядів дорівнює геометричній сумі напруженостей полів, створених кожним зарядом окремо:*

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i, \quad (3)$$

де  $\vec{E}_i$  – напруженість електричного поля, створеного  $i$ -м електричним зарядом,  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  ( $n$  – число зарядів, які входять до складу системи).

Наприклад, напруженість електричного поля системи точкових зарядів

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^3} \vec{r}_i, \quad (4)$$

де  $\vec{r}_i$  – радіус-вектор, проведений з  $i$ -го точкового заряду в дану точку поля.

Для прикладу розглянемо електричне поле *диполя*.

*Електричним диполем* називається система двох рівних за величиною і протилежних за знаком електричних зарядів ( $+q$  і  $-q$ ), відстань  $l$  між якими мала порівняно з відстанню до точок поля, в яких визначається його напруженість. Ці заряди називаються *полюсами* диполя.

*Плечем диполя* називається вектор  $\vec{l}$ , напрямлений вздовж осі диполя від негативного до позитивного полюса і чисельно рівний відстані між ними (рис. 3.2).

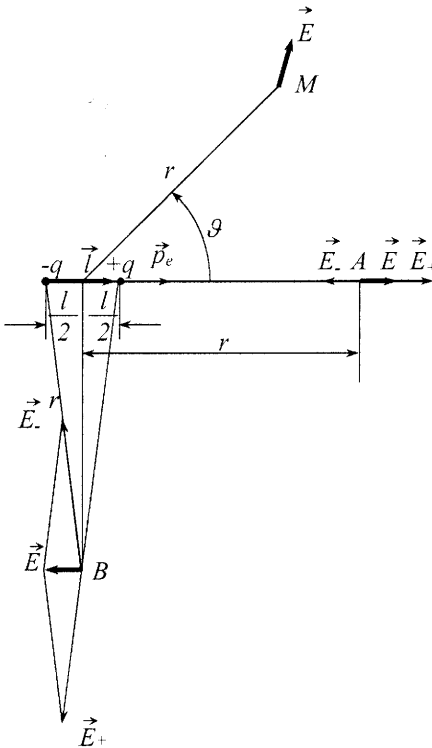


Рис. 3.2

Вектор

$$\vec{p}_e = q\vec{l} \quad (5)$$

називається *дипольним електричним моментом*.

Напруженість поля диполя в довільній точці

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-, \quad (6)$$

де  $\vec{E}_+$  та  $\vec{E}_-$  – напруженості полів зарядів  $+q$  і  $-q$ .

У точці A, розміщеній на осі диполя на відстані  $r$  від його центра,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{2\vec{p}_e}{r^3}. \quad (7)$$

У точці B, розміщеній на перпендикулярі до осі диполя, проведеному через її середину,

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{\vec{p}_e}{r^3}. \quad (8)$$

У довільній точці M модуль напруженості електричного поля диполя дорівнює

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{p_e}{r^3} \sqrt{3\cos^2 \theta + 1}. \quad (9)$$

### §3. Графічне зображення електричних полів. Потік напруженості. Теорема Остроградського-Гауса

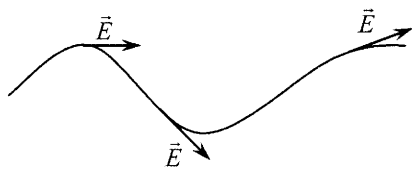


Рис. 3.3

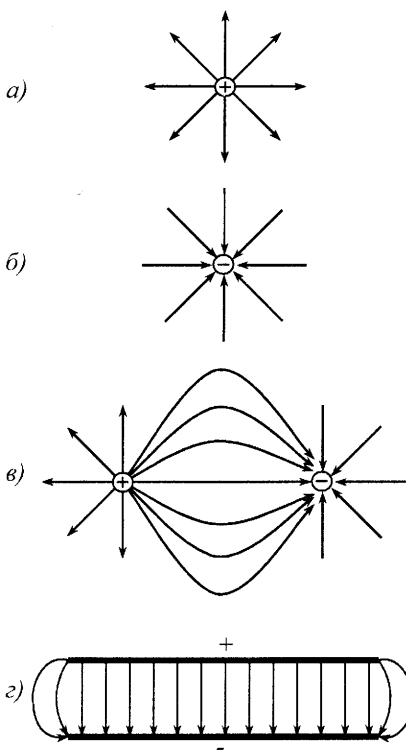


Рис. 3.4

Напрямки векторів напруженості електричного поля у просторі можна представити за допомогою неперервних ліній, які називаються *силовими лініями*. Так називаються лінії, дотичні до яких у будь-якій точці співпадають з напрямком напруженості поля в цій точці (рис. 3.3). Метод силових ліній можна використовувати для кількісних обчислень, але для цього необхідно, щоб число силових ліній, які проходять крізь кожен одиницю площі, дорівнювало або було пропорційним числовому значенню напруженості електричного поля.

Силкові лінії починаються на позитивних зарядах, закінчуються на негативних. Вони є незамкнутими і ніде не перетинаються (рис. 3.4). На рис. 3.4 г (за винятком країв різнойменно заряджених площин) зображене однорідне електростатичне поле. Усі інші випадки представляють неоднорідні поля.

Оскільки напруженість електричного поля залежить від властивостей середовища, то при переході з одного середовища в інше силкові лінії не залишаються неперервними. Тому все сказане вище справедливе для випадку однорідного нескінченного діелектрика.

Цим припущенням будемо послуговуватися і надалі.

*Потоком напруженості* однорідного електричного поля

(потоком електричних силових ліній) через плоску поверхню називається фізична величина, яка дорівнює добутку модуля напруженості поля  $E$  на площу поверхні  $S$  і на косинус кута  $\alpha$  між вектором  $\vec{E}$  і нормаллю  $\vec{n}$  до поверхні (рис. 3.5):

$$\Phi_E = E S \cos \alpha. \quad (1)$$

Враховуючи, що  $E \cos \alpha = E_n$  – проекція вектора  $\vec{E}$  на нормаль  $\vec{n}$ , або що  $S \cos \alpha = S_n$  – поверхня, перпендикулярна до силових ліній, одержимо ще два вирази для потоку напруженості електричного поля:

$$\Phi_E = E_n S \text{ і } \Phi_E = E S_n. \quad (1a)$$

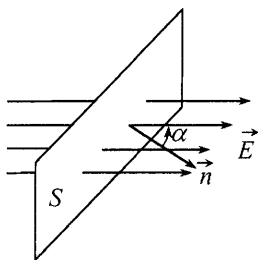


Рис. 3.5

Якщо поле неоднорідне, а поверхня не є плоскою, то цю поверхню розбивають на елементи настільки малі, що їх кривизною можна знехтувати, а поле, яке пронизує такий елемент  $dS$ , можна вважати однорідним (рис. 3.6). Елементарний потік напруженості визначається за формулою:

$$d\Phi_E = E dS \cos \alpha, \quad (2)$$

а потік через поверхню  $S$  –

$$\Phi_E = \int_{(S)} E dS \cos \alpha. \quad (3)$$

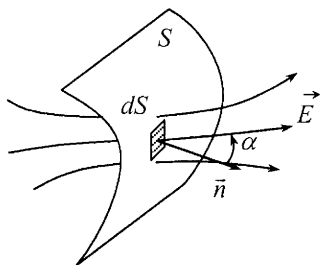


Рис. 3.6

Тут  $\vec{E}$  і  $\vec{n}$  – вектори напруженості електричного поля і нормалі до поверхні  $S$  в тому місці, де вибраний елемент  $dS$ .

Елементарний потік можна записати у вигляді

$$d\Phi_E = (\vec{E}, d\vec{S}), \quad (2a)$$

де  $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$ . Відповідно

$$\Phi_E = \int_{(S)} (\vec{E}, d\vec{S}). \quad (3a)$$

Якщо поверхня замкнута, то нормаль  $\vec{n}$  проводять до її зовнішньої частини. Потік силових ліній, що входять у замкнуту поверхню ( $\Phi_1$ ), від'ємний ( $\alpha > \pi/2$ ), а потік силових ліній, що виходять з цієї поверхні ( $\Phi_2$ ), додатний ( $\alpha < \pi/2$ ). Якщо замкнута поверхня не охоплює електричних зарядів, то число силових ліній, які входять всередину поверхні і які виходять з неї, однакове, тобто  $\Phi_1 + \Phi_2 = 0$  (рис. 3.7).

Нехай у центрі сферичної поверхні радіуса  $R$  знаходиться точковий позитивний заряд  $q$  (рис. 3.8). Тоді, за формулою (3),

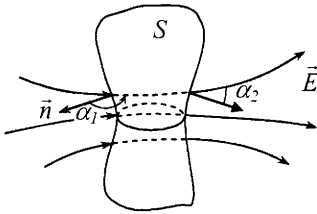


Рис. 3.7

$$\Phi_E = \int_{(S)} E_n dS,$$

де

$$E_n = E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q}{r^2}.$$

Після нескладних перетворень маємо

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0\epsilon}. \quad (4)$$

Легко довести, що результат справедливий для будь-якого розміщення заряду і для поверхні довільної форми.

Розглянемо випадок, коли замкнута поверхня охоплює систему зарядів  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ . Згідно з принципом суперпозиції полів напруженість

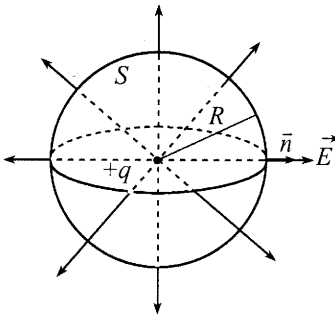


Рис. 3.8

результуючого поля  $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$ , сумарний

потік напруженості  $\Phi_E = \sum_{i=1}^n \Phi_{Ei}$ ,

тобто

$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0\epsilon} \sum_{i=1}^n q_i. \quad (5)$$

Співвідношення (5) виражає теорему Остроградського-Гаусса: *потік*

*вектора напруженості електричного поля крізь довільну замкнуту поверхню в однорідному необмеженому діелектрику пропорційний алгебраїчній сумі зарядів, що містяться всередині поверхні.* За допомогою цієї теореми можна знаходити напруженість електричного поля в тих випадках, коли застосування принципу суперпозиції полів ускладнене.

### Приклад 1.

Напруженість електричного поля довгої зарядженої нитки для її ділянки довжиною  $l$ , далекої від кінців нитки. Нитка заряджена однорідно з лінійною густиною заряду  $\tau$ , а  $q = \tau \cdot l$  – сумарний заряд цієї ділянки ( $\tau > 0$ ).

Виберемо замкнуту циліндричну поверхню

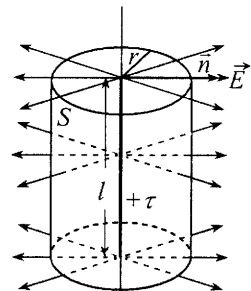


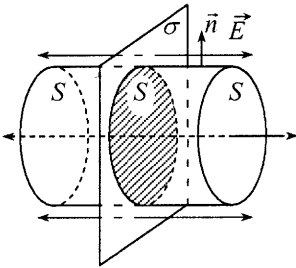
Рис. 3.9

з твірною  $l$ , радіусом основи  $r$ , вісь якої співпадає з ниткою (рис. 3.9). Легко бачити, що силові лінії починаються на нитці і радіально розходяться на нескінченність, і що  $\vec{n} \uparrow \uparrow \vec{E}$  на бічних поверхнях, а на основах  $\vec{n} \perp \vec{E}$ . Таким чином

$$\begin{cases} \Phi_E = E \cdot 2\pi r l \\ \Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \tau l \end{cases} \Rightarrow E = \frac{\tau}{2\pi \epsilon_0 \epsilon} \cdot \frac{1}{r}. \quad (6)$$

### Приклад 2.

Напруженість електричного поля рівномірно зарядженої нескінченної площини. Площина заряджена позитивно з поверхневою густиною заряду  $\sigma$ ,  $q = \sigma S$  – сумарний заряд, зосереджений на ділянці площею  $S$ . Електричне поле зображене на рис. 3.10. Виберемо замкнуту поверхню у формі циліндра з твірною, паралельною силовим лініям, і основами площею  $S$ , паралельними площині. Одержимо:



$$\begin{cases} \Phi_E = E \cdot 2S \\ \Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \sigma S \end{cases} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon}. \quad (7)$$

Рис. 3.10

### Приклад 3.

Напруженість електричного поля діелектричної кулі радіуса  $R$ , зарядженої позитивно з об'ємною густиною заряду  $\rho$ . Сумарний заряд кулі  $q = \rho V$ , де  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$  – об'єм кулі (рис. 3.11).

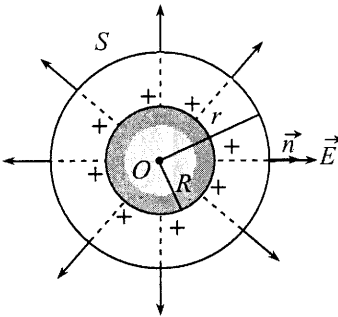


Рис. 3.11

Для визначення напруженості поля зовні кулі виберемо сферичну поверхню радіусом  $r > R$ , концентричну з даною кулею. Отже маємо

$$\begin{cases} \Phi_E = E \cdot 4\pi r^2 \\ \Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} q \end{cases} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2}. \quad (8)$$

Тут  $q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ . Таким чином,

напруженість поля зарядженої кулі на відстані  $r > R$  від її центра визначається за формулою аналогічною тій, яку ми одержали для напруженості поля точкового заряду  $q$  (так, наче увесь заряд кулі зосереджений у її центрі).

Напруженість електричного поля всередині зарядженої кулі ( $r < R$ ) пропорційна  $r$  і визначається формулою

$$E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon} r. \quad (9)$$

У випадку електропровідної кулі внаслідок кулонівського відштовхування некомпенсовані електричні заряди розташуються біля її поверхні, так що електричне поле всередині кулі відсутнє ( $\vec{E} = 0$ ). Отже ситуація буде такою ж, як і у випадку рівномірно зарядженої сферичної поверхні радіуса  $R$ . У цьому випадку  $q = 4\pi R^2\sigma$ , де  $\sigma$  – поверхнева густина заряду. Напруженість електричного поля зовні сфери ( $r > R$ ) визначається за формулою (8).

Поблизу поверхні зарядженої сфери

$$E = \frac{4\pi R^2\sigma}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}. \quad (10)$$

Цей результат справедливий для поверхні довільної форми і для нерівномірного розподілу зарядів. Так, біля гострих виступів зарядженого провідника, де концентрація зарядів велика, створюється сильне електричне поле. Якщо провідник заряджений негативно, то біля вістря скупчується така велика кількість електронів, що вони стікають у навколишній простір. Наприклад, такий «електронний вітер» відхиляє полум'я свічки, розміщеної біля вістря. На цьому явищі ґрунтується дія громовідводів.

### Завдання для самостійної роботи № 3.1

Використовуючи принцип суперпозиції електричних полів і теорему Остроградського-Гауса, вивести формули напруженості електричних полів для:

- а) двох паралельних різнойменно заряджених нескінченних площин (*плоский конденсатор*);
- б) двох коаксіальних циліндричних різнойменно заряджених поверхонь (*циліндричний конденсатор*);
- в) двох концентричних різнойменно заряджених сферичних поверхонь (*сферичний конденсатор*);
- г) всередині рівномірно зарядженої сфери і рівномірно зарядженої сферичної поверхні.



**Література:** Бушок Г.Ф. та ін. Курс фізики. – Кн.1. – К.: Либідь, 2001. – С. 235 – 238.

### §4. Робота переміщення заряду в електричному полі

Нехай заряд  $q$  здійснює переміщення  $d\vec{l}$  в електричному полі напруженості  $\vec{E}$  (рис. 3.12). Робота, яка при цьому виконується, дорівнює

$$\delta A = (\vec{F}, d\vec{l}) = q(\vec{E}, d\vec{l}) = qE dl \cos(\vec{E}, \hat{d\vec{l}}). \quad (1)$$

При переміщенні заряду  $q$  з точки 1 в точку 2 буде виконана робота

$$A_{12} = q \cdot \int_{(1)}^{(2)} (\vec{E}, d\vec{l}). \quad (2)$$

У випадку поля, створеного точковим зарядом  $q_i$ , в однорідному необмеженому діелектрику

$$\vec{E}_i = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\epsilon r_i^3} \cdot \vec{r}_i, \quad (\vec{E}, d\vec{l}) = (\vec{E}_i, d\vec{l}_i) = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{dr_i}{r_i^2},$$

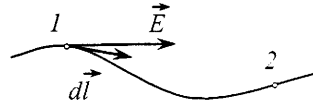


Рис. 3.12

де  $r_i$  – радіус-вектор, що з'єднує заряди  $q_i$  та  $q$ . Очевидно,

$$A_{12}^i = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \int_{r_{i1}}^{r_{i2}} \frac{dr_i}{r_i^2} = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \left( \frac{1}{r_{i1}} - \frac{1}{r_{i2}} \right), \quad (3)$$

де  $r_{i1}$  і  $r_{i2}$  – відстані точок 1 і 2 від заряду  $q_i$  (рис. 3.13). Для однойменних зарядів  $q$  і  $q_i$  робота додатна, якщо заряди віддаляються, і від'ємна, якщо вони зближуються.

В електричному полі, утвореному системою зарядів  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^n A_{12}^i. \quad (4)$$

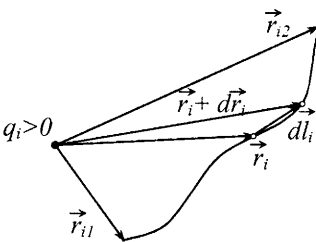


Рис. 3.13

Робота сил електростатичного поля уздовж замкнутого контура  $L$  дорівнює нулю ( $r_{i2} = r_{i1}$ ):

$$q \oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{l}) = 0.$$

З цього співвідношення випливає, що дорівнює нулю циркуляція напруженості електростатичного поля уздовж

замкнутого контура:

$$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{l}) = 0, \quad (5)$$

що є ознакою потенціального характеру електростатичного поля.

### §5. Потенціал електростатичного поля. Різниця потенціалів. Еквіпотенціальні поверхні та силові лінії

Робота  $A_{12}$ , яка виконується силами електростатичного поля при переміщенні точкового заряду  $q$ , дорівнює зменшенню потенціальної енергії цього заряду в полі:

$$A_{12} = W_n^{(1)} - W_n^{(2)} = -\Delta W_n. \quad (1)$$

На підставі співвідношень (3) і (4) попереднього параграфу можна записати вираз для потенціальної енергії заряду  $q$  в полі точкового заряду  $q_i$  та системи зарядів відповідно:

$$W_n^i = \frac{qq_i}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_i}, \quad (2)$$

$$W_n = \sum_{i=1}^n \frac{qq_i}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_i}. \quad (3)$$

Енергетичною характеристикою електростатичного поля є його потенціал. Потенціалом електростатичного поля називається фізична величина  $\varphi$ , яка дорівнює відношенню потенціальної енергії  $W_n$  пробного точкового заряду  $q$ , розміщеного в даній точці поля, до величини цього заряду:

$$\varphi = \frac{W_n}{q}. \quad (4)$$

Враховуючи (2) і (3), запишемо вирази для потенціалу поля, створеного точковим зарядом  $q_i$ ,

$$\varphi_i = \frac{q_i}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_i} \quad (5)$$

і системою точкових зарядів –

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}. \quad (6)$$

Таким чином,

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i, \quad (7)$$

тобто, згідно з принципом суперпозиції полів, *при накладанні полів*

їхні потенціали додаються.

Робота переміщення заряду  $q$  з точки 1 у точку 2 електростатичного поля

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (8)$$

Звідси різниця потенціалів

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q}. \quad (9)$$

Потенціал і різниця потенціалів вимірюються у вольтах:

$$[\varphi] = 1\text{В} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}.$$

Робота сил поля, яка виконується при малому переміщенні  $d\vec{l}$  заряду  $q$  в електростатичному полі, дорівнює

$$\delta A = q(\vec{E}, d\vec{l}) = qE_l dl, \quad (10)$$

де  $E_l = E \cos(\vec{E}, \hat{d\vec{l}})$  – проекція вектора  $\vec{E}$  на напрямок переміщення  $d\vec{l}$ . З другого боку

$$\delta A = -q d\varphi. \quad (11)$$

Зіставляючи (10) і (11), одержимо

$$E_l = -\frac{d\varphi}{dl}. \quad (12)$$

Тобто проекція  $E_l$  вектора напруженості електростатичного поля на довільний напрямок чисельно дорівнює зміні потенціалу поля на одиницю довжини в цьому напрямку. Найбільшого значення  $E_l$  набуває в напрямку силової лінії. Формула (12) дає зв'язок між характеристиками електростатичного поля – його напруженістю і потенціалом. Знак «-» означає, що вектор напруженості напрямлений в бік зменшення потенціалу.

Геометричне місце точок електростатичного поля, в яких значення потенціалу однакові, називається *еквіпотенціальною поверхнею*.

Якщо переміщення заряду відбувається по еквіпотенціальній поверхні, то  $\frac{d\varphi}{dl} = 0$  і  $E_l = 0$ , тобто  $E \cos(\vec{E}, \hat{d\vec{l}}) = 0$ , отже  $\vec{E} \perp d\vec{l}$ . Це означає, що еквіпотенціальні поверхні перпендикулярні до силових ліній.

Електростатичні поля можна зображати за допомогою силових ліній або за допомогою еквіпотенціальних поверхонь (рис. 3.14).

Оскільки напруженість електричного поля  $E$  всередині провідника дорівнює нулю, то всі точки провідника, включаючи його поверхню, є еквіпотенціальними. Силові лінії поля, у яке поміщений

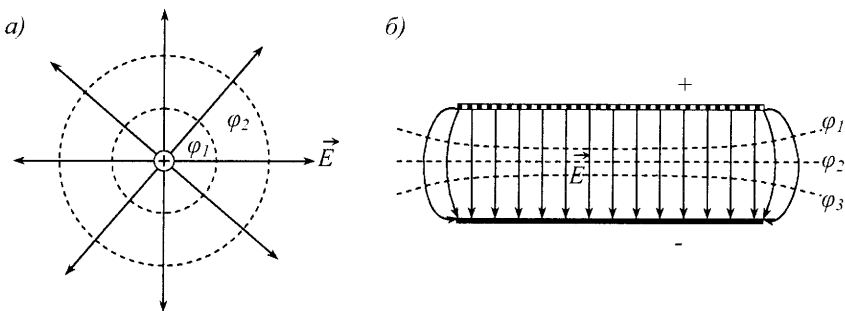


Рис. 3.14

провідник, деформуються і стають перпендикулярними до поверхні провідника (див. рис. 3.15 а і 3.15 б). Картини деформованого поля будуть однаковими як для суцільного, так і для порожнистого провідника. Якщо в порожнистий провідник внести яке-небудь тіло, то зовнішнє електричне поле на нього не буде діяти. Це явище використовується для електростатичного захисту чутливих приладів.

### §6. Діелектрики в електричному полі. Поляризація діелектриків

Діелектриками називаються речовини, які не проводять електричного струму. У діелектриках, на відміну від провідників, немає вільних електричних зарядів. Атоми і молекули діелектрика електронейтральні, оскільки електрони і протони входять до їх складу в однакових кількостях. Проте молекули мають електричні властивості. З певним наближенням молекулу можна вважати електричним диполем з електричним моментом  $\vec{p}_e = q\vec{l}$ . Тут  $q$  –

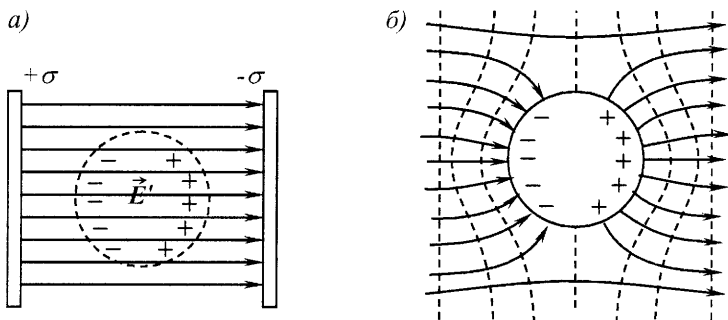


Рис. 3.15

сумарний позитивний заряд всіх атомних ядер у молекулі, а  $\vec{l}$  – вектор, проведений з «центра тяжіння» негативного заряду молекули в «центр тяжіння» її позитивного заряду.

Діелектрик називається *неполярним*, якщо при відсутності зовнішнього електричного поля «центри тяжіння» позитивних і негативних зарядів співпадають ( $\vec{p}_e = 0$ ). Такими, наприклад, є молекули  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $CH_4$  та ін.

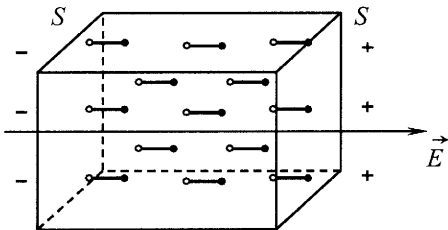


Рис. 3.16

У зовнішньому електричному полі «центри тяжіння» позитивних і негативних зарядів зміщуються один відносно одного. Відповідно в молекулах виникають індуковані електричні моменти, орієнтовані вздовж поля (рис. 3.16). Відбувається *поляризація діелектрика*, яка полягає у тому, що в будь-якому малому

його об'ємі  $\Delta V$  виникає сумарний дипольний електричний момент молекул. Діелектрик у такому стані називається *поляризованим*. Дипольний електричний момент молекули пропорційний напруженості електричного поля:

$$\vec{p}_e = \epsilon_0 \alpha \vec{E}. \quad (1)$$

Тут  $\alpha$  – *поляризованість* молекули, яка залежить від її хімічної природи і об'єму.

Поляризація неполярних діелектриків називається *електронною* або *деформаційною*.

*Полярним діелектриком* називається такий діелектрик, молекули якого містять електрони розміщені не симетрично відносно атомних ядер ( $H_2O$ ,  $HCl$ ,  $NH_3$ ,  $CH_3Cl$  та ін.). У таких молекулах центри позитивних і негативних зарядів не співпадають навіть у відсутності зовнішнього електричного поля. Молекули полярних діелектриків подібні до електричних диполів з постійними за величиною електричними

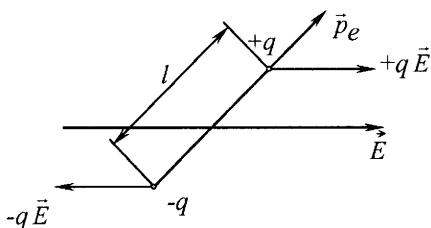


Рис. 3.17.

моментами. В однорідному електричному полі на такий диполь діє пара сил (рис. 3.17), момент якої дорівнює

$$\vec{M} = [\vec{p}_e, \vec{E}]. \quad (2)$$

Тут  $\vec{p}_e$  – електричний дипольний момент молекули,  $\vec{E}$  – напруженість електричного поля. Момент пари сил  $\vec{M}$  намагається повернути диполь так, щоб його електричний момент  $\vec{p}_e$  був зорієнтований за полем. Але точній орієнтації перешкоджає тепловий рух молекул. Тому має місце тільки переважна орієнтація диполів за полем, яка буде тим точнішою, чим більша напруженість поля і нижча температура. Поляризація полярних діелектриків називається *орієнтаційною*. Слід зауважити, що в полярних діелектриках, крім орієнтаційної, має місце і електронна поляризація, але її прояв у порівнянні з орієнтаційною незначний.

У твердих діелектриках, які мають іонну кристалічну ґратку, у зовнішньому електричному полі має місце *іонна поляризація*: електричне поле викликає зміщення всіх позитивних іонів у напрямку поля, а всіх негативних іонів – у протилежному напрямку.

У результаті поляризації діелектрика в тонких шарах біля обмежуючих поверхонь  $S_1$  і  $S_2$  (рис. 3.16) виникають некомпенсовані зв'язані заряди, що називаються *поверхневими поляризаційними зарядами*, поверхнева густина яких  $\sigma_p$ . У неоднорідному електричному полі крім поверхневих поляризаційних зарядів можуть виникати ще і об'ємні поляризаційні заряди, розподілені з об'ємною густиною  $\rho_p$ .

### **§7. Вектор поляризації. Електричне поле в діелектрику. Вектор електричного зміщення**

Кількісною мірою поляризації діелектрика є *вектор поляризації*  $\vec{P}_e$ , який дорівнює відношенню електричного дипольного момента малого об'єму діелектрика до цього об'єму:

$$\vec{P}_e = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^N \vec{p}_{ei}, \quad (1)$$

де  $\vec{p}_{ei}$  – електричний момент  $i$ -ї молекули,  $N$  – число молекул в об'ємі  $\Delta V$ . Цей об'єм має бути настільки малим, щоб в його межах електричне поле можна було вважати однорідним.

У *неполярному* діелектрику

$$\vec{P}_e = n_o \vec{p}_e = n_o \varepsilon_o \alpha \vec{E} = \varepsilon_o \chi_e \vec{E}, \quad (2)$$

де  $n_o$  – число молекул в одиниці об'єму,  $\chi_e = n_o\alpha$  – діелектрична сприйнятливість речовини, яка в неполярних діелектриках залежить тільки від хімічної природи речовини і не залежить від температури.

У полярному діелектрику вектор поляризації  $\vec{P}_e$  визначається за формулою (2), але діелектрична сприйнятливість речовини залежить не тільки від її хімічної природи, але і від абсолютної температури  $T$ :

$$\chi_e = \frac{n_o p_e^2}{3\varepsilon_o kT}. \quad (3)$$

Тут  $p_e$  – електричний момент молекули у відсутності поля,  $k$  – стала Больцмана.

Якісні графіки залежності  $\chi_e(1/T)$  для полярних (а) і неполярних (б) діелектриків подані на рис. 3.18. Точка перетину прямої  $a$  з віссю ординат визначає складову діелектричної сприйнятливості  $\chi_e'$ , яка обумовлена електронною поляризацією. Якщо позначити  $\chi_e''$  складову, обумовлену орієнтаційною поляризацією, то діелектрична сприйнятливість полярних діелектриків  $\chi_e = \chi_e' + \chi_e''$ .

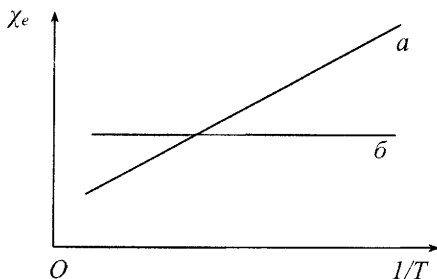


Рис. 3.18

З рис. 3.16 видно, що коли поляризований однорідний діелектрик вважати великим диполем, то його електричний момент

$$\Delta P = \sigma_p \cdot \Delta S \cdot L.$$

Відповідно вектор поляризації чисельно дорівнює

$$P_e = \frac{\Delta P}{\Delta V} = \frac{\sigma_p \cdot \Delta S \cdot L}{\Delta S \cdot L} = \sigma_p. \quad (4)$$

У випадку, коли  $S_1$  і  $S_2$  не перпендикулярні до силових ліній,

$$\sigma_p = P_{en}, \quad (4a)$$

де  $P_{en}$  – проекція на зовнішню нормаль до даної поверхні.

Знайдемо напруженість електричного поля всередині поляризованого діелектрика. Для прикладу розглянемо електричне поле зарядженого плоского конденсатора (рис. 3.19) з поверхневою густиною зарядів  $+\sigma$  і  $-\sigma$  (вільні заряди). Напруженість електричного поля конденсатора до внесення діелектрика

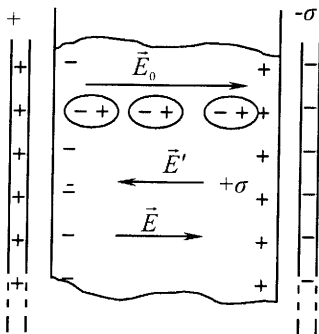


Рис. 3.19

$$E_o = \frac{\sigma}{\epsilon_o} \quad (5)$$

Внесений у це поле діелектрик поляризується, на його поверхні виникають поляризаційні заряди з поверхневою густиною  $\sigma_p$ . Між поляризаційними поверхнями виникає внутрішнє поле

$$E' = \frac{\sigma_p}{\epsilon_o} \quad (6)$$

Вектори  $\vec{E}_o$  і  $\vec{E}'$  протилежно напрямлені, тому модуль результуючої напруженості

$$E = E_o - E' = \frac{\sigma - \sigma_p}{\epsilon_o}$$

Оскільки  $\sigma_p = P_{en} = \epsilon_o \chi_e E$ , то  $E = E_o - \epsilon_o \chi_e E$ , або

$$E = \frac{E_o}{1 + \chi_e} \quad (7)$$

З визначення напруженості (див. §1 і §2)

$$E = \frac{E_o}{\epsilon} \quad (8)$$

де  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність середовища. Таким чином,

$$\epsilon = 1 + \chi_e \quad (9)$$

У вакуумі  $\chi_e = 0$ ,  $\epsilon = 1$ .

Електричним зміщенням (електростатичною індукцією) називається векторна величина  $\vec{D}$ , яка характеризує електричне поле і дорівнює

$$\vec{D} = \epsilon_o \vec{E} + \vec{P}_e \quad (10)$$

Оскільки  $\vec{P}_e = \epsilon_o \chi_e \vec{E}$ , маємо

$$\vec{D} = \epsilon_o \epsilon \vec{E} \quad (11)$$

Наприклад, для точкового заряду  $D = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{q}{r^2}$ , для конденсатора

$D = \sigma$ , для тонкого зарядженого циліндра  $D = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\tau}{r}$ .

Як бачимо, електричне зміщення не залежить від електричних властивостей середовища. Тому в неоднорідних діелектриках



зручніше використовувати в ролі характеристики електричного поля вектор  $\vec{D}$ .

За аналогією з *силовими лініями напруженості електричного поля* можна ввести поняття *силових ліній електричного зміщення*. У неоднорідному діелектрику ці лінії є неперервними, на відміну від силових ліній напруженості.

*Потік електричного зміщення через поверхню  $S$*

$$\Phi_D = \int_{(S)} (\vec{D}, d\vec{S}). \quad (12)$$

Теорема Остроградського-Гауса для електричного зміщення виражається співвідношенням:

$$\oint_{(S)} (\vec{D}, d\vec{S}) = \sum_{i=1}^n q_i^{\text{вільн.}}. \quad (13)$$

Тобто, *потік електричного зміщення крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює алгебраїчній сумі вільних зарядів, охоплених цією поверхнею*.

На закінчення слід зауважити, що напруженість електричного поля характеризує електричне поле, створене і вільними, і зв'язаними зарядами, а електричне зміщення – поле, створене тільки вільними

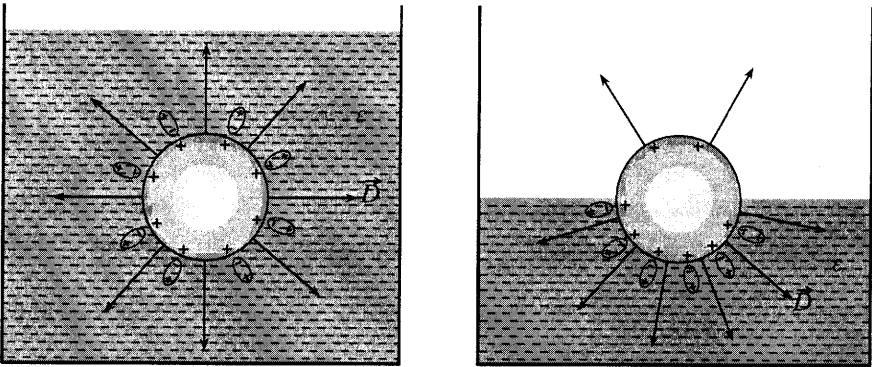


Рис. 3.20

зарядами при тому їх розміщенні, яке вони мають за наявності діелектрика. На рис. 3.20 показано силові лінії електричного зміщення зарядженої провідної кулі, зануреної повністю і частково у рідкий діелектрик.

## §8. Сегнетоелектрики

Сегнетоелектриками називаються ті кристалічні діелектрики, які в певному інтервалі температур мають дуже великі значення відносної діелектричної проникності. Назва походить від *сегнетової солі* ( $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ), відносна діелектрична проникність якої при кімнатній температурі сягає 10000. До сегнетоелектриків належить також титанат барію  $\text{BaTiO}_3$  ( $\epsilon = 6000$ ), титанат свинцю  $\text{PbTiO}_3$ , ніобат літію  $\text{LiNbO}$  та ін.

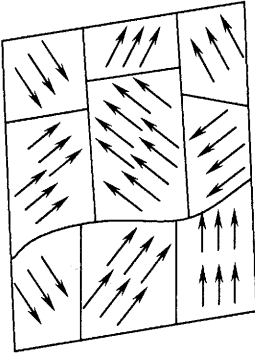


Рис. 3.21

У відсутності зовнішнього електричного поля увесь об'єм сегнетоелектрика складається з областей спонтанної поляризації, які називаються *доменами* (рис. 3. 21). Орієнтація електричних дипольних моментів в різних доменах довільна, тому у відсутності зовнішнього електричного поля сумарний електричний момент кристала дорівнює нулю.

Поляризація діелектрика полягає, по-перше, в зміщенні границь доменів і збільшенні розмірів тих доменів, вектори електричних моментів яких близькі за напрямком до напруженості поля  $\vec{E}$ , і, по-друге, в повертанні електричних моментів доменів за полем. Коли весь зразок поляризований, то модуль його вектора поляризації  $P_e$  не змінюється зі зміною  $E$ . Має місце так зване *насичення*.

У сегнетоелектриках спостерігається *діелектричний гістерезис* – відставання змін величини вектора поляризації від відповідних змін напруженості електричного поля  $E$ . На рис. 3.22 подано графік залежності  $P_e$  ( $E$ ).

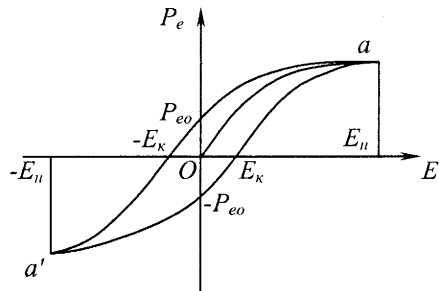


Рис. 3.22

Спочатку зростання модуля вектора поляризації відбувається вздовж кривої  $Oa$ . В точці  $a$  настає насичення ( $E=E_n$ ). При зменшенні напруженості поля до нуля поляризованість зразка зменшується до  $P_{eo} \neq 0$ . Це так звана *залишкова поляризованість*. Поляризація зразка зникає повністю лише при значенні  $E = -E_k$ . Величина  $E_k$  називається *коерцетивною*

силою. Далі при  $E=-E_n$  знову настає насичення. Змінюючи  $E$  від  $-E_n$  до  $+E_n$ , одержимо замкнуту криву, яка називається *петлею діелектричного гістерезису*.

Періодична зміна поляризації сегнетоелектрика пов'язана з витратою енергії на нагрівання речовини. Площа петлі гістерезису пропорційна електричній енергії, яка перетворюється у внутрішню за дин цикл.

Відносна діелектрична проникність  $\epsilon$  сегнетоелектрика залежить від хімічної природи речовини, температури і напруженості електричного поля. У кожного сегнетоелектрика є такі температури  $\Theta_1$  і  $\Theta_2$  (відповідно *нижня* і *верхня точки Кюрі*), що при  $T \leq \Theta_1$  і  $T \geq \Theta_2$  речовина втрачає свої сегнетоелектричні властивості і поводить як звичайний полярний діелектрик.

Сегнетоелектрики використовуються в конденсаторах, в деяких видах запам'ятовуючих пристроїв електронно-обчислювальних машин тощо.

### **Завдання для самостійної роботи №3.2**

1. Електрети.
2. П'єзоелектричний ефект.

**Література:** Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. – Кн. 1. – К.: Либідь, 2001. – С. 250-253.

### ***§9. Електроємність відокремленого провідника. Конденсатори***

*Відокремленим провідником* називається провідник, який знаходиться так далеко від інших провідників і заряджених тіл, що практично не відчуває впливу їхніх електричних полів.

Нехай відокремлений провідник знаходиться в однорідному середовищі. Його заряд  $q$  розподіляється по поверхні провідника з певною поверхневою густиною  $\sigma$ , а сама поверхня набуває деякого потенціалу  $\varphi$ . Дослідами встановлено, що при будь-якій зміні заряду провідника відбувається пропорційна їй зміна потенціалу: якщо заряд  $q$  провідника збільшиться в  $n$  разів, то і потенціал  $\varphi$  зросте в стільки ж разів, тобто  $q/\varphi = const$ . Це відношення називається *електроємністю* відокремленого провідника:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (1)$$

Електроємність залежить від форми і розмірів провідника та від діелектричних властивостей середовища, в якому він знаходиться.

Вона не залежить від матеріалу провідника та від наявності в ньому порожнин.

Для прикладу знайдемо ємність зарядженої кулі радіуса  $R$ . Заряд кулі

$q$ , її потенціал  $\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R}$ . Отже,

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \quad (2)$$

Згідно з формулою (1) одиниця вимірювання ємності

$$[C] = \frac{[q]}{[\varphi]} = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{В}} = 1\text{Ф}(\text{фарада}).$$

Ємність в 1Ф, як випливає з формули (2), мала б у вакуумі електропровідна куля радіусом  $R = 9 \cdot 10^9$  м. Цей радіус у 23 рази більший за відстань від Землі до Місяця. Електроємність Землі становить близько  $711 \cdot 10^{-6}$  Ф.

На практиці використовуються такі одиниці ємності:

$$1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}, \quad 1 \text{ пФ} = 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Ємність, що дорівнює 1 пФ, має кулька радіусом 9 мм.

Як бачимо, електроємність відокремленого провідника мала. Тому в електро- та радіотехніці застосовують системи провідників – конденсатори.

Коли поблизу зарядженого провідника  $A$  знаходяться інші тіла, то на їх поверхнях наводяться індуковані заряди (рис. 3.23), які послаблюють електричне поле заряду  $q$ , в результаті чого ємність даного провідника зростає.

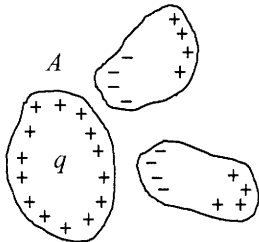


Рис. 3.23

Система двох провідників, заряджених рівними за величиною і протилежними за знаком зарядами, називається *конденсатором*, якщо форма і розміщення провідників такі, що створюване ними електричне поле локалізоване в обмеженому просторі. Провідники в цьому випадку називаються *обкладками конденсатора*.

Ємністю конденсатора  $C$  називається відношення заряду  $q$  позитивно зарядженої обкладки до різниці потенціалів  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  між обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}. \quad (3)$$

Електроємність конденсатора залежить від форми обкладок, їх розмірів і розміщення, а також від електричних властивостей

середовища між ними.

*Плоским конденсатором* називається система двох металевих пластин площею  $S$ , розміщених на малій відстані  $d$  одна від одної ( $d \ll \sqrt{S}$ ) і відокремлених діелектриком з відносною діелектричною проникністю  $\varepsilon$  (рис. 3.24 а). Ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \quad (4)$$

*Циліндричним конденсатором* називається система двох порожнистих коаксіальних циліндрів з радіусами основ  $r_1$  і  $r_2$  ( $r_1 < r_2$ ), простір між якими заповнений діелектриком (рис. 3.24 б). Ємність циліндричного конденсатора

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon h}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad (5)$$

де  $h$  – висота циліндрів.

*Сферичний конденсатор* складається з двох концентричних сферичних оболонок радіусами  $r_1$  і  $r_2$  ( $r_1 < r_2$ ), простір між якими заповнений діелектриком (рис. 3.24 в). Ємність сферичного конденсатора

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r_1 r_2}{r_2 - r_1} \quad (6)$$

За типом діелектриків між обкладками розрізняють повітряні, керамічні, слюдяні, паперові, електролітичні конденсатори. Вони можуть бути постійної і змінної ємності.

Кожний конденсатор, крім ємності, характеризується ще пробивною і робочою напругами. Тому, щоб при даній робочій

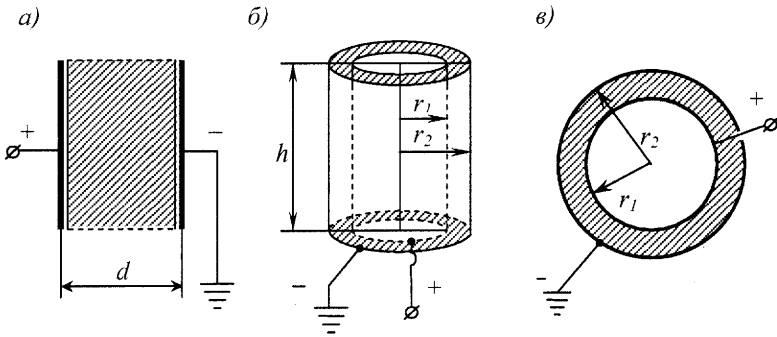


Рис. 3.24

напрузі одержати необхідну ємність, конденсатори з'єднують паралельно, послідовно або змішано.

Паралельне сполучення конденсаторів показано на рис. 3.25 а. Ємність такої системи

$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (7)$$

Ємність послідовно сполучених конденсаторів (рис. 3.25 б) визначають із співвідношення

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (8)$$

Тут  $n$  – число конденсаторів, які входять у батарею.

При змішаному з'єднанні паралельно сполучають групи послідовно з'єднаних конденсаторів.

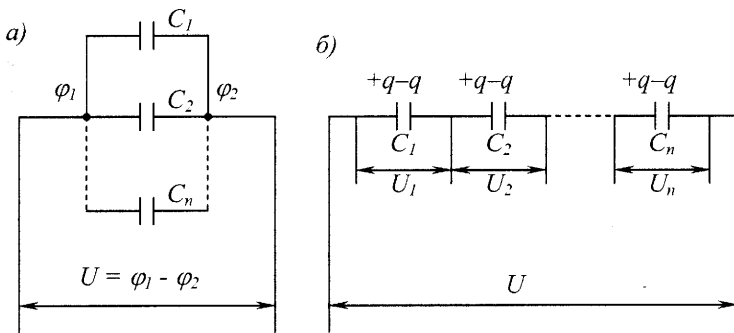


Рис. 3.25

### Завдання для самостійної роботи №3.3

1. Використовуючи результати самостійної роботи № 3.1 і формулу зв'язку між напруженістю  $E$  і різницею потенціалів  $\Delta\varphi$  електростатичного поля, одержати формулу для ємності *плоского, циліндричного та сферичного* конденсаторів.

2. Вивести формули для ємності *паралельно та послідовно* з'єднаних конденсаторів.

3. Розглянути методи, за допомогою яких можна визначити ємність конденсатора. Запропонувати свій метод.

**Література:** Бушок Г.Ф. та ін. Курс фізики. – Кн.1. – Либідь, 2001. – С. 254-259.

**§10. Енергія зарядженого провідника. Енергія електричного поля.  
Густина енергії**

Припустимо, що тіло заряджене до деякого потенціалу  $\varphi$ . Будемо послідовно переносити на нього із нескінченності, де потенціал дорівнює нулю, заряд  $dq$ . Для цього необхідно виконати роботу  $\delta A'$  по подоланню кулонівського відштовхування однойменних зарядів:

$$\delta A' = \varphi dq = C \varphi d\varphi, \quad (1)$$

де  $C$  – електроємність провідника. Робота, яку необхідно виконати при збільшенні потенціалу провідника від 0 до  $\varphi$ , довіннює

$$A' = \int_0^{\varphi} C \varphi d\varphi = \frac{C \varphi^2}{2}. \quad (2)$$

Відповідно енергія зарядженого відокремленого провідника

$$W_e = \frac{C \varphi^2}{2}. \quad (3)$$

Враховуючи, що  $C = \frac{q}{\varphi}$ , можна одержати ще два вирази для енергії зарядженого провідника:

$$W_e = \frac{q^2}{2C} \text{ і } W_e = \frac{q\varphi}{C}. \quad (3a)$$

Енергія зарядженого конденсатора –

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2}, \quad (4)$$

де  $C$  і  $q$  – електроємність і заряд конденсатора,  $U$  – різниця потенціалів між його обкладками.

Електричне поле має енергію, яка розподілена по всьому об'єму простору, де це поле локалізоване. Відповідно енергія зарядженого провідника або конденсатора є енергією їх електричних полів. Наприклад, для однорідного поля плоского конденсатора

$$W_e = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S (Ed)^2}{2d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} \cdot V, \quad (5)$$

де  $V = Sd$  – об'єм конденсатора.

Об'ємною густиною енергії електричного поля називається фізична величина  $w_e$ , яка визначається за формулою:

$$w_e = \frac{dW_e}{dV}. \quad (6)$$

Як і для однорідного поля конденсатора, в загальному випадку

$$w_e = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}. \quad (7)$$

Враховуючи, що електричне зміщення  $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$ , одержимо

$$w_e = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}. \quad (7a)$$

Одиниця вимірювання густини енергії електричного поля

$$[w_e] = \frac{[W_e]}{[V]} = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}.$$

## ПОСТІЙНИЙ ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

### §11. Електричний струм та його характеристики

*Електричним струмом* називається впорядкований рух електричних зарядів. Для виникнення та існування електричного струму необхідні дві умови. По-перше, наявність в даному середовищі вільних заряджених частинок. Такими частинками в металах є електрони, в напівпровідниках – електрони і дірки, в електролітах – позитивні і негативні іони, в газах – іони обох знаків і електрони. По-друге, існування в даному середовищі зовнішнього електричного поля, енергія якого має витрачатися на впорядковане переміщення зарядів. Для підтримання електричного струму енергія електричного поля повинна безперервно поповнюватися, тобто необхідне джерело електричної енергії (джерело струму) – пристрій, в якому відбувається перетворення якого-небудь виду енергії в енергію електричного поля (гальванічні елементи, акумулятори, фотоелементи тощо).

*Струмами провідності* називаються струми, які виникають в електропровідних середовищах під дією існуючого в них електричного поля.

*Конвекційним струмом* називається впорядкований рух у просторі макроскопічних заряджених тіл (наприклад, орбітальний рух Землі, яка має надлишок негативних частинок).

Надалі будемо розглядати струми провідності.

Напрямок струму співпадає з напрямком руху позитивних зарядів. В металічних провідниках напрямком струму є протилежним напрямку руху електронів.

*Електричне коло* – це сукупність пристроїв для з'єднання джерел електричної енергії з приймачами, в яких електрична енергія перетворюється у внутрішню, світлову, механічну тощо.



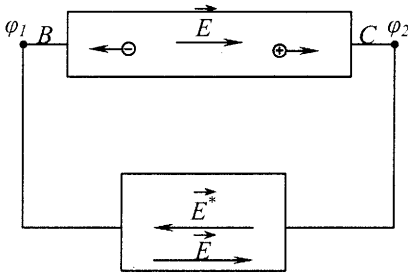


Рис. 3.26

Найпростіше коло зображене на рис. 3.26. Воно складається з провідника  $BC$  і джерела струму (генератора)  $G$ . Потенціали кінців провідника дорівнюють  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  ( $\varphi_1 > \varphi_2$ ). В провіднику існує електричне поле, напруженість якого  $\vec{E}$ . Під дією цього поля відбувається напрямлений рух електричних зарядів, тобто виникає електричний струм.

Силою струму  $I$  називається скалярна величина, яка дорівнює похідній від заряду, що перетинає поперечний переріз провідника, за часом:

Якщо сила струму і його напрямок не змінюються з часом, то струм називається *постійним*. Для постійного струму

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (1)$$

Якщо сила струму в СІ вимірюється в *амперах* (А). Ця одиниця є основною в СІ і визначається на основі закону магнітної взаємодії паралельних провідників зі струмами. Виходячи з визначення сили постійного струму (формула (1a)), встановлюємо одиницю вимірювання заряду:  $1\text{Кл} = 1\text{А} \cdot 1\text{с}$ .

$$I = \frac{q}{t}. \quad (1a)$$

*Густиною струму* називається векторна величина  $\vec{j}$ , яка за напрямком збігається з напрямком струму, а за величиною визначається співвідношенням

Якщо провідник однорідний і заряди рівномірно розподілені по всьому перерізу  $S$ , то

$$j = \frac{d^2q}{dS \cdot dt} = \frac{dI}{dS}. \quad (2)$$

$$j = \frac{I}{S}. \quad (2a)$$

При переміщенні електричних зарядів вздовж провідника від  $B$  до  $C$  під дією тільки кулонівських сил відбувається вирівнювання потенціалів, і струм буде короткочасним. Щоб в провіднику міг існувати постійний струм, потрібно підтримувати постійною різницю

потенціалів. Для цього служить джерело струму  $\Gamma$ , яке забезпечує рух електричних зарядів від  $C$  до  $B$ , тобто підтримує їх рух по замкнутому контуру. Очевидно, це відбувається під дією неелектричних *сторонніх* сил. Сторонні сили виникають всередині джерела при перетворенні енергії інших видів в електричну: хімічної – в гальванічних елементах і акумуляторах, механічної – на гідроелектростанціях, внутрішньої – на теплових електростанціях. Напруженість поля сторонніх сил на рис. 3.26 позначена  $\vec{E}^*$ .

Робота  $A$  переміщення заряду  $q_0$  вздовж замкнутого контура дорівнює

$$A = \oint_{(L)} q_0 (\vec{E}, d\vec{l}) + \oint_{(L)} q_0 (\vec{E}^*, d\vec{l}). \quad (3)$$

Перший член в правій частині співвідношення (3) дорівнює нулю (поле кулонівських сил потенціальне). Другий член не дорівнює нулю, отже

$$A = \oint_{(L)} q_0 (\vec{E}^*, d\vec{l}). \quad (4)$$

*Електрорушійною силою*  $\mathcal{E}$  називається фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі сторонніх сил, що виконується при переміщенні одиничного позитивного заряду вздовж замкнутого контура:

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q_0} = \oint_{(L)} (\vec{E}^*, d\vec{l}). \quad (5)$$

*Напругою*  $U$  на ділянці кола  $BC$ , яка не містить джерел струму і розгалужень (однорідна ділянка кола), називається фізична величина, яка чисельно дорівнює роботі кулонівських сил при переміщенні одиничного позитивного заряду крізь поперечний переріз провідника від  $B$  до  $C$ :

$$U = \frac{A_{BC}}{q_0} = \int_B^C (\vec{E}, d\vec{l}). \quad (6)$$

Електрорушійна сила, як і напруга, вимірюється у *вольтах* (В).

## §12. Закон Ома в інтегральній формі

Розглянемо електричне коло, яке містить джерело струму  $\mathcal{E}$ , потенціометр  $\Pi$ , вольтметр  $V$  для вимірювання напруги на ділянці  $MN$ , амперметр  $A$  для вимірювання сили струму в колі (рис. 3.27).

Ділянка  $MN$  може бути однорідною (а) і неоднорідною (б). У

першому випадку на цій ділянці діють тільки кулонівські сили, у другому – кулонівські та сторонні. Пересуваючи ковзний контакт  $C$ , спостерігаємо зміни напруги  $U$  і сили струму  $I$ . Досліди показують, що для однорідної ділянки кола при незмінній температурі відношення  $\frac{U}{I}$  є постійним і дорівнює опоріві провідника  $R_{12}$ , або

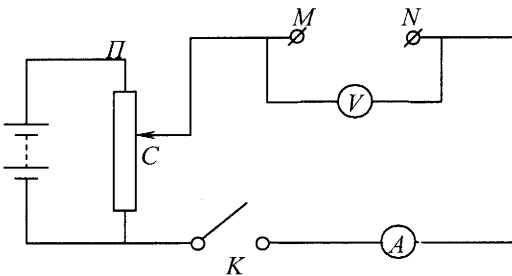
$$I = \frac{U}{R_{12}}. \quad (1)$$

Співвідношення (1) виражає закон Ома в інтегральній формі: сила струму в провіднику пропорційна напрузі на його кінцях і обернено пропорційна опоріві цього провідника.

Опір провідника вимірюється в *омах* (Ом):

$$[R] = \frac{[U]}{[I]} = 1 \frac{\text{В}}{\text{А}} = 1 \text{ Ом}.$$

Закон Ома для однорідної ділянки кола  $MN$  (рис. 3.27 а), де діють тільки потенціальні сили, можна записати так:



$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Якщо на ділянці  $MN$ , крім кулонівських, ще проявляється дія сторонніх сил (рис. 3.27 б), то до роботи електричних сил треба ще додати роботу сторонніх сил. Таким чином

$$IR_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}.$$

Закон Ома для такої (неоднорідної) ділянки кола можна представити у вигляді:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}. \quad (2)$$

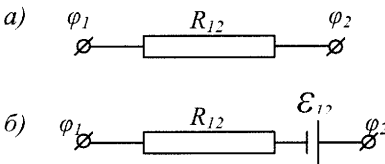


Рис. 3.27

Вважаємо, що  $\mathcal{E}_{12} > 0$ , якщо в напрямку струму ми

проходимо джерело від негативного до позитивного полюса.

Якщо ділянку  $MN$  виокремити і зімкнути клеми  $M$  і  $N$ , то ми одержимо замкнуте коло, в якому  $\varphi_1 = \varphi_2$ ,  $R_{12} = R + r$  – повний опір кола ( $R$  – опір споживачів, або *зовнішній опір*,  $r$  – опір джерела, або *внутрішній опір*), а закон Ома матиме вигляд:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}. \quad (3)$$

Напруга в зовнішньому колі –

$$U = IR = \frac{\mathcal{E}R}{R+r} = \frac{\mathcal{E}}{1+\frac{r}{R}}, \quad (4)$$

або

$$U = \mathcal{E} - Ir, \quad (5)$$

де  $Ir$  – спад напруги всередині джерела.

При  $R = 0$  (коротке замикання)  $I = \frac{\mathcal{E}}{r} = I_{\max}, U = 0$ .

При  $R = \infty$  (коло розімкнуте)  $I = 0, U = \mathcal{E} = U_{\max}$ . Отже, електро-рушійна сила (е. р. с.) дорівнює напрузі на клемі розімкнутого джерела.

### §13. Опір провідників. Надпровідність

Всі без винятку середовища чинять опір електричному струмові. Суть опору зводиться до витрат енергії на роботу проти сил взаємодії рухомих заряджених частинок з навколишнім середовищем. Так, наприклад, в металах – це взаємодія електронів з іонами кристалічної ґратки, у рідинах і газах – внутрішнє тертя, якого зазнають рухомі сольвати.<sup>6</sup> За величиною опору речовини поділяються на три класи: *провідники, напівпровідники і діелектрики*.

Опір металевого провідника залежить від його хімічної природи, домішок, розмірів, температури. При постійній температурі опір  $R$  однорідного провідника з незмінним перерізом  $S$  дорівнює

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (1)$$

де  $l$  – довжина провідника,  $\rho$  – його *питомий опір*. Величину  $\gamma = \frac{1}{\rho}$  називають *питомою електропровідністю* матеріалу. Одиницею питомого опору в СІ є 1 Ом·м, у техніці питомий опір вимірюється в Ом·мм<sup>2</sup>/м. Питомий опір *металів* становить від  $1,6 \cdot 10^{-8}$  Ом·м (срібло) до  $1,2 \cdot 10^{-6}$  Ом·м (фехталь). Питомий опір *напівпровідників* змінюється

---

<sup>6</sup> *Сольватація* – процес приєднання молекул розчинника до молекул розчиненої речовини. Продукти сольватації називаються *сольватами*. При розчиненні у воді процес називається *гідратацією*, а продукти – *гідратами*.

в широкому інтервалі від  $10^{-5}$  до  $10^8$  Ом·м. Питомий опір діелектриків більший ніж  $10^8$  Ом·м.

Опір більшості хімічно чистих металів у межах температур приблизно від  $T_0 = 273$  К до  $T_1 = 373$  К лінійно залежить від температури:

$$R_T = R_0(1 + \alpha \Delta T), \quad (2)$$

де  $R_0$  – опір провідника при  $T_0 = 273,15$ К,  $\Delta T = T - T_0$ ,  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору,  $T$  – дана температура. Для хімічно чистих металів  $\alpha \approx \frac{1}{273} K^{-1}$ . Питомий опір деяких сплавів практично

не залежить від температури. Наприклад, температурний коефіцієнт константану  $0,00002 K^{-1}$ , манганіну –  $0,00003 K^{-1}$ .

Явище *надпровідності* відкрите Камерлінг-Оннесом (1911р.). Воно полягає у тому, що у деяких металів і сплавів при температурі, близькій до абсолютного нуля, опір різко спадає до нуля. Якщо в замкнутому колі з надпровідника створити електричний струм, то він циркулюватиме тривалий час, практично не зменшуючись. Температура переходу в надпровідний стан для різних чистих металів різна і лежить в інтервалі від 0,35 К (гафній) до 11,7 К (технецій). Відомо 23 чистих метали, яким властива надпровідність. Відомо багато сплавів і хімічних сполук, які можуть переходити в надпровідний стан.

Теорію надпровідності розробили Бардін, Купер, Шріффер, Боголюбов. За цією теорією у надпровідному стані електрони провідності утворюють зв'язані пари, які не обмінюються енергією з іонами ґратки.

Останнім часом виявлене і широко вивчається явище так званої високотемпературної надпровідності. Воно властиве деяким сполукам. Температура переходу деяких цих сполук в надпровідний стан становить більше 100 К.

### Завдання для самостійної роботи №3.4

1. Послідовне і паралельне з'єднання провідників.
2. Розгалужені електричні кола. Правила Кірхгофа.
3. Вимірювання сили струму і напруги в електричному колі. Амперметри та вольтметри, їх будова і основні характеристики.
4. Розширення меж вимірювання амперметра і вольтметра – шунти та додаткові опори.
5. Методи вимірювання електрорушійної сили джерела струму.

### §14. Робота і потужність постійного електричного струму

Нехай на ділянці  $MN$  (рис. 3.27) діє електрорушійна сила  $\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}$ , тоді загальна напруга

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}; \quad (1)$$

Робота переміщення заряду  $q_o$  дорівнює

$$A = q_o(\varphi_1 - \varphi_2) + q_o \mathcal{E}; \quad (2)$$

Тобто роботу переміщення заряду виконують як електричні, так і сторонні сили.

У випадку замкнутого електричного кола робота електричних сил дорівнює нулю. Тоді  $A_o = q_o \mathcal{E} = It \mathcal{E}$ . Враховуючи, що  $I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$ , одержимо

$$A_o = \frac{\mathcal{E}^2 t}{R+r}, \quad (3)$$

або

$$A_o = I^2(R+r)t. \quad (4)$$

Тобто робота в усьому електричному колі складається з роботи на зовнішній ділянці кола  $I^2 R t$  (корисна робота) і з роботи всередині джерела  $I^2 r t$  (некорисна робота).

Потужність дорівнює роботі, виконаній за одиницю часу:  $N = A/t$ . Отже повна потужність

$$N_o = I \mathcal{E} = \frac{\mathcal{E}^2}{R+r} = I^2(R+r). \quad (5)$$

Корисна потужність, яку використовує споживач,

$$N_{кор.} = I^2 R = \frac{\mathcal{E}^2 R}{(R+r)^2}. \quad (6)$$

Коефіцієнт корисної дії джерела

$$\eta = \frac{N_{кор.}}{N_o} = \frac{R}{R+r}, \quad (7)$$

де  $r$  – внутрішній опір джерела і підвідних проводів.

При короткому замиканні  $R = 0$ . Отже  $I = \frac{\mathcal{E}}{r}$ ,  $N_{кор.} = 0$ ,  $\eta = 0$ .

Вся потужність витрачається всередині джерела і може

привести до його псування.

$$\text{При } R = r \quad N_{\text{кор.}} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = N_{\text{max}}, \quad N_o = \frac{\mathcal{E}^2}{2r}, \quad \eta = 0,5.$$

$$\text{При } R \gg r \quad I \approx \frac{\mathcal{E}}{R}; \quad N_{\text{кор.}} \approx \frac{\mathcal{E}^2}{R}, \quad N_o \approx \frac{\mathcal{E}^2}{R}, \quad \eta \approx 1.$$

Сила струму в колі мала, загальна і корисна потужність також малі, але ККД максимальний – майже вся потужність джерела витрачається в навантаженні.

$$\text{Одиниця потужності } [N] = [I] \cdot [t] = 1\text{А} \cdot 1\text{В} = 1\text{Вт}.$$

### §15. Теплова дія електричного струму. Закон Джоуля-Ленца

Провідники, по яких проходить електричний струм, нагріваються. Згідно з законом Джоуля-Ленца кількість теплоти  $Q$ , що виділяється в провіднику на ділянці кола, прямо пропорційна квадрату сили струму  $I$ , опорів провідника  $R$  і часові проходження струму  $t$ :

$$Q = kI^2 R t,$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності; в СІ  $k = 1$ . Отже

$$Q = I^2 R t. \quad (1)$$

Використовуючи закон Ома, можна одержати вирази:

$$Q = \frac{U^2}{R} \cdot t, \quad (2)$$

$$Q = UI t. \quad (3)$$

Формулу (1) зручніше використовувати при послідовному з'єднанні елементів електричного кола, а (2) – при їх паралельному з'єднанні (в обох випадках  $R$  – загальний опір ділянки кола).

### §16. Елементи класичної електронної теорії провідності металів.

#### Закони Ома і Джоуля-Ленца в диференціальній формі

Провідність металів обумовлена тим, що в них є велика кількість вільних електричних зарядів – *електронів провідності*. Ці носії струму утворюються з валентних електронів атомів металу і не належать конкретному атомові, а заповнюють простір між вузлами кристалічної ґратки. В теорії Друде-Лоренца (1900 р.) вони розглядаються як *електронний газ*, що має властивості одноатомного ідеального газу. Число електронів провідності по порядку величини становить  $(10^{28} - 10^{29}) \text{ м}^{-3}$ . При відсутності електричного поля ці електрони хаотично рухаються і стикаються з іонами кристалічної

гратки. Можна вважати, що середня довжина вільного пробігу електронів за порядком величини дорівнює періоду кристалічної гратки ( $\langle \lambda \rangle \approx 10^{-10}$  м). Середня квадратична швидкість електронів  $v_{\text{кв}}$  при температурі 273К становить  $\sim 10^5$  м/с. Такою ж за порядком величини є середня арифметична швидкість  $\langle v \rangle$  електронів.

Під дією зовнішнього електричного поля в металі виникає електричний струм, густина якого  $j$  дорівнює заряду всіх електронів, які проходять крізь одиницю площі поперечного перерізу провідника за одиницю часу:

$$\vec{j} = -n_0 e \langle \vec{u} \rangle, \quad (1)$$

де  $n_0$  – число електронів в одиниці об'єму,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл – абсолютне значення заряду електрона,  $\langle \vec{u} \rangle$  – середня швидкість впорядкованого руху електронів. Навіть при максимально допустимих густинах струму  $\langle u \rangle$  дуже мале ( $10^{-4}$  м/с) в порівнянні з середньою швидкістю хаотичного теплового руху електронів. Час, протягом якого в лінії електропередачі встановлюється електричний струм, співпадає з часом встановлення в ній стаціонарного електричного поля, тобто  $t = \frac{L}{c}$ , де  $L$  – довжина лінії, а  $c$  – швидкість світла у вакуумі. Тому електричний струм виникає практично одночасно з замиканням електричного кола.

Під впливом електричного поля між двома послідовними зіткненнями з іонами гратки електрон набуває прискорення  $a = \frac{eE}{m}$ .

Максимальна швидкість в кінці вільного пробігу  $u_{\text{max}} = a\tau = \frac{eE}{m} \cdot \tau$ , де

$$\tau = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle + \langle u \rangle} \approx \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle} - \text{час вільного пробігу. Тобто } u_{\text{max}} = \frac{e\langle \lambda \rangle E}{m\langle v \rangle}, \text{ а}$$

середня швидкість напрямленого руху електронів  $\langle u \rangle = \frac{e\langle \lambda \rangle}{2m\langle v \rangle} \cdot E$ , або у

векторній формі –  $\langle \vec{u} \rangle = -\frac{e\langle \lambda \rangle}{2m\langle v \rangle} \cdot \vec{E}$ . Підставивши останній вираз в рівняння (1), одержимо

$$\vec{j} = \frac{e^2 n_0 \langle \lambda \rangle}{2m\langle v \rangle} \vec{E}. \quad (2)$$



Вираз (2) є законом Ома в диференціальній формі. Величина

$$\gamma = \frac{e^2 n_o \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle} \quad (3)$$

називається *питомою електропровідністю* ( $\gamma = \frac{1}{\rho}$ , де  $\rho$  – *питомий опір*). Отже, маємо

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{E}. \quad (4)$$

Як бачимо, питома провідність (питомий опір) залежить від концентрації вільних електронів і температури ( $\langle v \rangle \sim \sqrt{T}$ ). Але залежність питомої провідності, одержана теоретично ( $\gamma \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$ ), не співпадає з експериментальними даними ( $\gamma_{експ} \sim \frac{1}{T}$ ). Цю невідповідність можна пояснити тільки в рамках квантової теорії.

При зіткненні з іоном в кінці вільного пробігу електрон втрачає кінетичну енергію впорядкованого руху. Вона перетворюється у внутрішню енергію провідника, який нагрівається.

*Об'ємною густиною теплової потужності струму*  $w$  називається кількість енергії, яка виділяється в одиниці об'єму провідника за одиницю часу. Очевидно

$$w = n_o \langle z \rangle \frac{m u_{max}^2}{2},$$

де  $\langle z \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle \lambda \rangle}$  – середнє число зіткнень електронів за одиницю часу.

Врахувавши вираз для  $u_{max}$ , одержимо

$$w = \frac{e^2 n_o \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle} \cdot E^2,$$

або

$$w = \gamma E^2 = \frac{1}{\rho} \cdot E^2. \quad (5)$$

Співвідношення (5) виражають закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі.

### Завдання для самостійної роботи №3.5

1. Із законів Ома і Джоуля-Ленца в інтегральній формі (однорідна ділянка кола) одержати співвідношення (4) і (5) §16.

2. Чи можна вважати, що одержані результати підтверджують електронну теорію провідності металів?

### §17. Електропровідність електролітів

Електричний струм в електролітах – це впорядкований рух іонів під впливом зовнішнього електричного поля  $\vec{E}$  (рис. 3.28).

Рівняння руху іонів у в'язкому середовищі мають вигляд:

$$m_+ a_+ = q_+ E - k_+ v_+,$$

$$m_- a_- = q_- E - k_- v_-.$$

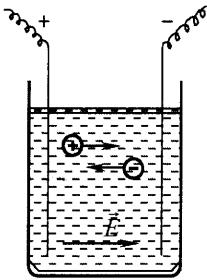


Рис. 3.28

Тут  $m_+$  і  $m_-$ ,  $q_+$  і  $q_-$ ,  $v_+$  і  $v_-$  – маси, заряди і швидкості позитивних і негативних іонів,  $k_+ v_+$  і  $k_- v_-$  – сили опору середовища, які діють на позитивні та негативні іони відповідно. Сили опору зростають при зростанні швидкості, тому через деякий час рух іонів стає рівномірним. Швидкості руху іонів при рівномірному русі –

$$v_+ = \frac{q_+}{k_+} \cdot E, \quad v_- = \frac{q_-}{k_-} \cdot E. \quad \text{Величини } u_+ = \frac{q_+}{k_+} \quad \text{і} \quad u_- = \frac{q_-}{k_-}$$

називаються *рухливостями іонів*.

Густина струму, утвореного позитивними і негативними іонами, відповідно дорівнює

$$\vec{j}_+ = q_+ n_{o+} u_{o+} \vec{E},$$

$$\vec{j}_- = q_- n_{o-} u_{o-} \vec{E}.$$

Тут  $n_{o+}$  і  $n_{o-}$  – концентрації позитивних і негативних іонів. Враховуючи, що для бінарних електролітів  $n_{o+} = n_{o-} = \alpha n_o$  ( $\alpha$  – коефіцієнт дисоціації,  $n_o$  – концентрація молекул розчиненої речовини), і що  $q_+ = q_- = q$ , одержимо для повної густини струму

$$\vec{j} = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = \alpha n_o q (u_+ + u_-) \cdot \vec{E}. \quad (1)$$

Питома провідність електроліту дорівнює

$$\gamma = \alpha n_o q (u_+ + u_-). \quad (2)$$

Вона залежить від ступеня дисоціації, концентрації розчину і рухливості іонів. Оскільки ступінь дисоціації зростає з підвищенням температури, електропровідність електроліту, на відміну від електропровідності металів, з підвищенням температури зростає.

## §18. Електропровідність газів

Гази складаються з нейтральних атомів і молекул, тому за нормальних умов вони струму не проводять. Щоб газы стали електропровідними, їх необхідно іонізувати.

*Іонізацією* молекули (атома) називається відщеплення одного або декількох електронів і перетворення молекули в позитивний іон.

Щоб іонізувати молекулу, необхідно виконати *роботу іонізації*  $A$  проти сил взаємодії електрона з частинками, з яких складається молекула. Іонізація газу відбувається за допомогою зовнішніх чинників: підвищення температури, дія різних випромінювань, космічних променів, бомбардування молекул газу прискореними електронами або іонами (ударна іонізація).

Процес проходження електричного струму через газ називається *газовим розрядом*.

Газовий розряд, спричинений зовнішніми іонізаторами, називається *несамостійним*, якщо він припиняється одночасно з припиненням дії іонізатора (рис. 3.29 а). На рис. 3.29 б представлена крива залежності сили струму  $I$  від напруги  $U$  між електродами при несамостійному розряді (вольт-амперна характеристика). В інтервалі температур від 0 до  $U_I$  виконується закон Ома. Якщо в газі утворюються електрони і одновалентні іони, то

$$\vec{j} = en_0(u_+ + u_-) \cdot \vec{E}, \quad (1)$$

де  $n_0$  – число пар позитивних і негативних частинок в одиниці об'єму,  $u_+$  і  $u_-$  – рухливості позитивних і негативних частинок відповідно,  $e$  – абсолютне значення заряду електрона. При тисках ( $10 \div 10^7$ ) Па

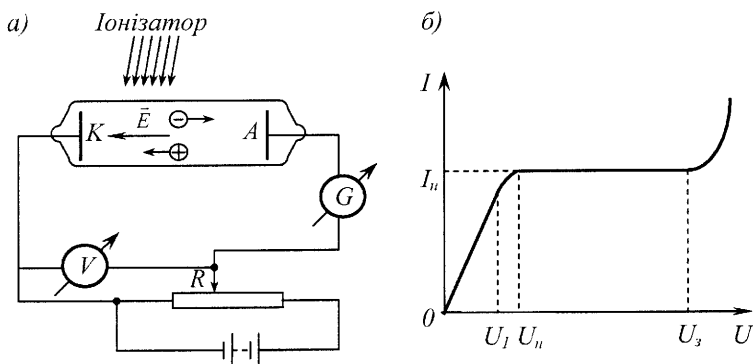


Рис.3.29

рухливість газових іонів обернено пропорційна тиску. В області напруг від  $U_1$  до  $U_H$  лінійна залежність сили струму від напруги порушується – з ростом напруги сила струму зростає все повільніше. Це відбувається внаслідок того, що зменшується концентрація іонів у газі. Починаючи з напруги  $U_H$  сила струму залишається сталою ( $I = I_H$ ). Наступає насичення: всі заряджені частинки, утворені в газі іонізатором за одиницю часу, досягають відповідних електродів швидше, ніж вони встигнуть *рекомбінувати* з частинками протилежного знаку (*рекомбінація* – процес, протилежний іонізації).

При досить великій напрузі  $U_3$  електрони в газовому проміжку набувають такої кінетичної енергії, що стають спроможними іонізувати молекули (*об'ємна іонізація*). Вторинні електрони, прискорюючись в електричному полі, також іонізують молекули. В результаті сильно зростає число носіїв струму, отже, і провідність газу. Але з припиненням дії іонізатора розряд у газі припиняється, оскільки вторинна іонізація відбувається поблизу анода, а біля катода іони поступово зникають. *Напругою запалювання* називається така напруга, при якій позитивні іони, прискорені електричним полем, набувають здатності вибивати з катода *вторинні електрони*. Утворюється подвійна лавина електронів і позитивних іонів. При цьому дія зовнішнього іонізатора вже перестає бути необхідною для протікання газового розряду. *Несамостійний* газовий розряд переходить у *самостійний* (*електричний пробій газу*). Напруга запалювання залежить від форми і розмірів електродів, їх взаємного розміщення, тиску і хімічної природи газу, а також від матеріалу катода.

Різновидами самостійних газових розрядів є тліючий, коронний, іскровий, дуговий. Вони мають різноманітне застосування в техніці та в побуті.

### **Завдання для самостійної роботи №3.6**

1. Електролітична дисоціація. Електроліз, його використання.
2. Закони Фарадея для електролізу.
3. Основні види газових розрядів, їх застосування.
4. Катодні промені.
5. Термоелектронна емісія. Формули Богуславського-Ленгмюра і Річардсона - Дешмана. Електронні лампи та їх застосування.

**Література:** Бушок Г.Ф. та ін. Курс фізики. – Кн.1. – К.: Либідь, 2001. – С. 308-310; 317-328.

## §19. Поняття про плазму

Плазмою називають стан речовини з високим ступенем іонізації. Розрізняють два види плазми: *ізотермічну*, яка виникає при температурі газу, достатній для термічної іонізації, і *газорозрядну*, яка виникає при електричних розрядах в газах. В ізотермічній плазмі середні кінетичні енергії електронів, іонів, нейтральних збуджених атомів і молекул, які входять до складу плазми, однакові. При тепловій рівновазі з навколишнім середовищем така плазма може існувати як завгодно довго. У природі ізотермічна плазма виявлена в атмосфері дуже гарячих зірок ( $T \sim 35000$  К). Надра зірок і Сонця складаються з водневої плазми. Під впливом високої температури ( $10^7$ – $10^8$  К) і великого тиску відбувається реакція синтезу і утворення ядер гелію, що супроводжується виділенням величезної енергії.

У земних умовах високотемпературну плазму одержують при потужних електричних розрядах. Її досліджують з метою використання в реакціях керованого термоядерного синтезу. Температура такої плазми досягає сотень мільйонів градусів. Вона перебуває під дією сильного магнітного поля, яке відіграє роль теплоізолятора, що відділяє плазму від стінок ємності, в якій вона знаходиться.

Плазма *газового розряду* не перебуває в термодинамічній рівновазі. Заряджені частинки в такій плазмі знаходяться в прискорюючому електричному полі. З припиненням дії зовнішнього поля газорозрядна плазма зникає протягом  $10^{-5}$  –  $10^{-4}$  секунди в результаті процесу рекомбінації.

Характерною властивістю плазми є можливість виникнення в ній електромагнітних коливань і хвиль в широкому діапазоні частот. Плазма є добрим провідником електричного струму, має діаманітні властивості. Позитивний стовп тліючого газового розряду, дуговий розряд, головний канал іскрового розряду, блискавка – мають властивості плазми. Особливим різновидом плазми є *іоносфера* – іонізований шар повітря, який простягається від 60 до 20000 км над поверхнею Землі. Тут іонізація відбувається в основному під дією ультрафіолетового випромінювання Сонця. Іоносфера проявляє істотний вплив на поширення радіохвиль в земній атмосфері. Зокрема, можливість радіопередач на коротких хвилях ґрунтується на відбиванні цих хвиль від іоносферних шарів.

Отже, іонізована речовина має ряд специфічних властивостей, відмінних від властивостей твердих тіл, рідин і газів. Тому її вважають *четвертим станом речовини – плазмою*.

## III.2. МАТЕРІАЛИ, РЕКОМЕНДОВАНІ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

#### *Електростатика*

3.1. Два однакових позитивних заряди по  $10^{-7}$  Кл знаходяться в повітрі на відстані 8 см один від одного. Визначити напруженість поля в точці  $O$ , яка знаходиться посередині відрізка, що з'єднує заряди, а також у точці  $A$ , яка розташована на відстані 5 см від зарядів.

$$(E_O = 0; E_A = 4,32 \cdot 10^5 \text{ В/м})$$

3.2. Визначити положення точки на прямій, що проходить через два точкових заряди  $+4q$  та  $-q$ , потенціал поля в якій дорівнює нулю. Визначити напруженість поля в цій точці. Відстань між зарядами  $l$ .

$$(x = l; \varphi = 9 \cdot 10^9 q/l)$$

3.3. Три однакові маленькі кульки масою  $m = 0,12$  г підвішені в одній точці на нитках довжиною  $l = 20$  см. Які заряди треба надати кулькам, щоб кожна нитка складала з вертикаллю кут  $\alpha = 30^\circ$ ? Масу нитки не враховувати.

$$(Q = 3,6 \cdot 10^{-8} \text{ Кл})$$

3.4. Відстань  $d$  між точковими зарядами  $Q_1 = 180$  нКл і  $Q_2 = 720$  нКл дорівнює 60 см. Визначити точку, в якій треба розмістити третій заряд  $Q_3$ , щоб система зарядів знаходилася в рівновазі. Визначити величину та знак заряду. Стійка чи нестійка буде рівновага?

$$(x = 0,2 \text{ м}; Q_3 = 80 \text{ нКл})$$

3.5. У вершинах рівностороннього трикутника зі стороною 0,05 м знаходяться однакові заряди величиною  $2 \cdot 10^{-7}$  Кл. Визначити напруженість поля в точці, що лежить посередині однієї із сторін трикутника.

$$(E = 9,6 \cdot 10^5 \text{ В/м})$$

3.6. Металева куля радіусом 10 см оточена шаром діелектрика ( $\epsilon = 6$ ) товщиною 5 см. Визначити потенціал та напруженість поля в точках, що лежать на відстані  $r_1 = 5$  см;  $r_2 = 12$  см;  $r_3 = 20$  см від центра

кулі. Заряд кулі дорівнює  $3,3 \cdot 10^{-8}$  Кл.

$$(\varphi_1 = 2970 \text{ В}; \varphi_2 = 0; \varphi_3 = 413 \text{ В/м}; E_1 = 3440 \text{ В/м}; E_2 = 1485 \text{ В/м}; E_3 = 7425 \text{ В/м})$$

3.7. З якою силою, що припадає на одиницю поверхні, відштовхуються дві однойменно заряджені нескінченно великі площини з однаковою поверхневою густиною заряду  $\sigma = 2 \text{ мкКл/м}^2$ .

$$(F/S = 0,226 \text{ Н/м}^2)$$

3.8. Електрон з деякою швидкістю влітає в плоский горизонтально розташований конденсатор паралельно пластинам на однаковій відстані від них. Напруженість поля в конденсаторі  $E = 100 \text{ В/м}$ ; відстань між пластинами  $d = 4 \text{ см}$ . Через який час  $t$  після того, як електрон влетів в конденсатор, він попаде на одну з пластин? На якій відстані  $s$  від початку конденсатора електрон попаде на пластину, якщо він прискорений напругою  $U = 60 \text{ В}$ .

$$(t = 480 \text{ нс}; s = 0,22 \text{ м})$$

3.9. Електрон, пройшовши різницю потенціалів  $100 \text{ В}$ , влітає в плоский конденсатор паралельно його пластинам. Напруженість електричного поля в конденсаторі  $10^4 \text{ В/м}$ , довжина конденсатора  $0,05 \text{ м}$ . Знайти величину та напрямок швидкості електрона при вильоті його з конденсатора, а також його кінетичну енергію.

$$(v = 1,6 \cdot 10^7 \text{ м/с}; \alpha = 14^\circ; W = 1,64 \cdot 10^{14} \text{ Дж})$$

3.10. Дві паралельні площини, заряджені з поверхневими густинами  $\sigma_1 = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$  та  $\sigma_2 = -0,3 \text{ мкКл/м}^2$ , знаходяться на відстані  $d = 0,5 \text{ см}$  одна від одної. Визначити різницю потенціалів між пластинами.

$$(\Delta\varphi = 141 \text{ В})$$

3.11. Тонке півкільце радіусом  $R = 10 \text{ см}$  несе рівномірно розподілений заряд  $q_1 = 0,2 \text{ мкКл}$ . Визначити напруженість поля в центрі кривизни півкільця, а також силу, що діє у цій точці на точковий заряд  $q_2 = 10 \text{ нКл}$ .

$$(E = 1,8 \cdot 10^5 \text{ В/м}; F = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Н})$$

3.12. Визначити потенціальну енергію системи двох точкових зарядів  $q_1 = 100 \text{ нКл}$  та  $q_2 = 10 \text{ нКл}$ , які знаходяться на відстані  $r = 10 \text{ см}$  один від одного.

$$(W = 9 \cdot 10^{-5} \text{ Дж})$$

3.13. Відстань між пластинами плоского конденсатора  $d = 4$  см. Електрон починає рухатися від негативної пластини в той момент, коли від позитивної пластини починає рухатися протон. На якій відстані  $l$  від позитивної пластини зустрінуться електрон та протон?  
( $l = 22 \cdot 10^{-6}$  м)

3.14. До батареї з е.р.с.  $\mathcal{E} = 300$  В підключено два плоских конденсатори ємністю  $C_1 = 2$  пФ та  $C_2 = 3$  пФ. Визначити заряд та напругу на пластинах конденсатора в двох випадках:

- 1) при послідовному з'єднанні;
- 2) при паралельному з'єднанні.

$$(Q = 0,36 \text{ нКл}; U_1 = 180 \text{ В}; U_2 = 120 \text{ В}; \\ Q_1 = 0,5 \text{ нКл}; Q_2 = 0,9 \text{ нКл}; U = 300 \text{ В})$$

3.15. Електрон з початковою швидкістю  $v_0 = 3 \cdot 10^6$  м/с влетів в однорідне електричне поле напруженістю  $E = 150$  В/м. Вектор початкової швидкості перпендикулярний до ліній напруженості електричного поля. Знайти: а) силу, що діє на електрон; б) прискорення, якого набуває електрон; в) швидкість електрона через  $t = 0,1$  мкс.

$$(F = 2,4 \cdot 10^{-17} \text{ Н}; a = 2,64 \cdot 10^{13} \text{ м/с}^2; v = 4 \cdot 10^6 \text{ м/с})$$

3.16. Дві однакові круглі пластини, площею  $S = 100$  см<sup>2</sup> кожна, розташовані паралельно одна одній. Заряд однієї пластини  $q_1 = 100$  нКл, іншої  $q_2 = -200$  нКл. Визначити силу взаємного притягання пластин, якщо відстань між ними: а)  $r_1 = 2$  мм; б)  $r_2 = 10$  м.

$$(F_1 = 113 \text{ мН}; F_2 = 1,8 \text{ мкН})$$

3.17. Плоский конденсатор (відстань між його пластинами  $d = 5$  мм) заряджений до різниці потенціалів 500 В. Визначити об'ємну густину енергії поля конденсатора, якщо між пластинами знаходиться: а) повітря ( $\epsilon_1 = 1$ ); б) скло ( $\epsilon_2 = 7$ ).

$$(w_1 = 0,044 \text{ Дж/м}^3; w_2 = 0,31 \text{ Дж/м}^3)$$

3.18. Порошинка масою  $m = 1$  нг, що несе на собі 5 електронів, пройшла у вакуумі прискорюючи різницю потенціалів  $U = 3$  МВ. Яка кінетична енергія порошинки? Яку швидкість набула порошинка?

$$(v = 2,19 \text{ м/с})$$

3.19. Плоский повітряний конденсатор ємністю 1111 пФ зарядили до різниці потенціалів 300 В. Після відключення від джерела напруги відстань між пластинами конденсатора було збільшено в 5



разів. Визначити:

1) різницю потенціалів на обкладках конденсатора після їх розсування;

2) роботу зовнішніх сил по розсуванню пластин.

$$(U = 1500 \text{ В}; A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж})$$

3.20. Плоский повітряний конденсатор складається з двох пластин площею  $50 \text{ см}^2$  кожна. Відстань між пластинами  $1,5 \text{ см}$ . Конденсатор зарядили до різниці потенціалів  $2000 \text{ В}$  та відключили від джерела напруги. Яку роботу треба здійснити, щоб розсунути пластини на відстань  $5 \text{ см}$ ?

$$(A = 3,1 \cdot 10^{-8} \text{ Дж})$$

3.21. Пластини плоского конденсатора розміщені в гасі. Яку роботу треба здійснити, щоб розсунути пластини конденсатора від  $2$  до  $11 \text{ мм}$ , якщо конденсатор заряджений до напруги  $600 \text{ В}$  та відключений від джерела? Площа кожної пластини  $628 \text{ см}^2$ .

$$(A = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж})$$

3.22. Площа пластини плоского конденсатора, що знаходиться у вакуумі,  $314 \text{ см}^2$ , відстань між пластинами  $2 \text{ мм}$ , напруженість поля між ними  $600 \text{ В/см}$ . Конденсатор після зарядження відключено від джерела напруги. Яку роботу треба виконати, щоб вставити в нього скляну пластинку ( $\epsilon = 7$ ), якщо вона повністю заповнює конденсатор?

$$(A = 8,6 \cdot 10^{-7} \text{ Дж})$$

3.23. Між пластинами плоского конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів  $600 \text{ В}$ , знаходяться два шари діелектриків: скла ( $\epsilon_1 = 7$ ) товщиною  $2 \text{ мм}$  та парафіну ( $\epsilon_2 = 2$ ) товщиною  $5 \text{ мм}$ . Визначити:

1) електроємність конденсатора, якщо площа його пластин  $200 \text{ см}^2$ ;

2) електричне зміщення та напруженість електричного поля в кожному шарі.

$$(C = 60,5 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}; D = 19,2 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}^2; \\ E_1 = 3,07 \cdot 10^4 \text{ В/м}; E_2 = 10,8 \cdot 10^4 \text{ В/м})$$

3.24. Дві металеві кульки радіусами  $R_1 = 3 \text{ см}$  та  $R_2 = 2 \text{ см}$  мають перша – заряд  $q_1 = 10 \text{ нКл}$ , друга – потенціал  $\phi_2 = 9 \text{ кВ}$ . Знайти енергію, яка виділиться при розряді, якщо кульки з'єднати провідником.

$$(W = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ Дж})$$

3.25. Простір між пластинами плоского конденсатора заповнено двома шарами діелектриків: шаром скла ( $\epsilon_1 = 7$ ) товщиною  $d_1 = 1$  см та шаром парафіну ( $\epsilon_2 = 2$ ) товщиною  $d_2 = 2$  см. Різниця потенціалів між обкладками  $U = 3$  кВ. Визначити напруженість поля та спад потенціалу в кожному з шарів.

$$(E_1 = 3,75 \cdot 10^4 \text{ В/м}; \Delta\varphi_1 = 375 \text{ В}; E_2 = 13 \cdot 10^4 \text{ В/м}; \Delta\varphi_2 = 2600 \text{ В})$$

3.26. З плоского конденсатора витягнули плитку парафіну ( $\epsilon = 2$ ) товщиною 1 см. Плитка впритул прилягала до пластин конденсатора. На скільки треба зблизити пластини, щоб отримати попередню ємність?

$$(\Delta d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м})$$

3.27. До повітряного конденсатора, зарядженого до різниці потенціалів  $U_1 = 500$  В та відключеного від джерела напруги, приєднали паралельно другий конденсатор таких же розмірів та форми, але з іншим діелектриком (скло). Визначити діелектричну проникність  $\epsilon$  скла, якщо після приєднання другого конденсатора різниця потенціалів зменшилася до  $U_2 = 70$  В.

$$(\epsilon = 6,1)$$

3.28. Конденсатор ємністю  $C_1 = 670 \cdot 10^{-12}$  Ф зарядили до різниці потенціалів  $U = 1,5$  кВ та відключили від джерела напруги. Потім до конденсатора приєднали паралельно другий, незаряджений конденсатор ємністю  $C_2 = 450 \cdot 10^{-12}$  Ф. Скільки енергії, зосередженої в першому конденсаторі, було витрачено на утворення іскри, яка проскочила при з'єднанні конденсаторів?

$$(W = 3 \cdot 10^{-4} \text{ Дж})$$

3.29. Повітряний конденсатор ємністю  $10^{-3}$  мкФ заряджений до різниці потенціалів 900 В. Відстань між пластинами конденсатора 5 мм. Знайти силу, з якою пластини притягаються одна до одної, та енергію конденсатора.

$$(W = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}; F = 0,08 \text{ Н})$$

3.30. Плоский конденсатор з площею пластин  $S = 300$  см<sup>2</sup> кожна заряджений до різниці потенціалів  $U = 1$  кВ. Відстань між пластинами  $d = 4$  см. Діелектрик – скло ( $\epsilon = 7$ ). Визначити енергію  $W$  поля конденсатора та густину  $w$  енергії поля.

$$(W = 2,32 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}; w = 1,93 \cdot 10^{-2} \text{ Дж/м}^3)$$

3.31. Круглі пластини плоского конденсатора радіусом 10 см

притягаються з силою 0,1 Н. Простір між пластинами заповнено парафіном ( $\epsilon = 2$ ). Визначити:

- 1) густину зарядів на пластинах конденсатора;
- 2) напруженість та електричне зміщення поля у просторі між пластинами;
- 3) об'ємну густину енергії;
- 4) тиск, що спричиняють пластини на діелектрик.

$$(\sigma = 1,06 \cdot 10^{-5} \text{ Кл/м}^2; E = 6 \cdot 10^5 \text{ В/м}; D = 10,6 \cdot 10^{-6} \text{ Кл/м}^2; \\ w = 3,18 \text{ Дж/м}^3; P = 3,18 \text{ Н/м}^2)$$

3.32. Плоский повітряний конденсатор складається з двох пластин, розташованих на відстані 4 мм одна від одної, загальною площею 100 см<sup>2</sup>. Конденсатор заряджають від батареї в 200 В та відключають від неї. Яку роботу треба здійснити, щоб збільшити відстань між обкладками в два рази? Розв'язати задачу також за умови, коли конденсатор не відключають від батареї.

$$(A_1 = 4,42 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}; A_2 = 1,11 \cdot 10^{-7} \text{ Дж})$$

3.33. Скільки електронів повинно знаходитися на поверхні металевої кульки діаметром 2 см, щоб енергія поля зарядженої кульки дорівнювала  $10^{-10}$  Дж?

$$(N = 9 \cdot 10^7)$$

3.34. Яка робота  $A$  виконується при перенесенні точкового заряду  $q = 20$  нКл з нескінченності в точку, що знаходиться на відстані  $r = 1$  см від поверхні кулі радіусом  $R = 1$  см з густиною заряду  $\sigma = 10$  мкКл/м<sup>2</sup>?

$$(A = 113 \text{ мкДж})$$

### **Постійний струм**

3.35. Струм у провіднику змінюється з часом за рівнянням  $I = 4 + 2t$ , де  $I$  – в амперах, а  $t$  – в секундах. Який заряд пройде через поперечний переріз провідника за час від  $t_1 = 2$  с до  $t_2 = 6$  с? За якого постійного струму  $I_0$  крізь поперечний переріз провідника за той же час пройде такий же заряд?

$$(Q = 48 \text{ Кл}; I = 12 \text{ А})$$

3.36. Опір  $R = 4$  Ом підключено до двох паралельно з'єднаних джерел струму з е. р. с.  $\mathcal{E}_1 = 2,2$  В,  $\mathcal{E}_2 = 1,4$  В, внутрішні опори яких дорівнюють  $r_1 = 0,6$  Ом та  $r_2 = 0,4$  Ом. Визначити струм в опорі  $R$  та

напругу на затискачах другого джерела струму.

$$(I = 0,4 \text{ A}; U = 0,224 \text{ В})$$

3.37. Батарея гальванічних елементів замкнута на зовнішній опір  $R_1 = 10 \text{ Ом}$  та дає струм  $I_1 = 3 \text{ А}$ . Якщо замість опору  $R_1$  підключити опір  $R_2 = 20 \text{ Ом}$ , то струм дорівнюватиме  $I_2 = 1,6 \text{ А}$ . Знайти е.р.с. та внутрішній опір батареї.

$$(\mathcal{E} = 34,4 \text{ В}; r = 1,43 \text{ Ом})$$

3.38. Визначити число електронів, що проходять за секунду кризь одиницю площі поперечного перерізу залізного дроту довжиною  $l = 10 \text{ м}$  при напрузі на його кінцях  $U = 6 \text{ В}$ .

$$(n = 3,8 \cdot 10^{25} \text{ с}^{-1} \text{ м}^{-2})$$

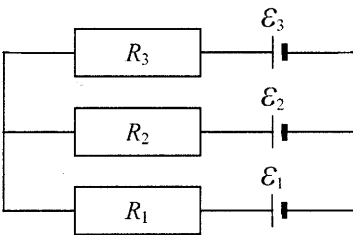


Рис. ПЗ.41

3.39. Визначити середню швидкість впорядкованого руху електронів у мідному провіднику при силі струму  $10 \text{ А}$  та перерізі провідника  $1 \text{ мм}^2$ . Прийняти, що на кожний атом міді припадає два електрони провідності.

$$(v_c = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ м/с})$$

3.40. Знайти середню швидкість впорядкованого руху електронів в мідному провіднику діаметром  $0,5 \text{ см}$ , якщо концентрація вільних електронів у провіднику  $10^{22} \text{ см}^{-3}$  та сила струму в ньому  $10^4 \text{ А}$ .

$$(v_c = 3,18 \cdot 10^{-4} \text{ м/с})$$

3.41. Знайти величини струмів на всіх ділянках кола, (рис. ПЗ.41), якщо  $\mathcal{E}_1 = 3 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_3 = 5 \text{ В}$ ,  $R_1 = 8 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 3 \text{ Ом}$  та  $R_3 = 16 \text{ Ом}$ . Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.

$$(I_1 = 0,13 \text{ А}; I_2 = 0,10 \text{ А}; I_3 = 0,23 \text{ А})$$

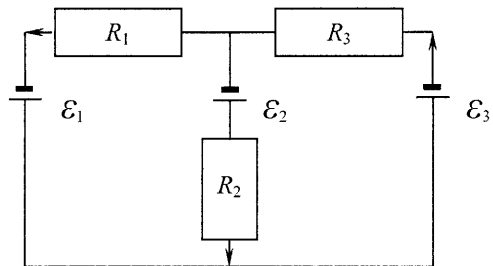


Рис. ПЗ.42

3.42. Три джерела струму з електрорушійними силами 2,5 В, 2 В та 1,5 В і три опори по 2,3 Ом кожний включені, як показано на рисунку ПЗ.42. Внутрішні опори джерел однакові – по 0,8 Ом. Визначити струми в опорах.

$$(I_1 = -0,66 \text{ A}; I_2 = 1,06 \text{ A}; I_3 = 0,4 \text{ A})$$

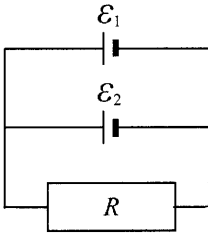


Рис. ПЗ.43

3.43. Два джерела струму  $\mathcal{E}_1 = 14 \text{ В}$  з внутрішнім опором  $r_1 = 2 \text{ Ом}$  та  $\mathcal{E}_2 = 6 \text{ В}$  з внутрішнім опором  $r_2 = 4 \text{ Ом}$ , а також реостат  $R = 10 \text{ Ом}$  з'єднані, як показано на рисунку ПЗ.43. Визначити силу струму в реостаті та в джерелах струму.

$$(I_1 = 1 \text{ A}; I_2 = 2 \text{ A}; I_3 = 1 \text{ A})$$

3.44. Знайти струми, які протікають в кожному відгалуженні електричного кола, зображеного на рисунку ПЗ.44, якщо  $\mathcal{E}_1 = 130 \text{ В}$ ;  $\mathcal{E}_2 = 117 \text{ В}$ ;  $R_1 = 0,5 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 0,3 \text{ Ом}$ ;  $R_3 = 12 \text{ Ом}$ . Внутрішній опір джерел не враховувати.

$$(I_1 = 20 \text{ A}; I_2 = 10 \text{ A}; I_3 = 10 \text{ A})$$

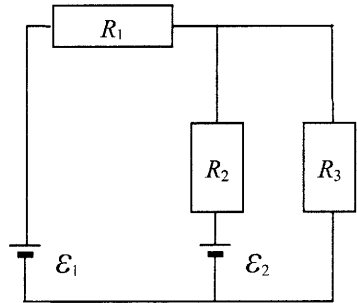


Рис. ПЗ.44

3.45. В колі, яке зображене на рис. ПЗ.45,  $R_1 = 2 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = R_3 = 4 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 2 \text{ Ом}$ ,  $\mathcal{E}_1 = 10 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 4 \text{ В}$ . Знайти напругу на цих опорах. Опорами джерел струму знехтувати.

$$(U_1 = 6 \text{ В}; U_2 = 0 \text{ В}; U_3 = 4 \text{ В}; U_4 = 4 \text{ В})$$

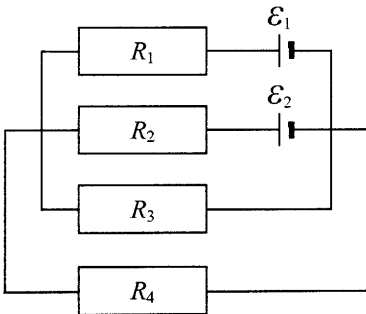


Рис. ПЗ.45

3.46. Джерело струму замкнуте на потенціометр. Е. р. с. джерела дорівнює 50 В; внутрішнім опором знехтувати. Вольтметр, опір якого 1000 Ом, включений між початком та серединою обмотки, показує 20 В. Застосовуючи правила Кірхгофа, визначити опір потенціометра.

$$(R = 1000 \text{ Ом})$$

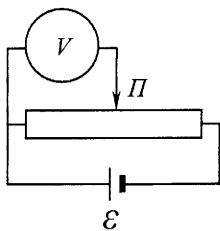


Рис. ПЗ.46

3.47. Для схеми, показаної на рисунку ПЗ.47, визначити силу струму в опорі  $R_3$  та напругу на кінцях цього опору за умови, що  $\mathcal{E}_1 = 4\text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2 = 3\text{ В}$ ,  $R_1 = 2\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 6\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 1\text{ Ом}$ . Внутрішніми опорами джерел струму знехтувати.

$$(I_3 = 0; U_3 = 0)$$

3.48. Струм у провіднику опором  $R = 100\text{ Ом}$  за час  $t = 30\text{ с}$  рівномірно наростає від  $I_1 = 0$  до  $I_2 = 10\text{ А}$ . Визначити теплоту  $Q$ , яка виділилася за цей час.

$$(Q = 100\text{ кДж})$$

3.49. Батарею з внутрішнім опором  $30\text{ Ом}$  замкнено на котушку з опором  $6\text{ Ом}$ . Визначити опір шунта, який треба приєднати паралельно до котушки, щоб потужність, що виділяється в ній, зменшилась в  $9$  разів.

$$(r_{ш} = 2,5\text{ Ом})$$

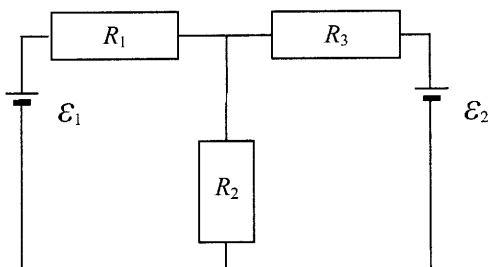


Рис. ПЗ.47

3.50. Який внутрішній опір має акумулятор, якщо при силі струму  $5\text{ А}$  у зовнішньому колі потужність  $9,5\text{ Вт}$ , а при силі струму  $8\text{ А}$  –  $14,4\text{ Вт}$ ?

$$(r = 0,033\text{ Ом})$$

3.51. Яка максимально можлива густина струму в мідному провіднику, якщо падіння напруги не повинно перевищувати  $0,01\text{ В}$  на  $1\text{ м}$  довжини провідника? Які втрати потужності на  $1\text{ км}$  такого провідника?

$$(J = 5,8 \cdot 10^5\text{ А/м}; \Delta N = 5,8 \cdot 10^8 \cdot \text{к Вт})$$

3.52. По провіднику опором  $R = 3\text{ Ом}$  тече струм, що рівномірно наростає. За час  $t = 8\text{ с}$  у провіднику виділилася теплота  $Q = 200\text{ Дж}$ . Визначити заряд  $q$ , що протікає за цей час по провіднику. У момент часу, прийнятий за початковий, струм в провіднику був рівний нулю.

$$(q = 20\text{ Кл})$$

3.53. Потенціометр з опором  $R = 100$  Ом підключений до батареї, е.р.с. якої  $\mathcal{E} = 150$  В та внутрішній опір  $r_1 = 50$  Ом. Визначити покази вольтметра з опором  $R_v = 500$  Ом, з'єднаного з однією з клем потенціометра та рухомим контактом, який встановлений посередині потенціометра, Якою буде різниця потенціалів між тими ж самими точками потенціометра при відключенні вольтметра?

$$(U_1 = 47 \text{ В}; U_2 = 50 \text{ В})$$

3.54. Струм у провіднику опором  $R = 15$  Ом за час  $t = 5$  с рівномірно збільшується від нуля до деякого максимуму. За цей час в провіднику виділилася теплота  $Q = 10$  кДж. Визначити середнє значення сили струму в провіднику за цей проміжок часу.

$$(I = 10 \text{ А})$$

3.55. Сила струму в провіднику опором  $R = 100$  Ом змінюється за законом  $I = I_0 e^{-\alpha t}$ . Початкова сила струму  $I_0 = 10$  А,  $\alpha = 10^3 \text{ с}^{-1}$ . Визначити теплоту, що виділяється в провіднику за час  $t = 10^{-3}$  с.

$$(Q = 4,32 \text{ Дж})$$

3.56. Визначити силу струму в колі, яке складається з двох елементів з е.р.с.  $\mathcal{E}_1 = 1,6$  В та  $\mathcal{E}_2 = 1,2$  В внутрішніми опорами  $r_1 = 0,6$  Ом та  $r_2 = 0,4$  Ом, з'єднаних однойменними полюсами.

$$(I = 0,4 \text{ А})$$

3.57. При якому опорі зовнішнього кола джерело з е.р.с.  $\mathcal{E} = 10$  В та внутрішнім опором  $r = 20$  Ом буде мати максимальну потужність? Яка величина цієї потужності?

$$(R = 20 \text{ Ом}; P = 1,25 \text{ Вт})$$

3.58. Від джерела, різниця потенціалів на клеммах якого  $U_0 = 10^5$  В, треба передати потужність  $N = 5 \cdot 10^3$  кВт на відстань  $l = 5$  км. Припустима втрата напруги у проводах  $n = 1$  %. Розрахуйте мінімальний переріз  $S$  мідного дроту, придатного для цієї мети.

$$(S = 8,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2)$$

3.59. На котушку, яка має 800 витків мідного дроту, подано напругу 6 В. Визначити густину струму. Діаметр витків дорівнює 4 см.

$$(j = 3,5 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2)$$

3.60. Е.р.с. батареї  $\mathcal{E} = 60$  В, внутрішній опір  $r_1 = 4$  Ом. Зовнішнє коло споживає потужність  $N = 125$  Вт. Визначити силу струму  $I$  в колі, напругу  $U$ , під якою знаходиться коло та її опір  $R$ .

$$(I = 2,5 \text{ А}; U = 50 \text{ В}; R = 20 \text{ Ом})$$

3.61. В провіднику за час  $t = 10$  с при рівномірному зростанні струму від  $I_1 = 0$  до  $I_2 = 2$  А виділилася теплота  $Q = 2$  кДж. Знайти опір провідника.

$$(R = 150 \text{ Ом})$$

3.62. До батареї, е.р.с. якої 2 В та внутрішній опір 0,5 Ом, приєднаний провідник. Визначити: 1) при якому опорі провідника потужність, що в ньому виділяється, максимальна? 2) яка величина цієї потужності?

$$(R = 0,5 \text{ Ом}; P = 2 \text{ Вт})$$

3.63. Яку потужність споживає нагрівач електричного чайника, якщо об'єм  $V = 1$  л води закипає за час  $\tau = 5$  хв? Який опір нагрівача, якщо напруга у колі  $U = 120$  В? Початкова температура води  $t_0 = 13,5$  °С.

$$(R = 12 \text{ Ом}; P = 1200 \text{ Вт})$$

3.64. Визначити силу струму та густину струму насичення в іонізаційній камері з плоскими електродами площею  $S = 400$  см<sup>2</sup> кожний, якщо в одному кубічному сантиметрі газу, що розміщено між електродами, під дією іонізатора щосекунди створюється  $n = 8 \cdot 10^6$  пар іонів. Об'єм газу в камері  $V = 1,2$  л. Заряд кожного іона вважати рівним елементарному заряду.

$$(I = 1,54 \text{ нА}; j = 38,5 \cdot 10^{-9} \text{ А/м}^2)$$

3.65. До електродів розрядної трубки прикладена різниця потенціалів  $U = 5$  В, відстань між ними  $l = 10$  см. Іонізатор створює в 1см<sup>3</sup> газу  $n = 10^6$  пар іонів за секунду. Рухливість іонів  $u_+ = 3 \cdot 10^{-2}$  м<sup>2</sup>/(В·с),  $u_- = 2,10^{-2}$  м<sup>2</sup>/(В·с). Знайти густину струму в трубці. Визначити також, яка частина повного струму створюється рухом позитивних іонів.

$$(j = 4 \cdot 10^{-7} \text{ А/м}^2; j_+/j_- = 0,6)$$

3.66. На плоский повітряний конденсатор подано напругу 400 В. При освітленні повітряного проміжку ультрафіолетовим світлом через гальванометр, включений в коло послідовно з конденсатором, проходив струм  $10^{-8}$  А; насичення не було. Визначити концентрацію



іонів повітря, якщо площа кожної пластини  $200 \text{ см}^2$ , а відстань між ними  $5 \text{ см}$ . Рухливість позитивних іонів  $1,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ , негативних –  $1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ .

$$(n = 1,17 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3})$$

3.67. В іонізаційній камері, відстань між плоскими електродами якої  $5 \text{ см}$ , проходить струм насичення густиною  $1,6 \cdot 10^{-9} \text{ А/см}^2$ . Визначити число пар іонів, що утворюються в кожному кубічному сантиметрі простору камери.

$$(n = 2 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1} \text{ см}^{-3})$$

3.68. Газ, що знаходиться в іонізаційній камері між плоскими пластинами, опромінюється рентгенівськими променями. Визначити густину струму насичення, якщо іонізатор утворює в кожному кубічному сантиметрі газу  $n = 4,5 \cdot 10^7$  пар іонів в секунду. Прийняти, що кожний іон несе на собі елементарний заряд. Відстань між пластинами камери  $d = 1,5 \text{ см}$ .

$$(j_n = 10^{-7} \text{ А/м}^2)$$

3.69. Повітря між плоскими електродами іонізаційної камери іонізується рентгенівськими променями. Сила струму, що протікає через камеру,  $I = 1,2 \text{ мкА}$ . Площа кожного електрода  $S = 300 \text{ см}^2$ , відстань між ними  $d = 2 \text{ см}$ , різниця потенціалів  $U = 100 \text{ В}$ . Визначити концентрацію іонів між пластинами, якщо струм далекий від насичення. Заряд кожного іона дорівнює елементарному заряду.

$$(n = 1,51 \cdot 10^{14} \text{ м}^{-3})$$

3.70. Азот іонізується рентгенівськими променями. Визначити питому провідність азоту, якщо в кожному кубічному сантиметрі газу знаходиться в умовах рівноваги  $n = 10^7$  пар іонів.

$$(\gamma = 5 \cdot 10^{-10} \text{ 1/Ом} \cdot \text{м})$$

3.71. Емісійна стала для чистого вольфраму  $B = 60 \text{ А/(\text{см}^2 \cdot \text{К}^2)}$ , для вольфраму, покритого торієм,  $B_1 = 3 \text{ А/(\text{см}^2 \cdot \text{К}^2)}$ . Визначити для двохелектродних ламп, що мають катод з таких металів, відношення густини струмів насичення при температурі катода  $1800 \text{ К}$ .

$$(j/j_1 = 1,12 \cdot 10^{-4})$$

3.72. Знайти густину струму насичення термоелектронної емісії для вольфраму при температурі  $2500 \text{ К}$ . Сталу в формулі Річардсона-Дешмана вважати рівною  $80 \text{ А/(\text{см}^2 \cdot \text{К}^2)}$ , роботу виходу –  $4,5 \text{ еВ}$ .

$$(j_n = 4300 \text{ А/м}^2)$$

3.73. Струм насичення термоелектронної емісії катода з чистого вольфраму при температурі 2000 К складає  $7 \cdot 10^{-5}$  А, при цьому робота виходу електронів дорівнює 4,5 еВ, стала в рівнянні Річардсона-Дешмана  $60,2 \text{ A}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K}^2)$ . При покриванні такого ж катода торієм робота виходу знизилася до 2,63 еВ, а стала дорівнює  $3,0 \text{ A}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K}^2)$ . Знайти струм насичення катода, покритого торієм, при тій же самій температурі. У скільки разів зменшиться густина струму емісії катода, покритого торієм, при зменшенні температури до 1500 К?

$$(j_1/j_2 = 390)$$

3.74. Емісійна стала для торійованого вольфраму, дорівнює  $3 \text{ A}/(\text{cm}^2 \cdot \text{K}^2)$ . Визначити густину струму насичення при температурі катода 1800 К.

$$(j_n = 4267 \text{ A}/\text{m}^2)$$

3.75. Яка сила струму насичення при несамоційному газовому розряді, якщо іонізатор утворює щосекунди  $10^9$  пар іонів у  $1 \text{ cm}^3$ ? Площа кожного з двох плоских паралельних електродів  $100 \text{ cm}^2$ , відстань між ними 5 см.

$$(80 \text{ nA})$$

## ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

### Електростатика

1. Яка з формул виражає фізичний зміст напруженості електричного поля?

1	2	3	4	5
$\vec{E} = -\text{grad}\varphi;$	$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i;$	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q};$	$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{1}{r};$	$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^3} \vec{r}.$

2. Яка формула виражає фізичний зміст потенціалу електричного поля?

1	2	3	4	5
$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r};$	$\varphi = \frac{F}{q_0};$	$\varphi = \frac{A_{1\infty}}{q};$	$\varphi = \frac{W_n}{q};$	$\frac{d\varphi}{dl} = 0.$

3. Які співвідношення виражають принцип суперпозиції полів?

1	2	3	4	5
$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{l}) = 0;$	$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i;$	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q};$	$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i;$	$\frac{d\varphi}{dl} = 0.$

4. Які співвідношення виражають зв'язок між напруженістю та потенціалом?

1	2	3	4	5
$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r};$	$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i;$	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q};$	$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dn} \cdot \vec{n};$	$\vec{E} = -\text{grad } \varphi.$

5. За якою формулою обчислюється робота по переміщенню заряду q з точки 1 в точку 2?

1	2	3	4	5
$A_{12} = \frac{qq_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$	$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{l}) = 0$	$A_0 = I^2 (R + r)t$	$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$	$A = Nt$

6. Яка з формул виражає теорему Остроградського-Гаусса?

1	2	3
$\Phi_E = \int_{(S)} EdS \cos \alpha;$	$\oint_{(D)} (\vec{D}, d\vec{S}) = \sum_{i=1}^n q_i$	$\Phi_E = 4\pi r^2 E;$

4	5
$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i;$	$\Phi_D = \int_{(D)} DdS \cos \alpha;$

7. Яка з формул виражає фізичний зміст вектора поляризації?

1	2	3	4	5
$\vec{M} = [\vec{p}_e, \vec{E}];$	$\vec{P}_e = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{ei};$	$\vec{p}_e = \epsilon_0 \alpha \vec{E};$	$\vec{P}_e = \epsilon_0 \chi \vec{E};$	$P_{en} = \sigma_p.$

8. Яка з наведених нижче формул виражає фізичний зміст вектора електричного зміщення?

1	2	3	4	5
$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e;$	$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E};$	$D = \sigma;$	$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0;$	$D = \frac{1}{2\pi} \frac{\tau}{r}.$

9. Вкажіть формулу, яка відповідає означенню електроємності відокремленого провідника?

1	2	3	4	5
$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d};$	$C = \frac{q}{\varphi};$	$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R;$	$C = \sum_{i=1}^n C_i;$	$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$

10. Яка з наведених формул визначає енергію електричного поля відокремленого провідника?

1	2	3	4	5
$W_e = \frac{CU^2}{2};$	$W_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V;$	$W_e = \frac{ED}{2} V;$	$W_e = \frac{q^2}{2C};$	$W_e = \frac{q\varphi}{2}.$

### Постійний струм

1. Яка з формул виражає фізичний зміст сили струму?

1	2	3	4	5
$I = \frac{dq}{dt};$	$j = \frac{dI}{dS};$	$I = \frac{U}{R_{12}};$	$I_a = BU_a^{3/2};$	$I = jS.$

2. Яка з формул відповідає фізичному змісту електрорушійної сили?

1	2	3	4	5
$\mathcal{E} = \frac{A_0}{It};$	$\mathcal{E} = U(1 + \frac{r}{R});$	$\mathcal{E} = I(R + r);$	$\mathcal{E} = \oint_{(L)} (\vec{E}^*, d\vec{l});$	$\mathcal{E} = \frac{A}{q_0}.$

3. Яка з формул виражає закон Ома в інтегральній формі для неоднорідної ділянки кола?

1	2	3	4	5
$I = \frac{dq}{dt};$	$I = \frac{U}{R_{12}};$	$\mathcal{E} = I(R + r);$	$I = jS;$	$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}.$

4. Яке з наведених рівнянь виражає перше правило Кірхгофа для розгалуженого електричного кола?

1	2	3	4	5
$\mathcal{E} = I(R + r);$	$\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i;$	$\mathcal{E} = \oint_{(L)} (\vec{E}^*, d\vec{l});$	$\sum_{i=1}^n I_i = 0;$	$\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i = 0.$

5. Яке з наведених рівнянь виражає друге правило Кірхгофа для розгалуженого електричного кола?

1	2	3	4	5
$\mathcal{E} = I(R + r);$	$\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i = \sum_{i=1}^n I_i R_i;$	$\mathcal{E} = \oint_{(L)} (\vec{E}^*, d\vec{l});$	$\sum_{i=1}^n I_i = 0;$	$\sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i = 0.$

6. Яка з наведених формул виражає закон Ома в диференціальній формі?

1	2	3	4	5
$I = \frac{U}{R_{12}};$	$I = jS;$	$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}};$	$\vec{j} = \gamma \vec{E};$	$\vec{j} = \frac{e^2 n_0 \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle} \vec{E}.$

7. Яка з наведених нижче формул виражає закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі?

1	2	3	4	5
$Q = \frac{U^2}{R} t;$	$w = \frac{e^2 n_0 \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle} E^2;$	$Q = UIt;$	$w = \gamma E^2;$	$\vec{j} = \frac{e^2 n_0 \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle} \vec{E}.$

8. За якою формулою визначається питома провідність згідно з класичною теорією провідності металів?

1	2	3	4	5
$\gamma = an_0 q(u_+ + u_-);$	$\gamma = \frac{e^2 n_0 \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle};$	$\gamma = \frac{1}{\rho};$	$\gamma = \frac{w}{E^2};$	$\gamma = en_0(u_+ + u_-).$

9. Яке з наведених нижче співвідношень виражає закон Ома при несамостійному газовому розряді?

1	2	3	4	5
$\vec{j} = an_0 q(u_+ + u_-) \vec{E};$	$\vec{j} = \frac{e^2 n_0 \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle} \vec{E};$	$\vec{j} = \gamma \vec{E};$	$j = \frac{dI}{dS};$	$\vec{j} = en_0(u_+ + u_-) \vec{E}.$

10. Яке з наведених нижче рівнянь виражає закон Богуславського-Ленгмюра (залежності термоелектронного струму від анодної напруги)?

1	2	3	4	5
$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}$	$I = \frac{U}{R_{12}}$	$I_a = BU_a^{3/2}$	$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$	$I = en_0(u_+ + u_-)ES$

### III.3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ДЕЯКИХ ТИПОВИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3.1

##### *Дослідження електростатичного поля*

**Мета роботи:** Навчитись експериментально визначати форму екіпотенціальних поверхонь досліджуваного електростатичного поля. Обчислити напруженість досліджуваного електростатичного поля.

##### **Основні теоретичні відомості**

Навколо електричних зарядів існує особлива форма матерії – електричне поле, завдяки якому відбувається взаємодія між зарядами.

Поле називається *електростатичним*, якщо воно породжене нерухомими зарядами (див. §§ 2 – 5, М. III).

*Силова характеристика* поля – *напруженість*  $\vec{E}$ . Це векторна величина, яка чисельно дорівнює силі  $\vec{F}$ , з якою поле діє на одиничний пробний позитивний заряд, внесений у задану точку поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (1)$$

Електричні поля графічно зображають за допомогою силових ліній (або ліній напруженості), які проводять так, щоб дотичні до цих ліній в кожній точці збігалися з напрямком вектора  $\vec{E}$ .

*Енергетична характеристика* поля – *потенціал*  $\varphi$ . Це скалярна фізична величина, яка чисельно дорівнює потенціальній енергії одиничного позитивного заряду  $W_n$ , внесеного в дану точку поля:

$$\varphi = \frac{W_n}{q_0}. \quad (2)$$

*Різниця потенціалів*  $\Delta\varphi_{12}$  між двома точками поля чисельно дорівнює роботі  $A_{12}$ , яку виконують сили електростатичного поля при

переміщенні одиничного позитивного заряду з початкової точки 1 в кінцеву точку 2:

$$\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = A_{12} / q_0. \quad (3)$$

Потенціал електростатичного поля змінюється від точки до точки, але завжди можна виділити геометричне місце точок з однаковими потенціалами, що називається *еквіпотенціальною поверхнею*.

Зв'язок між напруженістю і потенціалом задається формулою

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi, \quad (4)$$

або в скалярній формі –

$$E = -\frac{d\varphi}{dn}, \quad (5)$$

де  $dn$  – нескінченно мале переміщення в напрямку нормалі  $\vec{n}$  до еквіпотенціальних поверхонь (в напрямку найшвидшого їх зменшення).

Графічно електричні поля зображують за допомогою силових ліній або за допомогою еквіпотенціальних поверхонь.

Щоб практично визначити напруженість електричного поля в даній його точці, вимірюють різницю потенціалів  $\Delta\varphi$  між двома еквіпотенціальними поверхнями та найкоротшу відстань між ними  $\Delta n$  (відстань в напрямку перпендикулярному до еквіпотенціальної поверхні). Середнє значення напруженості поля обчислюють за формулою

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta n}. \quad (6)$$

Особливо зручно так визначати напруженість, коли поле однорідне ( $E = \text{const}$ ).

**Прилади і обладнання:** установка для вивчення електростатичного поля, набір електродів, електропровідний папір, копіювальний папір, джерело постійного струму, гальванометр, металеві зонди з проводами, ключ.

**Опис установки:** Розподіл потенціалів в електростатичному полі досліджують методом електричного зонда. У даній роботі дослідження електростатичного поля замінено визначенням стаціонарного (постійного в часі) поля електричного постійного струму, подібного за своєю структурою до електростатичного поля.

Як провідне середовище використовують електропровідний папір. До паперу притискають два металеві електроди і подають на них постійну напругу.

Для вимірювання різниці потенціалів застосовують два металевих щупи, які з'єднані з гальванометром. Один із щупів встановлюють на електропровідному папері, а другим шукають точку на папері, щоб стрілка гальванометра вказувала на нуль (тобто між цими точками різниця потенціалів  $\Delta\varphi = 0$ ). Переміщуючи рухомий щуп, визначають на папері інші точки рівного потенціалу і одержують еквіпотенціальну лінію. Таким самим способом одержують декілька еквіпотенціальних ліній.

Для визначення середнього значення напруженості досліджуваного поля використовують формулу (6). Різницю потенціалів  $\Delta\varphi$  знаходять за формулою

$$\Delta\varphi = Ir,$$

де  $I = Ct$  – сила струму, що проходить через гальванометр,  $C$  – ціна поділки гальванометра,  $t$  – відхилення стрілки гальванометра,  $r$  – внутрішній опір гальванометра.

### Порядок виконання роботи

1. Покласти під аркуш електропровідного паперу копіювальний папір та аркуш білого паперу.

2. Притиснути два плоских паралельних електроди  $E_1$  та  $E_2$  до електропровідного паперу і зібрати електричне коло згідно рис. ЛЗ.1.1.

3. Розмістити щуп  $\mathcal{U}_1$  на електропровідному папері на відстані 1,5 – 2 см від електрода  $E_1$ . Плавню переміщуючи щуп  $\mathcal{U}_2$ , слід знайти таку точку, для якої показання гальванометра дорівнюють нулю. Це засвідчить, що потенціали точок, в яких знаходяться щупи, однакові. Положення цих точок треба зафіксувати сильнішим притискуванням щупів до паперу. Переміщуючи щуп  $\mathcal{U}_2$  при фіксованому положенні щупа  $\mathcal{U}_1$ , знайти п'ять – сім точок рівного потенціалу.

4. Перемістити щуп  $\mathcal{U}_2$  на таку відстань, щоб стрілка гальванометра відхилилась на  $m$  поділок, після цього за допомогою щупа  $\mathcal{U}_1$  знайти п'ять – шість точок рівного потенціалу (за методикою вказаною в п.3). Аналогічно знайти чотири – п'ять сукупностей еквіпотенціальних точок.

5. Записувати показання гальванометра  $m$  для кожної пари еквіпотенціальних поверхонь та відстань  $\Delta l$  між ними.

6. Провести на аркуші, що був під копіркою, через сукупність еквіпотенціальних точок, еквіпотенціальні лінії.

7. Знайти за показаннями гальванометра  $m$  різницю потенціалів



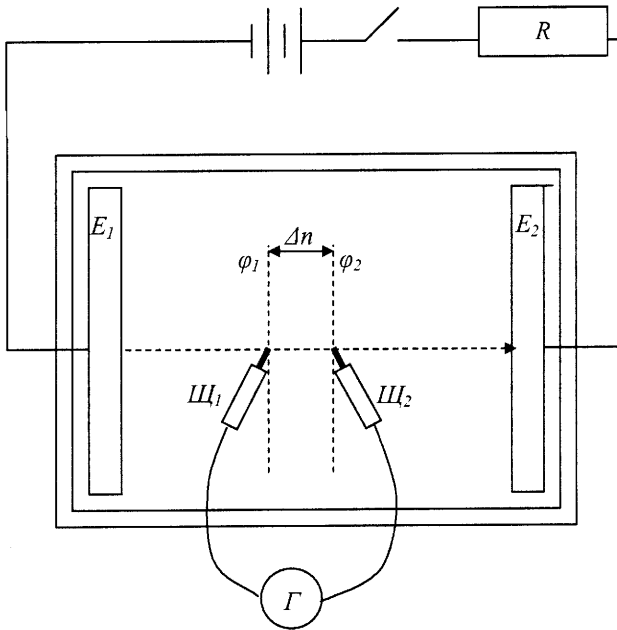


Рис. ЛЗ.1.1

між кожною парою еквіпотенціальних ліній. За формулою (6) знайти значення напруженості електричного поля.

8. Обчислити середнє значення напруженості  $E_{сер}$ . Провести статистичне опрацювання результатів вимірювання  $E$  як для прямих вимірювань при довірчій ймовірності  $P = 0,95$ . Результат записати в інтервальній формі.

### Контрольні запитання

1. Дайте визначення основних характеристик електричного поля.
2. В яких одиницях вимірюють напруженість та потенціал електричного поля?
3. Яке поле називають однорідним ?
4. Що називають еквіпотенціальною поверхнею?
5. Як орієнтований вектор напруженості в кожній точці електростатичного поля по відношенню до еквіпотенціальної поверхні ?
6. Який зв'язок існує між напруженістю та різницею потенціалів електростатичного поля ?

7. Яке поле називають потенціальним ?
8. Доведіть, що електростатичне поле є потенціальним.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3.2

#### **Визначення електричної ємності конденсатора та батареї конденсаторів**

**Мета роботи:** навчитись вимірювати ємність конденсаторів за допомогою балістичного гальванометра; перевірити на досліді формули, за якими обчислюється ємність батареї конденсаторів при їх послідовному і паралельному з'єднанні.

#### **Основні теоретичні відомості**

Найпростіший *конденсатор* являє собою сукупність двох електропровідних (металевих) тіл, розташованих так, що за наявності на них рівних за величиною і протилежних за знаком зарядів електричне поле зосереджене практично повністю між ними. Тому електрична ємність такої системи тіл не буде залежати від наявності оточуючих тіл (див. § 9, М. III).

Провідники, що утворюють *конденсатор*, називаються *обкладками конденсатора*.

Залежно від форми обкладок конденсатори бувають плоскими, циліндричними, сферичними.

Для збільшення ємності конденсатора між обкладками вміщують діелектрик. Залежно від роду діелектрика розрізняють конденсатори повітряні, слюдяні, керамічні, паперові, електролітичні тощо. Конденсатори бувають з фіксованою і змінною ємностями. Для всіх конденсаторів, крім електролітичних, немає значення, яким полюсом (плюс чи мінус) до нього приєднане джерело струму.

Ємність конденсатора визначають за формулою

$$C = \frac{q}{U}, \quad (1)$$

де  $q$  – заряд на одній з обкладок конденсатора,  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  – різниця потенціалів між обкладками (напруга на конденсаторі).

Електрична ємність конденсатора не залежить ані від заряду  $q$ , ані від напруги  $U$ . Ємність залежить від форми, розмірів конденсатора, діелектричної проникності діелектрика між його обкладками. Наприклад, ємність плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}, \quad (2)$$

де  $\epsilon$  – діелектрична проникність;  $\epsilon_0$  – електрична стала,  $S$  – площа обкладок конденсатора;  $d$  – відстань між його обкладками.

При практичному використанні у конкретній схемі конденсатори повинні мати необхідну електричну ємність і ефективну міцність, що характеризується напругою пробою. Якщо один конденсатор не відповідає цим вимогам, використовують кілька конденсаторів, з'єднуючи їх у батареї (див. §9, М. III).

Ємність батареї при паралельному з'єднанні визначається за формулою

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n; \quad (3)$$

при послідовному з'єднанні –

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}. \quad (4)$$

Тобто, при послідовному з'єднанні сумарна ємність батареї буде менша ємності найменшого зі з'єднаних конденсаторів.

Якщо батарея складена з двох послідовно з'єднаних конденсаторів, то

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2},$$

звідки одержимо

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}. \quad (5)$$

Заряджений конденсатор має енергію, яка визначається за формулою

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \quad (6)$$

**Прилади і обладнання:** балістичний гальванометр, магазин опорів, подвійний ключ, джерело живлення, набір конденсаторів.

Балістичний гальванометр належить до приладів магнітоелектричної вимірювальної системи.

Від звичайних гальванометрів він відрізняється штучно збільшеним моментом інерції рухомої частини (рамки). Тому в балістичних гальванометрах кут першого (максимального) відхилення рамки пропорційний не силі струму, а величині заряду, який пройшов через рамку гальванометра. Іншими словами кількість поділок  $m$ , на які відхилилась стрілка гальванометра, прямо пропорційно залежить від величини заряду  $q$ , тобто можна записати

$$q = \alpha m, \quad (7)$$

де  $\alpha$  – балістична стала гальванометра.

Балістичний гальванометр, як правило, застосовують для вимірювання кількості електрики (заряду), що проходить по колу за проміжок часу, значно менший за період власних коливань рамки гальванометра.

Ємність конденсатора можна визначати, якщо виміряти заряд  $q$  та напругу  $U$  на конденсаторі. Експериментально ємність конденсатора можна визначити, наприклад, у такий спосіб.

Якщо взяти два конденсатори (один з відомою ємністю  $C_0$ , другий з невідомою ємністю  $C$ ) і прикласти до них однакову напругу  $U$ , то з урахуванням формули (1) матимемо

$$\frac{q_0}{C_0} = \frac{q}{C},$$

звідки

$$C = C_0 \frac{q}{q_0}.$$

Оскільки  $q = \alpha m$ ,  $q_0 = \alpha m_0$ , одержимо

$$C = C_0 \frac{m}{m_0}, \quad (8)$$

де  $m_0$ ,  $m$  – відхилення стрілки гальванометра для конденсаторів з ємністю  $C_0$  і  $C$  відповідно. Отже, за відомим значенням ємності  $C_0$  та вимірними значеннями відхилень стрілки гальванометра  $m_0$  і  $m$  можна обчислити ємність  $C$  досліджуваного конденсатора або батареї конденсаторів.

Схема експериментальної установки зображена на рис. ЛЗ.2.1. Напруга  $U$  для зарядки відомого і досліджуваного конденсаторів подається від джерела постійного струму.

Значення напруги регулюють потенціометром на джерелі струму і контролюють вольтметром. Режим роботи балістичного гальванометра встановлюють підбором відповідних додаткових значень опору  $R_0$  та шунта  $R_{ш}$ . Значення опору шунта  $R_{ш}$  та положення перемикача діапазонів вимірювань підбирають такими, щоб при всіх передбачених відхиленнях стрілка гальванометра не виходила за межі шкали.

Подвійним ключем спочатку приєднують конденсатор для зарядки до джерела струму, а потім від'єднують від джерела струму і приєднують для розрядки до гальванометра.

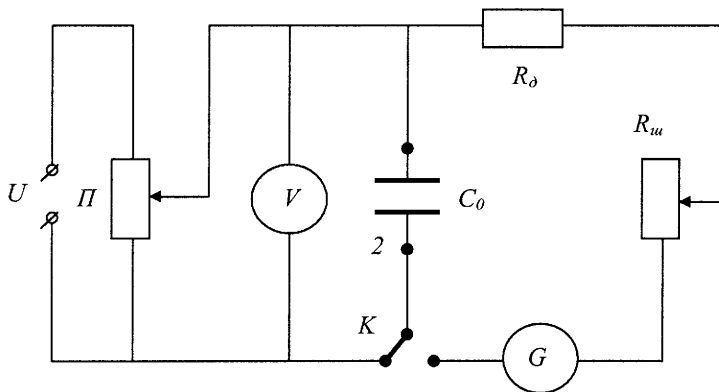


Рис.ЛЗ.2.1

### Порядок виконання роботи

1. Зібрати експериментальну установку за схемою (рис. ЛЗ.2.1).
2. Приєднати до затискачів 1 і 2 конденсатор  $C_0$ .
3. Увімкнути джерело струму.
4. Подати за допомогою ключа  $K$  напругу на конденсатор, встановивши потенціометром напругу 30 В. Зарядити конденсатор (час заряджання конденсатора – до 1хв).
5. Переключити конденсатор на гальванометр для розрядки. Записати значення максимального відхилення (в поділках)  $m_0$ .  
Вимірювання величини  $m_0$  виконати не менше п'яти разів. Результати вимірювань записати до табл. ЛЗ.2.1. Обчислити  $m_{0\text{сеп}}$  при вимкненому джерелі струму.
6. Від'єднати еталонний конденсатор  $C_0$ , приєднати по черзі досліджувані конденсатори  $C_1$  і  $C_2$  і для кожного конденсатора повторити п'ять разів пункти 3 - 5. Записати знайдені значення  $m_{1i}$  і  $m_{2i}$  у табл. ЛЗ.2.1.
7. За значеннями  $m_{0\text{сеп}}$  та  $m_{1i}$  і  $m_{2i}$  обчислити ємності  $C_1$  і  $C_2$  за формулою (8).
8. Статистично опрацювати результати (як для прямих вимірювань) для кожного з конденсаторів  $C_1$  і  $C_2$  при довірчій ймовірності  $P = 0,95$ .
9. Зібрати батарею з послідовно з'єднаних конденсаторів  $C_1$  і  $C_2$  і провести п'ять разів вимірювання  $m_{i\text{нос.}}$ , потім з'єднати конденсатори паралельно, повторити пункти 3 - 5 п'ять разів. Виміряти п'ять разів  $m_{i\text{пар}}$  і результати записати у табл. ЛЗ.2.1.  
Знайти  $m_{\text{нос.сеп}}$ ,  $m_{\text{пар.сеп}}$

10. Вимкнути установку.

11. Знайти значення ємності батареї конденсаторів за формулами

$$C_{noc} = C_0 \frac{m_{noc.cep}}{m_{0cep}} ; C_{nap} = C_0 \frac{m_{nap.cep}}{m_{0cep}}$$

Порівняти експериментальні значення ємностей батареї з значеннями, обчисленими за формулами

$$C_{noc} = \frac{C_{1cep} C_{2cep}}{C_{1cep} + C_{2cep}} ; C_{nap} = C_{1cep} + C_{2cep}$$

Таблиця ЛЗ.2.1

Номер досліду	$m_{0i}$	$m_{1i}$	$C_1$ , мкФ	$C_2$ , мкФ	З'єднання			
					Послідовне		Паралельне	
					$m_{i noc}$	$C_{noc}$	$m_{i nap}$	$C_{nap}$
1								
...								
$n$								
Середнє								

### Контрольні запитання

1. Що являє собою найпростіший конденсатор ?
2. Який фізичний зміст ємності конденсатора ?
3. В яких одиницях вимірюють ємність конденсатора?
4. У чому полягає принцип вимірювання ємності конденсатора з використанням балістичного гальванометра?
5. Виведіть формули для обчислення ємності батареї послідовно та паралельно з'єднаних конденсаторів.
6. Які бувають конденсатори? Від чого залежить їх ємність?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3.3

#### *Дослідження залежності опору металів від температури та визначення термічного коефіцієнта опору*

**Мета роботи:** дослідити залежність опору металів від температури; визначити за експериментальними даними температурний коефіцієнт опору; навчитися вимірювати опір провідників за допомогою мосту постійного струму.

#### Основні теоретичні відомості

Експериментально встановлено, що опір металевого провідника

з підвищенням температури в межах від  $T_0 = 273 \text{ К}$  до  $T = 373 \text{ К}$  лінійно зростає (див. §§11- 13, 16, М. III):

$$R_T = R_0 (1 + \alpha \Delta T), \quad (1)$$

де  $R_T$  – опір при температурі  $T$ ,  $R_0$  – опір при  $T_0 = 273 \text{ К}$  ( $0^\circ\text{C}$ ),  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору.

Температурний коефіцієнт опору  $\alpha$  чисельно дорівнює відносній зміні опору провідника при його нагріванні на  $1 \text{ К}$ :

$$\alpha = \frac{R_T - R_0}{R_0 \Delta T}. \quad (2)$$

Для багатьох металів  $\alpha \approx \frac{1}{273} \text{ К}^{-1} \approx 0,004 \text{ К}^{-1}$ .

Часто користуються шкалою Цельсія, тоді

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t), \quad (3)$$

де  $t$  – температура за шкалою Цельсія.

Залежність (3) можна використати для вимірювання температури. Якщо у піч помістити металеву спіраль з відомим опором  $R_0$  і виміряти опір  $R_t$ , то можна визначити температуру печі. Цю особливість покладено в основу будови і принципу дії електричного термометра, який дає змогу вимірювати з великою точністю температуру того середовища, в якому він перебуває.

**Прилади і обладнання:** металевий дріт, нагрівна шафа, термометр, міст постійного струму.

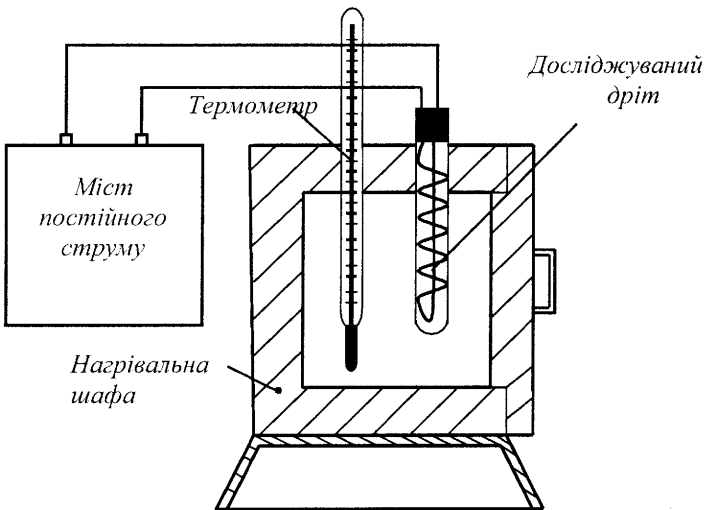


Рис. ЛЗ.3.1

## Порядок виконання роботи

1. Помістити досліджуваний провідник у нагрівальну шафу (рис. Л3.3.1).
2. Увімкнути при закритих дверцятах шафи електронагрівник.
3. Приєднати провідник до плеча мосту постійного струму.
4. Записати показання термометра  $t_1$  °С в табл. Л3.3.1.
5. Виміряти за допомогою моста постійного струму опір провідника з точністю до 0,01 Ом.
6. Визначати через кожні 10 °С опір дроту при нагріванні  $R_{ti}$  та занести дані в табл. Л3.3.1. Довести температуру в шафі до 80–90 °С.
8. Вимкнути електронагрівник шафи, відчинити дверцята та виміряти опір дроту  $R_t$  через кожні 10 °С при охолодженні, дані занести у табл. Л3.3.1.

Таблиця Л3.3.1.

№ п / п	$t_i$ , °С.	Опір досліджуваного дроту		
		При нагріванні $R_{ti}$ , Ом	При охолодженні $R'_{ti}$ , Ом	$R_{tcep.i} = \frac{R_{ti} + R'_{ti}}{2}$ , Ом
1	20			
2	30			
...	...			
$n$	90			

9. Знайти  $R_{tcep.i}$  для кожної температури та занести ці дані в табл. Л3.3.1.

10. Побудувати у системі координат  $t_i$ ,  $R_{tcep.i}$  експериментальні точки та графік залежності  $R_{tcep.i} = f(t_i)$ .

11. За графіком  $R_{tcep.i} = f(t_i)$  методом екстраполяції визначити величину  $R_{0\text{граф}}$  та записати в табл. Л3.3.2.

12. Обчислити  $\Delta R_i = R_{tcep.i} - R_{0\text{граф}}$  для кожної температури та занести це значення в табл. Л3.3.2.

13. Обчислити за формулою  $\alpha_i = \frac{\Delta R_i}{R_{0\text{граф}} t_i}$  значення  $\alpha_i$  для кожної температури та занести значення в таблицю Л3.3.2. 14. Провести статистичну обробку результатів як для прямих вимірювань при довірчій імовірності  $P = 0,95$ .

15. Записати результат в інтервальній формі  $\alpha = \alpha_{cep} \pm \Delta \alpha$ .

14. Провести статистичну обробку результатів як для прямих вимірювань при довірчій імовірності  $P = 0,95$ .



15. Записати результат в інтервальной формі  $\alpha = \alpha_{сер} \pm \Delta \alpha$ .

Таблиця ЛЗ.3.2

№ п/п	$t_i, ^\circ\text{C}$ .	$R_{0,граф} =$		
		$\Delta R_i = R_{t,сер,i} - R_{0,граф}$	$\alpha_i =$ $\frac{R_{t,сер,i} - R_{0,граф}}{R_{0,граф} \cdot t_i}$	$\alpha_{сер} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i}{n}$
1				
...				$\alpha_{сер} =$

### Контрольні запитання

1. Які частинки є носіями зарядів у металевих провідниках ?
2. Що називають електричним струмом? Дайте визначення сили струму.
3. Як на основі класичної електронної теорії пояснюють наявність електричного опору металевих провідників ? Яка одиниця вимірювання опору?
4. Від чого залежить опір провідника при сталій температурі?
5. Що називають питомим опором провідника? Яка одиниця вимірювання питомого опору?
6. Як залежить опір металевого провідника від температури?
7. У чому полягає фізичний зміст температурного коефіцієнта опору?
8. Поясніть принципи дії електричного термометра.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3.4

#### *Вимірювання питомого опору провідника*

**Мета роботи:** ознайомитися зі схемою будови приладу ФРМ-01 та його використанням для визначення опору провідника технічним методом (точним вимірюванням струму або напруги), або за допомогою містка постійного струму; визначити питомий опір провідника.

#### Теоретичні відомості

Питомий опір провідника  $\rho$  визначається за формулою

$$\rho = R_x \frac{S}{l}, \quad (1)$$

де  $R_x$  – опір провідника,  $S$  – його поперечний переріз,  $l$  – довжина (див. §§11- 13, 16, М.III).

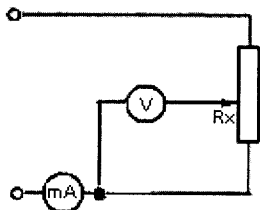


Рис.ЛЗ.4.1

Опір провідника  $R_x$  можна виміряти технічним методом. У випадку, коли опір вольтметра  $R_v \gg R_x$ , застосовується метод точного вимірювання напруг. При цьому використовується схема, представлена на рис. ЛЗ.4.1. Покази вольтметра  $U$  будуть відповідати спаду напруги на провіднику довжиною  $l$  (між нижнім кронштейном (4) і рухомим кронштейном (5)). Сила струму  $I$ , яку покаже міліамперметр  $mA$ , дорівнює сумі сили струму  $I_v$ , що проходить через вольтметр і сили струму  $I_x$ , що проходить через провідник опором  $R_x$ :  $I = I_v + I_x$ .

Врахувавши, що  $U = I_x R_x = I_v R_v$ , після нескладних перетворень одержимо:

$$R_x = \frac{U}{I - \frac{U}{R_v}}, \quad (2)$$

де  $R_v = 2500$  Ом – внутрішній опір вольтметра.

У випадку, коли  $R_v \sim R_x$ , використовується метод точного вимірювання сили струму (рис. ЛЗ.4.2). Вольтметр показує напругу  $U = U_x + U_a$ , де  $U_x$  – спад напруги на опорі  $R_x$ ,  $U_a$  – спад напруги на міліамперметрі:  $U_a = I R_a$ ,  $U_x = I R_x$  ( $I$  – покази міліамперметра,  $R_a = 0,15$  Ом – внутрішній опір міліамперметра). Отже  $U = I(R_a + R_x)$ , звідки

$$R_x = \frac{U}{I} - R_a. \quad (3)$$

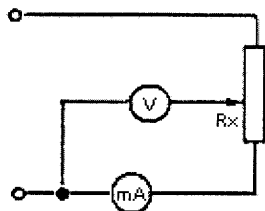


Рис.ЛЗ.4.2

### Прилади і матеріали:

Прилад для вимірювання опору FPM-01; досліджуваний провідник (або набір провідників); мікрометр (або штангенциркуль).

Загальний вигляд приладу FPM-01 представлений на рис. ЛЗ.4.3.

Основа (1) має регулюючі ніжки, які дозволяють вирівнювати положення приладу. До основи прикріплений стояк (2) з нанесеною шкалою (3). На стояку закріплені два нерухомі кронштейни (4) і один рухомий (5). Між верхнім і нижнім нерухомими кронштейнами натягують досліджуваний провідник (6), який за допомогою гвинтів прикріплений до кубиків (7). З'єднання провідника з джерелом струму забезпечується за допомогою контактної затискача на рухомому

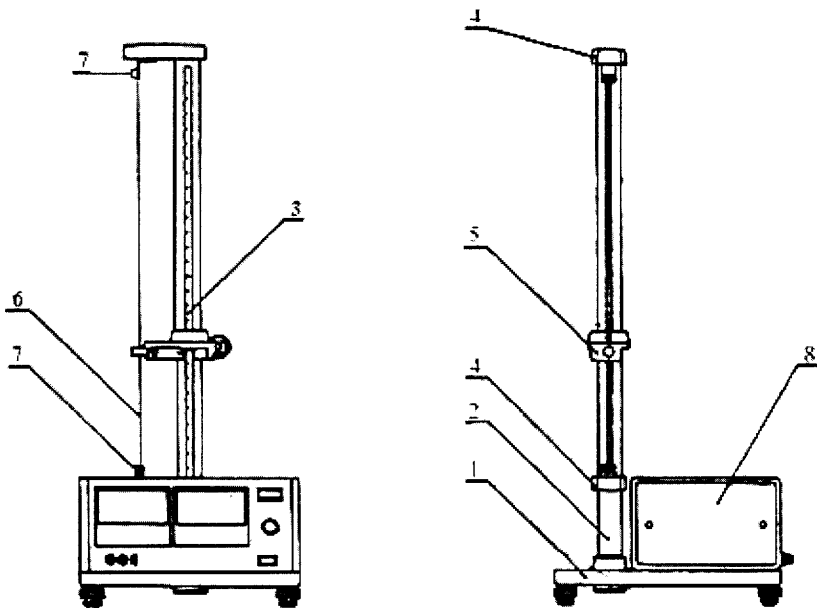


Рис.ЛЗ.4.3

кронштейні. На цьому ж кронштейні нанесена риска, яка полегшує визначення довжини досліджуваного провідника за шкалою на стояку. Нижній і верхній нерухомі та середній рухомий контакти провідника приєднані до вимірювальної частини приладу (8). Опір з'єднувальних провідників малий, так що при розрахунках ним можна знехтувати.

Передня і задня панелі вимірювального блоку представлені на рис. ЛЗ.4.4:

*W1* – SIEC – (електричне коло) – клавіша, натисканням якої замикається коло;

*W3* – MOSTEK (місток) – перемикач виду роботи;

*W2* – перемикач, описаний схемами точного вимірювання струму або точного вимірювання напруги;

*P1* – REG. PRADU (регулятор струму) – потенціометр;

*ZI1, ZI2, ZI3* ( $R_c$ ) – лабораторні затискачі для підключення містка постійного струму;

*ZI7* – затискач заземлення;

*B1, B2, B3* – плавкі запобіжники.

**Увага!** Перед вмиканням:

1. закріпити досліджуваний провідник між верхнім і нижнім неру-

- хомими кронштейнами і перевірити його натяг;
- за допомогою регулюючих ніжок при необхідності вирівняти прилад;
- перевірити наявність плавких запобіжників і заземлення;
- встановити нульове положення стрілок вимірювальних приладів.

### Хід роботи

1. Ознайомитися з будовою приладу FPM-01 та з застереженнями щодо його вмикання.

2. За допомогою мікрометра (або штангенциркуля) визначити діаметр  $d$  досліджуваного провідника і обчислити площу його поперечного перерізу

$$\text{за формулою } S = \frac{\pi d^2}{4}.$$

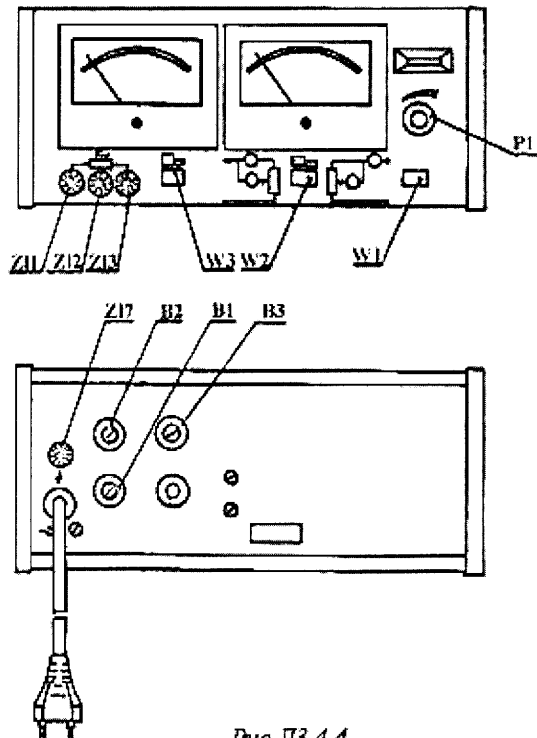


Рис.ЛЗ.4.4

3. Натиснувши клавіші  $W3$  і  $W2$ , встановити режим точного вимірювання напруг. Ввімкнути прилад в мережу. За допомогою клавіші  $W1$  замкнути електричне коло.

4. Встановити рукою регулювання струму  $P1$  струм  $I = 0,1$  А.

5. При різних довжинах  $l$  досліджуваного провідника, які задаються зміною положення рухомого кронштейна (5), зафіксувати відповідні покази вольтметра  $V$ .

6. За формулою (2) для кожного  $l$  обчислити  $R_x$ .

- Дані вимірювань і обчислень занести в таблицю ЛЗ.4.1.
- За даними таблиці побудувати графік  $R_x(l)$ .

9. За нахилом залежності  $R_x(I)$  визначити величину  $\frac{\rho}{S}$  і знайти

питомий опір провідника  $\rho$ .

Режим точного вимірювання сили струму встановлюється при натиснутій клавіші  $W3$  і не натиснутій клавіші  $W2$ . Вимірювання опору  $R_x$  проводиться аналогічно сказаному в п. 4, 5, 7 - 9. Робочою формулою для обчислення  $R_x$  у цьому випадку є (3).

Таблиця ЛЗ.4.1

№	$d, \text{ м}$	$S, \text{ м}^2$	$l, \text{ м}$	$I, \text{ А}$	$U, \text{ В}$	$R, \text{ Ом}$
1						
...	–	–		–		
10	–	–		–		

### Контрольні запитання

1. Опір провідника з погляду класичної електронної теорії.
2. Питомий опір та питома електропровідність, одиниці їх вимірювання.
3. Амперметри та вольтметри, їх будова, основні відмінності та способи вмикання в електричне коло.
4. Які ви знаєте методи вимірювання опору провідників?
5. Закон Ома для однорідної ділянки кола. Одиниці вимірювання сили струму, напруги і опору провідника.
6. Послідовне і паралельне з'єднання провідників.
7. Вивести формули (2) і (3).

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3.5

#### *Дослідна перевірка правил Кірхгофа*

**Мета роботи:** перевірити дослідним шляхом правила Кірхгофа, ознайомитись з поняттям «розгалужені електричні кола».

#### **Основні теоретичні відомості**

Просте замкнуте електричне коло розраховують за допомогою закону Ома. Якщо розгалужене коло не можна звести до простого, то для розрахунку в таких колах електричних величин (опорів, сил струмів, напруг, е.р.с.) застосовують правила Кірхгофа.

У розгалужених електричних колах виділяють такі їх елементи, як вузли, гілки та замкнуті контури. *Вузол* – точка, в якій сходяться не менше трьох провідників. *Гілка* – елемент кола між двома сусідніми вузлами, через який проходить один і той самий струм. *Замкнутий контур* – частина електричного кола з кількома гілками, уздовж яких

можна зробити замкнений обхід.

*Перше правило Кірхгофа:* алгебраїчна сума сил струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0, \quad (1)$$

де  $n$  – кількість струмів, що сходяться у вузлі.

Струми, які входять у вузол, вважають додатними, які виходять - від'ємними. Напрямки струмів вибирають довільно.

*Друге правило Кірхгофа:* алгебраїчна сума спадів напруги на всіх опорах будь-якого замкнутого контура розгалуженого кола дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с., що діють в цьому контурі:

$$\sum_{i=1}^m I_i R_i = \sum_{i=1}^p \mathcal{E}_i, \quad (2)$$

де  $m$  – кількість гілок у контурі;  $p$  – кількість джерел струму в контурі.

Для застосування другого правила Кірхгофа вибирають довільно напрямком обходу контуру (за стрілкою годинника або проти). Тоді спад напруги  $I_i R_i$  беруть додатним, якщо напрямком відповідного струму збігається з вибраним напрямком обходу контура. Електрорушійну силу  $\mathcal{E}_i$  беруть додатною, якщо обхід контура у відповідному джерелі струму відбувається від негативного полюса до позитивного.

**Прилади і обладнання:** три магазини опорів, два джерела струму, три міліамперметри, два ключі, вольтметр, з'єднувальні провідники.

### Порядок виконання роботи

1. Скласти електричне коло за схемою, поданою на рис. ЛЗ.5.1.
2. Зарисувати схему в протокол роботи. Звернути увагу на те, які вузли та замкнені контури є у даному колі.
3. Довільно вибрати напрямки струмів у контурах схеми.
4. Записати в таблицю ЛЗ.5.1 всі значення опорів та внутрішніх опорів міліамперметрів для окремих гілок з відповідними індексами.
5. Виміряти вольтметром е.р.с. джерел та записати їх значення в табл. ЛЗ.4.1.
6. Замкнути ключі  $K_1$  та  $K_2$ .
7. Виміряти вольтметром спади напруги на кожному опорі розгалуженого кола і записати їх значення в таблицю, надаючи такі ж самі індекси, як для опорів.

8. Визначити сили струмів, що проходить через опори, за показаннями міліамперметрів та записати їх в табл. ЛЗ.5.1.

9. Перевірити перше правило Кірхгофа, знайшовши для кожного з вузлів алгебраїчну суму сил струмів.

10. Записати друге правило Кірхгофа для замкнених контурів розгалуженого кола у вигляді

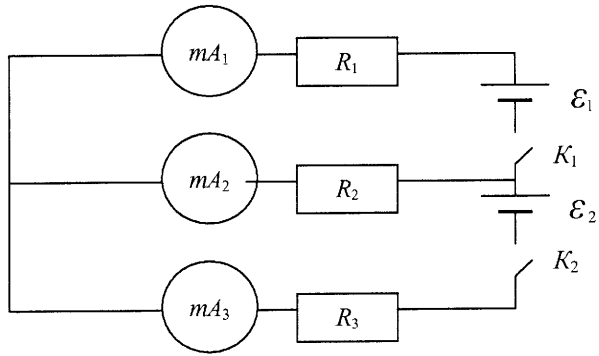


Рис. ЛЗ.5.1

$$\sum_{i=1}^m U_i - \sum_{i=1}^p \mathcal{E}_i = 0 \quad (3)$$

і переконатися в справедливості цього рівняння.

Таблиця ЛЗ.5.1

№ досліду	$R$ , Ом	$I$ , А	$U$ , В	$\mathcal{E}$ , В
1				
...				
6				

### Контрольні запитання

1. Сформулюйте та запишіть закон Ома для однорідної та неоднорідної ділянок кола, а також для замкнутого кола.

2. Дайте визначення фізичних величин: сили струму, електричного опору, різниці потенціалів, е.р.с., напруги. В яких одиницях їх вимірюють?

3. Дайте визначення вузла, гілки та замкнутого контура розгалуженого електричного кола.

4. Сформулюйте перше та друге правила Кірхгофа.

5. Запишіть рівняння першого та другого правил Кірхгофа.

6. Коли значення струмів, спадів напруги та е.р.с. при складанні рівнянь за правилами Кірхгофа вважають додатними?

7. Скільки незалежних рівнянь можна скласти за першим та другим правилами Кірхгофа для розгалуженого електричного кола?

## МОДУЛЬ IV. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### IV.1. ЛЕКЦІЙНИЙ МАТЕРІАЛ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

#### МАГНЕТИЗМ

Термін «магнетизм» походить від словосполучення «камінь з Магнесії». Майже 2000 років тому китайські пастухи відкрили властивість залізорудних каменів притягатися між собою. Це – *природні магніти*. Величезним магнітом є земна куля. Можна виготовити також *штучні магніти*. Для цього досить до природного магніта доторкнутися штабою з немагніченої загартованої сталі. Намагнічені тіла, які можуть вільно обертатися навколо вертикальної осі, завжди установлюються одним кінцем на північ, другим – на південь. Ці кінці називаються *північним* і *південним полюсами магніта* відповідно. Магніти взаємодіють так, що їхні *різноміненні полюси притягуються*, а *одноміненні – відштовхуються*. Розрізаючи магніт навпіл, одержимо два магніти кожний з двома полюсами – північним і південним. Розділити ці полюси неможливо.

У 1820 р. датський фізик Ерстед виявив взаємодію між електричними струмами і постійними магнітами: магнітна стрілка поблизу провідника зі струмом поверталася так, що її вісь була перпендикулярною до провідника; при зміні напрямку струму на протилежний стрілка поверталася на  $180^{\circ}$ . Пізніше (1911 р.) дослідями Йоффе було доведено, що таку саму дію на магнітну стрілку спричиняє напрямлений рух електронів, а Ейхенвальд встановив, що таку ж дію проявляє і конвекційний струм. Одразу після відкриття Ерстеда Ампер виявив взаємодію між електричними струмами: однаково напрямлені струми притягаються, протилежно напрямлені – відштовхуються. У багатьох аспектах сили взаємодії між струмами подібні до сил взаємодії між магнітами.

Ампер показав, що властивості постійних магнітів можна повністю пояснити на основі припущення, що в молекулах намагнічених тіл циркулюють електричні струми. Притягання або відштовхування магнітів, згідно з цим припущенням, обумовлені силами взаємодії між молекулярними струмами. До цього магнітні явища вважалися абсолютно не пов'язаними з електричними, і взаємодію магнітів пояснювали наявністю «магнітних зарядів» (або магнітних полюсів – північного і південного). Гіпотеза про молекулярні струми Ампера (цілком зрозуміла на основі сучасних



уявленнь про будову атома) позбавила сенсу поняття про магнітні заряди. Вона повністю підтвердилась в процесі розвитку науки.

### **§1. Магнітне поле. Магнітна індукція. Силкові лінії магнітної індукції**

Намагнічене тіло, чи провідник зі струмом, чи будь-який рухомий електричний заряд є джерелами магнітного поля. *Магнітне поле – вид матерії*. Воно проявляється завдяки дії на постійні магніти, провідники зі струмом або рухомі електричні заряди.

Силовою характеристикою магнітного поля є *вектор магнітної індукції*  $\vec{B}$ . Напрямок вектора  $\vec{B}$  в даній точці магнітного поля збігається з напрямком сили, з якою магнітне поле діє на північний полюс нескінченно малої магнітної стрілки, поміщеної в дану точку поля.

Для графічного зображення магнітного поля вводиться поняття *силкових ліній*. Силовою лінією магнітної індукції називається крива, дотична до якої в будь-якій точці збігається з напрямком вектора  $\vec{B}$  в даній точці магнітного поля.

Ці лінії можна наглядно показати за допомогою залізних ошурків, які в магнітному полі розміщуються вздовж силкових ліній. На рис. 4.1 показані силкові лінії магнітних полів, створених *а)* прямолінійним провідником зі струмом, *б)* котушкою зі струмом (соленоїдом), *в)* підковоподібним магнітом, *г)* штабоподібним магнітом.

Повна аналогія між магнітним полем соленоїда і штабоподібного магніта привела Ампера до гіпотези про молекулярні струми. Магнітні силкові лінії завжди *замкнуті*. Вони охоплюють провідники зі струмом або замикаються в тілі магніта. Магнітне поле називається *однорідним*, якщо в усіх його точках вектор  $\vec{B}$  має однакові за величиною і напрямком значення. В протилежному випадку поле називається *неоднорідним*. Однорідне поле, наприклад, існує між полюсами підковоподібного магніта.

На прямолінійний провідник зі струмом, що перебуває в однорідному магнітному полі, діє сила  $\vec{F}$ , величина якої прямо пропорційна силі струму  $I$ , довжині провідника  $l$ , модулю магнітної індукції  $B$  і синусові кута  $\alpha$  між напрямком струму і вектором  $\vec{B}$ :

$$F = kBI l \sin\alpha, \quad (1)$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності, який в СІ дорівнює 1.

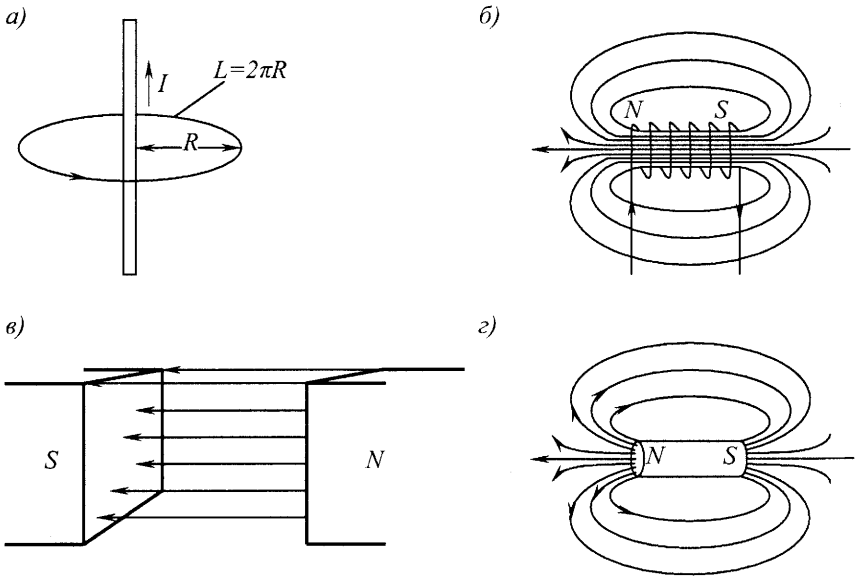


Рис. 4.1

Співвідношення (1) виражає закон Ампера, встановлений ним експериментально,  $F$  – так звана сила Ампера.

Коли провідник зі струмом розміщений перпендикулярно до силових ліній, можна записати

$$B = \frac{F}{I \cdot l}. \quad (2)$$

Тобто магнітна індукція  $B$  чисельно дорівнює силі  $F$ , яка діє на одиницю довжини провідника, розміщеного перпендикулярно до силових ліній, з одиничною силою струму в ньому.

Одиниця вимірювання магнітної індукції в СІ:

$$[B] = \frac{[F]}{[I] \cdot [l]} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}} = 1 \text{Тл (тесла)}.$$

Для неоднорідного поля закон Ампера записують у диференціальній формі

$$dF = IBdl \sin(\widehat{d\vec{l}}, \vec{B}), \quad (3)$$

де  $dl$  – нескінченно мала ділянка провідника, яку можна вважати прямолінійною, а магнітне поле в її околі – однорідним,  $(\widehat{d\vec{l}}, \vec{B})$  – кут

між вектором  $d\vec{l}$ , проведеним у напрямку струму, і вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ . У векторній формі –

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}]. \quad (4)$$

У багатьох літературних джерелах використовується поняття *елемента струму*  $I d\vec{l}$ . Співвідношення (4) в такому разі записується так

$$d\vec{F} = [I d\vec{l}, \vec{B}]. \quad (4a)$$

Напрямок сили  $d\vec{F}$  визначається за правилом знаходження напрямку векторного добутку, або за правилом лівої руки: ліву руку треба розмістити так, щоб силові лінії входили в долоню, а витягнуті чотири пальці показували напрямок струму, тоді відхилений перпендикулярно великий палець покаже напрямок сили.

Отже вектор  $d\vec{F}$  перпендикулярний вектору  $\vec{B}$ , а це означає, що магнітні сили, на відміну від електричних, не є центральними.

## §2. Закон Біо-Савара-Лапласа

Магнітна індукція  $d\vec{B}$  поля, створеного в безмежному однорідному середовищі малим елементом провідника  $d\vec{l}$ , по якому тече постійний струм силою  $I$ , визначається за *законом Біо-Савара-Лапласа*:

$$d\vec{B} = k \frac{I}{r^3} \cdot [d\vec{l}, \vec{r}], \quad (1)$$

де  $d\vec{l} \uparrow \uparrow \vec{j}$ ,  $\vec{j}$  – вектор густини струму,  $\vec{r}$  – радіус-вектор, проведений з елемента провідника в дану точку поля  $A$  (рис. 4.2),  $k$  – коефіцієнт пропорційності, який залежить від вибору системи одиниць і від магнітних властивостей середовища. В СІ  $k = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}$ , де  $\mu$  – відносна магнітна проникність середовища,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнітна стала.

Отже в СІ закон Біо-Савара-Лапласа має вигляд:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^3} \cdot [d\vec{l}, \vec{r}]. \quad (2)$$

У скалярному вигляді

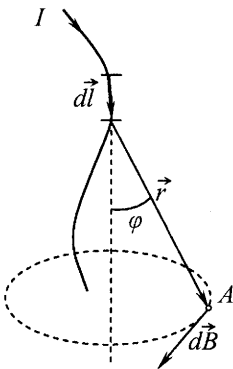


Рис. 4.2

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl \sin \varphi}{r^2}, \quad (2a)$$

де  $\varphi$  – кут між векторами  $d\vec{l}$  і  $\vec{r}$ .

Згідно з принципом суперпозиції магнітних полів магнітна індукція  $\vec{B}$  поля, створеного довільним провідником зі струмом,

$$\vec{B} = \int_{(l)} d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \cdot \int_{(l)} \frac{[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (3)$$

де інтегрування проводиться по всій довжині провідника.

### §3. Магнітне поле прямолінійного провідника зі струмом

Знайдемо індукцію магнітного поля  $\vec{B}$  в довільній точці  $A$ , яка знаходиться на відстані  $R$  від провідника  $MN$ , по якому тече струм силою  $I$  (рис. 4.3) Виділимо на провіднику довільну ділянку  $dl = ED$ , позначимо  $\varphi = \angle DEC$ ,  $r = EA$ . Скористуємося формулою (2a).

З рис. 4.3 бачимо, що  $dl \sin \varphi = DC$ ;  $DC = r d\varphi$ ;  $r = \frac{R}{\sin \varphi}$ . Отже

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi,$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} \cdot \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \cdot d\varphi = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R} \cdot (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2). \quad (1)$$

Тут  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  – кути, під якими з кінців провідника видно точку  $A$ .

Для провідника нескінченної довжини маємо:  $\varphi_1 \rightarrow 0$ ,  $\cos \varphi_1 \rightarrow 1$ ;  $\varphi_2 \rightarrow \pi$ ,  $\cos \varphi_2 \rightarrow -1$ . Отже,

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}. \quad (2)$$

Силкові лінії магнітного поля, створеного прямолінійним провідником зі струмом, являють собою систему концентричних кіл, центри яких розміщені на провіднику. Самі кола розташовані в площинах, перпендикулярних провіднику, а напрямок їх обходу визначається

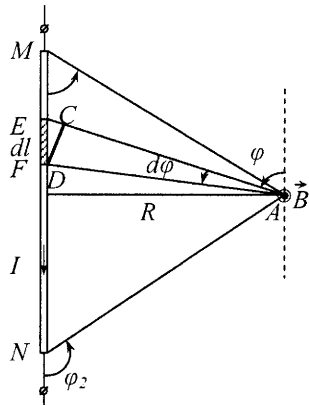


Рис. 4.3

правилом правого гвинта.

#### §4. Магнітне поле колового струму і соленоїда. Магнітний момент контура зі струмом

Нехай провідник зі струмом силою  $I$  має форму кільця радіусом  $R$ . Знайдемо індукцію магнітного поля  $\vec{B}$  в довільній точці на осі кільця. Напрямок вектора  $\vec{B}$  в будь-якій точці на осі можна знайти за правилом правого гвинта: він збігається з напрямком поступального руху гвинта, якщо струм у кільці тече в напрямку його обертового руху (рис. 4.4).

Визначимо індукцію магнітного поля в центрі кільця (точка  $O$ ).

У цьому випадку  $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ,  $\sin \varphi = 1$ ,  $r = R$ .

Отже

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Idl}{R^2},$$

$$B_o = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu\mu_0 I}{2R}. \quad (1)$$

Індукція магнітного поля в довільній точці  $A$  на осі кільця дорівнює

$$B_A = \frac{\mu\mu_0 IR^2}{2(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (2)$$

де  $h = OA$  – відстань від центра  $O$  до довільної точки  $A$  на осі кільця.

Магнітним моментом плоского контура зі струмом називається векторна величина

$$\vec{p}_m = IS \cdot \vec{n}, \quad (3)$$

де  $I$  – сила струму в контурі,  $S$  – площа, обмежена цим контуром,  $\vec{n}$  – одиничний вектор нормалі до поверхні  $S$ , напрямок якого визначається за правилом правого гвинта (рис. 4.4). Для кільцевого струму  $S = \pi R^2$  і на підставі співвідношень (1), (2) і (3) одержимо:

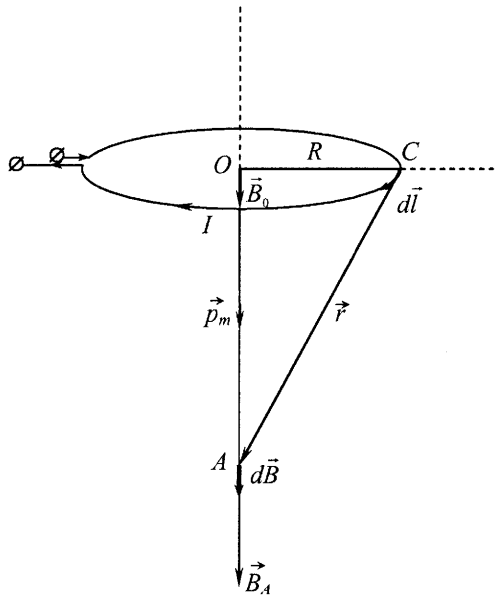


Рис. 4.4

$$\vec{B}_A = \frac{\mu\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{2\vec{P}_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (4)$$

$$\vec{B}_o = \frac{\mu\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{2\vec{P}_m}{R^3}. \quad (5)$$

При  $R \ll h$  з формули (4) для індукції магнітного поля на осі кільця одержимо:

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_o}{4\pi} \frac{2\vec{P}_m}{h^3}. \quad (6)$$

Це співвідношення нагадує вираз для напруженості електричного поля на осі електричного диполя. Таким чином, виток зі струмом можна розглядати як магнітний диполь. Його північний полюс – та поверхня площини витка, звідки силові лінії виходять, а південний – куди силові лінії входять. Звідси зрозуміло, що окремо північний і південний полюси не існують. Джерелами магнітного поля є не магнітні заряди (полюси), а електричні струми.

*Соленоїдом* називається намотаний на циліндричну поверхню провідник, по якому тече струм. Результуюче магнітне поле всередині соленоїда однорідне, а біля його кінців силові лінії розходяться і замикаються в зовнішній частині простору (рис. 4.1 б).

Індукція магнітного поля всередині довгого соленоїда дорівнює

$$B = \mu\mu_o n_o I, \quad (7)$$

а біля країв –

$$B = \frac{\mu\mu_o}{2} \cdot n_o I. \quad (8)$$

Тут  $n_o$  – число витків, що припадає на одиницю довжини соленоїда.

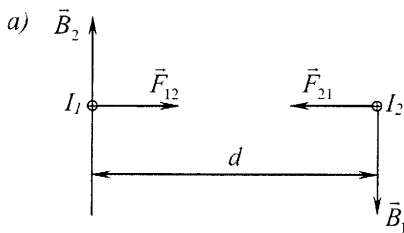
Магнітний момент соленоїда дорівнює геометричній сумі магнітних моментів його витків:

$$\vec{P}_m = NIS \cdot \vec{n}, \quad (9)$$

де  $S = \pi R^2$  – площа, охоплена витком,  $\vec{n}$  – одиничний вектор, спрямований вздовж осі соленоїда ( $\vec{n} \uparrow \uparrow \vec{B}$ ),  $N$  – число витків соленоїда.

### §5. Магнітна взаємодія провідників зі струмом

Розглянемо взаємодію двох нескінченно довгих провідників зі струмами. На рис. 4.5 ці провідники перпендикулярні до площини рисунка, відстань між ними  $d$ . Зображено два випадки: струми  $I_1$  та  $I_2$  течуть в одному напрямку (а), струми течуть в протилежних напрямках (б).



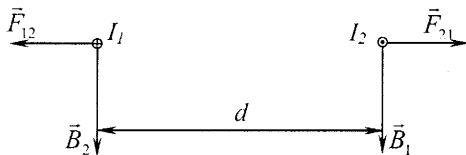
Провідник зі струмом  $I_1$  перебуває в магнітному полі з індукцією

$$B_2 = \frac{\mu\mu_0 I_2}{2\pi d},$$

провідник зі струмом  $I_2$  – в магнітному полі з індукцією

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi d}.$$

b)



Напрямки векторів  $\vec{B}_1$  і  $\vec{B}_2$  можна визначити за допомогою правила правого гвинта. Напрямки сил  $\vec{F}_{12}$  і  $\vec{F}_{21}$ , з якими магнітне поле діє на перший і другий провідники відповідно, визначаються за правилом

Рис. 4.5

лівої руки. Як бачимо на рис. 4.5, у випадку однаково напрямлених струмів – це сили притягання, у випадку протилежно напрямлених – сили відштовхування. Цей факт був експериментально встановлений Ампером. Згідно з законом Ампера, сила взаємодії між цими провідниками

$$F = |\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I_1 I_2}{d} \cdot l, \quad (1)$$

де  $l$  – довжина відрізка нескінченно довгого провідника.

За допомогою формули (1) визначається одиниця сили струму в СІ: *ампер* (А) – це сила постійного струму, який, проходячи по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини, розміщених на відстані 1 м один від одного у вакуумі, спричиняє силу взаємодії між ними  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на кожен метр довжини провідника.

Виходячи з означення ампера і формули (1), можна обчислити магнітну сталу:

$$\mu_0 = \frac{4\pi d F}{2I_1 I_2 l} = \frac{2\pi \cdot 1\text{ м} \cdot 2 \cdot 10^{-7}\text{ Н}}{1\text{ А}^2 \cdot 1\text{ м}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{А}^2} \left( \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right).$$

### §6. Коилтур зі струмом в магнітному полі

Прямокутну рамку зі струмом помістимо в однорідне магнітне

поле, індукція якого  $\vec{B}$ . Кут між нормаллю до рамки  $\vec{n}$  і вектором  $\vec{B}$  дорівнює  $\alpha$  (рис. 4.6 а). Користуючись правилом лівої руки, легко бачити, що сили, які діють на ділянки рамки, перпендикулярні до силових ліній і утворюють обертальний момент (рис. 4.6 б). Момент пари сил дорівнює :

$$M = F d = B I l a \sin \alpha, \quad (1)$$

де  $F = B I l$  – сила Ампера ( $F = |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ ),  $l$  і  $a$  – довжина і ширина рамки відповідно. Оскільки  $l \cdot a = S$  – площа рамки, а  $I \cdot S = p_m$  – модуль її магнітного моменту, то

$$M = p_m B \sin \alpha,$$

або у векторній формі –

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]. \quad (2)$$

Цей момент намагається привести контур в стан стійкої рівноваги

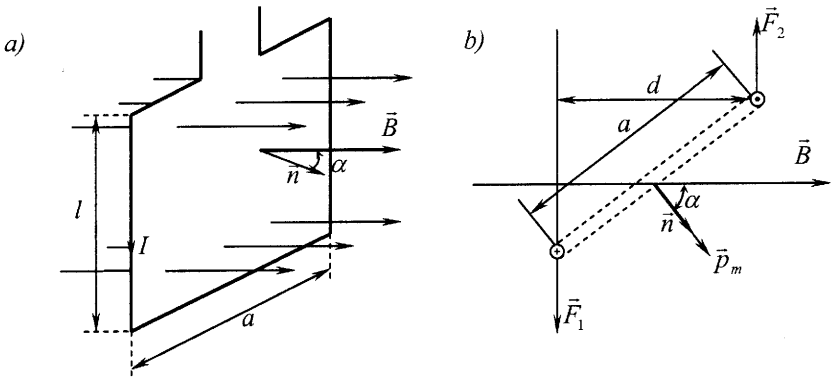


Рис. 4.6

( $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$ ). Обертальний момент максимальний, коли  $\vec{p}_m \perp \vec{B}$ .

Дія магнітного поля на замкнутий контур зі струмом лежить в основі роботи електродвигунів.

Якщо невеликий замкнутий контур зі струмом міститься в неоднорідному магнітному полі, то, крім обертального моменту, на незакріплений контур ще діє сила, яка втягує його в область сильнішого магнітного поля при  $\alpha < \frac{\pi}{2}$  і виштовхує в область слабшого поля при  $\alpha > \frac{\pi}{2}$ .



### §7. Дія магнітного поля на рухомий електричний заряд. Сила Лоренца

На елемент провідника зі струмом в магнітному полі діє сила

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}],$$

Для сили струму можна записати:  $I = q n_o S v$ . Тут  $q$  – алгебраїчне значення заряду,  $n_o$  – число зарядів в одиниці об'єму провідника з площею поперечного перерізу  $S$ ,  $v$  – швидкість напрямленого руху зарядів. Таким чином

$$d\vec{F} = qn_o S v [d\vec{l}, \vec{B}] \text{ або } d\vec{F} = qn_o S dl [\vec{v}, \vec{B}].$$

Очевидно  $n_o S dl = dn$  – число вільних зарядів в даному елементі провідника зі струмом. Сила, яка діє на окремий рухомий заряд в магнітному полі – сила Лоренца, дорівнює

$$\vec{F}_L = \frac{d\vec{F}}{dn} = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (1)$$

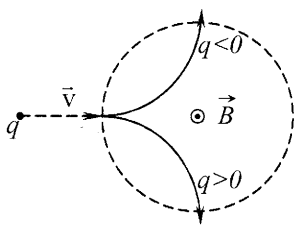


Рис. 4.7

Напрямок сили визначають за правилом знаходження напрямку векторного добутку або за правилом лівої руки, але при  $q < 0$  цей напрямок треба змінити на протилежний.

Сила Лоренца надає зарядженій частинці доцентрового прискорення:

$$\vec{F}_L = m\vec{a}_n, \quad (2a)$$

$$|q|vB \sin \alpha = \frac{mv^2}{r}. \quad (2)$$

Тут  $m$  і  $|q|$  – маса і абсолютне значення заряду частинки.

В однорідному магнітному полі, перпендикулярному швидкості частинки ( $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ), частинка рівномірно обертається по колу, радіус якого

$$r = \frac{mv}{|q|B}, \quad (3)$$

а період обертання –

$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}. \quad (4)$$

Напрямок відхилення залежить від знаку заряду (рис. 4.7). На цьому ґрунтуються методи експериментального визначення знаку зарядженої частинки.

Якщо вектор швидкості зарядженої частинки  $\vec{v}$  складає кут  $\alpha$  з вектором  $\vec{B}$  однорідного магнітного поля, то частинка рухається по гвинтовій лінії (рис. 4.8 а,б), яка охоплює силову лінію магнітного поля. Радіус  $r$  і крок  $h$  гвинтової лінії дорівнюють:

$$r = \frac{mv \sin \alpha}{|q|B}, \quad h = \frac{2\pi mv \cos \alpha}{|q|B}. \quad (5)$$

Таким чином, магнітне поле є своєрідною «пасткою» для заряджених частинок, які, попадаючи в «магнітний полон», не можуть з нього вийти. Так, магнітне поле Землі утворює «захисний щит», який простягається вище, ніж іоносфера, і який захищає Землю від потоку заряджених космічних частинок. Тільки біля магнітних полюсів Землі концентрація цих частинок значна. Вони іонізують повітря, внаслідок чого виникає полярне сяйво.

Вчені Гарвардського університету встановили, що з 1845 року

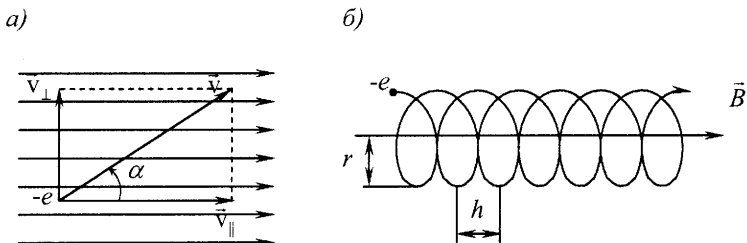


Рис. 4.8

по сьогоднішній день сила магнітного поля Землі, яке відхиляє потік радіоактивних частинок, зменшилась на 10% і продовжує зменшуватись з кожним роком. За їхніми підрахунками поле зникне повністю через 1500-2000 років. Уже тепер інтенсивність космічної радіації, наприклад, над Атлантикою, починає зростати. Так, за один трансатлантичний переліт з Європи в США і назад пасажир опромінюється дозою радіації, яка приблизно дорівнює річній дозі в звичайних умовах.

Якщо заряджена частинка рухається в неоднорідному магнітному полі в напрямку його посилення, то в міру її переміщення радіус і крок гвинтової лінії зменшуються. Частинка рухається по спіралі, яка скручується і навивається на силову лінію. На цьому принципі ґрунтується фокусування заряджених частинок, наприклад, в електронній оптиці.

Оскільки сила Лоренца перпендикулярна швидкості руху

частинки, то вона роботи не виконує, а тільки змінює напрямок її руху.

Якщо на рухомий електричний заряд діє не тільки магнітне поле з індукцією  $\vec{B}$ , але і електричне поле з напруженістю  $\vec{E}$ , то результуюча сила дорівнює:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (6)$$

#### Завдання для самостійної роботи №4.1

1. Рух електрона в однорідному електричному і магнітному полях. Визначення питомого заряду електрона.
2. Визначення знаку заряду елементарних частинок.
3. Циклотрон.

#### Література:

Бушок Г.Ф. та ін. Курс фізики. – Кн. 1. – К.: Либідь, 2001. – С.343-346.

Яворский Б.М., Пинский А.А. Основы физики. – Т. I. – М.: Наука, 1981. – С. 388-391.

#### §8. Напруженість магнітного поля. Закон повного струму

Силовою характеристикою магнітного поля, що не залежить від магнітних властивостей середовища, є вектор напруженості  $\vec{H}$ , який в однорідному середовищі визначається так:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0} \cdot \vec{B}. \quad (1)$$

Якщо середовище неоднорідне, то напрямки векторів  $\vec{H}$  і  $\vec{B}$  збігаються не завжди, і співвідношення (1) справедливе лише для їх модулів. Як буде показано далі, напруженість магнітного поля характеризує поле, створене макрострумами. Якщо проводити аналогію між характеристиками електричного і магнітного полів, то аналогом індукції магнітного поля  $\vec{B}$  є напруженість електричного поля  $\vec{E}$ , аналогом напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  – електричне зміщення  $\vec{D}$ .

Циркуляцією вектора напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  вздовж замкнутого контура  $L$  називається інтеграл виду

$$\oint_{(L)} (\vec{H}, d\vec{l}) = \oint_{(L)} H dl \cos(\vec{H}, \hat{d\vec{l}}) = \oint_{(L)} H_l dl, \quad (2)$$

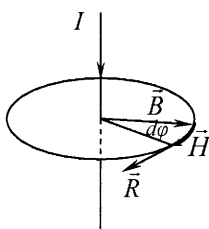


Рис. 4.9

де  $H_l$  – проекція вектора  $\vec{H}$  на напрямок елемента довжини контура  $d\vec{l}$ .

На рис. 4.9 контур  $L$  збігається з однією із силових ліній напруженості магнітного поля прямолінійного струму нескінченної довжини. У цьому випадку  $H_l = H = \frac{I}{2\pi R}$ . Тоді

$$\oint_{(L)} H_l dl = \frac{I}{2\pi R} \cdot \int_0^{2\pi R} dl = I. \quad (3)$$

Рівняння (3) справедливе для контура довільної форми і для провідників будь-якої конфігурації. Якщо контур охоплює струми  $I_1, I_2, \dots, I_n$ , то

$$\oint_{(L)} H_l dl = \sum_{k=1}^n I_k. \quad (4)$$

Співвідношення (4) виражає закон повного струму: циркуляція вектора напруженості магнітного поля  $\vec{H}$  вздовж довільного замкнутого контура  $L$  дорівнює алгебраїчній сумі струмів, охоплених цим контуром. Струм вважається додатним, якщо з кінця вектора густини струму видно, що обхід контура відбувається проти годинникової стрілки.

Циркуляція напруженості магнітного поля вздовж замкнутого контура пропорційна роботі, яка виконується магнітними силами при переміщенні провідника одиничної довжини з одиничним струмом вздовж цього контура. Як бачимо, ця робота не дорівнює нулю. Отже, магнітне поле, на відміну від електростатичного, не є потенціальним. Воно називається *вихровим*.

За допомогою закону повного струму можна знайти індукцію магнітного поля тороїда. *Тороїдом* називається котушка зі струмом, витки якої намотані на осердя, що має форму тора (рис. 4.10). З міркувань симетрії випливає, що силові лінії магнітного поля тороїда мають вигляд концентричних кіл, центри яких знаходяться на осі тороїда. У всіх точках контура  $L$  модуль вектора  $\vec{H}$  однаковий, так що

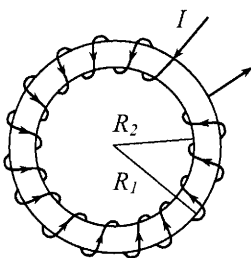


Рис. 4.10

$$\oint_{(L)} (\vec{H}, d\vec{l}) = 2\pi r H,$$

де  $r$  – радіус відповідної силової лінії напру-

женості магнітного поля. Якщо  $r > R_1$  або  $r < R_2$ , то  $\sum_{k=1}^n I_k = 0$ , а це означає, що дорівнює нулю напруженість магнітного поля.

Для  $R_2 < r < R_1$  маємо  $\sum_{k=1}^n I_k = NI$ , де  $N$  – число витків котушки,  $I$  – сила струму в ній. Тому всередині тора

$$H = \frac{NI}{2\pi r}. \quad (4)$$

Відповідно

$$B = \mu\mu_0 H = \frac{\mu\mu_0 NI}{2\pi r}. \quad (5)$$

Отже, магнітне поле зосереджене всередині тороїда. За його допомогою можна, наприклад, локалізувати високотемпературну плазму і, в перспективі, здійснити керовану термоядерну реакцію.

### Завдання для самостійної роботи №4.2

1. На основі означення напруженості магнітного поля записати формули для напруженості поля а) прямолінійного провідника зі струмом; б) колового струму; в) соленоїда.

2. У яких одиницях вимірюється напруженість магнітного поля в СІ?

### §9. Магнітний потік. Теорема Остроградського-Гауса для магнітного поля

Поняття магнітного потоку вводиться аналогічно потоку напруженості електричного поля. *Магнітний потік* крізь довільну поверхню  $S$  дорівнює

$$\Phi_m = \int_{(S)} (\vec{B}, d\vec{S}) = \int_{(S)} B_n dS, \quad (1)$$

де  $d\vec{S} = \vec{n}dS$ , а  $\vec{n}$  – одиничний вектор нормалі до площадки  $dS$ , яку ми вибираємо настільки малою, що її можна вважати плоскою,  $B_n$  – проекція вектора  $\vec{B}$  на напрямок нормалі (рис. 4.11).

Внаслідок замкнутості силових ліній магнітного поля магнітний потік крізь довільну замкнуту поверхню дорівнює нулю:

$$\oint_{(S)} B_n dS = 0. \quad (2)$$

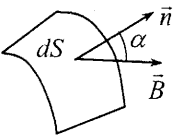


Рис. 4.11

Цей результат є математичним виразом того,

що в природі не існує магнітних зарядів, і є змістом теореми Остроградського-Гауса для магнітного поля.

Одиниця вимірювання магнітного потоку –

$$[\Phi_m] = [B] \cdot [S] = 1 \text{Тл} \cdot \text{м}^2 = 1 \text{Вб (вебер)}.$$

### §10. Робота переміщення провідника зі струмом в магнітному полі

Розглянемо електричне коло, зображене на рис. 4.12. На рейках

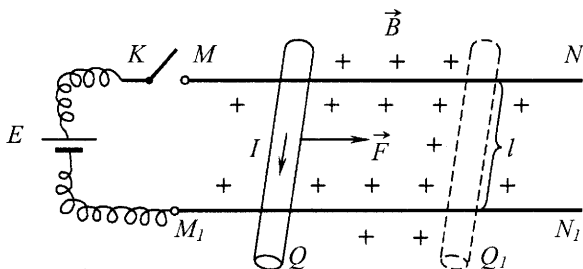


Рис. 4.12

$MN$  і  $M_1N_1$  знаходиться трубчастий металевий провідник, який може вільно переміщатися. До рейок приєднане джерело е. р. с. Вся установка знаходиться в однорідному магнітному полі, силові лінії

якого напрямлені перпендикулярно площині рисунка від нас. На

провідник діє сила Ампера  $F = IBl \sin(\vec{l}, \vec{B})$ .

Якщо провідник не закріплений, то під дією сили Ампера він переміщається з положення  $Q$  в положення  $Q_1$ , проходячи відстань  $dx$ . При цьому виконується робота

$$\delta A = F dx = I B_n l dx = I B_n dS,$$

де  $B_n = B \sin(\vec{l}, \vec{B})$  – проекція вектора  $\vec{B}$  на напрямок нормалі до площадки  $dS$ . Але  $B_n dS = d\Phi_m$ , тому

$$\delta A = I d\Phi_m. \quad (1)$$

Інтегруючи цей вираз при  $I = \text{const}$ , одержимо

$$A = I (\Phi_2 - \Phi_1) = I \Delta\Phi_m. \quad (2)$$

Ця формула справедлива для будь-яких контурів і полів.

Отже, робота, яка виконується при переміщенні контура зі струмом в магнітному полі, дорівнює добутку сили струму в контурі на кількість ліній магнітної індукції, перетнутих контуром. Якщо контур замкнений, то  $\Delta\Phi_m$  – зміна магнітного потоку крізь поверхню, охоплену контуром.

## §11. Електромагнітна індукція. Закон Фарадея. Правило Ленца

Виходячи із уявлення про електричний струм як про джерело електричного поля, Фарадей припустив, що за допомогою магнітного поля можна створити електричний струм. Після десятирічних пошуків (1822-1831 рр.) це завдання було розв'язане. Фарадей не тільки відкрив явище, але і першим виготовив модель генератора електричного струму. Струм був слабким, але знайдений принцип дозволив у майбутньому побудувати потужні генератори, без яких важко уявити собі розвиток сучасної електротехніки. Відкриття Фарадея дозволило остаточно обґрунтувати єдність електричних і магнітних явищ, що стало поштовхом для створення Максвеллом теорії електромагнітного поля.

Схематично розміщення приладів у дослідах Фарадея показано на рис. 4.13. Коло первинної котушки містить джерело струму, вторинної – гальванометр (рис. 4.13 а). При будь-якій зміні сили струму в первинній котушці (замикання, розмикання ключа, зміна опору кола), або при взаємному переміщенні котушок змінюється

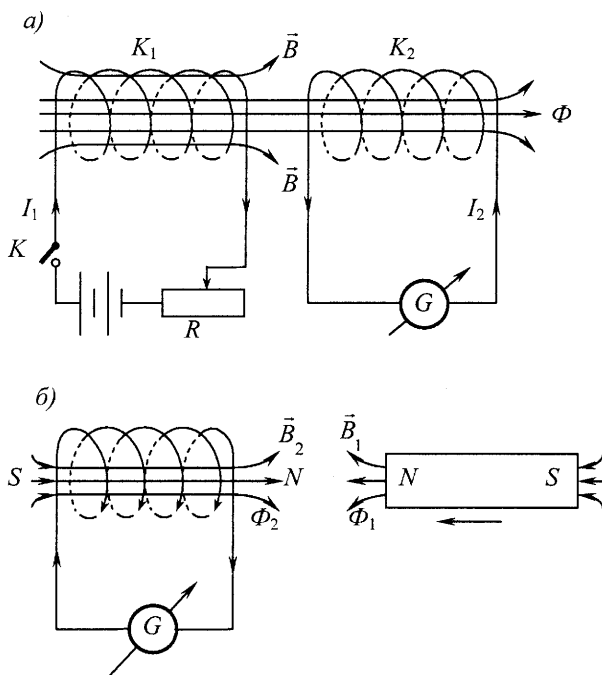


Рис. 4.13

магнітний потік, що пронизує вторинну котушку. При цьому гальванометр фіксує появу електричного струму. Струм посилюється, якщо осердям котушки буде залізо, а також при збільшенні швидкості зміни магнітного потоку. Напрямок струму залежить від того, зростає чи зменшується магнітний потік, який пронизує вторинну котушку. Ті ж самі явища спостерігаються, якщо котушку зі струмом замінити постійним магнітом (рис. 4.13 б).

Струм, який виникає у вторинній котушці, Фарадей назвав *індукційним* (наведеним), електрорушійну силу, що його спричинює, – *електрорушійною силою індукції* ( $\mathcal{E}_i$ ), а саме явище – *електромагнітною індукцією*.

Закон Фарадея для електромагнітної індукції: *е. р. с. індукції*  $\mathcal{E}_i$  в контурі пропорційна швидкості зміни магнітного потоку крізь поверхню, обмежену цим контуром:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}, \quad (1)$$

де знак «-» в рівнянні (1) враховує *правило Ленца*: при будь-якій зміні магнітного потоку крізь поверхню, обмежену контуром, в останньому виникає індукційний струм такого напрямку, що його власне магнітне поле протидіє зміні магнітного потоку, яка викликала появу індукційного струму.

Закон електромагнітної індукції для замкнутого провідника, який рухається в магнітному полі, можна одержати з закону збереження енергії. За час  $dt$  прикладені до провідника зовнішні сили, які спричинюють його переміщення в магнітному полі, виконують роботу  $\delta A'$ , що дорівнює роботі індукційного струму в замкнутому провіднику:

$$\delta A' = \mathcal{E}_i I_i dt. \quad (2)$$

З другого боку  $\delta A' = -\delta A$ , де

$$\delta A = I_i \frac{\partial \Phi_m}{\partial t} dt - \quad (3)$$

робота, яка виконується силами Ампера при переміщенні провідника зі струмом  $I_i$  в магнітному полі. Тому

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}.$$

Явище електромагнітної індукції в нерухомому провіднику, який знаходиться у змінному магнітному полі, пояснюється тим, що



змінне магнітне поле викликає появу вихрового електричного поля, циркуляція напруженості якого вздовж замкнутого електропровідного контура  $L$  дорівнює е. р. с. індукції:

$$\mathcal{E}_i = \oint_{(L)} \vec{E}, d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}, \quad (4)$$

де  $\Phi_m$  – магнітний потік крізь поверхню, охоплену контуром,  $\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$  – швидкість його зміни.

### §12. Явище самоіндукції

Нехай електричне коло складається з соленоїда і джерела струму. Очевидно, всередині і навколо соленоїда існуватиме магнітне поле, а котушку пронизуватиме власний магнітний потік (рис. 4.14). Якщо цей магнітний потік буде змінюватися, то, відповідно до закону електромагнітної індукції, в котушці виникатиме е. р. с. індукції додаткова до е. р. с. джерела.

Явище виникнення е. р. с. індукції внаслідок зміни власного магнітного потоку контура називається *самоіндукцією*.

Очевидно, магнітний потік крізь котушку пропорційний силі струму в ній:

$$\Phi_m = L I, \quad (1)$$

де  $L$  – індуктивність контура, яка залежить від його форми і розмірів, а також від магнітних властивостей осердя. За законом Фарадея е. р. с. самоіндукції визначається за формулою:

$$\mathcal{E}_{ci} = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (2)$$

Одиниця індуктивності в СІ називається *генрі* (Гн):

$$[L] = \frac{[\mathcal{E}]}{\left[\frac{dI}{dt}\right]} = 1 \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{А}} = 1 \text{Гн}.$$

Знайдемо індуктивність соленоїда, який має  $N$  витків і площу перерізу  $S$ . Враховуючи, що індукція магнітного поля всередині соленоїда

$$B = \mu \mu_0 \frac{N}{l} I, \quad \text{де } l -$$

довжина соленоїда, визначимо

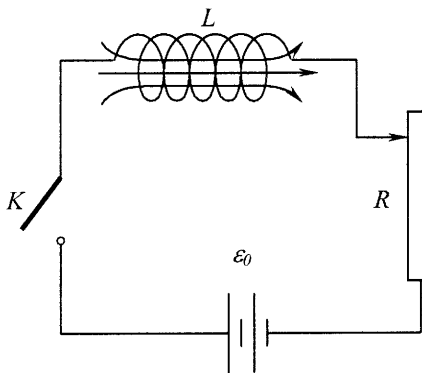


Рис. 4.14

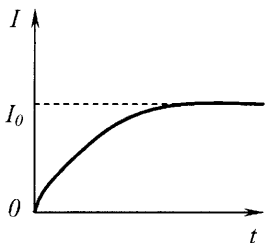


Рис. 4.15

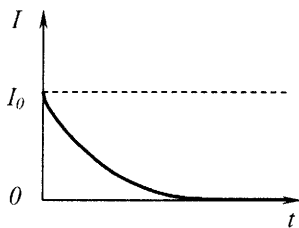


Рис. 4.16

магнітний потік, що його пронизує:

$$\Phi_m = NBS = \mu\mu_0 n_o^2 V \cdot I.$$

Тут  $n_o = \frac{N}{l}$  – число витків на одиницю довжини соленоїда,  $V = S \cdot l$  – об'єм соленоїда. Отже

$$L = \frac{\Phi_m}{I} = \mu\mu_0 n_o^2 V. \quad (3)$$

Розглянемо явища, які відбуваються у згаданому вище контурі при замиканні і розмиканні кола.

При замиканні магнітне поле струму, що протікає в контурі, зростає. Значить, зростає магнітний потік крізь площу, обмежену контуром. Згідно з правилом Ленца, індукційний струм, який при цьому виникає (*екстраструм замикання*), матиме напрямок протилежний струмові, що йде від джерела. Результуючий струм в колі буде наростати поступово від нуля до  $I = I_o = \frac{\mathcal{E}_o}{R}$ , де  $R$  – активний опір кола (рис. 4.15). Залежність сили струму замикання від часу одержимо з рівняння Кірхгофа:

$$IR = \mathcal{E}_o - L \frac{dI}{dt}. \quad (4)$$

Після відокремлення змінних маємо:

$$\frac{d(I_o - I)}{I_o - I} = -\frac{R}{L} dt \quad (5)$$

(тут враховано, що  $dI = -d(I_o - I)$ ).

За умови, що при  $t = 0$  сила струму  $I = 0$ , після інтегрування одержимо:

$$\ln \frac{I_o - I}{I_o} = -\frac{R}{L}t,$$

звідки

$$I = I_o(1 - e^{-\frac{R}{L}t}). \quad (6)$$

При розмиканні кола індукційний струм (*екстраструм розмикання*) має той самий напрямок, що і основний струм. За рахунок того, що час розмикання малий, екстраструм розмикання може досягати великих значень і спричиняти пошкодження споживачів електроенергії в мережі. Для запобігання цій шкідливій його дії використовують спеціальні пристрої (пускові реостати).

Оскільки в момент розмикання е. р. с. джерела вже не діє, рівняння Кірхгофа має вигляд:

$$IR = -L \frac{dI}{dt}, \quad (7)$$

а залежність сили струму від часу, одержана при його інтегруванні, дорівнює

$$I = I_o e^{-\frac{R}{L}t} \quad (8)$$

(при розмиканні ( $t = 0$ ) припускаємо, що  $I = I_o$ ). Ця залежність представлена на рис. 4.16.

### §13. Явище взаємодуції

Явище *взаємної індукції* полягає у тому, що при зміні сили струму в одному контурі, його змінне магнітне поле збуджує індукційний струм в сусідньому контурі (рис. 4.17). Те ж саме відбувається при зміні взаємного розміщення цих провідників.

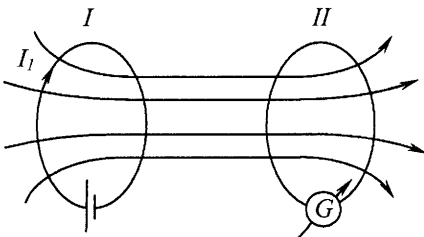


Рис. 4.17

Якщо в першому контурі сила струму  $I_1$ , то магнітний потік, який пронизує другий контур

$$\Phi_2 = M_{21} I_1, \quad (1)$$

де  $M_{21}$  – коефіцієнт взаємної індукції другого контура відносно першого. Якби, навпаки, в другому контурі був струм силою  $I_2$ , то магнітний потік, який пронизував би перший контур,

$$\Phi_1 = M_{12} I_2, \quad (2)$$

де  $M_{12}$  – коефіцієнт взаємодуції першого контура відносно другого.

Можна показати, що  $M_{21} = M_{12}$ . Величина цього коефіцієнта залежить від форми, розмірів і взаємного розміщення контурів, а також від магнітних властивостей середовища, в якому вони знаходяться. Як і коефіцієнт самоіндукції, коефіцієнт взаємоіндукції вимірюється в СІ в *генрі* (Гн).

Явище взаємоіндукції покладене в основу конструювання трансформаторів, які використовуються для підвищення або пониження напруги змінного струму в електромережі.

### Завдання для самостійної роботи №4.3

1. Вивести формулу для е. р. с. індукції, яка виникає при переміщенні прямолінійного провідника в однорідному магнітному полі.
2. Трансформація змінного струму. Трансформатори.

#### Література:

Бушок Г.Ф. та ін. Курс фізики. – Кн.1. – К.: Либідь, 2001. – С. 389-391.

Яворский Б.М., Пинский А.А. Основы физики. – Т.І. – М.: Наука, 1981.– С. 420-422.

### §14. Енергія магнітного поля. Густина енергії

При створенні в електропровідному контурі електричного струму силою  $I$  необхідно виконати роботу  $A'$  по подоланню е. р. с. самоіндукції, яка протидіє наростанню струму в контурі:

$$A' = -\int_0^I \mathcal{E}_{ci} Idt = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}. \quad (1)$$

За законом збереження енергії ця робота визначає власну енергію струму в контурі, яка є не чим іншим, як енергією його магнітного поля:

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \quad (2)$$

Наприклад, енергія магнітного поля всередині довгого соленоїда дорівнює

$$W_m = \frac{1}{2} \mu \mu_0 n_o^2 I^2 \cdot V = \frac{1}{2} BH \cdot V, \quad (3)$$

де  $B$  – індукція,  $H$  – напруженість магнітного поля, а  $V$  – об'єм соленоїда. Отже, енергія магнітного поля, як і електричного, пропорційна об'єму простору, в якому це поле зосереджене. Це є одним із свідчень його матеріальності.

Густина енергії магнітного поля

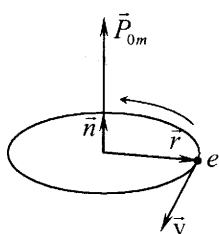
$$w_m = \frac{dW_m}{dV}, \quad (4)$$

де  $dW_m$  – енергія магнітного поля, яке міститься в малому об'ємі  $dV$  простору. Отже, на підставі формул (3) і (4) одержимо:

$$w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0}{2}H^2. \quad (5)$$

### §15. Магнітні моменти електронів і атомів. Діа-, пара- і феромагнетики

Магнітні властивості речовин визначаються магнітними властивостями атомів, які входять до їх складу. З погляду класичної фізики електрон, який рухається в атомі навколо ядра, створює орбітальний струм (так званий *мікрострум*). Сила



орбітального струму  $I = \frac{e}{T}$ , де  $e$  – абсолютна величина заряду електрона,  $T$  – період його обертання по орбіті. Цьому струмові відповідає *орбітальний* магнітний момент електрона

$$\vec{P}_{om} = IS \cdot \vec{n}. \quad (1)$$

Тут  $S$  – площа орбіти,  $\vec{n}$  – одиничний вектор, перпендикулярний площині орбіти, напрямком якого визначається за правилом свердлика (рис. 4.18). Крім орбітального

Рис. 4.18

магнітного моменту електронів ще притаманний *власний* магнітний момент  $\vec{P}_{sm}$ , який називається *спіновим*.

Магнітний момент  $j$ -го атома

$$\vec{P}_{mj} = \sum_{i=1}^{Z_j} (\vec{P}_{omi} + \vec{P}_{smi}), \quad (2)$$

де  $\vec{P}_{omi}$  і  $\vec{P}_{smi}$  орбітальний і спіновий магнітні моменти  $i$ -го електрона в  $j$ -му атомі,  $j = 1, 2, 3, \dots, N$ ,  $N$  – число атомів в об'ємі  $\Delta V$  речовини,  $Z_j$  – порядковий номер елемента в таблиці Менделєєва.

Речовини, магнітні моменти атомів (молекул) яких у відсутності зовнішнього магнітного поля дорівнюють нулю ( $\vec{P}_{mj} = 0$ ), називаються *діамагнітними*, або *діамагнетиками*. До них відносяться  $Zn$ ,  $Cu$ ,  $Bi$ ,  $Ag$ ,  $Au$ ,  $Pb$ ,  $Hg$ ,  $Si$ ,  $He$ ,  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $CO_2$ ,  $H_2O$ ,  $NaCl$ , дерево, мармур, скло, віск, нафта, органічні речовини тощо.

Речовини, магнітні моменти атомів яких у відсутності зовнішнього магнітного поля не дорівнюють нулю ( $\vec{P}_{mj} \neq 0$ ), називаються *парамагнетиками*. Ними є *Cr, Mn, Sn, Al, Pt*, лужні та лужноземельні метали та їх солі, *NO, O<sub>2</sub>* і т.п.

Деякі парамагнетики у твердому стані утворюють клас *феромагнетиків (Fe, Co, Ni, їх сплави і окисли, деякі сплави марганцю і хрому)*. До парамагнетиків відносяться і *антиферомагнетики (MnO, MnS, Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub>)*.

У *парамагнетиках* в усіх агрегатних станах взаємодія між магнітними моментами атомів настільки слабка, що ці моменти у відсутності магнітного поля орієнтуються хаотично, внаслідок чого результуючий магнітний момент речовини дорівнює нулю (парамагнетик не намагнічений).

У *феромагнетиках* у твердому стані взаємодія між магнітними моментами атомів значно більша за енергію теплового руху, так що в деяких невеликих областях речовини магнітні моменти матимуть певну переважну орієнтацію. Іншими словами, в речовині виникають області самовільного (*спонтанного*) намагнічення – *домени*. В межах такої області ( $(10^{-8} \div 10^{-6}) \text{ см}^3$ ) сумарний магнітний момент не дорівнює нулю, але внаслідок довільної орієнтації магнітних моментів доменів у відсутності зовнішнього магнітного поля феромагнетик, як ціле, не намагнічений. Для кожного феромагнетика існує така температура  $\Theta_\phi$ , при якій руйнуються домени. Ця температура називається *точкою Кюрі*. При температурах вищих точки Кюрі матеріал набуває властивостей парамагнетика. Наприклад для заліза  $\Theta_\phi = 768^\circ \text{C}$  (температура плавлення заліза  $1530^\circ \text{C}$ ).

В *антиферомагнетиках* магнітні моменти зорієнтовані попарно антипаралельно. Вони наче утворюють дві просторові підґратки, вставлені одна в одну і намагнічені в протилежних напрямках. Такі речовини, в яких намагнічення обох підґраток однакове за величиною, називають *антиферомагнетиками*. Антиферомагнітний стан спостерігається при температурах, нижчих *антиферомагнітної точки Кюрі*. При температурах, вищих цієї точки, області антипаралельної орієнтації магнітних моментів руйнуються, і антиферомагнетик перетворюється на парамагнетик.

### **§16. Атом у магнітному полі. Намагнічення магнетиків**

При внесенні атомів не діаманітних речовин у зовнішнє

магнітне поле їхні магнітні моменти  $\vec{P}_{mj}$  орієнтуються переважно у напрямку вектора напруженості магнітного поля  $\vec{H}$ . Крім того виникає додатковий прецесійний рух електронних орбіт навколо осі, що проходить через ядро атома паралельно векторові  $\vec{H}$  (рис. 4.19). Цей рух обумовлює виникнення магнітного момента  $\Delta\vec{P}_m$ , напрямленого протилежно  $\vec{H}$ .

Можна показати, що

$$\Delta\vec{P}_m = -\frac{\mu_o Ze^2 \langle S_{\perp} \rangle}{4\pi m} \cdot \vec{H}. \quad (1)$$

Тут  $\langle S_{\perp} \rangle$  – середнє значення площі проєкції орбіт всіх електронів атома на площину, перпендикулярну векторові  $\vec{H}$ .

Сумарний магнітний момент однорідного магнетика об'єму  $\Delta V$  дорівнює

$$\vec{P}_m = \sum_{j=1}^N \vec{P}_{mj} + N \cdot \Delta\vec{P}_m. \quad (2)$$

Мірою намагніченості речовини є *вектор намагніченості*  $\vec{J}$ , який дорівнює магнітному моменту одиниці об'єму магнетика

$$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{\Delta V}. \quad (3)$$

Опираючись на означення магнітного моменту струму і враховуючи формулу (3), можна встановити одиниці вимірювання вектора намагніченості:

$$[J] = \frac{[P_m]}{[V]} = \frac{[I] \cdot [S]}{[V]} = 1 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

У діаманетиках  $\vec{P}_{mj} = 0$ ,  $\vec{P}_m = N \cdot \Delta\vec{P}_m$ , а вектор намагніченості

$$\vec{J} = \frac{N \cdot \Delta\vec{P}_m}{\Delta V} = -\frac{n_o \mu_o Ze^2 \langle S_{\perp} \rangle}{4\pi m} \cdot \vec{H},$$

або

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (4)$$

де

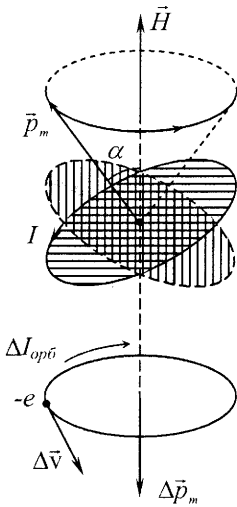


Рис. 4.19

$$\chi = -\frac{n_o \mu_o Z e^2 \langle S_{\perp} \rangle}{4\pi m} \quad (5)$$

магнітна сприйнятливість речовини,  $n_o = \frac{N}{\Delta V}$  – концентрація атомів.

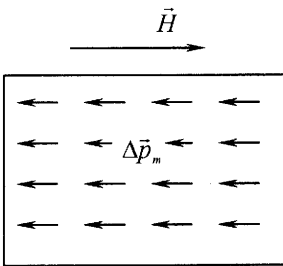


Рис. 4.20

Як бачимо, в діамagnetиках магнітна сприйнятливість від'ємна і залежить від хімічної природи речовини. Для типових діамagnetиків  $|\chi| \sim 10^{-6}$ . Власні магнітні моменти атомів, які виникають під дією зовнішнього магнітного поля  $\vec{H}$ , орієнтовані строго протилежно намагнічуючому полю (рис. 4.20).

Розглянемо випадок, коли у зовнішньому магнітному полі знаходиться парамагнетик.

Внаслідок того, що у цьому випадку перший член рівняння (2) не дорівнює нулю, магнітна сприйнятливість речовини має дві складові:

$$\chi = \chi_1 + \chi_2,$$

де

$$\chi_1 = \frac{\mu_o n_o p^2}{3kT} \quad (6)$$

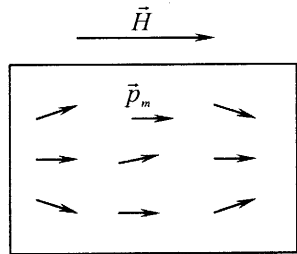


Рис. 4.21

парамагнітна складова сприйнятливості,  $\chi_2$  – діамagnetічна складова,  $p$  – модуль магнітного моменту атома,  $k$  – стала Больцмана,  $T$  – абсолютна температура. Така залежність парамагнітної складової сприйнятливості від температури обумовлена тим, що тепловий рух протидіє орієнтації магнітних моментів атомів строго у напрямі поля (рис. 4.21); величина  $\chi_1 > 0$  і

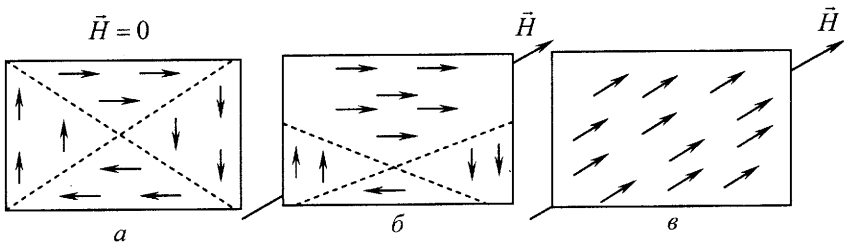


Рис. 4.22



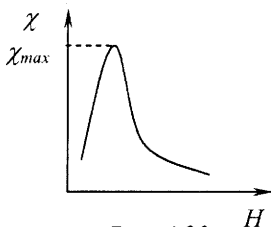


Рис. 4.23

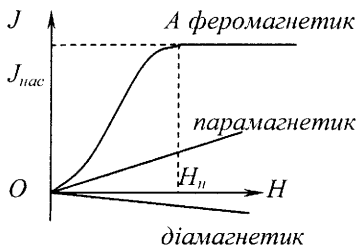


Рис. 4.24

для більшості парамагнетиків знаходиться в межах ( $10^{-5} - 10^{-3}$ ).

Оскільки  $\frac{|\chi_2|}{\chi_1} \ll 1$ , діамагнітний ефект в парамагнетиках можна не враховувати, тобто  $\chi \approx \chi_1$ .

Процес намагнічення феромагнетика у зовнішньому магнітному полі проходить дві основні стадії. На першій стадії домени, які мають орієнтацію ближчу до напрямку поля, збільшують свій об'єм за рахунок сусідніх доменів (рис. 4.22 б). На другій стадії границі доменів зникають, і всі магнітні моменти узгоджено повертаються у напрямку поля (рис. 4.22 в). Намагнічення може відбуватися і за рахунок повертання доменів.

Магнітна сприйнятливість феромагнетиків залежить від напруженості магнітного поля (рис. 4.23). Максимальні значення магнітної сприйнятливості феромагнетиків великі: для заліза – 5000, кремністого заліза (3,3% Si) – 10000, пермалою – 100000. Якісна залежність модуля вектора намагнічення від напруженості магнітного поля для діа-, пара- і феромагнетиків представлена на рис. 4.24.

### §17. Магнітне поле в магнетиках

Магнітне поле в речовині є суперпозицією двох полів: зовнішнього магнітного поля  $\vec{B}_o$ , яке створюється макрострумами, і внутрішнього магнітного поля  $\vec{B}_{ен.}$ , створеного мікрострумами. Вектор магнітної індукції, який характеризує магнітне поле в речовині, дорівнює векторній сумі магнітних індукцій зовнішнього і внутрішнього магнітних полів:

$$\vec{B} = \vec{B}_o + \vec{B}_{ен.} \quad (1)$$

Оскільки  $\vec{B} = \mu_o \vec{H}$ , а  $\vec{B}_{ен.} = \mu_o \vec{H}'$  (тут  $\vec{H}$  і  $\vec{H}'$  – напруженості магнітних полів макро- та мікрострумів відповідно), то

$$\vec{B} = \mu_o (\vec{H} + \vec{H}')$$

Можна довести, що  $\vec{H}' = \vec{J} = \chi \vec{H}$ . Таким чином,

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H}. \quad (2)$$

Оскільки за означенням  $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$ , то очевидно, що відносна магнітна проникність речовини

$$\mu = 1 + \chi. \quad (3)$$

У діамagnetиках  $\mu < 1$ , в парамагнетиках  $\mu > 1$ , але відрізняється від одиниці дуже мало. Тому вважають, що в цих середовищах  $\mu \approx 1$ .

У феромагнетиках  $\mu \gg 1$  ( $\mu_{max} \sim (10^3 - 10^6)$ ). Очевидно, для підсилення магнітного поля доцільно використовувати феромагнетики.

У неоднорідному магнітному полі діамagnetик виштовхується в область слабшого поля, а парамагнетик втягується в область сильнішого поля. Наприклад, якщо підвісити діамagnetичний стержень між полюсами магніта, то він повернеться перпендикулярно до силових ліній. Парамагнітний стержень розміститься паралельно силовим лініям.

Залежність  $B(H)$  в діа- і парамагнетиках лінійна. У феромагнетиках вона має складний характер: відповідна крива спочатку різко зростає (на рис. 4.25 – *початкова крива намагнічення OA*), а коли  $J(H)$  досягає постійного значення  $J^{nac}$ ,  $B(H)$  зростає лінійно. Якщо після досягнення насичення зменшувати напруженість зовнішнього магнітного поля, то спостерігається відставання змін індукції магнітного поля  $B$  від змін напруженості  $H$  (див. ділянку  $AB_3$ ). Таке явище називається *гістерезисом*. Внаслідок гістерезису при  $H = 0$  індукція  $B = B_3 \neq 0$ . Феромагнетик залишається намагніченим. Щоб його розмагнітити, треба прикласти магнітне поле протилежного напрямку ( $-H_k$ ). Напруженість  $H_k$  називається *коерцитивною силою*. В

залежності від величини  $H_k$  матеріали називаються *магнітно-м'якими* ( $H_k < 800$  А/м) або *магнітно-твердими* ( $H_k > 4000$  А/м).

При циклічній зміні напруженості поля  $H$  магнітна індукція  $B$  (або величина вектора намагнічення  $J$ ), буде змінюватись теж циклічно. При цьому графік  $B(H)$  або  $J(H)$  буде мати вигляд замкнутої кривої, яка називається *петлею гістерезису* (рис. 4.25).

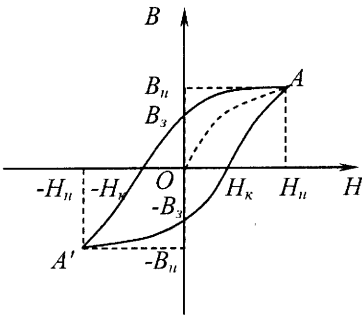


Рис. 4.25

Площа, охоплена петлею гістерезису, пропорційна роботі перемагнічування матеріалу.

Перераховані вище властивості феромагнетиків визначають способи їх використання: феромагнетики з великими значеннями  $\mu$  і малими  $H_k$  використовуються як осердя трансформаторів, котушок індуктивності, електромагнітів; магнітнотверді матеріали з великими значеннями  $B_s$  – для виготовлення постійних магнітів; феромагнетики з прямокутною петлею гістерезису – для виготовлення магнітних носіїв інформації. Доцільніше для таких цілей використовувати напівпровідникові феромагнетики (*ферити*), які мають, порівняно з металами, великий питомий опір, що зменшує витрати енергії на індукційні струми.

### §18. Рівняння Максвелла в інтегральній формі

Всю сукупність основних законів макроскопічного електромагнетизму можна представити у вигляді системи рівнянь, яка відома під назвою *системи рівнянь Максвелла* (1831-1879 рр.)

Перше рівняння Максвелла є узагальненням закону Фарадея для електромагнітної індукції. Враховуючи означення електрорушійної сили, можна записати

$$\mathcal{E}_i = \oint_{(l)} (\vec{E}, d\vec{l}).$$

Відповідно закон електромагнітної індукції набуде вигляду:

$$\oint_{(l)} (\vec{E}, d\vec{l}) = - \frac{\partial \Phi_m}{\partial t}. \quad (1)$$

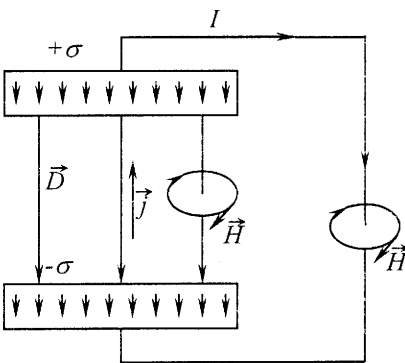


Рис. 4.26

Тут  $\vec{E}$  – напруженість вихрового електричного поля, яке виникає при будь-якій зміні магнітного поля;  $l$  – довільний замкнутий контур (не обов'язково електропровідний), що знаходиться в цьому магнітному полі;  $\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$  – швидкість зміни магнітного потоку, який пронизує поверхню, охоплену контуром  $l$ .

Співвідношення (1) виражає *перше рівняння Максвелла*. Його суть полягає в тому, що змінне

магнітне поле створює у просторі вихрове електричне поле незалежно від того, чи є там провідник чи ні.

Максвелл сформулював гіпотезу, що можливе і зворотнє явище: змінне електричне поле створює змінне магнітне поле. Він проаналізував процеси, які відбуваються в колі при розрядці попередньо зарядженого конденсатора (рис. 4.26).

При розрядці конденсатора струм провідності напрямлений від його верхньої обкладки до нижньої. Густина цього струму в товщі обкладки

$$j = \frac{\partial \sigma}{\partial t},$$

де  $\sigma$  – поверхнева густина заряду на одній із обкладок. Зміна поверхневої густини заряду зумовлює зміну величини електричного зміщення  $D$  у просторі між обкладками ( $D = \sigma$ ). Цю зміну Максвелл назвав *густиною струму зміщення* :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t} = j_{зм.}$$

При розрядці конденсатора  $\frac{\partial \sigma}{\partial t} < 0$ , отже вектор  $\vec{j}_{зм.}$  напрямлений протилежно векторові  $\vec{D}$ . Таким чином, між обкладками конденсатора при його розрядці струм провідності замикається струмом зміщення.

У колі постійного струму конденсатор розриває коло, і струм в ньому існує тільки в момент замикання і розмикання ключа. В колі зі змінною напругою постійно відбувається перезарядка обкладок конденсатора, і тому струм не припиняється.

Вектор електричного зміщення в діелектрику визначається за формулою:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e.$$

Тому

$$\vec{j}_{зм.} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}_e}{\partial t}.$$

Другий доданок у цьому співвідношенні виникає в діелектрику і називається *струмом поляризації*. Він характеризує зміщення частинок в діелектрику і зумовлює його нагрівання.

Сила повного струму  $I_{\Pi}$  дорівнює сумі сили струму провідності  $I$  та сили струму зміщення  $I_{зм.}$ .

$$\text{Оскільки } I_{\text{зм.}} = \int_{(S)} \left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)_n dS = \frac{\partial}{\partial t} \int_{(S)} D_n dS = \frac{\partial \Phi_e}{\partial t}, \text{ то}$$

$$I_{\pi} = I + \frac{\partial \Phi_e}{\partial t}.$$

Тут  $S$  – площа перерізу, крізь який проходить струм,  $\left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)_n$  – проекція вектора густини струму зміщення на напрямок нормалі до цього перерізу,  $\Phi_e$  – потік напруженості електричного поля через цей переріз.

Максвелл припустив, що навколо струму зміщення існує таке саме магнітне поле, як і навколо струму провідності (див. рис. 4.26).

Закон повного струму з урахуванням струмів зміщення набуває вигляду:

$$\oint_{(l)} (\vec{H}, d\vec{l}) = \sum_{k=1}^N I_k + \frac{\partial \Phi_e}{\partial t}. \quad (2a)$$

У відсутності струмів провідності ( $I_k = 0$ ) –

$$\oint_{(l)} (\vec{H}, d\vec{l}) = \frac{\partial \Phi_e}{\partial t}. \quad (2)$$

Рівняння (2) – *друге рівняння Максвелла* – є свідченням того, що змінне електричне поле породжує вихрове магнітне поле, причому  $\vec{H} \perp \vec{D}$  (рис. 4.26).

Аналізуючи перше і друге рівняння Максвелла, можна зробити декілька висновків:

- 1) змінні електричне і магнітне поля існують невіддільно одне від одного, вони є складовими єдиного електромагнітного поля;
- 2) електрична і магнітна складові електромагнітного поля мають вихровий характер: їхні силові лінії завжди замкнуті, охоплюють одна одну, а площини, в яких вони розміщені, взаємно перпендикулярні;
- 3) різні знаки в правих частинах рівнянь (1) і (2) відображають закон збереження енергії електромагнітного поля.

*Третім рівнянням Максвелла* є теорема Остроградського-Гауса для електричного зміщення:

$$\oint_{(S)} D_n dS = q, \quad (3)$$

де  $q$  – алгебраїчна сума зарядів, охоплених замкнутою поверхнею  $S$ . Це рівняння стверджує, що електростатичне поле неодмінно пов'язане з зарядженими тілами.

Теорема Остроградського-Гауса для потоку ліній магнітної

індукції,

$$\oint_{(S)} B_n dS = 0, \quad (4)$$

є четвертим рівнянням Максвелла. З нього безпосередньо можна зробити висновок про відсутність магнітних зарядів. Будь-яке магнітне поле вихрове, його силові лінії завжди замкнуті.

Систему рівнянь Максвелла необхідно доповнити так званими матеріальними рівняннями, які характеризують електричні та магнітні властивості середовища. За винятком сегнетоелектриків та феромагнетиків, ці рівняння мають вигляд:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (5)$$

Тут  $\varepsilon_0$  і  $\mu_0$  – електрична і магнітна сталі,  $\varepsilon$  і  $\mu$  – відносні електрична і магнітна проникності середовища,  $\gamma$  – питома електропровідність.

Енергія електромагнітного поля визначається формулою:

$$W = \frac{1}{2} \int_{(V)} (ED + BH) dV, \quad (6)$$

де  $V$  – об'єм середовища, в якому зосереджене поле.

Найважливішими наслідками з рівнянь Максвелла були передбачення існування електромагнітних хвиль та електромагнітної природи світла.<sup>7</sup>

## ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

### §19. Вільні електромагнітні коливання

Системою, що здійснює електромагнітні коливання, є *коливний контур*, який складається з послідовно з'єднаних конденсатора, ємність якого  $C$ , і котушки індуктивністю  $L$  (рис. 4.27). Якщо зарядити конденсатор і замкнути коло ключем  $K$ , то в контурі відбуватиметься періодичний рух електронів від однієї обкладки конденсатора до іншої, одночасно з яким змінюватимуться всі електричні і магнітні характеристики системи.

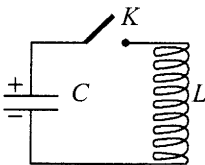


Рис. 4.27

Електричний струм, який виникає при

<sup>7</sup> Частинні похідні в правій частині першого і другого рівнянь Максвелла враховують залежність від часу  $t$  потоку магнітної індукції і потоку електричного зміщення через поверхню, що охоплює нерухомий контур  $L$ , пов'язану тільки зі змінним характером електромагнітного поля.

розрядці конденсатора, зростатиме не стрімко, а поступово через те, що в котушці виникає е. р. с. самоіндукції, яка за законом Ленца протидіятиме різкому наростанню струму. В момент часу  $T/4$  конденсатор розрядиться, його електричне поле зникне, сила струму в колі стане максимальною; в котушці індуктивності буде наведене максимальне магнітне поле, яке, починаючи з цього моменту, почне зменшуватись. Індукційний струм, що виникає при цьому, завершить процес перезарядки конденсатора ( $t = T/2$ ). Наступні процеси в контурі продовж часу від  $T/2$  до  $T$  будуть аналогічні попереднім тільки проходитимуть у зворотному напрямку.

Стани коливної системи в моменти часу, що відрізняються на чверть періоду, схематично подані в табл. 4.1. Для порівняння в нижній її половині подані відповідні схематичні зображення станів математичного маятника. Як видно з таблиці, аналогом потенціальної енергії маятника є енергія електричного поля конденсатора, а кінетичної – енергія магнітного поля котушки.

Запишемо для даного контура закон Ома:

$$I = \frac{U - L \frac{dI}{dt}}{R} \quad (1)$$

де  $I = -\frac{dq}{dt}$  – струм розрядки конденсатора,  $U = -\frac{q}{C}$  – напруга між його обкладками,  $-L \frac{dI}{dt}$  – е. р. с. самоіндукції,  $R$  – опір провідників.

Врахувавши, що  $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$  рівняння (1) можна записати у вигляді:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot q = 0 \quad (2)$$

Аналогічний вигляд має рівняння для згасаючих механічних коливань. Розв'язком рівняння (2) є такий вираз:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

де  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  – циклічна частота згасаючих коливань,  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  –

частота власних коливань контура при  $R = 0$ ,  $\beta = \frac{R}{2L}$  – коефіцієнт згасання. Період коливань

Таблиця 4.1

$t$	0	$\frac{T}{4}$	$\frac{T}{2}$	$\frac{3T}{4}$	$T$
Стан коливного контура	<p> <math>I=0</math>  <math>q=q_0</math>  <math>\vec{E}=E_0</math>  <math>\vec{B}=0</math> </p>	<p> <math>I=I_0</math>  <math>q=q_0</math>  <math>\vec{E}=0</math>  <math>\vec{B}=B_0</math> </p>	<p> <math>I=0</math>  <math>q=q_0</math>  <math>\vec{E}=-E_0</math>  <math>\vec{B}=0</math> </p>	<p> <math>I=I_0</math>  <math>q=q_0</math>  <math>\vec{E}=0</math>  <math>\vec{B}=-B_0</math> </p>	<p> <math>I=0</math>  <math>q=q_0</math>  <math>\vec{E}=E_0</math>  <math>\vec{B}=0</math> </p>
Значення енергій	$W_e^0 = \frac{q_0^2}{2C}; W_m = 0$	$W_m^0 = \frac{LI_0^2}{2C}; W_e = 0$	$W_e^0 = \frac{q_0^2}{2C}; W_m = 0$	$W_e = 0; W_m^0 = \frac{LI_0^2}{2C}$	$W_e^0 = \frac{q_0^2}{2C}; W_m = 0$
Стан маятника					
Значення енергій	$W_n^0; W_k = 0$	$W_n = 0; W_k^0$	$W_n^0; W_k = 0$	$W_n = 0; W_k^0$	$W_n^0; W_k = 0$



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (4)$$

При  $R = 0$  ( $\beta = 0$ ) одержимо формулу Томсона для періоду вільних незгасаючих коливань:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (5)$$

З формули (3) бачимо, що амплітуда згасаючих електромагнітних коливань зменшується за експоненціальним законом:

$$A = q_0 e^{\frac{R}{2L}t} \quad (6)$$

Це означає, що згасаючі електромагнітні коливання (як і згасаючі механічні коливання) не є гармонічними. Необхідною умовою існування коливань в контурі є така:  $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$ , тобто  $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ .

Якщо  $R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ , то вся енергія, накопичена спочатку в конденсаторі, витрачається за короткий час на нагрівання провідників. Конденсатор не перезаряджається, коливань не буде.

## §20. Вимушені електромагнітні коливання

Для збудження і підтримування незгасаючих електромагнітних коливань в контур необхідно включити джерело електричної енергії (рис. 4.28), е. р. с. якого змінюється в залежності від часу за гармонічним законом:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \cos \omega t .$$

Закон Ома у цьому випадку матиме вигляд:

$$IR = U - L \frac{dI}{dt} + \mathcal{E}(t). \quad (1)$$

У контурі виникнуть вимушені коливання, диференціальне рівняння яких можна записати так:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \cdot \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{1}{L} \mathcal{E}_0 \cos \omega t. \quad (2)$$

Тут, як і вище,  $\beta = \frac{R}{2L}$  – коефіцієнт згасання вільних коливань,

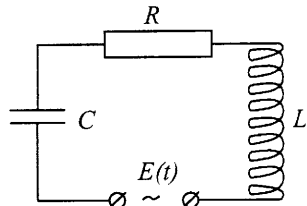


Рис. 4.28

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – частота незгасаючих вільних коливань.

Заряд конденсатора змінюється з часом за законом

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (3)$$

Амплітуда  $q_0$  і початкова фаза  $\varphi_0$  визначаються з формул:

$$q_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\omega\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}, \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{R}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}. \quad (5)$$

Графік залежності  $q_0(\omega)$  показаний на рис. 1.34 (МІ, при  $A = q_0$ ,  $A_0 = \mathcal{E}_0 C$ ).

Сила струму при вимушених коливаннях в контурі –

$$I = -\frac{dq}{dt} = q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (6)$$

амплітуда –

$$I_0 = q_0 \omega = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}. \quad (7)$$

Рівняння (7) виражає закон Ома для амплітудних значень струму  $I_0$  та е. р. с.  $\mathcal{E}_0$ . Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \quad (8)$$

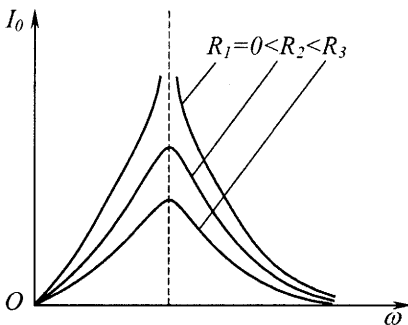


Рис. 4.29

називається *повним опором* контура;  $R$  називається *активним*,  $X_L = \omega L$  – *індуктивним*,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – *ємнісним*,  $X = X_L - X_C$  – *реактивним* опорамі. При  $X_L = X_C$  повний опір  $Z = R$  (отже є мінімальним), а сила струму набуває максимального значення  $I_0^{\max} = \frac{\mathcal{E}_0}{R}$ . Це означає, що

при даних значеннях параметрів має місце явище резонансу. Резонансна частота

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (9)$$

збігається з частотою власних незгасаючих коливань в контурі  $\omega_0$ . Графіки залежності  $I_0(\omega)$  при різних значеннях  $R$  подані на рис. 4.29.

#### Завдання для самостійної роботи №4.4

1. Розглянути рівняння (2), §19 при  $R = 0$  (диференціальне рівняння вільних незгасаючих коливань). Записати вираз для функції  $q(t)$ , яка задовольнятиме дане рівняння. Знайти циклічну частоту  $\omega_0$  і період  $T_0$  незгасаючих коливань.

2. Методи вимірювання індуктивності контура.

3. Схема генератора незгасаючих електромагнітних коливань з трансформаторним зворотним зв'язком коливального контура з вакуумним триодом або транзистором.

**Література:** Бушок Г.Ф. та ін. Курс фізики. – Кн.1.– К.: Либідь, 2001.– С. 418-419.

#### §21. Електромагнітні хвилі

*Електромагнітною хвилею* називається процес поширення у просторі змінного електромагнітного поля.

Існування електромагнітних хвиль було передбачене в теорії Максвелла, а вперше їх одержав і вивчив Герц у 1888 р. за допомогою сконструйованих ним випромінювального і приймального відкритих вібраторів.

*Випромінювальний вібратор (електричний диполь Герца)* складається з двох стрижнів з іскровим проміжком між ними. До вібратора підводилась висока змінна напруга ( $\sim 10\ 000$  В). В момент, коли напруга в іскровому проміжку досягає пробивного значення, проскакує іскра, і виникають коливання високої частоти. Змінне електричне поле при цьому охоплює весь навколишній простір – випромінюються електромагнітні хвилі.

Для виявлення і дослідження електромагнітних хвиль Герц застосував *приймальний вібратор (резонатор)* за формою і розмірами аналогічний випромінювальному. Під впливом змінного електричного поля електромагнітної хвилі електрони всередині приймального вібратора здійснюють вимушені коливання. У ньому виникає змінний струм, а між стрижнями – змінна напруга, що можна виявити за допомогою сигнальної лампочки або газорозрядної трубки, увімкнених

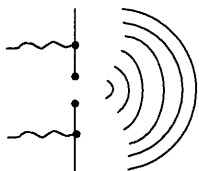


Рис. 4.30

всередині резонатора (рис. 4.30).

Досліди Герца дали можливість встановити характер змінного електромагнітного поля.

Вектори напруженостей змінного електричного поля  $\vec{E}$  і змінного магнітного поля  $\vec{H}$  здійснюють коливання в двох взаємно перпендикулярних площинах і є перпендикулярними до напрямку поширення електромагнітної хвилі.

Тобто *електромагнітні хвилі поперечні*.

Електромагнітні хвилі, які випромінює вібратор Герца, є *плоскополяризованими*, тобто такими, в яких вектор  $\vec{E}$  (а, відповідно, і  $\vec{H}$ ) здійснює коливання тільки в одній площині, яка називається *площиною поляризації*.

При поширенні в середовищі електромагнітні хвилі *заломлюються, відбиваються, розсіюються*. Всі ці явища обумовлені тим, що поширюючись в середовищі, електромагнітна хвиля викликає коливний рух електричних зарядів, які випромінюють вторинні електромагнітні хвилі. Додаючись до первинної хвилі, вторинні хвилі можуть змінити напрям поширення результуючої хвилі (заломлення і відбивання) або поширюватись в багатьох напрямках (розсіювання). При цьому може змінюватись також характер поляризації.

У тих випадках, коли вимушені коливання електронів супроводжуються виділенням тепла, відбувається *поглинання* електромагнітних хвиль. При наявності в середовищі перешкод або неоднорідностей можливі *інтерференція* і *дифракція*.

## §22. Рівняння електромагнітної хвилі

З теорії Максвелла випливає, що вектори напруженостей  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  змінного електромагнітного поля в однорідному, ізотропному діелектричному середовищі задовольняють рівняння:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (2)$$

які є аналогами *хвильового рівняння*

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Хвильова функція  $\Psi(\vec{r}, t)$ , що задовольняє (3), у випадку

плоскої монохроматичної хвилі має вигляд:

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \sin(\omega t - kr). \quad (4)$$

У рівнянні (3)  $v$  – швидкість поширення хвилі. Виходячи з аналогії рівнянь (1), (2) і (3), можна зробити висновок, що швидкість поширення електромагнітної хвилі в середовищі –

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}, \quad (5)$$

а у вакуумі ( $\varepsilon = 1, \mu = 1$ ) –

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (6)$$

Порівнявши це значення з результатами експериментального вимірювання швидкості світла (наприклад, досліди Фізо, Фуко, Араго, Майкельсона та ін.), Максвелл зробив висновок про електромагнітну природу світла.

Для плоскої електромагнітної хвилі, що поширюється вздовж осі  $OX$ , розв'язки рівнянь (1) і (2) мають вигляд:

$$E = A \sin(\omega t - kx), \quad (7)$$

$$H = B \sin(\omega t - kx), \quad (8)$$

де  $A$  і  $B$  – амплітудні значення напруженостей електричного і магнітного полів. Графіки функцій (7) і (8) подані на рис. 4.31. Як бачимо, вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  здійснюють коливання, що збігаються за фазою. Їх модулі пов'язані співвідношенням

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E = \sqrt{\mu_0 \mu} H. \quad (9)$$

### §23. Енергія електромагнітних хвиль

Поширення електромагнітних хвиль супроводжується перенесенням енергії. Густина енергії дорівнює:

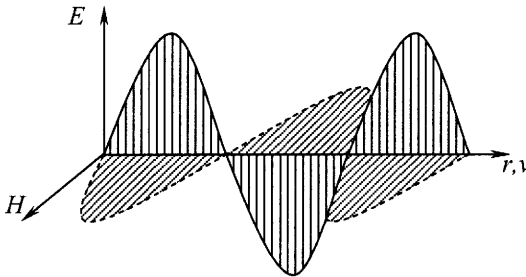


Рис. 4. 31

$$w = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon E^2 + \frac{1}{2} \mu_0 \mu H^2, \quad (1)$$

або, враховуючи формулу (9) попереднього параграфа, маємо

$$w = \varepsilon_0 \varepsilon E^2. \quad (2)$$

Енергія, яка переноситься хвилею за одиницю часу крізь одиницю поверхні, перпендикулярної до напрямку поширення хвилі, називається *інтенсивністю* електромагнітної хвилі  $I$ . Для плоскої і сферичної синусоїдальних хвиль

$$I = \langle w \rangle v, \quad (3)$$

де  $\langle w \rangle$  – середнє значення густини енергії електромагнітного поля:

$$\langle w \rangle = \varepsilon_0 \varepsilon \langle E^2 \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon A^2. \quad (4)$$

Отже

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \varepsilon A^2 v,$$

або, враховуючи, що  $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}}$ , одержимо:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{\mu_0 \mu}} A^2. \quad (5)$$

Вектор густини потоку електромагнітної енергії  $\vec{P}$  називається *вектором Умова-Пойнтінга* –

$$\vec{P} = w \vec{v} = [\vec{E}, \vec{H}]. \quad (6)$$

Напрямок вектора Умова-Пойнтінга збігається з напрямком поширення хвилі.

Електромагнітні хвилі чинять тиск на поверхні тіл. Вперше експериментально виявив і виміряв тиск світла на тверді тіла і газу Лебедев у 1900 році. Він показав, що величина світлового тиску узгоджується з теоретичною формулою Максвелла. Тим самим електромагнітна теорія про природу світла одержала ще одне експериментальне підтвердження.

#### §24. Шкала електромагнітних хвиль

У природі існують електромагнітні хвилі різної довжини від  $10^3$  м (радіохвилі) до  $10^{-16}$  м (γ-випромінювання). У таблиці 4.2 подано довжини хвиль і відповідні їм частоти електромагнітних коливань різних ділянок спектру, їх назви і способи генерування.

Як можна зауважити, аналізуючи цю таблицю, межі між різними

видами електромагнітного випромінювання досить умовні, окремі ділянки перекриваються (наприклад, мікрохвилі та інфрачервоні промені, ультрафіолетові та рентгенівські промені).

Глаголева-Аркадьєва, використовуючи масляний випромінювач, одержала електромагнітні хвилі в діапазоні (0,082 – 50) мм (1924 р.) хвилі довжиною 0,082 мм значно коротші від найдовших хвиль інфрачервоного діапазону (теплові промені Рубенса мали довжину хвилі 0,343 мм). Отже, ультракороткі електромагнітні хвилі, як і довгохвильові інфрачервоні промені, можна добути двома способами. Що знову ж таки підтверджує теорію про електромагнітну природу світла.

**Таблиця 4.2**

$\gamma$ -промені	$< 10^{-11}$	$> 3 \cdot 10^{19}$	Радіоакт. перетвор.
Найменування	Діапазон довжин хвиль, м	Діапазон частот, Гц	Випромінювач
Низькочастотні хвилі	$> 10^4$	$0 - 3 \cdot 10^4$	Електро-техн. пристрої
Радіохвилі			
Довгі	$10^4 - 3 \cdot 10^3$	$3 \cdot 10^4 - 10^5$	Відкр. коливний контур
Середні	$3 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^2$	$10^5 - 1,5 \cdot 10^6$	»
Проміжні	$2 \cdot 10^2 - 50$	$1,5 \cdot 10^6 - 6 \cdot 10^6$	Вібр. Герца
Короткі	$50 - 10$	$6 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^7$	»
Метрові	$10 - 1$	$3 \cdot 10^7 - 3 \cdot 10^8$	»
Дециметрові	$1 - 10^{-1}$	$3 \cdot 10^8 - 3 \cdot 10^9$	»
Сантиметрові	$10^{-1} - 10^{-2}$	$3 \cdot 10^9 - 3 \cdot 10^{10}$	Масові випром.
Міліметрові	$10^{-2} - 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{10} - 3 \cdot 10^{11}$	»
Мікрохвилі	$10^{-3} - 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{12}$	»
Інфрачервоні промені	$0,35 \cdot 10^{-3} - 0,75 \cdot 10^{-6}$	$8,6 \cdot 10^{11} - 4 \cdot 10^{14}$	Теплові випром.
Видимі промені	$(0,75 - 0,40) \cdot 10^{-6}$	$(4,0 - 7,5) \cdot 10^{14}$	Розжар. тіла, атоми, молекули
Ультрафіолетові промені	$0,4 \cdot 10^{-6} - 5 \cdot 10^{-9}$	$7,5 \cdot 10^{14} - 6 \cdot 10^{16}$	»
Рентгенівські промені	$10^{-8} - 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{20}$	Трубка Рентгена

### Завдання для самостійної роботи №4.6

1. Відкритий коливний контур. Вібратор Герца.
2. Винайдення радіо Поповим. Принцип радіозв'язку.
3. Праці Лебедева, Глаголевої-Аркадьєвої, Левітської, Рубенса.

**Література:** Бушок Г.Ф. та ін. Курс фізики. – Кн.1. – К.: Либідь, 2001. – С. 425-439.

## IV. 2. МАТЕРІАЛИ, РЕКОМЕНДОВАНІ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

#### *Електромагнетизм*

4.1. По витку, радіус якого  $R = 10$  см, тече струм  $I = 50$  А. Виток розміщений в однорідному магнітному полі індукцією  $B = 0,2$  Тл. Визначити момент сил, які діють на виток, якщо площа витка складає кут  $\varphi = 60^\circ$  з лініями індукції.

$$(M = 0,157 \text{ Н}\cdot\text{м})$$

4.2. На прямолінійний провідник довжиною 2 м, який розміщений в однорідному магнітному полі, діє сила 0,1 Н. Визначити кут між напрямком струму та поля, якщо струм у провіднику дорівнює 10 А, а напруженість поля  $6 \cdot 10^3$  А/м.

$$(\alpha = 41^\circ 30')$$

4.3. По мідному стрижню масою 0,14 кг, який лежить поперек рейок, що розташовані одна від одної на відстані 0,3 м, проходить струм 50 А. Коефіцієнт тертя ковзання по рейках 0,6. Визначити мінімальну індукцію магнітного поля, при якій провідник почне ковзати по рейках.

$$(B = 0,055 \text{ Тл})$$

4.4. По двох паралельних провідниках течуть струми 8 та 12 А. Відстань між провідниками 20 см. Знайти геометричне місце точок, в яких індукція поля струмів дорівнює нулю. Напрямки струмів вибрати довільно.

$$(x_1 = 0,08 \text{ м}; x_2 = 0,4 \text{ м})$$

4.5. По довгому прямому провіднику тече струм силою  $I = 20$  А.



Визначити магнітну індукцію  $B$  поля, яке створене провідником у точці, що знаходиться на відстані  $r = 4$  см від нього.

$$(B = 0,1 \text{ Тл})$$

4.6. По проводу зігнутому у вигляді квадрата зі стороною  $a = 10$  см, тече струм силою  $I = 100$  А. Знайти магнітну індукцію в точці перетину діагоналей квадрата.

$$(B = 1,13 \text{ мТл})$$

4.7. По двох довгих паралельних провідниках течуть в одному напрямку струми  $I_1 = 10$  А та  $I_2 = 15$  А. Відстань між провідниками  $a = 10$  см. Визначити напруженість  $H$  магнітного поля в точці, віддаленій від першого провідника на відстані  $r_1 = 8$  см і від другого – на відстані  $r_2 = 6$  см.

$$(H = 49,5 \text{ А/м})$$

4.8. Два провідники у вигляді півкілець лежать в одній площині та мають спільний центр. Визначити напруженість в центрі півкілець при наступних даних: радіус першого півкілця 10 см, другого – 20 см; струми течуть в одному напрямку та відповідно дорівнюють 1 та 4 А. Поле від підвідних провідників не враховувати.

$$(H = 7,5 \text{ А/м})$$

4.9. По кільцю радіусом 15 см тече струм 10 А. В одній площині з кільцем міститься довгий прямий ізольований провідник, по якому тече струм 10 А. Він збігається з дотичною до кола першого струму. Знайти напруженість в центрі кільця за двох умов:

1) напрямки струмів в місці дотику однакові; 2) протилежні.

$$(H_1 = 43,9 \text{ А/м}; H_2 = 22,7 \text{ А/м})$$

4.10. По двох довгих паралельних провідниках, відстань між якими  $d = 10$  см, течуть однакові струми  $I = 20$  А. Визначити індукцію та напруженість магнітного поля в точці, віддаленій від кожного провідника на відстань  $r = 10$  см, якщо струми течуть:

1) в однаковому напрямку; 2) в протилежних напрямках.

$$(H_1 = 318,5 \text{ А/м}; B_1 = 69,3 \text{ мТл}; H_2 = 551,6 \text{ А/м}; B_2 = 40 \text{ мТл})$$

4.11. Де та на скільки напруженість магнітного поля більша: у центрі рівностороннього трикутного провідника зі стороною 10 см чи у центрі кільцевого провідника, який отримано з того ж самого дроту, якщо по провіднику тече струм 6 А?

$$(H_1/H_2 = 1,37; \Delta H = 23,2 \text{ А/м})$$

4.12. Два паралельних нескінченно довгих провідники, по яких течуть в протилежних напрямках струми  $I = 40$  А, розташовані на відстані 10 см один від одного. Визначити індукцію магнітного поля в точці, яка знаходиться на відстані 6 см від одного та 8 см від іншого провідника.

$$(B = 4,16 \cdot 10^{-6} \text{ Тл})$$

4.13. По провіднику в формі кільця тече струм. Напруженість магнітного поля в центрі кільця  $H = 20$  А/м. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрата. Визначити напруженість магнітного поля в точці перетину діагоналей цього квадрата.

$$(H = 22,7 \text{ А/м})$$

4.14. Заряд влітає в однорідне магнітне поле перпендикулярно до лінії індукції зі сталою швидкістю. Індукція поля дорівнює 1 Тл. На протязі 0,0001 с паралельно магнітному полю діє електричне поле напруженістю 100 В/м. Обчислити крок спіралі, за якою буде рухатися заряд.

$$(h = 0,063 \text{ м})$$

4.15. Електрон, який має швидкість  $8 \cdot 10^8$  см/с, влітає в однорідне магнітне поле з індукцією  $B = 3,14 \cdot 10^{-2}$  Тл під кутом  $30^\circ$  до її напрямку. Визначити радіус та крок гвинтової лінії, по якій буде рухатися електрон.

$$(R = 0,07 \text{ м}; h = 0,79 \text{ м})$$

4.16. Електрон, прискорений різницею потенціалів  $U = 6$  кВ, влітає в однорідне магнітне поле під кутом  $30^\circ$  до напрямку поля та рухається по гвинтовій траєкторії. Індукція магнітного поля  $B = 13$  мТл. Знайти радіус  $R$  та крок  $h$  гвинтової траєкторії.

$$(R = 0,01 \text{ м}; h = 0,11 \text{ м})$$

4.17. Кільце радіусом 10 см знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією  $B = 0,3218$  Тл. Площа кільця складає кут  $\varphi = 30^\circ$  з лініями індукції. Обчислити магнітний потік, який пронизує кільце.

$$(\Phi = 5 \text{ мВб})$$

4.18. В середній частині соленоїда, який містить  $n = 10$  витків на

кожний сантиметр довжини, розміщений коловий виток діаметром  $d = 1$  см. Площа витка утворює кут  $\varphi = 30^\circ$  з віссю соленоїда. Визначити магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує виток, якщо по обмотці соленоїда тече струм силою  $I = 10$  А.

$$(\Phi = 4,93 \cdot 10^{-9} \text{ Вб})$$

4.19. Плоский квадратний контур зі стороною  $a = 10$  см, по якому тече струм  $I = 100$  А, вільно встановився в однорідному магнітному полі, магнітна індукція якого  $B = 1$  Тл. Визначити роботу, що здійснюється зовнішніми силами при повороті контура відносно осі, яка проходить через середину його протилежних сторін, на кут  $\varphi = 90^\circ$ . При цьому сила струму в контурі підтримується сталою.

$$(A = 1 \text{ Дж})$$

4.20. При переміщенні провідника довжиною 20 см зі струмом 6 А на відстань 20 см в однорідному магнітному полі перпендикулярно лініям індукції була виконана робота 2 Дж. Знайти індукцію магнітного поля.

$$(B = 8,3 \text{ Тл})$$

4.21. В однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,5$  Тл, рухається рівномірно провідник довжиною  $l = 10$  см. По провіднику тече струм  $I = 2$  А. Швидкість руху провідника напрямлена перпендикулярно до напрямку магнітного поля і дорівнює 20 м/с. Знайти роботу переміщення провідника за час  $t = 10$  с та потужність, витрачену на це переміщення.

$$(A = 0,2 \text{ Дж}; N = 0,02 \text{ Вт})$$

4.22. Два прямолінійних довгих паралельних провідники знаходяться на відстані  $d_1 = 10$  см один від одного. По провідниках в одному напрямку течуть струми  $I_1 = 20$  А та  $I_2 = 30$  А. Яку роботу на одиницю довжини провідників треба здійснити, щоб розсунути ці провідники на відстань  $d_2 = 20$  см.

$$(A/l = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ Дж/м})$$

4.23. Яка потужність необхідна для того, щоб провідник довжиною 40 см пересувати зі швидкістю 5 м/с перпендикулярно магнітному полю індукцією  $10^{-2}$  Тл, якщо по провіднику тече струм 20 А.

$$(N = 0,4 \text{ Вт})$$

4.24. Провідник довжиною  $l = 1$  м рухається зі швидкістю  $v = 5$  м/с перпендикулярно до ліній індукції однорідного магнітного поля. Визначити магнітну індукцію, якщо на кінцях провідника виникає різниця потенціалів  $U = 0,02$  В.

$$(B = 4 \text{ мТл})$$

4.25. В однорідному магнітному полі з напруженістю  $H = 2000$  А/м, рівномірно з частотою  $n = 10$  с<sup>-1</sup> обертається стрижень довжиною  $l = 20$  см так, що площина його обертання перпендикулярна до ліній напруженості, а вісь обертання проходить через один з його кінців. Визначити різницю потенціалів, яка виникає на кінцях стрижня.

$$(\Delta\varphi = 3,15 \cdot 10^{-3} \text{ В})$$

4.26. Замкнутий контур у вигляді рамки площею  $50$  см<sup>2</sup> рівномірно обертається в однорідному магнітному полі напруженістю  $2 \cdot 10^4$  А/м та робить 14 обертів за секунду. Вісь обертання перпендикулярна до ліній напруженості поля. Визначити найбільшу е. р. с., яка виникає в контурі.

$$(E = 0,011 \text{ В})$$

4.27. У однорідному магнітному полі, індукція якого  $B = 0,1$  Тл, рівномірно обертається котушка, що складається зі 100 витків дроту. Частота обертання котушки  $5$  с<sup>-1</sup>; площа поперечного перерізу котушки  $S = 0,01$  м<sup>2</sup>. Вісь обертання перпендикулярна до осі котушки та напрямку магнітного поля. Знайти максимальну е.р.с. індукції, яка виникає в котушці.

$$(E = 3,14 \text{ В})$$

4.28. Визначити силу струму в колі через  $t = 0,01$ с після його розмикання. Опір кола  $20$  Ом та індуктивність  $0,1$  Гн. Сила струму до розмикання кола  $I_0 = 50$  А.

$$(I = 6,75 \text{ А})$$

4.29. Котушка довжиною  $l = 20$  см та діаметром  $D = 3$  см має  $N = 400$  витків. По котушці тече струм  $I = 2$  А. Знайти індуктивність котушки та магнітний потік, який пронизує площу її поперечного перерізу.

$$(L = 0,71 \text{ мГн}; \Phi = 3,55 \text{ мкВб})$$

4.30. Літак, який має розмах крил 30 м, летить горизонтально зі швидкістю 200 м/с. Визначити різницю потенціалів між кінцями крил, якщо вертикальна складова напруженості магнітного поля Землі дорівнює 39,8 А/м. ( $\Delta\varphi = 0,3 \text{ В}$ )

4.31. Кільцевий контур, радіус якого 2 см, знаходиться в однорідному магнітному полі, індукція якого 0,2 Тл. Площина контура перпендикулярна напрямку магнітного поля, опір контура 1 Ом. Яка кількість електрики протече крізь котушку при її повороті на  $90^\circ$ ?

$$(q = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ Кл})$$

4.32. Квадратна рамка зі стороною 10 см, яка містить 200 витків, обертається в однорідному магнітному полі навколо осі, перпендикулярної до напрямку поля. Чому дорівнює індукція поля, якщо рамка робить 8 обертів за секунду та максимальна е. р. с. індукції в рамці дорівнює 10 В?

$$(B = 0,16 \text{ Тл})$$

4.33. Прямий провідник довжиною 40 см рухається в однорідному магнітному полі перпендикулярно до ліній індукції. В провіднику наводиться е. р. с. 0,8 В. Індукція магнітного поля 0,5 Тл. Знайти швидкість провідника.

$$(v = 4 \text{ м/с})$$

4.34. Рамка площею  $S = 200 \text{ см}^2$  рівномірно обертається з частотою  $10\text{с}^{-1}$  відносно осі, яка лежить в площині рамки та перпендикулярна до ліній індукції однорідного магнітного поля ( $B = 0,2 \text{ Тл}$ ). Визначити середнє значення е.р.с. індукції за час, протягом якого магнітний потік, що пронизує рамку, змінюється від нуля до максимального значення.

$$(\mathcal{E}_c = 0,16 \text{ В})$$

4.35. Визначити е. р. с. самоіндукції у провіднику, який має індуктивність 2 Гн, якщо струм в ньому рівномірно змінюється за час 0,2 с від нуля до 50 А. Яка енергія при цьому буде витрачена на створення магнітного поля?

$$(\mathcal{E}_c = 500 \text{ В}; W = 166,7 \text{ Дж})$$

4.36. Горизонтальний стрижень довжиною  $l = 1 \text{ м}$  обертається

навколо вертикальної осі, яка проходить через один з його кінців. Вісь обертання паралельна магнітному полю, індукція якого  $B = 50$  мкТл. При якій частоті обертання стрижня різниця потенціалів на його кінцях  $U = 1$  мВ?

$$(n = 6,4 \text{ с}^{-1})$$

4.37. Якою є швидкість автомобіля, якщо в його вертикальній антені довжиною  $1,5$  м індукується е. р. с.  $6 \cdot 10^{-4}$  В? Горизонтальну складову напруженості магнітного поля Землі вважати рівною  $14$  А/м.  
( $v = 82$  км/год)

4.38. В магнітному полі, індукція якого  $B = 0,1$  Тл, розміщена квадратна рамка з мідного дроту. Площа поперечного перерізу дроту  $s = 1$  мм<sup>2</sup>, площа рамки  $S = 25$  см<sup>2</sup>. Нормаль до площі рамки паралельна магнітному полю. Який заряд пройде по контуру рамки при зникненні магнітного поля?

$$(q = 74 \text{ Кл})$$

4.39. Якою є індуктивність одношарової циліндричної котушки довжиною  $0,5$  м та діаметром  $2$  см, що має  $250$  витків? Каркас котушки зроблений з немагнітного матеріалу.

$$(L = 4,93 \cdot 10^{-5} \text{ Гн})$$

4.40. Визначити взаємну індуктивність котушок, якщо при зміні струму в другій котушці на  $5$  А/с у першій індукується е. р. с.  $2,5$  В?

$$(L_{12} = 0,5 \text{ Гн})$$

4.41. Соленоїд з осердям з немагнітного матеріалу містить  $1200$  витків дроту, що щільно прилягають один до одного. При силі струму  $I = 4$  А магнітний потік дорівнює  $6$  мкВб. Визначити індуктивність соленоїда та енергію магнітного поля соленоїда.

$$(L = 1,8 \text{ мГн}; W = 14,4 \text{ мДж})$$

4.42. Визначити магнітну сприйнятливість заліза при напруженості намагнічуючого поля  $2 \cdot 10^3$  А/м.

$$(\chi = 564)$$

4.43. На залізне кільце намотано в один шар  $600$  витків дроту. Довжина середньої лінії кільця  $60$  см. По провіднику тече струм  $2$  А. Якою є магнітна проникність заліза за даних умов?

$$(\mu = 568)$$

4.44. Однорідне магнітне поле у повітрі діє з силою  $0,01 \text{ Н}$  на  $1 \text{ см}$  довжини прямого провідника зі струмом  $1000 \text{ А}$ , розташованого перпендикулярно полю. Знайти об'ємну густину енергії поля.  
( $w = 39,8 \text{ Дж/м}^3$ )

4.45. Соленоїд довжиною  $l = 50 \text{ см}$  та площею поперечного перерізу  $S = 2 \text{ см}^2$  має індуктивність  $L = 0,2 \text{ мГн}$ . При якому струмі об'ємна густина енергії магнітного поля всередині соленоїда дорівнює  $1 \text{ мДж/м}^3$ ?  
( $I = 1 \text{ А}$ )

4.46. Визначити густину енергії магнітного поля в залізному осерді соленоїда, якщо соленоїд довжиною  $60 \text{ см}$  та діаметром  $50 \text{ см}$  має  $1000$  витків. Струм в обмотці  $1 \text{ А}$ .  
( $w = 882 \text{ Дж/м}^3$ )

4.47. Скільки витків має котушка, індуктивність якої  $L = 0,001 \text{ Гн}$ , якщо при силі струму  $I = 1 \text{ А}$  потік магнітної індукції крізь котушку  $\Phi = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}$ ?  
( $N = 500$ )

4.48. Об'ємна густина енергії однорідного магнітного поля в повітрі  $500 \text{ Дж/м}^3$ . У цьому полі перпендикулярно до нього розташований прямолінійний провідник зі струмом  $50 \text{ А}$ . З якою силою поле діє на одиницю довжини цього провідника?  
( $F_n = 1,77 \text{ Н/м}$ )

4.49. Замкнутий соленоїд з залізним осердям містить  $800$  витків. Довжина соленоїда  $1 \text{ м}$ , переріз  $10 \text{ см}^2$ . Визначити енергію магнітного поля в залізі при струмі  $1 \text{ А}$ .  
( $W = 0,5 \text{ Дж}$ )

4.50. За якої сили струму в прямолінійному нескінченно довгому провіднику густина енергії магнітного поля на відстані  $1 \text{ см}$  від провідника дорівнює  $0,1 \text{ Дж/м}^3$ ?  
( $I = 25 \text{ А}$ )

4.51. Соленоїд без осердя має  $800$  витків. При силі струму  $I = 1 \text{ А}$  він створює магнітний потік  $\Phi = 0,1 \text{ мВб}$ . Визначити енергію магнітного поля соленоїда.  
( $W = 0,04 \text{ Дж}$ )

4.52. Через котушку, індуктивність якої  $L = 21$  мГн, тече струм, що змінюється з часом по закону  $I = I_0 \sin \omega t$ , де  $I_0 = 5$  А,  $\omega = 2\pi/T$ ,  $T = 0,02$  с. Знайти залежність від часу  $t$ : 1) е.р.с. самоіндукції, яка виникає в котушці; 2) енергії магнітного поля котушці.

4.53. Визначити густину енергії магнітного поля в центрі кільцевого провідника, який має радіус  $R = 25$  см та містить 100 витків. Сила струму в провіднику  $I = 2$  А.

$$(w = 0,01 \text{ Дж/м}^3)$$

### *Електромагнітні коливання та хвилі*

4.54. Коливальний контур містить ємність 2 мкФ. Якою повинна бути індуктивність контура, щоб отримати коливання частотою 1000 Гц.

$$(\nu = 0,013 \text{ Гц})$$

4.55. Дві котушки індуктивністю по 0,006 Гн з'єднані між собою паралельно, а з конденсатором послідовно. Конденсатор складається з двох пластин площею 400 см<sup>2</sup> кожна. Відстань між пластинами 6 мм, діелектрик – повітря. Знайти період коливань в контурі.

$$(T = 2,64 \cdot 10^{-6} \text{ с})$$

4.56. Коливальний контур складається з двох паралельно включених котушок індуктивністю по 400 мкГн та конденсатора, ємність якого може змінюватися від 100 пФ до 500 пФ. Опором контура можна знехтувати. Визначити інтервал довжин хвиль, на який можна настроїти контур.

$$(266,4 \text{ м} \leq \lambda \leq 421,3 \text{ м})$$

4.57. Контур складається з котушки з індуктивністю  $L = 10^{-5}$  Гн та опором  $R = 14$  Ом і конденсатора ємністю  $C = 0,002$  мкФ. Знайти:

1) логарифмічний декремент затухання коливань в контурі;

2) відношення енергії магнітного поля в котушці до енергії електричного поля в конденсаторі.

$$(\delta = 0,62; W_m/W_e = 0,38)$$

4.58. Коливальний контур складається з індуктивності  $L = 10^{-2}$  Гн, ємності  $C = 0,405$  мкФ та опору  $R = 0,2$  Ом. Визначити, у скільки разів зменшиться різниця потенціалів на обкладках конденсатора за час одного періоду.

$$(U/U_1 = 1,04)$$



4.59. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 100 мкФ та котушки індуктивністю 400 мГн. Конденсатор зарядили до 200 В. Через який проміжок часу після замикання ключа струм в контурі досягне найбільшого значення та якою буде його величина? Опором контура знехтувати.

$$(t = 0,04 \text{ с}; I = 3,16 \text{ А})$$

4.60. Коливальний контур, що складається з плоского конденсатора, площа кожної з пластин якого  $0,01 \text{ м}^2$ , та котушки з індуктивністю  $10^{-6} \text{ Гн}$ , резонує на хвилю довжиною 10 м. Визначити відстань між пластинами конденсатора.

$$(d = 3,14 \cdot 10^{-3} \text{ м})$$

4.61. Яку індуктивність треба включити в коливальний контур, щоб при ємності  $C = 2 \text{ мкФ}$  отримати частоту  $\nu = 1000 \text{ Гц}$ ?

$$(L = 0,013 \text{ Гн})$$

4.62. Напруга на обкладках конденсатора коливального контура змінюється з часом за законом  $U = 60 \sin 10^4 \pi t \text{ В}$ . Ємність конденсатора  $C = 0,2 \text{ мкФ}$ . Визначити індуктивність контура і максимальне значення енергії електричного поля.

$$(L = 0,005 \text{ Гн}; W = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Дж})$$

4.63. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю 0,2 мкФ та котушки з індуктивністю 5,07 мГн. При якому логарифмічному декременті затухання різниця потенціалів на обкладках конденсатора за час 1 мс зменшиться у три рази? Яким є при цьому опір контура?

$$(\delta = 0,22; R = 11,1 \text{ Ом})$$

4.64. Коливальний контур складається з конденсатора ємністю  $C = 2,22 \text{ нФ}$  та котушки довжиною  $l = 20 \text{ см}$  з мідного дроту діаметром  $d = 0,5 \text{ мм}$ . Знайти логарифмічний декремент затухання коливальних.

$$(\delta = 0,018)$$

4.65. Контур складається з котушки індуктивністю  $L = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Гн}$  та опором  $R = 1 \text{ Ом}$  і конденсатора ємністю  $C = 2 \cdot 10^3 \text{ пкФ}$ . Яку потужність повинен споживати контур, щоб у ньому підтримувалися незгасаючі коливання, при яких максимальна напруга на конденсаторі  $U_m = 0,5 \text{ В}$ ?

$$(N = 8,3 \cdot 10^{-6} \text{ Вт})$$

4.66. Визначити енергію магнітного поля котушки індуктивності коливального контура після проходження  $1/8$  періоду від моменту початку коливань, якщо найбільша напруга в конденсаторі 500 В, а ємність конденсатора 1 мкФ. Опір контура дуже малий.

$$(W = 0,0625 \cdot \text{Дж})$$

4.67. Визначити енергію коливального контура за наявності таких даних: максимальний струм в котушці  $I_0 = 1$  А, максимальна різниця потенціалів на обкладках конденсатора  $U_0 = 1000$  В, період коливань  $T = 12,6 \cdot 10^{-6}$  с. Втрати не враховувати.

$$(W = 10^{-3} \text{ Дж})$$

4.68. Період коливань контура, який складається з індуктивності та ємності, дорівнює  $10^{-5}$  с. Чому дорівнює максимальний струм в котушці, якщо максимальна різниця потенціалів на обкладках конденсатора 900 В? Максимальна енергія електричного поля дорівнює  $9 \cdot 10^{-4}$  Дж.

$$(I_0 = 1,25 \text{ А})$$

4.69. При якій частоті коливань довжина електромагнітної хвилі в гліцерині дорівнює 5 см?

$$(\nu = 9,6 \cdot 10^8 \text{ Гц})$$

4.70. При якій частоті коливань довжина електромагнітної хвилі в воді дорівнює 8 см?

$$(\nu = 4,17 \cdot 10^8 \text{ Гц})$$

4.71. Визначити довжину хвилі в спирті, якщо частота електромагнітних коливань дорівнює  $4 \cdot 10^8$  Гц.

$$(\lambda = 0,15 \text{ м})$$

4.72. Густина енергії електромагнітного поля  $0,05$  Дж/м<sup>3</sup>. Визначити вектор Умова-Пойтінга для цього поля та енергію, яка переноситься за 2 хв крізь площадку в  $1$  м<sup>2</sup>, перпендикулярну до напрямку поширення хвиль.

$$(P = 1,5 \cdot 10^7 \text{ Дж/м}^2\text{с}; W = 1,8 \cdot 10^9 \text{ Дж})$$

4.73. Генератор ультразвукових електромагнітних хвиль випромінює їх рівномірно по всіх напрямках. Потужність генератора 1,2 Вт. Визначити середнє значення густини електромагнітної енергії на відстані 1 м від генератора.

$$(w = 0,1 \text{ Вт/м}^2)$$

4.74. Імпульс, що переноситься плоскою електромагнітною хвилею крізь площадку  $10 \text{ см}^2$  за  $5 \text{ с}$ , дорівнює  $10^{-2} \text{ кгм/с}$ . Визначити інтенсивність хвилі.

$$(I = 0,6 \cdot 10^{-3} \text{ Дж/м}^2\text{с})$$

4.75. Плоска гармонічна електромагнітна хвиля має довжину  $100 \text{ м}$  та  $E_m = 5 \cdot 10^{-5} \text{ В/м}$ . Яка енергія переноситься хвилею за  $10 \text{ хв}$  крізь площадку  $1 \text{ м}^2$ , що розташована перпендикулярно швидкості поширення хвилі?

$$(W = 19,9 \cdot 10^{-3} \text{ Дж})$$

### Тестові завдання

#### Електромагнетизм

1. Яка з формул виражає закон Біо – Савара - Лапласа?

1	2	3	4	5
$B = \mu\mu_0 n_0 I;$	$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \varphi}{4\pi r^2};$	$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R};$	$B = \frac{F}{Il};$	$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l}, \vec{r}].$

2. За якою формулою можна визначити індукцію магнітного поля прямолінійного провідника зі струмом?

1	2	3	4	5
$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H};$	$B = \frac{F}{Il};$	$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{p}_m}{R^3};$	$B = \frac{\mu\mu_0}{2} n_0 I;$	$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi R}.$

3. Які з наведених формул визначають обертальний момент, що діє на контур зі струмом в магнітному полі?

1	2	3	4	5
$\vec{M}_i = [\vec{r}_i, \vec{F}_i];$	$M = F_i d_i;$	$\vec{M}_i = [\vec{p}_m, \vec{B}];$	$\vec{M} = J\vec{\beta};$	$M = p_m B \sin \alpha.$

4. Вкажіть формулу, за якою визначається сила Лоренца.

1	2	3	4	5
$F = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2 l}{d};$	$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}];$	$\vec{F} = m\vec{a};$	$F = BIl \sin \alpha;$	$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}].$

5. Яке з наведених рівнянь виражає закон повного струму?

1	2	3	4	5
$\Phi_m = \int_{(s)} B_n dS$ ;	$\oint_{(s)} B_n dS = 0$ ;	$\Phi_m = LI$ ;	$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$ ;	$\oint_{(l)} H_l dl = \sum_{k=1}^n I_k$ .

6. Яке із співвідношень виражає теорему Остроградського - Гауса для магнітного поля?

1	2	3	4	5
$\oint_{(l)} H_l dl = \sum_{k=1}^n I_k$ ;	$\Phi_m = LI$ ;	$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$ ;	$\Phi_m = \int_{(s)} B_n dS$ ;	$\oint_{(s)} B_n dS = 0$ .

7. Яка з наведених формул виражає закон електромагнітної індукції Фарадея?

1	2	3	4	5
$\oint_{(s)} B_n dS = 0$ ;	$\mathcal{E} = I(R+r)$ ;	$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}$ ;	$\mathcal{E}_i = \oint_{(l)} (\vec{E}, d\vec{l})$ ;	$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$ .

8. За якою з наведених формул можна знайти енергію магнітного поля?

1	2	3	4	5
$W = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} V$ ;	$W = \frac{LI^2}{2}$ ;	$W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V$ ;	$W = \frac{1}{2} BHV$ ;	$W = \frac{CU^2}{2}$ .

9. Вкажіть формулу, яка визначає фізичний зміст вектора намагніченості?

1	2	3	4	5
$\vec{p} = m\vec{v}$ ;	$\vec{J} = \chi\vec{H}$ ;	$\vec{J} = \frac{\vec{P}_m}{\Delta V}$ ;	$\vec{p} = IS\vec{n}$ ;	$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i + N\Delta\vec{p}$ .

10. Яке з наведених співвідношень є другим рівнянням системи рівнянь Максвелла для електромагнітного поля?

1	2	3	4	5
$\oint_{(s)} B_n dS = 0$	$\oint_{(l)} H_l dl = \sum_{k=1}^n I_k$	$\oint_{(L)} D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i$	$\oint_{(l)} (\vec{H}, d\vec{l}) = \frac{\partial \Phi_e}{\partial t}$	$\oint_{(L)} (\vec{E}, d\vec{l}) = 0$

### Електромагнітні коливання та хвилі

1. Яке з наведених рівнянь є диференціальним рівнянням вільних незгасаючих елетромагнітних коливань?

1	2	
$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0;$	$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0;$	
3	4	5
$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2};$	$\oint_{(l)} (\vec{H}, d\vec{l}) = \frac{\partial\Phi_e}{\partial t};$	$j = \frac{d\sigma}{dt}.$

2. За якою з наведених формул можна знайти період згасаючих електромагнітних коливань?

1	2	3	4	5
$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}};$	$T = 2\pi\sqrt{LC};$	$T = \frac{2\pi}{\omega};$	$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} + (\frac{R}{2L})^2}};$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}.$

3. Яке з наведених рівнянь є диференціальним рівнянням вимушених елетромагнітних коливань?

1	2	3
$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = \frac{1}{L} \mathcal{E}_0 \cos \omega t;$	$\oint_{(l)} (\vec{H}, d\vec{l}) = \frac{\partial\Phi_e}{\partial t};$	$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0;$
4	5	
$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2};$	$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0.$	

4. За якою з наведених формул можна знайти період коливань в ідеальному коливальному контурі?

1	2	3	4	5
$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{mgl}};$	$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} + (\frac{R}{2L})^2}};$	$T = \frac{2\pi}{\omega};$	$T = 2\pi\sqrt{LC};$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$

5. За якою з наведених формул можна знайти силу струму при вимушених коливаннях у контурі?

1	2	3	4	5
$I_n = I + \frac{\partial \Phi_e}{\partial t}$	$I = q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$	$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$	$I = \frac{U - L \frac{dI}{dt}}{R}$	$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}$

6. Яке з наведених рівнянь є диференціальним рівнянням плоскої одновимірної електромагнітної хвилі?

1	2	3
$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2};$	$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0;$	$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2};$

4	5
$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0;$	$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}.$

7. Які з наведених виразів є результатом розв'язку диференціального рівняння плоскої одновимірної електромагнітної хвилі?

1	2	3
$I = q_0 \omega \sin(\omega t + \varphi_0);$	$q = q_0 \sin(\omega t + \varphi_0);$	$\Psi = A \sin(\omega t - kx);$

4	5
$E = A \sin(\omega t - kx);$	$H = B \sin(\omega t - kx).$

8. За якою з наведених формул можна знайти енергію електромагнітних хвиль?

1	2	3
$W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V;$	$W = \frac{1}{2} (\varepsilon \varepsilon_0 E^2 + \mu \mu_0 H^2) V;$	$W = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 E^2}{2} V;$

4	5
$W = \frac{LI^2}{2};$	$W = \frac{CU^2}{2}.$

9. За якою з наведених формул можна знайти інтенсивність

електромагнітних хвиль?

1	2	3	4	5
$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} A^2$ ;	$I_n = I + \frac{\partial \Phi_{\text{с}}}{\partial t}$ ;	$I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ ;	$I = \frac{1}{2} \varepsilon \varepsilon_0 A^2 v$ ;	$I = \langle w \rangle v$ .

10. Вкажіть формулу, яка визначає фізичний зміст вектора Умова-Пойнтінга?

1	2	3	4	5
$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i + N \Delta \vec{p}$ ;	$\vec{p} = IS\vec{n}$ ;	$\vec{p} = m\vec{v}$ ;	$\vec{P} = w\vec{v}$ ;	$\vec{P} = [\vec{E}, \vec{H}]$ .

### IV.3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ДЕЯКИХ ТИПОВИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4.1

#### *Визначення горизонтальної складової напруженості магнітного поля Землі*

**Мета роботи:** ознайомитись з основними величинами, що характеризують магнітне поле Землі, і навчитись експериментально визначати горизонтальну складову напруженості магнітного поля Землі за допомогою тангенс-гальванометра.

#### Основні теоретичні відомості

Землю можна розглядати як величезний магніт. Магнітна стрілка в магнітному полі Землі встановлюється в напрямку вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  (напруженості  $\vec{H}$ ) поля. Величини  $\vec{B}$  і  $\vec{H}$  є силовими характеристиками магнітного поля, яке, як відомо, здатне діяти на рухомі електричні заряди, провідники зі струмом та магнітну стрілку. Стрілка, що може вільно обертатись у просторі, розташується у вертикальній площині, яка утворює деякий кут  $\alpha$  з площиною географічного меридіана в місці спостереження. Цей кут називається *кутом магнітного схилення*. Також користуються так званим кутом магнітного нахилу, тобто кутом між віссю магнітної стрілки та певною горизонтальною лінією «горизонтом»).

Кут магнітного схилення  $\alpha$  не дорівнює нулю, оскільки

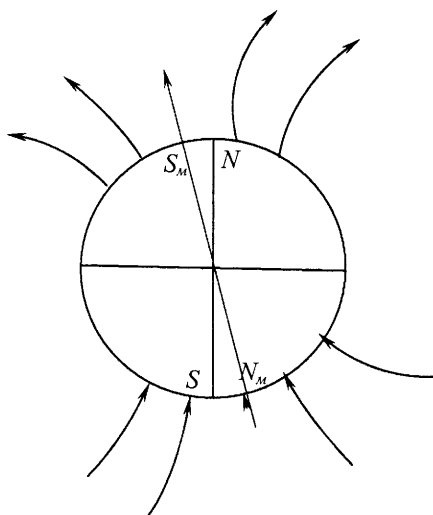


Рис. Л4.1.1

магнітні полюси Землі не збігаються з географічними полюсами. Крім того, як показують сучасні дослідження, магнітні полюси Землі з часом змінюють своє положення. Південний магнітний полюс  $S_M$  Землі розташований в північній півкулі (на північ від Гренландії), а північний магнітний полюс  $N_M$  – в південній півкулі (на південь від Австралії, в Антарктиді).

Лінії напруженості магнітного поля Землі зображені на рис. Л4.1.1 ( $N$  і  $S$  – географічні,  $N_M$  і  $S_M$  – магнітні полюси).

У районі екватора лінії напруженості спрямовані горизонтально, в районі магнітних полюсів – вертикально, в інших місцях – під деяким кутом до горизонтальної площини. Напруженість магнітного поля Землі незначна: від 27 А/м – на екваторі до 51 А/м – поблизу полюсів.

Розкладемо вектор напруженості магнітного поля Землі  $\vec{H}$  на дві складові – горизонтальну  $\vec{H}_Г$  і вертикальну  $\vec{H}_В$ . Якщо будуть відомі горизонтальна складова  $\vec{H}_Г$  і кут магнітного нахилу  $\beta$ , можна визначити повну напруженість магнітного поля Землі

$$H = \frac{H_G}{\cos \beta}. \quad (1)$$

Величини  $H_G$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ , які характеризують магнітне поле в даній точці поверхні Землі, називаються елементами земного поля в даному місці. Вони постійно, хоча дуже повільно і слабко, змінюються з часом.

Для вимірювання горизонтальної складової напруженості магнітного поля Землі можна використати тангенс-гальванометр, який складається із плоскої (короткої) котушки, в центрі якої розміщено компас.

Якщо магнітна стрілка міститься в магнітному полі Землі, на її північний і південний полюси діятиме відповідно пара сил,



пропорційних напруженості магнітного поля в даній точці Землі:

$$F_{1,2} = kH, \quad (2)$$

де  $k$  – стала величина, що залежить від властивостей стрілки.

При розімкненому колі на стрілку компаса діє тільки магнітне поле Землі; вона розміститься так, що її вісь збігатиметься з напрямком горизонтальної складової  $\vec{H}_r$ , тобто північний полюс стрілки показуватиме на північ.

При замиканні кола в котушці проходить струм, і на стрілку компаса, крім магнітного поля Землі, діятиме поле котушки в напрямку, перпендикулярному до її площини. Напруженість магнітного поля в центрі котушки (з  $N$  витками) можна обчислити за законом Біо–Савара–Лапласа. Результат буде такий:

$$H_r = \frac{NI}{2R}, \quad (3)$$

де  $I$  – сила струму;  $R$  – радіус котушки.

Під дією двох полів стрілка відхилиться від початкового положення на деякий кут, величина якого залежить від сили струму і кута між площинами витків котушки і магнітного меридіана. Для спрощення обчислень площину котушки тангенс-гальванометра зручно сумістити з площиною магнітного меридіана, коли струм не ввімкнено, тобто площину котушки повернути так, щоб в ній розмістилася магнітна стрілка компаса.

Магнітне поле струму котушки діє на північний і південний полюси стрілки з силами

$$F'_{1,2} = k \frac{NI}{2R}. \quad (4)$$

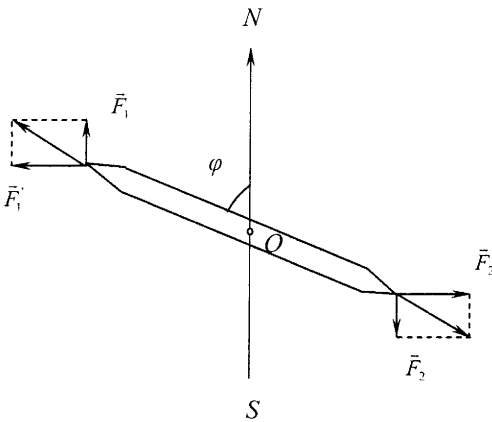


Рис. Л4.1.2

Ці сили перпендикулярні до площини котушки. Пара сил  $F'_1$ ,  $F'_2$  відхилить стрілку від початкового положення з площиною магнітного меридіана.

Коли рівнодіючі сил  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}'_1$  і  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}'_2$  (рис.Л4.1.2) пройдуть через точку  $O$  (центр стрілки), настане рівновага.

З рисунка бачимо, що

$$F_1 = \frac{F'_1}{\operatorname{tg}\varphi}. \quad (5)$$

Підставивши у формулу (5) значення сил  $F_1$  і  $F'_1$ , одержимо

$$kH_r = k \frac{NI}{2R \operatorname{tg}\varphi}.$$

З останнього співвідношення випливає робоча формула для обчислення значення  $H_r$ :

$$H_r = \frac{NI}{2R \operatorname{tg}\varphi}. \quad (6)$$

Отже, за значеннями сили струму і кута відхилення стрілки компаса тангенс-гальванометра можна визначати горизонтальну складову магнітного поля Землі.

**Прилади і обладнання:** тангенс-гальванометр, джерело постійного струму, реостат, амперметр, таблиця значень тригонометричних функцій.

#### Порядок виконання роботи

1. Скласти електричне коло.
2. При розімкненому колі гальванометра розмістити площину котушки в площині магнітного меридіана, тобто так, щоб стрілка розмістилася у площині котушки.
3. Ключом замкнути електричне коло. Реостатом виставити певне значення струму і виміряти відповідний кут відхилення стрілки  $\varphi$ . Повторити вимірювання кута відхилення стрілки ще при чотирьох значеннях сили струму.
4. За формулою (6) обчислити значення горизонтальної складової магнітного поля Землі.
5. Результати вимірювань для кожного струму і розрахунків занести в таблицю Л4.1.1.

Таблиця Л4.1.1

Номер досліду	Сила струму, I, А	Кут відхилення магнітної стрілки, $\varphi$ , град	$H_r$ , А/м	$H_{r,c}$ , А/м	$\Delta H_r$ , А/м

У таблиці Л4.1.1.  $H_{r,c}$  означає середнє значення величини  $H_r$ , а  $\Delta H_r$  – довірчий інтервал.

6. Провести статистичне опрацювання результатів вимірювань при довірчій імовірності  $P = 0,95$ . Записати результат в інтервальній формі  $H_T = H_{T,c} \pm \Delta H_T, P = 0,95$ .

### Контрольні запитання

1. Назвіть основні параметри (елементи) магнітного поля Землі.
2. Де розташовані північний і південний магнітні полюси Землі?
3. Поясніть будову і принцип дії тангенс-гальванометра.
4. Запишіть і поясніть закон Біо–Савара–Лапласа.
5. Чому дорівнює напруженість магнітного поля в центрі контура зі струмом?
6. Які сили діють на стрілку компаса до і після вмикання струму в соленоїді?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4.2

#### *Визначення питомого заряду електрона методом магнетрона*

**Мета роботи:** вивчити рух заряджених частинок в електричному та магнітному полях. Визначити питомий заряд електрона.

#### Основні теоретичні відомості

Важливими характеристиками будь-якої зарядженої частинки є її заряд та питомий заряд, тобто відношення заряду частинки до її

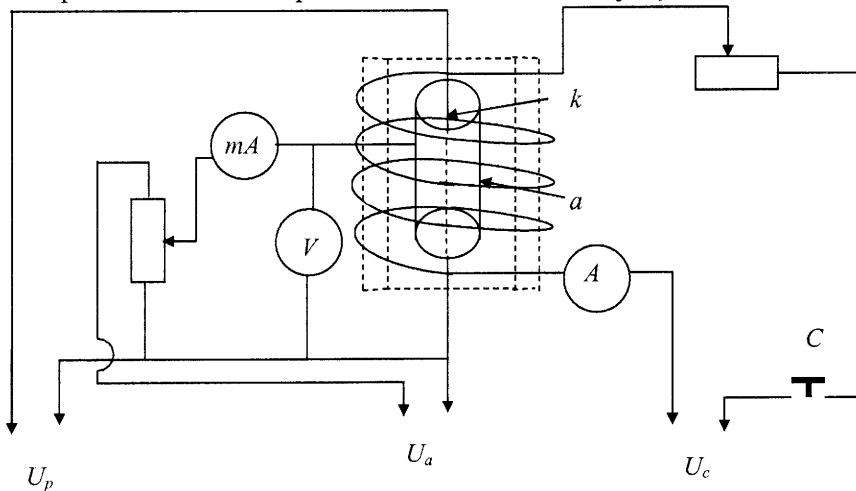


Рис.Л4.2.1

маси (для електрона  $\frac{e}{m}$ ).

Існує багато методів визначення питомого заряду електрона. В роботі розглядається метод, в якому використовується двохелектродна лампа з циліндричним анодом, всередині якого вздовж осі циліндра проходить ниткоподібний катод (на рисунках та схемах катод і анод позначаються відповідно літерами  $k$  та  $a$ ). Лампа розміщується всередині достатньо широкої котушки з дроту – соленоїда. Елементи лабораторної установки підключаються за схемою рис. Л4.2.1.

Нехай лампу підключено до джерела живлення, а соленоїд – ні. Електрони, що вилітають з катода завдяки явищу термоелектронної емісії, прямують до анода (позитивний електрод) під дією електричного поля. Оскільки магнітного поля немає (соленоїд не підключено), то очевидно, що рух електронів буде прямолінійним вздовж радіусів кола, яким є поперечний перетин анода (рис.Л4.2.2, а).

Підключимо до джерела живлення соленоїд. Всередині соленоїда утвориться магнітне поле. На електрон, що рухається в магнітному полі, діє сила Лоренца. Модуль цієї сили визначається виразом

$$F_{\perp} = evB\sin(\vec{v} \wedge \vec{B}), \quad (1)$$

де  $\vec{v}$  – швидкість електрона;  $\vec{B}$  – індукція магнітного поля (див. §7, М. IV).

Нехай лампу підключено до джерела живлення, а соленоїд – ні. Електрони, що вилітають з катода завдяки явищу термоелектронної емісії, прямують до анода (позитивний електрод) під дією електричного поля. Оскільки магнітного поля немає (соленоїд не підключено), то очевидно, що рух електронів буде прямолінійним вздовж радіусів кола, яким є поперечний перетин анода (рис.Л4.2.2, а).

З рівняння (1) видно, що величина сили Лоренца залежить,

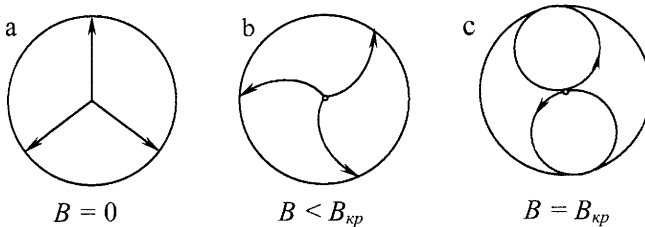


Рис. Л4.2.2

зокрема, від кута між векторами  $\vec{v}$  і  $\vec{B}$ . У нашому випадку вектор  $\vec{B}$  спрямований паралельно осі лампи, і отже,  $(\vec{v} \wedge \vec{B}) = \frac{\pi}{2}$ . Зауважимо, що напрямок сили Лоренца є перпендикулярним до напрямку руху електронів ( $\vec{F}_L \perp \vec{v}$ ), через що ця сила роботи не виконує. Кінетична енергія електрона, а отже, і абсолютна величина його швидкості залишаються сталими. Водночас сила Лоренца змінює напрямок швидкості, в результаті чого електрони рухаються по криволінійних траєкторіях (рис.Л4.2.2, b).

При збільшенні індукції магнітного поля згідно з рівнянням (1) зростає і сила Лоренца. Це приводить до руху електронів по більш закручених траєкторіях, і при певному значенні  $B_{кр}$  ці траєкторії стануть замкненими всередині лампи (рис.Л4.2.2, c). Вважаючи, що електрони рухаються по колу радіуса  $r$  і враховуючи, що сила Лоренца є доцентровою, одержимо:

$$evB = \frac{mv^2}{r}, \quad (2)$$

причому наближено можна прийняти

$$r = \frac{r_a}{2}, \quad (3)$$

де  $r_a$  – радіус анода.

Отже, при певному значенні магнітного поля  $B_{кр}$  електрони, що вилетіли з катода, починають рухатися по замкненій всередині лампи траєкторії і не досягають анода. Наслідком цього є те, що струм в лампі припиняється. Значення індукції магнітного поля  $B_{кр}$ , а також відповідне значення сили струму, що проходить через соленоїд  $I_{кр}$ , при яких анодний струм припиняється, називають критичними.

Індукція магнітного поля всередині соленоїда визначається формулою

$$B = \mu\mu_o I_c \frac{N}{L}, \quad (4)$$

де  $I_c$  – сила струму в соленоїді;  $L$  – довжина соленоїда;  $N$  – кількість витків соленоїда;  $\mu$  – магнітна проникність осердя соленоїда;  $\mu_o$  – магнітна стала.

Величину швидкості електрона  $v$  можна знайти, зауваживши, що робота сил електричного поля, яке існує всередині лампи, витрачається на збільшення кінетичної енергії руху електронів:

$$eU_a = \frac{mv^2}{2}, \quad (5)$$

де  $U_a$  – анодна напруга.

Використовуючи вирази (1–5), отримаємо зрештою робочу формулу для визначення питомого заряду електрона:

$$\frac{e}{m} = \frac{8U_a L^2}{(\mu\mu_0 I_{кр} N r_a)^2}. \quad (6)$$

Отже, лабораторна робота зводиться до встановлення так званої скидної характеристики лампи, тобто до визначення залежності анодного струму від сили струму, що протікає по соленоїду (якому пропорційна магнітна індукція):  $I_a = f(I_c)$ . Скидна характеристика зображена на рис. Л4.2.3, де різке спадання анодного струму

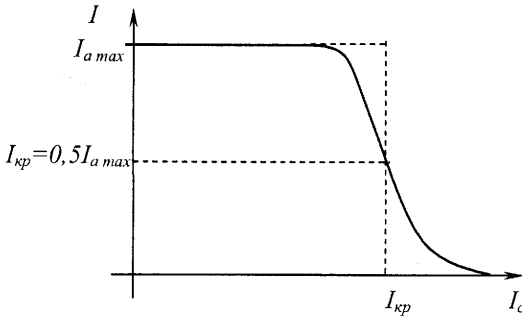


Рис. Л4.2.3

(пунктирна лінія) відповідає його критичному значенню.

Насправді, оскільки електрони вилітають з катода з різними швидкостями, скидна характеристика має вигляд суцільної лінії на рис. Л4.2.3. Тому за критичне значення анодного струму для даного типу електронної лампи

візьмемо  $I_{кр} = \frac{1}{2} I_{amax}$ , тобто половину його максимальної величини.

**Прилади і обладнання:** лампа з циліндричним анодом, змонтована в соленоїді; вольтметр (на 100 В); амперметр (до 0,5 А); амперметр у колі соленоїда (до 2 А); джерело постійного струму; випрямляч.

### Порядок виконання роботи

1. Установка для виконання лабораторної роботи (див. рис. Л4.2.1) дається у зібраному вигляді.
2. Ручку регулятора анодної напруги ВУП-2 повернути ліворуч до упору, що відповідатиме  $U_a = 0$  при ввімкненні приладу.
3. Вставити вилку ВУП-2 в розетку змінного струму та ввімкнути прилад тумблером “Вкл”.

4. Підвищити напругу у анодному колі лампи до  $U_a = 50$  В.

5. Ввімкнути лабораторний розподільний щит на постійний струм при нульовій напрузі.

6. Вилку шнура соленоїда ввімкнути в розетку постійного струму, яка з'єднана з розподільним щитом.

7. Підвищувати напругу на клеммах щита, а отже, і на соленоїді, так, щоб сила струму у соленоїді збільшувалася стрибкоподібно на 0,2 А до 2 А. Для запобігання перегріву соленоїда його коло вмикати короткочасним натисканням кнопки С.

8. При фіксованих значеннях сили струму через соленоїд знімати показання сили анодного струму  $I_a$  за міліамперметром анодного кола.

9. Пункти 5-6 виконуються студентами обов'язково разом з лаборантом або викладачем.

Отримані дані занести в таблицю Л4.2.1.

Таблиця Л4.2.1

Сила струму	$U_a = \dots$ В, $r_a = \dots$ м, $N = \dots$ , $L = \dots$ м									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I_a$										
$I_c$										

Значення  $r_a$ ,  $N$  та  $L$  вказані на установці.

10. Побудувати скидну характеристику лампи при анодній напрузі на лампі  $U_a = 50$  В.

11. Визначити за скидною характеристикою критичне значення сили струму  $I_{кр} = \frac{1}{2} I_{a \max}$  даного досліджу.

12. Провести досліди при анодній напрузі  $U_a = 75$  В та  $U_a = 100$  В, повторюючи пп. 5-11.

13. Знайти значення питомого заряду  $\frac{e}{m}$  за робочою формулою (6) для кожної напруги  $U_a$  та їх середнє значення. Визначити довірчий інтервал при довірчій імовірності  $P = 0,95$  та записати результат в інтервальної формі

$$\frac{e}{m} = \left( \left( \frac{e}{m} \right)_c \pm \Delta \left( \frac{e}{m} \right) \right), P = 0,95.$$

14. Порівняти отримані значення  $\frac{e}{m}$  з табличними.

### Контрольні запитання

1. У чому суть методу визначення величини  $\frac{e}{m}$ , що застосовується в даній роботі?
2. Що називається питомим зарядом частинки?
3. Яка сила діє на електрон у магнітному полі?
4. Як напрямлена сила Лоренца?
5. Чи здійснює сила Лоренца роботу?
6. Як направлені електричне та магнітне поле в електронній лампі, що застосовується в роботі?
7. Зобразіть траєкторію руху електрона, який влетів в однорідне магнітне поле під гострим кутом і під кутом  $90^\circ$ .
8. Запишіть та поясніть формулу для індукції магнітного поля в соленоїді.
9. Що називається скидною характеристикою?
10. Яку силу струму вважають критичною?
11. Вивести робочу формулу, за якою обчислюється  $\frac{e}{m}$  в роботі.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4.3

#### *Визначення індуктивності соленоїда*

**Мета роботи** – ознайомитись з явищем самоіндукції; визначити індуктивність котушки за її повним і активним опором.

#### **Основні теоретичні відомості**

Опір, який має провідник, коли по ньому проходить постійний струм, називається омичним, або активним. Виходячи із закону Ома для однорідної ділянки кола цей опір можна визначити за формулою

$$R = \frac{U}{I}, \quad (1)$$

де  $U$  – значення напруги на даній ділянці;  $I$  – сила струму.

Якщо по провіднику проходить змінний струм, у ньому виникає явище самоіндукції. Е.р.с. самоіндукції залежить від розмірів, форми провідника, а також від швидкості зміни струму:

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}, \quad (2)$$



де  $L$  – індуктивність контура (провідника);  $\frac{dI}{dt}$  – швидкість зміни струму (див. § 12, М.IV).

Індуктивність лінійних провідників дуже незначна. Більшу індуктивність мають котушки (соленоїди) з феромагнітними осердями.

Індуктивність соленоїда можна визначити за формулою

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{\ell}, \quad (3)$$

де  $\mu$  – магнітна проникність середовища, що заповнює порожнину соленоїда;  $\mu_0$  – магнітна стала (в СІ  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м);  $N$  – кількість витків соленоїда;  $S$  – площа поперечного перерізу соленоїда;  $\ell$  – довжина соленоїда.

Оскільки  $\mu$  для феромагнетиків залежить від значення сили струму, що проходить по витках соленоїда, індуктивність соленоїдів (котушок) з феромагнітним осердям є змінною величиною. При проходженні змінного струму по соленоїду в ньому виникає е.р.с. самоіндукції і, відповідно, струм самоіндукції, напрямком якого визначається за правилом Ленца. Внаслідок явища самоіндукції опір провідника при проходженні змінного струму більший, ніж при проходженні постійного. В цьому випадку вважають, що провідник окрім омичного має ще *індуктивний опір*:

$$R_L = \omega L, \quad (4)$$

де  $\omega$  – циклічна частота змінного струму;  $\omega = 2\pi\nu$ ;  $\nu = 50$  Гц.

Кількість теплоти, що виділяється при проходженні по провіднику струму, визначається тільки омичним опором, тому його називають ще активним опором. Індуктивний опір називається реактивним.

Якщо прикладена до кінців провідника напруга змінюється за гармонічним законом

$$U = U_0 \sin \omega t, \quad (5)$$

у ньому виникає змінний електричний струм

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \quad (6)$$

де  $U$ ,  $I$  і  $U_0$ ,  $I_0$  – відповідно миттєві та амплітудні (максимальні) значення напруги та сили струму;  $\omega$  – циклічна частота;  $\varphi$  – зсув фаз між силою струму і напруги.

Для змінного струму використовують поняття діючих (ефективних) значень сили струму і напруги.

Діюче, або ефективне, значення змінного струму – це сила такого постійного струму, який при проходженні через активний опір спричиняє виділення такої самої кількості теплоти, як і при проходженні розглядуваного змінного струму за той самий час.

Аналогічно дається визначення діючого (ефективного) значення напруги змінного струму. Їх значення відповідно становлять:

$$I_{\text{д}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{д}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}. \quad (7)$$

Амперметри і вольтметри в колі змінного струму показують діючі значення відповідно сили струму і напруги.

Аналітичний вираз закону Ома для кола змінного струму

$$I_{\text{д}} = \frac{U_{\text{д}}}{Z}, \quad (8)$$

де  $Z$  – повний опір у колі змінного струму,

$$Z = \sqrt{R^2 + R_L^2} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}. \quad (9)$$

Зсув фаз між силою струму і напругою в колі змінного струму за відсутності ємності визначається за формулою

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}. \quad (10)$$

**Прилади і обладнання:** котушка індуктивності  $L$ , амперметр  $A$ , вольтметр  $V$ , перемикач  $K$ , джерело постійного та змінного струмів, провідники.

### Порядок виконання роботи

1. Скласти електричне коло за схемою (рис. Л4.3.1).

2. Визначити омичний опір соленоїда. Для цього складене електричне коло слід приєднати до джерела постійного струму. При різних значеннях (не менше п'яти) напруги виміряти значення струмів. За формулою (1) обчислити значення  $R$ .

3. Визначити повний опір соленоїда при

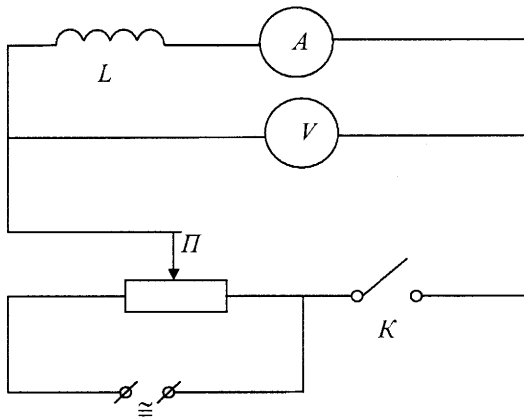


Рис. Л4.3.1

проходженні по ньому змінного струму. Для цього складене електричне коло слід приєднати до джерела змінного струму. За п'ятьма різними (але такими, що не дуже відрізняються) значеннями напруги  $U_\delta$  виміряти значення ефективних струмів. За формулою  $Z = U_\delta / I_\delta$  обчислити повний опір соленоїда  $Z$ .

4. Використавши експериментальні значення активного  $R$  та повного  $Z$  опорів, визначити значення індуктивності соленоїда (котушки):

$$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega} \quad (11)$$

5. Визначити середнє значення  $L$ .

6. Провести статистичне опрацювання результатів визначення індуктивності котушки при довірчій імовірності  $P = 0,95$ .

Значення індуктивності котушки записати в інтервальной формі

$$L = L_c \pm \Delta L, P = 0,95.$$

Результати вимірювань і обчислень записати в таблицю Л4.3.1.

Таблиця Л4.3.1

Номер досліджу	Струм						L, Гн
	постійний			змінний			
	U, В	I, А	R, Ом	U, В	I, А	Z, Ом	

### Контрольні запитання

1. Чому при проходженні змінного струму опір соленоїда більший, ніж при проходженні постійного струму такої самої сили?
2. У чому полягає явище самоіндукції? Запишіть закон самоіндукції.
3. Який фізичний зміст коефіцієнта самоіндукції?
4. Від чого залежить індуктивність соленоїда?
5. Коли індуктивність соленоїда буде залежати від сили струму в ньому?
6. Який опір називається активним, а який реактивним?
7. Дайте визначення діючих значень напруги, сили змінного струму.
8. Запишіть закон Ома для змінного струму.
9. Що показують вимірювальні прилади (амперметр, вольтметр) – діючі чи амплітудні значення вимірюваних величин?

**Зняття петлі гістерезису та початкової кривої намагнічування феромагнітної речовини за допомогою електронного осцилографа**

**Мета роботи** – ознайомитись з властивостями магнетиків та їх використанням; вивчити процес намагнічування феромагнетиків у змінних магнітних полях за допомогою електронного осцилографа та визначити магнітні характеристики досліджуваної речовини.

**Основні теоретичні відомості**

Магнітні властивості речовин визначаються магнітними властивостями атомів, які входять до їх складу. Речовини, магнітні моменти атомів (молекул) яких у відсутності зовнішнього магнітного поля дорівнюють нулю, називаються *діамагнетиками*, а ті речовини, магнітні моменти атомів яких у відсутності намагнічуючого поля не дорівнюють нулю – *парамагнетиками*. Деякі парамагнетики у твердому стані утворюють клас *феромагнетиків*. У них взаємодія між магнітними моментами атомів значно більша за енергію теплового руху, тому в деяких невеликих областях речовини – *доменах* – магнітні моменти мають певну переважну орієнтацію. У межах домена сумарний магнітний момент не дорівнює нулю, але внаслідок довільної орієнтації магнітних моментів доменів у відсутності зовнішнього магнітного поля феромагнетик, як ціле, не намагнічений (див. §§ 15, 16, М. IV).

Процес намагнічення феромагнетика проходить такі стадії. Спочатку домени, які мають орієнтацію ближчу до напрямку зовнішнього магнітного поля, збільшують свій об'єм за рахунок сусідніх доменів. Тоді границі доменів зникають, і всі магнітні моменти узгоджено повертаються в напрямку поля. Намагнічення може відбуватися і за рахунок повертання доменів. Залежність  $B(H)$  в феромагнетиках складна: внаслідок запізнення змін магнітного поля в магнетик у відношенні до змін напруженості намагнічуючого поля (явище гістерезису) при циклічній зміні напруженості поля  $H$  магнітна індукція  $B$  (або величина вектора намагнічення  $J$ ) буде змінюватись теж циклічно. При цьому графік  $B(H)$  (або  $J(H)$ ) матиме вигляд замкнутої кривої, яка називається *петлею гістерезису*. Площа, охоплена петлею гістерезису, пропорційна роботі перемагнічування матеріалу (див. §17, М. IV).

**Опис установки:** Принципова схема установки для спостереження і зняття петлі гістерезису в змінних магнітних полях показана

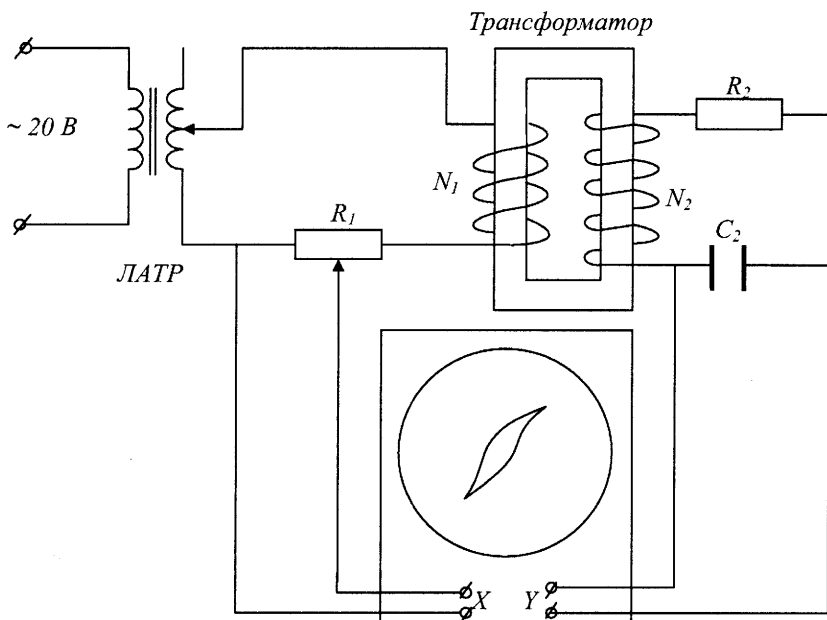


Рис. Л4.4.1

на рис. Л4.4.1. Вона змонтована на основі лабораторного демонстраційного трансформатора. Первинна обмотка трансформатора через опір  $R_1$  приєднана до лабораторного автотрансформатора (ЛАТР).

Досліджуваний феромагнетик – це осердя трансформатора, яке виготовлене з пластин магнітного матеріалу, покритих електроізоляційною плівкою для зменшення вихрових струмів.

Напруженість магнітного поля  $H$  у намагнічувальній (первинній) обмотці трансформатора не залежить від наявності в ній магнетика і визначається силою струму  $I_1$  та кількістю витків на одиницю довжини котушки  $\frac{N_1}{l_1} = n_1$ .

$$H = I_1 \cdot n_1 = I_1 \cdot \frac{N_1}{l_1}. \quad (1)$$

На вхід «X» осцилографа подається напруга з резистора  $R_1$ :

$$U_x = I_1 R_1. \quad (2)$$

Напруженість магнітного поля в намагнічувальній обмотці з

урахуванням співвідношень (1) і (2) можна визначити за формулою

$$H = \frac{N_1}{l_1 R_1} \cdot U_x = K_1 U_x, \quad (3)$$

де

$$K_1 = \frac{N_1}{R_1 l_1}.$$

Як видно з формули (3), напруженість магнітного поля в феромагнітному осерді прямо пропорційна напрузі  $U_x$ , що подається на вхід «X» осцилографа.

Вторинна обмотка трансформатора замкнена інтегруючим  $(R_2, C_2)$ -ланцюжком.

У первинній обмотці трансформатора проходить змінний електричний струм, тому виникає змінне магнітне поле, яке намагнічує феромагнітне осердя. Магнітна індукція поля в осерді  $\vec{B}$  буде теж змінною. Вторинну котушку пронизує змінний магнітний потік

$$\psi = BS N_2,$$

де  $S$  – площа витка;  $N_2$  – кількість витків у вторинній обмотці. Внаслідок явища взаємоіндукції у вторинній обмотці виникає змінний індукційний струм  $I_2$  з електрорушійною силою взаємоіндукції:

$$\mathcal{E}_e = \left| \frac{d\psi}{dt} \right| = N_2 S \frac{dB}{dt}. \quad (4)$$

Крім того, у вторинній обмотці має місце явище самоіндукції. За другим правилом Кірхгофа для замкненого кола вторинної обмотки

$$\mathcal{E}_e + \mathcal{E}_c = I_2 R_2 + U_c, \quad (5)$$

де  $\mathcal{E}_c$  – е. р. с. самоіндукції у вторинній обмотці;  $U_c$  – напруга на сумарній ємності;  $R_2$  – омичний опір у колі вторинної обмотки. Параметри інтегруючого  $(R_2, C_2)$  – ланцюжка підібрані так, що омичним опором самої вторинної котушки і вхідною ємністю осцилографа можна знехтувати. В рівнянні (5) можна знехтувати також доданками  $\mathcal{E}_c$  і  $U_c$ . За таких наближень це рівняння набуває вигляду

$$\mathcal{E}_e = I_2 R_2.$$

З урахуванням рівняння (4) маємо:

$$N_2 S \frac{dB}{dt} = I_2 R_2.$$

Звідси

$$dB = \frac{I_2 R_2}{N_2 S} dt.$$

Після інтегрування одержимо:

$$B = \frac{R_2}{N_2 S} \int_0^t I_2 dt = \frac{R_2}{N_2 S} q, \quad (6)$$

де  $q$  – величина електричного заряду, що проходить через вторинну обмотку за час  $t$ . Заряд  $q$  і напруга на конденсаторі  $C_2$  пов'язані співвідношенням  $q = C_2 U_c$ . Тому

$$B = \frac{R_2 C_2 U_c}{N_2 S} = K_2 U_c, \quad (7)$$

де

$$K_2 = \frac{R_2 C_2}{N_2 S}.$$

З конденсатора  $C_2$  (див. рис. Л4.4.1) напруга  $U_c$  подається на вхід «Y» осцилографа ( $U_c = U_Y$ ). Тому, згідно з формулою (7), магнітна індукція  $B$  поля в осерді трансформатора прямо пропорційна напрузі  $U_c$  на вході «Y» осцилографа.

Отже, відхилення електронного променя (світлової точки на екрані осцилографа) по горизонталі прямо пропорційне  $H$ , а по вертикалі - прямо пропорційне  $B$ . Відбувається додавання двох взаємно перпендикулярних коливань електронного променя відносно положень рівноваги (центра трубки осцилографа). Електронний промінь на екрані буде описувати криву залежності  $B = f(H)$ . За один період зміни синусоїдального струму слід електронного променя на екрані опише петлю гістерезису. За кожний наступний період траєкторія променя повністю повториться. Петля гістерезису на екрані буде здаватись нерухомою. При збільшенні за допомогою ЛАТР значення сили струму в первинній котушці збільшується амплітуда коливань  $B$  і  $H$ , а за рахунок цього на екрані осцилографа можна спостерігати різні петлі гістерезису.

**Прилади і обладнання:** установка для дослідження процесу намагнічування феромагнетиків, низькоомний реостат, ЛАТР, осцилограф.

### Порядок виконання роботи

1. За схемою (див. рис.Л4.4.1) скласти експериментальну установку. Поставити ручку ЛАТР у крайнє ліве положення, що відповідає нульовому струму намагнічування.

2. Ввімкнути електронний осцилограф у мережу змінної напруги і дати йому прогрітисся. Ручками керування виставити слід електронного променя в центрі екрана осцилографа.

3. Ввімкнути ЛАТР у мережу змінного струму. За допомогою ЛАТР збільшувати значення амплітуди сили струму намагнічування від нуля до максимального значення і записати координати крайніх точок ( $Y_+$ ,  $X_+$ ) і ( $Y_-$ ,  $X_-$ ) петлі гістерезису (в поділках шкали осцилографа) при 8–10 різних значеннях напруги на ЛАТР. Результати записати в таблицю Л4.4.1.

Таблиця Л4.4.1

Вимірювана величина	Номер вимірювання									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$X_+$										
$X_-$										
$X_{сep}$										
$Y_+$										
$Y_-$										
$Y_{сep}$										
$H, A/m$										
$B, Tл$										

4. Обчислити середні значення координат крайньої точки петлі гістерезису за різних значень напруги на ЛАТР за формулами:

$$X_{сep} = \frac{|X_+| + |X_-|}{2}; \quad Y_{сep} = \frac{|Y_+| + |Y_-|}{2}. \quad (8)$$

5. Результати записати в табл. Л4.4.1. Рух крайньої точки петлі гістерезису по екрану осцилографа відповідає ходу початкової кривої намагніченості.

6. За формулами

$$H_i = K_i U_{xi} = K_i C_x X_{сep,i}; \quad B_i = K_2 \cdot U_{Yi} = K_2 \cdot C_Y \cdot Y_{сep,i} \quad (9)$$

обчислити значення напруженості  $H$  намагнічуючого поля і магнітної індукції  $B$  магнітного поля в феромагнетику для вимірних точок, що лежать на початковій кривій намагнічування. Результати обчислень занести в таблицю Л4.4.1.

*Зауваження.* Чутливості каналів « $X$ » і « $Y$ » осцилографа  $C_X$  і  $C_Y$ , а також величини для розрахунку коефіцієнтів  $K_1$  і  $K_2$  даються в паспорті установки.

7. За обчисленими значеннями  $H_i$  та  $B_i$  побудувати початкову



криву намагнічування.

8. Для граничної петлі гістерезису (при максимальній напрузі на ЛАТР) визначити спочатку в поділках шкали осцилографа координати точок, що відповідають значенням  $H_n$ ,  $B_n$ , залишкової індукції  $B_r$  (точка, де гранична петля гістерезису перетинає вісь  $Y$ ) і коерцитивні сили  $H_k$  (де гранична петля перетинає вісь  $X$ ).

За формулами (9) обчислити значення  $H_n$ ,  $B_n$ ,  $H_k$ . Результати обчислень записати в таблицю Л4.4.2.

9. Оцінити значення початкової магнітної проникності феромагнітної речовини осердя трансформатора

$$\mu_{п} = \frac{1}{\mu_0} \frac{B_1}{H_1}.$$

Результати записати в таблицю Л4.4.2.

Таблиця Л4.4.2

$\mu_{п}$	$B_{\max}$ , Тл	$B_r$ , Тл	$H_k$ , А/м

10. Зробити висновок про матеріал осердя трансформатора.

### Контрольні запитання

1. Які речовини називаються діа-, пара- і феромагнетиками?
2. Який фізичний зміст вектора намагніченості?
3. Відносна магнітна проникність, її значення і особливості для різних типів магнітних речовин.
4. Які особливості процесу намагнічування для діа-, пара- і феромагнітних речовин?
5. У чому полягає явище магнітного гістерезису?
6. Який фізичний зміст коерцитивної сили, залишкової намагніченості, температури Кюрі?
7. Наведіть приклади застосування феромагнетиків.
8. Які фізичні основи методу дослідження залежності  $B(H)$  за допомогою електронного осцилографа?
9. Чому нагрівається осердя трансформатора і як цього уникнути?
10. Які матеріали використовуються для виготовлення осердь трансформаторів?

## МОДУЛЬ V. ОПТИКА

### V.1. ЛЕКЦІЙНИЙ МАТЕРІАЛ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

*Оптикою* називається розділ фізики, в якому вивчаються питання про природу світла, закономірності його випромінювання, поширення і взаємодії з речовиною.

*Геометрична* оптика розглядає випадки, які можна пояснити на основі найпростіших уявлень про промені світла. В її рамках розглядається зміна напрямків світлових пучків і утворення зображень світних і освітлених предметів в результаті заломлення і відбивання світла на границі поділу двох діелектриків.

До геометричної оптики примикає *фотометрія*, яка встановлює одиниці і методи вимірювання світлових величин, що дає можливість оцінити світловий потік, силу світла, освітленість, яскравість та інші кількісні характеристики світла.

Геометрична оптика сумісно з фотометрією має різноманітні застосування. Вони є науковою базою *оптотехніки* і *світлотехніки*.

*Фізична оптика* вивчає проблему природи світла та явища, які цю проблему розкривають. Звичайно під світлом розуміють електромагнітні хвилі таких довжин, які сприймаються оком людини. Це хвилі довжиною приблизно від 400 до 750 нм ( $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$ ). До світлових відносяться також діапазони електромагнітних хвиль, суміжних з видимими: ультрафіолетове, рентгенівське та інфрачервоне випромінювання.

Явища *інтерференції*, *дифракції* і *поляризації* світла сприяли розвитку уявлень про його хвильову природу. Стало можливим пояснення закону *прямолінійного поширення світла* в однорідному середовищі, законів *відбивання* і *заломлення світла* (ці закони в геометричній оптиці використовувались як емпіричні).

Швидкість світла в середовищі

$$v = \frac{c}{n}, \quad (1)$$

де  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  – швидкість світла у вакуумі;  $n$  – абсолютний показник заломлення середовища (його оптична густина).

За теорією Максвелла електромагнітні хвилі в середовищі

поширюються зі швидкістю

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}. \quad (2)$$

Тут  $\epsilon$  і  $\mu$  – відносні електрична і магнітна проникності середовища. Порівнюючи співвідношення (1) і (2), знаходимо

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}. \quad (3)$$

Оскільки для всіх середовищ (крім феромагнітних)  $\mu$  близьке до 1, то можна вважати, що  $n = \sqrt{\epsilon}$ . Це співвідношення справджується лише для деяких газів ( $N_2$ ,  $H_2$ ,  $CO_2$ ) і рідин (бензол, толуол). Крім того, для води в статичному полі  $\epsilon = 81$ , а показник заломлення світла (високочастотне поле)  $n = 1,33$ .

Явище *дисперсії* полягає в залежності показника заломлення середовища від довжини хвилі. Воно вимагало детальнішого вивчення процесів взаємодії світла з речовиною. Найпоєднованішою у цьому аспекті була *електронна теорія Лоренца*. Уявлення про електрони, які входять до складу атомів та молекул і можуть здійснювати в них коливання з певною частотою, дало змогу пояснити явища випромінювання і поглинання світла речовиною, в тому числі дисперсію. Однак, не дивлячись на успіхи електронної теорії, незабаром стало очевидним, що для досить широкого кола явищ, таких як *теплове випромінювання, фотоелектричний ефект, люмінесценція, спектри атомів і молекул* тощо, вона дає дуже істотні розходження з експериментом.

Аналіз цих явищ привів німецького фізика М. Планка (1900 р.) до формулювання *квантової теорії світла*, яка передбачає *дискретність* в процесах випромінювання. Теоретичний розгляд явища фотоелектричного ефекту спонукав А. Ейнштейна висловити гіпотезу, що світло не тільки випромінюється, але і поглинається певними порціями (*квантами*). Ці кванти були названі *фотонами* (1905р.)

За сучасними уявленнями, світло – це потік квантів електромагнітного поля – фотонів.

*Фотони – квазічастинки*. Вони якісно відмінні від частинок речовини. Енергія фотона визначається за формулою Планка:

$$w = h\nu, \quad (4)$$

де  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  – частота випромінювання;  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка.

Енергію фотона можна визначати і за формулою Ейнштейна:

$$w = m_{\phi} c^2, \quad (5)$$

де  $m_{\phi}$  – маса фотона. Із співвідношень (4) і (5) маємо:

$$m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (6)$$

Як випливає з формули (6), маса фотона, незважаючи на те, що він рухається зі швидкістю  $c$ , не є нескінченною величиною. Маса спокою фотона дорівнює нулю. Імпульс фотона

$$p_{\phi} = m_{\phi} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (7)$$

Формула (7) виражає *корпускулярно-хвильовий дуалізм* фотонів: імпульс фотона, який уявлявся як характеристика класичної частинки, залежить від довжини хвилі. Дуалізм у властивостях світла є прикладом діалектичної єдності протилежностей.

Таким чином, світло – вид матерії, який має складну електромагнітну природу. В таких явищах як інтерференція, дифракція, поляризація, дисперсія проявляється хвильова природа світла. А явища випромінювання, поглинання, фотоефект і т. п. вимагають для своїх пояснень врахування квантових уявлень.

Виходячи з цього, фізичну оптику можна розділити на *хвильову* і *квантову* оптику.

### Завдання для самостійної роботи № 5.1.

1. Елементи геометричної оптики:
  - а) закони відбивання і закони заломлення світла;
  - б) абсолютний і відносний показники заломлення;
  - в) повне внутрішнє відбивання;
  - г) хід променів у призмі, збірній та розсіювальній лінзах;
  - д) формула лінзи;
  - е) хід променів у мікроскопі.
2. Основні фотометричні величини та одиниці їх вимірювання:
  - а) світловий потік;
  - б) сила світла;
  - в) яскравість;
  - г) світність;
  - д) освітленість, закони освітленості.
3. Фотометри.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2. – К.: Либідь, 2001. – С. 9–15; 37–63.

**§1. Інтерференція світла. Розрахунок інтерференційної картини від двох точкових когерентних джерел**

Дія світла на речовину визначається в основному дією електричної складової електромагнітної хвилі. Це є результатом того, що електрична сила, яка діє на електрон в речовині, значно більша за силу Лоренца. Тому вектор  $\vec{E}$  називають *світловим вектором*. На цій підставі надалі мова йтиме в основному про нього.

Припустимо, що в певній точці середовища накладаються дві когерентні світлові хвилі (див. §§ 19,25,26, М.І):

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{A}_1 \sin(\omega t - kr_1), \\ \vec{E}_2 = \vec{A}_2 \sin(\omega t - kr_2). \end{cases} \quad (1)$$

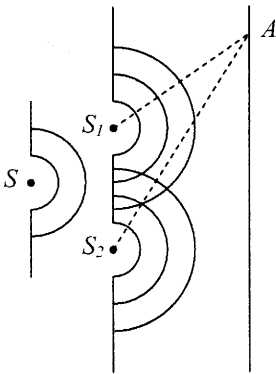


Рис. 5.1

На поверхні, де відбувається це накладання, спостерігається перерозподіл освітленості, тобто *інтерференційна картина*. Джерела, які випромінюють когерентні хвилі, називаються *когерентними*.

Природні джерела світла не є когерентними, бо кожне з них складається з величезної кількості незалежних випромінювачів (атомів, молекул). Для одержання когерентних світлових хвиль вдаються до різних способів. Проте жоден із них не дає можливості одержати строго монохроматичні хвилі. Відповідно ці хвилі *частково когерентні* і здатні

інтерферувати тільки протягом *часу когерентності*.

Один зі способів одержання когерентних джерел запропонував у 1807р. Юнг. Це були два невеличкі отвори в екрані, який освітлювався вузьким пучком світла (рис. 5.1).

За принципом Гюйгенса отвори  $S_1$  і  $S_2$  можна вважати когерентними джерелами, утвореними джерелом  $S$ : будь-яка зміна фази коливань джерела  $S$  викличе ту ж саму зміну фази в джерелах  $S_1$  і  $S_2$ , але різниця їхніх фаз у точці  $A$  на екрані буде незмінною. Результат інтерференції в цій точці залежатиме від різниці ходів хвиль  $\Delta r = r_2 - r_1$  (рис. 5.2).

Очевидно, в тих точках, для яких

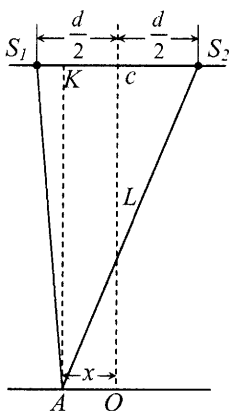


Рис. 5.2

$$\Delta r = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

будуть спостерігатися максимуми освітленості, а в тих, де

$$\Delta r = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} - \quad (3)$$

мінімуми. Припустимо, що когерентні джерела  $S_1$  і  $S_2$  випромінюють монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda$ . Нехай відстань між ними  $d$ , а відстань від джерел до екрана  $L$ , причому  $d \ll L$ . Очевидно, що в точці  $O$  на екрані, рівновіддаленій від  $S_1$  і  $S_2$  буде інтерференційний максимум. Нехай максимум буде в точці  $A$ . Це означає, що виконується умова (2). З  $\Delta AKS_1$  і  $\Delta AKS_2$  маємо:

$$r_1^2 = L^2 + \left(\frac{d}{2} - x\right)^2, \quad r_2^2 = L^2 + \left(\frac{d}{2} + x\right)^2.$$

Отже,

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 - r_1)(r_2 + r_1) = 2xd.$$

За умови  $d \ll L$  можна вважати, що  $r_1 + r_2 = 2L$ . Тоді одержимо:

$$\Delta r = \frac{xd}{L}. \quad (4)$$

Зіставляючи (2) і (4), знайдемо положення максимумів –

$$x = \pm m \frac{L}{d} \lambda, \quad (5)$$

і положення мінімумів –

$$x = \pm (2m + 1) \frac{L}{d} \frac{\lambda}{2}. \quad (6)$$

Максимуми і мінімуми спостерігаються на екрані у вигляді світлих і темних смуг, паралельних одна одній, що знаходяться на відстанях

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda. \quad (7)$$

Співвідношення (7) використовується для визначення довжини хвилі світла  $\lambda$ .

В білому світлі інтерференційна картина на екрані буде такою: центральний білий максимум, а далі симетрично розмістяться інтерференційні спектри I, II і т. д. порядків, при чому максимуми довших хвиль, як випливає з формули (6), будуть зміщені далі від центра.

## §2. Інтерференція в тонких плівках

Прикладом інтерференції світла, що спостерігається в природних умовах, може служити райдужне забарвлення тонких плівок нафти, масла на поверхні води, мильних бульбашок, плівок окислів на поверхні загартованих металевих виробів тощо. Утворення частково когерентних хвиль відбувається внаслідок відбивання світла, що падає на плівку, від її верхньої і нижньої поверхонь. Результат інтерференції залежить від зсуву фаз, що виникає в інтерферуючих хвилях в залежності від їх оптичної різниці ходу.

Оптичною довжиною шляху  $s$  світла називається добуток геометричної довжини шляху  $l$ , пройденого світлом в середовищі, на показник заломлення середовища  $n$ :  $s = nl$ .

Оптичною різницею ходу двох хвиль називається різниця

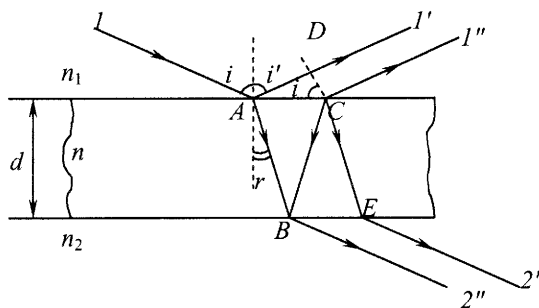


Рис. 5.3

оптичних довжин шляху цих хвиль:  $\Delta s = s_2 - s_1$ .

Нехай на плоско паралельну однорідну ізотропну прозору для світла плівку товщиною  $d$  (рис. 5.3) падає під кутом  $i$  плоска монохроматична хвиля 1. За рахунок відбивання світла від верхньої і нижньої поверхні плівки в напрямку відбитих променів  $1'$  і  $1''$  поширюються два промені, оптична різниця ходу яких

$$\Delta s = n(AB + BC) - n_1\left(AD + \frac{\lambda}{2}\right).$$

Тут  $\frac{\lambda}{2}$  враховує зсув фази на  $\pi$  при відбиванні в точці  $A$  на межі з гущішим середовищем.

З рис. 5.3 маємо:

$$\begin{cases} AB = BC = \frac{d}{\cos r}, \\ AD = AC \sin i, \\ AC = 2d \operatorname{tg} r, \\ \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n}{n_1}. \end{cases} \Rightarrow \Delta s = 2dn \cos r - \frac{\lambda_0}{2}, \quad (1)$$

де  $\lambda_0 = n_1 \lambda_1$  – довжина хвилі у вакуумі,  $\lambda_1$  – довжина хвилі у середовищі з показником заломлення  $n_1$ .

Умова для інтерференційного максимуму у відбитому світлі:

$$\Delta s = 2m \frac{\lambda_0}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Тобто

$$2d n \cos r - \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2}, \text{ або } 2d n \cos r = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}. \quad (3)$$

Умова інтерференційного мінімуму:

$$2d n \cos r = m \lambda_0. \quad (4)$$

У світлі, яке проходить крізь плівку, умовою максимуму буде (4), а мінімуму – (3), тому що промені відбиваються на границі з менш густим середовищем (точки  $B$  і  $E$ ), і додаткового зсуву фаз нема.

Заслуговує уваги випадок, коли під плівкою буде більш густе середовище. Тоді при відбиванні в точці  $B$  теж матиме місце зсув фази на  $\pi$ . Умовою мінімуму у відбитому світлі тепер буде співвідношення (3). При куті падіння  $i = 0$  кут заломлення  $r = 0$  і для  $m = 0$  одержимо  $2dn = \frac{\lambda_0}{2}$ . Так що при товщині плівки  $d = \frac{\lambda_0}{4n}$  буде мінімум інтерференції, тобто від такої плівки світло практично не відбивається і проходить в оптично густіше середовище під плівкою. Це явище використовують в техніці для *просвітлення оптики*: щоб усунути відбивання світла в оптичних приладах, що погіршує чіткість зображення, поверхню лінз покривають прозорою плівкою товщиною  $\frac{\lambda_0}{4n}$  з речовини, яка має дещо менший показник заломлення ніж скло лінзи.

Коли товщина плівки  $d$  і кут падіння  $i$  скрізь однакові, то в усіх точках на поверхні плівки може реалізуватись максимум інтерференції світла для певної довжини хвилі  $\lambda$ . Таким чином, при освітленні плівки білим світлом вона буде забарвлена у відповідний колір.



Можливі випадки, коли товщина плівки  $d$  скрізь однакова, а кут падіння в різних її точках різний (наприклад, при освітленні плівки точковим джерелом світла). Тоді максимум для хвиль довжиною  $\lambda_1$  буде виникати в місцях з відповідним умові (3) кутом падіння  $i_1$ , для хвиль  $\lambda_2$  – з кутом падіння  $i_2$  і т. д. В результаті на плівці утворюються кольорові смуги, які називаються *смугами однакового нахилу*.

Коли кут падіння скрізь однаковий, а товщина плівки різна, тоді максимум інтерференції для хвилі  $\lambda_1$  буде там, де її товщина  $d_1$ , хвилі  $\lambda_2$  там, де товщина  $d_2$  і т. д. На поверхні плівки виникнуть кольорові смуги, які називаються *смугами однакової товщини*. Так, коли світло інтерферує в тонкому прозорому клині з малим кутом  $\alpha$  при вершині, то смуги однакової товщини будуть паралельними ребру клина.

Смуги однакової товщини, що мають форму концентричних кілець і називаються *кільцями Ньютона*, спостерігаються при інтерференції світла в тонкому повітряному проміжку між плоскою скляною пластинкою  $A$  і щільно притиснутою до неї плоско опуклою лінзою  $L$  (рис. 5.4). Світло падає перпендикулярно до плоскої поверхні лінзи. Центри кілець Ньютона збігаються з точкою стикування випуклої поверхні лінзи з пластинкою (точка  $O$ ).

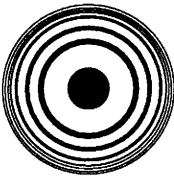
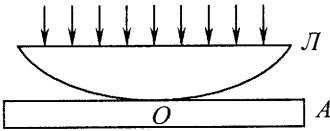


Рис. 5.4

На відстані  $r$  від точки  $O$  оптична різниця ходу хвиль, відбитих від верхньої і нижньої поверхонь повітряного проміжку, дорівнює

$$\Delta s = n \frac{r^2}{R} - \frac{\lambda_0}{2}, \quad (5)$$

де  $R$  – радіус кривизни опуклої поверхні лінзи,  $n$  – показник заломлення середовища між лінзою і

пластинкою. Для повітря  $n \approx 1$ .

У відбитому монохроматичному світлі радіуси темних і світлих кілець дорівнюють:

$$r_{\text{тем}} = \sqrt{mR\lambda_0}; r_{\text{св}} = \sqrt{(2m+1)\frac{R\lambda_0}{2}}, \quad (6)$$

де  $m = 0, 1, 2, \dots$ . В центрі інтерференційної картини знаходиться темна пляма. Якщо на лінзу падає біле світло, то темна пляма в центрі буде оточена різнокольоровими кільцями, які відповідають інтерфе-

ренційним максимумам відбивання світла з різними  $\lambda_0$ .

Явище інтерференції використовується для визначення довжини хвилі світла, показника заломлення речовини, точних вимірювань довжини, для контролю якості обробки поверхні тощо. В цих цілях, зокрема, використовуються прилади, які називаються *інтерферометрами*.

### Завдання для самостійної роботи №5.2.

1. Способи одержання когерентних джерел світла.
2. Інтерферометри і їх використання.
3. Довести, що оптична різниця ходу в установці по одержанню

кілець Ньютона визначається формулою 
$$\Delta s = n \frac{r^2}{R} - \frac{\lambda_0}{2}$$
.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2. - К.: - Либідь, 2001.- С. 18–21; 25–27.

### §3. Дифракція світла. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Пояснення закону прямолінійного поширення світла

Процес поширення хвиль можна пояснити за допомогою принципу Гюйгенса. На його основі можна довести закони відбивання і заломлення світла на границі поділу двох середовищ. Але принцип Гюйгенса є недостатнім для розрахунку закономірностей поширення світлових хвиль, зокрема закону прямолінійного поширення світла в однорідному середовищі, а також сукупності явищ, які обумовлені хвильовою природою світла і спостерігаються при його поширенні в середовищі з різко вираженою оптичною неоднорідністю (наприклад, при проходженні через отвори в екранах, поблизу країв непрозорих тіл і т. п.). Такі явища мають назву *дифракції світла*.

У вужчому розумінні *дифракцією світла* називають *обгинання світлом перешкод*, тобто відхилення від законів геометричної оптики.

Наближений метод, який дає можливість пояснити ці явища, називається *принципом Гюйгенса-Френеля*. Френель доповнив принцип Гюйгенса поняттям про інтерференцію вторинних хвиль. Він ґрунтується на таких положеннях:

а) при розрахунку амплітуди коливань світлової хвилі, що випромінюється джерелом  $S_0$  (рис. 5.5), в довільній точці  $M$  джерело  $S_0$  можна замінити еквівалентною йому системою вторинних джерел, що знаходяться на одній із хвильових поверхонь  $S$ ;

б) вторинні джерела когерентні джерелу  $S_0$  і між собою,

причому фази коливань всіх вторинних джерел однакові;

в) амплітуда  $A$  коливань в точці  $M$ , що збуджуються вторинними джерелами, є результуючою амплітуд вторинних хвиль, що приходять в цю точку;

г) якщо частина поверхні  $S$  закрита непрозорими екранами, то відповідні вторинні джерела не випромінюють.

За допомогою принципу Гюйгенса-Френеля можна обґрунтувати закон прямолінійного поширення світла в однорідному середовищі. Нехай  $S_0$  – точкове джерело монохроматичного світла

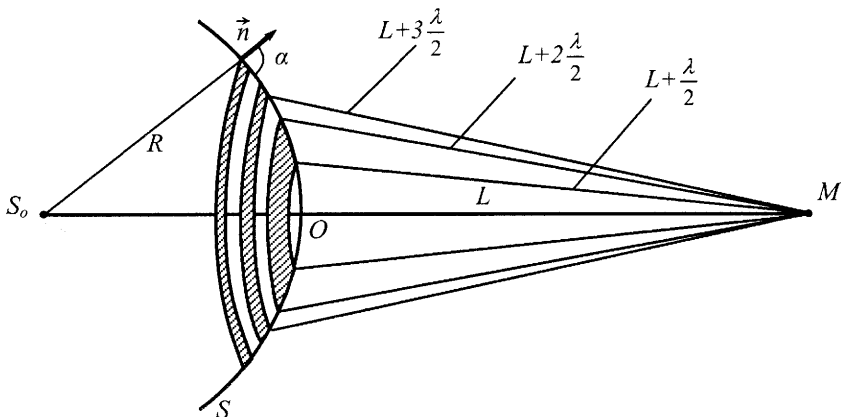


Рис. 5.5

(рис. 5.5), а  $M$  – точка спостереження. Хвильова поверхня  $S$  сферична, радіус її  $R$  виберемо так, щоб відстань  $L$  від точки  $M$  до сфери ( $L = OM$ ) була порядку  $R$ . Розіб'ємо поверхню  $S$  на кільцеві ділянки – зони Френеля, як показано на рис. 5.5 ( $\lambda$  – довжина хвилі). Коливання, які збуджуються в точці  $M$  двома сусідніми зонами, протилежні за фазою, бо різниця ходу від відповідних точок цих зон до даної точки дорівнює  $\frac{\lambda}{2}$ . Отже, амплітуда результуючих коливань в ній дорівнює:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (1)$$

де  $A_i$  – амплітуда коливань, які збуджуються в точці  $M$  вторинними джерелами, що знаходяться в межах  $i$ -ї зони ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ).

При  $i \ll \frac{L}{\lambda}$  площі всіх зон однакові,

$$\sigma_i = \frac{\pi RL \lambda}{R + L}, \quad (2)$$

і дуже малі. Так при  $R = L = 0,1$  м і  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  м одержимо  $\sigma_i \approx 8 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>. Із збільшенням  $i$  збільшуються відстань від зони до точки  $M$  і кут  $\alpha_i$  між перпендикуляром до поверхні зони і променем, проведеним в цю точку ( $\alpha_i^{\max} = \frac{\pi}{2}$ ). Тому, згідно з принципом Гюйгенса-Френеля,

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_n, \quad (3)$$

$$A_i \approx \frac{A_{i-1} + A_{i+1}}{2}. \quad (4)$$

Таким чином, враховуючи (3) і (4), одержимо, що амплітуда  $A$  коливань в точці  $M$  становить приблизно  $\frac{A_1}{2}$ , тобто результуюча дія всієї відкритої хвильової поверхні дорівнює половині дії першої зони Френеля. З виразу (2) знаходимо, що радіус  $i$ -ї зони Френеля дорівнює

$$r_i = \sqrt{i \frac{RL}{R+L} \lambda}. \quad (5)$$

Для наведених вище даних одержимо  $r_1 \approx 1,6$  мм. Отже, практично можна вважати, що світло від  $S_0$  до  $M$  поширюється так, ніби існує світловий потік тільки в дуже вузькому каналі вздовж прямої  $S_0M$ . Спостерігач бачить замість фронту хвилі тільки вузький пучок світла в напрямку до джерела  $S$ , тобто світло поширюється *прямолінійно*.

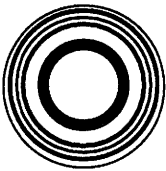


Рис. 5.6

Якщо на шляху монохроматичного світла помістити непрозорий екран, який для спостерігача в точці  $M$  закриває всі зони Френеля, крім першої, то амплітуда в цій точці буде дорівнювати  $A_1$ , а освітленість зросте в чотири рази в порівнянні з освітленістю, яка мала місце у відсутності екрана. Значно більшого підсилення світла можна досягти за допомогою *зонної пластинки* – скляної пластинки, на поверхню якої нанесене непрозоре покриття у вигляді кілець, що закривають тільки парні (або тільки непарні) зони Френеля (рис. 5.6). У цьому випадку  $A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$  (або  $A = A_2 + A_4 + A_6 + \dots$ ). Ще більшу освітленість можна одержати, якщо замість затримання світла на закритих зонах змінити його фазу на протилежну за допомогою плівок з лаку, які

мінняють товщину парних (або непарних) зон на  $\frac{\lambda}{2}$  (метод Вуда).

#### §4. Дифракція Френеля

Дифракцію світла в розбіжних променях на незначних відстанях від джерела світла вивчав Френель і відповідні явища одержали назву дифракції Френеля. Найпростішими прикладами є дифракція на невеликому диску – непрозорому круглому екрані (рис. 5.7) і на круглому отворі (рис. 5.8). При дифракції Френеля на екрані спостерігається дифракційне зображення перешкоди.

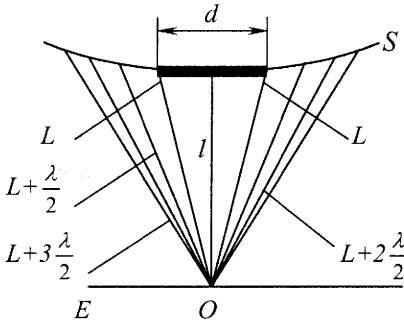


Рис. 5.7

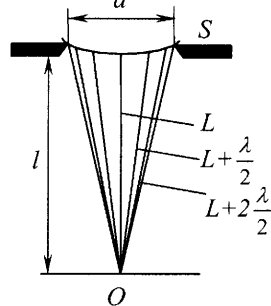


Рис. 5.8

Метод побудови відкритих зон Френеля зрозумілий з рисунків 5.7 і 5.8. Інтерференційна картина на екрані  $E$  у випадку дифракції на диску має вигляд концентричних темних і світлих кілець з центром у точці  $O$ , де завжди знаходиться дифракційний максимум. Амплітуда світла в точці  $O$  –  $A \approx \frac{A_1}{2}$ , де  $A_1$  – амплітуда першої відкритої зони Френеля. При освітленні диска білим світлом в центрі екрана спостерігається біла пляма, оточена системою концентричних кольорових кілець. При збільшенні відношення діаметра диска  $d$  до відстані  $l$  від диска до екрана інтенсивність світлої плями поступово зменшується поки не утвориться суцільна тінь. Отже на малих відстанях від джерела дифракція світла від непрозорого екрана спостерігається тоді, коли розміри екрана становлять декілька довжин хвиль. Дифракція світла від екрана значних розмірів спостерігається при великих відстанях між джерелом світла і спостерігачем. Наприклад, внаслідок дифракції світла на краплинках туману,

навколо джерела світла спостерігаються кольорові кільця.

При дифракції на круглому отворі невеликих розмірів дифракційна картина має вигляд концентричних темних і світлих кілець, або, у випадку дифракції у білому світлі, різнокольорових концентричних кілець. У центрі дифракційної картини буде світла пляма тоді, коли отвір відкриває непарне число зон Френеля, або темна пляма, коли число відкритих зон Френеля парне.

Цей вид дифракції доводиться враховувати в оптичних приладах, бо отвір об'єктива на великих відстанях від предмета зумовлює дифракцію світла.

### §5. Дифракція Фраунгофера

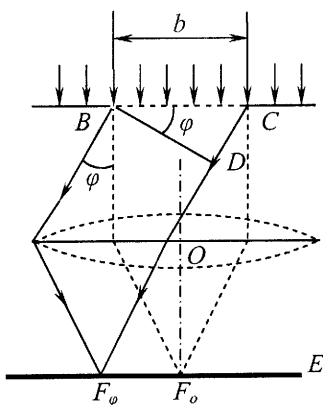


Рис. 5.9

Дифракція Фраунгофера – це дифракція в паралельних променях.

На екрані, який знаходиться у фокальній площині збиральної лінзи, розміщеної на шляху світла, що пройшло крізь перешкоду, спостерігається «дифракційне зображення» віддаленого джерела світла. Розглянемо, наприклад, дифракцію Фраунгофера *на вузькій довгій щілині* в непрозорому екрані (рис. 5.9). Ширина щілини  $BC = b$ , а довжина в напрямку, перпендикулярному площині рисунка,  $l \gg b$ . Нехай світло падає перпендикулярно площині екрана, так що коливання в усіх точках щілини мають однакову фазу. Дифракційна картина спостерігається на екрані  $E$ , розміщеному в фокальній

площині лінзи. Промені, які проходять щілину без відхилення, зберуться в головному фокусі лінзи  $F_o$ . Промені, які відхилилися на кут  $\varphi$  ( $\varphi$  – кут дифракції), зберуться в побічному фокусі  $F_\varphi$ . Результат інтерференції в цій точці залежить від різниці ходу  $CD = b \sin \varphi$  і довжини хвилі  $\lambda$ . Для спрощення розрахунків, щілину можна розбити на смуги шириною  $\frac{\lambda}{2}$ , паралельні ребру  $B$ . Для цього  $CD$  ділять на відрізки довжиною  $\frac{\lambda}{2}$  і через точки поділу проводять площини,

паралельні фронту  $BD$ . В залежності від числа відрізків, на які ділиться  $CD$ , одержимо парне чи непарне число зон Френеля. Коливання, які збуджуються в точці  $F_\varphi$  двома сусідніми зонами, протилежні за фазою. Тому, якщо число зон парне, тобто

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (1)$$

одержимо *дифракційний мінімум*, якщо непарне –

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots), \quad (2)$$

*дифракційний максимум*.

Якщо на щілину падає біле світло, то центральний максимум ( $F_0$ ) – білий, всі інші смуги кольорові, бо різним  $\lambda$  відповідають різні кути дифракції  $\varphi$ .

При зменшенні ширини щілини  $b$  ширина центрального максимуму збільшується і при  $b \leq \lambda$  освітленість екрана монотонно зменшується від середини ( $F_0$ ) до країв. Якщо  $b \gg \lambda$ , на екрані спостерігається яскраве і чітке зображення джерела світла, яке утворюється лінзою за законами геометричної оптики.

Система з великого числа  $N$  однакових за шириною  $b$  і паралельних одна одній щілин на екрані, розділених однаковими за шириною  $a$  непрозорими проміжками, називається *дифракційною ґраткою* (рис. 5.10,  $b = BC$ ,  $a = CD$ ). Величина  $d = a + b$  називається *постійною*, або *періодом дифракційної ґратки*.

При розрахунку дифракційної картини на екрані  $E$ , що знаходиться в фокальній площині лінзи, слід враховувати інтерференцію вторинних хвиль як від різних ділянок однієї щілини, так і від різних щілин ґратки.

Головні мінімуми спостерігаються при кутах дифракції  $\varphi$ , які відповідають мінімумам при дифракції на одній щілині (формула (1)).

Головним максимумам відповідає умова максимуму інтерференції світлових пучків, що проходять крізь сусідні щілини (різниця ходу відповідних променів  $KD = d \sin \varphi$ ):

$$d \sin \varphi = \pm n \lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (3)$$

Між кожними двома сусідніми

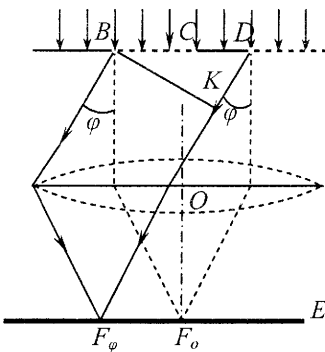


Рис. 5.10

головними максимумами знаходяться  $N - 1$  додаткових мінімумів.

У монохроматичному світлі дифракційна картина на екрані  $E$  має при великих  $N$  вигляд яскравих головних максимумів, розділених практично темними широкими проміжками. При освітленні ґратки білим світлом на екрані спостерігається білий центральний максимум, а по обидва боки від нього *дифракційні спектри* 1-го, 2-го і т. д. порядків, в яких спостерігається неперервний перехід від фіолетового до червоного кольорів у напрямку від центрального максимуму.

Дифракційна ґратка використовується як *спектральний прилад*. Найчастіше для її виготовлення беруть відкалібровану скляну пластинку і за допомогою ділильної машини на її поверхні наносять ряд рівновіддалених штрихів. На 1 мм наносяться від 100 до 11000 штрихів. Наприклад, щоб роздільно зображати дві близькі лінії натрію у спектрі першого порядку ( $\lambda_1 = 589,62$  нм,  $\lambda_2 = 589,02$  нм), потрібна ґратка з числом штрихів  $N > 1000$ .

*Кутовою дисперсією* дифракційної ґратки називається величина  $D$ , яка визначає кутову відстань між двома спектральними лініями:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}. \quad (4)$$

Її можна знайти, продиференціювавши рівняння (3):

$$D = \frac{n}{d \cos \varphi}. \quad (5)$$

*Просторовою дифракційною ґраткою* називається оптичне середовище з неоднорідностями, які періодично повторюються в трьох взаємно перпендикулярних напрямках. Прикладом такої ґратки може служити кристалічна ґратка твердого тіла. Періоди кристалічних ґраток твердих тіл ( $d \sim 0,1$  нм) значно менші довжин хвиль видимого світла. Тому кристали для видимого світла є оптично однорідними. В той же час для рентгенівського проміння кристали є

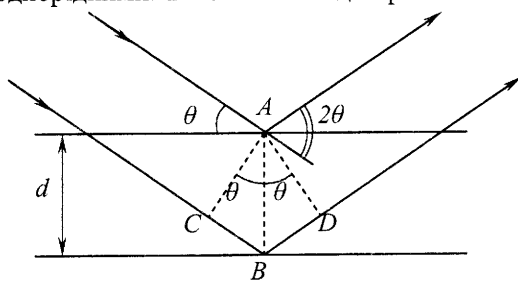


Рис. 5.11

природними дифракційними ґратками. Дифракцію рентгенівських променів на кристалах можна розглядати як результат інтерференції рентгенівського випромінювання, що зазнає відбивання від системи паралельних площин, які проходять через вузли кристалу і



називаються *атомними площинами* (рис. 5.11).

Різниця ходу променів, відбитих від двох сусідніх атомних площин,

$$\Delta s = BC + BD = 2d \sin \Theta.$$

Тут  $d$  – міжплощинна відстань;  $\Theta$  – кут ковзання. Відбивання спостерігається лише в тих напрямках, які задовольняють умову дифракційних максимумів – умову Вульфа-Бреггів:

$$2d \sin \Theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (6)$$

На явищі дифракції рентгенівського випромінювання ґрунтується метод *рентгеноструктурного аналізу*. Дифракційна картина, зафіксована на фотоплівці, називається *рентгенограмою*. Рентгенограма, одержана на монокристалі (*лауеграма*), має вигляд дискретних дифракційних плям. Рентгенограма, одержана на полікристалах (*дебасграма*), має вигляд концентричних дифракційних кілець.

### Завдання для самостійної роботи № 5.3.

1. Обчислити площу і радіус  $i$ -ї зони Френеля.

Вказівка: використати формулу для площі сферичного сегмента.

2. Роздільна здатність і дисперсія дифракційної ґратки.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики.– Кн.2.– К.: Либідь, 2001.– С. 35–36.

### §6. Природне і поляризоване світло

Природні джерела містять величезну кількість випромінювачів (атомів або молекул). Тому їхнє випромінювання є сукупністю електромагнітних хвиль, в яких вектори електричних (і магнітних) напруженостей розміщуються в усіх можливих напрямках, перпендикулярних до променя (рис. 5.12 *а*). Світло називається *частково поляризованим*, якщо в ньому існує переважний напрям коливань вектора  $\vec{E}$  (рис. 5.12 *б*). Світло, в якому електричні коливання відбуваються тільки в одній площині, називається *плоскополяризованим* (рис. 5.12 *в*).

Світлові коливання природного променя завжди можна розкласти на коливання в двох взаємно перпендикулярних напрямках. Тому природний промінь можна зобразити двома напрямками коливань: перпендикулярним до площини рисунка (крапками) і в площині рисунка (рисками). Відповідно частково поляризоване світло – неоднаковою кількістю крапок і рисок, а плоскополяризоване – самими крапками (або рисками).

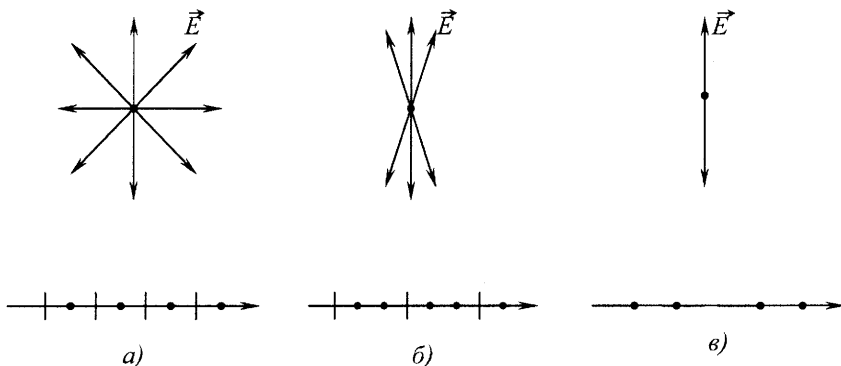


Рис. 5.12

Площина, в якій відбуваються коливання вектора  $\vec{E}$ , називається *площиною поляризації* (площина коливань, згідно з попередньо прийнятою термінологією). У природного світла площин поляризації безліч, у плоскополяризованого – одна.

### §7. Методи одержання поляризованого світла. Закон Брюстера. Закон Малюса

*Поляризація світла* – це виділення плоскополяризованого світла з природного або частково поляризованого.

Поляризоване світло можна одержати при відбиванні і заломленні або при проходженні світла крізь анізотропні середовища.

*а) Поляризація світла при відбиванні і заломленні.*

Нехай природний промінь  $SO$  падає на поверхню прозорого ізотропного діелектрика (рис. 5.13). Досліди показують, що відбитий і заломлений промені стають частково поляризованими. Для кожного діелектрика існує такий кут падіння  $i_B$ , при якому відбите світло є повністю поляризованим. Заломлене світло при цьому поляризоване частково, але максимально можливо. Величина цього кута визначається *законом Брюстера*

$$\operatorname{tg} i_B = n, \quad (1)$$

де  $n$  – відносний показник залом-

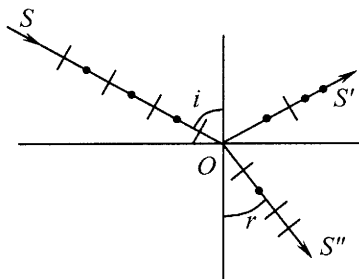


Рис. 5.13

лення діелектрика. Зіставивши закон Брюстера (1) і закон заломлення світла  $\frac{\sin i_B}{\sin r_B} = n$ , одержимо  $\cos i_B = \sin r_B$ , тобто  $i_B + r_B = \frac{\pi}{2}$ . Отже, при повній поляризації відбитого пучка світла відбитий і заломлений промені взаємно перпендикулярні. Щоб заломлений пучок світла мав великий ступінь поляризації, природне світло направляють під кутом повної поляризації не на одну, а на стопу плоско паралельних пластинок (*стона Столетова*).

б) Поляризованим є *розсіяне світло*. Воно виникає при проходженні світла через мутне середовище (туман, повітря, колоїдний розчин, в якому є завислі частинки, лінійні розміри яких менші за довжину світлової хвилі).

Інтенсивність розсіяного світла за *законом Релея* пропорційна частоті в четвертому степені:

$$I \sim \nu^4. \quad (2)$$

Тому при проходженні білого світла через мутне середовище розсіяне світло має голубий відтінок, а те світло, яке проходить через мутне середовище, стає червонуватим. Цим пояснюється блакитний колір неба, а також червоний колір Сонця при сході та заході.

в) *Подвійне променезаломлення. Полярійди. Поляризаційні призми.*

В анізотропних середовищах (кристалах) спостерігається явище *подвійного променезаломлення*, яке полягає у тому, що промінь світла, який падає на поверхню кристала, роздвоюється в ньому на два заломлених промені. На рис. 5.14 показано подвійне променезаломлення в кристалі ісландського шпату ( $\text{CaCO}_3$ ).

*Оптичною віссю* кристала називається *напрямок*, вздовж якого світло поширюється, не зазнаючи подвійного променезаломлення. Кристали бувають *одновісними* або *двовісними*. *Ісландський шпат* –

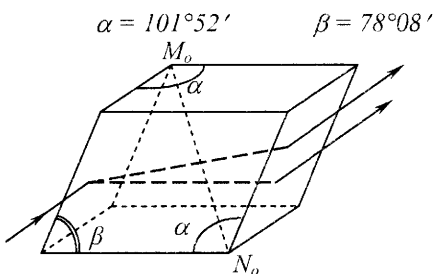


Рис. 5.14

одновісний, оптична вісь співпадає з напрямком діагоналі  $MN$ .

*Головною площиною* одновісного кристала для будь-якого променя називається площина, яка проходить через цей промінь і оптичну вісь.

В одновісному кристалі один із променів, які утворю-

ються при подвійному променезаломленні, задовольняє закони заломлення світла, тому його називають *звичайним* променем (*o*). Другий промінь називають *незвичайним* (*e*), він не задовольняє закони заломлення світла. Наприклад, навіть падаючи перпендикулярно до грані пластинки, вирізаної з одновісного кристала, незвичайний промінь заломлюється (рис. 5.15). Кут його заломлення  $r_e$  залежить від того, як орієнтована поверхня пластинки по відношенню до оптичної осі кристала. Цей кут дорівнює нулю лише, коли промінь поширюється вздовж або перпендикулярно до оптичної осі. Звичайний і незвичайний промені плоскополяризовані. У звичайному промені вектор  $\vec{E}$  перпендикулярний головній площині, в незвичайному – лежить в головній площині кристала.

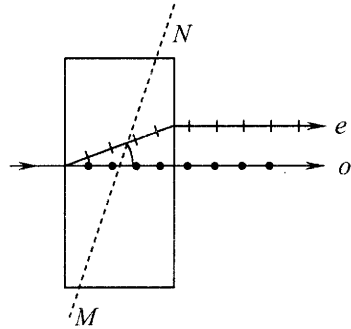


Рис. 5.15

Для більшості прозорих одновісних кристалів яскравості звичайного і незвичайного променів однакові. Але є такі кристали, в яких один із поляризованих променів вбирається сильніше, ніж другий. Таке явище має назву *дихроїзму*. Наприклад, пластинка *турмаліну* завтовшки 1 мм практично пропускає тільки незвичайний промінь. Ще яскравіше дихроїзм виражений в кристалах *геранітуму*.

На основі явища дихроїзму виготовляють тонкі поляризаційні плівки, які називаються *поляроїдами*. Поляроїди широко використовуються в техніці, в медицині.

З ісландського шпату виготовляють *поляризаційні призми* – *призма Ніколя*, *призма Глюона-Томсона*. Хід променів в призмі Глюона-Томсона показаний на рис. 5.16.

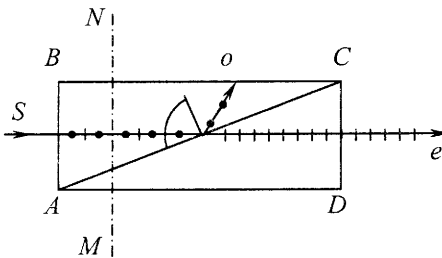


Рис. 5.16

Призма виготовлена так, що її торцеві грані *AB* і *CD* паралельні оптичній осі *MN*. Вона розрізана по діагональній площині *AC* і склеєна по цій поверхні *канадським бальзамом*. Показники заломлення звичайного променя  $n_o = 1,658$ , незвичайного  $n_e = 1,486$ , канадського бальзаму

$n_o = 1,550$ , тобто  $n_o > n_e > n_o$ .

Світло падає перпендикулярно до грані  $AB$ . Звичайний і незвичайний промені поширюються в призмі не заломлюючись аж до шару  $AC$ , де звичайний промінь зазнає повного внутрішнього відбивання і поглинається на зачорненій грані  $BC$ , а незвичайний проходить через всю призму практично не заломлюючись.

Поляризаційні призми використовують для фізичних досліджень, у поляризаційних мікроскопах для мінералогічних досліджень, у цукрометрах, за допомогою яких визначають концентрацію цукру в сиропях тощо.

Механізм поляризації світла можна пояснити, враховуючи взаємодію електричного поля світлової хвилі з зарядженими частинками речовини. Наприклад, при проходженні світла крізь кристал заряджені частинки кристалічної ґратки під дією змінної електричної сили зазнають зміщень, створюючи змінний поляризаційний струм. Світлова енергія перетворюється в енергію поляризаційного струму, а остання – в енергію теплового руху частинок. Внаслідок анізотропії кристала сила поляризаційного струму в різних напрямках різна. Тому з усіх електричних коливань у природному промені найменшого поглинання зазнаватимуть ті коливання, що відбуваються у напрямку мінімуму поляризаційного струму. Світлу, яке проходить крізь кристал, відповідають коливання, які відбуваються переважно в одній площині (або у двох взаємно перпендикулярних площинах при подвійному променезаломленні). Ця площина має назву *площини пропускання*.

Відрізати поляризоване світло від природного можна за допомогою приладів, які називаються *аналізаторами*. Аналізатором може бути будь-який поляризатор. Його розміщують по ходу променя за поляризатором.

Нехай на аналізатор  $A$  падає повністю поляризований промінь з коливаннями вектора  $\vec{E}$ , що відбуваються в площині  $PP$  (промінь перпендикулярний площині рисунка 5.17). Аналізатор пропускає тільки ті коливання, які відбуваються в площині  $AA$ . Очевидно, що при амплітуді коливань  $\vec{E}_0$  у поляризованій хвилі, амплітуда коливань, які проходять крізь аналізатор,  $\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \cos \varphi$ . Оскільки енергія коливань пропорційна квадрату амплітуди, то співвідношення між інтенсивністю  $I_0$  світлового

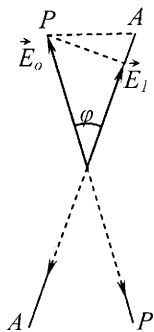


Рис. 5.17

пучка, що падає на аналізатор, і інтенсивністю  $I$  пучка, який пройшов аналізатор, буде таким:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi. \quad (2)$$

Співвідношення (2) виражає закон Малюса: *інтенсивність світла, що проходить крізь аналізатор, пропорційна квадрату косинуса кута між площинами пропускання поляризатора і аналізатора.*

Поляризатор і аналізатор називаються *схрещеними*, якщо їхні площини пропускання взаємно перпендикулярні.

Використання схрещених поляроїдів у автотранспорті може захистити водіїв від осліплення фарами зустрічних автомашин. Для цього вітрове скло і скло фар досить покрити поляроїдними плівками, у яких площини пропускання паралельні і зорієнтовані під кутом  $45^\circ$  до горизонту. Коли машини йдуть назустріч одна одній, то їхні поляроїди схрещуються.

Схрещені поляроїди використовуються також в медицині при лікуванні косоокості дітей.

### §8. Повертання площини поляризації

Деякі речовини, які називаються *оптично активними*, мають властивість обертати площину поляризації навколо напрямку променя. Такими є, наприклад, скипидар, кіновар, розчин цукру у воді та ін. Речовини, які обертають площину поляризації за годинниковою стрілкою, називаються *правообертаючими*, а ті, які повертають площину проти годинникової стрілки – *лівообертаючими*.

Оптична активність може обумовлюватись як будовою самих молекул речовини – їх асиметричністю, так і особливостями розміщення частинок в кристалічній ґратці.

Кут обертання площини поляризації поляризованого світла пропорційний товщині шару  $d$  оптично активної речовини, крізь яку проходить світло:

$$\varphi = \alpha d. \quad (1)$$

Для розчину, крім того, цей кут пропорційний концентрації  $c$ :

$$\varphi = \alpha c d. \quad (2)$$

Тут  $\alpha$  – *питоме обертання*, що характеризує обертальну здатність речовини при різних температурах і довжинах хвиль. В розчинах питоме обертання дорівнює куту, на який обертає площину поляризації шар розчину товщиною 1 дм при концентрації 1 г/см<sup>3</sup>. Питоме обертання при постійній температурі обернено пропорційне

квадрату довжини хвилі.

Явище обертання площини поляризації використовується в приладах, призначених для визначення концентрації оптично активних розчинів – *поляриметрах* і *цукрометрах*.

Оптично неактивне середовище набуває здатності обертати площину поляризації під дією зовнішнього магнітного поля. Кут обертання  $\varphi$  пропорційний величині вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  і довжині ходу променя  $l$ :

$$\varphi = rBl, \quad (3)$$

де  $r$  – *постійна Верде*, що характеризує речовину. Це явище має назву *ефекту Фарадея* і спостерігається при проходженні світла вздовж ліній магнітної індукції. Воно зумовлюється виникненням асиметрії оптичних властивостей речовини при наявності магнітного поля.

### Завдання для самостійної роботи № 5.4.

1. Будова, принцип дії та застосування поляриметрів і цукрометрів.

2. Штучна анізотропія.

**Література:** Бушок Г. Ф., Венгер С. Ф. Курс фізики. Кн.2. - К.: Либідь, 2001. - С. 72–74.

### §9. Дисперсія світла. Зв'язок аномальної дисперсії з поглинанням світла

*Дисперсією світла* називається залежність показника заломлення середовища від частоти (або довжини хвилі) світла. Це означає, що хвилі різної частоти поширюються в даному середовищі з різними швидкостями  $v = c/n$ . Цю залежність вперше виявив Ньютон (1666 р.). Він пропустив біле світло крізь скляну призму і на екрані за призмою спостерігав райдужну смужку (рис. 5.18), яка називається

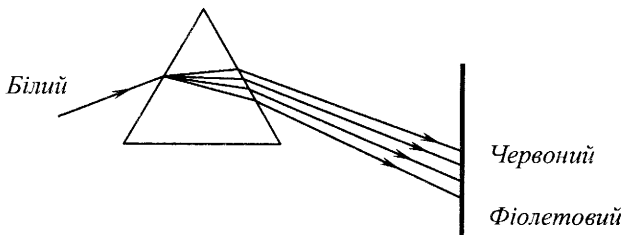


Рис. 5.18

дисперсійним спектром.

У речовинах, прозорих для світла, спостерігається *нормальна дисперсія*, коли показник заломлення зростає з ростом частоти ( $\frac{dn}{d\omega} > 0$ ). Наприклад, скло прозоре для видимого світла. Отже, Ньютон спостерігав нормальну дисперсію.

Дисперсія світла називається *аномальною*, якщо з ростом частоти показник заломлення зменшується ( $\frac{dn}{d\omega} < 0$ ). Аномальна дисперсія має місце в областях частот, які відповідають смугам інтенсивного поглинання світла. Вперше аномальну дисперсію спостерігав Рождественський за допомогою призми, заповненої парою йоду.

Теорію дисперсії на основі класичної електронної теорії розробив Лоренц (кінець XIX початок XX ст.). Суть її зводиться до врахування впливу на середовище вимушених коливань електронів, що збуджуються електричним полем світлових хвиль. Оскільки електрони заповнених внутрішніх оболонок в атомах практично не збуджуються, мова йтиме про зовнішні, так звані *оптичні* електрони. Для спрощення розрахунків припустимо, що середовище однорідне і що воно складається з одновалентних атомів, тобто, що в атомі є один оптичний електрон. Запишемо для нього рівняння вимушених коливань:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + 2\beta\frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_o^2\vec{r} = -\frac{e\vec{E}}{m}, \quad (1)$$

де  $\vec{r}$  – зміщення електрона з положення рівноваги,  $\beta$  – коефіцієнт згасання коливань електрона,  $\omega_o$  – циклічна частота його незгасаючих коливань,  $e$  і  $m$  – заряд і маса електрона,  $\vec{E} = \vec{E}_o \cos \omega t$  – напруженість електричного поля світлової хвилі,  $\vec{E}_o$  – її амплітуда,  $\omega$  – циклічна частота.

Розв'язуючи рівняння (1), одержимо:

(2)

де

$$\vec{A} = -\frac{e\vec{E}_o}{m\sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad (3)$$

$$\operatorname{tg}\varphi_o = -\frac{2\beta\omega}{\omega_o^2 - \omega^2}. \quad (4)$$



Вектор поляризації середовища

$$\vec{P}_e = -en_o\vec{r}, \quad (5)$$

де  $n_o$  – концентрація атомів середовища. З другого боку

$$\vec{P}_e = \epsilon_o\chi_e\vec{E}, \quad (6)$$

де  $\epsilon_o$  – електрична стала,  $\chi_e$  – діелектрична сприйнятливість. Зі співвідношень (5) і (6) знайдемо:

$$\chi_e = \frac{n_o e^2}{\epsilon_o m \sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (7)$$

Відносна діелектрична проникність  $\epsilon = 1 + \chi_e$ , а показник заломлення середовища

$$n = \sqrt{\epsilon} = \sqrt{1 + \chi_e}.$$

Або

$$n^2 = 1 + \frac{n_o e^2}{\epsilon_o m \sqrt{(\omega_o^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}. \quad (8)$$

Графік залежності  $n(\omega)$ , що відповідає формулі (8), представлений на рис. 5.19. Як бачимо, при  $\omega \rightarrow \omega_o$  має місце нормальна дисперсія –  $n(\omega)$  зростає; при  $\omega \approx \omega_o$  – область аномальної дисперсії –  $n(\omega)$  зменшується. Після переходу цієї області показник заломлення знову зростає. Важливо зауважити, що при  $n < 1$  групова швидкість світла більша швидкості світла у вакуумі. Але, оскільки в області аномальної дисперсії вона не співпадає зі швидкістю поширення сигналу, це не суперечить теорії відносності.

Якщо середовище складається з різних атомів (вони можуть входити до складу молекул), то, очевидно, буде декілька частот власних незгасаючих коливань. У цьому випадку залежність  $n(\omega)$  буде складнішою (рис. 5.20).

Як було зауважено, аномальна дисперсія спостерігається при частотах, близьких до частот власних коливань електрона в атомі. При цих частотах спостерігається інтенсивне (резонансне) поглинання світла середовищем. Явище поглинання світла описується законом

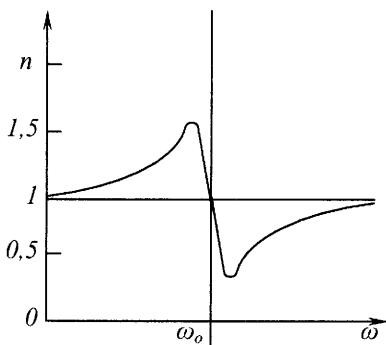


Рис. 5.19

Бугера:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (9)$$

де  $I_0$  та  $I$  – значення інтенсивності світла на вході та виході з шару середовища товщиною  $x$ ,  $\alpha$  – показник поглинання середовища, який залежить від хімічної природи і стану середовища, також від частоти електро-

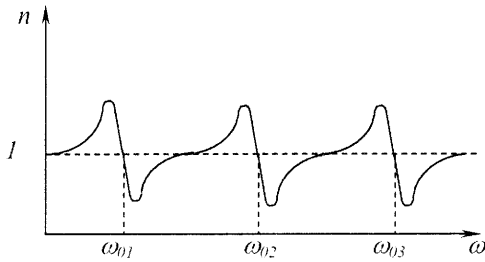


Рис. 5.20

магнітної хвилі. В області поглинання  $\alpha(\omega)$  різко зростає. Наприклад, у звичайного скла смуги резонансного поглинання світла знаходяться в інфрачервоній та ультрафіолетовій частинах спектру.

## КВАНТОВА ОПТИКА

### §10. Теплове випромінювання. Закон Кірхгофа

Усі нагріті тіла випромінюють електромагнітні хвилі: слабше нагріті є джерелами інфрачервоного випромінювання, сильніше нагріті – видимого і ультрафіолетового.

Електромагнітне випромінювання, яке виникає за рахунок внутрішньої енергії речовини, називається *тепловим випромінюванням*. Воно залежить тільки від температури і оптичних властивостей випромінювача. Якщо витрати електромагнітної енергії тіла на теплове випромінювання не поповнюються, то тіло охолоджується, а теплове випромінювання поступово згасає. В адиабатно замкнутій системі настає *термодинамічна рівновага*, при якій витрати енергії одного тіла компенсуються поглинанням такої ж енергії, що падає на нього внаслідок випромінювання інших тіл системи. Випромінювання в цьому випадку називається *рівноважним*.

*Енергетичною світністю*, або *інтегральною випромінювальною здатністю тіла*,  $E(T)$  називається фізична величина, яка чисельно дорівнює енергії електромагнітних хвиль всіх можливих частот (від 0 до  $\infty$ ), яка випромінюється за одиницю часу з одиниці площі поверхні тіла при даній температурі:

$$E(T) = \frac{\Delta W}{\Delta t \Delta S}. \quad (1)$$

Як бачимо з формули (1), енергетична світність вимірюється у

ватах на квадратний метр:  $[E] = 1 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ .

*Спектральною випромінювальною здатністю* тіла  $e(\nu, T)$  називається енергетична світність, розрахована на діапазон частот від  $\nu$  до  $d\nu$ :

$$e(\nu, T) = \frac{dE}{d\nu}. \quad (2)$$

Очевидно

$$E(T) = \int_0^{\infty} e(\nu, T) d\nu. \quad (3)$$

*Спектральною поглинальною здатністю* тіла  $a(\nu, T)$  називається фізична величина, що дорівнює відношенню енергії електромагнітних хвиль, з частотами від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , яка поглинається тілом, до енергії, яка падає на поверхню тіла в цьому ж діапазоні частот:

$$a(\nu, T) = \frac{dW_{\text{погл.}}}{dW_{\text{над.}}} \quad (4)$$

Спектральна поглинальна здатність тіла залежить, крім частоти і температури, від хімічного складу і стану поверхні тіла.

Аналогічно спектральна відбивна здатність дорівнює:

$$r(\nu, T) = \frac{dW_{\text{відб.}}}{dW_{\text{над.}}}, \quad (5)$$

*а спектральна пропускарна здатність* –

$$D(\nu, T) = \frac{dW_{\text{проп.}}}{dW_{\text{над.}}}. \quad (6)$$

Спектральна пропускарна здатність характеризує прозорість тіла і залежить від його товщини. При досить великій товщині практично всі тіла непрозорі. Зрозуміло, що

$$a(\nu, T) + r(\nu, T) + D(\nu, T) = 1. \quad (7)$$

*Абсолютно чорним* тілом називається таке тіло, яке повністю поглинає падаюче на нього випромінювання:  $a^*(\nu, T) = 1$ . Абсолютно чорних тіл в природі немає. З найбільшим наближенням абсолютно чорними можна вважати сажу, платинову чернь, чорний оксамит, для яких у діапазоні частот видимого світла  $a(\nu, T) \approx 0,97$ .

Проте можна виготовити модель абсолютно чорного тіла. Це невеликий отвір в закритій з усіх боків непрозорими стінками камері (рис. 5.21).

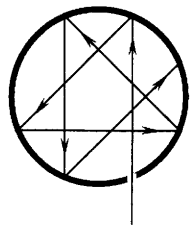


Рис. 5.21

Світло, яке попадає в камеру через отвір  $O$ , зазнає багаторазових відбивань від внутрішніх стінок і повністю ними поглинається. Якщо внутрішні стінки нагріти, то отвір випромінюватиме, як абсолютно чорне тіло. Енергетичну світність і спектральну випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла позначимо  $E^*(T)$  і  $e^*(\nu, T)$  відповідно.

*Сірим* тілом називається тіло з поглинальною здатністю  $a(\nu, T) < 1$ , що не залежить від частоти світла.

*Абсолютно білим* тілом називається тіло, відбивна здатність якого  $r(\nu, T) = 1$ .

У замкнутій термодинамічній системі непрозорих тіл виконується закон Кірхгофа: *відношення випромінювальної до поглинальної здатностей всіх тіл при даній температурі та частоті однакове і дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорного тіла, яке входить до складу цієї системи:*

$$\frac{e_1(\nu, T)}{a_1(\nu, T)} = \frac{e_2(\nu, T)}{a_2(\nu, T)} = \dots = e^*(\nu, T). \quad (8)$$

Закон Кірхгофа справджується і для інтегральних випромінювальних і поглинальних здатностей:

$$\frac{E(T)}{A(T)} = E^*(T), \quad (9)$$

Розглянемо наслідки, які випливають з закону Кірхгофа.

1. Тіло може випромінювати тільки такі частоти, які воно поглинає. Дійсно, зі співвідношень (8) маємо:  $e_i(\nu, T) = a_i(\nu, T) \cdot e^*(\nu, T)$ . Якщо  $a_i(\nu, T) = 0$ , то  $e_i(\nu, T) = 0$ .

2. За формулами (8) і (9) можна визначати випромінювальні здатності довільного тіла, якщо відомі їх поглинальні здатності і випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла:  $E(T) = A(T) \cdot E^*(T)$ , де  $A(T)$  і  $E(T)$  можна визначити експериментально.

3. Випромінювальна здатність будь-якого тіла при даній температурі завжди менша за випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла при тій же температурі.

### **§11. Закони Стефана-Больцмана і Віна**

*Енергетична світність абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому степеню його температури:*

$$E(T) = \sigma T^4. \quad (1)$$

Цей закон був одержаний експериментально Стефаном (1879р.), а згодом методом термодинамічного аналізу його одержав Больцман (1884 р.).

У рівнянні (1)  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Дж/м<sup>2</sup>·с·К<sup>4</sup> – стала Стефана-Больцмана.

Для спектральної випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла, виходячи з термодинамічних міркувань, В. Він встановив, що

$$e^*(\nu, T) = c\nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right), \quad (2)$$

де  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $f\left(\frac{\nu}{T}\right)$  – деяка функція від відно-

шення  $\frac{\nu}{T}$ . З умови  $\frac{de^*(\nu, T)}{d\nu} = 0$  випливає, що максимум випроміню-

вальної здатності абсолютно чорного тіла припадає на частоту  $\nu_{\max}$ , яка визначається зі співвідношення

$$\frac{\nu_{\max}}{T} = b_1,$$

де  $b_1$  – стала величина. Враховуючи, що  $\nu_{\max} = \frac{c}{\lambda_{\max}}$ , можна записати

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad (3)$$

де  $\lambda_{\max}$  – довжина хвилі, яка відповідає максимуму випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла,  $b = 2,896 \cdot 10^{-3}$  м·К. Співвідношення (3) має назву закону зміщення Віна.

На рис. 5.22 наведені графіки функції  $e^*(\lambda, T) = \frac{c}{\lambda^2} e^*(\nu, T)$  при різних температурах. Як бачимо, з підвищенням температури довжина хвилі, на яку припадає максимум випромінювання, зміщується в сторону коротких хвиль. При нагріванні тіла в його спектрі спочатку спостерігається червоний колір, потім жовтий і т. д.

Якщо в спектрі випромінювання тіла знайти  $\lambda_{\max}$ , то за законом Віна можна визначити температуру тіла (методи оптичної пірометрії). Наприклад, знайдено, що в спектрі Сонця  $\lambda_{\max} = 550$  нм, отже температура його поверхні 6000 К. Для

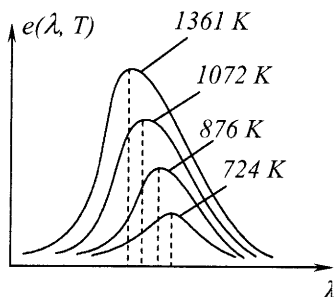


Рис. 5.22

поверхні Полярної Зорі –  $T = 8200$  К тощо.

### §12. Формула Планка

Теоретичні пошуки функції  $e^*(\nu, T)$  довго не давали позитивних результатів. Так Міхельсон, застосувавши методи статистичної фізики до множини елементарних випромінювачів, з яких складається розжарене тіло, одержав формулу, яка збігалася з експериментальними даними лише в області великих частот. Релей і Джінс, опираючись на закони класичної електродинаміки і на закон про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності, одержали формулу, яка підтверджувалась на досліді лише при малих частотах, а при великих частотах розбіжності були настільки великими, що одержали назву «ультрафіолетової катастрофи».

Ці труднощі, а також неможливість пояснити лінійчаті спектри випромінювання атомів свідчили про те, що класична теорія випромінювання є дуже наближеною і потребує докорінного перегляду.

У 1920 р. німецький фізик Планк одержав функцію розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла на підставі припущення, що атомні осцилятори випромінюють енергію тільки певними порціями – *квантами*. Енергія кванта пропорційна частоті випромінювання:

$$w = h\nu, \quad (1)$$

де  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка. Формула Планка має вигляд:

$$e^*(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (2)$$

де  $e$  – основа натуральних логарифмів,  $c$  – швидкість світла у вакуумі,  $k$  – стала Больцмана.

За допомогою функції (2) можна знайти

$$E^*(T) = \int_0^\infty \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \sigma T^4, \quad (3)$$

де  $\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$ , що збігається з експериментально встановленим значенням сталої Стефана-Больцмана.

Досліджуючи функцію (2) на екстремум, можна одержати закон зміщення Віна. При великих частотах (2) дає формулу Міхельсона, а при малих – Релея-Джінса.

Таким чином, формула Планка, не зважаючи на незвичність (абсурдність, як тоді вважали) припущення про квантовий характер

випромінювання, одержала численні експериментальні підтвердження.

### Завдання для самостійної роботи №5.5

1. Оптична пірометрія. Пірометри.
2. Одержати з формули (2) формулу Міхельсона при умові  $\nu \rightarrow \infty$ . Нарисувати графік одержаної залежності.
3. З формули (2) при  $\nu \rightarrow 0$  одержати формулу Релея-Джінса. Нарисувати графік. Пояснити суть ультрафіолетової катастрофи.

### §13. Фотоефект. Досліди Столстова. Закони зовнішнього фотоефекту

*Фотоефект* в газах полягає в тому, що під дією світла відбувається іонізація атомів і молекул газу.

У конденсованих середовищах розрізняють *зовнішній* і *внутрішній фотоефекти*.

*Зовнішнім фотоефектом* називається виривання електронів з поверхні металу під дією світла. Електрони, які вилітають з речовини, називаються *фотоелектронами*, а електричний струм, який виникає при русі фотоелектронів у зовнішньому електричному полі, називається *фотострумом*.

*Внутрішнім фотоефектом* називається перерозподіл електронів за енергетичними станами в твердих і рідких напівпровідниках і діелектриках під дією світла. Цей перерозподіл проявляється в зміні концентрації носіїв струму в середовищі та приводить до виникнення фотопровідності і фото-е.р.с.

Явище зовнішнього фотоефекту відкрив Герц у 1883 р. Він помітив, що електричний розряд між двома цинковими кульками полегшується при їх освітленні. У 1888-1890 рр. це явище вивчав Столстов. Схема установки для вивчення зовнішнього фотоефекту показана на рис. 5.23. Світло падає

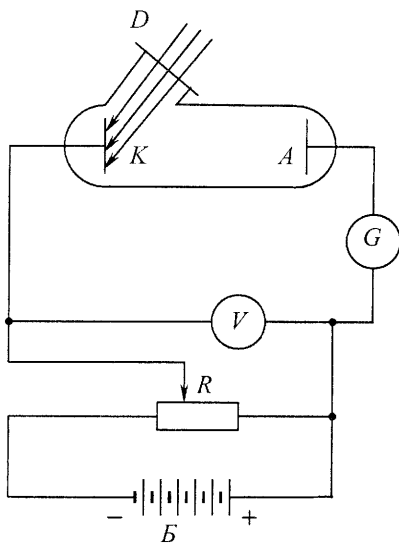


Рис. 5.23

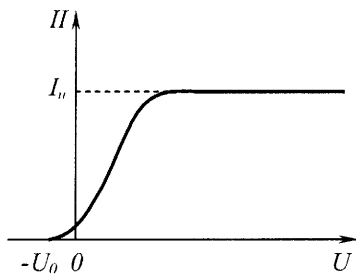


Рис. 5.24

досягти анода. Максимальна швидкість фотоелектронів  $v_{max}$  визначається зі співвідношення:

$$\frac{mv_{max}^2}{2} = eU_0, \quad (1)$$

де  $m$  і  $e$  – маса і заряд електрона,  $U_0$  – *затримуючий потенціал*.

Фотострум зростає лише до певного значення  $I_n$ , що називається *фотострумом насичення*. При  $I = I_n$  всі  $n$  електронів, що вилітають з катода за 1 с, досягають катода,  $I_n = en$ .

Дослідним шляхом Столетов виявив такі закономірності:

1) при незмінному спектральному складі світла, що падає на катод, фотострум насичення пропорційний інтенсивності світла;

2) для даного фотокатода максимальна початкова швидкість фотоелектронів залежить від частоти світла і не залежить від його інтенсивності;

3) для кожного фотокатода існує *червона границя* фотоефекту, тобто мінімальна частота світла  $\nu_0$ , при якій ще можливий фотоефект;  $\nu_0$  залежить від матеріалу катода і стану його поверхні.

Крім того виявлено, що фотоефект абсолютно безінерційний: струм виникає негайно, якщо частота світла  $\nu > \nu_0$ . Цей факт, а також другий і третій закони фотоефекту не мають свого пояснення в класичній електромагнітній теорії світла. Труднощі класичної теорії були усунуті Ейнштейном у 1905 р. в його квантовій теорії світла.

#### §14. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту

Розвиваючи ідею Планка про квантовий характер випромінювання, Ейнштейн висловив гіпотезу, що світло не тільки випромінюється квантами, а поширюється у просторі і поглинається речовиною також квантами. Ці кванти не діляться на частини і не



приєднують до себе подібних, тобто поводять себе подібно до частинок матерії (*корпускул*). Їх називають *фотонами*. Всі фотони монохроматичного світла мають енергію  $w = h\nu$ , масу  $m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}$ ,

$$\text{імпульс } p_\phi = m_\phi c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

У випадку поглинання світла кожний поглинутий фотон передає всю свою енергію частинці речовини. Наприклад, при зовнішньому фотоелектричному ефекті електрон провідності металу, поглинаючи фотон, одержує його енергію  $h\nu$ , яка витрачається на роботу виходу електрона з металу  $A$  і на надання йому кінетичної енергії  $\frac{mv^2}{2}$ :

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}. \quad (1)$$

Рівняння (1) має назву *рівняння Ейнштейна для фотоелектричного ефекту*. За його допомогою одразу можна пояснити другий і третій закони фотоелектричного ефекту. Зокрема значення  $\nu_0$  одержимо із співвідношення  $h\nu_0 = A$ .

При дуже великих інтенсивностях світла, наприклад, в лазерних променях, спостерігається *багатофотонний* фотоелектричний ефект, коли електрон може одержати енергію кількох ( $N$ ) фотонів. У цьому випадку рівняння фотоелектричного ефекту має вигляд:

$$Nh\nu = A + \frac{mv^2}{2}. \quad (2)$$

Червона границя багатофотонного фотоелектричного ефекту визначається із співвідношення:

$$\nu_{0N} = \frac{A}{Nh}. \quad (3)$$

### §15. Тиск світла

Світло тисне на поверхню тіл. Кеплер першим висловив гіпотезу про тиск світла і, ґрунтуючись на ній, пояснив причину зміщення кометних хвостів у напрямку від Сонця. Експериментально світловий тиск вперше виміряв Лебедев у 1900 р., а теоретично обґрунтував і визначив його Максвелл, виходячи з уявлень про електромагнітну природу світла.

У квантовій оптиці тиск світла пояснюється як результат передавання освітленому тілу імпульсу фотонів при відбиванні та поглинанні світла. Тиск світла  $P$  на плоску поверхню тіла  $ab$

(рис. 5.25) дорівнює числовому значенню перпендикулярної до поверхні складової сумарного імпульсу, який передається фотонами тілу на одиниці площі його поверхні за одиницю часу.

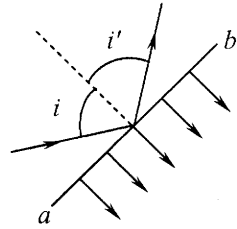


Рис. 5.25

Нехай монохроматичне світло частоти  $\nu$  падає на поверхню  $ab$  під кутом  $i$ , а  $n$  – число фотонів, що падають на одиницю площі цієї поверхні за одиницю часу. Якщо  $r$  – коефіцієнт відбивання світла від даної поверхні, то з числа  $n$  фотонів  $rn$  дзеркально відбиваються, а  $(1 - r)n$  поглинаються. Фотони, що відбиваються, передають тілу сумарний імпульс, спрямований перпендикулярно до поверхні  $ab$  і рівний  $rn(2h\nu/c)\cos i$ . Таким чином тиск світла

$$P = r n(2h\nu/c) \cos i + (1 - r) n (h\nu/c) \cos i = (1 + r) n (h\nu/c) \cos i \quad (1)$$

Якщо  $n_0$  – концентрація фотонів, що падають на поверхню, то  $n = n_0 c \cos i$  і  $n_0 h\nu = \langle w \rangle$  ( $\langle w \rangle$  – середнє значення об'ємної густини енергії світла). Тому

$$P = n_0 h\nu(1 + r) \cos^2 i = \langle w \rangle (1 + r) \cos^2 i \quad (2)$$

Ця формула співпадає з формулою, яку одержав Максвелл і повністю узгоджується з експериментальними даними Лебедева. Зокрема досліді показали, що тиск на блискучу пластинку вдвічі більший, ніж на чорну.

Світловий тиск дуже малий. Наприклад, тиск світла на чорну поверхню в сонячний день становить  $\approx 4 \cdot 10^{-6}$  Па. Але для дрібних частинок сила світлового тиску може перевищувати силу тяжіння частинки до Сонця. Цим і пояснюється наявність кометних хвостів орієнтованих в сторону від Сонця.

Таким чином відкриття і пояснення тиску світла мали важливе значення в розвитку вчення про природу світла.

### §16. Ефект Комптона

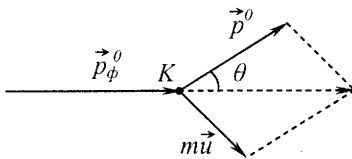


Рис. 5.26

Згідно з хвильовою теорією розсіювання світла зводиться до зміни його напрямку та до зменшення амплітуди світлової хвилі при незмінній частоті. Досліджуючи розсіювання жорстких рентгенівських променів на графіті, парафіні, алюмінії (1922-23 рр.),

Комптон помітив, що в спектрі розсіяних променів під довільним кутом  $\theta$  до початкового напрямку поряд з лінією, що відповідає частоті падаючих променів  $\nu_o$ , з'являється лінія меншої частоти  $\nu$ . Ця частота залежала від кута розсіювання  $\theta$  (рис. 5.26) і не залежала від природи розсіюючої речовини. Очевидно, це було свідченням того, що рентгенівські промені розсіювалися на слабо зв'язаних електронах. Явище можна було пояснити лише на підставі уявлень про квантову природу випромінювання.

За квантовою теорією ефект Комптона є результатом пружного зіткнення рентгенівського фотона з вільним або зі слабо зв'язаним електроном. При цьому фотон передає електрону частину своєї енергії та частину свого імпульсу. Якщо припустити, що до зіткнення електрон перебував у стані спокою, то з закону збереження енергії випливає, що

$$h\nu_o + m_o c^2 = h\nu + mc^2, \quad (1)$$

де  $m_o c^2$  – енергія спокою електрона, а  $mc^2$  – його повна енергія після зіткнення.

З закону збереження імпульсу маємо:

$$\vec{p}_\phi^o = m\vec{u} + \vec{p}_\phi,$$

або, згідно з рис. 5.26,

$$(mu)^2 = \left(\frac{h\nu_o}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu_o\nu}{c^2} \cos\theta, \quad (2)$$

де  $\vec{u}$  – швидкість електрона після зіткнення.

Маса електрона після зіткнення з фотоном дорівнює

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}. \quad (3)$$

З рівнянь (1), (2) і (3) одержимо:

$$m_o c^2 (\nu_o - \nu) = 2h\nu_o\nu \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

або, враховуючи, що  $c/\nu = \lambda$ ,

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_o = \frac{2h}{m_o c} \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Ввівши позначення  $\lambda_K = \frac{h}{m_o c} = \lambda_K$ , одержимо:

$$\Delta\lambda = 2\lambda_K \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4)$$

де  $\lambda_K = 2,43 \cdot 10^{-12}$  м – комптонівська довжина хвилі електрона.

Якщо електрон сильно зв'язаний з атомом, то при розсіюванні на ньому фотона енергія і імпульс передаються не електрону, а атому в цілому. Маса атома на багато більша маси електрона, тому йому передається лише незначна частина енергії фотона. Таким чином, довжина хвилі розсіяного фотона практично не відрізняється від довжини падаючої хвилі.

### Завдання для самостійної роботи №5.6

1. Використання зовнішнього фотоефекту. Фотоелементи та фотопомножувачі.

2. Внутрішній фотоефект. Фотоопори.

3. Тиск світла. Досліди Лебедева. Пояснення тиску світла на основі хвильової теорії.

4. Досліди Комптона з розсіювання рентгенівського випромінювання речовиною. Схема експериментальної установки.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2.– К.: Либідь, 2001.– С. 11-114, 118-123.

## V.2. МАТЕРІАЛИ, РЕКОМЕНДОВАНІ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

#### *Хвильова оптика*

5.1. На шляху променя світла знаходиться скляна пластинка товщиною  $d = 1$  мм так, що кут падіння променя  $30^\circ$ . На скільки зміниться оптична довжина шляху променя?

$$(\Delta l = 550 \text{ мкм})$$

5.2. Відстань від двох когерентних джерел до екрана дорівнює 2 м. Відстань між джерелами 40 мкм. Знайти відстань між максимумами першого порядку, якщо довжина хвилі 585,2 мкм.

$$(y = 58,5 \cdot 10^{-3} \text{ м})$$

5.3. Відстань між двома когерентними джерелами  $d = 0,9$  мм. Джерела посилають монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 640$  нм на екран, який розташований від них на відстані  $L = 3,5$  м.

Визначити число світлих смуг на 1 см довжини.

$$(m/l = 4 \text{ см}^{-1})$$

5.4. На шляху одного променя у досліді Юнга знаходиться трубка довжиною  $l = 2$  см. При заповненні трубки хлором вся інтерференційна картина на екрані зміщується на  $N = 20$  смуг. Визначити показник заломлення хлору, вважаючи, що показник заломлення повітря  $n_p = 1,000276$ , а довжина хвилі світла, що поширюється від джерела,  $\lambda = 589$  нм.

$$(n = 1,000865)$$

5.5. У досліді з дзеркалами Френеля відстань між уявними джерелами  $0,35$  мм, вони розташовані на відстані  $2$  м від екрану. Довжина світлової хвилі  $0,5$  мкм. Знайти ширину світлих смуг. Як зміниться ширина смуг, якщо довжина світлової хвилі буде  $0,7$  мкм ( $m = 1$ )?

$$(\Delta y_1 = 2,86 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \Delta y_1 / \Delta y_2 = 1,4)$$

5.6. На тонку гліцеринову плівку товщиною  $d = 1$  мкм, перпендикулярно до її поверхні падає біле світло. Визначити довжини хвиль видимої ділянки спектру ( $0,4 \text{ мкм} \leq \lambda \leq 0,8 \text{ мкм}$ ), які будуть послаблені в результаті інтерференції.

$$(\lambda = 735; 588; 490; 420 \text{ нм})$$

5.7. Знайти найменший кут падіння монохроматичного світла ( $\lambda = 0,5$  мкм) на мильну плівку ( $n = 1,3$ ) товщиною  $0,1$  мкм, що знаходиться в повітрі, при якому плівка в прохідному світлі буде темною.

$$(i_{min} = 20^\circ)$$

5.8. Якою є найменша товщина мильної плівки, якщо при спостереженні під кутом  $30^\circ$  до поверхні мильної плівки у відбитому світлі вона забарвлена в фіолетовий колір? Довжина світлової хвилі  $\lambda = 0,4$  мкм.

$$(d_{min} = 8 \text{ нм})$$

5.9. На скляну пластинку нанесений тонкий шар прозорої речовини з показником заломлення  $n = 1,4$ . Пластинка освітлюється пучком паралельних променів довжиною хвилі  $\lambda = 540$  нм, які падають на пластинку нормально. Яку мінімальну товщину повинен

мати шар, щоб відбиті промені мали найменшу яскравість?

$$(d_{min} = 96,4 \cdot 10^{-9} \text{ м})$$

5.10. Мильна плівка, яка розташована вертикально, утворює клин внаслідок стікання рідини. При спостереженні інтерференційних смуг у відбитому світлі довжиною хвилі  $\lambda = 546 \text{ нм}$ , відстань між п'ятьма смугами  $l = 2 \text{ см}$ . Знайти кут клину. Світло падає перпендикулярно до поверхні плівки. Показник заломлення мильної води  $n = 1,33$ .

$$(\alpha = 5,13 \cdot 10^{-5} \text{ рад})$$

5.11. Від двох когерентних джерел промені довжиною хвилі  $\lambda = 0,8 \text{ мкм}$  попадають на екран. На екрані спостерігається інтерференційна картина. Коли на шляху одного з променів перпендикулярно до нього розмістили мильну плівку ( $n = 1,33$ ), інтерференційна картина змінилася на протилежну. При якій найменшій товщині  $d_{min}$  плівки це можливо?

$$(d_{min} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ м})$$

5.12. Визначити товщину повітряного зазору між плоско-опуклою лінзою та плоскою скляною пластинкою у тому місці, де знаходиться світле кільце, якщо спостереження ведеться у відбитому світлі; теж саме – в прохідному світлі для довжини хвилі  $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ .

$$(d_1 = 1,35 \text{ мкм}; d_2 = 1,5 \text{ мкм})$$

5.13. Між скляною пластинкою та плоско-опуклою лінзою, яка лежить на ній, знаходиться рідина. Знайти показник заломлення рідини, якщо радіус восьмого темного кільця Ньютона при спостереженні у відбитому світлі довжиною хвилі  $\lambda = 700 \text{ нм}$  дорівнює  $2 \text{ мм}$ . Радіус кривини лінзи  $R = 1 \text{ м}$ .

$$(n = 1,312)$$

5.14. На скляну пластинку покладено опуклою стороною плоско-опуклу лінзу. Зверху лінза освітлюється монохроматичним світлом довжиною хвилі  $\lambda = 600 \text{ нм}$ . Знайти радіус  $R$  лінзи, якщо радіус восьмого темного кільця Ньютона у відбитому світлі  $r_8 = 2,4 \text{ мм}$ .

$$(R = 1,28 \text{ м})$$

5.15. Відстань між першим та другим кільцями Ньютона, якщо їх розглядати у відбитому світлі, становить  $0,6 \text{ мм}$ . Визначити

відстань між дев'ятим та десятим кільцями.

$$(\Delta r = 235 \text{ мкм})$$

5.16. Як перешкода для спостереження явища дифракції використовується диск діаметром 20 см. На нього падає плоска монохроматична хвиля довжиною  $\lambda = 0,6$  мкм. На якій відстані повинен знаходитись екран для спостереження явища дифракції?

$$(R = 16,7 \text{ км})$$

5.17. Від монохроматичного джерела з довжиною хвилі 0,6 мкм, розташованого на відстані 1,2 м від діафрагми з круглим отвором діаметром 2,2 мм, падає сферична хвиля. Визначити відстань від діафрагми до точки спостереження. Число зон Френеля, які вкладаються в отвори, дорівнює 4.

$$(r = 0,87 \text{ м})$$

5.18. На пластинку з щілиною, ширина якої  $a = 0,05$  мм, падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі  $\lambda = 0,7$  мкм. Визначити кут відхилення променів, який відповідає першому дифракційному максимуму.

$$(\varphi = 1^\circ 15')$$

5.19. На щілину шириною 1 мм нормально падає паралельний пучок монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda = 400$  нм. Під якими кутами будуть спостерігатися дифракційні максимуми світла?

$$(\varphi_1 = 23^\circ 30'; \varphi_2 = 53^\circ 10')$$

5.20. На щілину шириною 0,1 мм нормально падає паралельний пучок променів ( $\lambda = 0,6$  мкм). Визначити відстань між мінімумами першого порядку в дифракційній картині, отриманої на екрані, який відстоїть на 2 м від щілини.

$$(l = 24 \cdot 10^{-3} \text{ м})$$

5.21. Монохроматичне світло з довжиною хвилі 575 нм падає нормально на дифракційну ґратку з періодом 2,4 мкм. Визначити найбільший порядок спектру та загальне число головних максимумів у дифракційній картині.

$$(m = 4; N = 9)$$

5.22. На дифракційну ґратку нормально падає пучок світла від розрядної трубки. Якою повинна бути стала дифракційної ґратки, щоб

у напрямку  $\varphi = 41^\circ$  співпали максимуми ліній  $\lambda_1 = 656,3$  нм та  $\lambda_2 = 410,2$  нм?

$$(d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м})$$

5.23. Дифракційна ґратка містить 200 штрихів на кожний міліметр. На ґратку падає нормально монохроматичне світло з довжиною хвилі 575 нм. Визначити найбільший порядок спектру та загальне число головних максимумів в дифракційній картині.

$$(m_{\max} = 8; n = 17)$$

5.24. Кут між спектрами двох порядків дорівнює  $36^\circ$ . Визначити довжину хвилі світла, яке падає на дифракційну ґратку. Стала ґратки дорівнює 4 мкм.

$$(\lambda = 618 \cdot 10^{-9} \text{ м})$$

5.25. На дифракційну ґратку нормально падає паралельний пучок променів з довжиною хвилі  $\lambda = 0,5$  мкм. На екрані, який паралельний дифракційній ґратці та відстоїть від неї на відстані 1 м, спостерігається дифракційна картина. Відстань між максимумами першого порядку дорівнює 20,2 см. Визначити: 1) сталу дифракційної ґратки; 2) число штрихів на 1 см; 3) скільки максимумів дає при цьому дифракційна ґратка; 4) максимальний кут відхилення променів, який відповідає останньому дифракційному максимуму.

$$(d = 4,95 \cdot 10^{-6} \text{ м}; N = 2020; m = 9; \varphi = 65^\circ 24')$$

5.26. Стала дифракційної ґратки в п'ять разів більша за довжину світлової хвилі монохроматичного світла, яке нормально падає на її поверхню. Визначити кут між двома першими симетричними дифракційними максимумами.

$$(\alpha = 23^\circ)$$

5.27. На дифракційну ґратку нормально падає монохроматичне світло. Ґратка відхиляє спектр третього порядку на кут  $\varphi = 30^\circ$ . На який кут вона відхиляє спектр четвертого порядку?

$$(\varphi_2 = 41^\circ 48')$$

5.28. На дифракційну ґратку в напрямку нормалі до її поверхні падає монохроматичне світло. Період ґратки  $d = 2$  мкм. Який найбільший порядок дифракційного максимуму дає ця ґратка у випадку червоного світла ( $\lambda_1 = 0,7$  мкм) та у випадку фіолетового ( $\lambda_2 = 0,41$  мкм)?

$$(m_{\max 1} = 2; m_{\max 2} = 4)$$



5.29. Стала кристалічної ґратки кам'яної солі дорівнює 0,28 нм. Визначити довжину хвилі рентгенівських променів, які падають на кристал, якщо дифракційний максимум першого порядку спостерігається тоді, коли промені падають під кутом  $22^\circ$  до поверхні кристалу.

$$(\lambda = 2,1 \cdot 10^{-10} \text{ м})$$

5.30. На кристал кам'яної солі падає паралельний пучок рентгенівських променів з довжиною хвилі  $\lambda = 147$  пм. Відстань між атомними площинами кристала  $d = 280$  пм. Під яким кутом до площини грані спостерігається дифракційний максимум другого порядку?

$$(\varphi = 31^\circ 40')$$

5.31. Знайти показник заломлення скла, якщо при відбиванні від нього світла відбитий промінь буде повністю поляризований при куті заломлення  $\beta = 30^\circ$ .

$$(n_{21} = 1,73)$$

5.32. Визначити коефіцієнти заломлення непрозорої емалі, для якої кут повної поляризації при відбиванні дорівнює  $58^\circ$  та прозорої речовини, для якої граничний кут повного відбивання дорівнює куту повної поляризації.

$$(1. n_{21} = 1,73; 2. n_{21} = 1,272)$$

5.33. При переході променя світла з першого середовища в друге граничний кут виявився рівним  $61^\circ$ . Під яким кутом на границю розділу цих середовищ падає промінь, що йде з першого середовища в друге, щоб відбитий промінь був би повністю поляризований?

$$(i_5 = 48^\circ 50')$$

5.34. Кут падіння променя на поверхню рідини  $i_1 = 50^\circ$ . Відбитий промінь максимально поляризований. Визначити кут  $i_2$  заломлення променя.

$$(i_2 = 40^\circ)$$

5.35. Головні площини двох призм Ніколя утворюють між собою кут  $30^\circ$ . Як зміниться інтенсивність світла, яке пройшло, якщо головні площини поставити під кутом  $45^\circ$ ? Чому дорівнює кут між головними площинами двох ніколів, якщо після проходження через них світла його інтенсивність зменшилася в 4 рази?

$$(I_1/I_2 = 3; \varphi = 45^\circ)$$

5.36. Промінь природного світла при проходженні двох ніколів був послаблений у шість разів. У кожному ніколі інтенсивність світла за рахунок відбивання та поглинання зменшилася на 8%. Визначити кут між площинами поляризації ніколів.

$$(\varphi = 51^{\circ}8')$$

5.37. Природне світло проходить через поляризатор та аналізатор, які поставлені так, що кут між їх головними площинами дорівнює  $\varphi$ . Як поляризатор, так і аналізатор поглинають та відбивають 8% падаючого на них світла. Інтенсивність променя, який виходить з аналізатора, дорівнює 9% інтенсивності природного світла, що падає на аналізатор. Знайти кут  $\varphi$ .

$$(\varphi = 62^{\circ}30')$$

5.38. Головні площини двох призм Ніколя утворюють між собою кут  $60^{\circ}$ . На скільки слід змінити кут між головними площинами, щоб інтенсивність прохідного світла збільшилася вдвічі?

$$(\varphi = 15^{\circ})$$

5.39. Визначити, в скільки разів інтенсивність світла після проходження двох ніколів буде послаблена, якщо кут між площинами поляризації складає  $74^{\circ}20'$ . Поглинання світла у поляризаторі складає 5%, а в аналізаторі 10%.

$$(I_{np}/I = 32,08)$$

5.40. При проходженні світла через трубу довжиною  $l_1 = 15$  см, що містить десятивідсотковий розчин цукру, площина поляризації світла повернулася на кут  $\varphi_1 = 12,9^{\circ}$ . В іншому розчині цукру, налитому в трубку довжиною  $l_2 = 12$  см, площина поляризації повернулася на  $\varphi_2 = 7,2^{\circ}$ . Визначити концентрацію другого розчину.

$$(C_2 = 7\%)$$

5.41. Між схрещеними ніколями помістили пластинку кварцу товщиною  $d = 3$  мм, в результаті чого поле зору поляриметра стало максимально світлим. Визначити сталу обертання кварцу для монохроматичного світла, що використовується в досліді.

$$(\alpha = 30 \text{ град/мм})$$

5.42. Пластинка кварцу товщиною 2 мм, яка вирізана перпендикулярно до оптичної осі, розміщена між паралельними ніколями.

Для деякої довжини хвилі обертання площини поляризації дорівнює  $36^\circ$ . У скільки разів змінилася інтенсивність світла після проходження ніколів? При якій товщині кварцу світло даної довжини хвилі буде повністю поглинуте?

$$(I_0/I = 3; l_2 = 5 \text{ мм})$$

5.43. Визначити концентрацію цукру в розчині, якщо площина поляризації жовтого променя світла після проходження через розчин товщиною 15 см повернулася на кут  $30^\circ$ . Питоме повертання розчину цукру дорівнює  $66,5^\circ$  на 1 дм при концентрації  $1 \text{ г/см}^3$ .

$$(C = 0,3 \text{ г/см}^3)$$

5.44. Між двома схрещеними ніколями помістили кварцову пластинку, товщина якої дорівнює 10 мм. На перший ніколь напрямлений монохроматичний промінь ( $\lambda = 0,4 \text{ мкм}$ ). На скільки градусів треба повернути другий ніколь, щоб світло не проходило через аналізатор? На скільки градусів треба повернути аналізатор, щоб інтенсивність світла, яке з нього виходить, складала 10% від інтенсивності світла, що падає на поляризатор? Питоме обертання дорівнює  $51,2^\circ$  на 1 мм оптично активної речовини.

$$(\varphi_1 = 28^\circ; \varphi_2 = 63^\circ 30')$$

5.45. Розчин фруктози концентрацією  $C = 0,5 \text{ г/см}^3$  налитий в цукрометричну трубку довжиною 2 дм. Знайти кут повертання площини поляризації, якщо питоме повертання фруктози  $92,5 \text{ град}/(\text{г/см}^3 \cdot \text{дм})$ .

$$(\varphi = 92^\circ 30')$$

5.46. Дифракційна ґратка містить 600 штрихів на 1 мм. Чому дорівнює кутова дисперсія ґратки для хвилі 668 нм в спектрі першого порядку?

$$(d\varphi/d\lambda = 6,5 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1})$$

5.47. Показник заломлення сірковуглецю для світла, довжина хвилі якого відповідно дорівнює  $\lambda_1 = 589 \text{ нм}$ ,  $\lambda_2 = 527 \text{ нм}$  та  $\lambda_3 = 656 \text{ нм}$ , має наступні значення:  $n_1 = 1,629$ ,  $n_2 = 1,642$ ,  $n_3 = 1,620$ . Визначити співвідношення між середньою фазовою та середньою груповою швидкістю в інтервалах довжин хвиль  $\lambda_1 - \lambda_2$  та  $\lambda_1 - \lambda_3$ . В якому з цих інтервалів дисперсія більша?

$$(u_1 = 0,952 v_1; u_2 = 0,925 v_2)$$

5.48. Коефіцієнт заломлення води в інтервалі довжин хвиль від 546 до 589 нм змінюється від 1,33447 до 1,33300, Визначити середню фазову та середню групову швидкість світла для цього інтервалу довжин хвиль.

$$(v = 2,25 \cdot 10^8 \text{ м/с}; u = 2,21 \cdot 10^8 \text{ м/с})$$

5.49. Кутова дисперсія дифракційної ґратки для  $\lambda = 668$  нм у спектрі першого порядку  $d\varphi/d\lambda = 2,02 \cdot 10^5$  рад/м. Знайти період дифракційної ґратки.

$$(d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м})$$

5.50. Знайти залежність між груповою швидкістю  $u$  та фазовою швидкістю  $v$ , якщо вона залежить від довжини хвилі за законом

$$v = \frac{a}{\sqrt{\lambda}} \quad (a - \text{деяка стала}).$$

$$(u = 3v/2)$$

5.51. Обчислити групову швидкість, якщо фазова швидкість змінюється за законом  $v = ck^2$ , де  $c$  деяка стала, а  $k$  хвильове число.

$$(u = 3v)$$

5.52. Показник заломлення деякої речовини пов'язаний з довжиною хвилі співвідношенням  $n = 0,5 + \frac{3}{\lambda^2}$ . Визначити дисперсію речовини, фазову та групову швидкість поблизу довжини хвилі 400 нм.

$$(dn/d\lambda = -3,1 \cdot 10^6 \text{ м}^{-3}; v = 2,66 \cdot 10^8 \text{ м/с}; u = 2,39 \cdot 10^8 \text{ м/с})$$

5.53. Для якої довжини хвилі  $\lambda$  дифракційна ґратка має кутову дисперсію  $d\varphi/d\lambda = 6,3 \cdot 10^5$  рад/м в спектрі третього порядку? Стала ґратки  $d = 5$  мкм.

$$(\lambda = 5,09 \cdot 10^{-7} \text{ м})$$

5.54. Знайти кутову дисперсію дифракційної ґратки  $d\varphi/d\lambda$  для  $\lambda=640$ нм у спектрі другого порядку. Стала ґратки  $d = 5$  мкм.

$$(d\varphi/d\lambda = 4,1 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1})$$

5.55. Показники заломлення сірковуглецю для світла з довжинами хвиль  $\lambda_1 = 509$  нм,  $\lambda_2 = 534$  нм,  $\lambda_3 = 574$  нм відповідно дорівнюють  $n_1=1,647$ ,  $n_2= 1,640$ ,  $n_3 = 1,630$ . Знайти фазову швидкість для  $\lambda_2$  та групову швидкість поблизу неї.

$$(v_2 = 1,83 \cdot 10^8 \text{ м/с}; u = 1,67 \cdot 10^8 \text{ м/с})$$

5.56. Пучок монохроматичного світла проходить через воду. Скільки шарів половинного послаблення необхідно для зменшення інтенсивності променів у 10 разів?

$$(N = 3,32)$$

5.57. Визначити відносну зміну інтенсивності інфрачервоних променів з довжиною хвилі  $0,027 \text{ м}$  при проходженні кварцової пластинки товщиною  $10 \text{ см}$ , якщо коефіцієнт поглинання кварцу для цих променів  $0,15 \text{ см}^{-1}$ .

$$(I_0/I = 4,5)$$

5.58. Коефіцієнт поглинання речовини для монохроматичного світла дорівнює  $0,5 \text{ м}^{-1}$ . Якої товщини шар цієї речовини треба взяти, щоб послабити світло: 1) в два рази; 2) в 10 разів?

$$(x_1 = 1,386 \text{ м}; x_2 = 4,605 \text{ м})$$

5.59. Плівка поляроїда має товщину  $0,05 \text{ мм}$ . При падінні на плівку монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda = 500 \text{ нм}$  інтенсивність світла, яке пройшло плівку, складає  $40\%$  від інтенсивності падаючого світла. Чому дорівнює коефіцієнт поглинання плівки?

$$(\alpha = 18,32 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1})$$

5.60. Як зміниться інтенсивність монохроматичного світла при проходженні його через скляну пластинку товщиною  $10 \text{ см}$ , а потім через шар води товщиною  $4 \text{ см}$ . Коефіцієнт поглинання для скла  $1,5 \text{ м}^{-1}$ , для води  $3 \text{ м}^{-1}$ .

$$(I_0/I_2 = 1,31)$$

5.61. Перед пучком променів встановлена перешкода, яка зменшує інтенсивність світла. Коефіцієнт поглинання речовини дорівнює  $0,45 \text{ м}^{-1}$ . У скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні шару речовини товщиною  $1,75 \text{ м}$ ?

$$(I_0/I = 2,19)$$

5.62. Коефіцієнт поглинання деякої речовини дорівнює  $0,1 \text{ м}^{-1}$ . Шар якої товщини цієї речовини треба взяти, щоб послабити світло в 5 та 15 разів?

$$(x_1 = 16,09 \text{ м}; x_2 = 27,08 \text{ м})$$

5.63. У деякому середовищі з коефіцієнтом поглинання  $1,00 \text{ м}^{-1}$  поширюється плоска монохроматична світлова хвиля. На скільки

відсотків зменшиться інтенсивність світла при проходженні хвилею шляху 5 мм, 5 м.

$$((I_0/I_1)_1 = 0,5\%; (I_0/I_1)_2 = 14800\%)$$

5.64. При проходженні в деякій речовині шляху  $l$  інтенсивність світла  $I$  зменшилася в два рази. У скільки разів зменшиться інтенсивність світла при проходженні шляху  $3l$ ?

$$(I_0/I = 8)$$

5.65. Товщина шару половинного поглинання червоних хвиль деякою речовиною дорівнює 0,5 м. Визначити коефіцієнт поглинання для цієї речовини.

$$(a = 1,386 \text{ м}^{-1})$$

### *Квантова оптика*

5.66. Яку потужність треба підвести до свинцевої кульки радіусом 4 см, щоб підтримувати її температуру при  $27^\circ\text{C}$ , якщо температура навколишнього середовища  $t = -27^\circ\text{C}$ ? Вважати, що тепло втрачається тільки внаслідок випромінювання. Поглинальна здатність свинцю дорівнює 0,6.

$$(N = 2,86 \text{ Вт})$$

5.67. Обчислити енергію, що випромінюється за час  $t = 1$  хв з площі  $S = 1 \text{ см}^2$  абсолютно чорного тіла, температура якого  $T = 1000\text{K}$ .

$$(W = 340 \text{ Дж})$$

5.68. Абсолютно чорне тіло має форму кулі радіусом, що дорівнює 1 см. Чому повинен дорівнювати радіус другої кулеподібної випромінюючої поверхні абсолютно чорного тіла, якщо потужності їх випромінювання однакові, а температура першого випромінювача складає  $2/3$  від температури другого випромінювача?

$$(r_2 = 0,44 \text{ см})$$

5.69. Довжина хвилі, яка відповідає максимуму енергії в спектрі абсолютно чорного тіла, дорівнює 700 нм. Випромінююча поверхня дорівнює  $5 \text{ см}^2$ . Визначити потужність випромінювання.

$$(N = 8,35 \text{ кВт})$$

5.70. Довжина хвилі, на яку припадає максимум енергії випромінювання абсолютно чорного тіла 0,6 мкм. Визначити температуру тіла.

$$(T = 4820 \text{ К})$$

5.71. Максимум енергії в спектрі абсолютно чорного тіла припадає на довжину хвилі 0,2 мкм. На яку довжину хвилі він припадатиме, якщо температура тіла підвищиться на 300 К?

$$(\lambda_2 = 1,96 \cdot 10^{-7} \text{ м})$$

5.72. Потужність випромінювання абсолютно чорного тіла  $N=100\text{кВт}$ . Знайти площу поверхні, яка випромінює, якщо максимум спектральної густини його енергетичної світності припадає на довжину хвилі  $\lambda = 700 \text{ нм}$ .

$$(S = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2)$$

5.73. Внаслідок зміни температури тіла максимум його енергетичної світності змістився з  $\lambda_1 = 2,5 \text{ мкм}$  до  $\lambda_2 = 0,125 \text{ мкм}$ . Тіло абсолютно чорне. У скільки разів змінилися: 1) температура тіла; 2) інтегральна енергетична світність?

$$(T_2/T_1 = 20; E_2/E_1 = 1,6 \cdot 10^5)$$

5.74. У скільки разів збільшиться потужність випромінювання абсолютно чорного тіла, якщо максимум випромінювання переміститься від червоної границі видимого світла ( $\lambda_{\text{ч}} = 760 \text{ нм}$ ) до її фіолетової границі ( $\lambda_{\text{ф}}=380 \text{ нм}$ )?

$$(N_{\text{ф}}/N_{\text{ч}} = 16)$$

5.75. Визначити спектральну густину енергетичної світності, розраховану на 1 нм для  $\lambda_{\text{max}}$  в спектрі абсолютно чорного тіла. Температура тіла  $T = 1 \text{ К}$ .

$$(r_{\Delta\lambda} = 13 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{нм})$$

5.76. Визначити довжину хвилі, яка відповідає максимуму енергії випромінювання лампи розжарення. Нитка лампи має довжину  $l = 15 \text{ см}$  та діаметр  $d = 0,03 \text{ мм}$ . Потужність, яку споживає лампа,  $N = 10 \text{ Вт}$ . Нитка лампи випромінює як сіре тіло ( $A = 0,3$ ). Втрати енергії внаслідок теплопровідності та конвекції складають 20%.

$$(\lambda_{\text{max}} = 1,074 \cdot 10^{-6} \text{ м})$$

5.77. Обчислити дійсну температуру вольфрамової розжареної стрічки, якщо радіаційний пірометр показує температуру  $T_{\text{рпо}} = 2250 \text{ К}$ . Поглинальна здатність вольфраму дорівнює 0,32.

$$(T_{\text{д}} = 2992 \text{ К})$$

5.78. Температура абсолютно чорного тіла зменшилася на 1%. На скільки відсотків зменшилася енергетична світність тіла?

$$(\varepsilon = 4\%)$$

5.79. Обчислити спектральну енергетичну світність чорного тіла, нагрітого до температури  $T = 3000$  К для довжини хвилі  $\lambda = 500$  нм.

$$(e(\nu, T) = 9,2 \cdot 10^{12} \text{ Вт/м}^3)$$

5.80. На яку довжину хвилі припадає максимум енергії випромінювання, якщо температура абсолютно чорного тіла  $430^\circ\text{C}$ . У скільки разів зросте сумарна потужність випромінювання, якщо температура стане  $930^\circ\text{C}$ ?

$$(\lambda_{1\max} = 412,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}; N_2/N_1 = 8,57)$$

5.81. Визначити масу та імпульс фотона, енергія якого  $10$  кеВ.

$$(m = 1,78 \cdot 10^{-32} \text{ кг}; p = 5,34 \cdot 10^{-24} \text{ кгм/с})$$

5.82. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, які вириваються з поверхні срібла: 1) ультрафіолетовими променями з довжиною хвилі  $\lambda_1 = 0,155$  мкм; 2)  $\gamma$ -променями з довжиною хвилі  $\lambda_2 = 0,001$  нм.

$$(v_{\max 1} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ м/с}; v_{\max 2} = 2,85 \cdot 10^8 \text{ м/с})$$

5.83. На пластинку падає монохроматичне світло ( $\lambda = 0,42$  мкм). Фотострум припиняється при затримуючій різниці потенціалів  $U = 0,95$  В. Визначити роботу виходу електронів з поверхні пластинки.

$$(A = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж})$$

5.84. На цинкову пластинку падає пучок ультрафіолетових променів ( $\lambda = 0,2$  мкм). Визначити максимальну кінетичну енергію  $W_{k\max}$  та максимальну швидкість  $v_{\max}$  фотоелектронів.

$$(W_{k\max} = 3,52 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; v_{\max} = 0,88 \cdot 10^6 \text{ м/с})$$

5.85. Фотон з довжиною хвилі  $0,2$  мкм вириває з поверхні натрію фотоелектрон, кінетична енергія якого дорівнює  $2$  еВ. Визначити роботу виходу та червону межу фотоефекту.

$$(A = 6,74 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; \lambda_0 = 2,94 \cdot 10^{-7} \text{ м})$$

5.86. Червона границя фотоефекту для деякого металу дорів-



нює 250 нм. Знайти: 1) роботу виходу електрона з цього металу; 2) максимальну швидкість електронів, які вириваються з цього металу світлом з довжиною хвилі 200 нм; 3) максимальну кінетичну енергію цих електронів.

$$(A = 8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; v_{\max} = 6,63 \cdot 10^6 \text{ м/с}; W_{\kappa \max} = 2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж})$$

5.87. Червона границя фотоефекту для цезію  $\lambda_0 = 6,6 \cdot 10^{-7}$  м. Знайти: 1) роботу виходу електронів з цезію; 2) максимальну швидкість та кінетичну енергію електронів, які вириваються з цезію випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda = 220$  нм.

$$(A = 3,01 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; v_{\max} = 1,15 \cdot 10^6 \text{ м/с}; W_{\kappa \max} = 6,02 \cdot 10^{-19} \text{ Дж})$$

5.88. Фотоелемент освітлюється світлом довжиною хвилі 400 нм. Фотоелектрони, які вириваються з поверхні металу, повністю затримуються різницею потенціалів 1,5 В. Визначити роботу виходу та червону границю фотоефекту.

$$(A = 2,56 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}; \lambda_0 = 7,74 \cdot 10^{-7} \text{ м})$$

5.89. При освітленні деякого металу випромінюванням з довжиною хвилі  $\lambda_1 = 279$  нм затримуючий потенціал дорівнює 0,66 В, при довжині хвилі  $\lambda_2 = 245$  нм затримуючий потенціал стає рівним 1,26 В. Визначити сталу Планка та роботу виходу електрона з даного металу.

$$(h = 6,5 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}; A = 5,98 \cdot 10^{-19} \text{ Дж})$$

5.90. Червона границя для деякого металу 0,6 мкм. Метал освітлюється світлом, довжина хвилі якого 0,4 мкм. Визначити максимальну швидкість електронів, які вириваються світлом з металу.

$$(v_{\max} = 0,605 \cdot 10^6 \text{ м/с})$$

5.91. Поверхня металу освітлюється світлом з довжиною хвилі  $\lambda = 350$  нм. При деякому затримуючому потенціалі фотострум стає рівним нулю. При зміні довжини хвилі на 50 нм затримуючу різницю потенціалів довелось збільшити на 0,59 В. Вважаючи сталу Планка та швидкість світла відомими, визначити заряд електрона.

$$(e = 1,59 \cdot 10^{-19} \text{ Кл})$$

5.92. Електрони, які вибиваються світлом при фотоефекті, повністю затримуються потенціалом 4 В. Червона границя фотоефекту 0,6 мкм. Визначити частоту падаючого світла.

$$(v = 1,46 \cdot 10^{15} \text{ Гц})$$

5.93. Монохроматичне світло, що падає на цезієву пластинку, вибиває з неї фотоелектрони, які при виході з пластинки мають кінетичну енергію 2eВ. Визначити довжину хвилі падаючого світла. Якою повинна бути довжина хвилі падаючих фотонів, щоб швидкість фотоелектронів дорівнювала 0,8 швидкості світла?

$$(\lambda_1 = 3,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \lambda_2 = 3,68 \cdot 10^{-7} \text{ м})$$

5.94. Фотоефект у деякого металу починається при частоті падаючого світла  $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . Визначити частоту світла, при якій електрони, що вириваються ним з металу, повністю затримуються різницею потенціалів 3В. Знайти роботу виходу для даного металу.

$$(\nu = 13,24 \cdot 10^{14} \text{ Гц}; A = 3,97 \cdot 10^{-19} \text{ Дж})$$

5.95. Червона границя фотоефекту для деякого металу 0,4 мкм. Кінетична енергія електронів, які вилітають, дорівнює 2 eВ. Яка частина енергії фотонів, що падають на метал, витрачається на роботу виходу?

$$(A/W_k = 0,608)$$

5.96. Знайти світловий тиск на стінки електричної 100-ватної лампи. Колба лампи являє собою сферичну посудину радіусом  $r = 5 \text{ см}$ . Стінки лампи відбивають 4% та пропускає 6% падаючого на них світла. Вважати, що вся потужність, яка споживається, іде на випромінювання.

$$(P = 10,4 \cdot 10^{-6} \text{ Па})$$

5.97. Потік енергії, що випромінюється електричною лампою,  $\Phi = 600 \text{ Вт}$ . На відстані  $r = 1 \text{ м}$  від лампи перпендикулярно до падаючих променів розташовано кругле плоске дзеркальце діаметром  $d = 2 \text{ см}$ . Визначити силу світлового тиску на дзеркальце. Лампу розглядати як точкове джерело.

$$(F = 1 \cdot 10^{-10} \text{ Н})$$

5.98. Яка величина світлового тиску на білу поверхню, якщо енергетична освітленість поверхні дорівнює  $0,15 \text{ Вт/см}^2$ ? Світло падає нормально до поверхні.

$$(P = 1 \cdot 10^{-5} \text{ Па})$$

5.99. Світло створює тиск  $10^{-6} \text{ Н/м}^2$ . Визначити довжину хвилі монохроматичного випромінювання, якщо на  $1 \text{ м}^2$  дзеркальної поверхні падає  $5 \cdot 10^{16}$  фотонів за секунду.

$$(\lambda = 66,3 \cdot 10^{-12} \text{ м})$$

5.100. Тиск монохроматичного світла довжиною хвилі 0,6 мкм на чорну поверхню дорівнює  $10^{-7}$  Па. Скільки фотонів падає за 1 с на  $1 \text{ см}^2$  поверхні?

$$(n = 9,05 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1})$$

5.101. Тиск світла на дзеркальну поверхню дорівнює 1МПа. Визначити концентрацію фотонів поблизу поверхні, якщо довжина хвилі падаючого на поверхню світла дорівнює 0,6 мкм.

$$(n = 1,5 \cdot 10^{12} \text{ м}^{-3})$$

5.102. Знайти величину нормального тиску на плоску поверхню при відбиванні паралельного світлового потоку з інтенсивністю  $I = 3,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ , якщо коефіцієнт відбивання дорівнює 0,6, а кут падіння дорівнює  $60^\circ$ .

$$(P = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Па})$$

5.103. На поверхню площею  $S = 0,01 \text{ м}^2$  за одиницю часу падає світлова енергія 1,05 Дж/с. Знайти світловий тиск для випадків, коли поверхня повністю відбиває та повністю поглинає промені, що на неї падають.

$$(P_1 = 7 \cdot 10^{-7} \text{ Па}; P_2 = 3,5 \cdot 10^{-7} \text{ Па})$$

5.104. Монохроматичний пучок світла ( $\lambda = 490 \text{ нм}$ ), який падає перпендикулярно до поверхні, спричиняє світловий тиск  $P = 4,9 \text{ мкПа}$ . Яке число фотонів падає за одиницю часу на одиницю площі цієї поверхні? Коефіцієнт відбивання світла  $\rho = 0,25$ .

$$(n = 2,89 \cdot 10^{21} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1})$$

5.105. Пучок паралельних променів монохроматичного світла з довжиною хвилі  $\lambda = 663 \text{ нм}$  падає нормально на дзеркальну поверхню. Потік випромінювання дорівнює 0,6 Вт. Визначити: 1) силу тиску  $F$  на цю поверхню; 2) число фотонів, які щосекунди падають на поверхню.

$$(F = 4 \cdot 10^{-9} \text{ Н}; n = 2 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1})$$

5.106. Визначити тиск променів Сонця: 1) на поверхню чорного тіла, яке розташоване на такій же відстані від Сонця, як і Земля; 2) на поверхню тіла, що відбиває всі промені; 3) на поверхню скляної пластинки, яка відбиває 4% енергії сонячних променів та поглинає 6% цієї енергії. Кут падіння променів в усіх випадках дорівнює нулю,

інтенсивність сонячної радіації  $I_0 = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ .

$$(P_1 = 3,6 \cdot 10^{-13} \text{ Па}; P_2 = 2,7 \cdot 10^{-13} \text{ Па}; P_3 = 0,63 \cdot 10^{-6} \text{ Па})$$

5.107. Колба електролампи розжарення являє собою сферу радіусом 4 см. Частина колби (50%) покрита сріблом і є дзеркальною. Лампа споживає потужність 50 Вт, з яких 90% іде на випромінювання. Тиск газу в колбі  $10^{-8}$  мм. рт. ст. Чи є більшим тиск світла на дзеркальну поверхню?

$$(P_{\text{св}}/P_{\kappa} = 11)$$

5.108. Паралельний пучок променів довжиною хвилі  $\lambda = 500 \text{ нм}$  падає нормально на чорну поверхню, спричиняючи тиск  $p = 10^{-5} \text{ Па}$ . Визначити:

1) концентрацію фотонів у потоці (число фотонів в одиниці об'єму);

2) число фотонів, які падають на одиницю площі за одиницю часу.

$$(n_1 = 2,52 \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}; n_2 = 75,4 \cdot 10^{20} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1})$$

5.109. Визначити коефіцієнт відбивання поверхні, якщо при енергетичній освітленості  $120 \text{ Вт/м}^2$  тиск світла на неї дорівнює  $5 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$ .

$$(\rho = 0,25)$$

5.110. Потужність електричної лампочки 200 Вт. Колба лампочки сферична радіусом 10 см. Стінки лампочки відбивають 10% світла, що на них падає. Вважаючи, що вся потужність, яка споживається лампочкою, іде на випромінювання, знайти світловий тиск на її стінки.

$$(P = 5,6 \cdot 10^{-6} \text{ Па})$$

5.111. При комптоновському розсіюванні енергія падаючого фотона розподіляється порівну між розсіяним фотоном та електроном віддачі. Кут розсіювання  $\varphi = \pi/2$ . Знайти енергію та імпульс розсіяного фотона.

$$(w_2 = 0,255 \text{ Мев}; p = 1,36 \cdot 10^{-22} \text{ кгм/с})$$

5.112. Кут розсіювання  $\gamma$ -квантів в результаті ефекту Комптона складає  $180^\circ$ . Визначити енергію електрона віддачі (енергія  $\gamma$ -кванта 0,51 MeV).

$$(T = 0,34 \text{ Мев})$$

5.113. Визначити максимальну зміну довжини хвилі при компто-нівському розсіюванні світла на вільних електронах.

$$(\Delta\lambda = 4,86 \cdot 10^{-12} \text{ м})$$

5.114. Енергія рентгенівських променів  $w = 0,6 \text{ МеВ}$ . Знайти енергію електрона віддачі, якщо довжина хвилі рентгенівських променів після комптонівського розсіювання змінилася на 20%.

$$(W = 0,1 \text{ Мев})$$

5.115. Рентгенівські промені з довжиною хвилі  $\lambda_0 = 20 \text{ пм}$  зазнають комптоновського розсіювання під кутом  $\theta = 90^\circ$ . Знайти зміну  $\Delta\lambda$  довжини хвилі рентгенівських променів при розсіюванні, а також енергію та імпульс електрона віддачі.

$$(\Delta\lambda = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}; W = 0,007 \text{ Мев}; p = 4,4 \cdot 10^{-23} \text{ кгм/с})$$

5.116. Яка довжина хвилі рентгенівських променів, якщо при їх комптоновському розсіюванні графітом під кутом  $60^\circ$  розсіяні промені мали довжину хвилі  $2,54 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ ?

$$(\lambda = 2,42 \cdot 10^{-11} \text{ м})$$

5.117. Рентгенівські промені довжиною хвилі  $20 \text{ пм}$  зазнають комптоновського розсіювання світла під кутом  $90^\circ$ . Знайти зміну довжини хвилі рентгенівських променів при розсіюванні та імпульс електрона віддачі.

$$(\Delta\lambda = 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ м}; p = 4,42 \cdot 10^{-23} \text{ кгм/с})$$

5.118. Речовина опромінюється рентгенівськими променями. Максимальна кінетична енергія комптонівських електронів дорівнює  $0,5 \text{ МеВ}$ . Визначити довжину хвилі рентгенівського випромінювання.

$$(\lambda_1 = 1,81 \cdot 10^{-12} \text{ м})$$

5.119. Фотон з енергією  $0,5 \text{ МеВ}$  розсіявся на вільному електроні під кутом  $60^\circ$ . Знайти енергію розсіяного фотона, кінетичну енергію та імпульс електрона віддачі.

$$(w_2 = 0,335 \text{ Мев}; W_k = 0,165 \text{ МеВ}; p = 2,35 \cdot 10^{-22} \text{ кгм/с})$$

5.120. У результаті ефекту Комптона фотон при взаємодії з електроном був розсіяний на кут  $90^\circ$ . Енергія розсіяного фотона  $w_2 = 0,4 \text{ МеВ}$ . Визначити енергію фотона  $w_1$  до розсіювання.

$$(w_1 = 1,85 \text{ Мев})$$

5.121. Довжина хвилі рентгенівського випромінювання, яке

падає на речовину з вільними електронами,  $\lambda = 0,003$  нм. Яку енергію набуде електрон віддачі при розсіюванні фотона під кутом  $60^\circ$ ?

$$(W = 0,12 \text{ MeV})$$

5.122. У результаті ефекту Комптона на вільних електронах фотон з енергією  $w_1 = 0,51$  MeV був розсіяний на кут  $120^\circ$ . Визначити енергію  $w_2$  розсіяного фотона.

$$(w_2 = 0,17 \text{ MeV})$$

5.123. *Гама*-квант з енергією 1,25 MeV був розсіяний на вільному електроні. Визначити комптонівську довжину хвилі розсіяного  $\gamma$ -кванта, якщо електрон відлетів під кутом  $60^\circ$  до напрямку падіння кванта.

$$(\lambda_2 = 2,2 \cdot 10^{-12} \text{ м})$$

5.124. При опроміненні речовини фотонами з довжиною хвилі 5 пм розсіювання фотонів відбувається під кутом  $20^\circ$ . Який імпульс має електрон віддачі?

$$(p = 1,6 \cdot 10^{-22} \text{ кг}\cdot\text{м/с})$$

5.125. Визначити кут, на який був розсіяний  $\gamma$ -квант з енергією  $\varepsilon_1 = 1,02$  MeV при ефекті Комптона, якщо кінетична енергія електрона віддачі  $W_k = 0,51$  MeV.

$$(\theta = 60^\circ)$$

### ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

#### *Хвильова оптика*

1. Яка з наведених формул виражає умови максимумів освітленості при інтерференції?

1	2	3	4	5
$\Delta s = 2dn \cos r - \frac{\lambda_0}{2}$ ;	$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda$ ;	$\Delta s = 2m \frac{\lambda_0}{2}$ ;	$\Delta r = \frac{xd}{L}$ ;	$\Delta r = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$ .

2. За якою формулою можна визначити оптичну різницю ходу променів при інтерференції в тонких плівках?

1	2	3	4	5
$\Delta s = 2m \frac{\lambda_0}{2}$ ;	$\Delta r = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$ ;	$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda$ ;	$\Delta s = 2dn \cos r - \frac{\lambda_0}{2}$ ;	$\Delta r = \frac{xd}{L}$ .

3. Яка з наведених формул визначає радіус світлого кільця

Ньютона у відбитому світлі?

1	2	3	4	5
$r = \sqrt{mR\lambda_0}$ ;	$r = \sqrt{i \frac{RL}{R+L}} \lambda$ ;	$r = \sqrt{(2m+1) \frac{R\lambda_0}{2}}$ ;	$r = A \cos \omega t$ ;	$r = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$ .

4. Вкажіть формулу, за якою визначаються кути, що відповідають головним максимумам при дифракції на дифракційній ґратці?

1	2	3	4	5
$2dn \cos r = m\lambda$ ;	$\operatorname{tgi}_B = n$ ;	$2d \sin \theta = m\lambda$ ;	$d \sin \varphi = \pm n\lambda$ ;	$d \sin \varphi = \pm (2n+1) \frac{\lambda}{2}$ .

5. Яке з наведених співвідношень виражає умову Вульфа-Бреггів при дифракції рентгенівських променів на кристалічній ґратці?

1	2	3	4	5
$d \sin \varphi = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$ ;	$d \sin \varphi = m\lambda$ ;	$\operatorname{tgi}_B = n$ ;	$2dn \cos r = m\lambda_0$ ;	$2d \sin \theta = m\lambda$ .

6. Яке з наведених рівнянь виражає закон Брюстера?

1	2	3	4	5
$I = I_0 \cos^2 \varphi$ ;	$\operatorname{tgi}_B = n$ ;	$\frac{\sin i_B}{\sin r_B} = n$ ;	$\varphi = rBl$ ;	$\varphi = \alpha cd$ .

7. Яке з наведених рівнянь виражає закон Малюса?

1	2	3	4	5
$\Delta r = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$ ;	$2d \sin \theta = m\lambda$ ;	$\operatorname{tgi}_B = n$ ;	$I = I_0 \cos^2 \varphi$ ;	$I = I_0 e^{-\alpha x}$ .

8. За якою з наведених формул можна знайти кут обертання площини поляризації поляризованого світла розчинами оптично активних речовин?

1	2	3	4	5
$\varphi = \alpha cd$ ;	$I = I_0 \cos^2 \varphi$ ;	$\varphi = rBl$ ;	$\varphi = \alpha cd$ ;	$\operatorname{tgi}_B = n$ .

9. Дисперсію називають нормальною, якщо...

1	2	3	4	5
$\frac{dn}{d\omega} < 0;$	$\frac{dn}{d\omega} > 0;$	$\frac{dn}{d\omega} = 0;$	$\frac{dn}{d\omega} = \text{const};$	$\frac{dn}{d\omega} = f(t).$

10. Яке з наведених рівнянь є законом Бугера для поглинання світла?

1	2	3	4	5
$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} A^2;$	$I = \langle w \rangle v;$	$I = f(v^4);$	$I = I_0 e^{-\alpha x};$	$I = I_0 \cos^2 \varphi.$

### Квантова оптика

1. Яка з наведених формул виражає фізичний зміст інтегральної випромінюючої здатності?

1	2	3	4	5
$E(T) = \sigma T^4;$	$E(T) = \frac{dW}{dt dS};$	$E(T) = \int_0^{\infty} e(\nu, T) d\nu;$	$e(\nu, T) = \frac{dE}{dt};$	$\frac{E(T)}{A(T)} = E^*(T).$

2. Яка з наведених формул справджується для абсолютно чорного тіла?

1	2	3	4	5
$a(\nu, T) = 1;$	$A(T) = 1;$	$a(\nu, T) < 1;$	$r(\nu, T) = 1;$	$D(\nu, T) = 1.$

3. Яке з наведених рівнянь виражає закон Кірхгофа для теплового випромінювання?

1	2	3	4	5
$E(T) = \int_0^{\infty} e(\nu, T) d\nu;$	$\lambda_{\max} = \frac{b}{T};$	$\frac{E(T)}{A(T)} = E^*(T);$	$\frac{e(\nu, T)}{a(\nu, T)} = e^*(\nu, T);$	$E(T) = \sigma T^4.$

4. Яке з наведених рівнянь виражає закон Стефана-Больцмана для теплового випромінювання?

1	2	3	4	5
$E(T) = \frac{dW}{dt dS};$	$\frac{e(\nu, T)}{a(\nu, T)} = e^*(\nu, T);$	$\lambda_{\max} = \frac{b}{T};$	$E(T) = \sigma T^4;$	$e(\nu, T) = \frac{dE}{dt}.$

5. Яке з наведених рівнянь виражає закон зміщення Віна для теплового випромінювання?



1	2	3	4	5
$\frac{v_{\max}}{T} = b_1;$	$\lambda_{\max} = \frac{b}{T};$	$E(T) = \sigma T^4;$	$\frac{e(v, T)}{a(v, T)} = e^*(v, T);$	$E(T) = \int_0^{\infty} e(v, T) dv.$

6. За якою з наведених формул можна знайти імпульс фотона?

1	2	3	4	5
$p = \frac{h\nu}{c};$	$\vec{p} = m\vec{v};$	$\vec{p} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E};$	$\vec{p} = IS\vec{n};$	$p = \frac{h}{\lambda}.$

7. Яке з наведених співвідношень є рівнянням Ейнштейна для зовнішнього фотоелектричного ефекту?

1	2	3
$e^*(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1};$	$\frac{m\nu^2}{2} = eU_0;$	$h\nu = A + \frac{m\nu^2}{2};$

4	5
$\Delta\lambda = 2\lambda_k \sin^2 \frac{\theta}{2};$	$Nh\nu = A + \frac{m\nu^2}{2}.$

8. За якою формулою визначають червону границю фотоелектричного ефекту?

1	2	3	4	5
$\lambda_{\max} = b/T;$	$\nu_{\max}/T = b_1;$	$\nu_0 = A/h;$	$\lambda_0 = hc/A;$	$w = h\nu.$

9. Вкажіть формулу, за якою визначається тиск світла при його нормальному падінні на поверхню?

1	2	3	4	5
$P = nkT;$	$PV^\gamma = const;$	$P = n_0 h\nu(1+r) \cos i;$	$P = \langle w \rangle (1+r);$	$P = \frac{2}{3} n \langle W_k \rangle.$

10. За якою формулою можна визначити збільшення довжини хвилі випромінювання в ефекті Комптона?

1	2	3	4	5
$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta);$	$u_z = \frac{d\omega}{dk};$	$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN;$	$\Delta\lambda = 2\lambda_k \sin^2 \frac{\theta}{2};$	$\frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} = \frac{k}{d \cos\varphi}$

### В.3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ДЕЯКИХ ТИПОВИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

#### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5.1

#### *Визначення довжини світлової хвилі за допомогою біпризми Френеля*

**Мета роботи:** вивчити явище інтерференції світла, способи одержання когерентних джерел та ознайомитися з одним із методів визначення довжини світлової хвилі.

#### Основні теоретичні відомості

*Інтерференція хвиль* – це явище накладання двох або більше світлових хвиль, які мають однакову частоту, постійну в часі різницю фаз і однакові напрямки коливань світлових векторів  $\vec{E}$ . При цьому відбуваються взаємне підсилення світлових хвиль в одних точках простору та ослаблення в інших.

Хвилі з однаковою частотою, постійною в часі різницею фаз та однаковими напрямками коливань світлових векторів  $\vec{E}$  називаються *когерентними* (див. §§ 19, 26, М. I; § 1, М. V).

Для спостереження інтерференції необхідною умовою є когерентність хвиль. Природні джерела випромінюють потік некогерентних хвиль. Звичайно такими джерелами є дуже нагріті тіла. Енергія теплового руху збуджує атоми та молекули цих тіл, які, переходячи в стаціонарний стан, спонтанно випромінюють пакет

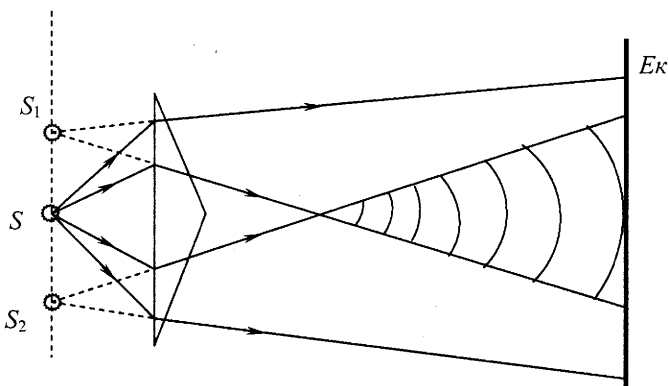


Рис. Л5.1.1

електромагнітних хвиль – хвильовий цуг. Атом випромінює протягом дуже короткого проміжку часу – порядку  $10^{-8}$  с. При наступному акті випромінювання атома електромагнітна хвиля матиме іншу фазу. Оскільки різниця фаз між випромінюванням окремого атома в кожному новому акті випромінювання, а тим більше різниця фаз між випромінюванням двох незалежних атомів, хаотично змінюється, то світло природних джерел є некогерентним. Одержання когерентних пучків виявляється можливим, якщо примусити хвильовий цуг, випромінений окремим атомом або групою атомів, інтерферувати самому з собою. Хвилю, яка йде від одного джерела, розбивають на дві частини і спрямовують в одну і ту саму точку різними шляхами. Для практичної реалізації цього методу існує багато способів (див. §1, М. V). В роботі для створення інтерференційної картини використовується біпризма Френеля (рис. Л5.1.1), яка утворюється двома однаковими призмами з малими заломлюючими кутами, що з'єднані основами. Світло з вузької щілини  $S$ , паралельної ребру біпризми, проходячи крізь неї, в результаті заломлення утворює уявні когерентні джерела  $S_1$  та  $S_2$ . Світлові пучки від джерел  $S_1$  та  $S_2$  перекриваються (цю область видно на рис. Л5.1.1) і інтерферують.

На рис. 5.2 (§1, М. V)  $S_1$  та  $S_2$  – ті самі джерела;  $d$  – відстань між ними;  $L$  – відстань від джерел до екрана.

Використавши умову максимуму інтерференції (§1, М. V), можна знайти координати  $x_m$  тих точок екрана, інтенсивність світла в яких найбільша:

$$x_m = \pm m \frac{L}{d} \lambda \quad (m = 0; 1; 2 \dots). \quad (1)$$

Відстань між сусідніми максимумами

$$\Delta x = x_{m+1} - x_m = \frac{L}{d} \lambda, \quad (2)$$

звідки довжина світлової хвилі

$$\lambda = \Delta x \frac{d}{L}. \quad (3)$$

Якщо використати джерело монохроматичного світла, то на екрані утвориться інтерференційна картина у вигляді темних і світлих смуг. В центрі картини буде максимум (точка  $O$ ), який називається максимумом нульового порядку ( $m = 0$ ). По обидва боки від нього розмістяться максимуми першого ( $m = 1$ ) і наступних порядків.

**Прилади і обладнання:** оптична лава, джерело світла, регульована щілина зі світлофільтром, біпризма Френеля, телелупа з

вимірювальним пристроєм (мікрометром), дві насадки на телелупу ( $0,5^x$  та  $10^x$ ), лінійка.

### Порядок виконання роботи

1. На відстані приблизно 65 см від джерела світла встановити біпризму так, щоб її ребро було паралельне щілині, яка формує світловий пучок.

2. На відстані приблизно 15 см від біпризми встановити телелупу з насадкою  $10^x$  і домогтися чіткої інтерференційної картини.

3. Підвести телелупу до стикання з мікрометром. Повертаючи гвинт на утримувачі телелупи, домогтися суміщення однієї з крайніх світлових смуг з візирною міткою телелупи. Ця смуга буде початком відліку.

4. Переміщуючи телелупу за допомогою гвинта, домогтися суміщення візирної мітки з  $m$ -ою смугою. Зафіксувати показання мікрометра.

5. За різницею показань мікрометра визначити відстань  $x$  між  $m$  світлими смугами. Дослід повторити не менше п'яти ( $N = 5$ ) разів. Дані занести в таблицю Л5.1.1.

6. Для кожного досліду за формулою  $\Delta x = x / (m - 1)$  обчислити відстань між двома сусідніми інтерференційними смугами.

7. За допомогою лінійки виміряти відстань  $L$  між джерелом світла і предметною площиною телелупи.

8. Замінити насадку  $10^x$  на насадку  $0,5^x$ . Домогтися чітких зображень двох уявних джерел світла, що мають вигляд двох щілин.

9. Як і в попередньому випадку, виміряти відстань  $d$  між двома уявними джерелами. Вимірювання повторити не менше п'яти ( $N = 5$ ) разів. Дані записати в таблицю К5.1.1.

10. Провести статистичне опрацювання результатів вимірювань. Визначити довірчий інтервал  $\Delta\lambda$  при довірчій імовірності  $P = 0,95$ . Кінцевий результат записати в інтервальній формі, вказавши поруч довірчу імовірність:

$$\lambda = \lambda_{\text{сеп}} \pm \Delta\lambda, P = 0,95.$$

Таблиця Л5.1.1

№ вимірювання	$m$	$x$ , м	$\Delta x$ , м	$d$ , м	$L$ , м	$\lambda$ , нм
1						
...						
5						
Середнє значення						

## Контрольні запитання

1. Яке явище називається інтерференцією світла?
2. У чому полягає принцип суперпозиції хвиль?
3. Які хвилі називаються когерентними?
4. Сформулюйте умови утворення максимумів та мінімумів при інтерференції хвиль.
5. Поясніть утворення інтерференційних смуг за допомогою біпризми Френеля.
6. Виведіть формулу для визначення довжини хвилі.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5.2

### *Визначення довжини світлової хвилі в білому світлі за допомогою дифракційної ґратки*

**Мета роботи:** ознайомитися з явищем дифракції світла і використанням цього явища для визначення довжини хвилі в білому світлі за допомогою дифракційної ґратки.

### Основні теоретичні відомості

Явище *дифракції* світла полягає у відхиленні світлових хвиль від прямолінійного поширення під час проходження світла в середовищі з різко вираженими неоднорідностями (малі отвори в непрозорих екранах, межі непрозорих тіл і т.п.) і потрапляння світла в область геометричної тіні.

Дифракція світлових хвиль практично спостерігається, якщо розміри отворів чи перешкод одного порядку з довжиною світлових хвиль. Дифракція світла зумовлена його хвильовою природою.

При дифракції світла можливі два випадки:

1. Перешкода, на якій відбувається дифракція світла, розміщується на скінченій відстані від джерела. Тобто у цьому випадку відбувається дифракція сферичних хвиль (дифракція Френеля).

2. У другому випадку відбувається дифракція плоских світлових хвиль (дифракція Фраунгофера). Тоді дифракційну картину можна спостерігати тільки за допомогою лінзи, яка збирає промені у фокальній площині, або оком, акомодованим на нескінченність (§§3-5, М.V).

Важливе практичне значення має *дифракційна ґратка* – пристрій, що має  $N$  однакових паралельних щілин шириною  $b$ ,

розділених однаковими за шириною  $a$  непрозорими проміжками (див. §5, М. V, рис. 5.10,  $b=BC$ ,  $a=CD$ ). Величина  $d = a + b$  називається *постійною* або *періодом* дифракційної ґратки. Здебільшого дифракційна ґратка може бути у вигляді плоскої скляної або металевої поверхні, на якій за допомогою спеціального пристрою нанесено досить багато (інколи сотні тисяч на одиницю довжини) прямих рівновіддалених щілин (штрихів). На скляних ґратках спостереження можна проводити у прохідному або у відбитому світлі, на металевих – тільки у відбитому світлі.

При рорахунку дифракційної картини на екрані  $E$ , що знаходиться в фокальній площині лінзи, слід враховувати інтерференцію вторинних хвиль як від різних ділянок однієї щілини, так і від різних щілин ґратки.

*Головні мінімуми* спостерігаються при кутах дифракції  $\varphi$ , які відповідають мінімумам при дифракції на одній щілині:

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

*Головним максимумам* відповідає умова максимуму інтерференції світлових пучків, що проходять крізь сусідні щілини:

$$d \sin \varphi = \pm n \lambda \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

У цих напрямках максимуми інтенсивності в  $N^2$  разів перевищують інтенсивність хвиль, що поширюються від однієї щілини в тому самому напрямку. Розрахунки показують, що між двома сусідніми головними максимумами буде  $N - 1$  мінімумів і  $N - 2$  вторинних максимумів. На них накладатимуться мінімуми, що виникають під час дифракції від окремої щілини.

Слід зазначити, що інтенсивність світла вторинних максимумів досить мала і нею можна нехтувати порівняно з інтенсивністю головних максимумів.

Розміщення головних максимумів визначається довжиною хвилі  $\lambda$ , тому в разі пропускання крізь ґратку білого світла всі максимуми, крім центрального ( $n = 0$ ), розкладаються у спектр. Головні дифракційні максимуми для  $n = 1$  утворюють спектр першого порядку, для  $n = 2$  – спектр другого порядку і т. д. У кожному з них найбільше відхилення маємо для довжин хвиль, яким відповідає червоний колір, і найменше – для фіолетових променів. У спектрі будь-якого порядку його фіолетова частина розміщується ближче до центрального максимуму, а червона – далі.

Отже, дифракційна ґратка може бути використана як

спектральний прилад. Слід зауважити, що чим більше штрихів має ґратка, тим чіткіші максимуми, смуги стають вужчими, а проміжки між смугами темнішими.

Метод визначення довжини світлової хвилі, який застосовується у даній роботі, полягає у тому, що дифракційний спектр спостерігається безпосередньо на екрані без допомоги лінзи. Роль лінзи виконує кришталик ока, який фокусує паралельні промені на сітківці ока.

З умови максимуму для дифракційної ґратки (2) видно, що, визначивши кути  $\varphi$  відхилення променів для певної світлової смуги при відомому періоді ґратки  $d$ , можна для різних порядків ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) обчислити довжину хвилі за формулою

$$\lambda = d \sin \varphi / n. \quad (3)$$

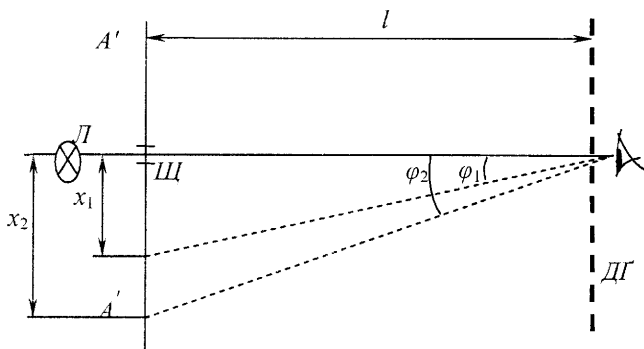


Рис.Л5.2.1

У роботі використовується установка, яка складається з штатива, на якому з одного боку розмішена нерухомо дифракційна ґратка ДГ, а з іншого – вузька вертикальна щілина Щ, яка може переміщуватися вздовж штатива (рис. Л5.2.1). У площині щілини міститься шкала АА' з міліметровими поділками. Всі елементи встановлені на оптичній лаві.

Світлова хвиля, яка падає на дифракційну ґратку, є плоскою, оскільки відстань  $l$  між вертикальною щілиною Щ і дифракційною ґраткою ДГ велика. Дифракційний спектр спостерігається візуально – дифракційна ґратка розміщується між вертикальною щілиною та оком. Переміщенням щілини вздовж штатива домагаються чіткого зображення дифракційної картини, яка являє собою симетрично розміщені відносно щілини дифракційні спектри (рис. Л5.2.2).

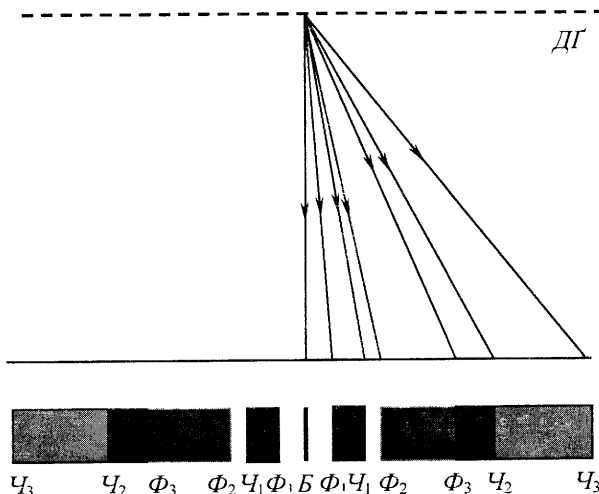


Рис. Л5.2.2

Суцільні спектри, розміщені праворуч і ліворуч від центральної смуги, називаються спектрами першого, другого і т.д. порядків. Спектри, починаючи з другого порядку, частково накладаються один на одного.

У роботі визначають довжини фіолетового  $\Phi$  і червоного  $\mathcal{C}$  світла. З рис. Л5.2.1 видно, що

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{x_1}{l}, \quad (4)$$

де  $\varphi_1$  – кут, під яким спостерігається кольорова смуга першого дифракційного спектра. Для малих кутів  $\varphi$  можна припустити, що  $\operatorname{tg} \varphi = \sin \varphi$ .

Ґрунтуючись на сказаному вище, можна зробити висновок, що формула (3) матиме такий кінцевий вигляд:

$$\lambda = \frac{x_n d}{nl}. \quad (5)$$

Використовуючи формулу (5), визначимо довжини хвиль фіолетового і червоного світла, спостерігаючи спектри першого ( $n = 1$ ) і другого ( $n = 2$ ) порядків.

**Прилади і обладнання:** дифракційна ґратка, точкове джерело світла (лампа розжарювання), вертикальна щілина, оптична лава, міліметрова шкала, лінійка.



### Порядок виконання роботи

1. Розмістити елементи оптичної схеми на оптичній лаві, як показано на рис. Л5.2.1.

2. Освітити щілину  $Щ$  віддаленим на 2 – 3 м точковим джерелом світла  $S$ .

3. Дифракційну ґратку розмістити між вертикальною щілиною  $Щ$  і оком.

4. Переміщенням щілини вздовж штатива домогтися чіткого зображення дифракційної картини. При цьому дифракційні спектри мають симетрично розміститися відносно яскравої центральної смуги.

5. Поворотом дифракційної ґратки домогтися паралельності між вертикальною щілиною  $Щ$  і штрихами ґратки.

6. По міліметровій шкалі, яка розміщена в площині  $AA'$ , відрахувати відстані  $2x_1$  або  $2x_2$  між фіолетовими та червоними смугами відповідно для першого і другого порядків спектру (див. рис. Л5.2.2).

7. За допомогою лінійки, яка розміщена на штативі, виміряти відстань  $l$  від вертикальної щілини  $Щ$  до дифракційної ґратки  $ДГ$ .

Усі вимірювання повторювати не менше п'яти разів. Результати вимірювань занести в таблицю Л5.2.1.

8. Використовуючи формулу (5), визначити довжини хвиль для фіолетового та червоного світла, спостерігаючи спектри першого ( $n = 1$ ) і другого ( $n = 2$ ) порядків.

9. Провести статистичне опрацювання результатів вимірювань.

Визначити довірчий інтервал  $\Delta\lambda$  при довірчій імовірності  $P = 0,95$ .

Остаточний результат записати в інтервальнойній формі:

$$\lambda = \lambda_{сер} \pm \Delta\lambda, P = 0,95.$$

Таблиця Л5.2.1

№ вимірювання	$n$	$x$ , м	$l$ , м	$\lambda$ , нм
1				
...				
5				
Середнє знач.				

### Контрольні запитання

1. Що називається дифракцією світла?

2. Яка умова виникнення головних дифракційних максимумів?
3. У чому суть принципу Гюйгенса – Френеля?
4. Що таке дифракційна ґратка і які її основні характеристики?
5. Як визначити довжину світлової хвилі в білому світлі за допомогою дифракційної ґратки?
6. Яким чином дифракційна ґратка розкладає біле світло в спектр?
7. У яких технічних пристроях використовуються дифракційні ґратки?

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5.3

#### **Визначення питомого поворотання площини поляризації і концентрації розчинів оптично активних речовин**

**Мета роботи :** вивчити явище поляризації світла та оптичної активності, оволодіти методикою визначення питомого поворотання площини поляризації в оптично активних речовинах за допомогою поляриметра і цукрометра.

#### **Основні теоретичні відомості**

*Поляризація світла* – це фізична характеристика оптичного випромінювання, яка описує поперечну анізотропію світлових хвиль. Поперечність електромагнітних хвиль призводить до того, що хвиля не має осьової симетрії відносно напрямку поширення через існування певних вибраних напрямків для векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  у площині, перпендикулярній до напрямку поширення (рис. 4.31, М. IV).

Світло, яке випромінюється будь-яким окремим атомом або молекулою, в кожному акті випромінювання завжди поляризоване. Реальні джерела світла складаються з великої кількості атомів (молекул), тому світло, що поширюється від них, є *неполяризованим* або *природним*, оскільки вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  в ньому хаотично змінюють свої напрямки, причому всі напрямки коливань рівномірні (рис. Л5. 3.1, а).

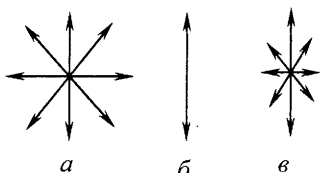
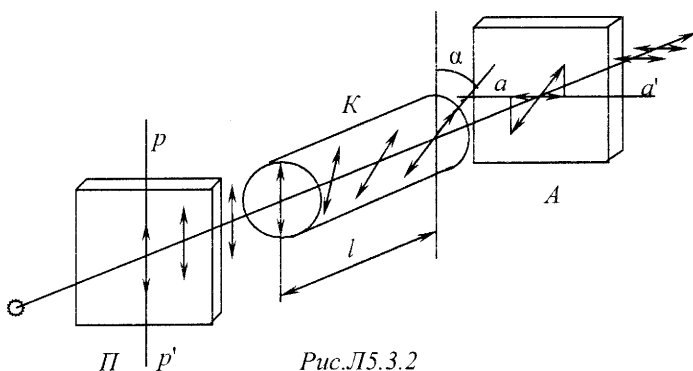


Рис. Л5.3.1

Поляризація світла характеризується просторово-часовою впорядкованістю орієнтації векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$ . Залежно від виду впорядкованості розрізняють лінійну, еліптичну і колову поляризацію. Наприклад, світло, в якого напрямок

коливання електричного і магнітного векторів у будь-якій точці простору залишається незмінним, називають *лінійно поляризованим* або *плоскополяризованим* (рис. Л5.3.1, б). На рис. Л5.3.1, в показана орієнтація електричного вектора *частково поляризованого* світла. Напрямок поширення світлових променів на рис. Л5.3.1 перпендикулярний до площини рисунка. *Площиною поляризації* називають площину, в якій відбувається коливання вектора напруженості  $\vec{E}$  (світлового вектора хвилі).

У разі проходження поляризованого монохроматичного променя крізь деякі речовини спостерігається поворот площини поляризації променя. Таке явище називають *оптичною активністю*, а речовини – *оптично активними*. Звичайно схрещені поляризатор  $\Pi$  та аналізатор  $A$  ( $aa' \perp pp'$ ) не пропускають світло в око від джерела  $S$  (рис. Л5.3.2). Якщо між ними ввести оптично активну речовину  $K$ , то відбувається просвітлення поля зору, яке можна погасити, повернувши аналізатор на деякий кут  $\alpha$ . Тобто світло після виходу з речовини залишається плоскополяризованим, але площина коливань його світлового вектора виявляється повернутою на кут  $\alpha$ . Експериментально встановлено, що кут повороту площини поляризації для оптично активних кристалів і чистих речовин пропорційний відстані  $l$ , яку проходить світло в



оптично активному середовищі:

$$\alpha = [\alpha_0]l. \quad (1)$$

Поворот площини поляризації розчинами – молекулярна властивість: кут  $\alpha$  зростає пропорційно кількості молекул оптично активної речовини, що трапляються на шляху променя, отже він пропорційний її концентрації та шляху променя в середовищі. Для

розчинів справедлива формула

$$\alpha = [\alpha_0] Cl, \quad (7)$$

тобто кут повороту площини коливань монохроматичного світла  $\alpha$  в оптично активному середовищі дорівнює добутку питомого повертання  $[\alpha_0]$ , концентрації розчину  $C$  та шляху променя  $l$  в розчині. *Питоме повертання*  $[\alpha_0]$  визначає кут повороту площини коливань променя при одиничних концентрації і товщині розчину (характеризує природу речовини і залежить від довжини хвилі та температури).

Оптична активність речовин зумовлена асиметрією їхніх молекул. Залежно від просторової структури молекул одна й та сама речовина може повертати площину коливань за годинниковою стрілкою (вправо, якщо дивитись назустріч променю) – *правообертальні речовини* або проти неї (вліво)– *лівообертальні речовини*. Оптичну активність багатьох речовин пов'язують з наявністю асиметричного атома вуглецю, який, приєднуючи різні атоми і радикали, утворює молекулу з дзеркальною симетрією. Всі білки побудовані лише з “лівих” амінокислотних залишків. Молекули цукру, виноградного цукру (глюкози), фруктового цукру (фруктози) та інших органічних сполук містять по кілька атомів вуглецю, що зумовлює можливість існування різних дзеркальносиметричних структурних форм цих молекул. Більшість цукрів (цукроза, глюкоза) повертають площину поляризації вправо, але фруктоза повертає її вліво.

**Прилади і обладнання:** напівтіньовий поляриметр, цукрометр, трубки з оптично активними речовинами (розчинами цукру).

**Опис лабораторної установки:** Для визначення концентрації розчинів цукру в лабораторній роботі використовують напівтіньовий поляриметр та цукрометр. Схема поляриметра зображена на рис. Л5.3.3. Світло, що випромінюється джерелом  $S$ , проходить

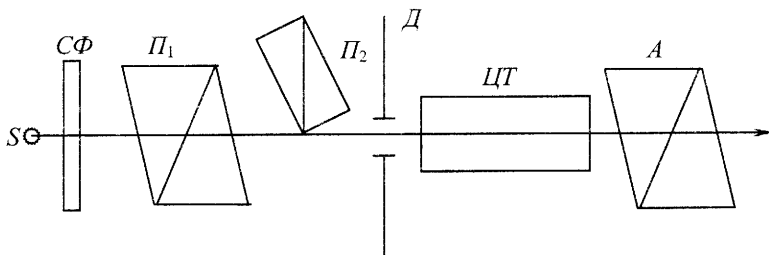


Рис. Л5.3.3

світлофільтр  $CF$  і потрапляє на призми поляризатора  $P_1$  і  $P_2$ . Після проходження поляризаційних призм частина світла, виділеного діафрагмою  $D$ , потрапляє на цукрометричну трубку  $CT$ , наповнену оптично активною речовиною, і далі – на аналізатор  $A$ .

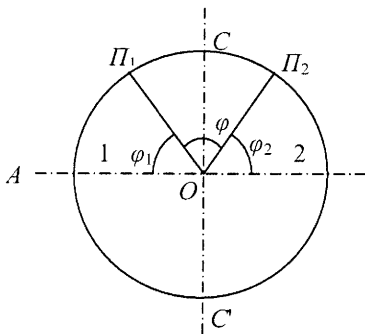


Рис. Л5.3.4

Площини поляризаційних призм  $P_1$  і  $P_2$  утворюють між собою невеликий кут  $\varphi$  (рис.Л5.3.4).

У напівтіньовому поляриметри поле зору розділяється на дві половини (1 і 2) лінією  $CC'$ .

У першій половині поля освітленість зумовлена світлом, площина поляризації якого зорієнтована в площині  $OP_1$  призми  $P_1$  поляризатора. Світло, яке пройшло призми  $P_1$  та  $P_2$  поляризатора, має площину поляриза-

ції, суміщену з  $OP_2$  – площиною призми  $P_2$ . Площини  $OP_1$  та  $OP_2$  утворюють малий кут  $\varphi$ .

Якщо розглядати це поле зору крізь аналізатор, що пропускає світло з коливаннями електричного вектора в площині, перпендикулярній до  $OP_2$ , то світло з коливаннями, паралельними  $OP_2$ , не пройде крізь аналізатор, і поле зору в цій половині буде темним, тоді як світло з коливаннями, паралельними  $OP_1$ , частково пропускається аналізатором, і ця половина поля зору буде просвітлена (рис. Л5.3.5, а).

Якщо аналізатор повернути так, щоб він пропускав світло з коливаннями світлового вектора  $\vec{E}$ , перпендикулярними до  $OP_1$ , то, очевидно, в полі зору буде спостерігатися протилежна картина (рис. Л5.3.5, б). Зрозуміло, що обидві половини поля зору будуть мати однакову освітленість тоді, коли аналізатор встановити симетрично відносно напрямків  $OP_1$  і  $OP_2$  (рис. Л5.3.5, в).

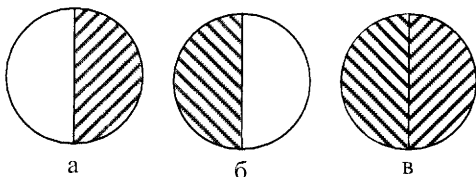


Рис. Л5.3.5

Під час виконання лабораторної роботи аналізатор встановлюється на однаковість освітленостей обох половин поля зору, якщо немає кювети (положення 1), а потім – за наявності кювети з розчином цукру (положення

2). Кут  $\alpha$ , на який повертається площина поляризації розчином цукру,

відповідає куту повороту аналізатора  $A$  з положення 1 в положення 2. Значення кута повороту  $\alpha$  визначається по коловій шкалі поляриметра.

Прилади, шкали яких проградуйовані в концентрації розчинів цукру, називають *цукрометрами*.

У цукрометрі світловий потік, що йде від джерела світла, проходить поляризаційну призму. Поляризований потік світла напівтіньовою пластинкою поділяється на два, розділених лінією поділу. Аналізатор пропускає однакові за яскравістю обидві половини потоку і в полі зору зорової труби, встановленої за аналізатором, спостерігаються дві однаково освітлені половини поля порівняння, розділені тонкою лінією.

Якщо між поляризатором та аналізатором встановити кювету з розчином, то порушується рівність освітленостей полів порівняння, тому що досліджуваний розчин повертає площину поляризації на кут, пропорційний концентрації розчину.

Для вирівнювання освітленостей полів порівняння в цукрометрі застосовано клиновий компенсатор. Переміщенням рухомого клина компенсується кут повороту площини поляризації розчину. При цьому відбувається вирівнювання освітленостей полів порівняння. Одночасно з рухомим клином переміщується шкала, на якій фіксують певне значення по нульовій поділі ноніуса, що відповідає стану однакової освітленості полів порівняння, які видно в зорову трубу. Шкала і ноніус освітлюються електричною лампочкою, світло якої проходить крізь світлофільтр.

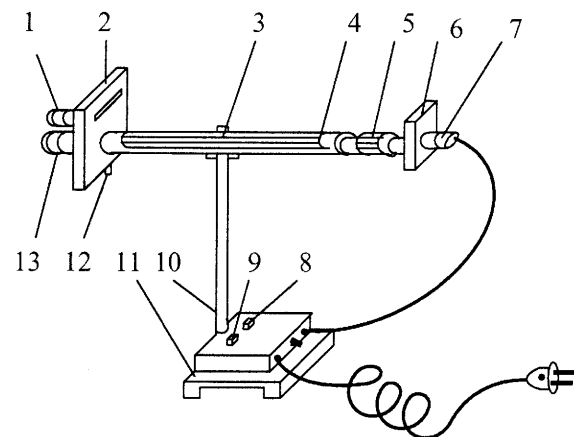


Рис. 15.3.6

Основними вузлами цукрометра (рис. 15.3.6) є: вузол виміральної головки 2 і освітлювальні вузли 6 та 7 з'єднані між собою траверсою 4. Траверса прикріплюється через стійку 10 до основи 11. На траверсі закріплені кюветне відділення 3 для поляриметричних кювет і оправа 5 з поляризатором і напівтіньовою пластинкою. 3

лицьового боку вимірювальної головки розміщена лупа 1 для відліку показів по шкалі й зорова труба 13. У нижній частині вимірювальної головки розміщена рукоятка клинового компенсатора 12, обертанням якої переміщують рухомий кварцовий клин і зв'язану з ним шкалу. В освітлювальний вузол входять: патрон з лампою 7 і поворотна обойма 6 зі світлофільтром та діафрагмою. На основі встановлена кнопка 8 для вмикання освітлювача і ручка резистора 9 для регулювання освітленості поля зору.

### Порядок виконання роботи

1. Увімкнути електроживлення цукрометра в мережу і кнопкою 8 – освітлювач (рис. Л5.3.6).

2. Встановити обойму 6 в положення «С» (світлофільтр) при роботі з безбарвними і слабозабарвленими розчинами або в положення «Д» (діафрагма) – при роботі з темнobarвленими розчинами.

3. Встановити окуляр зорової труби на максимальну різкість зображення вертикальної лінії поділу полів порівняння.

4. Встановити лупу шкали на максимальну чіткість зображення.

5. Встановити нуль-пункт. Для цього потрібно зачинити кришку кюветного відділення без кювети; вирівняти яскравості полів порівняння обертанням рукоятки 12 і перевірити, чи збігається нуль ноніуса з нулем шкали; середнє арифметичне з п'яти відліків потрібно прийняти за нульовий відлік ( $n'_0$ ).

6. Розмістити кювету з розчином у кюветному відділенні; повертаючи кювету навколо осі, встановити її в таке положення, в якому лінія поділу полів порівняння ділить поле зору на дві однакові частини.

7. Вимірювання потрібно проводити в такій послідовності: вирівняти освітленість полів порівняння обертанням рукоятки 12; провести відлік показань по шкалі і ноніусу з точністю до  $0,05^\circ S$  ( $n'$ ). Повторити вирівнювання освітленостей полів порівняння і відлік по шкалі не менше п'яти разів.

У цукрометрі застосовується міжнародна цукрова шкала: 100 градусів цієї шкали відповідають 34,64 кутовим градусам. Цукрометр показує  $100^\circ$ , якщо на ньому у кюветі завдовжки 200 мм досліджують водний розчин цукрози, в  $100 \text{ см}^3$  якого міститься 26 г хімічно чистої цукрози. Отже, ціна поділки шкали  $C_0 = 0,260 \text{ г}$  на  $100 \text{ см}^3$  розчину при довжині трубки  $l = 2 \text{ дм}$  (при довжині трубки 1 дм одержаний результат потрібно подвоїти).

8. Визначити концентрацію  $C$  досліджуваного цукрового розчину для кожної з п'яти пар значень  $n'$  та  $n_0'$  :

$$C = C_0(n' - n_0').$$

Провести статистичне опрацювання результатів вимірювань концентрації. Знайти довірчий інтервал  $\Delta C$  при довірчій імовірності  $P = 0,95$ . Результат записати в інтервальній формі

$$C = C_{cp} \pm \Delta C, P = 0,95.$$

9. За допомогою поляриметра визначити кут повороту площини поляризації досліджуваним розчином. Для цього по коловій шкалі поляриметра зробити відліки  $n_{01}$ ,  $n_{02}$  положень нулів двох діаметрально розміщених ноніусів при рівномірній освітленості поля зору. Ноніуси на шкалі зручно розглядати крізь лупи, розміщені на окулярі поляриметра. Розмістити кювету з розчином у кюветному відділенні. Обертанням аналізатора за допомогою гвинта на коловій шкалі домогтися рівномірної освітленості поля зору. Провести відліки  $n_1$ ,  $n_2$  по коловій шкалі. Визначити кути повороту площини поляризації по обох ноніусах:

$$\alpha_1 = n_1 - n_{01}, \alpha_2 = n_2 - n_{01}$$

та середнє значення кута повороту

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}.$$

Процедуру вимірювання повторити п'ять разів.

10. Провести статистичне опрацювання результатів вимірювань. Знайти довірчий інтервал  $\Delta[\alpha_0]$  при довірчій імовірності  $P=0,95$ . Результат визначення питомого повертання записати в інтервальній формі:

$$[\alpha_0] = [\alpha_{0cp}] \pm \Delta[\alpha_0]; P = 0,95.$$

Результати вимірювань та обчислень занести в таблиці Л5.3.1 і Л5.3.2.

Таблиця Л5.3.1

№ вимірювання	$n_0'$ , град	$n'$ , град	$C$ , г на 100 см <sup>3</sup>	$\Delta C$ , г на 100см <sup>3</sup>
...				
Середнє	—	—		

Таблиця Л5.3.2

№ вимір.	$n_{01}$ , град	$n_1$ , град	$\alpha_1$ , град	$n_{02}$ , град	$n_2$ , град	$\alpha_2$ , град	$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ , град	$[\alpha_0]$ ,	$\Delta[\alpha_0]$ ,
								$\frac{\text{град} \cdot 100 \text{с м}^3}{\text{г-дм}}$	
...									
Серед.	—	—	—	—	—	—	—		



## Контрольні запитання

1. Що являє собою електромагнітна хвиля?
2. Який промінь називають поляризованим, плоскополяризованим?
3. Що називається площиною поляризації?
4. У чому полягає явище подвійного променезаломлення?
5. Чим відрізняються звичайний та незвичайний промені?
6. Поясніть хід променів у призмі Нікола.
7. Що називається оптичною віссю кристала?
8. Сформулюйте закон Брюстера.
9. У чому полягає явище оптичної активності?
10. Поясніть оптичну схему поляриметра, сформулюйте закон Малюса.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5.4

### *Вивчення характеристик вакуумного фотоелемента*

**Мета роботи:** Ознайомитися з явищем зовнішнього фотоелемента та вивчити роботу вакуумного фотоелемента за його вольт-амперною та світловою характеристиками.

### Основні теоретичні відомості

*Зовнішнім фотоелементом* називається явище вивинання електронів з поверхні металів під дією світла. Існують і інші види фотоелемента. Наприклад – *внутрішній*, за якого електрони змінюють свій енергетичний стан в напівпровідниках або діелектриках під дією світла, змінюючи тим самим концентрацію носіїв струму в речовині. У роботі розглядається тільки зовнішній фотоелемент.

Експериментально було встановлено такі закони зовнішнього фотоелемента:

1. Максимальна швидкість електронів, які вириваються з речовини під дією світла, залежить тільки від його частоти.
2. Кількість вирваних фотоелектронів залежить від інтенсивності падаючого світла.
3. Фотоелемент припиняється при певній для кожної речовини мінімальній частоті (або максимальній довжині хвилі), яка називається червоною границею фотоелемента.
4. Зовнішній фотоелемент припиняється практично одразу після припинення дії світла, тобто він безінерційний.

Переконливе пояснення явища зовнішнього фотоелектру, виходячи з квантової теорії про природу світла, було дано А.Ейнштейном у 1905 році. Енергія кванта  $h\nu$  падаючого світла витрачається на роботу виходу електрона з металу та на надання електрону кінетичної енергії:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \quad (1)$$

де  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – стала Планка,  $\nu$  – частота світла,  $A$  – робота виходу (це енергія, яку необхідно надати електрону, щоб він залишив метал, вона залежить тільки від роду металу),  $m$  – маса електрона,  $v$  – швидкість електрона.

Рівняння Ейнштейна виражає закон збереження енергії при зовнішньому фотоелектрі. Воно є основним законом зовнішнього фотоелектру бо дає можливість теоретично обґрунтувати раніше встановлені експериментальні закони.

Явище зовнішнього фотоелектру в даній роботі досліджується за допомогою вакуумного фотоелемента. Він являє собою скляний балон, з якого викачане повітря. Катодом є шар металу нанесений на внутрішню поверхню балона. Анод роблять у вигляді тонкого кільця, щоб не зменшувати освітленість катода.

Кванти світла при потраплянні на катод, виривають з нього електрони. При створенні електричного поля між катодом і анодом, електрони рухатимуться до анода. Виникає фотострум.

Залежність сили анодного струму  $I_a$  від прикладеної напруги  $U$

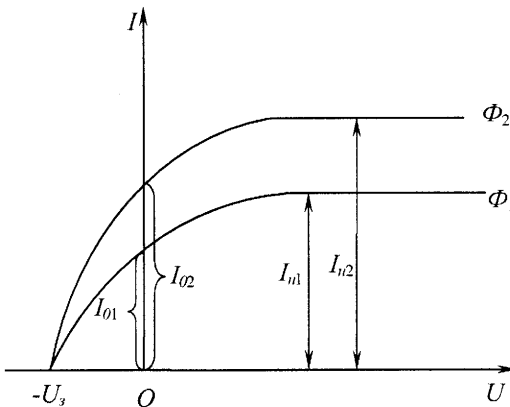


Рис. Л5.4.1

при сталій величині світлового потоку називають *вольт-амперною характеристикою* фотоелемента. Вольт-амперні характеристики деякого фотоелемента при різних світлових потоках показані на рис. Л5.4.1.

У вакуумних фотоелементах, починаючи з деякого значення анодної напруги, зростання струму припиняється, настає стан насичення, при якому всі електрони,

що вилітають з катода, попадають на анод. Цей максимальний струм називається *струмом насичення*. Величина струму насичення пропорційна світловому потоку.

При освітленні катода навіть при нульовій напрузі в колі може виникати струм  $I_0$ . Цей струм зумовлений тим, що деякі вирвані з катода електрони досягають анода. Для припинення виникаючого струму між катодом та анодом треба прикласти затримуючу напругу, яка визначається з умови

$$eU_s = \frac{mv^2}{2}. \quad (2)$$

*Світловою характеристикою* фотоелемента називається залежність фотоструму від освітленості катода при сталій напрузі. Світлова характеристика вакуумних фотоелементів лінійна.

**Прилади і обладнання:** випрямляч ВУМ-24 м; вакуумний фотоелемент; оптична лавка з освітлювачем (лампа розжарювання); вольтметр; мікроамперметр; з'єднувальні провідники.

### Порядок виконання роботи

#### Зняття вольт-амперної характеристики

1. Скласти електричну схему (рис. Л5. 4.2).
2. Увімкнути випрямляч і ручкою вбудованого в нього реостата встановити напругу 100 -150 В.

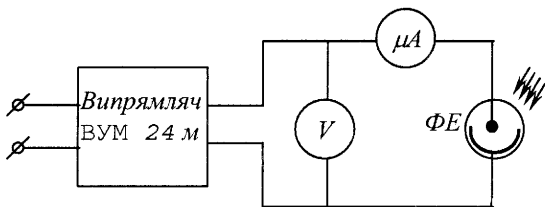


Рис. Л5.4.2

3. Фотоелемент та освітлювач розмістити на оптичній лаві на одному рівні.

4. Встановити таку відстань між фотоелементом та освітлювачем, щоб відхилення стрілки мікроамперметра було максимальним. Зафіксувати це положення фотоелемента та освітлювача.

5. Зменшити напругу між катодом та анодом до нуля.

6. Збільшувати напругу між катодом та анодом від нуля до максимального значення, розбивши її на 7 - 10 рівних проміжків.

7. Для кожного значення  $U_{ai}$  анодної напруги реєструвати значення сили анодного струму  $I_{ai}$ .

8. Результати вимірювань занести в таблицю Л5.4.1.

Таблиця Л5.4.1

№ п/п	$U_{ai}$ , В	$I_{ai}$ , мкА
...		

9. Побудувати вольт-амперну характеристику фотоелемента  $I_a = f(U_a)$ .

#### *Зняття світлової характеристики*

1. Увімкнути випрямляч та ручкою вмонтованого в нього реостата встановити напругу на фотоелементі 100-150 В. У подальших дослідах підтримувати її сталою.

2. Фотоелемент та освітлювач розмістити на оптичній лаві на одному рівні.

3. Встановити таку відстань між фотоелементом та освітлювачем, щоб відхилення стрілки мікроамперметра було максимальним.

4. Змінювати відстань між фотоелементом та освітлювачем (7-10 положень), фіксуючи для кожної відстані  $l_i$  відповідну силу анодного струму  $I_{ai}$ , яка вимірюється мікроамперметром.

5. Результати вимірювань записати в таблицю Л5.4.2.

6. Побудувати світлову характеристику фотоелемента  $I_a = f(I/l^2)$ , (оскільки освітленість пропорційна величині  $1/l^2$ ).

Таблиця Л5.4.2

№ п/п	$U$ , В	$l_i$ , м	$1/l_i^2$ , м <sup>-2</sup>	$I_{ai}$ , мкА
...				

#### **Контрольні запитання**

1. У чому полягає явище зовнішнього фотоелефекту?
2. Які інші види фотоелефекту вам відомі?
3. Сформулюйте закони зовнішнього фотоелефекту.
4. Поясніть закони зовнішнього фотоелефекту за допомогою рівняння Ейнштейна .
5. Яка характеристика фотоелемента називається вольт-амперною?
6. Намалюйте і поясніть графік вольт-амперної характеристики вакуумного фотоелемента.
7. Яка характеристика фотоелемента називається світловою?

### *Визначення сталої Стефана-Больцмана*

**Мета роботи:** ознайомитися з явищем теплового випромінювання та його характеристиками; експериментально визначити сталу Стефана-Больцмана.

#### **Основні теоретичні відомості**

Тепловим або температурним випромінюванням називається сукупність електромагнітних хвиль як видимих, так і невидимих, які випромінюються тілами в результаті теплового, хаотичного руху частинок, з яких тіла складаються. Теплове випромінювання в замкнутій термодинамічній системі є рівноважним (енергія, що випромінюється тілом за одиницю часу, дорівнює енергії, що поглинається тілом за одиницю часу). Теплове випромінювання залежить від температури та природи тіл.

Характеристиками теплового випромінювання є:

*Інтегральна випромінювальна здатність* (енергетична світність)  $E(T)$  - це фізична величина, яка чисельно дорівнює енергії, що випромінюється з одиниці площі поверхні тіла за одиницю часу при даній температурі в інтервалі частот від 0 до  $\infty$ .

$$E(T) = \frac{\Delta W}{\Delta S \Delta t}. \quad (1)$$

*Спектральна (диференціальна) випромінювальна здатність*  $e(\nu, T)$  - це фізична величина, яка чисельно дорівнює енергії, що випромінюється з одиниці площі поверхні тіла за одиницю часу при даній температурі у вузькому інтервалі частот  $d\nu$  (від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ ):

$$e(\nu, T) = \frac{dE(T)}{d\nu}. \quad (2)$$

Тут  $dE(T)$  - це енергія, що випромінюється тілом за одиницю часу при даній температурі у вузькому інтервалі частот  $d\nu$  (від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ ).

Очевидно, що  $e(\nu, T) = f(\nu, T)$ , а також, що

$$E(T) = \int_0^{\infty} e(\nu, T) d\nu. \quad (3)$$

При взаємодії випромінювання з тілами розрізняють інтегральні та спектральні поглинальні, відбивні та пропускні здатності тіл. *Інтегральна поглинальна здатність тіла*  $A$  - це фізична величина, яка дорівнює відношенню променевої енергії, що поглинається тілом, до усієї енергії, що падає на тіло в інтервалі частот від 0 до  $\infty$ .

*Спектральна (диференціальна) поглинальна здатність  $a(\nu, T)$*  - це фізична величина, яка дорівнює відношенню променевої енергії, що поглинається тілом у вузькому інтервалі частот  $d\nu$  (від  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ ), до усієї енергії, що падає на тіло, в цьому інтервалі частот. Інші здатності тіл вводяться аналогічно (див. § 10, М. V).

*Абсолютно чорним тілом* називається тіло, яке повністю поглинає падаюче на нього випромінювання. Очевидно, що для нього  $A = 1$  та  $a(\nu, T) = 1$ . Для всіх інших тіл як  $A < 1$  так і  $a(\nu, T) < 1$ .

Існують ще, так звані, *сірі тіла*, спектральна поглинальна здатність яких  $a(\nu, T) < 1$  і не залежить від частоти електромагнітної хвилі (тобто в даному спектральному діапазоні є величиною сталою для певної температури).

Основні закони теплового випромінювання були встановлені Кірхгофом, Стефаном і Больцманом, Віном, Планком (див. §§ 10-12, М. V).

Для сірого тіла, враховуючи закони Кірхгофа і Стефана-Больцмана, можна одержати вираз для інтегральної випромінювальної здатності:

$$E(T) = A\sigma T^4, \quad (4)$$

де  $T$  - температура за шкалою Кельвіна,  $\sigma$  - стала Стефана-Больцмана.

З формули (4) одержимо:

$$\sigma = \frac{E(T)}{AT^4}. \quad (5)$$

Як сіре тіло в лабораторній роботі використовується вольфрамова спіраль звичайної лампи розжарювання. Для вольфраму  $A = 0,3$ . Якщо вважати, що вся енергія електричного струму, який протікає через вольфрамову спіраль, перетворюється в енергію теплового випромінювання, то

$$E(T) = \frac{IU}{S}, \quad (6)$$

де  $I$  - сила струму;  $U$  - напруга;  $S$  - площа поверхні спіралі (для кожної лампи інша, чисельні дані видаються лаборантом).

Отже розрахункова формула для визначення сталої Стефана-Больцмана така:

$$\sigma = \frac{IU}{AST^4}. \quad (7)$$

**Прилади і обладнання:** оптичний пірометр; електрична лампа розжарення  $L$  (її спіраль є джерелом теплового випромінювання);

амперметр; вольтметр; автотрансформатор  $Tr$ ; з'єднувальні проводи.

Температура вольфрамової спіралі визначається за допомогою оптичного пірметра (рис. Л5.5.1), принцип дії якого заснований на

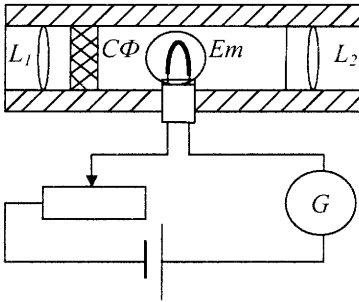


Рис. Л5.5.1

порівнянні яскравості випромінювання досліджуваного тіла з яскравістю еталона  $Em$  (нитки розжарювання еталонної лампи). Тіло, температуру якого вимірюють, ставлять перед лінзою  $L_1$ , щоб отримати його зображення в площині нитки розжарювання еталонної лампи  $Em$ . Лінза  $L_2$  служить окуляром. Щоб вимірювати температури в різних діапазонах частот, використовують світлофільтр  $CF$ . Для вимірювання

температури досліджуваного тіла реостатом  $R$  змінюють силу струму, який протікає через нитку розжарення еталонної лампи  $Em$ , так, щоб верхня частина нитки еталонної лампи  $Em$  зникла на фоні зображення досліджуваного тіла. Тоді за показами гальванометра  $G$ , який проградуєвано в градусах Цельсія, визначають температуру досліджуваного тіла.

### Порядок виконання роботи

1. Скласти електричну схему згідно з рис. Л5.5.2.

2. Поворотом ручки трансформатора  $Tr$  встановити такий струм  $I$  через лампу розжарення  $L$ , щоб її спіраль стала темно червоною.

3. Записати силу струму  $I$ , а також напругу  $U$ , прикладену до спіралі лампи  $L$ , в таблицю Л5.5.1.

4. Визначити температуру спіралі лампи розжарювання  $L$  за допомогою пірметра. Результат записати у таблицю Л5.5.1.

5. Збільшуючи силу струму, що протікає через лампу розжарення  $L$ , повторити пп. 2 - 4 для п'яти різних струмів. Максимальна напруга, яка подається на лампу розжарення

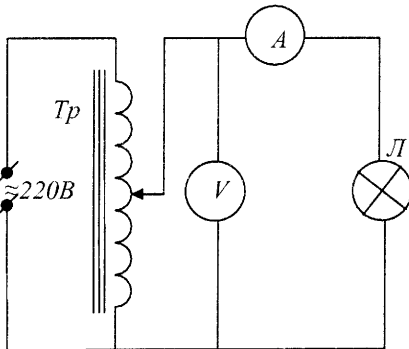


Рис. Л5.5.2

$L$  не повинна перевищувати 50 % її номінальної.

6. Результати вимірювань записати у таблицю Л5.5.1.

7. За отриманими даними за формулою (7) обчислити сталу Стефана-Больцмана.

Таблиця Л5.5.1

№ п/п	$I, A$	$U, B$	$T, K$	$S, m^2$	$\sigma, Bt/m^2$

10. Провести статистичне опрацювання результатів вимірювань. Знайти довірчий інтервал  $\Delta\sigma$  при довірчій імовірності  $P = 0,95$ . Результат записати в інтервальній формі:

$$\sigma = \sigma_{сер} \pm \Delta\sigma; P = 0,95.$$

### Контрольні запитання

1. Що називається тепловим випромінюванням, яка його природа?
2. Дайте визначення інтегральної та спектральної випромінювальних здатностей тіла.
3. Дайте визначення інтегральної та спектральної поглинаючих здатностей тіла.
4. Сформулюйте закони Кірхгофа, Стефана-Больцмана, Віна.
5. В чому полягає гіпотеза Планка?
6. Запишіть та поясніть формулу Планка для розподілу енергії в спектрі абсолютно чорного тіла.
7. Запишіть та поясніть робочу формулу для визначення сталої Стефана-Больцмана в даній роботі.
8. Опишіть принцип роботи оптичного пірметра.



# МОДУЛЬ VI. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ, ФІЗИКИ АТОМА, АТОМНОГО ЯДРА І ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК

## VI.1. ЛЕКЦІЙНИЙ МАТЕРІАЛ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ

### ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

*Квантова механіка* вивчає рух і особливості взаємодії мікрочастинок. В її основі лежать уявлення Планка про дискретний характер зміни енергії атомів, Ейнштейна – про фотони, де Бройля про корпускулярно-хвильовий дуалізм частинок матерії. *Релятивістська квантова механіка*, об'єктами розгляду якої є частинки, що рухаються з швидкостями набагато меншими за швидкість світла, була створена Гейзенбергом і Шредінгером у 1925-1926 рр. При швидкостях близьких до швидкості світла застосовується *релятивістська квантова механіка* Дірака (1927р.)

#### **§1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії**

У квантовій механіці однією з основних є гіпотеза де Бройля про те, що корпускулярно-хвильовий дуалізм властивий не тільки фотонам, а має універсальний характер. Усі частинки проявляють хвильові властивості, тобто їх рух пов'язаний з деяким хвильовим процесом.

Формула де Бройля визначає залежність довжини хвилі  $\lambda$ , пов'язаної з рухом частинки речовини, з її імпульсом  $p$ :

$$\lambda = h/p = h/mv, \quad (1)$$

де  $m$  – маса частинки,  $v$  – її швидкість. Інший вигляд формули де Бройля:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}, \quad (2)$$

де  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34}$  Дж·с,  $\vec{k}$  – хвильовий вектор (квазіімпульс),

модуль якого  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – хвильове число.

Формула де Бройля підтверджена експериментально в дослідах, де спостерігалася дифракція електронів, протонів, нейтронів тощо. Дифракційна картина, яка виникала на люмінесцентному екрані після попадання на нього пучка електронів (чи інших мікрочастинок), що

пройшли крізь тонку кристалічну плівку, мала вигляд концентричних кілець, подібних до тих, які утворювалися при дифракції рентгеновського випромінювання. Вимірюючи відстань між дифракційними кільцями, можна обчислити довжину хвилі  $\lambda$ , яка, як виявляється, збігається з обчисленою за формулою (1). Хвильові властивості не проявляються у макроскопічних тіл, бо довжини хвиль де Бройля для них настільки малі, що виявити їх неможливо.

Хвилі де Бройля мають *статистичний зміст*: квадрат модуля амплітуди хвилі де Бройля в даній точці є мірою ймовірності того, що частинку можна виявити в цій точці. Дифракція мікрочастинок є проявом статистичних закономірностей, згідно з якими частинки попадають в ті місця екрана, де інтенсивність хвиль де Бройля є найбільшою, і не попадають туди, де ця інтенсивність дорівнює нулю.

## §2. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга

У класичній механіці певному значенню координати частинки відповідають точні значення її швидкості та імпульса. У квантовій механіці існують обмеження в можливостях одночасного точного визначення координат та імпульсів мікрооб'єктів. Ці обмеження не стосуються макроскопічних тіл і обумовлені корпускулярно-хвильовим дуалізмом властивостей мікрочастинок.

Співвідношеннями невизначеностей Гейзенберга називаються нерівності:

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar,$$

$$\Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar,$$

$$\Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar.$$

Тут  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  – інтервали координат, де може бути локалізована частинка, яка описується хвилею де Бройля,  $\Delta p_x$ ,  $\Delta p_y$ ,  $\Delta p_z$  – інтервали можливих проекції її імпульса на координатні осі. Коли, наприклад,  $\Delta x = 0$ , то  $\Delta p_x = \infty$ , і навпаки, якщо  $\Delta p_x = 0$ , то  $\Delta x = \infty$ . Тобто співвідношення невизначеностей не сумісні з поняттям траєкторії. У класичній механіці в кожній точці траєкторії частинка має точно задані координати та імпульси. Цього не можна сказати про квантову частинку. Наприклад, положення електрона в атомі може бути визначене з точністю до розмірів атома, тобто  $\Delta x \sim 10^{-10}$  м. Невизначеність імпульса при цьому  $\Delta p_x \sim 10^{-23}$  кг·м/с, а швидкості –  $\Delta v_x \sim 10^6$  м/с. Проте співвідношення невизначеностей не є свідченням обмеженості наших можливостей у пізнанні мікросвіту. Вони відображають об'єктивні властивості мікрочастинок і непридатність понять класичної фізики для їх пояснення.

Між енергією частинки і часом її перебування в стані з даною енергією існує аналогічне співвідношення невизначеностей:

$$\Delta W \cdot \Delta t \geq \hbar.$$

Енергія частинки може бути визначена тим точніше, чим довше перебуває частинка в даному стані. Так, наприклад, якщо електрон в атомі може перейти з одного стану в інший протягом часу  $\Delta t \sim 10^{-8}$  с, то це означає, що його енергія невизначена в межах  $\Delta W \sim 6,63 \cdot 10^{-26}$  Дж.

### §3. Рівняння Шредінгера

У квантовій механіці положення частинки в просторі в даний момент часу визначається за допомогою хвильової функції  $\Psi(x, y, z, t)$ . Ймовірність  $dw$  того, що частинка знаходиться в елементі об'єму  $dV$ , дорівнює

$$dw = |\Psi|^2 dV, \quad (1)$$

де  $|\Psi|^2 = \Psi^* \cdot \Psi$  – квадрат модуля хвильової функції,  $\Psi^*$  – функція, комплексно спряжена з  $\Psi$ . Інтенсивність хвилі де Бройля визначається величиною  $|\Psi|^2$ .

Із сказаного випливає, що функція  $\Psi(x, y, z, t)$  повинна бути неперервною, однозначною в розглядуваному об'ємі і обмеженою. Крім того вона має бути нормованою:

$$\int_{(V)} |\Psi|^2 dV = 1, \quad (2)$$

де  $V$  – об'єм простору, де напевно знаходиться частинка, а умова (2) виражає ймовірність достовірної події.

Рівняння, за допомогою якого можна визначити хвильову функцію, знайшов Шредінгер. Рівняння Шредінгера є основним рівнянням квантової механіки. Для частинок, які рухаються в силовому полі з потенціальною енергією  $U(x, y, z, t)$  зі швидкістю  $v \ll c$ , воно має вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (3)$$

де  $m$  – маса частинки,  $i = \sqrt{-1}$  – уявна одиниця. Це рівняння доповнюється умовами, які накладаються на хвильову функцію.

Знаючи хвильову функцію в початковий момент часу, можна за допомогою рівняння Шредінгера однозначно визначити стан частинки для довільних наступних моментів часу. Таким чином, подібно до

другого закону Ньютона в класичній механіці, рівняння Шредінгера відображає причинно-наслідкові зв'язки в квантовій механіці.

*Стационарними* називаються такі стани частинки, у яких потенціальна енергія не залежить від часу:  $U = U(x, y, z)$ . У цьому випадку рівняння (3) має розв'язки виду:

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)e^{-i\frac{W}{\hbar}t}, \quad (4)$$

де  $\psi(x, y, z)$  – хвильова функція, що залежить лише від координат,  $W$  – повна енергія частинки,  $W/\hbar = \omega$  – циклічна частота хвилі де Бройля.

Підставляючи (4) в рівняння (3), одержимо *стационарне* рівняння Шредінгера для  $\psi = \psi(x, y, z)$ :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) + U(x, y, z)\psi = W\psi. \quad (5)$$

Функції  $\psi$ , які задовольняють рівняння Шредінгера при заданій потенціальній енергії  $U(x, y, z)$ , називаються *власними функціями*. Вони існують лише при певних значеннях параметра  $W$ , які називаються *власними значеннями енергії*. Набір власних значень енергії називається *енергетичним спектром*, який може бути як неперервним, так і дискретним. Стан частинки називається *невиродженим*, якщо одному власному значенню енергії відповідає одна власна функція. Якщо одному власному значенню енергії відповідає декілька власних функцій, стан називається *виродженим*. *Ступінь виродження енергетичного рівня* дорівнює числу таких власних функцій.

#### §4. Розв'язування рівняння Шредінгера у випадку вільної частинки

При вільному русі частинки ( $U = 0$ ) вздовж осі  $Ox$  стационарне рівняння Шредінгера можна представити у вигляді:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} = W\psi, \quad (1)$$

або

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0. \quad (2)$$

Тут  $\psi = \psi(x)$ ,  $k = \sqrt{\frac{2mW}{\hbar^2}}$  – хвильове число.

Розв'язком рівняння (2) буде функція  $\psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ , (3)

а функція, що відповідає формулі (4) попереднього параграфа, матиме

вигляд:

$$\Psi(x,t) = \psi e^{-i(W/\hbar)t} = A e^{-i((W/\hbar)t - kx)} + B e^{-i((W/\hbar)t + kx)}. \quad (4)$$

Рівняння (4) представляє суперпозицію двох плоских хвиль де Бройля однакової частоти  $\omega = W/\hbar$ , які поширюються одна в напрямку  $OX$  з амплітудою  $A$ , друга – в протилежному напрямку з амплітудою  $B$ . Ймовірність знайти частинку в будь-якій точці простору дорівнює  $|\Psi|^2 = |\psi|^2$ . Якщо частинка рухається вздовж  $OX$ , то  $|\psi|^2 = |A|^2 = \text{const}$ , тобто всі положення мікрочастинки в просторі мають однакову ймовірність.

Енергія частинки

$$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (5)$$

Оскільки ніяких обмежень на  $k$  (а, отже, і на  $W$ ) не накладалось, можна твердити, що рівняння (1) має розв'язки при будь-яких значеннях  $W$ , тобто, що *спектр власних значень енергії є неперервним*.

### §5. Частинка в одновимірній нескінченно глибокій потенціальній ямі

*Потенціальною ямою* називається область простору, в якій потенціальна енергія  $U$  частинки менша деякого значення  $U_{\text{max}}$ . Так рух електронів у металі розглядається як рух в потенціальній ямі. При чому потенціальна енергія електронів поза металом дорівнює нулю, а всередині металу – від'ємна.

На рис. 6.1 представлена потенціальна яма, яка аналітично описується співвідношеннями:

$$\begin{aligned} U(x) &= 0 \text{ при } 0 \leq x \leq L; \\ U(x) &= \infty \text{ при } x < 0, x > L. \end{aligned} \quad (1)$$

Ймовірність знайти частинку за межами нескінченно глибокої потенціальної ями дорівнює нулю. Тобто можна обмежитися розглядом розв'язків рівняння Шредінгера тільки в області  $0 \leq x \leq L$ , де  $U = 0$ . Ми їх одержали у попередньому параграфі:

$$\psi(x) = A e^{ikx} + B e^{-ikx}.$$

З умови неперервності хвильової функції випливають граничні умови:  $\psi(0) = \psi(L) = 0$ . З вимоги  $\psi(0) = 0$  одержимо:  $A = -B$ . Таким чином  $\psi(x) = A(e^{ikx} - e^{-ikx}) = 2iA \sin kx = A' \sin kx$ , де  $A' = 2iA$  – невідомий постійний коефіцієнт.

З вимоги  $\psi(L) = 0$  маємо  $kL = n\pi$ , де

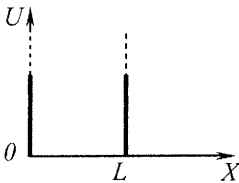


Рис. 6.1

$n = 1, 2, 3, \dots$  Відповідно

$$W_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \cdot n^2. \quad (2)$$

Формула (2) свідчить про те, що енергія частинки в потенціальній ямі не є неперервною, а приймає дискретний ряд значень (*квантується*):

$$W_1 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \cdot 1^2, \quad W_2 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \cdot 2^2, \quad W_3 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \cdot 3^2, \dots$$

Квантовані значення енергії  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$  називаються *енергетичними рівнями*, а числа  $1, 2, 3, \dots, n$  – *квантовими числами*. При великих квантових числах ( $n \gg 1$ ) відбувається відносно зближення енергетичних рівнів:

$$\frac{\Delta W_n}{W_n} = \frac{W_{n+1} - W_n}{W_n} = \frac{2n+1}{n^2} \approx \frac{2}{n} \ll 1.$$

Це означає, що при великих  $n$  енергетичні рівні зближуються, і результати квантової механіки співпадають з результатами класичної фізики (енергетичний спектр стає *квазінеперервним*).

Хвильова функція частинки в потенціальній ямі виражається формулою:

$$\psi(x) = A' \sin \frac{\pi}{L} nx.$$

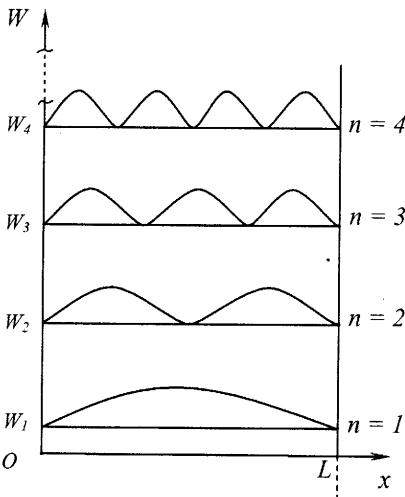


Рис. 6.2

Значення коефіцієнта  $A'$  знайдемо з умови нормування хвильової функції:

$$\int_0^L (A' \sin \frac{\pi}{L} nx)^2 dx = 1.$$

Звідки  $A' = \sqrt{\frac{2}{L}}$ , а власні функції в даному випадку мають вигляд:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi}{L} nx. \quad (3)$$

На рис. 6.2 зображено густину ймовірності  $|\psi_n|^2$  виявлення частинки на різних відстанях від стінок ями для  $n = 1, 2, 3, 4$ . Як бачимо,

одержані результати при малих  $n$  істотно відрізняються від результатів класичної механіки. Так, наприклад, при  $n = 2$  ймовірність знайти частинку посередині ями дорівнює нулю, а з точки зору класичної механіки всі її положення рівноправні. При великих  $n$  така невідповідність зникає.

### §6. Лінійний гармонічний осцилятор

Лінійним гармонічним осцилятором називається система, яка здійснює коливання вздовж прямої лінії за законом  $x = A \sin \omega t$ . Зокрема, з певним наближенням, гармонічними осциляторами можна вважати атоми (іони) в кристалах.

Рівняння Шредінгера для лінійного гармонічного осцилятора має вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{m\omega_o^2}{2} x^2 \psi = W\psi, \quad (1)$$

де  $\omega_o$  – циклічна частота власних коливань осцилятора масою  $m$ ,  $\frac{m\omega_o^2 x^2}{2}$  – його потенціальна енергія.

Власні значення енергії осцилятора

$$W_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_o = \left(n + \frac{1}{2}\right) h \nu_o, \quad (2)$$

де  $\nu_o = \frac{\omega_o}{2\pi}$  – частота коливань. Отже енергія осцилятора квантується: його енергетичний спектр – це сукупність рівновіддалених рівнів, відстань між якими  $h\nu_o$  (рис. 6.3). При

$n = 0$ , як бачимо,  $W_o = \frac{h\nu_o}{2}$  – нульова енергія осцилятора. Цій енергії відповідають деякі нульові коливання, які, проте, не відносяться до теплових рухів. Існування нульової енергії підтверджене експериментально в дослідях по розсіюванню світла кристалами при низьких температурах: при зменшенні температури інтенсивність світла, розсіяного кристалами, прямує до деякого граничного значення, яке не зменшується

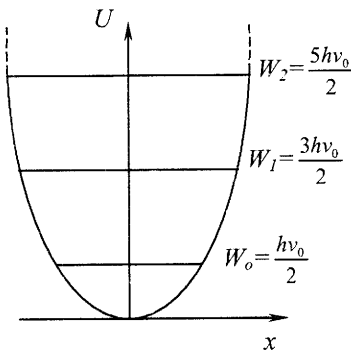


Рис. 6.3

при подальшому охолодженні кристала. Отже при  $T \rightarrow 0$  у частинок, розміснених у вузлах ґратки, зберігаються «нульові коливання», на яких і відбувається розсіювання світла.

При температурах, близьких до абсолютного нуля, будь-яка речовина перебуває у кристалічному стані. Виняток складає гелій, який зберігає рідкий стан аж до абсолютного нуля. Це пояснюється, по-перше, тим, що через малу масу його атомів частота коливань досить велика, а значить велика і нульова енергія. По-друге, сили взаємодії між атомами гелію малі (інертний газ). В результаті вони при  $T \rightarrow 0$  перебувають в інтенсивному русі. Тому при відносно малих тисках гелій залишається рідким (*квантова рідина*).

## ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ ФІЗИКИ АТОМІВ, МОЛЕКУЛ І ТВЕРДИХ ТІЛ

### §7. Атом водню і воднеподібні іони

Найпростіший атом – атом водню – складається з одного протона в ядрі та одного електрона, який рухається в кулонівському полі ядра. *Воднеподібними іонами* є іони  $He^+$ ,  $Li^{++}$ ,  $Be^{+++}$  і т. д., які мають ядро з зарядом  $Ze$  ( $Z$  – порядковий номер в таблиці Менделєєва) і один електрон.

Стационарне рівняння Шредінґера для воднеподібного іона має вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi = W\psi, \quad (1)$$

де  $-\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = U$  – потенціальна енергія електрона, що знаходиться на відстані  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  від ядра. Розв'язування цього рівняння дає такі результати.

1. Значення енергії квантовані. Її власні значення визначаються за формулою

$$W_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{Z^2 R^* h}{n^2}, \quad (2)$$

де  $R^* = \frac{m e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} = 3,2931193 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$  – стала Рідберґа,  $n = 1, 2, 3, \dots$  – головне квантове число. Стан електрона в атомі водню при  $n = 1$  нази-



вається *основним станом*, всі інші стани називаються *збудженими*.

Перебуваючи в одному із стаціонарних станів, енергія якого визначається за формулою (2), електрон не випромінює і не поглинає енергії. Перехід електрона з одного стаціонарного стану в інший, супроводжується випромінюванням або поглинанням одного фотона, енергія якого  $h\nu$  дорівнює різниці енергій в двох станах атома:

$$h\nu = W_n - W_m. \quad (3)$$

Якщо  $W_n > W_m$ , фотон випромінюється, коли  $W_n < W_m$  – поглинається. З рівнянь (2) і (3) одержимо:

$$\nu = Z^2 R^* \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (4)$$

Таким чином, розв'язуючи рівняння Шредингера для воднеподібних іонів, ми одержали вираз, аналогічний формулі Бальмера-Рідберга для *спектральних серій*. Зауважимо, що наявність енергетичних рівнів і спектр атома водню вперше були пояснені в теорії Бора. На рис. 6.4 показана схема рівнів енергії в атомі водню і розміщення його спектральних серій, причому  $n = m + 1$ ,  $m = 2, \dots$ . Коли  $m = 1$ , одержимо серію *Лаймана*,  $m = 2$  – серію *Бальмера*,  $m = 3$  – серію *Пашена*,  $m = 4$  – серію *Брекета* і т.д.

2. Правило квантування моменту імпульсу електрона в атомі:

$$L = L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad (5)$$

де  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$  – орбітальне квантове число.

У теорії Бора

$$L = L_n = mvr_n = n\hbar, \quad (6)$$

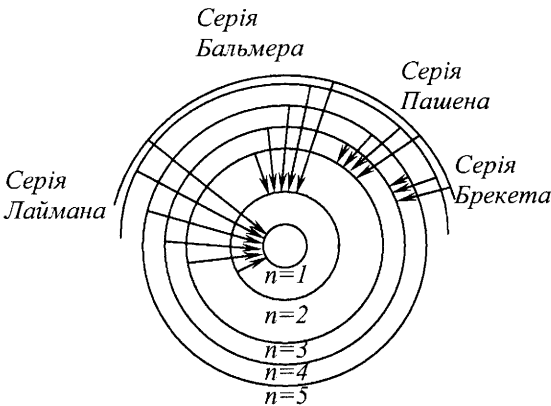


Рис. 6.4

де  $n = 1, 2, 3, \dots, m$  – маса електрона,  $v$  – його швидкість,  $r_n$  – радіус  $n$ -ї орбіти. Зміст співвідношення (6) полягає у тому, що для електрона в атомі можливі лише такі орбіти, на яких вкладається ціле число хвиль де Бройля. Проте внаслідок корпускулярно - хвильового дуалізму електронів в атомі не існує орбіт. У квантовій

механіці електронні орбіти в атомі розглядаються як геометричне місце точок, в яких з найбільшою ймовірністю можна виявити електрон. Наприклад, стан електрона при  $n = 1$  описується за допомогою такої сферично симетричної хвильової функції:

$$\psi = Ce^{-\frac{r}{a_0}}. \quad (7)$$

Тут  $C$  – постійна величина (вона визначається з умови нормування),

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м} - \text{радіус першої борівської орбіти. Свого}$$

максимального значення  $|\psi|^2$  досягає при  $r = a_0$ . Тобто в основному стані атома електрон уявляється як сферично симетрична «електронна хмара», що охоплює ядро. Найбільша густина цієї «хмари» на відстані  $a = r_0$  від ядра.

У залежності від значень орбітального квантового числа  $l$  прийняті такі позначення станів електрона в атомах:  $l = 0$  –  $s$ -стан,  $l = 1$  –  $p$ -стан,  $l = 2$  –  $d$ -стан,  $l = 3$  –  $f$ -стан і т. д.

3. Вектор орбітального моменту імпульсу електрона  $\vec{L}$  має певні дискретні орієнтації в просторі. Виділимо один із рівноправних напрямків, наприклад,  $OZ$ , створивши магнітне поле, напруженість якого  $\vec{H} \uparrow \uparrow OZ$ . Тоді проекція моменту імпульсу на цей напрямок може приймати одне з дозволених значень:

$$L_z = m\hbar, \quad (8)$$

де  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  – магнітне квантове число, яке для даного  $l$  приймає  $(2l + 1)$  значень.

Власному значенню  $W_n$  відповідають хвильові функції  $\psi_{nlm}$ :

$$W_1 - \psi_{100}, W_2 - \psi_{200}, \psi_{210}, \psi_{211}, \psi_{21-1}$$

і т. д. Отже, за винятком стану  $W_1$  всі енергетичні стани електрона в атомі є виродженими. Головне квантове число  $n$  задає власне значення енергії електрона, орбітальне квантове число  $l$  описує форму «електронної хмари», магнітне квантове число  $m$  – її орієнтацію в просторі. На рис. 6.5

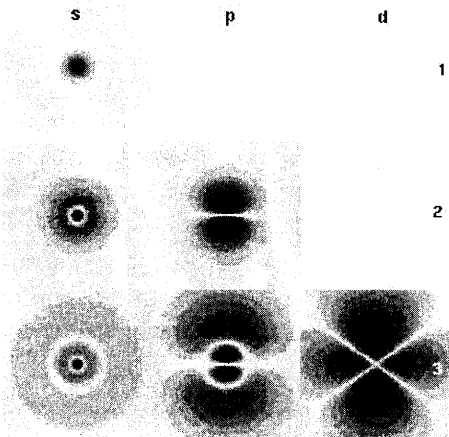


Рис. 6.5

представлені «електронні хмари» атома водню в різних станах.

### Завдання для самостійної роботи № 6.1

1. Досліди Резерфорда і ядерна модель атома.
2. Постулати Бора та їх експериментальне підтвердження.
3. Атом водню за теорією Бора.
4. Спектральні серії. Спектральний аналіз.
5. Труднощі теорії Бора.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2. – К.: Либідь, 2001. – С. 146-169.

### §8. Багатоелектронні атоми

У багатоелектронному атомі кожний електрон рухається в результуючому полі ядра та інших  $(Z - 1)$  електронів. Це поле є центрально симетричним. Застосування рівняння Шредінгера до електрона, що рухається в такому полі, приводить до результатів, аналогічних одержаним для атома водню. Власні функції характеризуються тими самими квантовими числами  $(\psi_{nlm})$ , але власні значення енергії електрона залежать не тільки від головного квантового числа  $n$ , а і від орбітального квантового числа  $l$  ( $W_{nl}$ ). Отже знімається виродження по  $l$ : для даного  $n$  маємо  $(n - 1)$  близько розміщених рівнів з різними  $l$ , яким відповідають різні хвильові функції:  $l = 0 - \psi_{n00}$ ,  $l = 1 - \psi_{n10}$ ,  $\psi_{n11}$ ,  $\psi_{n1-1}$  і т. д.

Виродження по  $m$  знімається в магнітному полі.

Дослідним шляхом було встановлено, що спостерігається просторове квантування атомів з одним валентним електроном в  $s$ -стані ( $l = 0$ ): потік атомів срібла в магнітному полі ділився на два потоки. Цей факт можна пояснити, якщо приписати електроніві власний момент імпульсу  $\vec{L}_s$  – *спін* (з грецького – *веретено*). По аналогії з квантуванням орбітального моменту електрона можна записати правила квантування спіна:

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar \text{ і } L_{sz} = m_s\hbar, \quad (1)$$

де  $s$  – *спінове*, а  $m_s$  – *магнітне спінове* квантові числа.

Число можливих значень для  $m_s$  дорівнює  $(2s + 1) = 2$ . Отже  $s = \frac{1}{2}$ , а  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ .

Стан електрона в атомі характеризується чотирма квантовими числами:  $n$ ,  $l$ ,  $m$ ,  $m_s$ . Згідно з *принципом Паулі* в будь-якому атомі не

може бути двох електронів, які знаходяться в двох однакових стаціонарних станах, що визначаються набором квантових чисел  $n, l, m, m_s$ :

$$Z(n, l, m, m_s) = 0 \text{ або } 1. \quad (2)$$

Максимальне число електронів, які описуються набором трьох фіксованих квантових чисел  $n, l, m$ :

$$Z(n, l, m) = 2. \quad (3)$$

Максимальне число електронів, що знаходяться в стані, який визначається квантовими числами  $n$  і  $l$ :

$$Z(n, l) = 2(2l + 1). \quad (4)$$

Максимальне число електронів у стані з квантовим числом  $n$  –

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l + 1) = 2n^2. \quad (5)$$

Електрони в атомі, які займають стани з однаковим головним квантовим числом  $n$ , утворюють *електронну оболонку*. У кожній з оболонок електрони розподіляються за *підоболонками* відповідно до значень орбітального квантового числа  $l$ . У таблиці 6.1 наведені назви електронних шарів і максимальні числа електронів в станах з заданими  $n$  і  $l$ .

Таблиця 6.1

$n$	Шар	Число електронів у станах					Максимальне число електронів
		$s (l=0)$	$p (l=1)$	$d (l=2)$	$f (l=3)$	$g (l=4)$	
1	$K$	2	-	-	-	-	2
2	$L$	2	6	-	-	-	8
3	$M$	2	6	10	-	-	18
4	$N$	2	6	10	14	-	32
5	$O$	2	6	10	14	18	50

Для легких атомів порядок заповнення електронами станів відповідає послідовності розміщення енергетичних рівнів з даними  $n$  і  $l$  та принципу Паулі: спочатку заповнюються оболонки з меншим  $n$ , а потім наступна оболонка; всередині оболонки спочатку заповнюються стани з  $l=0$ , потім з  $l=1, 2, 3, \dots, n-1$ .

Починаючи з калію, цей порядок порушується: при досить великих  $n$  стани з більшим  $n$  і меншим  $l$  заповнюються швидше, ніж стани з меншим  $n$  і більшим  $l$ . Це обумовлено специфікою взаємодії електронів в цих станах. У результаті є хімічні елементи з недозаповненими попередніми оболонками, в яких заповнюються наступні – *перехідні елементи*.

Зовнішніми (валентними) електронами даного атома називаються електрони, які в оболонці з найбільшим  $n$  входять до складу  $s$ - і  $p$ -підоболонки. Цими електронами визначаються оптичні і хімічні властивості атомів. *Оптичні лінійчаті спектри атомів* виникають внаслідок переходів валентних електронів з вищих збуджених станів на нижчі або в основний стан.

В атомах з великим порядковим номером  $Z$  внутрішні електронні оболонки  $K, L, M, N$  і т.д. повністю заповнені електронами. Якщо з однієї з таких оболонок буде видалений електрон, то на звільнене місце перейде електрон з віддаленішої від ядра оболонки. При цьому випромінюється рентгенівський квант. Якщо, наприклад, під дією  $\gamma$ -випромінювання або бомбардування атом електрона видаляється електрон з  $K$ -оболонки, то на його місце може перейти електрон з  $L$ -,  $M$ -,  $N$ - та інших оболонок. При цьому будуть випромінюватися кванти певної енергії і виникатимуть лінії рентгенівської  $K$ -серії ( $K_{\alpha}$ -,  $K_{\beta}$ -,  $K_{\gamma}$ -лінії відповідно). Аналогічно можуть виникати  $L$ -,  $M$ -,  $N$ - і т. д. серії. Таке випромінювання називається *характеристичним рентгенівським випромінюванням*. Атоми кожного хімічного елемента мають свій лінійчатий спектр характеристичного випромінювання.

Частоти  $\nu$  характеристичного рентгенівського спектру визначаються за *законом Мозлі*:

$$\nu = R^* (Z - a)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (6)$$

де  $R^*$  – стала Рідберга,  $m$  і  $n$  – квантові числа, які нумерують енергетичні рівні, між якими здійснюються переходи електронів,  $Z$  – порядковий номер елемента в таблиці Менделєєва,  $a$  – стала екранування, яка є поправкою до сили, з якою електрон притягується до ядра (цю дію ядра послаблюють електрони, розміщені від нього ближче, ніж даний електрон). Стала екранування в межах однієї серії для всіх елементів однакова: для  $K$ -серії  $a=1$ , для  $L$ -серії  $a=6$  і т. д.

### Завдання для самостійної роботи № 6.2

1. Одержання рентгенівських променів та їх основні властивості. Роботи І. Пулюя.

2. Суцільний та характеристичний спектри рентгенівського випромінювання.

3. Дифракція рентгенівського випромінювання.

4. Використання рентгенівських променів.

5. Дифракція електронів. Досліди Девісона, Джермера, Томсона,

Тартаковського, Фабриканта, Бібермана, Сушкіна. Застосування хвилових властивостей електронів.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики.– Кн.2.– К.: Либідь, 2001.– С. 125-130; 191-200.

### §9. Поняття про молекулярні спектри

*Молекулярні спектри* – це сукупність смуг, утворених близько розміщеними спектральними лініями. Завдяки їхньому характерному вигляду спектри молекул називаються *смугастими*. Близько розміщені смуги утворюють групи. Ці групи смуг спостерігаються в інфрачервоному, видимому та ультрафіолетовому діапазонах електромагнітних хвиль.

Як і в спектрах атомів, окрема спектральна лінія молекулярного спектру виникає внаслідок зміни енергії молекули. Енергія молекули  $W$  дорівнює сумі енергії поступального руху молекули  $W_{\text{пост.}}$ , енергії коливного руху атомів, які входять до складу молекули,  $W_{\text{кол.}}$ , енергії обертального руху молекули як цілого  $W_{\text{об.}}$ , енергії руху електронів в атомах молекули  $W_{\text{ел.}}$ , енергії ядер атомів в молекулі  $W_{\text{яд.}}$ :

$$W = W_{\text{пост.}} + W_{\text{кол.}} + W_{\text{об.}} + W_{\text{ел.}} + W_{\text{яд.}} \quad (1)$$

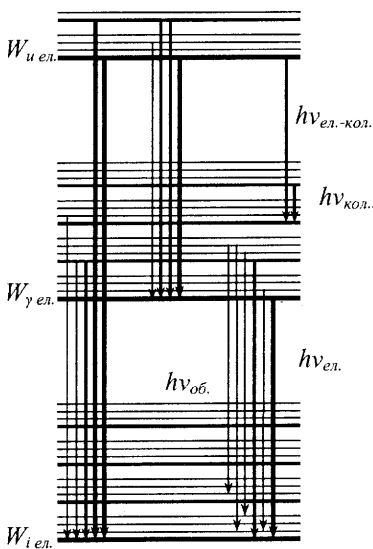


Рис. 6.6

Енергія поступального руху не квантується, а енергія ядра на молекулярний спектр в першому наближенні не впливає. Тому частота випромінювання  $\nu$  визначається співвідношенням:

$$\nu = \frac{\Delta W_{\text{ел.}}}{h} + \frac{\Delta W_{\text{кол.}}}{h} + \frac{\Delta W_{\text{об.}}}{h}, \quad (2)$$

де  $\Delta W_{\text{ел.}}$ ,  $\Delta W_{\text{кол.}}$ ,  $\Delta W_{\text{об.}}$  – зміна відповідних складових енергії. Виникнення густо розміщених ліній, які утворюють смуги в різних частинах спектру, пояснюється тим, що  $\Delta W_{\text{об.}} < \Delta W_{\text{кол.}} < \Delta W_{\text{ел.}}$ . Кожному електронному енергетичному рівню відповідає набір коливних енергетичних рівнів, а кожному коливному енергетичному стану відповідає система рівнів обертального руху.

Внаслідок електронних переходів між цими рівнями в різних областях спектру утворюється система смуг. Схематично деякі з цих переходів представлені на рис. 6.6.

Аналіз особливостей молекулярних спектрів дозволив пояснити характер залежності теплоємності газів від температури, чого не вдавалося зробити в рамках класичної теорії.

### Завдання для самостійної роботи №6.3

1. Люмінесценція. Фотолюмінесценція і фосфоролюмінесценція.
2. Квантові оптичні генератори.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2. – К.: Либідь, 2001. – С. 123-125; 184-190.

### §10. Тунельний ефект

Потенціальні ями, в яких рухаються частинки, можуть мати набагато складнішу форму ніж ті, що розглядалися в попередніх параграфах. Якщо потенціальна енергія частинки  $U(r)$  має вигляд, представлений на рис. 6.7, то її називають *потенціальним бар'єром*. Це означає, що на частинку діють сили тільки в обмеженій області простору, поза якою вона рухається як вільна. З рисунка видно, що висота бар'єра  $H$  і його ширина  $a$  залежать від енергії частинки  $E$ . У класичній механіці вважається, що для виходу частинки за межі потенціальної ями їй необхідна енергія

$$\Delta W = U_{\max} - W = H.$$

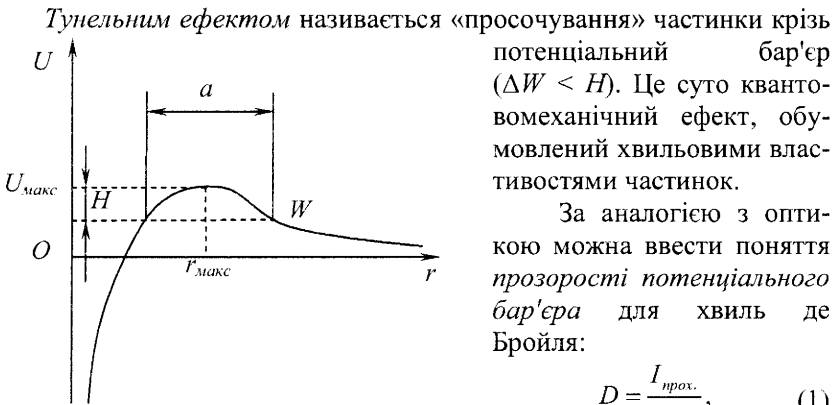


Рис. 6.7

де  $I_{\text{над.}}$  – інтенсивність хвилі

де Бройля, яка падає на потенціальний бар'єр,  $I_{\text{прох.}}$  – інтенсивність хвилі, що пройшла крізь бар'єр. Величину  $D$  можна розглядати як ймовірність просочування частинки крізь бар'єр.

Для прямокутного потенціального бар'єра висотою  $U_0$  і шириною  $L$  (рис. 6.8)

$$D = D_0 e^{-\frac{2}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - W)}L}, \quad (2)$$

де  $D_0$  – сталий коефіцієнт, близький до одиниці,  $m$  – маса частинки,  $W$  – її енергія.

Тунельний ефект відіграє помітну роль, коли прозорість бар'єра не дуже мала. Це має місце тоді, коли лінійні розміри бар'єра сумірні з атомними розмірами. Наприклад, при  $U_0 - W = 10$  еВ для електрона при  $L \approx 10^{-10}$  м маємо  $D \approx 0,04$ . При  $L \approx 10^{-9}$  м та інших тих самих умовах  $D \approx 8 \cdot 10^{-15}$ . Прозорість бар'єра різко зменшується зі збільшенням маси частинки і різниці  $U_0 - W$ .

Тунельний ефект відіграє велику роль в фізиці твердого тіла і у явищі радіоактивного розпаду.

Експериментальним підтвердженням тунельного ефекту є явище *холодної емісії* електронів з металу: досліди показали, що в ряді випадків виривання електронів відбувається при напруженостях електричного поля набагато менших ніж ті, які необхідні для виконання роботи виходу електрона з металу.

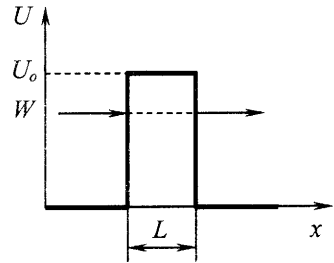


Рис. 6.8

### §11. Про зонну теорію твердих тіл. Метали і діелектрики в зонній теорії

Для твердих тіл характерним є правильне розміщення атомів або молекул у вузлах кристалічної ґратки. Це призводить до того, що в

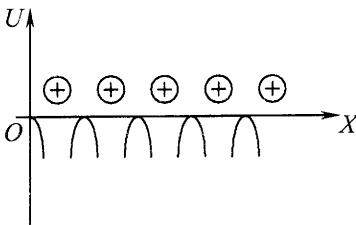


Рис. 6.9

них існує періодичне електричне поле. У металі, наприклад, де позитивні іони розміщені в вузлах ґратки, потенціальна енергія вздовж якогось напрямку (наприклад, вздовж осі  $Ox$ ) змінюється так, як показано на рис. 6.9. Мінімуми енергії відповідають тим місцям, де знаходяться позитивні іони.



У кристалі валентні електрони атомів зв'язані з ядрами слабше, ніж внутрішні. За допомогою тунельного ефекту вони можуть переходити від одного атома до іншого. Відбувається проникнення електронів крізь потенціальний бар'єр, який розділяє атоми в кристалі. За висотою і шириною потенціального бар'єру можна оцінити час життя валентного електрона в даному атомі ( $\tau \approx 10^{-15}$  с). В ізольованому атомі час перебування електрона в енергетичному стані з енергією  $E$  становить приблизно  $10^{-8}$  с. Використовуючи співвідношення невизначеностей можна оцінити інтервал невизначеності енергії. У кристалі цей інтервал порядку 1 еВ, а в ізольованому атомі –  $10^{-7}$  еВ. Таке саме співвідношення між природною шириною енергетичного рівня в атомі і шириною діапазону дозволених енергій має місце в кристалі. Отже замість енергетичного рівня валентного електрона в ізольованому атомі в кристалі виникає зона дозволених значень енергії.

Для внутрішніх електронів в атомах кристалу внаслідок збільшення висоти і ширини енергетичного бар'єра розрахунки дають  $\tau \approx 10^{20}$  років. Розширення енергетичних рівнів неістотне, і внутрішні електрони ведуть себе так само, як в ізольованому атомі.

Якщо  $N$  загальне число атомів твердого тіла, то енергетична зона, утворена з енергетичного рівня валентного електрона, складається з  $N$  рівновіддалених рівнів, що знаходяться на відстані  $\sim 10^{-22}$  еВ один від одного. Подібно до того, як в ізольованому атомі дискретні рівні енергії відокремлені зонами заборонених їй значень, в твердому тілі дозволені енергетичні зони розділені зонами забороненої енергії.

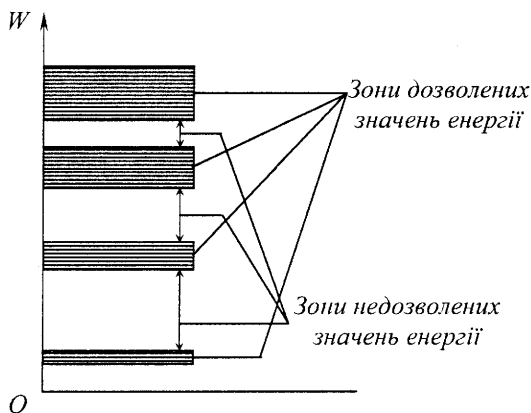


Рис. 6.10

Ширина заборонених зон сумірна з шириною дозволених зон. Вищі енергетичні рівні ізольованих атомів дають після розщеплення дозволені зони більшої ширини, ніж низькі енергетичні рівні. Зі збільшенням енергії ширина дозволених зон збільшується, заборо-

нених – зменшується (рис. 6.10).

В ізольованому атомі дозволені енергетичні рівні можуть бути повністю або частково заповнені електронами або можуть бути вільними. Дозволені енергетичні зони в твердому тілі також можуть бути повністю або частково заповненими електронами, або цілком вільними. Подібно до того, як в ізольованому атомі електрони можуть переходити з одного енергетичного рівня на інший, електрони в твердому тілі можуть переходити з однієї дозволеної зони в іншу, а також здійснювати переходи з одного рівня на інший всередині зони. Щоб електрон перейшов з однієї дозволеної зони в сусідню вищу зону, необхідно надати йому енергію, яка є не меншою ніж ширина забороненої зони, що їх розділяє. Вона становить декілька електронвольтів.

Таким чином, щоб тверде тіло було провідником, необхідно, щоб в дозволеній зоні, крім енергетичних рівнів заповнених електронами, були незаповнені (вакантні) рівні. Наприклад, валентні електрони атомів натрію в кристалі заповнюють у відповідності з принципом Паулі нижню половину дозволеної зони, яка називається *валентною зоною*. Під дією електричного поля, створеного джерелом, електрони, що належать цій зоні, отримуватимуть енергію і переходитимуть на вищі вільні енергетичні рівні, що відповідає прискореному впорядкованому їх рухові.

Таким чином, якщо валентна зона не повністю зайнята електронами, то тверде тіло є провідником електричного струму, а валентна зона є *зоною провідності*.

У кристалах можлива *гібридизація* дозволених енергетичних зон: валентна зона може перекриватися з найближчою дозволеною зоною. Це спостерігається у кристалах елементів другої групи періодичної системи Менделєєва (*Be, Mg, Cd, Zn* та ін.). При цьому утворюється широка *гібридна* зона, яку валентні електрони заповнюють лише частково. Такі кристали теж є провідниками.

У твердих діелектриках валентна зона повністю зайнята електронами і не перекривається з найближчою дозволеною зоною (ширина забороненої зони  $\sim 10$  еВ). Прикладом кристалічного діелектрика є кухонна сіль (*NaCl*). У кристалі є повністю заповнена валентна зона іонів  $Cl^-$ , а розміщена вище зона  $Na^+$  порожня. Відстань між цими зонами 6 еВ. Для переходу електрона в зону провідності необхідна енергія  $\sim 10$  еВ (*пробій діелектрика*).

## §12. Електропровідність напівпровідників

Напівпровідниками називають велику кількість речовин, питомий опір яких змінюється в широкому інтервалі ( $10^{-5} \div 10^8$ ) Ом·м. До напівпровідників належать окисли, сульфіді, селеніди, телуриди багатьох металів, ряд хімічних елементів. Найтиповішими представниками напівпровідників, які мають широке використання в техніці, є германій, кремній, телур. Це елементи четвертої групи в таблиці Менделєєва. На зовнішній оболонці атомів знаходиться чотири валентних електрони, які ковалентно зв'язані з електронами сусідніх атомів. У хімічно чистих кристалах цих напівпровідників відсутні вільні електрони (рис. 6.11 а).

З погляду зонної теорії кристалічні напівпровідники відносяться до твердих тіл з повністю заповненою електронами валентною зоною ( $T=0^\circ\text{K}$ ). Ширина забороненої зони в напівпровідниках менша, ніж у діелектриків: у кремнії  $\Delta W = 1,1$  еВ, у германію  $\Delta W = 0,72$  еВ.

Електропровідність хімічно чистих напівпровідників нази-

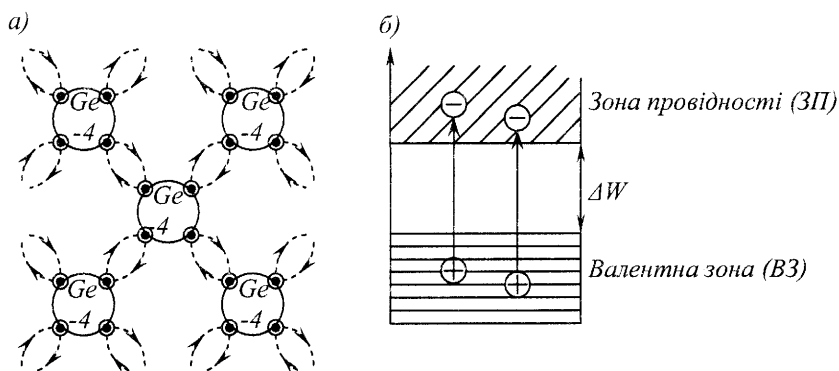


Рис. 6.11

вається власною провідністю.

Електронна провідність (*n*-типу) виникає при переході електронів з валентної зони в зону провідності (рис. 6.11 б). Для цього їм потрібно надати енергію не меншу ніж  $\Delta W$ . Ця енергія називається енергією активації власної провідності.

З переходом електрона в зону провідності в валентній зоні з'являється вакансія – дірка, яка поводить себе як вільний позитивний електричний заряд. В межах валентної зони дірки переміщуються з верхніх на нижні енергетичні рівні (фактично відбувається

переміщення електронів з нижніх на верхні вакантні рівні, з яких електрони перейшли в зону провідності).

Електропровідність напівпровідників, обумовлена переміщенням дірок, називається *дірковою провідністю (p-типу)*.

*Власна провідність* напівпровідника обумовлена наявністю електронів в зоні провідності і дірок у валентній зоні.

Перехід електрона з валентної зони в зону провідності означає, що ковалентні зв'язки в кристалі напівпровідника порушуються. Який-небудь валентний електрон одного із атомів покидає своє місце, на якому виникає надлишок позитивного заряду – *дірка*. З погляду зонної теорії це означає, що в валентній зоні кристалу з'являється вакантний енергетичний рівень. Дірка поводить себе як позитивний заряд, що за величиною дорівнює заряду електрона. На звільнене електронном місці може переміститися інший електрон, а це рівнозначне переміщенню дірки – вона появляється в тому місці, звідки пішов електрон. У зовнішньому електричному полі електрони рухаються в бік, протилежний напруженості електричного поля, дірки – в напрямку поля.

Концентрації електронів  $n_e$  і дірок  $n_p$  однакові і швидко зростають з підвищенням температури  $T$  за законом:

$$n_e = n_p = Ce^{\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (1)$$

де  $C$  – постійна величина, а  $k$  – стала Больцмана. Цим пояснюється характер залежності питомої провідності напівпровідників від температури:

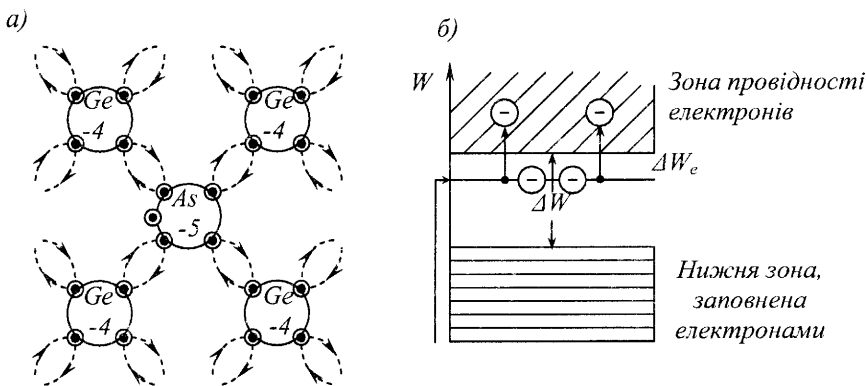


Рис. 6.12

$$\gamma = \gamma_0 e^{\frac{\Delta W}{2kT}}. \quad (2)$$

Тут  $\gamma_0$  – коефіцієнт пропорційності, який дорівнює питомій провідності напівпровідника при  $T \rightarrow \infty$ . Електропровідність напівпровідників, обумовлена наявністю в них *домішкових центрів*, називається *домішковою провідністю*. *Домішковими центрами* (*домішками*) є атоми або іони інших елементів, різні дефекти в кристалічній ґратці (наприклад, не зайняті вузли) тощо. Домішки порушують строгу періодичність потенціалу електричного поля в твердому тілі і впливають на рух електронів та їх енергетичні стани. Виникають *домішкові енергетичні рівні* (*локальні рівні*), які розміщуються в забороненій зоні. Так при заміщенні в ґратці германію одного атома германію атомом з п'ятої групи таблиці Менделєєва (наприклад, *As*, *P*, *Sb*) один електрон атома домішки не може вступити в ковалентний зв'язок з атомами германію і виявляється зайвим. Енергетичні рівні таких електронів розміщуються під «дном» зони провідності і називаються *донорними* (рис. 6.12 а, б), а атоми домішок, які постачають «зайві» електрони, називаються *донорами*. Щоб перевести електрони з донорного рівня в зону провідності потрібна невелика енергія  $\Delta W_e$ , яку можна одержати, наприклад, при нагріванні. Так для кремнію, якщо домішкою є арсен,  $\Delta W_e = 0,054$  еВ. Коли електрони переходять з донорних рівнів у зону провідності, то в напівпровіднику виникає *електронна домішкова провідність* (*домішкова провідність n-типу*), а такі напівпровідники називаються

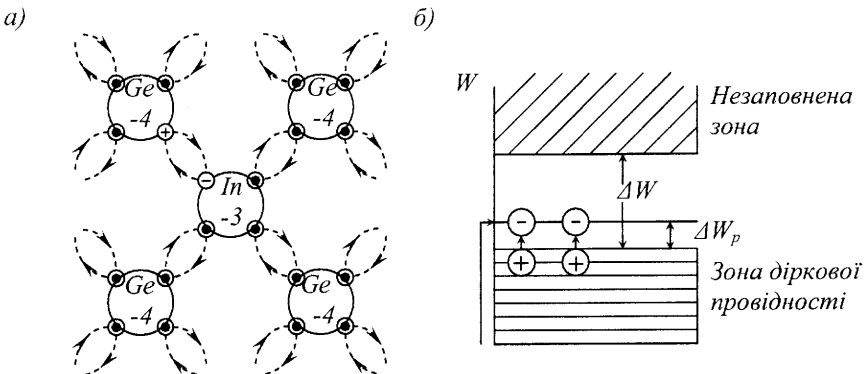


Рис. 6.13

напівпровідниками *n*-типу.

При заміщенні чотиривалентного атома германію в ґратці напівпровідника тривалентним атомом домішки (*In*, *B*, *Al*) виникає нестача одного електрона для утворення насичених електронних зв'язків. Місце електрона, якого не вистачає, може зайняти електрон із сусіднього атома германію, у якого з'явиться вакантне місце – *дірка*. Послідовне заповнення електронами таких вакансій рівнозначне рухові дірок і спричиняє провідність напівпровідника. Домішкові енергетичні рівні, не зайняті електронами, називаються *акцепторними рівнями*, атоми домішок у цьому випадку називаються *акцепторами*. Акцепторні рівні розміщуються вище верхнього краю («стелі») валентної зони основного кристалу (рис. 6.13 *а*, *б*). Наприклад, в кристалах кремнію з домішками бору акцепторні рівні розміщені на висоті  $\Delta W_p = 0,08$  еВ над валентною зоною. Перехід електронів з валентної зони на акцепторні рівні спричиняє появу в цій зоні дірок і *діркової провідності* (*домішкової провідності p-типу*). Відповідні напівпровідники називаються *напівпровідниками p-типу*.

Таким чином, вносячи відповідні домішки, можна одержати напівпровідник потрібного типу провідності, що і обумовлює широкий спектр використання цих матеріалів.

#### **Завдання для самостійної роботи № 6.4**

1. Контактні явища на границі двох металів. Термопара.
2. Контактні явища на границі напівпровідників, *p-n* переходи.
3. Напівпровідникові діоди і тріоди.
4. Фотоопори.

**Література:** Яворский Б.М., Пинский А.А. Основы физики. – Т.П. – М.: Наука, 1981. – С. 316-325.

### **ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ЯДРА І ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК**

#### ***§13. Основні властивості та будова атомних ядер***

*Ядром* називається центральна частина атома, в якій зосереджена практично вся його маса і додатний електричний заряд. Всі атомні ядра складаються з *протонів* і *нейтронів*. Протонно-нейтронна модель ядра була запропонована практично одночасно вченими Іваненком, Соколовим, Гапоном і Гейзенбергом одразу після відкриття у 1932 р. англійським фізиком Чедвіком нейтрона.

*Протон* (*p*) – позитивно заряджена частинка. Заряд протона за

величиною дорівнює заряду електрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл, а маса спокою протона  $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$  кг = 1,00728 а.о.м. Протон є ядром найлегшого ізотопу атома водню. Подібно до електрона протон має дробовий спіні ( $\frac{1}{2}\hbar$ ), а також характеризується власним магнітним

моментом, який вимірюється в ядерних магнетонах  $\mu_n = \frac{\hbar e}{2m_p}$  (для

електрона власний магнітний момент  $\mu_B = \frac{\hbar e}{2m_e}$  – магнетон Бора, де

$m_e$  маса електрона). Спочатку вважали, що магнітний момент протона дорівнює ядерному магнетону, але вимірювання показали, що  $\mu_p = 2,79 \mu_n$ , а напрямок збігається з напрямком спінового момента протона.

**Нейтрон** ( $n$ ) – електронейтральна частинка. Маса спокою нейтрона  $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$  кг = 1,00866 а.о.м., спіні дробовий ( $\frac{1}{2}\hbar$ ). Хоча нейтрон не заряджений, він має магнітний момент, що дорівнює  $\mu_n = -1,91 \mu_n$ . Знак «-» тут вказує, що за напрямком магнітний момент нейтрона протилежний спіну.

Невідповідність між прогнозованими і фактичними значеннями магнітних моментів протона і нейтрона сучасна фізика пояснює тим, що протони і нейтрони взаємно перетворюються ( $p \leftrightarrow \pi^+ + n$ ,  $n \leftrightarrow \pi^- + p$ ) і їх магнетизм визначається ефективним значенням магнітного моменту частинок, на які вони здатні дисоціювати. Тут  $\pi^\pm$  –  $\pi$ -мезони, про які мова йтиме згодом.

У вільному стані нейтрон, на відміну від протона, нестійкий і самовільно розпадається (період напіврозпаду  $\tau = 12$  хв): випромінюючи електрон і антинейтріно, він перетворюється в протон ( $n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}$ ).

Взаємна перетворюваність нейтрона і протона, рівність спінів, близькі значення мас та інших властивостей, дають підставу вважати їх двома зарядовими станами однієї частинки – нуклона.

**Спіном ядра** називається повний механічний момент, який є векторною сумою спінових моментів складових його частин та їхніх орбітальних моментів, зумовлених внутрішньо ядерними рухами. Спіні ядра визначається експериментально за кількістю ліній надтонкої структури при спектроскопічних дослідженнях. Виявляється, що всі ядра з парним числом нуклонів мають цілий або нульовий спіні (0 або 1), ядра з непарним числом нуклонів –

напівцілий спіні ( $1/2, 3/2, 5/2, 7/2, 9/2$ ). Такі значення спінових чисел ядер з парним і непарним числом нуклонів є одним з доказів відсутності в ядрі електронів.

Крім спіна для ядер характерний *магнітний момент*. Магнітні моменти ядер незначні і експериментально виміряти їх важко. Для цього використовують радіоспектроскопічні методи.

Аналіз величин спінів і магнітних моментів ядер показує, що нуклони в ядрі розміщуються таким чином, що їхні спіни і магнітні моменти взаємно компенсуються.

*Зарядом ядра* називається величина  $Ze$ , де  $Z$  – порядковий номер хімічного елемента в таблиці Менделєєва, що дорівнює числу протонів в ядрі. На даний момент відомі ядра з  $Z = 1$  до  $Z = 113$ . Число нейтронів в ядрі –  $N$ . Для легких ядер  $N/Z \approx 1$ , для елементів, розміщених в кінці періодичної системи,  $N/Z \approx 1.6$ . Число нуклонів в ядрі  $A = N + Z$  називається *масовим числом*. Нуклонам приписується масове число рівне 1, електрону – 0.

Ядра з однаковими  $Z$ , але різними  $A$  називаються *ізотопами*; ядра з однаковими  $A$ , але різними  $Z$  називаються *ізобарами*. Ядро хімічного елемента  $X$  позначається  ${}_Z^AX$ , де  $X$  – символ хімічного елемента. Наприклад,  ${}_1^1H, {}_2^4He, {}_7^{14}N, {}_{92}^{235}U$  тощо. Всього відомо близько 300 стійких ізоотопів хімічних елементів та понад 2000 природних і одержаних штучно радіоактивних ізоотопів.

Розмір ядра характеризується *радіусом ядра*. Якщо припустити, що об'єм ядра пропорційний числу частинок у ньому, то можна вважати, що радіус ядра  $R = R_0 A^{1/3}$ , де  $R_0 = (1,3 \div 1,7) 10^{-15}$  м.

Густина ядерної речовини за порядком величини становить  $10^{17}$  кг/м<sup>3</sup> і є постійною для всіх ядер. Така значна густина ядерної речовини є ознакою величезних сил взаємодії між нуклонами.

З дослідів по розсіюванню електронів вдалося встановити розподіл густини електричного заряду в ядрі. У кожному ядрі є осередок, де густина заряду постійна, далі йде розмита оболонка (внаслідок цього поняття «радіус ядра» є умовним). На основі цих же дослідів доведено, що не всі ядра сферичні. Сферичними є ядра тільки з однаковим числом протонів і нейтронів. Інші ядра мають форму витягнутих або сплюснутих вздовж спіна еліпсоїдів. Ядра, утворені в результаті реакції синтезу, мають форму гантелі.



## §14. Енергія зв'язку ядра

Стабільність атомного ядра характеризується *енергією зв'язку ядра*, що дорівнює роботі, яку виконують ядерні сили взаємодій між нуклонами при утворенні ядра. Для обчислення цієї роботи необхідно точно знати, як сили притягання між нуклонами залежать від відстані між ними. Проте ця залежність поки що невідома. Виявляється, що енергію зв'язку простіше визначати на підставі закону взаємозв'язку маси і енергії:  $W = mc^2$ .

За допомогою сучасних методів вимірювання атомних мас виявлено, що маса спокою ядра  $M_{\text{я}}$  менша суми мас спокою нуклонів, які входять до складу ядра. Різниця між сумарною масою нуклонів і масою утвореного ними ядра називається *дефектом маси*:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}. \quad (1)$$

Дефект маси є мірою міцності атомних ядер і визначає енергію їх зв'язку:

$$W_{\text{зв}} = \Delta mc^2 = c^2(Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}}). \quad (2)$$

Одній атомній одиниці маси відповідає *атомна одиниця енергії*:

$$1 \text{ a.o.e.} = 931,5016 \text{ MeV.}$$

Так, енергія зв'язку ядра атома гелію  $\approx 28 \text{ MeV}$ , заліза  $\approx 487 \text{ MeV}$ , урану  $\approx 1786 \text{ MeV}$ .

Проте міцність ядра обумовлюється не повною енергією його зв'язку, а *питомою енергією зв'язку*, що припадає на один нуклон:

$$w_{\text{зв}} = \frac{W_{\text{зв}}}{A}.$$

Для гелію питома енергія зв'язку нуклона  $\approx 7 \text{ MeV/нуклон}$ , для заліза  $\approx 8,7 \text{ MeV/нуклон}$ , для урану  $\approx 7,6 \text{ MeV/нуклон}$ .

Зауважимо, що енергія зв'язку нуклонів в ядрах в мільйони разів перевищує енергію зв'язку валентних електронів в атомах, де вона становить 1 – 10 еВ. Такі великі енергії зв'язку атомних ядер свідчать про існування надзвичайно великих сил взаємодії між нуклонами в межах ядра.

Важливо зауважити, що питома енергія зв'язку у будь-якому ядрі приблизно однакова, близько 8 MeV/нуклон. На рисунку 6.14 наведений графік залежності питомої енергії зв'язку від масового числа атома стабільних ізотопів. З нього видно, що найсильніше зв'язані нуклони в ядрах з масовими числами від 40 до 100 (тобто від  $\text{Ca}$  до  $\text{Mo}$ ) і далі поступово зменшується при дальшому збільшенні масового числа. Максимум питомої енергії зв'язку  $w_{\text{зв}} = 8,7 \text{ MeV/нуклон}$  припадає на залізо. Це так званий «залізний

піку», який відіграє важливу роль в еволюції хімічних елементів.

Зменшення питомої енергії зв'язку в ядрах атомів, що розміщені в кінці періодичної системи, означає, що при поділі важкого ядра на два легших виділятиметься ядерна енергія. Такий процес відбувається самовільно (спонтанно), наприклад, розпад урану, плутонію.

Питома енергія зв'язку ядер легких атомів, що містяться на початку періодичної системи (ізотопи водню дейтерій  ${}^2_1\text{D}$  і тритій  ${}^3_1\text{T}$ , гелій  ${}^4_2\text{He}$ ), значно менша, ніж для середніх атомів. Синтез їх у складніші ядра супроводжуватиметься значним виділенням ядерної енергії.

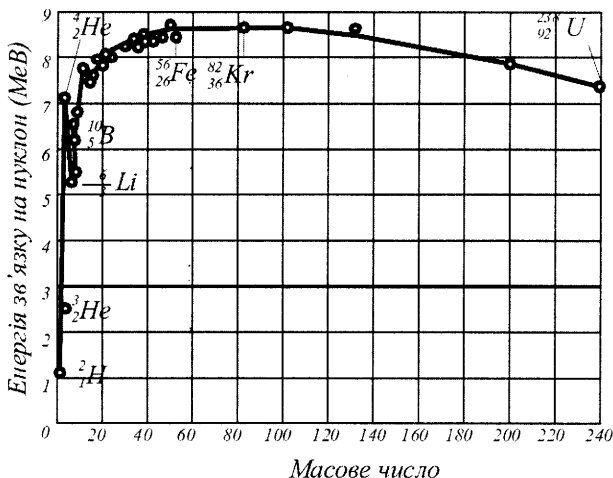


Рис. 6.14

Проте зближенню і синтезу таких ядер перешкоджають сили кулонівського відштовхування їхніх позитивних зарядів, і тільки при температурах порядку  $10^7$  К кінетична енергія ядер стає достатньою для подолання цих сил. Тільки тоді відбуватимуться так звані термоядерні реакції синтезу, наприклад, утворення ядер гелію з дейтерію і тритію тощо.

### §15. Ядерні сили

Сили взаємодії між нуклонами в ядрі називаються *ядерними силами*.

Ядерна взаємодія не зводиться до жодної із взаємодій, відомих в класичній фізиці. Дійсно, розрахунки, проведені на підставі закону

всесвітнього тяжіння і закону Кулона, показують, що гравітаційна взаємодія протонів у  $10^{36}$  раз менша за їх електростатичну взаємодію. Результируюча ж енергія магнітної взаємодії протона і нейтрона порядку  $10^5$  eВ, що значно менше за питому енергію зв'язку нуклона в ядрі. Ядерні сили, які забезпечують стійкість ядра, приблизно в 137 разів сильніші від кулонівського відштовхування. Тому ядерні взаємодії між нуклонами дістали назву *сильних взаємодій*.

Відомості про ядерні сили на даний момент одержані головним чином в результаті експериментів з розсіювання протонів на протонах і нейтронах та нейтронів на нейтронах. Розглянемо найважливіші з них.

1. Ядерні сили є *короткодійними*. Дослідження взаємодій *альфа*-частинок з ядрами легких елементів показали, що відхилення від закону Кулона починають проявлятися на відстанях між ядрами  $\sim 2 \cdot 10^{-15}$  м. На менших відстанях – до  $0,7 \cdot 10^{-15}$  м включно – проявляються ядерні сили притягання, на ще меншій відстані – ядерні сили відштовхування.

2. Ядерні сили є *зарядовонезалежними*. Наприклад, ядро дейтерію  ${}^2_1D$ , що складається з протона і нейтрона, має енергію зв'язку 2,23 МеВ. Ядро тритію  ${}^3T$ , яке порівняно з дейтерієм містить ще один нейтрон, має енергію зв'язку 8,48 МеВ, а ядро ізотопу гелію  ${}^3_2He$ , яке порівняно з дейтерієм містить ще один протон, має енергію зв'язку 7,72 МеВ. В обох випадках енергія зв'язку значно більша за енергію зв'язку дейтерію. Враховуючи поправку на електростатичне відштовхування між протонами, доходимо до висновку, що взаємодії між нуклонами ( $p - p$ ), ( $n - n$ ), ( $p - n$ ) практично однакові. Оскільки протон і нейтрон з погляду взаємодії однакові, в ядерній фізиці для їх характеристики вводиться так званий *баріонний заряд* подібно до того, як характеристикою електричної взаємодії є електричний заряд, а характеристикою гравітаційної взаємодії є маса, яку можна назвати гравітаційним зарядом. Баріонні заряди протона і нейтрона однакові і дорівнюють одиниці. Баріонний заряд є важливою характеристикою частинки, для нього має місце закон збереження.

3. Ядерні сили *не є центральними*, оскільки залежать не тільки від відстані між нуклонами, але і від орієнтації їхніх спінів. Наприклад, встановлено, що протон і нейтрон сполучаються і утворюють дейтерій тоді, коли їхні спіни взаємно паралельні.

4. Для ядерних сил характерне *насичення*. Це означає, що протон або нейтрон в ядрі зазнає сильних взаємодій не з усіма нуклонами, а

лише з обмеженою кількістю сусідніх нуклонів. Доказом цього є той факт, що починаючи з  ${}^4_2\text{He}$ , питома енергія зв'язку для всіх ядер приблизно однакова, а для легших ядер є меншою. Отже, є підстави вважати, що два протони і два нейтрони утворюють систему насичених взаємодій.

Свідченням насичення ядерних сил є майже лінійна залежність енергії зв'язку ядер від масового числа  $A$ . Коли б насичення не існувало і кожний з  $A$  нуклонів взаємодіяв з усіма іншими ( $A - 1$ ) нуклонами, то енергія зв'язку ядер була б пропорційною числу всіх попарних взаємодій між нуклонами, що дорівнює  $0,5 A(A - 1)$ , тобто була б пропорційною  $A^2$ .

Розглянемо питання про природу ядерних сил.

З погляду сучасної фізики будь-яка взаємодія здійснюється через відповідне поле: електромагнітна взаємодія – через електромагнітне поле, гравітаційна – через гравітаційне поле, ядерна – за допомогою ядерного поля. Поле квантується, а процес взаємодії зводиться до *обміну* квантами відповідного поля: в електромагнітних взаємодіях частинки обмінюються *фотонами*, в гравітаційних – *гравітонами*. Частинки, обмін якими забезпечує сильну ядерну взаємодію, були теоретично передбачені японським фізиком Юкава в 1935 р. З його розрахунків випливало, що маса цих частинок повинна становити приблизно 270 мас спокою електрона. Вони були названі *мезонами*, оскільки їхня маса є проміжною між масами нуклона і електрона (з грецького «мезос», що означає «середній, проміжний»).

У 1936 р. у космічному промінні були відкриті частинки з масою  $207 m_e$ , які були названі  $\mu$ -мезонами (*мюонами*). Але виявилось, що вони дуже слабо взаємодіють з нуклонами, а тому не можуть бути носіями ядерних сил. Аналогом частинок Юкави виявилися  $\pi$ -мезони (*піони*), які мають як позитивний заряд ( $\pi^+$ -мезони), так і негативний ( $\pi^-$ -мезони). Спін їх дорівнює нулю, а маса  $273,2 m_e$ . Заряджені піони були відкриті в космічному випромінюванні в 1947 р., а в 1949 р. їх було одержано в лабораторних умовах. У 1950 р. були відкриті  $\pi$ -мезони, що не мають заряду ( $\pi^0$ -мезони). Їхня маса спокою  $m_{\pi^0} = 264,2 m_e$ , спін, як і у випадку заряджених піонів, дорівнює нулю.

Згідно з мезонною теорією сильні взаємодії між протонами і нейтронами виникають в результаті неперервного випромінювання і поглинання ними позитивних  $\pi^-$  і негативних  $\pi^+$ -мезонів. Нейтральні  $\pi^0$ -мезони здійснюють взаємодію однакових нуклонів. Отже,  $\pi$ -мезони є квантами ядерного поля і при взаємодії нуклонів

відіграють ту ж роль, що і фотони при взаємодії електричних зарядів. Маса  $\pi^\pm$ - і  $\pi^0$ -мезонів настільки близькі, що вони вважаються не різними мезонами, а одним і тим же мезоном «в різних зарядових станах».

Мезонна картина взаємодії дає можливість одразу пояснити важливі особливості ядерних сил – їх малий радіус дії, насичення, зарядову незалежність, а також розв'язати проблему стійкості ядер, побудованих з таких нестабільних частинок, як нейтрони.

### **§16. Моделі атомних ядер**

Теоретичні дослідження ядер виявилися досить складними, оскільки вони є системами сильно взаємодіючих між собою частинок. Тому для відображення структури ядра доводиться будувати наближені моделі. Найвдалішими з них є краплинна і оболонкова.

Краплинну модель у 30-х роках запропонував Вейцекер, розвинули її Бор і Френкель. За цією моделлю ядро уподібнюється краплині рідини. Для будь-якої рідини характерно, що питома енергія зв'язку майже не залежить від розмірів краплини, якщо тільки краплина не дуже мала. Це саме властиве і ядрам. Для всіх звичайних рідин радіус дії міжмолекулярних сил за порядком величини близький до середньої відстані між частинками. Радіус дії ядерних сил близький до відстані між нуклонами ( $\sim 10^{-15}$  м). Нуклонам в ядрі, як і молекулам в рідині, незважаючи на їх компактне розміщення, властива велика рухливість. В ядрі, як і в рідині, є поверхневий натяг, зумовлений тим, що поверхневі нуклони взаємодіють з меншою кількістю сусідів, ніж внутрішні. Цей фактор є причиною зменшення енергії зв'язку, яка пропорційна площі поверхні ядра і спостерігається у важких ядрах.

Незважаючи на ці аналогії, ядерні і молекулярні явища є принципово відмінними. Наприклад, сили молекулярної взаємодії за природою є електромагнітними, ядерні сили мають зовсім іншу специфічну природу. На відміну від звичайної рідини, «ядерна рідина» є сумішшю протонної і нейтронної «рідини». При цьому рух молекул у рідині описується в рамках класичних уявлень, а рух нуклонів в ядрі має квантовий характер. Проте краплинна модель ядра в багатьох випадках дає результати, які добре узгоджуються з дослідом.

Спираючись на краплинну модель, Нільс Бор в 1939 р. створив теорію поділу ядер при їх бомбардуванні нейтронами. Нейтрон не має заряду і тому, безперешкодно входячи в ядро, віддає йому свою

енергію. Таку передачу енергії можна розглядати як інтенсивне нагрівання краплини. При цьому ядро переходить у збуджений стан. На першій стадії зіткнення нейтрона з ядром виникає проміжне ядро, утворене вихідним ядром і нейтроном. Це проміжне ядро є нестійким, під впливом енергії нейтрона воно починає пульсувати і розривається на дві приблизно однакові частини.

$n_x$	$l_x$	$j_x$	$Z(n_x)$	
4	0	1/2	2	
5	2	3/2	4	
6	4	7/2	8	
5	2	5/2	6	
7	6	11/2	12	
6	4	9/2	10	
5	3	5/2	6	
4	1	1/2	2	
7	6	13/2	14	
4	1	3/2	4	
5	3	7/2	8	
6	5	9/2	10	
3	0	1/2	2	
6	5	11/2	12	
4	2	3/2	4	
4	2	5/2	6	
5	4	7/2	8	
5	4	9/2	10	
3	1	1/2	2	
3	1	3/2	4	
4	3	5/2	6	
4	3	7/2	8	
2	0	1/2	2	
3	2	3/2	4	
3	2	5/2	6	
2	1	1/2	2	
2	1	3/2	4	
$\sim(-34\text{MeB})$	1	0	1/2	2

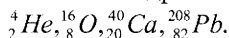
Рис. 6.15

Випромінювання  $\alpha$ -частинок при природній радіоактивності можна розглядати як відокремлення краплинки нейтронно-протонної рідини від більшої краплини. *Альфа*-частинки, що вилітають, не містяться в ядрі як окремі утворення, вони формуються в процесі радіоактивного перетворення. Їх «випаровування» призводить до зменшення енергії ядра. Краплинна модель ядра, однак, має обмежене застосування. Вона не дає змоги визначити такі важливі характеристики ядра, як спін і магнітний момент. Відомі факти, які навіть їй суперечать. Наприклад, спостерігається періодичність у властивостях атомних ядер, яка може розглядатись як доказ існування ядерних оболонок і певної періодичності в їх забудові.

Моделі ядерних оболонок запропонували в 1948 – 1949 рр. Гепперт-Майєр та Гаксел, Ієнсен і Зюсс. Подібно до того, як при відповідних заповненнях електронних оболонок з'являються хімічно стійкі атоми (інертні гази), так

енергію. Таку передачу енергії можна розглядати як інтенсивне нагрівання краплини. При цьому ядро переходить у збуджений стан. На першій стадії зіткнення нейтрона з ядром виникає проміжне ядро, утворене вихідним ядром і нейтроном. Це проміжне ядро є нестійким, під впливом енергії нейтрона воно починає пульсувати і розривається на дві приблизно однакові частини.

при певних числах нуклонів спостерігаються особливо стійкі ядра. Встановлено, що найбільшу стійкість мають ті ядра, у яких  $Z$  або  $(A - Z)$  дорівнюють так званим *магічним числам* 2, 8, 20, 28, 40, 50, 82, 126, 152. Особливо стійкими є двічі магічні ядра:



Отже, є підстави вважати, що нуклони в ядрі розміщуються по оболонках, і що магічні числа відповідають до кінця заповненим оболонкам. Очевидно, протони і нейтрони утворюють окремі системи оболонок, поступово займаючи рівні з найменшими енергіями. Як електрони, нуклони мають напівцілий спін, а значить, підлягають принципу Паулі, і енергії всіх нуклонів у ядрі повинні бути різними. Теорія Вейцекера дає тільки середнє значення питомої енергії зв'язку нуклонів.

Стан нуклона в ядрі характеризується квантовими числами:  $n_\alpha$  - *головне*,  $l_\alpha$  - *орбітальне*,  $m_\alpha$  - *магнітне*,  $s_\alpha$  - *спінове*. Число нуклонів у заповненій оболонці розраховується за формулою  $Z(n_\alpha) = 2n_\alpha^2$ . Одержані значення не завжди збігаються з магічними числами. Тільки врахування залежності ядерної взаємодії від взаємної орієнтації спіна і орбітального моменту руху нуклона привели до висновків, що підтверджуються на досліді.

На рис. 6.15 наведені результати таких розрахунків. Було встановлено, що сили, які діють на нуклон, є сильнішими, якщо його спін і орбітальний момент імпульсу спрямовані в один бік. Сума спіна і орбітального моменту імпульсу є не що інше, як повний момент імпульсу (квантове число  $j_\alpha$ ). Ми бачимо, що ядро з повністю заповненою оболонкою  $Z(n_\alpha) = 5$ ,  $l_\alpha = 4$ ,  $j_\alpha = 9/2$  містить 50 нейтронів (або 50 протонів). На рис. 6.15 видно також, що між цією оболонкою і наступною в порядку зростання енергії є великий енергетичний інтервал. Тому слід очікувати, що ядра з 50 нейтронами ( $A - Z = 50$ ) або 50 протонами ( $Z = 50$ ), будуть сильно зв'язаними і особливо стійкими. Досліди підтверджують цей висновок. Наприклад, у олова ( $Z = 50$ ) є 10 стабільних ізотопів (більше, ніж у будь-якого іншого з елементів).

На відміну від краплинної моделі, яка переважно застосовується для збуджених станів атомних ядер, оболонкова модель справедлива для основного і мало збуджених станів ядер.

Крім крапельної і оболонкової існує ще кілька моделей ядер. Згідно з новою *колективною* (або *узагальненою*) моделлю, нуклони в заповнених оболонках утворюють «кістяк» ядра. Нуклони, які знаходяться зовні заповнених оболонок, взаємодіють з кістяком і можуть

Коефіцієнт пропорційності  $\lambda$  характеризує ймовірність радіоактивного розпаду нестабільного ядра за одиницю часу, її називають *сталюю радіоактивного розпаду*. Знак «-» означає, що кількість радіоактивних ядер  $N$  з часом зменшується. Величина  $\lambda$  пропорційна числу розпадів за одну секунду і характеризує радіоактивність речовини.

Інтегруючи рівняння (1) при початкових умовах  $t = 0$  і  $N = N_0$ , одержимо закон радіоактивного розпаду

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$$

Характеристикою стабільності ядер є період напіврозпаду  $T_{1/2}$ . Так називається час, протягом якого розпадається половина початкової кількості ядер. Із співвідношення (2) маємо:  $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$ ,

звідки

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,693}{\lambda} \quad (3)$$

Наприклад, для урану  ${}_{92}^{238}\text{U}$  період напіврозпаду дорівнює  $4,51 \cdot 10^9$  років, для радію  ${}_{88}^{226}\text{Ra}$  – 1590 років, для радону  ${}_{86}^{222}\text{Rn}$  – 3,825 дня тощо. Є радіоактивні речовини, в яких періоди напіврозпаду становлять хвилини, секунди і навіть мільйонні частки секунди.

Величина  $\tau = \frac{1}{\lambda}$  називається *середньою тривалістю життя ядра*.

Середня тривалість життя радіоактивних ядер майже в 1,5 рази перевищує період напіврозпаду.

Величину  $a = \lambda N$ , яка визначає число атомів, що розпадаються за одиницю часу, називають *активністю* радіоактивного препарату. Активність характеризує інтенсивність випромінювання препарату в цілому, а не окремого ядра. Одиниця активності в СІ – беккерель (Бк). 1 Бк – активність препарату, при якій за 1 с відбувається один розпад. Практичною одиницею активності є кюрі (Ки); 1 Ки =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк – це активність 1 г радію або 3 т урану-238.

При радіоактивному розпаді ядер виконуються закони збереження зарядів і масових чисел:

$$Z_\alpha e = \sum_i Z_i e, \quad A_\alpha = \sum_i A_i, \quad (4)$$

де  $Z_\alpha, A_\alpha$  – заряд і масове число *материнського* ядра,  $Z_i$  і  $A_i$  – заряди і масові числа *дочірніх* ядер і частинок, які утворюються при радіоактивних перетвореннях відповідно.

*Правила зміщення при радіоактивних  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпадах:*



спричиняти його деформацію, яка являє собою колективний рух нуклонів заповнених оболонки. Колективна модель не тільки поєднує в собі крапельну і оболонкову моделі, але і дозволяє зробити ряд нових висновків.

Останнім часом, наприклад, при вивченні ядерних реакцій набула значного поширення *оптична* модель, яка ґрунтується на квантово-механічному підході при вивченні мікрооб'єктів.

### Завдання для самостійної роботи № 6.5

1. Ядерний магнітний резонанс.
2. Резонансне поглинання  $\gamma$ -променів (ефект Мессбауера).

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Е.Ф. Курс фізики.– Кн.2. – К.: Либідь, 2001. – С 237-244.

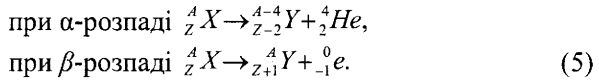
### §17. Радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду

Одним із найпереконливіших доказів складної будови ядер є явище радіоактивності, відкрите у 1896 р. Беккерелем і детально вивчене П. Кюрі, М. Склодовською-Кюрі, Резерфордом та ін. Речовини, здатні випромінювати відкрите Беккерелем випромінювання, називаються *радіоактивними*, а саме явище – *радіоактивністю*. Радіоактивне випромінювання буває трьох видів:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Дослідження показали, що  $\alpha$ -випромінювання є потоком ядер атомів гелію,  $\beta$ -випромінювання – потік електронів,  $\gamma$ -випромінювання – електромагнітне випромінювання високої частоти. Радіоактивність супроводжується виділенням великої енергії. Наприклад, 1 г радію за 1 годину виділяє енергію 561 Дж, а за рік – 4914,4 кДж.

Розрізняють *природну* і *штучну* радіоактивність. *Природною радіоактивністю* називається радіоактивність нестабільних ізотопів, що існують в природі. Радіоактивність ізотопів, одержаних в результаті ядерних реакцій, називається *штучною радіоактивністю*.

Самовільний розпад атомних ядер не залежить від зовнішніх умов. Число розпадів залежить тільки від властивостей ядер, що розпадаються, і від їх кількості. Кількість розпадів за одиницю часу повинна бути прямо пропорційною кількості атомів  $N$  радіоактивної речовини:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N. \quad (1)$$



Тут  ${}^A_Z X$  - материнське ядро,  $Y$  - дочірнє ядро,  ${}^4_2 \text{He}$  - ядро гелію,  ${}^0_{-1} e$  - символічне позначення електрона.

Якщо дочірнє ядро також виявляється радіоактивним, то виникає ланцюг радіоактивних перетворень. Природно-радіоактивні ядра утворюють *три радіоактивних родини*, які називаються родиною урану ( ${}^{238}_{92} \text{U}$ ), родиною торію ( ${}^{232}_{90} \text{Th}$ ) і родиною актинію ( ${}^{235}_{89} \text{Ac}$ ). Всі родини після ланцюжка  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпадів закінчуються на стабільних ізотопах свинцю -  ${}^{206}_{82} \text{Pb}$ ,  ${}^{208}_{82} \text{Pb}$ ,  ${}^{207}_{82} \text{Pb}$ . Родина нептунію, яка починається від трансуранового елемента нептунію  ${}^{237}_{93} \text{Np}$ , одержана штучно і закінчується на  ${}^{209}_{83} \text{Bi}$ .

### §18. Походження і властивості $\alpha$ -, $\beta$ -, $\gamma$ -випромінювання атомних ядер

*Альфа-розпадом* називається випромінювання ядрами деяких хімічних елементів  $\alpha$ -частинок. Це властивість важких ядер з масовими числами  $A > 200$  і зарядовими числами  $Z > 82$ . В середині таких ядер відбувається утворення відокремлених  $\alpha$ -частинок, кожна з яких складається з двох протонів і двох нейтронів. Цьому сприяє властивість насичення ядерних сил. Утворена  $\alpha$ -частинка зазнає більшої дії кулонівських сил відштовхування від протонів ядра, ніж окремі протони. Одночасно вона зазнає менше притягання до нуклонів у ядрі, ніж окремі нуклони.

Ядро для  $\alpha$ -частинки є потенціальним бар'єром, висота  $U$  якого більша від енергії  $\alpha$ -частинки в ядрі  $W$ . Альфа-розпад відбувається завдяки просочуванню  $\alpha$ -частинки крізь потенціальний бар'єр за допомогою тунельного ефекту. Формула для прозорості  $D$  потенціального бар'єра показує, що незначні зміни енергії  $\alpha$ -частинки в ядрі  $E$  спричиняють до значної зміни величини

$$\left\{ -\frac{2}{\hbar} \int \sqrt{2m_\alpha (U(x) - W)} dx \right\}.$$

Цим пояснюються великі відмінності в періодах напіврозпаду *альфа*-випромінювачів (від  $10^9$  років до  $10^{-7}$  с) при порівняно невеликому зростанні енергії  $\alpha$ -частинок від 4 до 9 МеВ.

Постійна розпаду  $\lambda$  пов'язана з прозорістю потенціального бар'єра. Для спрощеної моделі прямокутного потенціального бар'єра

(рис. 6.8)  $\lambda = Dn$ , де  $n$  – число зіткнень  $\alpha$ -частинки зі стінкою бар'єра за одиницю часу. Пробіг випромінюваних  $\alpha$ -частинок в середовищі тим більший, чим більша  $\lambda$ .

Енергія  $\alpha$ -частинок порядку  $10^6$  еВ (швидкість порядку  $10^7$  м/с). Різні радіоактивні речовини випромінюють  $\alpha$ -частинки різної енергії, але усі  $\alpha$ -частинки, випущені даною радіоактивною речовиною, мають цілком певну енергію. При чому, експериментально доведено, що у одного і того ж радіоактивного елемента є декілька груп  $\alpha$ -частинок з різними довжинами пробігів. В середині кожної групи спостерігається сталість пробігів, а отже, своє значення енергії. Це і є свідченням дискретності енергетичного спектру  $\alpha$ -частинок (рис. 6.15).

Пролітаючи крізь речовину,  $\alpha$ -частинка поступово втрачає енергію, іонізуючи молекули речовини і, врешті, зупиняється. На утворення однієї пари іонів у повітрі витрачається в середньому 35 еВ. Таким чином, на своєму шляху  $\alpha$ -частинка утворює до 20000

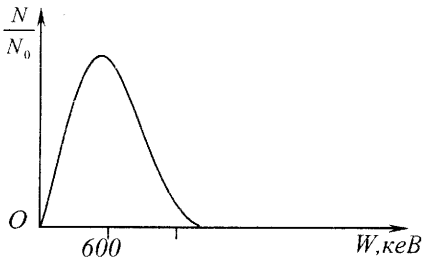


Рис. 6.16

пар іонів. У повітрі при нормальному тиску шлях частинки становить кілька сантиметрів, а у твердій речовині – кілька десятків мікрон. Наприклад, пластинка алюмінію товщиною 0,06 мм повністю поглинає навіть найшвидші  $\alpha$ -частинки, так само як і звичайний газетний папір.

*Бета-проміння* є потоком швидких електронів ( $\beta$ -розпад). Вивчення його властивостей пов'язане з рядом труднощів. Наприклад, тривалий час нез'ясованим залишалося питання про енергетичний спектр  $\beta$ -частинок. Якщо  $\beta$ -випромінювання є результатом переходу ядра з одного стану в інший, а енергетичний спектр ядра є лінійчатим, то і спектр  $\beta$ -частинок мав би бути лінійчатим. Однак насправді їхні спектри є завжди суцільними.

На рис. 6.16 наведений енергетичний спектр  $\beta$ -частинок, які випромінюються радіоактивним калієм  $^{40}_{19}K$ . По осі абсцис відкладена енергія частинок в МеВ, а по осі ординат – відносне число частинок, які мають цю енергію. Досліди показали, що у всіх випадках максимальна енергія  $\beta$ -частинок дорівнює різниці енергій

енергетичних рівнів однакових ядер, які випромінюють дані частинки. Однак переважна більшість електронів мала енергію меншу від максимальної. Можна було припустити, що вслід за розпадом енергія  $\beta$ -частинок розсіюється на атомах радіоактивної речовини. Тоді повинно відбуватися нагрівання останньої. Але найточніші досліди цього не підтверджували.

Була ще одна неузгодженість. Відомо, що спин електрона дорівнює  $\frac{1}{2}\hbar$ . Тому при бета-розпаді спин нового ядра має відрізнятися від спіна початкового ядра на  $\frac{1}{2}\hbar$ . Досліди ж показували, що

спин ядра при бета-розпадах не змінюється.

Труднощі в поясненні бета-розпаду було усунуто в 1931 р. гіпотезою Паулі, який припустив, що одночасно з  $\beta$ -частинкою випромінюється ще одна дуже легка нейтральна частинка – *нейтрино*

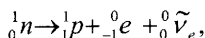
( $\nu$ ). Маса нейтрино дорівнює приблизно  $0,0005 m_e$ , спин –  $\frac{1}{2}\hbar$ .

Виявити нейтрино експериментально і підтвердити гіпотезу Паулі було нелегко. Але врешті решт в дослідах Лейпунського (1934 – 1936 р.), Райнеса і Коуена (1956 р.) успіху було досягнуто.

У кожному акті бета-розпаду електрон і нейтрино разом переносять одну і ту ж кількість енергії, але розподіляється вона між ними довільно. Це і є причиною неперервності енергетичного спектру  $\beta$ -частинок.

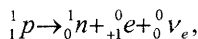
Потрапляючи в речовину,  $\beta$ -проміння спричиняє значну іонізацію. Кожна  $\beta$ -частинка, швидкість якої порядку  $10^8$  м/с, на своєму шляху може створювати до 10000 пар іонів. Тому бета-проміння має порівняно незначну проникну здатність. При середніх швидкостях воно повністю поглинається в алюмінієвій пластинці товщиною 2 см, а в біологічні тканини проникає на глибину до 6 см.

Згідно з сучасною протонно-нейтронною моделлю ядра  $\beta$ -випромінювання виникає внаслідок перетворень нейтронів  $n$  в протони  $p$  всередині ядра:

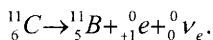


де  ${}^0_0\tilde{\nu}_e$  – електронне антинейтрино. У цій реакції задовольняються закони збереження електричного заряду, маси і спіна.

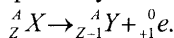
Інший тип  $\beta$ -розпаду ( $\beta_+$ -розпад), пов'язаний з перетворенням протона в нейтрон, відбувається за такою схемою



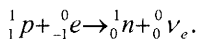
де  ${}_{+1}^0e$  - позитрон,  ${}^0_0\nu_e$  - електронне нейтрино. Це перетворення слід розуміти умовно, оскільки маса протона менша від маси нейтрона, внаслідок чого позитронний розпад вільного протона неможливий. У ядрі нестача енергії для такого перетворення доповнюється ядром. Якщо  $\beta_-$ -розпад відбувається в природно-радіоактивних і в штучно-радіоактивних ядрах, то  $\beta_-$ -розпад характерний тільки для явища штучної радіоактивності. Наприклад, штучно-радіоактивний ізотоп вуглецю  ${}^{11}_6C$  розпадається за схемою



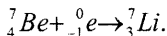
Правило зміщення для  $\beta_+$ -розпаду:



Третій вид  $\beta$ -радіоактивності – електронне захоплення ( $e$ -захоплення) було відкрито американським фізиком Альваресом у 1937 р. Воно полягає в захопленні ядром електрона з електронної оболонки власного атома. Істотне значення для важких ядер має захоплення електрона з  $K$ -оболонки ( $K$ -захоплення). При цьому звільняється місце в  $K$ -шарі, внаслідок чого атом переходить у збуджений стан. Повернення до нормального стану відбувається внаслідок переходу одного з електронів із зовнішніх шарів на звільнене місце в  $K$ -шарі, що супроводжується виникненням характеристичного рентгенівського випромінювання  $K$ -серії. У випадку  $e$ -захоплення перетворення протона в нейтрон відбувається за схемою



Особливістю цього типу бета-розпаду є виліт з ядра тільки однієї частинки  ${}^0_0\nu_e$ . Прикладом легкого  $K$ -радіоактивного ядра може бути ядро  ${}^7_4Be$ , яке захоплює  $K$ -електрон і перетворюється в ядро  ${}^7_3Li$ :



*Гама-випромінюванням* називається жорстке електромагнітне випромінювання, яке утворюється при переходах ядер зі збуджених енергетичних станів в основний або менш збуджений стан, а також при ядерних реакціях. У першому випадку, згідно з правилом частот Бора, енергія  $h\nu_{ik}$  гама-випромінювання дорівнює різниці енергій  $\Delta W_{ik}$  кінцевого  $W_i$  і початкового  $W_k$  енергетичних рівнів ядра:

$$h\nu_{ik} = \Delta W_{ik} = W_i - W_k,$$

де  $\nu_{ik}$  – частота відповідного фотона. Величина  $\Delta W_{ik}$  становить  $\sim 0,1$  МеВ і значно переважає різницю енергій електронних рівнів в атомі. Гама-промені є дуже короткохвильовим електромагнітним випромінюванням з довжиною хвилі, яка не перевищує  $10^{-2}$  нм.

Підтвердженням сказаного вище є дискретний лінійчатий спектр  $\gamma$ -променів.

Гама-випромінювання не є самостійним типом радіоактивності. Воно супроводжує процеси  $\alpha$ - і  $\beta$ - розпадів та не спричиняє зміни заряду і масового числа ядер. Установлено, що  $\gamma$ -промені випромінюються дочірнім ядром, яке в момент свого утворення виявляється збудженим. Перехід ядра із збудженого стану в нормальний відбувається за час ( $10^{-13} - 10^{-14}$ ) с, що є значно меншим за час життя збудженого атома ( $\sim 10^{-8}$  с).

Гама-проміння має велику проникну здатність. Воно може проходити крізь шар свинцю завтовшки до 5 см, наскрізь пронизувати тіло людини. Внаслідок опромінювання атоми і молекули, які входять до складу організму, іонізуються. Розриваються молекулярні зв'язки і змінюється хімічна структура складних органічних сполук.

Поглинання  $\gamma$ -проміння речовиною спричинене в основному трьома процесами: фотоелектом, комптонівським розсіюванням і явищем утворення електронно-позитронних пар. При енергіях фотонів  $\sim 0,1$  МеВ поглинання  $\gamma$ -квантів відбувається в основному внаслідок фотоелекту, причому електрони вириваються з внутрішніх електронних шарів атома  $K$ ,  $L$ ,  $M$ . Наступне заповнення цих вакантних місць супроводжується випромінюванням характерного рентгенівського проміння. При поглинанні  $\gamma$ -квантів з енергіями  $0,5 - 2,0$  МеВ істотну роль відіграє комптонівське розсіювання. Якщо енергія гама-променів більша  $1,1$  МеВ, під впливом сильного поля ядер атомів з великим зарядовим числом  $Z$  відбувається утворення пар *електрон-позитрон*.

### Завдання для самостійної роботи № 6.6

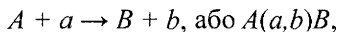
1. Відкриття Беккереля і Кюрі.
2. Відкриття нейтрона і позитрона.
3. Досліди Лейпунського, Аллена, Шервіна, Райнеса і Коуена щодо виявлення електронних нейтрино.
4. Активність радіоактивного препарату. Дози опромінення.

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2. – К.: Либідь, 2001. – С. 200–209, 223–224.

### §19. Ядерні реакції та закони збереження

*Ядерними реакціями* називаються перетворення атомних ядер, викликані їх взаємодією одне з одним або з елементарними частинками.

В ядерній фізиці прийняті скорочені записи для ядерних реакцій:



де  $A$  і  $B$  – вихідне (материнське) і кінцеве (дочірнє) ядра,  $a$  і  $b$  – вихідна і кінцева частинки в реакції. За наведеною схемою відбувається ядерна реакція за прямою взаємодією в *один етап*.

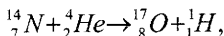
Можливі реакції, які відбуваються в *два етапи*. На першому етапі частинка-снаряд застряє в ядрі-мішені і утворюється *складене ядро*. Відбувається перерозподіл енергії між частинками складеного ядра. Таке ядро завжди нестійке, оскільки воно дістає додаткову енергію. Тому на другому етапі ядерної реакції складене ядро випромінює одну або кілька частинок значної енергії. Час існування складеного ядра  $10^{-11} - 10^{-12}$  с. Схема відповідної реакції:



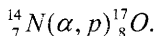
Ядерна реакція характеризується *енергією ядерної реакції*  $Q$ , яка дорівнює різниці енергій кінцевої і вихідної пар в реакції. Якщо  $Q < 0$ , то реакція йде з поглинанням енергії і називається *ендотермічною*; при  $Q > 0$ , реакція йде з виділенням енергії і називається *екзотермічною*.

В ядерних реакціях виконуються закони збереження енергії, імпульсу, електричного заряду і масових чисел.

Першу ядерну реакцію здійснив Резерфорд у 1919 р. Досліджуючи розсіювання  $\alpha$ -частинок при проходженні крізь металеву фольгу в камері Вільсона, наповненій повітрям, він помітив збільшення числа сцинтиляцій на екрані. Це можна було пояснити поділом ядер повітря. Бомбардування  $\alpha$ -частинками хімічно чистого азоту показало, що на екрані, покритому сульфідом цинку, сцинтиляції спостерігаються на відстані 28 см від джерела  $\alpha$ -частинок, тоді як середній пробіг їх у повітрі при нормальному тиску становить 6,87 см. Додаткові дослідження у магнітному полі показали, що сцинтиляції на віддаленому екрані обумовлені протонами, які виникають в результаті реакції ядер азоту і  $\alpha$ -частинок. Враховуючи закони збереження маси і заряду, цю реакцію легко записати:



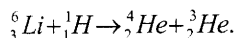
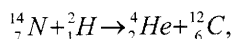
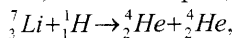
або скорочено:



У наступних дослідях за допомогою  $\alpha$ -частинок, добутих з радіоактивних речовин, вдалося перебудувати ядра всіх легких

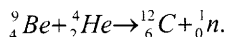
елементів від бору до калію, за винятком вуглецю та кисню. Перебудова важких ядер за допомогою  $\alpha$ -частинок виявилася неможливою через значні сили електростатичного відштовхування між ними і ядрами-мішенями.

З 1932 р. для перебудови ядер почали використовувати штучно прискорені частинки – протони, іони дейтерію, гелію тощо:



В останній реакції українські фізики одержали легкий ізотоп гелію –  ${}^3_2\text{He}$ .

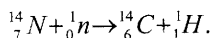
У 1931 р. подружжя Жоліо-Кюрі здійснило реакцію, в якій вперше були одержані нейтрони:



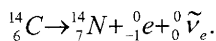
Спочатку вважалося, що в результаті реакції, крім ядер вуглецю, виникають  $\gamma$ -фотони. Але їх властивості не узгоджувалися з усталеними уявленнями про електромагнітне випромінювання. Задовільне пояснення дав у 1932 р. Чедвік. Він довів, що виявлені в різних газах пробіги і швидкості ядер віддачі можуть виникнути при зіткненні цих ядер не з  $\gamma$ -фотонами, а з частинками, маса яких близька до маси протона. Ці частинки і були названі нейтронами ( ${}^1_0\text{n}$ ).

Нейтрони виявилися ефективнішими в ядерних реакціях, бо вони не зазнають електростатичного відштовхування від позитивно заряджених ядер.

Під дією нейтронів відбувається утворення штучно-радіоактивних ізотопів, наприклад, радіовуглецю  ${}^{14}_6\text{C}$  з періодом напіврозпаду понад 5000 років:



Наступний розпад:

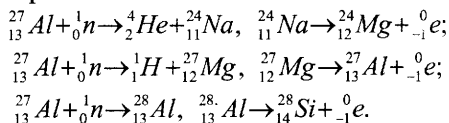


Великий період напіврозпаду  ${}^{12}_6\text{C}$  лежить в основі радіовуглецевого методу датування в археології. Момент, коли організм перестав поглинати ізотоп  ${}^{14}_6\text{C}$ , що утворюється в атмосфері з азоту під дією космічних нейтронів, можна встановити за відносною кількістю радіоактивного вуглецю, що не розпався, і перестав нагромаджуватися в загиблому організмі.

Згодом Фермі відкрив штучні радіоактивні ізотопи, які



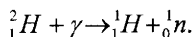
випромінювали електрони:



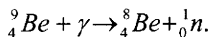
У 1949 р. Томсон та інші відкрили штучні радіоактивні ізотопи золота і ртуті, які давали  $\alpha$ -випромінювання. Пізніше за допомогою ядерних реакцій було добуто багато інших  $\alpha$ -радіоактивних ізотопів.

Як і було передбачено Жоліо-Кюрі, радіоактивні ізотопи – це результат ядерних реакцій. З 1934 р. і до наших днів добуто понад 800 різних радіоактивних ізотопів всіх відомих елементів від водню до урану та ізотопів трансуранових елементів.

Ядерні реакції можна здійснювати і за допомогою  $\gamma$ -проміння. Так за його допомогою Чедвік розщепив ядро дейтерію на протон і нейтрон:

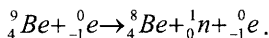


За допомогою  $\gamma$ -проміння було здійснено також виривання нейтрона з ядра берилію:



Реакції такого типу називаються *ядерним фотоефектом*.

Було здійснено також ядерні реакції під дією прискорених електронів:



У цій реакції використовується лише енергія електрона (1,8 МеВ).

Завдяки здійсненню штучних ядерних реакцій було вивчено особливості взаємодії ядер, здобуто відомості про склад ядра і про ядерні сили, одержано нові радіоактивні ізотопи і, зокрема, ізотопи елементів, які уже не існують на Землі. Особливо важливим було відкриття нейтрона і ланцюгової реакції поділу важких ядер.

### Завдання для самостійної роботи № 6.7

1. Методи спостереження і реєстрації мікрочастинок.
2. Прискорювачі заряджених частинок.
3. Мас-спектральний аналіз.
4. Застосування радіоактивних ізотопів. Метод мічених атомів. Дефектоскопія.

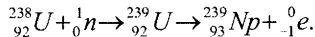
**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики.- Кн.2. – К.: Либідь, 2001. – С. 213–223, 227–229, 252–253.

## §20. Реакція поділу ядра. Ланцюгова реакція поділу

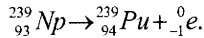
Особливу роль в ядерній фізиці відіграла реакція ядер урану з нейтронами.

Характер взаємодії нейтронів з ядрами різний для *швидких* і *повільних* нейтронів. Нейтрони називаються *швидкими*, якщо їх енергія становить  $(0,1 \div 50)$  МеВ. Енергія *повільних нейтронів* менша  $10^5$  еВ. Повільні нейтрони з енергіями від 0,005 еВ до 0,5 еВ називаються *тепловими нейтронами*.

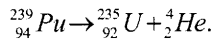
Взаємодія нейтронів з ядрами – це або пружне розсіювання нейтронів на ядрах, або їх захоплення ядрами. В речовинах, які називаються *сповільнювачами* (графіт, важка вода  $D_2O$ ,  $HDO$ , сполуки берилію), швидкі нейтрони розсіюються на ядрах, і їх енергія переходить в енергію теплового руху атомів речовини-сповільнювача. В результаті нейтрони стають тепловими. При збіжності енергії теплових нейтронів з енергією складеного ядра відбувається *резонансне захоплення* нейтронів. Цей процес лежить в основі одержання *трансуранових* хімічних елементів. Наприклад, трансурановий елемент нептуній  ${}_{93}^{239}Np$  утворюється при резонансному захопленні нейтронів ізотопом урану  ${}_{92}^{238}U$  за схемою:



Далі, ядро ізотопа  ${}_{93}^{239}Np$  перетворюється в плутоній  ${}_{94}^{239}Pu$ :



Плутоній, випромінюючи  $\alpha$ -частинки (період напіврозпаду 24000 років), перетворюється в стабільний ізотоп урану  ${}_{92}^{235}U$ :



Важке складене ядро, збуджене при резонансному захопленні нейтрона, може поділитися на дві приблизно рівні частини – *реакція поділу важких ядер*. Утворені частини називаються *осколками поділу*. Нестійкості важких ядер відносно поділу сприяє наявна в них велика кількість протонів, які зазнають кулонівського відштовхування один від одного.

Поділ важкого ядра на два осколки супроводжується виділенням величезної енергії. Це впливає з того, що питома енергія зв'язку ядер елементів, розмішених в кінці таблиці Менделєєва, менша за питому енергію зв'язку ядер, розмішених в її середині. В реакції поділу виділяється енергія, пропорційна різниці питомих енергій зв'язку нестійкого ядра і осколків поділу. Ця різниця становить приблизно

1,1 МеВ/нуклон. При діленні ядра  ${}^{238}_{92}\text{U}$ , яке містить 238 нуклонів, має виділятися енергія близько 200 МеВ. При діленні ядер, які містяться в 1 г  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , виділяється енергія  $8 \cdot 10^{10}$  Дж або 22000 кВт·год. Ця енергія приблизно в мільйон разів більша від енергії, що виділяється при хімічних реакціях згоряння звичайного палива.

Поділ ядра може відбуватися тільки тоді, коли потенціальна енергія продуктів поділу менша від енергії початкового ядра. Ця

умова виконується для ядер, в яких  $\frac{Z^2}{A} > 17$  ( $\frac{Z^2}{A}$  називається *параметром стійкості ядра*). Дане співвідношення має місце для всіх ядер, починаючи зі срібла, але насправді такого поділу ядер не спостерігається. Виявляється, що потрібна додаткова енергія активації і

що існує критичне значення параметра стійкості ядра:  $\frac{Z^2}{A} \approx 49$ . Ядра для

яких  $\frac{Z^2}{A} > 49$ , є абсолютно нестійкими і не можуть існувати. Ця межа припадає десь на 145–150-й елемент таблиці Менделєєва. При значеннях

$\frac{Z^2}{A} < 49$  можливий *самовільний (спонтанний) поділ ядра*, який відбувається завдяки тунельному ефекту. Період напіврозпаду спонтанного поділу ядер становить ( $10^{16} \div 10^{17}$ ) років.

Осколки поділу в момент свого утворення мають надлишок нейтронів над протонами. Залежно від роду осколків при поділі ядра може випромінюватися від одного до трьох і більше нейтронів, які називаються *нейтронами поділу*. Серед них є *миттєві* (приблизно 99%), що вивільняються протягом надзвичайно короткого часу, і *запізнілі*, які вивільняються з різним запізненням від 0,05 с до 1 хв після поділу.

Процес поділу ядер супроводжується розмноженням нейтронів, який характеризується середнім числом нейтронів, що виникли при одному акті ділення. Для ядер плутонію  ${}^{239}_{94}\text{Pu}$  і урану  ${}^{235}_{92}\text{U}$ , які діляться під дією теплових нейтронів, це число становить 3,0 і 2,5 відповідно. Якщо кожний з нейтронів, який виник в реакції поділу, взаємодіючи з сусідніми ядрами речовини, викликає в них реакцію ділення, то відбувається лавиноподібне наростання числа актів ділення – *ланцюгова реакція ділення*. Умовою виникнення ланцюгової реакції є наявність нейтронів, що розмножуються. *Коефіцієнтом розмноження нейтронів  $k$*  називається відношення числа нейтронів,

які виникають в деякій ланці реакції, до числа таких нейтронів у попередній ланці. Ланцюгова реакція розвивається, якщо  $k \geq 1$ .

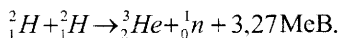
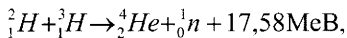
У взаємодіях з швидкими нейтронами, енергії яких 1 – 2 МеВ, ймовірність поділу важких ядер та ймовірність радіаційного захоплення нейтронів ядрами дуже незначна. Ці ймовірності зростають при використанні сповільнених нейтронів з енергіями теплових рухів 0,0025еВ. Проте ефективні взаємодії зі сповільненими нейтронами, які сприяють здійсненню ланцюгової реакції, дає тільки ізотоп урану-235, якого в природі лише 0,72 %, та штучний ізотоп урану-233 і плутоній-239. Основний ізотоп урану-238 під дією сповільнених нейтронів практично не ділиться, а тільки радіаційно захоплює нейтрони. Тому уран-238 може перешкоджати розвитку ланцюгової реакції в урані-235.

У 1940 р. Флеров і Петржак відкрили самовільний розпад урану. Період напіврозпаду ядер урану-235 становить  $1,9 \cdot 10^{17}$  р., а урану-238 –  $3,8 \cdot 10^{10}$  р. Хоч це дуже повільний процес (в 1 кг урану за 1 с розпадається до 5 ядер), його можна використати для самозапуску ланцюгової реакції.

Таким чином, ланцюгову реакцію в урані можна здійснити двома способами: використовуючи або чистий уран-235 при умові, що його мінімальна кількість не менша так званої *критичної маси*, або природний уран, але з забезпеченням таких умов, при яких коефіцієнт розмноження нейтронів був би не меншим одиниці. Перший спосіб здійснення ланцюгової реакції було використано для виготовлення атомної бомби (1945 р., США), другий – для побудови ядерних реакторів (1942 р., Чикагський університет, США).

### §21. Реакція синтезу атомних ядер

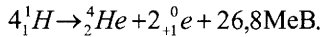
Крім реакції поділу важких ядер існує ще один шлях одержання ядерної енергії – це *реакція синтезу легких ядер*. Оскільки питома енергія зв'язку ядра гелію значно переважає питому енергію зв'язку ядер ізотопів водню, то найефективнішими є реакції синтезу ядер гелію з ядер цих ізотопів:



Виявляється, що виділення енергії на один нуклон в реакції синтезу в декілька разів більше, ніж при діленні важких ядер. Наприклад, при діленні ядер урану виділяється енергія 0,85 МеВ/нуклон, а в першій з наведених реакцій – 3,5 МеВ/нуклон, тобто в чотири рази більше.

Ще більша енергія виділяється при синтезі ядра гелію з

чотирьох протонів:



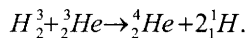
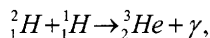
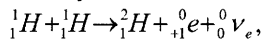
Реакції синтезу легких ядер, пов'язані з подоланням потенціальної енергії їх кулонівського відштовхування, можуть протікати при надвисоких температурах порядку ( $10^8 \div 10^9$ )К, яка перевищує температуру внутрішніх областей Сонця ( $T_c \approx 10^7$  К). Оскільки реакції синтезу ядер потребують нагріву до дуже високих температур, їх називають *термоядерними*. Термоядерні реакції є, очевидно, джерелами енергії зірок, яка компенсує їх випромінювання.

Наприклад, Сонце щосекунди випромінює енергію  $3,8 \cdot 10^{26}$  Дж, що відповідає виділенню енергії  $1, 88 \cdot 10^4$ Вт/кг. Вона становить лише 1% від питомого виділення енергії в живому організмі при обміні речовин. Кожний квадратний метр поверхні Сонця в енергетичному відношенні можна порівняти з електростанцією потужністю 60000 кВт.

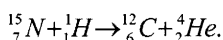
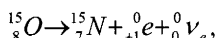
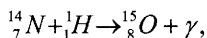
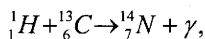
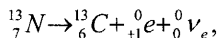
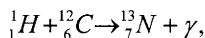
Явища типу сонячних мають місце і на інших зірках. Сонце є найближчою зіркою. Всього близько 8 хв потрібно, щоби сонячні промені досягли Землі, тоді як від найближчої від нас зірки Проксима Центавра світло йде 4,3 року. Тому саме цю (нашу) зірку можна вивчити найдетальніше. Сонце і геліосфера є унікальною гігантською лабораторією, де можна здійснити цілеспрямовані експерименти з перевірки сценаріїв і моделей еволюції зірок, фізики плазми, атомної фізики, фізики елементарних частинок тощо.

Тепер вважають, що термоядерні реакції на Сонці можуть протікати у формі *термоядерних циклів*: протонно-протонний цикл і вуглецево-азотний цикл, або цикл Бете.

Гадана схема першого циклу така:

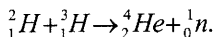


Цикл Бете потребує наявності ядер вуглецю, як каталізаторів:



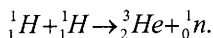
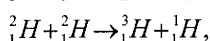
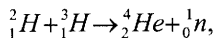
Новий цикл починається знову з поглинання вуглецем  $^{12}_6\text{C}$  протона  $^1_1\text{H}$ . В результаті кожного циклу чотири протони перетворюються в ядро гелію з виділенням двох позитронів і  $\gamma$ -променів. Крім цього, енергія виділяється при анігіляції позитронів з електронами сонячної плазми. При синтезі одного ядра гелію виділяється енергія близько 27 МеВ, що в перерахунку на кіло-моль гелію складає приблизно  $7 \cdot 10^8$  кВт·год. Цієї енергії достатньо для компенсації випромінювання Сонця. Окремі реакції циклу віддалені одна від одної часом непомірно великим за земними масштабами. Однак цей цикл замкнутий і відбувається неупинно. Тому всі стадії циклу відбуваються на Сонці одночасно, маючи початок в різні моменти часу. Хоч в результаті реакції водень вигорає і кількість «пального» з часом зменшується, розрахунки показують, що запасів водню, який є на Сонці, вистачить на багато мільярдів років.

Умови, близькі до тих, які реалізуються в надрах Сонця, були здійснені на Землі у вигляді некерованої ланцюгової реакції – у водневій бомбі:



Висока температура, необхідна для протікання термоядерної реакції, була одержана за рахунок вибуху атомної бомби, яка діяла на принципі швидкої ланцюгової реакції поділу важких ядер.

Теоретичною базою штучних керованих термоядерних реакцій є реакції типу:



Для здійснення цих реакцій необхідно, щоб плазма була досить сильно нагріта ( $T > 10^8$  К для першої з наведених реакцій і  $T > 10^9$  К – для другої і третьої). Потрібна надійна ізоляція високотемпературної плазми від стінок резервуара, в якому вона міститься, оскільки жоден жаростійкий матеріал не може витримати контакту з «гарячою» плазмою. З цією метою використовують магнітні поля різної конфігурації.

Ще однією проблемою, з розв'язанням якої пов'язане одержання керованої термоядерної реакції, є одержання стійкої високо-температурної плазми. Останнім часом досягнуто істотних успіхів на цьому шляху. Встановлено, що добуток концентрації  $n$  заряджених частинок і часу  $\tau$  утримання цих частинок в плазмі повинен

задовольняти умови:  $\pi t > 10^{16}$  для першої з наведених реакцій і  $\pi t > 10^{14}$  для другої. Ці умови мають такий фізичний зміст: число ядер, які прореагували, має бути пропорційним концентрації речовини і часу, продовж якого може протікати реакція.

Практичне здійснення керованих термоядерних реакцій є актуальним завданням надзвичайної ваги, головним напрямком енергетики майбутнього.

### Завдання для самостійної роботи № 6.8

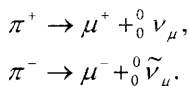
1. Поняття про ядерну енергетику. Ядерний реактор.
2. Проблема керованих термоядерних реакцій. «Токамак»

**Література:** Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики. – Кн.2.– К: Либідь, 2001.–С. 253–267.

### §22. Елементарні частинки, їх класифікація і взаємна перетворюваність

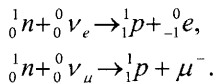
У мікросвіті виділяються три рівні, які відрізняються характерними масштабами  $R$  і енергіями  $W$ . Перший з них – молекулярно-атомний рівень, для якого  $R \sim (10^{-8} \div 10^{-10})$  м,  $W \sim (1 \div 10)$  еВ; другий – ядерний рівень з  $R \sim (10^{-14} \div 10^{-15})$  м,  $W \sim (10^6 \div 10^8)$  еВ. На третьому рівні знаходяться найдрібніші, так звані *суб'ядерні частинки* ( $R < 10^{-15}$  м), які прийнято називають *елементарними частинками*, хоч вони і не мусять бути безструктурними утвореннями.

Першу елементарну частинку – *електрон* – відкрив у 1897 р. Томсон. На початку ХХ ст. М. Планк і А. Ейнштейн ввели поняття про світловий квант – *фотон*. У 1919 р. Резерфорд виявив частинку, яка входить до складу атомних ядер, – *протон*. У 1932 р. Чедвік відкрив ще одну складову частинку ядра – *нейтрон*. Вивчаючи  $\beta$ -розпад, Паулі у 1931 р. висловив гіпотезу про існування *нейтрино* (згодом утвердилася назва *електронне нейтрино*). Встановлено існування так званих *мюонних нейтрино*. Між електронним і мюонним нейтрино є істотна різниця, оскільки вони беруть участь в різних процесах. Мюонне нейтрино утворюється в результаті розпаду заряджених  $\pi$ -мезонів:



Захоплення мюонного нейтрино нуклоном, наприклад

нейтроном, відбувається за схемою, відмінною від схеми захоплення електронного нейтрино:



У 1956 р. вже було відомо всього 30 елементарних частинок, тепер їх нараховується близько 400.

Останнім часом інтенсивно досліджується внутрішня структура елементарних частинок. Як впливає із співвідношень невизначеностей, для вивчення дуже дрібних об'єктів потрібні дуже великі енергії. Тому сучасна фізика елементарних частинок називається також фізикою високих енергій. Максимально доступні в даний час в лабораторних умовах енергії досягають  $10^{11}$  еВ, чому відповідають мінімальні відстані  $R \sim 10^{-18}$  м.

Перспективними у цьому плані є космічні промені. Під космічним промінням розуміють потік частинок, що падає на Землю із Всесвіту, а також частинок, які виникають внаслідок взаємодії суто космічних частинок з атомами атмосфери Землі. У зв'язку з цим космічні промені поділяють на *первинні* і *вторинні*. *Первинний компонент* космічних променів переважно складається з протонів (90%), ядер гелію (9%) і невеликої кількості (1%) важчих ядер. Енергія космічних частинок знаходиться в інтервалі ( $10^9 \div 10^{13}$ ) еВ. Деякі з первинних космічних частинок мають енергію до  $10^{20}$  еВ. Це у  $10^{10}$  разів більше, ніж дають найпотужніші прискорювачі. *Вторинний компонент* космічних променів простягається нижче 20 км над поверхнею Землі. Його складові теж мають великі енергії.

Завдяки космічним променям були відкриті нові елементарні частинки і перша античастинка – *позитрон* (1932 р.). Це частинка, яка має таку ж масу і такий же за абсолютним значенням, тільки позитивний, електричний заряд, що і електрон. Теоретично існування позитрона було передбачено Діраком у 1927 р. Наступні дослідження показали, що позитрон народжується в результаті взаємодії  $\gamma$ -фотона з важким ядром, при чому він народжується завжди разом з електроном. Породити електронно-позитронну пару може не кожен фотон, а такий, енергія якого не менша суми енергій спокою електрона і позитрона:

$$h\nu \geq 2m_{oe}c^2.$$

Оскільки енергія спокою електрона становить приблизно 0,5 МеВ, то породжувати електронно-позитронні пари можуть тільки фотони, енергії яких більші 1 МеВ. Позитрон – стабільна частинка. У



вакуумі позитрон може існувати як завгодно довго, але в речовині він протягом  $10^{-7}$ – $10^{-8}$  с анігілює з електроном, утворюючи два або три фотони.

У 1955 р. була експериментально виявлена античастинка по відношенню до протона – *антипротон*, яка відрізняється від протона знаком заряду. Для утворення пари протон-антипротон потрібна енергія, яка перевищує подвоєну енергію спокою протона, а саме  $2 \cdot 10^3$  МеВ. При зворотному процесі взаємодії протона з антипротоном утворюються не фотони, а інші частинки з величезною енергією.

У 1956 р. був експериментально виявлений *антинейтрон*. Він, як і нейтрон електронейтральний і відрізняється від нейтрона лише знаком магнітного моменту.

Отже, елементарні частинки виступають у двох видах – частинок і античастинок: одні з них відрізняються знаком електричного заряду, інші – протилежною орієнтацією механічних і магнітних моментів. Є і такі частинки, які тотожні своїм античастинкам, наприклад, фотони,  $\pi^0$ -мезони тощо. Такі частинки називаються *істинно нейтральними*.

Характерною властивістю частинок і античастинок є їх здатність утворюватися і анігілювати парами. Виняток становлять лише істинно нейтральні частинки.

У навколишньому світі нас оточує речовина, що складається з атомів, утворених протонами, нейтронами і електронами. Сучасна наука допускає можливість існування в галактичних системах антиречовини. Згідно з загально прийнятими теоріями в момент утворення Всесвіту створювалась однакова кількість матерії і антиматерії. Вони повинні були негайно анігілювати з виділенням величезної енергії. Однак цього не сталося і вчені намагаються зрозуміти, куди поділася антиматерія і яку потенційну небезпеку вона становить для нашого Всесвіту. Щоб знайти відповідь на це запитання вчені Женевської лабораторії елементарних частинок працюють над створенням атомів антиводню. На даний момент уже вдалося одержати щонайменше 50000 атомів антиводню. Одержання такої кількості антиматерії дає можливість детально її вивчати, а зокрема, пересвідчитися в тому, чи атоми водню і антиводню мають однакові властивості, наприклад, чи випромінюють вони світлові хвилі однакової частоти. І якщо водень і антиводень виявляться хоча б незначною мірою асиметричними, основи фізики потребуватимуть

грунтового переосмислення.<sup>8</sup>

В усіх перетвореннях елементарних частинок виконуються закони збереження маси й енергії, імпульсу, момента імпульсу, електричного заряду тощо.

Уся різноманітність відомих на цей час елементарних частинок за масами відноситься до наступних чотирьох груп: *фотони*, легкі частинки – *лептони*, частинки з проміжною масою – *мезони* і важкі частинки – *баріони*.

*Фотони* – це кванти електромагнітного поля. Маса спокою фотона дорівнює нулю, спін одиниці (в одиницях  $\hbar$ ). Це істинно нейтральні частинки, оскільки збігаються зі своїми античастинками.

До *лептонів* відносяться такі частинки та їх античастинки: *електрони*, *мюони*, *нейтрино*. Їх об'єднує перш за все спільний характер взаємодії з ядрами – так звана *слабка взаємодія*.

Нейтрино і антинейтрино відрізняються одне від одного *спіральністю*. Якщо вважати, що спін обумовлений обертанням, то з нейтрино можна пов'язати поняття з лівогвинтовим обертанням (*ліва спіральність*), а з антинейтрино – поняття з правогвинтовим обертанням (*права спіральність*). Зауважимо, що з погляду квантової механіки термін «спіральність» не може бути пояснений наочно.

Приналежність частинки до групи лептонів проявляється в наявності особливого *лептонного заряду*: для лептонів-частинок він вважається рівним +1, для лептонів-античастинок він дорівнює -1. Для всіх інших частинок лептонний заряд дорівнює нулю. При всіх можливих перетвореннях частинок обов'язково виконується закон збереження лептонного заряду. Перетворення, в яких не виконується закон збереження лептонного заряду, не можливі.

У групу *мезонів* входять *піони* ( $\pi$ -мезони), і *каони* ( $K$ -мезони).

У групу *баріонів* входять *нуклони* і різні *гіперони*, тобто надважкі частинки, маси спокою яких переважають масу нуклонів приблизно у 1,5–2 рази. Баріони характеризуються *баріонним зарядом*. Баріони-частинки мають баріонний заряд +1, баріони-античастинки мають баріонний заряд -1. Для всіх інших частинок, які не входять у цю групу, баріонний заряд дорівнює нулю. В різних перетвореннях виконується закон збереження баріонного заряду.

У таблиці 6.2 подані деякі довідкові дані про найбільш вивчені

<sup>8</sup> Мельников Л.А., Уманский И.М. Антиводород //Соросовский образовательный журнал, том 7, №2, 2001.

Европейские ученые получили антиматерию. //http://www.compulenta.ru/2002/9/20/34112/

елементарні частинки.

Останнім часом виявлено велику кількість короткоживучих частинок – резонансів (з часом життя  $10^{-23}$ -  $10^{-22}$  с). Деякі з них мають бути віднесені до класу мезонів, інші – до класу гіперонів.

### §23. Основні типи взаємодій

У зв'язку з тим, що число частинок і резонансів дуже велике, саме уявлення про їх елементарність ставиться під сумнів. Детальне вивчення властивостей і взаємодії одних частинок з іншими показали, що більшість з них насправді не є елементарними, оскільки самі вони складаються з простіших або, як їх прийнято називати, *фундаментальних частинок*. Останні, як показали численні досліди, поведуть себе як точкові об'єкти, що не мають внутрішньої структури, принаймні до найменших, вивчених на даний момент, відстаней  $10^{-16}$  см.

Серед численних і різноманітних процесів взаємодій між частинками є чотири основних або фундаментальних взаємодій: *сильна (ядерна), електромагнітна, слабка і гравітаційна*.

У природі існує дві групи частинок: *адрони*, які беруть участь в усіх фундаментальних взаємодіях, і *лептони*, які не беруть участі тільки в сильній взаємодії.

Згідно з сучасними уявленнями, взаємодії між частинками здійснюються шляхом випромінювання і наступного поглинання квантів відповідного поля, що оточує частинку.

*Сильні взаємодії* проявляються між адронами – мезонами, нуклонами, гіперонами. Прикладом їх можуть бути ядерні взаємодії нуклонів, що забезпечуються  $\pi$ -мезонами. Порівняльна константа взаємодії приймається рівною 1; радіус дії має порядок розміру ядра –  $10^{-15}$  м; характерний час життя частинок-носіїв взаємодії  $\sim 10^{-25}$  с.

*Електромагнітні взаємодії* – це взаємодії між зарядженими частинками. Вони реалізуються за допомогою квантів електромагнітного поля – *фотонів*, якими обмінюються частинки. Константа, що визначає інтенсивність електромагнітної взаємодії, дорівнює  $1/137$ ; радіус взаємодії необмежений; час взаємодії  $10^{-16}$  –  $10^{-20}$  с.

*Слабкі взаємодії* мають місце при всіх  $\beta$ -розпадах ядер, розпадах багатьох елементарних частинок і при всіх взаємодіях нейтрино з речовиною. Квантами слабого поля і відповідно носіями слабких взаємодій є  $W^{\pm}$  (дубль ve)- і  $Z^0$  (зет нуль)-*бозони*. На відміну від *бозонів*, спин яких є цілочисельним або дорівнює нулю, всі інші фундаментальні

Таблиця 6.2

Назва частинки і античастинки	Сим вол	Маса спокою	Спін	Електричний заряд	Лептонний заряд	Баріонний заряд	Час життя (середній) в с
Фотон	$\gamma$	0	1	0	0	0	$\infty$
<i>Лептони</i>							
Нейтрино електронні	$\begin{cases} \nu_e \\ \bar{\nu}_e \end{cases}$	0	1/2	0	+1 -1	0 0	$\infty$ $\infty$
мюонні	$\begin{cases} \nu_\mu \\ \bar{\nu}_\mu \end{cases}$	0	1/2	0	+1 -1	0 0	$\infty$ $\infty$
<i>Електрони</i>							
електрон	${}^0_1e$	1	1/2	-1	+1	0	$\infty$
позитрон	${}^0_{-1}e$	1	1/2	+1	-1	0	$\infty$
<i>Мюони:</i>							
$\mu^+$ -мезон	$\mu^+$	207	1/2	+1	+1	0	$2,2 \cdot 10^{-6}$
$\mu^-$ -мезон	$\mu^-$			-1	-1	0	
<i>Мезони</i>							
<i>Піони:</i>							
$\pi^+$ -мезон	$\pi^+$	273	0	+1	0	0	
$\pi^-$ -мезон	$\pi^-$			-1	0	0	$2,5 \cdot 10^{-8}$
$\pi^0$ -мезон	$\pi^0$	264	0	0	0	0	$1,8 \cdot 10^{-10}$
<i>Каони:</i>							
$K^+$ -мезон	$K^+$		0	+1	0	0	$1,3 \cdot 10^{-8}$
$K^-$ мезон	$K^-$	966	0	-1	0	0	$0,9 \cdot 10^{-10}$
$K^0$ -мезон	$K^0$		0	0	0	0	$5,6 \cdot 10^{-8}$
анти- $K^0$ -мезон	$\bar{K}^0$	975	0	0	0	0	
<i>Баріони</i>							
<i>Нуклони:</i>							
протон	$p$	1836	1/2	+1	0	+1	$\infty$
антипротон	$\bar{p}$			-1	0	-1	
нейтрон	$n$	1839	1/2	0	0	+1	1000
антинейтрон	$\bar{n}$			0	0	-1	$\beta_{\pm}$ -активний
<i>Гіперони:</i>							
лямбда	$\lambda, \tilde{\lambda}^0$	2182	1/2	0	0	+1-1	$2,5 \cdot 10^{-10}$
сігма-плюс	$\Sigma^+$	2331	1/2	+1-1	0	+1-1	$0,8 \cdot 10^{-10}$
сігма-мінус	$\Sigma^-$	2347	1/2	-1+1	0	+1-1	$1,49 \cdot 10^{-10}$
сігма-нуль	$\Sigma^0$	2337	1/2	0	0	+1-1	$<1,0 \cdot 10^{-14}$
ксі-нуль	$\Xi^0$	2576	1/2	0	0	+1-1	$3,03 \cdot 10^{-10}$
ксі-мінус	$\Xi^-$	2590	1/2	-1+1	0	+1-1	$1,66 \cdot 10^{-10}$

частинки є *ферміонами*, тобто частинками з напівцілим значенням спіна. Порівняльна константа слабких взаємодій дорівнює  $10^{-14}$ ; радіус дії становить  $\sim 2 \cdot 10^{-18}$  м; час взаємодії  $\sim 10^{-10}$  с. Як бачимо, у світі елементарних частинок слабкі взаємодії належать до надзвичайно повільних.

Слід зауважити дуже важливу роль слабких взаємодій у природі. Без них були б неможливими процеси, в результаті яких чотири протони об'єднуються в ядро атома гелію. Ці процеси служать джерелом енергії Сонця і більшості зірок.

*Гравітаційні взаємодії* з усіх інших типів фундаментальних взаємодій найслабкіші, вони здійснюються за посередництвам квантів гравітаційного поля, які називаються *гравітонами*, які через малість їх імпульсу ще експериментально не виявлені. Порівняльна константа цієї взаємодії становить  $2 \cdot 10^{-39}$ ; радіус дії необмежений, час реалізації взаємодії  $\sim 10^8$  років.

Особливість гравітаційних сил полягає у тому, що вони є тільки силами притягання, і від них не можна екрануватися. Гравітаційні сили є домінуючими у світі астрономічних макротіл, у мікросвіті ними нехтують.

Більшість адронів складаються з простіших об'єктів – *кварків* і *антикварків*. Заряд кварків дробовий ( $+\frac{2}{3}e$  і  $-\frac{1}{3}e$ ), спин усіх кварків і антикварків  $\frac{1}{2}\hbar$ . Кварків всього шість сортів (*u(up)*, *d(down)*, *s(strange)*, *c(charm)*, *b(bottom)*, *t(top)*), в кожному із сортів по три кварки, які відрізняються новим квантовим числом, так званим *кольором*. Тобто, кожний із перерахованих вище кварків може бути в трьох іпостасях і є кольоровою частинкою. Змішування трьох основних кольорів, а саме умовно червоного, зеленого і синього, подібно до того, як це має місце в оптиці, дає білий колір.

Елементарні частинки бувають тільки «білими», тобто містять або пару кварк-антикварк, або білу комбінацію з трьох кольорів.

Наприклад, протон складається з двох *u*-кварків, заряд яких  $+\frac{2}{3}e$ , і одного *d*-кварка з зарядом  $-\frac{1}{3}e$ , нейтрон – з двох *d*-кварків і одного *u*-кварка, піон<sup>+</sup> – з *u*-кварка і *d*-антикварка ( $\tilde{d}$ ). Японські вчені відкрили досі невідомі елементарні частинки, які складаються з п'яти

кварків.<sup>9</sup>

Взаємодію кварків здійснюють вісім різних *глюонів*. Як і кварки, глюони є кольоровими частинками, маса спокою глюона, як і у фотона, дорівнює нулю. Крім того, глюони є електронейтральними.

Адрони прийнято також ділити на стабільні частинки і резонанси: баріонні і мезонні. Більшість резонансів можна розглядати як збуджені стани стабільних частинок, оскільки вони мають такий же кварковий склад, що і їх стабільні аналоги, хоч маса резонансів більша за рахунок енергії збудження.<sup>10</sup>

На закінчення зауважимо, що наведений нами перелік елементарних частинок і їх властивостей далеко не повний і не може бути охоплений в межах даного підручника. Крім того, сучасна фізика ще далека від завершеної теорії. Можливо, мав рацію великий фізик Ейнштейн, вважаючи, що лише врахування гравітації, не зважаючи на її, здавалось би, незначну роль в мікросвіті, дозволить побудувати строгу теорію частинок.

## VI.2. МАТЕРІАЛИ, РЕКОМЕНДОВАНІ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ НА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ

### ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНИХ ТА ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

#### *Елементи квантової механіки*

6.1. З якою швидкістю повинен рухатися електрон, щоб його кінетична енергія дорівнювала енергії фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 520$  нм? Знайти довжину хвилі де Бройля для даного електрона.

$$(v = 9,2 \cdot 10^5 \text{ м/с}; \lambda_D = 65,4 \text{ нм})$$

6.2. Яку енергію мусить мати фотон, щоб його маса дорівнювала масі спокою електрона  $m_e = 9,31 \cdot 10^{-31}$  кг.

$$(W_\phi = 0,51 \text{ MeV})$$

6.3. При якій температурі кінетична енергія молекули водню буде дорівнювати енергії фотона з довжиною хвилі  $\lambda = 589$  нм? Знайти довжину хвилі де Бройля для цієї молекули.

$$(T = 9800 \text{ K}; \lambda_D = 389 \text{ пм})$$

---

<sup>9</sup> Обнаружены новые элементарные частицы // <http://www.compulenta.ru/2003/7/3/40519/>

<sup>10</sup> Славатинский С.А. Фундаментальные частицы //Соросовский образовательный журнал, том 7, №2, 2001.

6.4. Обчислити дебройлівські довжини хвиль електрона, протона і атома урану, що мають однакову кінетичну енергію  $W_k = 100$  eВ.

$$(123 \text{ пм}; 2,86 \text{ пм}; 0,186 \text{ пм})$$

6.5. Обчислити найімовірнішу дебройлівську довжину хвилі молекул водню, що знаходяться в термодинамічній рівновазі за кімнатної температури.

$$(\lambda_D = 0,09 \text{ нм})$$

6.6. Знайти довжину хвилі де Бройля для електронів, що пройшли прискорюючу різницю потенціалів: 1) 1 В, 2) 100 В.

$$(\lambda_1 = 1,23 \text{ нм}; \lambda_2 = 0,123 \text{ нм})$$

6.7. Розв'язати попередню задачу для протонів ( $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$  кг).

$$(\lambda_1 = 29 \text{ пм}; \lambda_2 = 2,9 \text{ пм})$$

6.8. Знайти довжину хвилі де Бройля для: 1) електрона, який летить зі швидкістю  $10^8$  см/с; 2) атома водню, який рухається із середньоквадратичною швидкістю при температурі 300 К; 3) кульки масою 1 г, що рухається зі швидкістю 1 см/с. Чи можливо виявити хвильові властивості у всіх згаданих об'єктів?

$$(\lambda_1 = 730 \text{ пм}; \lambda_2 = 144 \text{ пм}; \lambda_3 = 6,6 \cdot 10^{-17} \text{ пм})$$

6.9. Заряджена частинка, прискорена різницею потенціалів 200 В, має довжину хвилі де Бройля 2,02 пм. Знайти масу частинки, якщо відомо, що її заряд  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл.

$$(m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг})$$

6.10.  $\alpha$ -частинка рухається по колу радіусом 0,83 см в однорідному магнітному полі, магнітна індукція якого  $10^{-4}$  Тл. Знайти довжину хвилі де Бройля для  $\alpha$ -частинки.

$$(\lambda_D = 10 \text{ пм})$$

6.11. Обчислити довжину хвилі де Бройля для частинки масою 1 г, яка рухається зі швидкістю 10 м/с. Чи потрібно у цьому випадку враховувати хвильові властивості частинки?

$$(\lambda = 6,63 \cdot 10^{-32} \text{ м})$$

6.12. Яку прискорюючу різницю потенціалів повинен пройти протон, щоб дебройлівська довжина хвилі дорівнювала: 1) 1 нм; 2) 1 пм?

$$(U_1 = 8,225 \cdot 10^{-4} \text{ В}; U_2 = 822,5 \text{ В})$$

6.13. Атом випромінює фотон з довжиною хвилі  $\lambda = 800$  нм. Тривалість випромінювання  $\tau = 10$  нс. Визначити найбільшу точність  $\Delta\lambda$ , з якою можна виміряти довжину хвилі випромінювання.

$$(\Delta\lambda \geq 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ нм})$$

6.14. Кінетична енергія електрона в атомі водню  $E_k \approx 10$  еВ. Користуючись співвідношеннями невизначеностей, оцінити лінійні розміри атома.

$$(l_{\min} = 12,4 \text{ нм})$$

6.15. Оцінити з допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінтичну енергію електрона, який рухається всередині сфери діаметром  $d=0,1$  нм.

$$(W_k = 15,3 \text{ еВ})$$

6.16. Якщо припустити, що невизначеність координати рухомої частинки дорівнює дебройлівській довжині хвилі, то якою буде відносна невизначеність  $\Delta p/p$  імпульса цієї частинки?

$$(\Delta p/p = 0,16)$$

6.17. Використовуючи співвідношення невизначеностей, оцінити найменші похибки  $\Delta p$  у визначенні імпульса електрона і протона, якщо координати центра мас цих частинок можна встановити з невизначеністю  $\Delta x=0,01$  мм?

$$(\Delta p = 1,054 \cdot 10^{-29} \text{ кг} \cdot \text{м/с})$$

6.18. Час життя  $\tau$  збудженого ядра порядку 1 нс, довжина хвилі випромінювання  $\lambda = 0,1$  нм. З якою найбільшою точністю  $\Delta W$  можна визначити енергію випромінювання?

$$(\Delta W = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ еВ})$$

6.19. Оцінити з допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію електрона, локалізованого в області розміром  $l = 0,2$  нм.

$$(\Delta W_k = 3,75 \text{ еВ})$$

6.20. Оцінити найменші похибки, з якими можна визначити швидкість електрона, протона і кульки масою 1 мг, якщо координати частинки і центра кульки відомі з невизначеністю 1 мкм.

$$(\Delta v_e = 116 \text{ м/с}; \Delta v_p = 0,063 \text{ м/с}; \Delta v_k = 1,056 \cdot 10^{-22} \text{ м/с})$$



6.21. Пучок електронів у катодній трубці має швидкість  $v_x = 10^5$  м/с. Відносна похибка її визначення  $\frac{\Delta v_x}{v_x} = 0,001$ . З якою похибкою  $\Delta x$  можна визначити положення кожного електрона в пучку?  
 $(\Delta x \approx 10^{-5} \text{ м})$

6.22. Положення електрона в атомі може бути визначене з точністю до розмірів атома, тобто  $\Delta x \approx 10^{-10}$  м. Знайти невизначеність імпульса  $\Delta p_x$  і швидкості  $\Delta v_x$ . Проаналізуйте одержаний результат.  
 $(\Delta p_x \approx 10^{-23} \text{ кг} \cdot \text{м/с}; \Delta v_x \approx 10^6 \text{ м/с})$

6.23. Електрон в атомі може перейти з одного стану в інший протягом часу  $\Delta t \approx 10^{-8}$  с. Яка невизначеність його енергії  $\Delta E$ ?  
 $(\Delta W \approx 6,63 \cdot 10^{-26} \text{ Дж})$

6.24. Вільний електрон в початковий момент часу був локалізований в області розміром  $l \approx 0,1$  нм. Оцінити з допомогою співвідношення невизначеностей час  $\tau$ , за який ширина хвильового пакета, який йому відповідає, збільшиться в  $n = 100$  разів.  
 $(\tau \approx 0,4 \text{ пс})$

6.25. Електрон знаходиться в прямокутній потенціальній ямі з непроникними стінками. Ширина ями  $l = 0,2$  нм, енергія електрона в ямі  $W_n = 37,8$  еВ. Знайти квантове число  $n$  і значення хвильового вектора  $k$ .  
 $(n = 2; k = 3,14 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-1})$

6.26. Частинка знаходиться в основному стані потенціальної ями. Обчислити ймовірність виявити частинку: в першій третині ями; 2) в середній третині ями; 3) в останній третині ями.  
 $(w_2 = 0,61; w_1 = w_3 = 0,195)$

6.27. Частинка знаходиться в нескінченно глибокій потенціальній ямі. Знайти відношення відстані сусідніх енергетичних рівнів  $\Delta W_{n-1,n}$  до енергії частинки  $W_n$  в трьох випадках:  $n = 2$ ;  $n = 5$ ;  $n = \infty$ .  
 $(1,25; 0,44; 0)$

6.28. Хвильова функція  $\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi}{l} x$  описує основний стан частинки в нескінченно глибокій потенціальній ямі шириною  $l$ .

Обчислити ймовірність знаходження частинки в малому інтервалі  $\Delta l = 0,01 l$  в двох випадках: 1) поблизу стінки ( $0 \leq x \leq 0,0l$ ); 2) в середній частині ями ( $\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2} \leq x \leq \frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}$ ).

$$(w_1 = 6,6 \cdot 10^{-6}; w_2 = 0,02)$$

6.29. Частинка в потенціальній ямі знаходиться в основному стані. Знайти ймовірність виявити частинку в першій і останній чверті цієї ями.

$$(w_1 = w_2 = 0,09)$$

6.30. Частинка в потенціальній ямі шириною  $l$  знаходиться в збудженому стані ( $n = 3$ ). Визначити, в яких точках інтервалу  $0 < x < l$  густина ймовірності знаходження частинки має: 1) максимальне значення; 2) мінімальне значення.

$$(\rho_{w1} = l \cdot \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right); \rho_{w2} = l \cdot \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right))$$

6.31. Електрон знаходиться в потенціальній ямі шириною  $l$ . В яких точках інтервалу  $0 < x < l$  густина ймовірності знайти електрон на другому і третьому енергетичних рівнях однакові? Обчислити густину ймовірності в цих точках. Розв'язок пояснити на графіку.

$$(x = \frac{l}{5} \cdot (1, 2, 3, 4); \rho_w = \frac{l}{2} \cdot (0,9; 0,34; 0,34; 0,9))$$

6.32. У потенціальній ямі шириною  $l$  знаходиться частинка в збудженому стані ( $n = 5$ ). Визначити, в яких точках інтервалу  $0 < x < l$  густина ймовірності знаходження частинки має максимальне і мінімальне значення.

$$(x_{max} = \frac{l}{10} \cdot (1, 3, 5, 7, 9); x_{min} = \frac{l}{5} \cdot (1, 2, 3, 4))$$

6.33.  $\alpha$ -частинка знаходиться в потенціальній ямі. Її мінімальна енергія  $E_{min} = 8$  меВ. Знайти ширину ями.

$$(l = 0,25 \cdot 10^{-2} \text{ пм})$$

6.34. Протон знаходиться в потенціальній ямі шириною  $l = 0,1$  нм. Знайти значення енергії протона на перших чотирьох рівнях.

$$(W_n = (2,02; 8,08; 18,18; 32,32) \cdot 10^{-2} \text{ еВ}; n = 1, 2, 3, 4)$$

6.35. Знайти часткові розв'язки стаціонарного рівняння Шредингера для вільної частинки масою  $m$ .

6.36. Знайти найменшу і найбільшу довжини хвиль спектральних ліній водню у видимій частині спектру (серія Бальмера).

$$(\lambda_{min} = 365 \text{ нм}; \lambda_{max} = 656 \text{ нм})$$

6.37. Знайти потенціал іонізації атома водню.

$$(U_i = 13,6 \text{ В})$$

6.38. Знайти найбільшу довжину хвилі в ультрафіолетовій частині спектру атома водню (серія Лаймана).

$$(\lambda_{max} = 121 \text{ нм})$$

6.39. Яку найменшу енергію повинні мати електрони, щоби при збудженні атомів водню ударами цих електронів з'явилися всі лінії всіх серій атома водню? Яка найменша швидкість цих електронів?

$$(W = 13,6 \text{ еВ}; v_{min} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с})$$

6.40. В яких межах повинні знаходитись довжини хвиль світла, щоби при збудженні атомів водню квантами цього світла спостерігалось три спектральні лінії?

$$(97,3 \leq \lambda \leq 103,6 \text{ нм})$$

6.41. Знайти потенціали іонізації воднеподібних іонів гелію і літію.

$$(U_{He} = 54 \text{ В}; U_{Li} = 122 \text{ В})$$

6.45.  $D$ -лінія натрію випромінюється в результаті такого переходу електрона з одного енергетичного стану в інший, при якому випромінюється квант з енергією  $3,37 \cdot 10^{-19}$  Дж. Знайти довжину  $D$ -лінії натрію.

$$(\lambda_D = 589 \text{ нм})$$

6.46. Електрон, пройшовши різницю потенціалів 4,9 В, стикається з атомом ртуті і переводить його в перший збуджений стан. Яку довжину хвилі має фотон, що відповідає переходу атома ртуті в нормальний стан?

$$(\lambda = 254 \text{ нм})$$

6.47. До електродів рентгенівської трубки прикладена різниця потенціалів 60 кВ. Найменша довжина хвилі рентгенівських променів, які випромінюються цією трубкою, дорівнює 20,6 пм. Знайти за цими даними сталу Планка.

$$(h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с})$$

6.48. Довжина хвилі  $\gamma$ -випромінювання *Ra-C* дорівнює 1,6 пм. Яку різницю потенціалів треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб одержати рентгенівські промені з цією довжиною хвилі?

$$(U = 770 \text{ кВ})$$

6.49. Яку найменшу напругу треба прикласти до рентгенівської трубки, щоб одержати всі лінії *K*-серії рентгенівських променів, якщо антикатодом служить: 1) мідь; 2) срібло; 3) вольфрам; 4) платина?

$$(U_1 = 9 \text{ кВ}; U_2 = 25,3 \text{ кВ}; U_3 = 69 \text{ кВ}; U_4 = 79 \text{ кВ})$$

6.50. Знайти найбільшу довжину хвилі *K*-серії рентгенівських променів, які випромінює рентгенівська трубка з антикатодом із: 1) заліза; 2) міді; 3) срібла; 4) платини.

$$(\lambda_1 = 194 \text{ пм}; \lambda_2 = 154 \text{ пм}; \lambda_3 = 56,3 \text{ пм}; \lambda_4 = 19 \text{ пм})$$

### *Елементи фізики ядра і елементарних частинок*

6.51. Яка частина радіоактивних ядер кобальту, період піврозпаду яких 71,3 доби, розпадеться за місяць?

$$(n/n_0 \approx 1/4)$$

6.52. При вивченні  $\beta$ -розпаду  $^{23}\text{Mg}$  в момент  $t = 0$ , був включений лічильник. До моменту  $t_1 = 2$  с він зареєстрував  $N_1$   $\beta$ -частинок, а до моменту  $t_2 = 3t_1$  в 2,66 рази більше. Знайти середній час життя даних ядер.

$$(\tau \approx 16 \text{ с})$$

6.53. Активність деякого радіоізоотопу зменшується в 2,5 рази за 7 діб. Знайти його період напіврозпаду.

$$(T_{1/2} = 5,3 \text{ доби})$$

6.54. Знайти сталу розпаду і середній час життя радіоактивного  $^{55}\text{Co}$ , якщо його активність зменшується на 4% за годину.

$$(\lambda \approx 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}; \tau \approx 1 \text{ добу})$$

6.55. Препарат  $^{238}\text{U}$  масою 1 г випромінює  $1,24 \cdot 10^4$  альфа-частинок за секунду. Знайти його період напіврозпаду.

$$(T_{1/2} = 4,5 \cdot 10^9 \text{ років})$$

6.56. Визначити вік старовинних дерев'яних предметів, якщо питома активність ізотопу  $^{14}\text{C}$  в них складає  $\eta = 3/5$  питомої активності цього ж ізотопу в щойно зрубаних деревах. Період напіврозпаду  $^{14}\text{C}$  дорівнює 5570 років.

$$(t = 4,1 \cdot 10^3 \text{ років})$$

6.57. В кров людини ввели невелику кількість розчину, який містить  $^{24}\text{Na}$  з активністю  $A = 2 \cdot 10^3$  Бк. Активність 1 см<sup>3</sup> крові через  $t = 5$  год виявилась  $A' = 0,267$  Бк/см<sup>3</sup>. Період напіврозпаду радіоізотопу  $T_{1/2} = 15$  годин. Знайти об'єм крові людини.

$$(V = 6 \text{ л})$$

6.58. Вважаючи радіус ядра  $R = 1,3A^{1/3}$  фм (1 фм =  $10^{-15}$  м), де  $A$  – його масове число, оцінити густину ядер, а також число нуклонів в одиниці об'єму ядра.

$$(\rho_{\text{я}} \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ кг/см}^3; n \approx 10^{38} \text{ нуклонів/см}^3)$$

6.59. Вважаючи, що в одному акті поділу ядра  $^{235}\text{U}$  вивільнюється енергія 200 МеВ, визначити:

а) енергію, яка виділяється при згорянні 1 кг  $^{235}\text{U}$ , і масу кам'яного вугілля з теплотворною здатністю 30 кДж/г, еквівалентну в тепловому відношенні 1 кг  $^{235}\text{U}$ ;

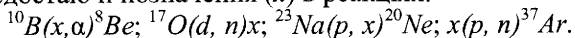
б) масу ізотопу  $^{235}\text{U}$ , яка ділиться при вибуху атомної бомби з тротиловим еквівалентом 30 кілотонн, якщо тепловий еквівалент тротилу дорівнює 4,1 кДж/г.

$$(a) E = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ кДж}; m_1 = 2,7 \cdot 10^6 \text{ кг}; б) m_2 = 1,5 \text{ кг}$$

6.60. Скільки теплоти виділяється при утворенні 1 г  $^4\text{He}$  з дейтерію  $^2\text{H}$ ? Яка маса кам'яного вугілля з теплотворною здатністю 30 кДж/г еквівалентна цьому теплу?

$$(Q = 5,74 \cdot 10^7 \text{ кДж}; m = 2 \cdot 10^4 \text{ кг})$$

6.61. Написати недостаючі позначення ( $x$ ) в реакціях:

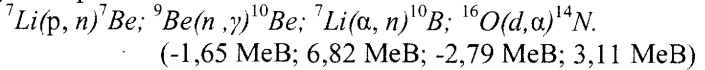


6.62. Знайти за допомогою табличних значень мас нуклідів:

- а) питому енергію зв'язку в ядрі  $^{16}\text{O}$ ;  
 б) енергію зв'язку нейтрона і  $\alpha$ -частинки в ядрі  $^{11}\text{B}$ ;  
 в) енергію, необхідну для ділення ядра  $^{16}\text{O}$  на чотири однакових частинки.

(а) 8 МеВ; б) 11,5 і 8,7 МеВ; в) 14,5 МеВ)

6.63. Визначити за допомогою табличних значень мас нуклідів енергію наступних реакцій:



6.64. Яку масу води можна нагріти від  $0^\circ\text{C}$  до кипіння, якщо використати все тепло, що виділяється при реакції  ${}^7\text{Li}(p, \alpha)$  при повному розкладі 1 г літію?

( $m = 570$  т)

6.65. Написати ядерну реакцію, яка йде при бомбардуванні  $\alpha$ -частинками алюмінію  ${}^{27}\text{Al}$  та супроводжується вибиванням протона.

6.66. У результаті серії  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпадів ядро  ${}^{238}\text{U}$  перетворюється на ядро свинцю  ${}^{206}\text{Pb}$ . Скільки  $\alpha$ - і  $\beta$ -розпадів було в цьому ланцюжку перетворень?

6.67. Внаслідок поділу одного ядра  ${}^{235}\text{U}$  на два осколки виділяється біля 200 МеВ енергії. Яка кількість енергії виділяється під час «спалювання» в ядерному реакторі 1 г цього ізотопу урану?

( $W = 23$  МВт-год.)

## ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

### Елементи квантової механіки

1. Які формули виражають корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії?

1	2	3	4	5
$\lambda = \frac{h}{mv}$ ;	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ;	$\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ;	$\vec{p} = m\vec{v}$ ;	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

2. Що відображають співвідношення невизначеності Гейзенберга

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar, \Delta y \cdot \Delta p_y \geq \hbar, \Delta z \cdot \Delta p_z \geq \hbar ?$$

- 1) Обмеженість наших можливостей у пізнанні мікросвіту;
- 2) недосконалість засобів вимірювання;
- 3) непізнаванність мікрочастинки і її руху («річ в собі»);
- 4) корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії;
- 5) непридатність законів класичної механіки при вивченні явищ в мікросвіті.

3. За якою формулою визначається ймовірність знайти частинку в елементі об'єму?

1	2	3
$\psi = Ce^{-\frac{r}{a_0}}$ ;	$\int_{(V)}  \Psi ^2 dV = 1$ ;	$\Psi = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ ;

4	5
$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi}{L} nx$ ;	$dw =  \Psi ^2 dV$ .

4. Яке з рівнянь є стаціонарним рівнянням Шредінгера для воднеподібного іона?

1	2
$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ ;	$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2 \psi}{dx^2} = W \psi$ ;

3	4
$-\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{m\omega_0^2}{2} x^2 \psi = W \psi$ ;	$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + U(x, y, z) \psi = W \psi$ ;

5
$-\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi = W \psi$ .

5. Вкажіть формулу, за якою обчислюється потенціальна енергія електрона у воднеподібному іоні?

1	2	3	4	5
$U = \frac{kx^2}{2}$ ;	$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$ ;	$U = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}$ ;	$U = \alpha \frac{\mu_1 \mu_2}{r} e^{-\eta r}$ ;	$U = ax^2 + bx^3$ .

6. За якою формулою обчислюють енергію гармонічного осцилятора?

1	2	3
$W_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8 \hbar^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2};$	$W_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_0;$	$W_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} \cdot n^2;$
4	5	
$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m};$	$W_{nm} = Z^2 R h (\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}).$	

7. Яка формула виражає правило квантування орбітального моменту імпульсу електрона в атомі?

1	2	3	4	5
$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar;$	$L_z = m \hbar;$	$L_s = \sqrt{s(s+1)} \hbar;$	$L_{sz} = m_s \hbar;$	$L_n = n \hbar.$

8. Яка формула визначає максимальне число електронів у стані з квантовим числом  $n$ ?

1	2	3	4
$Z(n, l) = 2(2l + 1);$	$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2n^2;$	$Z(n, l, m) = 2;$	$Z(n, l, m, m_s) = 0$ або $1.$

9. Які формули виражають закон Мозлі?

1	2	3	4
$\nu = Z^2 R (\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2});$	$\nu = \frac{W_n - W_m}{h};$	$\nu = \frac{c}{\lambda};$	$\sqrt{\nu} = \alpha(Z - b);$
5			
$\nu = R(Z - a)^2 \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$			

10. За якою формулою обчислюється власна провідність напівпровідників?

1	2	3	4	5
$\gamma = \frac{1}{\rho};$	$\rho = \rho_0 (1 + \alpha \Delta T);$	$\gamma = \frac{e^2 n_0 \langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle};$	$\gamma = e n_0 (u_+ + u_-);$	$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}.$



## Елементи фізики ядра і елементарних частинок

1. Які твердження є правильними ?

Ядро складається:

- 1) з електронів і протонів;
- 2) з альфа-частинок, протонів і електронів;
- 3) з протонів і нейтронів;
- 4) з нуклонів, які можуть перебувати в двох зарядових станах – протона і нейтрона;
- 5) з протонів, нейтронів і  $\pi$ -мезонів.

2. Яка з відомих моделей ядра є найсучаснішою?

- 1) Краплинна; 2) оболонкова; 3) колективна; 4) оптична.

3. За якою формулою визначається енергія зв'язку ядра?

1	2
$W = mc^2;$	$W = c^2(Zm_p + (A - Z)m_n - M_{\text{я}});$

3	4	5
$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$	$W = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4};$	$W_k = m_0 c^2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right).$

4. Які з перерахованих ознак не властиві ядерним силам?

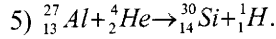
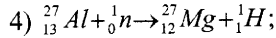
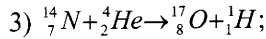
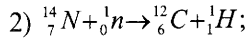
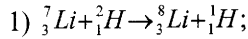
- 1) Короткодійчі; 2) не залежать від знаку заряду; 3) центральні;
- 4) для них характерне насичення; 5) є силами відштовхування.

5. Яка з формул виражає закон радіоактивного розпаду?

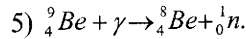
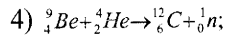
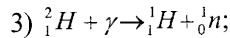
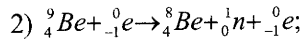
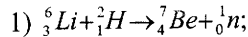
1	2	3
$\frac{N_0}{2} = N_0 \exp(-\lambda T_{1/2});$	$N = N_0 \exp(-\lambda t);$	$-\frac{dN}{dt} = \lambda N;$

4	5
$D = \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_a^b \sqrt{2m_\alpha(U - W)} dx\right).$	$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda.$

6. Вкажіть реакцію, в результаті якої протон був виявлений вперше?



7. В якій реакції було вперше виявлено нейтрон?



8. Які з відомих фундаментальних взаємодій є найслабшими?

1) Ядерна; 2) гравітаційна; 3) слабка; 4) електромагнітна.

9. Яку назву мають кванти ядерного поля.

1) Гравітони; 2) фотони; 3) бозони; 4) піони; 5) глюони.

10. Які з перелічених нижче елементарних частинок є ферміонами?

1) Фотони; 2) піони; 3) нейтрони; 4) протони; 5) електрони.

## VI.3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ДЕЯКИХ ТИПОВИХ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6.1

#### *Градування спектроскопа та визначення роду газу*

**Мета роботи:** ознайомитися з явищем дисперсії світла, з основами спектрального аналізу і навчитися визначати газ за його оптичним спектром при допомозі спектроскопа.

#### **Основні теоретичні відомості**

При проходженні білого світла крізь тригранну призму утворюється цілий спектр різних кольорів: фіолетовий, синій, голубий, зелений, жовтий, оранжевий, червоний. Цей спектр називається *дисперсійним* і його виникнення обумовлене залежністю показника заломлення середовища від частоти (або довжини хвилі) світла (див. §9, М. V).

Спектри діляться на *суцільні, смугасті і лінійчаті*.

*Суцільні спектри* випромінюються розжареними твердими й рідкими тілами і являють собою неперервні кольорові (райдужні) смуги з указаним вище порядком кольорів. Крім видимої ( $400 \text{ нм} \leq \lambda \leq 750 \text{ нм}$ ), відомі невидимі – інфрачервона ( $\lambda > 750 \text{ нм}$ ) та ультрафіолетова ( $\lambda < 400 \text{ нм}$ ) – частини оптичного спектру.

*Смугасті спектри* випромінюються молекулами. Кожна смуга складається з великого числа окремих ліній, розміщених густіше з одного боку («край смуги»). Окремі смуги збираються в закономірні групи, які можуть повторюватися, утворюючи системи груп. Ці три закономірності (край, смуга, група) відповідають трьом типам рухів у молекулах: обертанню молекули як цілого, коливанню молекул відносно центра тяжіння, рухам електронів (див. §9, М. VI).

*Лінійчаті спектри* випромінюються окремими атомами і складаються з окремих ліній, які утворюють закономірні групи, що називаються *спектральними серіями*. Проміжки між лініями зменшуються в бік коротких хвиль, і лінії сходяться до деякої межі даної серії – *голови серії*.

Оптичні спектри діляться на *спектри випромінювання і спектри поглинання*. Спектри випромінювання випромінюються збудженими при високих температурах або в електричному розряді тілами.

Спектри поглинання утворюються при проходженні світла від джерела, що має суцільний спектр, крізь досліджуване поглинаюче середовище. Прикладом спектру поглинання можуть служити фраунгоферові лінії, відкриті в спектрі Сонця Фраунгофером у 1814 р. Ці лінії є наслідком того, що зовнішня відносно холодна оболонка сонячної атмосфери поглинає світло від внутрішніх нагрітих частин.

Сучасна квантова теорія дає пояснення утворення лінійчатих спектрів атомів (див. §7, М. VI). Воно ґрунтується на таких положеннях:

1) внутрішня енергія атома дискретна, вона набуває лише певних дозволених значень, які характерні для кожного атома; стани атома, які відповідають цим значенням енергії, є стаціонарними; перебуваючи в стаціонарному стані, атом не поглинає і не випромінює енергії;

2) при переході атома з одного стаціонарного стану в інший випромінюється (або поглинається) фотон з енергією  $h\nu$ , що дорівнює різниці енергій в двох станах атома:

$$h\nu_{nm} = W_n - W_m.$$

Якщо  $W_n > W_m$ , фотон випромінюється, коли  $W_n < W_m$  – поглинається.

Отже кожному можливому переходу між дискретними рівнями енергії відповідає певна спектральна лінія, яка характеризується в спектрі значенням частоти  $\nu_{nm}$  (або довжини хвилі  $\lambda_{nm} = c/\nu_{nm}$ ).

У даній роботі для одержання збуджених атомів досліджуваного газу використовується газовий розряд при низькому тиску. В електричному полі електрони набувають великої кінетичної енергії, яку вони передають атомам при непружних зіткненнях і ті переходять в збуджений стан. При переході атомів зі збудженого стану в основний (або з вищого енергетичного рівня на нижчий) випромінюються кванти світла різних частот, притаманних даному газу.

**Прилади і обладнання:** спектроскоп, набір газорозрядних трубок з відомим і невідомими газами, пусковий пристрій, джерело постійного струму.

**Опис приладу.** Для одержання і дослідження спектру випроміненого газом світла використовується спектроскоп, схема якого подана на рис. Лб.1.1. Він складається з дисперсійної призми  $P$ , яка розміщена на столику приладу, коліматорної трубки  $D$  та зорової труби  $ЗТ$ . У коліматорній трубці розміщена лінза  $L_1$ , в фокальній площині якої є щілина, ширину якої можна регулювати. Зорова труба складається з об'єктива  $L_2$  і окуляра  $O_k$ .

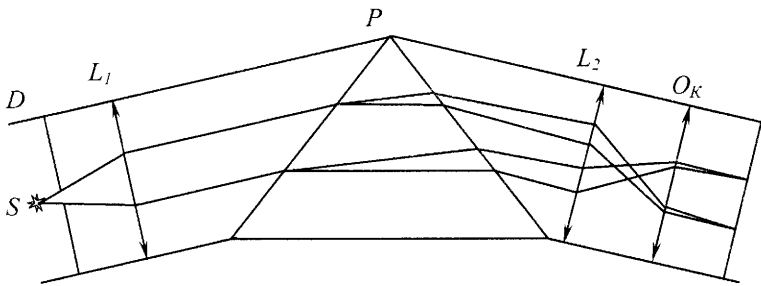


Рис. Лб.1.1

Якщо перед щілиною коліimatorної трубки помістити джерело світла  $S$ , то розбіжний пучок світла, який пройде крізь щілину, потрапить на збірну лінзу  $L_1$ . Вона перетворить його в паралельний пучок, який падає на грань дисперсійної призми  $P$  і розкладається на розбіжні пучки монохроматичних променів. Останні, пройшовши крізь призму, заломлюються на другій її грані і виходять з призми з більшим кутом розходження. Ці розбіжні пучки перетворюються об'єктивом окуляра зорової труби у збіжні і дають дійсне зображення освітленої щілини коліimatorної трубки у вигляді різнокольорових смуг або ліній. Це і буде спектр світла джерела, що освітлює щілину. Його можна спостерігати за допомогою окуляра в збільшеному вигляді. У полі зору окуляра є візирний покажчик. Зорову трубу можна повертати за допомогою мікрометричного гвинта і встановлювати візирний покажчик на відповідну спектральну лінію, що дає змогу вимірювати кути між окремими лініями спектру.

### Порядок виконання роботи

1. Установити перед щілиною коліатора газосвітну трубку з відомим газом (довжина хвиль його спектральних ліній дається в окремій таблиці). Увімкнути пусковий пристрій і після того, як засвітиться газосвітна трубка, переміщаючи окуляр вдовж зорової труби, добитися чіткого зображення спектру і візирного покажчика.

2. Мікрометричним гвинтом встановлювати зорову трубу так, щоб візир збігався з певною спектральною лінією. Для кожної лінії записувати покази мікрометричного гвинта.

3. Проградувати спектроскоп, тобто побудувати графік залежності між довжинами монохроматичних електромагнітних хвиль  $\lambda_i$ , узятими з таблиці, і показами мікрометричного гвинта  $m_i$ , що відпо-

відають цим довжинам хвиль.

4. Перед щілиною коліматорної трубки замість газосвітної трубки з відомим газом встановити трубку з невідомим газом. Виконати операції п.п. 1–3 і записати покази мікрометричного гвинта  $m_i'$  для різних спектральних ліній  $\lambda_i'$ .

5. За побудованим раніше графіком  $\lambda_i(m_i)$  знайти відповідні довжини хвиль  $\lambda_i'$ , які випромінює невідомий газ. Результати всіх вимірювань і досліджень занести в таблицю Л6.1.1.

Таблиця Л6.1.1

№ п/п	$m_i$	$\lambda_i$ , нм	$m_i'$	$\lambda_i'$ , нм	невід. газ
...					

6. За таблицями лінійчатих спектрів визначити невідомий газ.

### Контрольні запитання

1. У чому полягає суть явища дисперсії світла і її пояснення з точки зору електронної теорії Лоренца.
2. Яка будова спектроскопа і принцип його дії?
3. У чому полягає градування спектроскопа?
4. Які види спектрів ви знаєте? Умови їх випромінювання (поглинання) і основні характеристики.
5. Поясніть походження смугастих молекулярних спектрів.
6. На основі квантової механіки уявіть пояснити походження лінійчатих атомних спектрів та їх закономірності.
7. У чому полягає суть спектрального аналізу і його значення в науці та техніці.

### ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6.2

#### *Дослідження закономірностей згасання фосфоресценції*

**Мета роботи:** ознайомитися з суттю явища люмінесценції і дослідити закономірності згасання фосфоресценції різних люмінофорів.

#### Основні теоретичні відомості

*Люмінесценція* – це випромінювання світла тілами при даній температурі  $T$ , яке має тривалість більшу за період світлових хвиль ( $10^{-10}$  с). Через те, що люмінесценція може спостерігатися при довільній температурі, зокрема, при кімнатній, вона часто називається *холодним світінням*.

Залежно від факторів, що збуджують люмінесценцію, розрізняють: *хемілюмінесценцію* (дія хімічної енергії окислення, наприклад, світіння гнилих дерев, кісток тощо), *фотолюмінесценцію* (дія світла, наприклад світіння дорожніх знаків), *катодолюмінесценцію* (дія швидких електронів, наприклад, світіння екранів телевізорів, електронних осцилографів), *біоломінесценцію* (збуджується внаслідок біологічних процесів, наприклад, світіння світлячків) тощо.

Речовини, в яких спостерігається люмінесценція, називаються *люмінофорами*.

Люмінесцентне випромінювання, на відміну від теплового, не має рівноважного характеру і викликається порівняно невеликим числом *центрів люмінесценції* – атомів, молекул або іонів, які переходять у збуджений стан під дією джерела люмінесценції. Повернення збудженого центра люмінесценції в нормальний або в менш збуджений стан супроводжується люмінесцентним випромінюванням.

Тривалість світіння обумовлена тривалістю збудженого стану і залежить, крім властивостей випромінюючих центрів, від властивостей оточуючого їх середовища.

Люмінесценція, яка припиняється одразу після припинення дії її збудника, називається *флуоресценцією* ( $10^{-9} - 10^{-8}$  с). Це явище має місце в багатьох речовинах, в основному, в рідинах і газах.

Люмінесценція, яка спостерігається тривалий час після припинення дії збудника називається *фосфоресценцією*.

Поділ люмінесценції на флуоресценцію і фосфоресценцію умовний через те, що неможливо встановити між ними точну часову межу. Але якщо світіння припиняється менше ніж за  $10^{-7}$  с, то його називають флуоресценцією, а якщо час світіння більший, ніж  $10^{-7}$  с (іноді воно триває кілька секунд, хвилин і, навіть, годин) – фосфоресценцією.

Інтенсивність і спектральний склад люмінесцентного випромінювання залежить не від факторів, що збуджують люмінесценцію, а від природи і концентрації люмінофора. На цьому ґрунтуються якісні та кількісні методи люмінесцентного аналізу, що широко використовуються в науці та техніці. Чутливість люмінесцентного аналізу настільки велика, що наймізерніші кількості речовини-люмінофора дозволяють виявити її в пробі.

Важливим використанням люмінесценції є лампи денного світла (див. [2], стор. 123 – 125).

Збудження люмінесценції електронним пучком можливе лише тоді, коли кінетична енергія бомбардуючого електрона задовольняє умову:

$$\frac{mv^2}{2} \geq W_k - W_n, \quad (1)$$

де  $W_n$  і  $W_k$  – енергії початкового і кінцевого енергетичних станів частинки люмінофора.

Фотолюмінесценція збуджується світлом ультрафіолетового та видимого діапазонів і підлягає *закону Стокса*: фотолюмінесцентне випромінювання має більшу довжину хвилі, ніж збуджуюче світло. Закон Стокса можна пояснити, виходячи з таких міркувань: енергія фотона  $h\nu_0$  падаючого світла при взаємодії з речовиною частково перетворюється в інші види енергії (наприклад, у внутрішню), тому енергія фотона люмінесценції  $h\nu$  стає меншою –

$$h\nu = h\nu_0 - A; \lambda > \lambda_0. \quad (2)$$

Точніші дослідження показали, що у люмінесцентному випромінюванні спостерігаються хвилі з меншими довжинами, ніж хвилі, що його збуджують. Таке *антистоксове* випромінювання пояснюється тим, що фотон збуджуючого світла може переводити на вищий енергетичний рівень вже збуджений атом опромінюваного тіла. До частки внутрішньої енергії, переданої атому, додається енергія фотона падаючого світла:

$$h\nu = h\nu_0 + U; \lambda < \lambda_0. \quad (3)$$

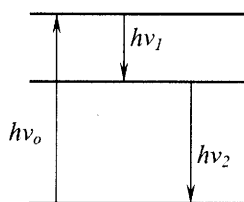


Рис. Лб.2.1

Грунтовні дослідження люмінесценції проводили С. І. Вавілов, В. Л. Левшин, О. М. Теренін. Було встановлено, що найпростішим випадком є резонансна фотолюмінесценція одноатомних пари і газів, при якій довжина хвилі не змінюється, що люмінесцентне випромінювання некогерентне з падаючим світлом, що зміною частоти збуджуючого світла можна виявляти

енергетичні рівні атомів і молекул і тим самим проводити люмінесцентний аналіз речовини. Було виявлено, що фотони високих енергій збуджуючого світла спроможні переводити електрони атома люмінофора на дуже високі енергетичні рівні, з яких вони можуть переходити в основний стан не одноразово, а каскадно (рис. Лб.2.1).

Після припинення дії збудника при флюоресценції інтенсивність люмінесцентного випромінювання з часом зменшується за експонентним законом:



$$I = I_0 e^{-bt}, \quad (4)$$

де  $I_0$  та  $I$  – інтенсивності випромінювання в момент часу припинення дії збудника  $t_0 = 0$  і в момент часу  $t$ ,  $b$  – стала величина, що залежить від природи люмінофора.

У випадку фосфоресценції закон згасання можна подати у вигляді

$$I = I_0 (1 + pt)^{-2}. \quad (5)$$

Це так званий гіперболічний закон згасання.

Сталу  $p$  можна знайти експериментально. Для цього формулу (5) приведемо до вигляду

$$\sqrt{\frac{I_0}{I}} = 1 + pt. \quad (6)$$

З формули (6) видно, що залежність величини  $F = \sqrt{\frac{I_0}{I}}$  від часу  $t$  є лінійною. Отже  $p$  можна визначити як  $\text{tg } \alpha$ , де  $\alpha$  – кут нахилу прямої, побудованої в координатах  $(F, t)$ .

**Прилади та обладнання:** вимірювальна камера, що включає джерело фосфоресценції, приймач світла і елементи автоматики; джерело світла; джерело живлення; мікроамперметр; ключ; підвідні провідники; секундомір або годинник з секундною стрілкою.

**Опис приладу.** Вимірювальна камера – це циліндр, у дні якого встановлено фоторезистор і мікроперемикач, а на кришці – набір фосфорів. До фоторезистора прикладається напруга 200 В від випрямляча. В електричне коло, крім випрямляча і фоторезистора, входить мікроамперметр і мікроперемикач. Всі елементи схеми вмикаються послідовно. Мікроперемикач ввімкнений для того, щоб електричне коло було замкненим тільки при закритій камері. Коло замикається при натискуванні на кнопку мікроперемикача під дією ваги кришки камери.

### Порядок виконання роботи

1. Скласти електричне коло, для чого з'єднати послідовно джерело напруги, вимірювальну камеру (її клемми розміщені на боковій поверхні), мікроамперметр і ключ. Останній залишити розімкненим.

2. За допомогою джерела світла протягом близько 0,5 хв опромінювати фосфори.

3. Закрити вимірювальну камеру кришкою (на внутрішній поверхні якої розміщено фосфори), після чого замкнути ключ.

4. Спостерігати різке відхилення стрілки не менше ніж на  $2/3$  шкали і наступний повільний рух стрілки вліво. Якщо початкове відхилення стрілки було меншим ніж  $2/3$  шкали міліамперметра, необхідно при виконанні наступних дослідів інтенсивніше опромінювати фосфори, наблизивши їх до лампи, і швидше закривати камеру.

5. За початковий відлік струму  $i_0$  можна взяти довільну, але досить велику силу струму (найкраще це максимальне відхилення стрілки мікроамперметра). Далі слід записувати силу струму  $i$  через кожні 10 с. Коли стрілка почне рухатись повільніше, можна знімати покази міліамперметра через 20 с, а згодом – через 30 с.

Тривалість експерименту 2 – 3 хв.

6. Для кожного дослідів обчислити  $\frac{i_0}{i}$  та  $F = \sqrt{\frac{i_0}{i}} = \sqrt{\frac{I_0}{I}}$ .

7. Результати спостережень і обчислень заносити в таблицю.

8. За даними таблиці побудувати графіки залежностей  $i = f(t)$  та  $F = F(t)$ .

9. За графіком залежності  $F(t)$  визначити, у якому діапазоні справджується гіперболічний закон згасання, і знайти сталу  $p$ , обчисливши тангенс кута нахилу лінійної частини графіка.

Таблиця Л6.2.1

№ дослідів	$t$ , с	$i$ , мкА	$\frac{i_0}{i}$	$F = \sqrt{\frac{i_0}{i}}$
1				
...				

### Контрольні запитання

1. У чому полягає явище люмінесценції? Які види люмінесценції залежно від факторів збудження вам відомі?

2. Які речовини називаються люмінофорами? Опишіть процеси, які відбуваються в речовині при люмінесценції.

3. Наведіть приклади застосування люмінесценції.

4. Виходячи з яких міркувань можна пояснити закон Стокса? Коли має місце антистоксове випромінювання?

5. Що покладено в основу люмінесцентного аналізу?

6. Запишіть закони згасання флуоресценції і фосфоресценції.

7. Який датчик і який засіб автоматики використовується в даній роботі?

*Дослідження характеристик фотоопору*

**Мета роботи:** ознайомитися з явищем внутрішнього фото ефекту та навчитися знімати вольт-амперну та світлову характеристики фотоопору.

**Основні теоретичні відомості**

*Фотоефектом* називається явище зміни енергетичного стану електрона під дією світла.

Розрізняють такі види фотоефекту:

- 1) *фотоіонізація* атомів або молекул газу під дією світла;
- 2) *зовнішній фотоефект* (вирування електронів з поверхні металу під дією світла);
- 3) *внутрішній фотоефект*, який має місце в діелектриках і напівпровідниках, – це вирування електронів з атомів або молекул фотонами світла за умови, що електрони залишаються в речовині. При цьому збільшується концентрація вільних носіїв струму.

Експериментально встановлені такі закономірності внутрішнього фотоефекту:

1) концентрація породжених світлом носіїв струму  $n_\gamma$  прямо пропорційна світловому потоку  $\Phi$ :  $n_\gamma \sim \Phi$ ;

2) незалежно від інтенсивності світла фотоефект має місце лише при довжині світлової хвилі меншій від деякого критичного значення для кожної речовини, що називається *червоною границею фотоефекту*.

Ці закономірності можна пояснити на основі *зонної теорії твердих тіл* (див. §§ 11 – 12, М. VI).

Якщо на поверхню однорідного напівпровідника або діелектрика падає світло, енергія кванта якого  $h\nu > \Delta W$  ( $\Delta W$  – ширина забороненої зони), то електрон, поглинаючи енергію фотона, може перейти з валентної зони в зону провідності. Внаслідок цього з'являється пара носіїв струму – *електрон* в зоні провідності та *дірка* в валентній зоні. Зі збільшенням світлового потоку  $\Phi$  зростає кількість таких пар і, відповідно, провідність речовини  $\gamma$ .

Якщо енергія фотона недостатня для переведення електрона в зону провідності ( $h\nu < \Delta W$ ), то додаткові носії струму не з'являються. Таким чином, червона границя фотоефекту визначається з умови:

$$h\nu_0 = \Delta W, \nu_0 = c/\lambda_0. \quad (1)$$

Пристрої, які змінюють свою провідність під дією світла,

називаються *фотоопорами*. Звичайний фотоопір – це тонкий шар напівпровідника, розміщений між двома електродами.

Сила струму в фотоопорі залежить від напруги  $U$  в ньому і падаючого на його поверхню світлового потоку  $\Phi$ .

Залежність сили струму від напруги при постійному світловому потоку називається *вольтамперною характеристикою* фотоопору:

$$I = F(U)|_{\Phi = \text{const.}} \quad (2)$$

У цьому випадку число носіїв струму, а, значить, і опір зразка, буде постійним. Тобто для фотоопору виконується закон Ома – вольтамперна характеристика лінійна.

*Світлова характеристика* – це залежність фотоструму від світлового потоку при постійній напрузі:

$$I = \Phi(U)|_{U = \text{const.}} \quad (3)$$

Коли освітлення відсутнє, крізь фотоопір протікає так званий *темновий струм*, сила якого залежить від прикладеної напруги. Носіями цього струму є електрони та дірки, які з'являються в напівпровідниках при  $T > 0$  внаслідок теплового руху (*темнова провідність*). Опір фотоопору може змінюватися більше, ніж у сотні разів: від  $10^7$  Ом у темряві до  $10^4$  Ом при освітленні.

Якщо внаслідок внутрішнього фотоefекту пара електрон-дірка утворюється поблизу контакту напівпровідника і металу або двох різних напівпровідників, то під дією контактної різниці потенціалів носії з різним за знаком зарядами концентруються на протилежних кінцях фотоелемента і виникає фото-е. р. с. Тобто відбувається пряме перетворення світлової енергії в електричну.

Промисловість виготовляє такі сонячні батареї на основі селену та сірчаного срібла. Їх к. к. д. досягає 20 %, фото-е. р. с. становить 2 – 4 В, вихідна потужність – до 100 Вт/кг. Сонячні батареї використовують, звичайно, як джерела енергії в сонячних районах, на космічних кораблях тощо (див. Яворский Б.М., Пинский А.А. Основы физики. – Т. II. – М.: Наука, 1981. – С. 316-325).

**Прилади і обладнання.** Фотоопір, оптична лава з освітлювачем, випрямляч, потенціометр, мікроамперметр, вольтметр.

### Порядок виконання роботи

**Завдання 1.** Отримання вольт-амперної характеристики

- 1) Скласти схему (рис. Л6.3.1).
- 2) Встановити джерело світла на мінімальній відстані від фотоелемента так, щоб вони знаходились на одному рівні.

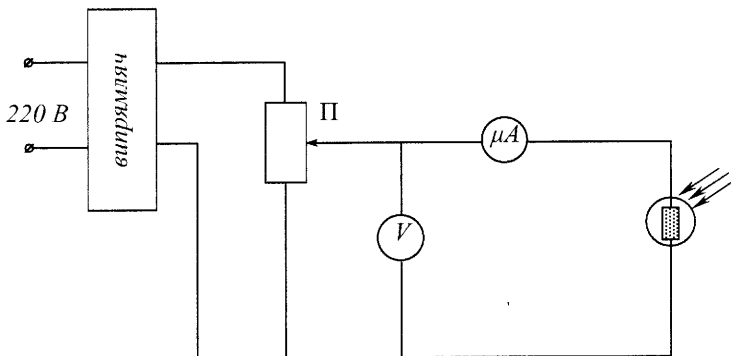


Рис. Лб.3.1

3) Змінюючи потенціометром  $\Pi$  напругу  $U$ , виміряти її вольтметром  $V$ , фіксуючи відповідні сили струму  $I$  за допомогою мікроамперметра  $\mu A$ . Результати вимірювань занести в табл. Лб.3.1.

Таблиця Лб.3.1

U, В	0	1	2	3	...	15
I, мкА						

4) За одержаними результатами побудувати вольтамперну характеристику фотоелемента.

### Завдання 2. Отримання світлової характеристики

1) Подати на фотоелемент максимально можливу напругу (10 – 15 В). Змінювати відстань між фотоелементом і освітлювачем, фіксуючи при цьому відповідні значення сили фотоструму  $I$  за допомогою мікроамперметра. Результати занести в табл. Лб.3.2.

2) Побудувати світлову характеристику фотоелемента, враховуючи, що освітленість (а значить, і світловий потік  $\Phi$ ) обернено пропорційна квадрату відстані від джерела:

$$I = f' (1/l^2).$$

Таблиця Лб.3.2

№ п/п	U, В	l, м	1/l <sup>2</sup> , м <sup>-2</sup>	I, мкА
...				

### Контрольні запитання

1. Що називається фотоефектом і які види фотоефекту ви знаєте?
2. Сформулюйте закони фотоефекту.
3. Поясніть закони внутрішнього фотоефекту на основі зонної теорії твердих тіл.
4. Які будова та принцип дії фотоопору. Застосування фотоопорів.
5. Як змінюється кут нахилу вольтамперної характеристики фотоопору в залежності від освітленості. Нарисуйте якісні графіки для двох значень світлового потоку ( $\Phi_1 < \Phi_2$ ).
6. Нарисуйте графіки світлової характеристики фотоопору для двох різних напруг ( $U_1 < U_2$ ). Що називається темновим струмом?
7. Поясніть виникнення фото-е. р. с.

## ДОДАТКИ

Таблиця І

### *Приклад розрахунку балів рейтингу*

№ і зміст модуля	Елементи модуля	Форма контролю	Мінімальна кільк. балів	Максим. кільк. балів
1	2	3	4	5
І Механіка. Механічні коливання і хвилі.	Лекційний курс(8 лекц.)	Колоквіум/ к.р. Перев.завдань для с.р. (9 з.)	3,9 3,8	6,4 6,3
	Практичні заняття (4 заняття)	Тести/ фіз.дикт.	4,2	7,0
		Індивід. завд.	2,1	3,5
		Домашні завд. Робота в ауд.	0,8 0,4	1,6 0,8
Лабораторні занят.(4 л.р.)	Виконання і захист л.р.	6,4	10,4	
І модуль	–	–	21,6	36,0
ІІ Молекулярна фізика і тер- модинамі-ка	Лекційний курс(5 лекц.)	Колоквіум/ к.р. Перев. завдань для с.р. (5 з.)	2,2 2,1	3,7 3,4
	Практичні заняття (2 заняття)	Тести/ фіз.дикт.	2,4	4,0
		Індивід. завд.	1,2	2,0
		Домашні завд. Робота в ауд.	0,4 0,2	0,8 0,4
Лабораторні занят.(2 л.р.)	Виконання і захист л.р.	3,2	5,2	
ІІ модуль	–	–	11,7	19,5
ІІІ	Лекційний курс(5 лекц.)	Колоквіум/к.р. Перев.завдань для с.р. (5 з.)	2,2 2,1	3,7 3,4
	Електро- статика. Постійний струм.	Тести/фіз.дикт.	2,4	4,0
Індивід. завд.		1,2	2,0	
Домашні завд. Робота в ауд.		0,4 0,2	0,8 0,4	
	Лабораторні занят.(2 л.р.)	Виконання і захист л.р.	3,2	5,2
ІІІ модуль	–	–	11,7	19,5
Всього	–	–	45,0	75,0
Екзамен	–	–	16,0	25,0
Всього за семестр	–	–	61,0	100,0

Таблиця II

Значення коефіцієнтів Стьюдента  $\tau_{p,n}$  для різних значень довірчої ймовірності  $P$  та числа вимірів  $n$  (розподіл Стьюдента)

$\alpha$ $n$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
2	1,00	1,376	1,963	3,08	6,31	12,71	31,8	63,7
3	0,82	1,061	1,336	1,886	2,92	4,30	6,96	9,92
4	0,76	0,978	1,250	1,638	2,35	3,18	4,54	5,84
5	0,74	0,941	1,190	1,533	2,13	2,77	3,75	4,60
6	0,727	0,920	1,156	1,476	2,02	2,57	3,36	4,03
7	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,45	3,14	4,71
8	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,36	3,00	3,50
9	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,31	2,90	3,36
10	0,703	0,883	1,110	1,383	1,833	2,26	2,82	3,25
11	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,23	2,76	3,17
12	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,20	2,72	3,11
13	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,18	2,68	3,06
14	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,16	2,65	3,01
15	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,14	2,62	2,98
16	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,13	2,60	2,95
17	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,12	2,58	2,92
18	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,11	2,57	2,90
19	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,10	2,55	2,88
20	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,09	2,54	2,86
$\infty$	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,33	2,58



### Основні фізичні константи

Швидкість світла у вакуум.....	$c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с
Гравітаційна стала.....	$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м <sup>3</sup> /((кг·с <sup>2</sup> ))
Число Авогадро.....	$N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль <sup>-1</sup>
Число Лошмідта.....	$n_0 = 2,690 \cdot 10^{25}$ м <sup>-3</sup>
Об'єм моля ідеального газу при н.у. ( $T_0 = 273,15$ К; $P_0 = 101325$ Па) .....	$V_{m0} = 0,224$ м <sup>3</sup> /моль
Універсальна газова стала.....	$R = 8,314$ Дж/моль
Стала Больцмана.....	$k = 1,381 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Число Фарадея.....	$F = 0,965 \cdot 10^8$ Кл/кг-екв
Елементарний заряд.....	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Маса спокою електрона.....	$m_e = 0,911 \cdot 10^{-30}$ кг
Маса спокою протона.....	$m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ кг
Маса спокою нейтрона.....	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ кг
Атомна одиниця маси.....	1 а.о.м. = $1,661 \cdot 10^{-27}$ кг
Електрична стала.....	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала.....	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Стала Планка.....	$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
Стала Стефана-Больцмана.....	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м <sup>2</sup> ·К <sup>4</sup> )
Стала Віна.....	$b = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К
Стала Рідберга.....	$R^* = 3,293 \cdot 10^{15}$ с <sup>-1</sup>

### Астрономічні величини

Середній радіус Землі.....	$6,37 \cdot 10^6$ м
Середня густина Землі.....	$5500$ кг/м <sup>3</sup>
Маса Землі.....	$5,98 \cdot 10^{24}$ кг
Радіус Сонця.....	$6,96 \cdot 10^8$ м
Середня густина Сонця.....	$1400$ кг/м <sup>3</sup>
Маса Сонця.....	$1,99 \cdot 10^{30}$ кг
Радіус Місяця.....	$1,74 \cdot 10^6$ м
Маса Місяця.....	$7,3 \cdot 10^{22}$ кг
Середня відстань між центрами Сонця і Землі.....	$1,5 \cdot 10^{11}$ м
Середня відстань між центрами Землі і Місяця.....	$3,84 \cdot 10^8$ м

### Маси ядер деяких легких ізотопів, $10^{-27}$ кг

$^1_1\text{H}$ .....	1,6726	$^{16}_8\text{O}$ .....	26,5527
$^{11}_5\text{B}$ .....	18,2767	$^6_3\text{Li}$ .....	9,9855
$^2_1\text{H}$ .....	3,3436	$^{17}_8\text{O}$ .....	28,2202
$^{14}_7\text{N}$ .....	23,2461	$^7_3\text{Li}$ .....	11,6475
$^4_2\text{He}$ .....	6,6446	$^{20}_{10}\text{Ne}$ .....	33,1888

## ЛІТЕРАТУРА

### ОСНОВНА:

1. Бушок Г. Ф., Левандовський В. В., Півень Г. Ф. Курс фізики. – Кн. 1. – К.: Либідь, 2001.
2. Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики. Кн. 2. – К.: Либідь, 2001.
3. Бопп Ф. Введение в физику ядра, адронов и элементарных частиц. М.: Мир, 1999.
4. Душенко В. П., Кучерук І. М. Загальна фізика. – К.: Вища школа, 1987.
5. Зачек І. Р., Кравчук І. М. та ін. Курс фізики. – Львів: Бескид Біт, 2002.
6. Калашников С. Г. Электричество. – М.: Наука, 1985.
7. Куліш В. В., Соловійов А. М., Кузнецова О. Я. Кулішенко В. М. Фізика. – К.: НАУ, 2004.
8. Кикоин А. К., Кикоин И. К. Молекулярная физика. – М.: Наука, 1976.
9. Ландсберг Г. С. Оптика. М.: Наука, 1976.
10. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности. – М.: Высшая школа, 1986.
11. Матвеев А. Н. Молекулярная физика. – М.: Высшая школа, 1987.
12. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм. М.: Высшая школа, 1983.
13. Матвеев А. Н. Оптика. М.: Высшая школа. 1985.
14. Савельев И. В. Курс общей физики. – Т.1–3. – М.: Наука, 1971–1988.
15. Хайкин С. Э. Физические основы механики. М.: Наука, 1971.
16. Чолпан П. П. Основы фізики. – К.: Вища школа, 1995.
17. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Курс физики. – Т.1–3. – М.: Высшая школа, 1973- 1979.
18. Волькенштейн В. С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1979.
19. Гольдфарб Н. І. Збірник запитань і задач з фізики. – К.: Вища школа, 1986.
20. Иродов И. Е., Савельев И.В., Замша О.И. Сборник задач по общей физике. – М.: Наука, 2002.
21. Зайдель А. Н. Ошибки измерений физических величин. – Л.: Наука, 1974.
22. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт.

- „Механіка”. Укладачі: Вознюк П.О., Вербицький Б.І. та ін. – Київ, УДУХТ, 1999.
- „Молекулярна фізика та термодинаміка”. Укладачі: Король А.М., Романовський І.Я. та ін. – Київ, НУХТ, 2005.
- „Електрика”. Укладачі: Воловик П.М., Зубченко В.С. та ін. – Київ, УДУХТ, 1999.
- „Електромагнетизм”. Укладачі: Андріяшик М.В., Вознюк П.О. та ін. – Київ, НУХТ, 2003.
- „Геометрична і хвильова оптика”. Укладачі: Носенко В.Є., Медвідь Н.В. та ін. – Київ, УДУХТ, 2001.
- „Квантова природа випромінювання та елементи атомної фізики”. Укладачі: Зубченко В.С., Мусатенко Л.А. та ін. – Київ, КТІХП, 1992.
23. Чепуренко В. Г. Руководство к лабораторным работам по физике. – К.: КДУ, 1963.

#### ДОДАТКОВА:

1. Григорьев В. И., Мякишев Г. Я. Силы в природе. – М.: Наука, 1969.
2. Ландау Л. Д., Китайгородский О. И. Фізика для всіх / Переклад з Другого російського видання видавництва «Наука». – К.: Радянська школа, 1967.
3. Физика. Часть I. Вселенная. Часть II. Механика / Перевод с английского под редакцией А. С. Ахматова. – М.: Наука, 1973-1974.
4. Елементарний підручник фізики. / За редакцією акад. Ландсберга Г.С. – Т.ІІІ. – К.: Радянська школа, 1968.
5. Орир Дж. Популярная физика. – М.: Мир, 1966.

## ЗМІСТ

<b>ПЕРЕДМОВА</b> до підручника А.М. Короля і М.В. Андріяшик «Фізика».....	3
<b>Вступне слово</b> .....	5
<b>МОДУЛЬ I. МЕХАНІКА</b> .....	12
<b><i>I.1. Лекційний матеріал та завдання для самостійного опрацювання</i></b>	<b>12</b>
<b>Кінематика</b> .....	<b>13</b>
§1. Система відліку. Траєкторія. Довжина шляху. Вектор переміщення.....	13
§2. Швидкість .....	15
§3. Прискорення.....	16
§4. Поступальний і обертальний рухи твердого тіла .....	19
<b>Динаміка</b> .....	<b>22</b>
<i>Динаміка матеріальної точки і системи матеріальних точок</i> .....	22
§5. Перший закон Ньютона.....	22
§6. Сила. Маса. Імпульс .....	23
§7. Другий закон Ньютона.....	26
§8. Третій закон Ньютона. Закон зміни і закон збереження імпульсу системи .....	27
§9. Енергія. Робота. Потужність.....	30
§10. Абсолютно пружний і непружний удари .....	35
<i>Динаміка обертального руху тіла відносно нерухомої осі</i> .....	38
§11. Момент сили відносно нерухомої осі. Момент інерції. Основне рівняння динаміки, робота і потужність при обертальному русі.....	38
§12. Моменти інерції тіл різної форми. Теорема Штейнера .....	41
§13. Момент імпульсу тіла.....	43
§14. Основний закон динаміки обертального руху в загальному випадку .....	44
§15. Закон збереження моменту імпульсу .....	44
§16. Кінетична енергія тіла, що обертається.....	45
<i>Механічні коливання та хвилі</i> .....	46
§17. Механічні коливання .....	46
§18. Гармонічні коливання .....	48
§19. Додавання гармонічних коливань .....	54
§20. Згасаючі коливання .....	59
§21. Вимушені коливання .....	61
§22. Пружні (механічні) хвилі .....	62
§23. Хвильова функція біжучої механічної хвилі. Фазова швидкість .....	66
§24. Енергія та інтенсивність механічних хвиль .....	68
§25. Принцип суперпозиції хвиль. Групова швидкість .....	69
§26. Інтерференція хвиль .....	70
§27. Стоячі хвилі .....	72
<i>Тяжіння</i> .....	75
§28. Закон всесвітнього тяжіння .....	75
§29. Гравітаційне поле. Напруженість і потенціал гравітаційного поля.....	76
<i>Рух у неінерційних системах відліку</i> .....	80
§30. Сили інерції. Принцип Даламбера .....	80
§31. Сили інерції в обертових системах відліку .....	82
<i>Елементи спеціальної теорії відносності</i> .....	85
§32. Перетворення Галілея. Механічний принцип відносності .....	85

§33. Постулати спеціальної теорії відносності. Перетворення Лоренца. Інтервал. Релятивістський закон додавання швидкостей.....	87
§34. Релятивістська динаміка .....	90
<i>I.2. Матеріали, рекомендовані для використання на практичних заняттях...</i>	<i>94</i>
<b>Задачі для самостійних та індивідуальних завдань .....</b>	<b>94</b>
Кінематика поступального і обертального рухів.....	94
Закони динаміки поступального і обертального рухів .....	98
Енергія. Робота. Потужність. Закони збереження.....	101
Механічні коливання і хвилі.....	106
Гравітаційні сили. Сили інерції. Елементи спеціальної теорії відносності.....	110
<b>Тестові завдання .....</b>	<b>115</b>
Кінематика поступального і обертального рухів.....	115
Динаміка поступального та обертального рухів.....	116
Енергія. Робота. Потужність. Закони збереження.....	118
Механічні коливання і хвилі. Гравітаційні сили. Сили інерції. Елементи спеціальної теорії відносності.....	120
<i>I.3. Методичні вказівки до виконання деяких типових лабораторних робіт..</i>	<i>123</i>
Лабораторна робота № 1.1 <i>Вивчення законів кінематики і динаміки прямолінійного руху за допомогою машини Атвуда.....</i>	<i>123</i>
Лабораторна робота № 1.2 <i>Вивчення основного закону динаміки обертального руху тіл .....</i>	<i>129</i>
Лабораторна робота № 1.3 <i>Дослідження центрального пружного удару тіл ....</i>	<i>133</i>
Лабораторна робота № 1.4 <i>Вивчення вільних гармонічних коливань за допомогою пружинного маятника .....</i>	<i>136</i>
<b>МОДУЛЬ II. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА...</b>	<b>139</b>
<i>II.1. Лекційний матеріал та завдання для самостійного опрацювання...</i>	<i>139</i>
<b>Молекулярно-кінетична теорія .....</b>	<b>139</b>
§1. Основні положення молекулярно-кінетичної теорії .....	139
§2. Статистичний та термодинамічний методи дослідження.....	142
§3. Рівняння стану ідеального газу .....	143
§4. Рівняння стану реального газу .....	145
§5. Ізотерми реальних газів.....	146
§6. Основне рівняння кінетичної теорії газів.....	149
§7. Розподіл молекул за швидкостями. Закон Максвелла .....	152
§8. Число ступенів вільності молекул. Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності.....	153
<b>Явища перенесення в газах .....</b>	<b>155</b>
§9. Число зіткнень і середня довжина вільного пробігу молекул.....	156
§10. Дифузія. Теплопровідність. В'язкість .....	157
<b>Перший принцип термодинаміки .....</b>	<b>160</b>
§11. Внутрішня енергія .....	160
§12. Теплота і робота.....	161
§13. Перший принцип термодинаміки та його використання для ізопроцесів в ідеальному газі .....	163
§14. Теплоємність речовини .....	164
§15. Адіабатичний процес.....	166

<b>Другий принцип термодинаміки</b> .....	168
§16. Оборотні і необоротні процеси. Колові процеси. Принцип дії теплової і холодильної машини .....	169
§17. Цикл Карно. Коефіцієнт корисної дії теплової машини .....	170
§18. Другий принцип термодинаміки .....	172
§19. Ентропія. Статистичний смисл другого принципу термодинаміки.....	174
<b>II.2. Матеріали, рекомендовані для використання на практичних заняттях</b> .....	177
<b>Задачі для самостійних та індивідуальних завдань</b> .....	177
Рівняння стану ідеального та реального газів. Елементи молекулярно-кінетичної теорії.....	177
Термодинаміка .....	182
<b>Тестові завдання</b> .....	188
Рівняння стану ідеального та реального газів. Елементи молекулярно-кінетичної теорії.....	188
<b>Термодинаміка</b> .....	190
<b>II.3. Методичні вказівки до виконання деяких типових лабораторних робіт</b> .....	193
Лабораторна робота № 2.1 <i>Визначення коефіцієнта в'язкості рідини</i> .....	193
Лабораторна робота № 2.2 <i>Визначення коефіцієнта теплопровідності металу</i> .....	201
Лабораторна робота № 2.3 <i>Визначення показника адіабати для повітря</i> .....	204
Лабораторна робота № 2.4 <i>Вимірювання деяких термодинамічних характеристик процесу плавлення олова</i> .....	209
<b>МОДУЛЬ III. ЕЛЕКТРИКА</b> .....	214
<b>III.1. Лекційний матеріал та завдання для самостійного опрацювання</b> .....	214
<b>Електростатика</b> .....	214
§1. Електричні заряди. Закон збереження електричного заряду. Закон Кулона .....	214
§2. Електричне поле. Напруженість електричного поля. Принцип суперпозиції електричних полів.....	217
§3. Графічне зображення електричних полів. Потік напруженості. Теорема Остроградського-Гауса .....	219
§4. Робота переміщення заряду в електричному полі.....	224
§5. Потенціал електростатичного поля. Різниця потенціалів. Еквіпотенціальні поверхні та силові лінії .....	225
§6. Діелектрики в електричному полі. Поляризація діелектриків .....	227
§7. Вектор поляризації. Електричне поле в діелектрику. Вектор електричного зміщення .....	229
§8. Сегнетоелектрики .....	233
§9. Електроємність відокремленого провідника. Конденсатори .....	234
§10. Енергія зарядженого провідника. Енергія електричного поля. Густина енергії ..	238
<b>Постійний електричний струм</b> .....	239
§11. Електричний струм та його характеристики.....	239
§12. Закон Ома в інтегральній формі .....	241
§13. Опір провідників. Надпровідність .....	243
§14. Робота і потужність постійного електричного струму .....	245
§15. Теплова дія електричного струму. Закон Джоуля-Ленца .....	246

§16. Елементи класичної електронної теорії провідності металів. Закони Ома і Джоуля-Ленца в диференціальній формі .....	246
§17. Електропровідність електродитів.....	249
§18. Електропровідність газів.....	250
§19. Поняття про плазму.....	252
<b>III.2. Матеріали, рекомендовані для використання на практичних заняттях .....</b>	<b>253</b>
<b>Задачі для самостійних та індивідуальних завдань .....</b>	<b>253</b>
Електростатика.....	253
Постійний струм .....	258
<b>Тестові завдання.....</b>	<b>265</b>
Електростатика.....	265
Постійний струм .....	267
<b>III.3. Методичні вказівки до виконання деяких типових лабораторних робіт .....</b>	<b>269</b>
Лабораторна робота № 3.1 Дослідження електростатичного поля.....	269
Лабораторна робота № 3.2 Визначення електричної ємності конденсатора та батареї конденсаторів .....	273
Лабораторна робота № 3.3 Дослідження залежності опору металів від температури та визначення термічного коефіцієнта опору.....	277
Лабораторна робота № 3.4 Вимірювання питомого опору провідника.....	280
Лабораторна робота № 3.5 Дослідна перевірка правил Кірхгофа.....	284
<b>МОДУЛЬ IV. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ .....</b>	<b>287</b>
<b>IV.1. Лекційний матеріал та завдання для самостійного опрацювання ..</b>	<b>287</b>
<b>Магнетизм.....</b>	<b>287</b>
§1. Магнітне поле. Магнітна індукція. Силкові лінії магнітної індукції .....	288
§2. Закон Біо-Савара-Лапласа.....	290
§3. Магнітне поле прямолінійного провідника зі струмом .....	291
§4. Магнітне поле колового струму і соленоїда. Магнітний момент контура зі струмом.....	292
§5. Магнітна взаємодія провідників зі струмом .....	293
§6. Контур зі струмом в магнітному полі.....	294
§7. Дія магнітного поля на рухомий електричний заряд. Сила Лоренца .....	296
§8. Напруженість магнітного поля. Закон повного струму.....	298
§9. Магнітний потік. Теорема Остроградського-Гауса для магнітного поля .....	300
§10. Робота переміщення провідника зі струмом в магнітному полі .....	301
§11. Електромагнітна індукція. Закон Фарадея. Правило Ленца .....	302
§12. Явище самоіндукції .....	304
§13. Явище взаємоіндукції.....	306
§14. Енергія магнітного поля. Густина енергії .....	307
§15. Магнітні моменти електронів і атомів. Діа-, пара- і феромагнетиками .....	308
§16. Атом у магнітному полі. Намагнічення магнетиків .....	309
§17. Магнітне поле в магнетиках .....	312
§18. Рівняння Максвелла в інтегральній формі.....	314
<b>Електромагнітні коливання і хвилі.....</b>	<b>317</b>

§19. Вільні електромагнітні коливання .....	317
§20. Вимушені електромагнітні коливання.....	320
§21. Електромагнітні хвилі .....	322
§22. Рівняння електромагнітної хвилі .....	323
§23. Енергія електромагнітних хвиль .....	324
§24. Шкала електромагнітних хвиль .....	325
<i>IV. 2. Матеріали, рекомендовані для використання на практичних заняттях .....</i>	<i>327</i>
<b>Задачі для самостійних та індивідуальних завдань .....</b>	<b>327</b>
Електромагнетизм.....	327
Електромагнітні коливання та хвилі.....	335
Електромагнетизм.....	338
Електромагнітні коливання та хвилі.....	340
<i>IV.3. Методичні вказівки до виконання деяких типових лабораторних робіт .....</i>	<i>342</i>
Лабораторна робота № 4.1 <i>Визначення горизонтальної складової напруженості магнітного поля Землі.....</i>	<i>342</i>
Лабораторна робота № 4.2 <i>Визначення питомого заряду електрона методом магнетрона.....</i>	<i>346</i>
Лабораторна робота № 4.3 <i>Визначення індуктивності соленоїда.....</i>	<i>351</i>
Лабораторна робота № 4.4 <i>Зняття петлі гістерезису та початкової кривої намагнічування феромагнітної речовини за допомогою електронного осцилографа .....</i>	<i>355</i>
<b>МОДУЛЬ V. ОПТИКА .....</b>	<b>361</b>
<i>V.I. Лекційний матеріал та завдання для самостійного опрацювання....</i>	<i>361</i>
<b>Хвильова оптика .....</b>	<b>364</b>
§1. Інтерференція світла. Розрахунок інтерференційної картини від двох точкових когерентних джерел.....	364
§2. Інтерференція в тонких плівках .....	366
§3. Дифракція світла. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Пояснення закону прямолінійного поширення світла.....	369
§4. Дифракція Френеля .....	372
§5. Дифракція Фраунгофера .....	373
§6. Природне і поляризоване світло.....	376
§7. Методи одержання поляризованого світла. Закон Брюстера. Закон Малюса ...	377
§8. Повертання площини поляризації.....	381
§9. Дисперсія світла. В'язок аномальної дисперсії з поглинанням світла .....	382
<b>Квантова оптика.....</b>	<b>385</b>
§10. Теплове випромінювання. Закон Кірхгофа .....	385
§11. Закони Стефана-Больцмана і Віна .....	387
§12. Формула Планка .....	389
§13. Фотоефект. Досліди Столетова. Закони зовнішнього фотоефекту.....	390
§14. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту .....	391
§15. Тиск світла.....	392
§16. Ефект Комптона.....	393



<i>V.2. Матеріали, рекомендовані для використання на практичних заняттях</i> .....	395
<b>Задачі для самостійних та індивідуальних завдань</b> .....	395
Хвильова оптика .....	395
Квантова оптика .....	405
<b>Тестові завдання</b> .....	413
Хвильова оптика .....	413
Квантова оптика .....	415
<i>V.3. Методичні вказівки до виконання деяких типових лабораторних робіт</i> .....	417
Лабораторна робота № 5.1 <i>Визначення довжини світлової хвилі за допомогою біпризми Френеля</i> .....	417
Лабораторна робота № 5.2 <i>Визначення довжини світлової хвилі в білому світлі за допомогою дифракційної ґратки</i> .....	420
Лабораторна робота №5.3 <i>Визначення питомого повертання площини поляризації і концентрації розчинів оптично активних речовин</i> .....	425
Лабораторна робота № 5.4 <i>Вивчення характеристик вакуумного фотоелемента</i> .....	432
Лабораторна робота № 5.5 <i>Визначення сталої Стефана-Больцмана</i> .....	436
<b>МОДУЛЬ VI. ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ, ФІЗИКИ АТОМА, АТОМНОГО ЯДРА І ЕЛЕМЕНТАРНИХ ЧАСТИНОК</b> .....	440
<i>VI.1. Лекційний матеріал та завдання для самостійного опрацювання</i> .....	440
<b>Елементи квантової механіки</b> .....	440
§1. Корпускулярно-хвильовий дуалізм матерії .....	440
§2. Співвідношення невизначеностей Гейзенберга .....	441
§3. Рівняння Шредингера .....	442
§4. Розв'язування рівняння Шредингера у випадку вільної частинки .....	443
§5. Частинка в одновимірній нескінченно глибокій потенціальній ямі .....	444
§6. Лінійний гармонічний осцилятор .....	446
<b>Елементи квантової фізики атомів, молекул і твердих тіл</b> .....	447
§7. Атом водню і воднеподібні іони .....	447
§8. Багатоелектронні атоми .....	450
§9. Поняття про молекулярні спектри .....	453
§10. Тунельний ефект .....	454
§11. Про зонну теорію твердих тіл. Metали і діелектрики в зонній теорії .....	455
§12. Електропровідність напівпровідників .....	458
<b>Елементи фізики ядра і елементарних частинок</b> .....	461
§13. Основні властивості та будова атомних ядер .....	461
§14. Енергія зв'язку ядра .....	464
§15. Ядерні сили .....	465
§16. Моделі атомних ядер .....	468
§17. Радіоактивність. Закон радіоактивного розпаду .....	471
§18. Походження і властивості $\alpha$ -, $\beta$ -, $\gamma$ -випромінювання атомних ядер .....	473
§19. Ядерні реакції та закони збереження .....	477
§20. Реакція поділу ядра. Ланцюгова реакція поділу .....	481

§21. Реакція синтезу атомних ядер .....	483
§22. Елементарні частинки, їх класифікація і взаємна перетворюваність .....	486
§23. Основні типи взаємодій .....	490
<i>VI.2. Матеріали, рекомендовані для використання на практичних заняттях</i> .....	493
<b>Задачі для самостійних та індивідуальних завдань</b> .....	493
Елементи квантової механіки .....	493
Елементи фізики ядра і елементарних частинок .....	499
<b>Тестові завдання</b> .....	501
Елементи квантової механіки .....	501
Елементи фізики ядра і елементарних частинок .....	504
<i>VI.3. Методичні вказівки до виконання деяких типових лабораторних робіт</i> .....	506
Лабораторна робота № 6.1 <i>Градуювання спектроскопа та визначення роду газу</i> .....	506
Лабораторна робота № 6.2 <i>Дослідження закономірностей згасання фосфоресценції</i> .....	509
Лабораторна робота № 6.3 <i>Дослідження характеристик фотоопору</i> .....	514
<b>ДОДАТКИ</b> .....	518
<b>ЛІТЕРАТУРА</b> .....	521
<i>Основна:</i> .....	521
<i>Додаткова:</i> .....	522

Навчальне видання

Андріяшик Марія Василівна, Вербицький Борис Ілліч,  
Король Анатолій Миколайович

## КУРС ФІЗИКИ

*модульно-рейтингова система навчання*

*Підручник для вищих технічних навчальних закладів*

Комп'ютерна графіка Федорів Я.Р.

Редактор Орловський О.М.

